

УДК 521.1+523.6

Г.И.Кохирова, К.В.Холшевников\*,

академик АН Республики Таджикистан П.Б.Бабаджанов, У.Х.Хамроев

**ОБ ИЗМЕРЕНИИ БЛИЗОСТИ ОРБИТ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ, ИМЕЮЩИХ  
ОБЩЕЕ ПРОИСХОЖДЕНИЕ***Институт астрофизики АН Республики Таджикистан,**\*Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория Российской академии наук*

*Рассмотрены существующие и новые метрики, позволяющие измерять расстояния между орбитами небесных тел. Результаты сравнения орбит родственных объектов двух известных астероидно-метеороидных комплексов, полученные на основе применения этих метрик, показывают хорошее согласие между ними.*

**Ключевые слова:** метрика, астероид, комета, орбита, эволюция.

Как известно, популяцию малых тел Солнечной системы составляют кометы, астероиды и метеороиды. В данной иерархии астероиды и, главным образом, кометы являются родительскими телами метеороидов. Выявление генетических связей между ними является одной из актуальных современных задач в проблеме исследования малых тел Солнечной системы. Установить родство среди малых тел на основе их физических свойств представляется трудной задачей. Ее решение требует больших наблюдательных усилий с комплексным использованием всех существующих средств получения информации – оптических, радиолокационных, спектральных, поляриметрических и др., что не всегда возможно. Получение образцов материала объектов с помощью космических миссий – мероприятие весьма дорогостоящее. Поэтому физические свойства однозначно определены лишь для небольшого количества околоземных объектов. Напротив, для большого массива малых тел по наблюдениям достаточно точно определены орбиты и поэтому их динамические свойства становятся основным инструментом в проблеме определения общего происхождения каких-либо объектов. Таким образом, определение возможного родства объектов первоначально основано на сравнении их современных орбит. Если схожесть между орбитами имеется, то для исключения случайного совпадения необходимо вычислить эволюцию орбит и сравнить их элементы на длительных промежутках времени. Следовательно, задача сводится к измерению расстояний между орбитами объектов. И от того, насколько корректно она будет решена, зависит истинность выявленной общности происхождения объектов.

Для сравнения орбит существуют несколько общепризнанных и широко используемых критериев.  $D_{SH}$  критерий Саутворта и Хокинза [1] самый известный среди них, для его вычисления используются пять элементов сравниваемых орбит, а именно  $e$  – эксцентриситет,  $q$  – перигелийное расстоя-

---

*Адрес для корреспонденции:* Кохирова Гулчехра Исроиловна. 734042, Республика Таджикистан, г.Душанбе, ул.Бухоро, 22, Институт астрофизики АН РТ. E-mail: kokhirova2004@mail.ru

ние,  $i$  – наклон,  $\Omega$  – долгота восходящего узла и  $\omega$  – аргумент перигелия. Функция расстояния для двух сравниваемых орбит 1 и 2 задается следующей формулой:

$$D_{SH}^2 = (e_2 - e_1)^2 + \frac{(q_2 - q_1)^2}{L^2} + \left(2 \sin \frac{i_2 - i_1}{2}\right)^2 + \sin i_1 \sin i_2 \left(2 \sin \frac{\Omega_2 - \Omega_1}{2}\right)^2 + \left[\left(\frac{e_1 + e_2}{2}\right) 2 \sin \frac{(\Omega_2 + \omega_2) - (\Omega_1 + \omega_1)}{2}\right]^2, \quad (1)$$

где  $L$  обычно полагают равным одной астрономической единице. Считается, что малые тела могут иметь общее происхождение, если значение  $D_{SH}$  критерия для их орбит не превосходит значения 0.20. Несколько другой критерий был предложен Драммондом [2]:

$$D_r^2 = \left(\frac{e_1 - e_2}{e_1 + e_2}\right)^2 + \left(\frac{q_1 - q_2}{q_1 + q_2}\right)^2 + \left(\frac{I_{1,2}}{180^\circ}\right)^2 + \left(\frac{e_1 + e_2}{2}\right)^2 \left(\frac{\Theta_{1,2}}{180^\circ}\right)^2, \quad (2)$$

где  $I_{1,2}$  – угол между линиями аспид орбит, вычисляемый по эллиптическим координатам точек перигелиев орбит.  $D_r$  критерий применяется для подтверждения близости орбит с тем же предельным значением, что и  $D_{SH}$ . В системе гелиоцентрических координат существует еще критерий, разработанный Йопеком и др. [3], но эта функция более пригодна для сравнения орбит при выделении метеорных потоков, и поэтому здесь рассматриваться не будет.

Поскольку расстояние  $s$  между двумя кеплеровскими орбитами  $e_1$  и  $e_2$  должно удовлетворять трём аксиомам метрического пространства [4]:

1.  $\rho(x_1, x_2) \geq 0$ , причем  $\rho(x_1, x_2) = 0$  тогда и только тогда, когда  $x_1 = x_2$ ;
2.  $\rho(x_1, x_2) = \rho(x_2, x_1)$ ;
3.  $\rho(x_1, x_3) \leq \rho(x_1, x_2) + \rho(x_2, x_3)$  (аксиома треугольника);

то перечисленные критерии, строго говоря, с точки зрения теории метрических пространств, являются неполноценными функциями расстояний, так как не удовлетворяют третьей аксиоме [5,6]. Величина  $D_{SH}$  является функцией от пары непрямолинейных некруговых орбит, причём следует исключить пары, лежащие в одной плоскости и проходимые в противоположных направлениях. Величине  $D_r$  присущи те же свойства, за исключением того, что она не имеет никаких особенностей ни при каких наклонах.

В этой связи, в 5-мерном пространстве всех непрямолинейных орбит были предложены естественные метрики [7], определяемые величинами, имеющими физический смысл: вектором момента импульса и вектором Лапласа-Рунге-Ленца, и удовлетворяющие всем аксиомам метрического пространства. Пропустим математические выкладки и приведём окончательные формулы для вычисления расстояния между орбитами по известным элементам, полученные путём соответствующих преобразований:

$$\rho_2^2 = (1 + e_1^2)p_1 + (1 + e_2^2)p_2 - 2\sqrt{p_1 p_2} (\cos I + e_1 e_2 \cos P), \quad (3)$$

где  $\cos I = c_1c_2 + s_1s_2 \cos \Delta$ ,  $c = \cos i$ ,  $s = \sin i$ ,  $\Delta = \Omega_1 - \Omega_2$ ,

$$\begin{aligned} \cos P &= s_1s_2 \sin \omega_1 \sin \omega_2 + (\cos \omega_1 \cos \omega_2 + c_1c_2 \sin \omega_1 \sin \omega_2) \cos \Delta + \\ &+ (c_2 \cos \omega_1 \sin \omega_2 - c_1 \sin \omega_1 \cos \omega_2) \sin \Delta; \\ \rho_3^2 &= (1 + e_1^2)p_1 + (1 + e_2^2)p_2 - 2\sqrt{p_1p_2}A_3, \end{aligned} \tag{4}$$

где

$$\begin{aligned} A_3 &= c_1c_2 + e_1e_2s_1s_2 \sin \omega_1 \sin \omega_2 + \sqrt{s_1^2s_2^2 + A_4}, \\ A_4 &= e_1^2e_2^2(1 - s_1^2 \sin^2 \omega_1)(1 - s_2^2 \sin^2 \omega_2) + 2e_1e_2s_1s_2(\cos \omega_1 \cos \omega_2 + c_1c_2 \sin \omega_1 \sin \omega_2); \\ \rho_4 &= (1 + e_1^2)p_1 + (1 + e_2^2)p_2 - 2\sqrt{p_1p_2}[e_1e_2 + \cos(i_1 - i_2)]. \end{aligned} \tag{5}$$

Для сравнительного анализа результатов, полученных на основе применения рассмотренных пяти метрик, найдем расстояния между орбитами родственных объектов двух известных комплексов.

**Астероидно - метеороидный комплекс Квадрантид**

Комплекс Квадрантид включает комету 96Р/Маххольца 1, метеороидный рой Квадрантид, порождающий на Земле восемь метеорных потоков и околоземной объект 2003ЕН1. Элементы орбит объектов комплекса приведены в табл. 1, где также приведены значения постоянной Тиссерана  $T_j$ , указывающие на кометную природу исследуемых объектов и, одновременно, на их возможную взаимосвязь. По данным табл. 1, схожесть орбит астероида и роя очевидна, а вот орбита кометы значительно отличается от них.

Таблица 1

Элементы современных орбит кометы Маххольца, астероида 2003ЕН1 и метеорного потока Квадрантиды (J2000.0)

Объект	$a$ (a.e.)	$e$	$q$ (a.e.)	$i$ (град.)	$\omega$ (град.)	$\Omega$ (град.)	$T_j$
96Р/Маххольц 1	3.03	0.96	0.12	58.31	14.76	94.32	1.94
2003ЕН1	3.12	0.62	1.19	70.88	171.35	282.96	1.96
Квадрантиды	3.14	0.69	0.99	71.88	171.20	283.30	1.95

Родственная связь астероида 2003ЕН1 с роём Квадрантид, в дополнение к близости их современных орбит, доказана результатами исследования эволюции их орбит [8]. На этой основе был сделан вывод, что 2003ЕН1 является наиболее подходящим родительским телом (или остатком родительского тела) Квадрантид. В работе [9] доказано родство астероида 2003ЕН1 и кометы 96Р/Маххольца 1, которая так же, как и астероид, является восьмикратным пересекателем орбиты Земли и сделан вывод, что комета, астероид и метеороидный рой Квадрантид, порождающий восемь потоков, образуют единый комплекс. Для установления связи объектов исследована эволюция орбит методом Эверхарта [10], затем орбиты сравнивались с помощью  $D_{SH}$  критерия на временном промежутке, в течение которого вычислена эволюция. В результате найден момент их наибольшего сходства, принятый за момент разделения фрагментов общего родительского тела.

Для большей достоверности родства, применим для измерения близости орбит кометы и астероида наряду с  $D_{SH}$  критерием еще четыре метрики:  $D_r$  критерий и естественные метрики пространства  $\rho_2$ ,  $\rho_3$  и  $\rho_4$ , рассмотренные в этой работе. Эволюция орбит кометы Маххольца и объекта 2003ЕН1 вычислена на временном интервале 28 тысяч лет, результаты вычисления метрик для сравнения орбит на период 7000-8000 лет до н.э., где наблюдается наибольшая схожесть орбит, приведены на рис. 1. Из рис. 1 видно, что наименьшее значение всех пяти метрик, а именно, критериев  $D_{SH}=0.029$  (на рис.  $D_1$ ) и  $D_r=0.059$  (на рис.  $D_2$ ), расстояний  $\rho_2=0.036$ ,  $\rho_3=0.035$  и  $\rho_4=0.016$  и, следовательно, наибольшее совпадение орбит имело место в 7400-7450 гг. до н.э., то есть около 9500 лет назад. Как показывают приведенные графики, расстояния  $\rho_2$  и  $\rho_3$  практически одинаково зависят от времени. Поведение зависимостей всех пяти метрик от времени идентичны между собой.

Таким образом, момент времени наибольшего совпадения орбит или наименьшего расстояния между ними, найденный с помощью пяти метрик пространства, можно рассматривать как момент дробления ядра кометы-прародительницы комплекса Квадрантид. Можно также предположить, что комета и астероид являются крупными фрагментами ядра той кометы.

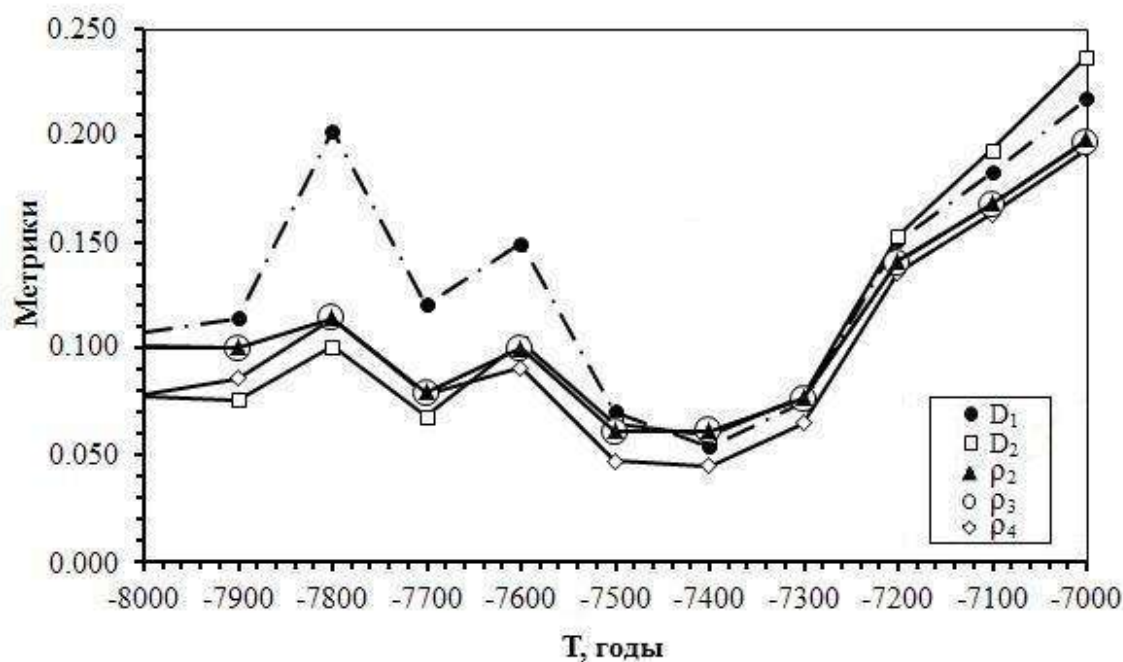


Рис.1. Изменение метрик орбит кометы Маххольца и АСЗ 2003ЕН1 на период времени 7-8 тыс. лет до н.э.

### Астероидно-метеороидный комплекс Таурид

Как было отмечено выше, комплекс Таурид включает комету 2P/Энке, метеороидный рой Таурид, порождающий на Земле четыре метеорных потока, и более 40 ОЗО, двигающихся в рое и являющихся угасшими фрагментами либо кометы Энке, либо потухшими остатками гигантской родительской кометы роя, распад которой, по некоторым оценкам, произошел 20-30 тыс. лет назад. Благодаря тому, что число открываемых ОЗА ежегодно увеличивается в процессе продолжающихся исследований и новых результатов, список принадлежащих комплексу Таурид ОЗА расширяется. В частности, в работе [11] к данному комплексу отнесены семь новых АСЗ. Исследованы их динамиче-

ские свойства, показана близость их современных орбит и вычислена эволюция элементов орбит. Выявлено, что все они связаны с наблюдаемыми метеорными потоками, порождаемыми роом Таурид. Сделан вывод об их общем кометном происхождении. Однако на длительном промежутке времени расстояние между орбитами родственных объектов не вычислялось.

Для объекта 2004TG10 комплекса Таурид [11] определены расстояния между его орбитой и орбитой кометы Энке на длительных интервалах времени с помощью четырёх метрик. Для этого прежде вычислена эволюция орбит объекта и кометы методом Альфана-Горячева [12] на период времени 40 тыс. лет и, после нахождения времени наибольшей схожести орбит, эволюция вычислена более точным методом Эверхарта уже до этого периода. Затем вычислены значения  $D_{SH}$  критерия, а также метрик  $\rho_2$ ,  $\rho_3$  и  $\rho_4$ . Изменения четырёх метрик орбит кометы и объекта со временем приведены на рис.2. Современные элементы орбит кометы Энке и исследуемого объекта приведены в табл. 2.

Таблица 2

Элементы современных орбит кометы Энке и объекта 2004TG10 комплекса Таурид (J2000.0)

Объект	$a$ (a.e.)	$e$	$q$ (a.e.)	$i$ (град.)	$\omega$ (град.)	$\Omega$ (град.)
2P/Энке	2.215	0.848	0.34	11.70	334.56	186.50
2004TG10	2.234	0.862	0.31	4.18	205.15	317.31

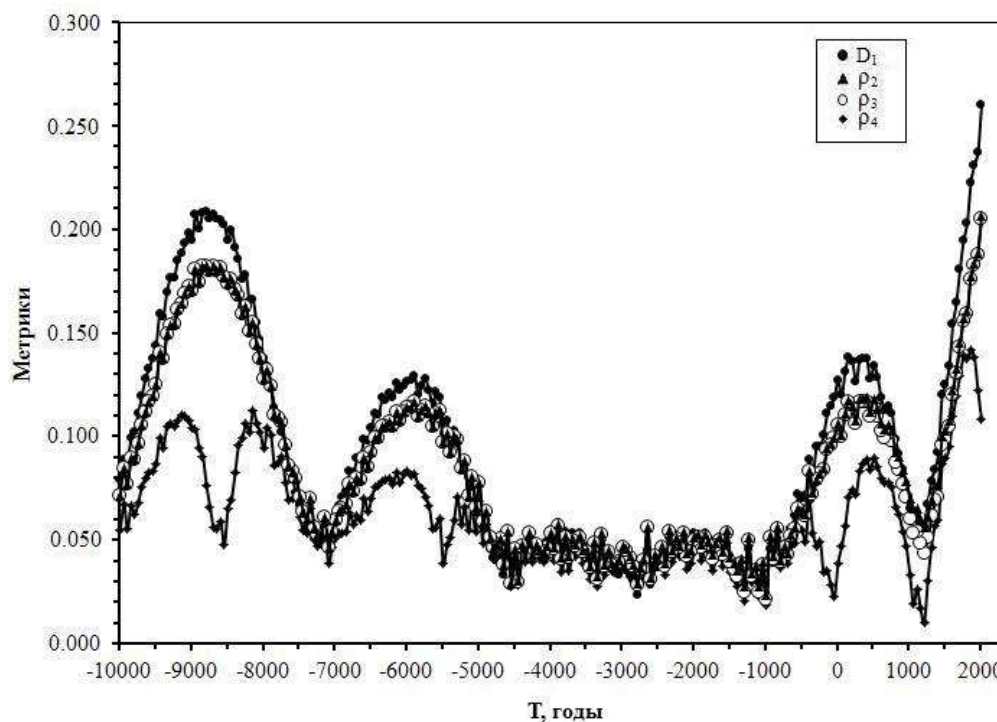


Рис.2. Изменение расстояния между орбитами кометы Энке и объекта 2004TG10 за период времени 12 тыс. лет

Анализ результатов позволяет сделать следующие выводы. В исследуемом случае все метрики имеют практически одинаковую эволюцию, некоторое отличие наблюдается лишь в поведении метрики  $\rho_4$ . Наибольшее совпадение хода всех зависимостей приходится на период 4500-1000 лет до н.э., причём этому же временному интервалу соответствуют наименьшие значения всех метрик. Все расстояния имеют минимальное значение в 2785 г. до н.э. Элементы орбит объектов в этот момент приведены в табл. 3. Следовательно, можно предположить, что объект 2004TG10 мог отделиться от

родительской кометы во временном интервале 6500-3000 лет назад, наиболее вероятный момент события – 4800 лет назад. Таким образом, найденный момент времени наибольшего совпадения орбит или наименьшего расстояния между ними можно рассматривать как момент дробления ядра кометы Энке – родительницы комплекса Таурид. Можно предположить и другой сценарий события, возможно произошедшего 4800 лет назад – комета Энке и 2004TG10 являются крупными фрагментами ядра большей кометы-прародительницы комплекса, причём 2004TG10 сейчас представляет собой угасший фрагмент той кометы.

Таблица 3

Элементы орбит кометы Энке и астероида 2004TG10 на 2785 г. до н.э. (J2000.0)

Объект	$a$ (a.e.)	$e$	$q$ (a.e.)	$i$ (град.)	$\Omega$ (град.)	$\omega$ (град.)	$D_{SH}$	$\rho_4$	$\rho_3$	$\rho_2$
2P/Энке	2.215	0.875	0.27	3.16	210.47	276.59	0.02	0.02	0.02	0.02
2004TG10	2.231	0.885	0.26	3.26	208.12	279.46				

### З а к л ю ч е н и е

Рассмотренные примеры позволяют сделать вывод, что новые метрики пространства  $\rho_2$ ,  $\rho_3$  и  $\rho_4$  являются достаточным инструментом в сравнении близости орбит или определения расстояния между ними. Показано, что результаты, полученные с их помощью, согласуются с данными, полученными на основе применения таких апробированных средств, как  $D_{SH}$  критерий и  $D_r$  критерий, хотя и обладающих некоторыми недостатками. Поэтому для выявления возможного родства околоземных объектов в качестве меры сходства их орбит возможно использование всех рассмотренных метрик.

К.В.Холшевников признателен руководству и сотрудникам Института астрофизики АН Республики Таджикистан за гостеприимство и плодотворное сотрудничество осенью 2015 г. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 14-02-00804).

Поступило 11.12.2015 г.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Southworth R.B. & Hawkins G.S. Statistics of meteor streams – Smith. Contrib. Astrophys., 1963, v. 7, pp. 261-285.
2. Drummond J.D. On meteor/comet orbital discriminant D-In: Proc. Southwest Reg. Conf. Astron. Astrophys. (P.F. Gott, R.S. Richard, Eds.), Little Rock AR, 1979, v.5, pp.83-86.
3. Jopek T.J., Froeschle C.I., Valsecchi G.B. Asteroid meteoroid streams – In: Asteroids III, 2000, pp.645-652.
4. Зорич В.А. Математический анализ, ч.2. – М.: Наука, 1984, 640 с.
5. Kholshchevnikov K.V. Metric spaces of keplerian orbits – Celest. Mech. Dyn. Astron., 2008, v.100(3), pp. 169-179.
6. Холшевников К.В. – Тр. 45-й междунар. студ. научн. конф. "Физика космоса", Екатеринбург, Куровка, 1-5 февр. 2016 г. Екатеринбург: изд. УрФУ, 2016, с. 168-184.
7. Kholshchevnikov K.V., Kokhirova G.I., Babadzhanyan P.B., Hamroev U.H. On metrics in spaces of keplerian orbits – Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, в печати.

8. Babadzhanov P.B., Williams I.P., Kokhirova G.I. The meteor showers associated with 2003EH1 - Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2008, v. 386, pp.2271-2277.
9. Бабаджанов П.Б., Кохирова Г.И., Обрубов Ю.В. О родстве астероида 2003EH1 и кометы 96P Мачхолца 1. – ДАН РТ, 2015, т.58, с.32-37.
10. Everhart E. Implicit single-sequence methods for integrating orbits – Celestial Mechanics, 1974, 10, pp.35-55.
11. Babadzhanov P.B., Williams I.P., Kokhirova G.I. Near-Earth objects in the Taurid complex – Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2008b, v. 386, pp. 1436-1442.
12. Горячев Н.Н. Способ Halphen'a для вычисления вековых возмущений планет и его применение к Церере. – Томск: Красное Знамя, 1937, 115 с.

Г.И.Қохирова, К.В.Холшевников\*, П.Б.Бобочонов, У.Х.Ҳамроев

## ОИД БА ЧЕНКУНИИ МОНАНДИИ МАДОРҶОИ ОБЪЕКТҶОИ ОСМОНӢ, КИ ПАЙДОИШИ УМУМӢ ДОРАНД

*Институти астрофизикаи Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон,*

*\*Саррасадхонаи астрономии Пулковои Академияи илмҳои Россия*

Ченакҳои мавҷудбуда ва навесте, ки чен намудани масофаҳои миёни мадорҳои имкон медиҳанд, тафтиш карда шуд. Натиҷаи муқоисаи монандии мадорҳои объектҳои пайдоиши усули дошта аз ду комплекси астероидию метеороидӣ маълум, ки дар асоси истифодаи ин ченакҳо ба даст оварда шуданд, миёни онҳо мувофиқати хуб нишон медиҳанд.

**Калимаҳои калидӣ:** ченак, астероид, комета, мадор, таҳаввул.

G.I.Kokhirova, K.V.Kholshevnikov\*, P.B.Babadzhanov, U.Kh.Khamroev

## ON MEASURING OF ORBITAL SIMILARITY OF SPACE OBJECTS OF COMMON ORIGIN

*Institute of Astrophysics of the Academy of Sciences of Tajikistan,*

*\*Main astronomical observatory Pulkovo of the Academy of Sciences of Russia*

The existing and newly introduced metrics allowing to measure distances between orbits of celestial bodies have been considered. The orbits of related objects from two known asteroid-meteoroid complexes were compared using these metrics. The results show satisfactory agreement between each other.

**Key words:** metric, asteroid, comet, orbit, evolution.