

УДК 658.567

Член-корреспондент АН Республики Таджикистан Х.Х.Муминов, Ш.Ф.Мухамедова

ДИССИПАТИВНЫЕ СОЛИТОНЫ УРАВНЕНИЯ СВИФТА-ХОЕНБЕРГА*Физико-технический институт им. С.У.Умарова АН Республики Таджикистан*

Проводится численное моделирование поведения нелинейных локализованных солитоноподобных объектов комплексного уравнения Свифта-Хоенберга при наличии диссипации и внешней подкачки. Обнаружено формирование пульсирующего солитона с одной пульсацией.

Ключевые слова: диссипативные солитоны, пульсирующие солитоны, диссипация, подкачка.

Солитоны являются уединенными волнами, они принадлежат к классу локализованных решений нелинейных эволюционных уравнений [1]. В реальных физических системах (световоды, магнетики, и т.д.) солитоны возбуждаются локализованными начальными импульсами гауссовой формы [2,3]. Однако с тем же успехом их можно возбудить при других начальных условиях. Каждый из солитонов представляет собой устойчивую особую точку в бесконечномерном фазовом пространстве. Область притяжения в фазовом пространстве зависит от параметров уравнения. В последние десятилетия в связи с практическими приложениями солитонов в нелинейной оптике, фотонике, начались активные исследования поведения солитонов в диссипативных средах, при наличии внешней подкачки. Выяснилось, что возможно формирование диссипативных солитонов при условии динамического равновесия в системе между притоком энергии и его диссипацией.

К числу диссипативных солитонов относится пульсирующий солитон, его можно рассматривать как предельный цикл в бесконечномерном фазовом пространстве. Пульсирующие солитоны решения диссипативных систем привлекают большое внимание, их существование было предсказано в численных экспериментах, позже они были обнаружены экспериментально в волоконной оптике [1-3]. Пульсирующие солитоны формируют набор возможных локализованных решений. Пульсирующие солитоны могут быть описаны как предельный цикл бесконечномерных диссипативных динамических систем, они отличаются от солитонов более высокого порядка, которые обычно связаны интегрируемостью моделей, хотя численное моделирование ясно показывает возможность возбуждения солитонов в результате бифуркации, исходя из стационарных солитонов. Наиболее наглядное представление о характере эволюции системы может дать фазовый портрет системы. Для систем с конечной размерностью построение фазового портрета не представляет затруднений, в отличие от систем с бесконечной размерностью, каковыми являются системы, описываемые нелинейными дифференциальными уравнениями в частных производных. Для облегчения задачи мы фактически строим некоторое сечение полного фазового портрета, которое позволяет судить о поведении системы. Однако более полное представление о поведении системы может дать фазовый портрет, по координатным осям которого отложены некие обобщенные характеристики, или параметры солитона, на-

Адрес для корреспонденции: Муминов Хикмат Халимович, Мухамедова Шоира Файзуллоевна. 734063, Республика Таджикистан, Душанбе, пр. Айни, 299/1, Физико-технический институт АН РТ. E-mail: muminov@phfi.tj; shoira74@mail.ru

пример, квадрат амплитуды и полная энергия. В результате получим фазовый портрет системы в виде траектории, которая состоит из цикла, повторяющего себя бесконечное число раз. Ясно, что пульсирующий солитон представляет предельный цикл в бесконечномерном фазовом пространстве.

Комплексное уравнение Гинзбурга-Ландау является одним из основных уравнений для исследования поведения амплитудно-модулированных волн [5], их пространственно-временной динамики и спонтанного формирования когерентных структур в различных нелинейных диссипативных системах [6, 7] методами численного моделирования. Уравнение Гинзбурга-Ландау в безразмерной форме можно написать в виде

$$i\psi_z + \frac{D}{2}\psi_{tt} + |\psi|^2\psi + v|\psi|^4\psi = i\delta\psi + i\varepsilon|\psi|^2\psi + i\beta\psi_{tt} + i\mu|\psi|^4\psi, \tag{1}$$

где t – время в движущейся системе координат, ψ – нормированная огибающая поля, D – коэффициент дисперсии групповой скорости, δ – коэффициент разности линейных усилений и потерь. Включение в (1) члена четвёртого порядка превращает уравнение Гинзбурга-Ландау в комплексное уравнение Свифта-Хоенберга, которое, как известно, обладает солитонными решениями

$$i\psi_z + \frac{D}{2}\psi_{tt} + |\psi|^2\psi + v|\psi|^4\psi = i\delta\psi + i\varepsilon|\psi|^2\psi + i\beta\psi_{tt} + i\mu|\psi|^4\psi + iS\psi_{tttt}. \tag{2}$$

В данном сообщении мы ставим задачу изучения поведения локализованных возбуждений и формирования пульсирующих солитонов в физических системах, описываемых уравнением Свифта-Хоенберга, методами численного моделирования.

Как указывалась выше, солитоны принадлежат к классу локализованных решений. Уравнение (2) также имеет ряд локализованных решений. Для решения задачи Коши в качестве начальных условий мы используем следующую функцию как решение уравнения Свифта-Хоенберга

$$\psi(x,t) = A \operatorname{sech} \left(\frac{x-x_0}{\omega} \right) e^{i[b(x-x_0)+c(x-x_0)^2]}, \tag{3}$$

где $A(t)$ – амплитуда, $w(t)$ – ширина, $x_0(t)$ – положение пульса, $b(t)$ – скорость солитона.

Для численного решения уравнения Свифта-Хоенберга написана явная разностная схема.

$$\begin{aligned} & i \frac{\psi_i^{j+1} - \psi_i^{j-1}}{2\tau} + \frac{D}{2} \frac{\psi_{i+1}^j - 2\psi_i^j + \psi_{i-1}^j}{h^2} + |\psi_i^j|^2 \psi_i^j = -v |\psi_i^j|^4 \psi_i^j + \\ & + i\delta\psi_i^j + i\varepsilon |\psi_i^j|^2 \psi_i^j + i\beta \frac{\psi_{i+1}^j - 2\psi_i^j + \psi_{i-1}^j}{h^2} + i\mu |\psi_i^j|^4 \psi_i^j + \\ & + iS \frac{\psi_{i+1}^j - 4\psi_{i+1/2}^j + 6\psi_i^j - 4\psi_{i-1/2}^j + \psi_{i-1}^j}{h^4}. \end{aligned} \tag{4}$$

Здесь τ и h – шаги по времени и координате, соответственно. Численное моделирование велось на отрезке $x \in [-24, 24]$ с шагом по координате $h=0.04$ на промежутках времен $T \in [0, 18]$ с шагом по времени $\tau=0.0004$.

Полученное численное решение уравнения Свифта-Хоенберга в виде простого пульсирующего солитона показано на рис. 1.

Параметры $D = 1$, $\varepsilon = 0.1$, $\delta = -0.1$, $\beta = 0.08$, $\mu = 0.001$, $\nu = 0.001$, $S = 0.0009$.

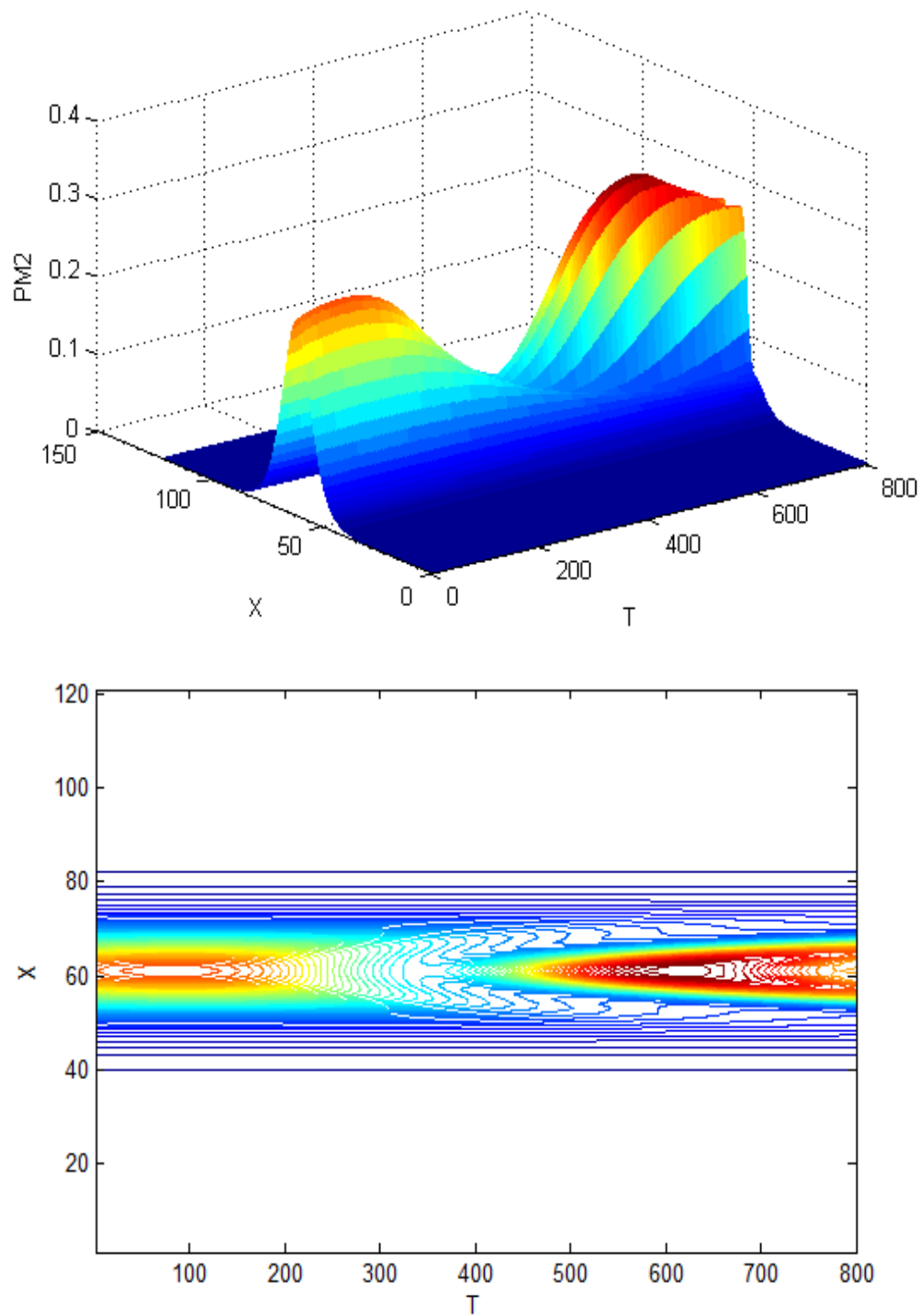


Рис.1. График эволюции плотности числа частиц пульсирующего солитона.

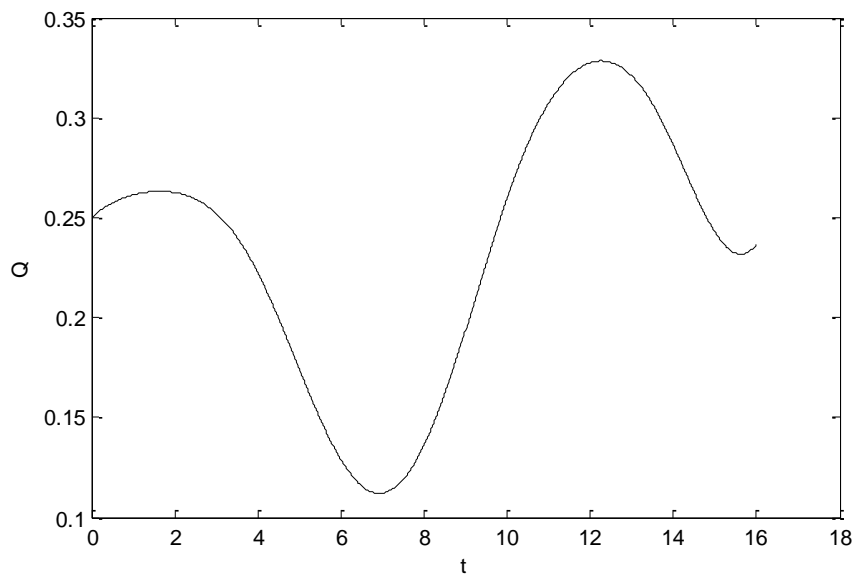


Рис.2. График зависимости интеграла числа частиц от времени пульсирующего солитона.

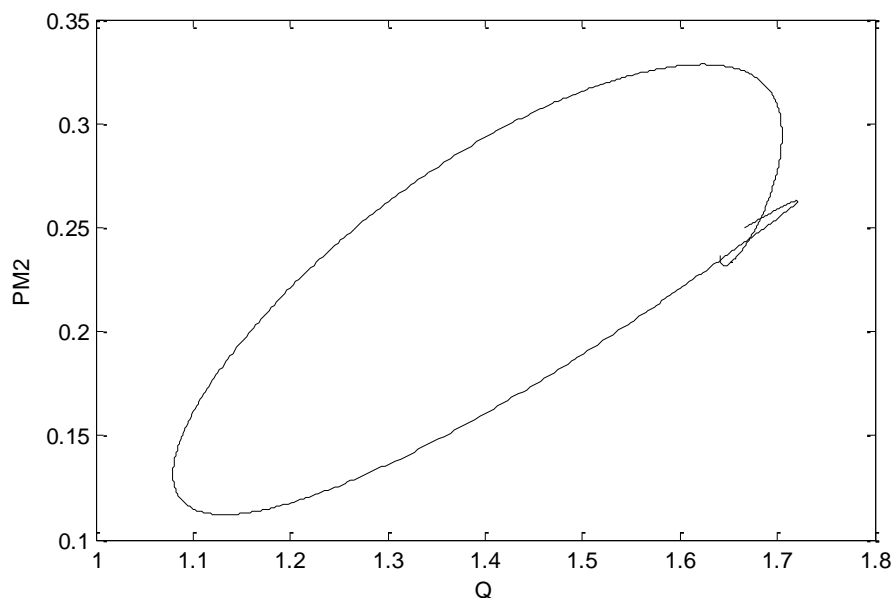


Рис.3. Фазовый портрет солитона.

Фазовый портрет сформированного солитона (рис. 3) показывает, что при выбранных значениях параметров формируется пульсирующий солитон с одним предельным циклом и, соответственно, с одной пульсацией. Изменение параметров затухания и подкачки приводит к серии бифуркаций удвоения периода пульсирующего солитона и формированию хаотического солитона.

Поступило 21.10.2015 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Maruno K., Ankiewicz A., Akhmediev N. – Physica, 2003, D.176, pp. 44-66
2. Soto J.M., Crespo, Akhmediev N. - Phys. Rev., 2002, E.66, 066610
3. Soto J. M., Grespo, Akhmediev N., Chiang K. - Phus. Lett., 2001, A291, pp.115-123.

4. Feigenbaum M. J. Quantitative Universality for a Class of Non-Linear Transformations. - J. Stat. Phys., 1978, 19, pp.25-52.
5. Tsoy E.N., Akhmediev N. Bifurcations from stationary to pulsating solitons in the cubic-quintic complex Ginzburg-Landau equation - arXiv:nlin/0602030v1 [nlin.PS] 14 Feb 2006.
6. Brusch L., Torcini A., van Hecke M., Zimmermann M.G. Modulated amplitude waves and defect formation in the one-dimensional complex Ginzburg-Landau equation - Physica D., 2001, 160, pp.127-148.
7. Zakrzewski W.J. Nontopological structures in the baby-Skyrme model - arXiv:hep-th/9710012, v1, Oct 1997.

Х.Х.Муминов, Ш.Ф.Мухамедова

СОЛИТОНҲОИ ДИССИПАТИВИИ МУОДИЛАИ СВИФТ-ХОҲЕНБЕРГ

Институти физикаю техникаи ба номи С.У.Умарови

Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон

Моделсозии адабии рафторӣ объектҳои ғайрихаттии локализатсияшудаи солитонмонанди муодилаи комплекси Свифт ХоҲенберг дар мавҷудияти диссипатсия ва дамкунии беруна гузаронида шудааст. Ташкилҳои солитони набзкунанда бо як набз мушоҳида карда шудааст.

Калимаҳои калидӣ: *солитонҳои диссипативӣ, солитонҳои набзкунанда, диссипатсия, дамкунӣ.*

Kh.Kh.Muminov, Sh.F.Muhamedova

DISIPATIVE SOLITONS OF SWIFT-HOHENBERG EQUATION

S.U.Umarov Physical-Technical Institute, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan

Numerical simulation of the behavior of nonlinear localized soliton-like objects of complex Swift-Hohenberg equation under the presence of dissipation and external pumping has been conducted. Formation of pulsing soliton with one pulsation has been established.

Key words: *dissipative solitons, pulsing solitons, dissipation, pumping.*