ДОКЛАДЫ АКАДЕМИИ НАУК РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН
2014, том 57, №6

МАТЕМАТИКА

УДК 517.968.220

Л.Н.Раджабова, академик АН Республики Таджикистан Н.Раджабов*

К ТЕОРИИ ОДНОГО КЛАССА ДВУМЕРНОГО СЛАБО-СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТИПА ВОЛЬТЕРРА НА ПЕРВОМ КВАДРАНТЕ

Таджикский технический университет им. академика М.С.Осими,
****Таджикский национальный университет***

Приведено решение двумерного интегрального уравнения типа Вольтерра с граничным слабо-сингулярным ядром на первом квадранте.В случае, когда функции, присутствующие в ядрах связаны между собой определенным образом, решение интегрального уравнения находится в явном виде. Решение интегрального уравнения выражается через резольвенту интегрального уравнения со слабой особенностью, когда функции, присутствующие в ядрах не связаны между собой.

Ключевые слова: *двумерные интегральные уравнения типа Вольтерра – слабая сингулярность – собственные значения – собственные функции.*

Через D^+ обозначим область $D^+=\{(x,\ y)\colon 0\le a<x<\infty,\ 0\le b<y<\infty\}$. Соответственно обозначим $\Gamma_1=\{0\le a<x<\infty,\ y=b\}$, $\Gamma_2=\{x=a,\, 0\le b<y<\infty\}$. В частности, при $a=0,\, b=0$ область D^+ совпадает с первым квадрантом. В области D^+ рассмотрим интегральное уравнение:

$$\varphi(x,y)+\int\limits_x^\infty \frac{A(t)\varphi(t,y)}{(t-a)^\alpha}dt+\int\limits_y^\infty \frac{B(s)\varphi(x,s)}{(s-b)^\beta}ds+\int\limits_x^\infty \frac{dt}{(t-a)^\alpha}\int\limits_y^\infty \frac{C(t,s)\varphi(t,s)}{(s-b)^\beta}ds=f(x,y), \quad (1)$$

где $A(x),\ B(y),\ C(x,y), f(x,y)$ – заданные функции соответственно на $\Gamma_1, \Gamma_2, \overline{D^+}$, $\varphi(x,y)$ – искомая функция, $0<\alpha=const<1$, $0<\beta=const<1$.

Интегральное уравнение (1) будем исследовать при предположении, что $A(a)\ne 0,\ B(b)\ne 0, C(a,\, b)\ne 0.$

Решение интегрального уравнения (1) будем искать в классе функций $\varphi(x,y)\in C\left(\overline{D^+}\right)$, $\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\ y\to\infty}}\varphi(x,\ y)=0$ с асимптотическим поведением

$$\varphi(x,y)=0\left[x^{-\gamma_1}y^{-\gamma_2}\right],\ \gamma_1>1-\alpha, \gamma_2>1-\beta \text{ при } x\to\infty,\ y\to\infty. \quad (2)$$

Адрес для корреспонденции: *Раджабова Лутфия Нусратовна.734025,Республика Таджикистан , г.Душанбе, пр.акад. Раджабовых, 10, Таджикский технический университет. E-mail: lutfya62@mail.ru*

Как в [1], сначала находим решение интегрального уравнения (1) при $C(x, y) = -A(x)B(y)$. В этом случае уравнение (1) представим в виде

$$T_b^y T_A^x \varphi = f(x,y) \ , \tag{3}$$

где $T_A^x \varphi = \varphi(x,y) + \int\limits_x^\infty \frac{A(t)\,\varphi(t,y)}{(t-a)^\alpha}\,dt$, $T_b^y \psi = \psi(x,y) + \int\limits_y^\infty \frac{B(s)\,\psi(x,s)}{(s-b)^\beta}\,ds$.

В интегральном уравнении (3), вводя обозначение

$$T_A^x \varphi = \psi(x,y) \ , \tag{4}$$

приходим к решению интегрального уравнения

$$T_b^y \psi = f(x,y) \ . \tag{5}$$

Следовательно, задача о нахождении решения интегрального уравнения (1) свелась к решению расщеплённой системы одномерных интегральных уравнений по переменной x - (4) и по переменной y - (5). Теория одномерных интегральных уравнений вида (3), (4), (5) для конечной области разработана в [1], [2]. Используя схему нахождения решений из [1], легко можно видеть, что если решение интегрального уравнения (5) при $B(b) > 0$ существует, тогда оно представимо в виде:

$$\begin{aligned} &\psi(x,y) = \exp\left[-B(\infty)\,\omega_b^\beta(y) - w_\beta^b(y)\right]\varphi(x) + f(x,y) - \\ &-\int\limits_y^\infty \exp\left[\,B(\infty)\left(\omega_b^\beta(s) - \omega_b^\beta(y)\right) + w_b^\beta(s) - w_b^\beta(y)\,\right]\frac{B(s)\,f(x,s)}{(s-b)^\beta}\,ds \equiv \\ &\equiv \exp\left[-B(\infty)\,\omega_b^\beta(y) - w_\beta^b(y)\right]\varphi(x) + (T_y)^{-1}\left[\,f(x,y)\,\right], \end{aligned} \tag{6}$$

где $\varphi(x)$ – произвольная функция точек Γ_1,

$$\begin{aligned} (T_y)^{-1}\left[\,f(x,y)\,\right] = f(x,y) - \int\limits_y^\infty \exp\Big[\,B(\infty)\left(\,\omega_b^\beta(s) - \omega_b^\beta(y)\,\right) + \\ + w_b^\beta(s) - w_b^\beta(y)\,\Big]\frac{B(s)\,f(x,s)}{(s-b)^\beta}\,ds, \end{aligned}$$

$$\omega_b^\beta(y) = \left[(\beta-1)(y-b)^{\beta-1}\right]^{-1}, \quad w_b^\beta(y) = \int\limits_y^\infty \frac{B(s)-B(\infty)}{(s-b)^\beta}\,ds \ .$$

Интеграл в правой части равенства (6) сходится, если $f(x,y) \in C\left(\overline{D^+}\right)$, $\lim\limits_{y\to\infty} f(x,y) = 0$ с асимптотическим поведением

$$f(x,y) = 0\left[\,y^{-\gamma_3}\exp\left(-\omega_b^\beta(y)\right)\right], \ \ \gamma_3 > 1-\beta \ \ \textit{при} \quad y \to \infty \ . \tag{7}$$

Подставляя в правую часть равенства (4) найденное значение функции $\psi(x,y)$, и решая интегральное уравнение (4) согласно [1], получим

$$\varphi(x,y)=\exp\left[-A(\infty)\omega_a^\alpha(x)-w_a^\alpha(x)\right]\psi(y)+(T_x)^{-1}\left[\psi(x,y)\right], \tag{8}$$

где $\psi(y)$ – произвольная функция точек Γ_2,

$$(T_x)^{-1}(\psi)=\psi(x,y)-\int_x^\infty \exp\left[A(\infty)\left(\omega_a^\alpha(t)-\omega_a^\alpha(x)\right)+\right.$$

$$\left.+w_a^\alpha(t)-w_a^\alpha(x)\right]\frac{A(t)\,\psi(t,y)}{(t-a)^\alpha}dt,$$

$$\omega_a^\alpha(x)=\left[(\alpha-1)(x-a)^{\alpha-1}\right]^{-1},\quad w_a^\alpha(x)=\int_x^\infty\frac{A(t)-A(\infty)}{(t-a)^\alpha}dt.$$

Интеграл в правой части (8) сходится, если $f(x,y)\in C\left(\overline{D^+}\right)$, $\lim\limits_{y\to\infty}f(x,y)=0$ с асимптотическим поведением :

$$f(x,y)=0\left[x^{-\gamma_4}\exp\left(-A(\infty)\omega_a^\alpha(x)\right)\right],\ \gamma_4>1-\alpha\quad при\quad x\to\infty. \tag{9}$$

В равенстве (8) вместо функции $\psi(x,y)$, подставляя её значение из (6), получим

$$\begin{aligned}\varphi(x,y)&=\exp\left[-A(\infty)\omega_a^\alpha(x)-w_a^\alpha(x)\right]\psi(y)+\\&+\exp\left[-B(\infty)\omega_b^\beta(y)-w_\beta^b(y)\right](T_x)^{-1}\varphi(x)+(T_x)^{-1}(T_y)^{-1}\left[f(x,y)\right].\end{aligned} \tag{10}$$

Интеграл в правой части (10) сходится, если $\varphi(x)\in C\left(\overline{\Gamma_1}\right)$, $\varphi(\infty)=0$ с асимптотическим поведением:

$\varphi(x)=0\left[x^{-\gamma_5}\right]$, $\gamma_5>1-\alpha$ *при* $x\to\infty$,

$f(x,y)\in C\left(\overline{D^+}\right)$, $\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\y\to\infty}}f(x,\,y)=0$ с асимптотическим поведением:

$$f(x,y)=0\left[\exp\left[-A(\infty)\,\omega_a^\alpha(x)-B(\infty)\,\omega_b^\beta(y)\right]x^{-\gamma_4}y^{-\gamma_3}\right], \tag{11}$$

$\gamma_3>1-\beta,\ \gamma_4>1-\alpha$ при $x\to\infty,\ y\to\infty$ *и* $x\neq0,\ y\neq0$, а при $y=0,\ x\to\infty$ с асимптотическим поведением (9) , при $x=0,\ y\to\infty$ с асимптотическим поведением (7).

Кроме того, так как мы ищем решение интегрального уравнения (1) в классе $C\left(\overline{D^+}\right)$ с асимптотическим поведением (2), поэтому в равенстве (10) необходимо выполнение условий $\psi(y)\in C\left(\overline{\Gamma_1}\right)$, $\psi(\infty)=0$ с асимптотическим поведением

$$\psi(y)=0\left[\,y^{-\gamma_6}\right],\ \ \gamma_6>1-\alpha\ \ \textit{при}\ \ \ y\to\infty. \qquad (12)$$

Таким образом, доказано следующее утверждение:

Теорема 1. *Пусть в интегральном уравнении (1)* $0<\alpha<1$, $0<\beta<1$, $A(x)\in C\left(\overline{\Gamma_1}\right)$, $A(\infty)>0$ *и в окрестности точек* $x=\infty$ *удовлетворяет условию*

$$A(x)-A(\infty)=0\left[\,x^{-\gamma_7}\right],\ \ \gamma_7>1-\alpha\ \ \textit{при}\ \ x\to\infty\ , \qquad (13)$$

$B(y)\in C\left(\overline{\Gamma_2}\right)$, $B(\infty)>0$ *и в окрестности точек* $y=\infty$ *удовлетворяет условию*

$$B(y)-B(\infty)=0\left[\,y^{-\gamma_8}\right],\ \ \gamma_8>1-\beta\ \ \textit{при}\ \ y\to\infty\ . \qquad (14)$$

Далее, пусть $C(x,\,y)=-A(x)B(y)$ *, функция* $f\left(x,\,y\right)\in C\left(\overline{D^+}\right)$, $f\left(\infty,\,\infty\right)=0$ *с асимптотическим поведением (11). Тогда любое решение уравнения (1) из класса* $C\left(\overline{D^+}\right)$ *представимо в виде (10), где* $\varphi(x)\in C\left(\overline{\Gamma_1}\right)$, $\psi(y)\in C\left(\overline{\Gamma_2}\right)$ *- произвольные функции* точек Γ_1 и Γ_2. *Причём* $\psi(\infty)=0$ *с асимптотическим поведением (12) ,* $\phi(\infty)=0$ *с асимптотическим поведением*

$$\varphi(x)=0\left[\,\exp\left(-A(a)\ \omega_a^{\alpha}(x)\ \right)x^{-\gamma_5}\,\right],\ \ \gamma_5>1-\alpha\ \ \textit{при}\ \ \ x\to\infty. \qquad (15)$$

Замечание 1. Утверждения, подобные теореме 1, получены и в случаях $A(\infty)>0,\ \ B(\infty)<0;\ A(\infty)<0,\ B(\infty)>0$.

При $A(\infty)<0,\ B(\infty)<0$ имеет место утверждение:

Теорема 2. *Пусть в интегральном уравнении (1) функции* $A(x)$, $B(y)$, $C(x,\,y)$ *удовлетворяют условиям теоремы 1, кроме условий* $A(\infty)>0,\ B(\infty)>0$. *Пусть* $A(\infty)<0$, $B(\infty)<0$, *так же* $f\left(x,y\right)\in C\left(\overline{D^+}\right)$, $\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\ y\to\infty}} f\left(x,\,y\right)=0$ *с асимптотическим поведением:*

$$f\left(x,y\right)=0\left[\,x^{-\gamma_4}y^{-\gamma_3}\right]\ ,\ \gamma_3>1-\beta\ ,\ \gamma_4>1-\alpha\ \ \textit{при}\ \ \ x\to\infty,\ y\to\infty\ \ .$$

Тогда однородное интегральное уравнение (1) в классе $C\left(\overline{D^{+}}\right)$ *не имеет решения, кроме нулевого. Неоднородное уравнение (1) в классе* $C\left(\overline{D^{+}}\right)$ *имеет единственное решение, которое выражается формулой*

$$\varphi(x,y)=(T_x)^{-1}(T_y)^{-1}\left[\, f(x,y)\right].$$

В случае, когда $C(x,\,y)\neq -A(x)\,B(y)$, используя способы, разработанные в §2.3 [1], приходим к решению интегрального уравнения:

$$V(x,y)+\int_x^\infty \frac{dt}{(t-a)^\alpha}\int_y^\infty \frac{C_1(t,s)\,V(t,s)}{(s-b)^\beta}ds=E(x,y)\ , \tag{16}$$

где $C_1(x,\,y)=C(x,\,y)+A(x)\,B(y)$,

$$V(x,y)=\varphi(x,y)\,\exp\left[\,A(\infty)\omega_a^\alpha(x)+B(\infty)\omega_b^\beta(y)+w_a^\alpha(x)+w_b^\beta(y)\right],$$

$$\begin{gathered}E(x,y)=\exp\left[\,A(\infty)\omega_a^\alpha(x)+w_a^\alpha(x)\,\right]\varphi(x)-\\ -\int_y^\infty\exp\left[\,B(\infty)\,\omega_b^\beta(s)+w_b^\beta(y)\,\right]\psi(s)ds+\end{gathered} \tag{17}$$

$$+\exp\left[\,A(\infty)\,\omega_a^\alpha(x)+B(\infty)\,\omega_b^\beta(y)+w_a^\alpha(x)+w_b^\beta(y)\,\right]\,f(x,\,y)+$$

$$+\int_x^\infty\exp\left[\,B(\infty)\,\omega_b^\beta(y)+w_b^\beta(y)+A(\infty)\,\omega_a^\alpha(t)+w_a^\alpha(t)\,\right]\frac{A(t)\,f(t,y)}{(t-a)^\alpha}dt+$$

$$+\int_y^\infty exp\left[\,A(\infty)\,\omega_a^\alpha(x)+B(\infty)\,\omega_b^\beta(s)+w_a^\alpha(x)+w_b^\beta(s)\,\right]\frac{B(s)\,f(x,\,s)}{(s-b)^\beta}ds+$$

$$+\int_x^\infty\frac{A(t)\,dt}{(t-a)^\alpha}\int_y^\infty exp\left[\,A(\infty)\,\omega_a^\alpha(t)+B(\infty)\,\omega_b^\beta(s)+w_a^\alpha(t)+w_b^\beta(s)\right]\times$$

$$\times\frac{B(s)\,f(t,\,s)}{(s-b)^\beta}ds\ .$$

Пусть в интегральном уравнении (16) $C_1(x,y)\in C\left(\overline{D^{+}}\right)$, $\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\ y\to\infty}}C_1(x,\,y)=0$ с асимптотическим поведением

$$C_1(x,y)=0\left[\,x^{-\gamma_9}y^{-\gamma_{10}}\right],\quad \gamma_9>1-\alpha,\ \gamma_{10}>1-\beta \ \text{ при } x\to\infty,\ y\to\infty, \tag{18}$$

$E(x,y) \in C\left(\overline{D^+}\right)$, $\lim\limits_{\substack{x\to\infty \\ y\to\infty}} E(x,\ y) = 0$ с асимптотическим поведением

$$E(x,y) = 0\left[\, x^{-\gamma_{11}} y^{-\gamma_{12}} \,\right],\ \gamma_{11} > 1-\alpha\ ,\ \gamma_{12} > 1-\beta \ \text{ при } \ x \to \infty,\ y \to \infty\ .$$

Тогда интегральное уравнение (16) имеет единственное решение, которое выражается формулой

$$V(x,y) = E(x,y) - \int\limits_x^\infty dt \int\limits_y^\infty \Gamma(x,\ y;\ t,\ s)\, E(t,s)\, ds\ , \tag{19}$$

где $\Gamma(x,\ y;\ t,\ s)$ – резольвента интегрального уравнения (16). Функция $E(x,\ y)$ обладает вышеуказанными свойствами, если функции $A(x)$, $B(y)$, $C(x,\ y)$ обладают свойствами, указанными в теореме 1, функция $\varphi(x)$ удовлетворяет условию (15), $\psi(y) \in C\left(\overline{\Gamma_1}\right)$, $\lim\limits_{y\to\infty} \psi(y) = 0$ с асимптотическим поведением

$$\psi(y) = 0\left[\, \exp\left(-B(\infty)\ \omega_b^\beta(y)\right) y^{-\gamma_6} \,\right], \quad \gamma_6 > 1-\beta, \ \text{ при } \ y \to \infty, \tag{20}$$

функция $f(x,y) \in C\left(\overline{D^+}\right)$, $\lim\limits_{\substack{x\to\infty \\ y\to\infty}} f(x,\ y) = 0$ с асимптотическим поведением (11).

В решении (19) вместо функции $V(x,y)$, подставляя её значение, находим функцию $\varphi(x,\ y)$:

$$\varphi(x,y) = \exp\left[-A(\infty)\ \omega_a^\alpha(x) - B(\infty)\ \omega_b^\beta(y) - w_a^\alpha(x) - w_b^\beta(y)\right] \times$$

$$\times \left[E(x,y) - \int\limits_x^\infty dt \int\limits_y^\infty \Gamma(x,\ y;\ t,\ s)\ E(t,s)\, ds \right]. \tag{21}$$

Таким образом, доказана

Теорема 3. *Пусть в интегральном уравнении (1)* $0 < \alpha < 1$, $0 < \beta < 1$, $A(x) \in C\left(\overline{\Gamma_1}\right)$, $B(y) \in C\left(\overline{\Gamma_2}\right)$, $A(\infty) > 0$, $B(\infty) > 0$, $C(x,\ y) \neq -A(x)B(y)$. *Функции* $A(x)$, $B(y)$ *в окрестности точек* $x = \infty$, $y = \infty$ *удовлетворяют условиям (13), (14). Функция* $C_1(x,y) \in C\left(\overline{D^+}\right)$, $\lim\limits_{\substack{x\to\infty \\ y\to\infty}} C_1(x,\ y) = 0$ *с асимптотическим поведением (18). Кроме того, пусть* $f(x,y) \in C\left(\overline{D^+}\right)$, $\lim\limits_{\substack{x\to\infty \\ y\to\infty}} f(x,\ y) = 0$ *с асимптотическим поведением (11). Тогда интегральное уравнение (1) всегда разрешимо и его общее решение из класса* $C\left(\overline{D^+}\right)$ *выражается формулой (21), где* $\Gamma(x,\ y;\ t,\ s)$ *– резольвента интегрального уравнения (16),* $E(x,\ y)$ *выражается формулой (17),*

$\varphi(x),\ \psi(y)$ *– произвольные функции соответственно точек Γ_1 и Γ_2, удовлетворяющие условиям (15), (20).*

Пусть, в частности, в интегральном уравнении (16) $C_1(x,y)=\delta=const\neq 0$. В этом случае уравнение (16) примет вид:

$$V(x,y)+\delta\int_x^\infty\frac{dt}{(t-a)^\alpha}\int_y^\infty\frac{V(t,s)}{(s-b)^\beta}ds=E(x,y). \qquad (22)$$

Непосредственной проверкой легко можно убедиться, что однородное интегральное уравнение (22) имеет бесконечное число линейно-независимых решений вида

$$V_{n,m}(x,y)=e^{-\left[(n+\gamma_1)\omega_a^\alpha(x)+(m+\gamma_2)\omega_b^\beta(y)\right]},\ \ n,\ m=0,1,\ 2,... \qquad (23)$$

при $\delta=\delta_{n,m}=-(n+\gamma_1)(m+\gamma_2)$.

Таким образом, однородное интегральное уравнение (22) имеет бесконечное число собственных чисел $\delta=\delta_{n,m}$ $(n,\ m=0,1,2,3,...)$ и бесконечное число линейно независимых собственных функций вида (23), причём $\lim\limits_{\substack{x\to\infty\\ y\to\infty}}V_{n,m}(x,\ y)=0$.

Теперь предположим, что в (22) функция $E(x,\ y)$ представима в виде

$$E(x,\ y)=\sum_{n,m=0}^{\infty}E_{n,m}e^{\left[-(n+\gamma_1)\omega_a^\alpha(x)-(m+\gamma_2)\omega_b^\beta(y)\right]},\ \ n,\ m=0,1,\ 2,...\,, \qquad (24)$$

где $E_{n,m}$ – известные постоянные, $\gamma_1=const>0,\ \gamma_2=const>0$.

Решение неоднородного уравнения (22) будем искать в виде

$$V(x,\ y)=\sum_{n,m=0}^{\infty}V_{n,m}e^{\left[-(n+\gamma_1)\omega_a^\alpha(x)-(m+\gamma_2)\omega_b^\beta(y)\right]},\ \ n,\ m=0,1,\ 2,...\,, \qquad (25)$$

где $V_{n,m}$ – неизвестные постоянные.

Подставляя в (22) значения $E(x,\ y)$ и $V(x,\ y)$ соответственно из (24) и (25), и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях $\exp\left[-(n+\gamma_1)\omega_a^\alpha(x)-(m+\gamma_2)\omega_b^\beta(y)\right]$ при $n,\ m=0,1,\ 2,...$, для нахождения $V_{n,m}$ получим следующую систему уравнений

$$V_{n,m}\left[1+\frac{\delta}{(n+\gamma_1)(m+\gamma_2)}\right]=E_{n,m}.$$

Отсюда получим

$$V_{n,m}=\left[\frac{(n+\gamma_1)(m+\gamma_2)}{\delta+(n+\gamma_1)(m+\gamma_2)}\right]E_{n,m},\ n,\ m=0,1,\ 2,... \qquad (26)$$

Следовательно, при $\delta\neq-(n+\gamma_1)(m+\gamma_2)$ постоянные $V_{n,m}$ находятся через $E_{n,m}$ по формуле (26). Подставляя полученные значения $V_{n,m}$ в равенство (25), находим решение интегрального уравнения (22) в виде:

$$V(x,y)=\sum_{n,m=0}^{\infty}\frac{(n+\gamma_1)(m+\gamma_2)}{\delta+(n+\gamma_1)(m+\gamma_2)}\exp\left[-(n+\gamma_1)\omega_a^{\alpha}(x)-(m+\gamma_2)\omega_b^{\beta}(y)\right]. \qquad (27)$$

Причём легко можно видеть, что если ряд (24) сходится абсолютно и равномерно, тогда ряд вида (27) также сходится абсолютно и равномерно.

Теорема 4. *Интегральное уравнение (22) имеет бесконечное число собственных значений вида* $\delta=-(n+\gamma_1)(m+\gamma_2)$ $n,\ m=0,1,\ 2,...$ *и бесконечное число собственных функций вида (23), соответствующих собственным значениям* $\delta_{n,m}$. *Если правая часть интегрального уравнения (22) представима в виде абсолютно и равномерно сходящегося ряда (24) и* $\delta\neq\delta_{n,m}$, *тогда неоднородное интегральное уравнение (22) в классе функций, представимых в виде (25), имеет единственное решение, которое выражается формулой (27).*

Поступило 22.04.2014 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Раджабов Н., Раджабова Л. Введение в теорию многомерных интегральных уравнений типа Вольтерра с фиксированными сингулярными и сверхсингулярными ядрами и их приложения. -LAP LAMBERT Academic Publishing, Leipzig, Germany, 2012, 502 p.
2. Rajabov N. Volterra Type Integral Equation with boundary and interior fixed singularity and their application. – LAP LAMBERT Academic Publishing, Leipzig, Germany, 2011, 282 p.

Л.Н.Раҷабова, Н.Раҷабов*

ОИД БА НАЗАРИЯИ ЯК СИНФИ МУОДИЛАИ ДУЧЕНАКАИ НАМУДИ ВОЛТЕРРА БО ДУ ХАТИ МАХСУСИЯТИ СУСТ ДОШТА ДАР КВАДРАНТИ ЯКӮМ

Донишгоҳи техникии Тоҷикистон ба номи М.С.Осимӣ,
****Донишгоҳи миллии Тоҷикистон***

Дар мақола ҳалли муодилаҳои дученакаи намуди Волтерра бо ду хатти сарҳадии махсусияти суст дошта дар квадранти якӯм оварда шудааст. Дар ҳолати алоқаманд будани функсияҳои дар ядро ҷойгирифта, ҳалли ошкори муодилаҳои интегралӣ ёфта шуда, дар ҳолати алоқаманд набудани ин функсияҳо, ҳал ба воситаи резолвентаи муодилаи дученакаи интегралии махсусияти суст дошта ифода мешавад.

Калимаҳои калидӣ: *муодилаҳои дученакаи намуди Волтерра – махсусияти суст – қиматҳои хос – функсияҳои хос.*

L.Rajabova, N.Rajabov[*]

TO THEORY ONE CLASS OF TWO-DIMENSIONAL VOLTERRA TYPE INTEGRAL EQUATION WITH WEAKLY SINGULARITY IN FIRST QUADRANT

Tajik Technical University by named of M.Osimi,

[*]Tajik National University

In this work we found the solution of two-dimensional integral equation of Volterra type with boundary weakly singularity boundary. In the case, when the functions that are present in the kernel, connected between himself certain form, we obtained explicitly solution the integral equation , when the functions present in the kernel are not connected between, we obtained the solution by resolvent integral equation with a weak singularity, in the first quadrant.

Key words: *two-dimensional integral equation of Volterra type – weakly singularity – own signs – own functions.*