

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

- Дж.Ш.Рахматов. Нечеткое интегро-дифференциальное уравнение типа Урысона.....491
- М.Ш.Шабозов, Х.М.Хуромонов. Точные неравенства типа Джексона-Стечкина для одной характеристики гладкости в пространстве Бергмана и поперечники классов функций501
- М.Ш.Шабозов, Д.А.Кодиров. Верхние грани наилучших приближений некоторых классов векторов суммами Фурье по ортонормированной системе векторов в гильбертовом пространстве508
- Д.С.Сафаров, С.К.Миратов. О решение одного класса дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными отклонениями аргумента.....516
- С.А.Исхоков, А.Е.Куджмуродов, М.Султонзода. Вариационная задача Дирихле для вырождающихся эллиптических операторов во всем пространстве524
- Э.Д.Бобоев. О краевых задачах для одного класса эллиптических систем дифференциальных уравнений с разрывными коэффициентами на плоскости530

ФИЗИКА

- Б.И.Махсудов, И.Х.Файзуллоев, М.Х.Эгамов. Температурная зависимость оптических свойств в композитах на основе полимер-нематического жидкого кристалла при одноосной деформации.....536

НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- Р.Дж.Акрамзода, А.С.Курбонов, М.М.Тагоев, У.М.Мирсаидов. Экстракция борной кислоты из рассола озера Сасык-Куль Таджикистана изобутиловым спиртом и трибутилфосфатом542
- И.А.Маджидов. Биологически активный метионин, его протолитические свойства.....547

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- М.Д.Исобаев, Э.Х.Пулатов, Б.Г.Мавлонов. Бром- и аминопроизводные тиазолидин-2-тиона.....557

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- Т.М.Умарова, С.С.Холова. Анодное поведение сплавов системы Al-Ti с металлами группы лантаноидов в среде электролита NaCl.....564
- Н.А.Наимов. Технология получения коагулянтов из каолиновых глин месторождения «Зидди» способом сульфатизации571
- И.Н.Ганиев, Ш.Г.Раджабова, Ф.А.Рахимов, З.Р.Обидов. Анодное поведение сплава Zn55Al, легированного молибденом, в кислой среде.....579

МЕТАЛЛУРГИЯ

Х.Ш.Рахимов, А.А.Кадиров, А.Б.Бадалов. Хлорирующий обжиг механоактивированных сульфидных концентратов сурьмы хлоридом натрия.....583

ГЕОЛОГИЯ

Ф.А.Файзиев. Геотектонический и структурный факторы размещения серебряных и серебросодержащих месторождений Северного и Центрального Таджикистана.....588

ОРНИТОЛОГИЯ

А.Г.Абдулназаров. Качественная и количественная характеристика фауны птиц Памирского ботанического сада.....595

CONTENTS

MATHEMATICS

- J.Sh.Rahmatov.** Fuzzy integro-differential equation of Uryson type491
- M.Sh.Shabozov, Kh.M.Khuromonov.** Exact type of inequality of the Jackson-Stechkin for one characteristic of smoothness in the Bergman space and the width of classes of functions501
- M.Sh.Shabozov, D.A.Qodirov.** The upper boundaries of the best approximations of certain classes of vectors by Fourier sums in the orthonormal system of vectors in the hilbert space508
- D.S.Safarov, S.K.Miratov.** On solution of one class of second-order differential equations with constant deviations of the argument516
- S.A.Iskhokov, A.Y.Kudzhmurodov, M.Sultonzoda.** Variational Dirichlet problem for degenerate elliptic operators in the hole space524
- E.D.Boboev.** A boundary value problems for elliptic systems of equations in the plane530

PHYSICS

- B.I.Makhsudov, I.Kh.Fayzulloev, M.Kh.Egamov.** Temperature dependence of optical properties in composites based on polymer-nematic liquid crystal under uniaxial deformation536

INORGANIC CHEMISTRY

- R.J.Akramzoda, A.S.Kurbonov, M.M.Tagoev, U.M.Mirsaidov.** Boric acid extraction from the brine of lake Sasyk-Kul Tajikistan with isobutyl alcohol and tributylphosphate542
- I.A.Madzhidov.** Biologically active methionin, its protolytic properties547

ORGANIC CHEMISTRY

- M.D.Isobaev, E.Kh.Pulatov, B.G.Mavlonov.** Bromine and amino derivatives of thiazolidine-2-thione557

PHYSICAL CHEMISTRY

- T.M.Umarova, S.S.Holova.** Anodic behavior of Al-Ti alloys with metals of lanthanide groups in the medium of NaCl electrolyte564
- N.A.Naimov.** Technology of obtaining coagulants from kaolin clays of the Ziddi deposit by the method of sulphatization571
- I.N.Ganiev, Sh.G.Rajabova, F.A.Rahimov, Z.R.Obidov.** Anode behaviour of Zn55Al alloy, doped with molybdenum, in the sour environment579

METALLURGY

- Kh.Sh.Rakhimov, A.A.Kodirov, A.B.Badalov.** Chlorinating roasting of mechanically activated antimony sulfide concentrates with sodium chloride583

GEOLOGY

F.A.Fayziev. Geotectonic and structural factors of the location of silver and silver-bearing deposits in Northern and Central Tajikistan588

ORNITHOLOGY

A.G.Abdulnazarov. Qualitative and quantitative characteristics of the bird fauna of the Pamir Botanical Garden595

УДК 515.5

Дж.Ш.Рахматов

НЕЧЁТКОЕ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ТИПА УРЫСОНА

Центр инновационного развития науки и новых технологий НАН Таджикистана

(Представлено академиком НАН Таджикистана М.Илоловым 16.09.2021 г.)

Задачи наблюдения в динамических системах управления с неполной информацией и неопределёнными параметрами описываются нечёткими интегро-дифференциальными уравнениями и системами таких уравнений. В этой связи актуальным является анализ разрешимости и исследование качественных свойств решений нечетких уравнений. В настоящей работе изучается конечномерная система нечетких интегро-дифференциальных уравнений с нелинейным оператором Урысона.

Ключевые слова: нечёткое интегро-дифференциальное уравнение, нелинейный оператор Урысона, принцип расширения Заде.

1. Введение

Задачи наблюдения в динамических системах управления с неполной информацией и неопределёнными параметрами описываются нечеткими интегро-дифференциальными уравнениями и системами таких уравнений [1]. В этой связи актуальным является анализ разрешимости и исследование качественных свойств решений нечетких уравнений. Этому направлению теории дифференциальных, интегро-дифференциальных, функционально-дифференциальных уравнений и ее приложениями в различных задачах техники и естествознания посвящено большое количество опубликованных работ (см., например [2-6]). В частности, в [2] рассматриваются уравнения в пространстве нечетких множеств. В работе [3] доказана теорема существования решений нелинейных интегрально-дифференциальных уравнений Вольтерра-Фредгольма. В [4] рассматриваются интегрально-дифференциальные уравнения Вольтерра в банаховых пространствах на основе теории неподвижных точек для соответствующих нелинейных операторов. В [5] вводятся меры некомпактности Хаусдорфа и Куратовского для анализа свойств уплотняющих операторов и с их помощью установлены теоремы существования решений нечетких абстрактных уравнений. В работе [6] рассматривается нечеткое нелинейное интегро-дифференциальное уравнение в том случае, когда правая часть удовлетворяет условиям типа Каратеодори и некоторым условиям роста в терминах функций от мер некомпактности Хаусдорфа и Куратовского.

В настоящей работе изучается конечномерная система нечетких интегро-дифференциальных уравнений вида

$$\dot{x}(t) = F(t, x(t), (Kx)(t)), x(0) = x_0, t \in I = [0, T], \quad (1.1)$$

Адрес для корреспонденции: Рахматов Джамшед Шавкатович. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 33, Центр инновационного развития науки и новых технологий НАНТ. E-mail: jamesd007@rambler.ru

где $(Kx)(t) = \int_0^t K(t, s, x(s)) ds$ – нелинейный интегральный оператор Урысона.

2. Предварительные сведения

В этом пункте приводим основные предположения и предварительные результаты, нужные нам в дальнейшем.

Пусть \mathbb{R}^n – n -мерное векторное пространство с нормой $|\cdot|$.

Введем в рассмотрение пространство \mathbb{E}^n отображений $u: \mathbb{R}^n \rightarrow [0, 1]$, удовлетворяющих следующим условиям:

- 1) u – является нормальным, то есть существует вектор $x_0 \in \mathbb{R}^n$ такой, что $u(x_0) = 1$;
- 2) u – нечеткое выпуклое отображение, то есть

$$u(\lambda x + (1 - \lambda)y) \geq \min\{u(x), u(y)\}$$

всякий раз, когда $x, y \in \mathbb{R}^n$ и $\lambda \in [0, 1]$;

- 3) u – является полунепрерывным сверху отображением, то есть для любого $x_0 \in \mathbb{R}^n$ и $\varepsilon > 0$ существует $\delta(x_0, \varepsilon) > 0$ такой, что $u(x) < u(x_0) + \varepsilon$ всякий раз, когда $|x - x_0| < \delta$ и $x \in \mathbb{R}^n$;
- 4) замыкание множества $\{x \in \mathbb{R}^n, u(x) > 0\}$ компактное.

Множество $[u]^\alpha = \{x \in \mathbb{R}^n : u(x) \geq \alpha\}$ называют множеством α -уровня для отображения u .

Из 1) - 4) следует, что множества α -уровня являются выпуклыми компактными подмножествами \mathbb{R}^n для всех $\alpha \in [0, 1]$.

Нулевым элементом пространства \mathbb{E}^n называется

$$\tilde{0}(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \neq 0 \\ 1, & \text{если } x = 0. \end{cases}$$

Легко проверить, что \mathbb{E}^n является полулинейным полным метрическим пространством с метрикой

$$D(u, v) = \sup_{\alpha \in [0, 1]} D_H([u]^\alpha, [v]^\alpha),$$

где

$$D_H(A, B) = \max \left\{ \max_{a \in A} \min_{b \in B} |a - b|, \max_{b \in B} \min_{a \in A} |a - b| \right\}$$

является расстоянием Хаусдорфа между выпуклыми компактными подмножествами \mathbb{R}^n . Из теоремы 2.1 работы [2] следует, что \mathbb{E} может быть вложено как замкнутый выпуклый конус в банахово пространство X . Отображение вложения $J : \mathbb{E}^n \rightarrow X$ является изометрическим изоморфизмом.

Функция $g : I \rightarrow \mathbb{E}^n$ называется простой, если существует конечное число попарно непересекающихся измеримых подмножеств I_1, \dots, I_n множества $I \left(I = \bigcup_{k=1}^n I_k \right)$ таких, что $g(\cdot)$ является постоянной на каждом I_k .

Отображение $f : I \rightarrow \mathbb{E}^n$ называется сильно измеримым, если существует последовательность $\{f_m\}_{m=1}^\infty$ простых функций $f_m : I \rightarrow \mathbb{E}^n$ таких, что $\lim D(f_m(t), f(t)) = 0$ для почти везде $t \in I$.

Следуя работе [7], определим интеграл от нечетких функций по уровням, то есть существует $g(t) \in \mathbb{E}^n$ такая, что

$$[g]^\alpha(t) = \int_0^t [f]^\alpha(s) ds.$$

Далее, если $g(\cdot) : I \rightarrow \mathbb{E}^n$ сильно измерима и интегрируема, то $j(g)(\cdot)$ является сильно измеримой и интегрируемой в смысле Бохнера и

$$J \left(\int_0^t g(s) ds \right) = \int_0^t J(g)(s) ds \text{ для всех } t \in I. \tag{2.1}$$

Напомним некоторые свойства интегрируемых нечетких многозначных отображений, установленных в [4].

Теорема 1. Пусть $G, K : I \rightarrow \mathbb{E}^n$ интегрируемые отображения и пусть $\lambda \in \mathbb{R}$. Имеют место следующие соотношения:

- i. $\int_0^T (G(t) + K(t)) dt = \int_0^T G(t) dt + \int_0^T K(t) dt ;$
- ii. $\int_0^T \lambda G(t) dt = \lambda \int_0^T G(t) dt ;$
- iii. $D(G, K)$ интегрируемая функция;
- iv. $D \left(\int_0^T G(t) dt, \int_0^T K(t) dt \right) = \int_0^T D(G(t), K(t)) dt .$

Отображение $F : I \rightarrow \mathbb{E}^n$ называется дифференцируемым при $t \in I$ если существует $F(t) \in \mathbb{E}^n$ такое, что пределы

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{F(t+h) - F(t)}{h} \text{ и } \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{F(t) - F(t-h)}{h}$$

существуют и равны $\dot{F}(t)$. В конечной точке интервала I рассматривается лишь односторонняя производная.

Пусть Y – полное метрическое пространство с метрикой $\rho_Y(\cdot, \cdot)$. Мера некомпактности Хаусдорфа $\beta: Y \rightarrow \mathbb{R}$ для ограниченных подмножеств A пространства Y определяется равенством

$$\beta(A) = \inf \{d > 0 : A \text{ может быть покрыто конечным количеством шаров радиуса } \leq d\}.$$

Мера некомпактности Куратовского $\rho: Y \rightarrow \mathbb{R}$ для ограниченных подмножеств A пространства Y определяется другим равенством

$$\rho(A) = \inf \{d > 0 : A \text{ может быть покрыто конечным количеством множеств диаметра } \leq d\}.$$

Для любого ограниченного множества A введем обозначение

$$diam(A) = \sup_{a, b \in A} \rho_Y(a, b).$$

Хорошо известно, что

$$\rho(A) \leq \beta(A) \leq 2\rho(A). \tag{2.2}$$

По поводу доказательства неравенства 2.2 (см. например [4]).

Введем общее обозначение $\gamma(t)$ для $\beta(t)$ и $\rho(t)$ и перечислим свойства функции $\gamma(t)$:

- i. $\gamma(A) = 0$ тогда и только тогда, когда A является предкомпактным, то есть замыкание \bar{A} является компактным;
- ii. $\gamma(A+B) = \gamma(A) + \gamma(B)$ и $\gamma(\overline{c_0 A}) = \gamma(A)$;
- iii. если $A \subset B$ то $\gamma(A) \leq \gamma(B)$;
- iv. $\gamma(A \cup B) = \max(\gamma(A), \gamma(B))$;
- v. γ является непрерывной относительно расстояния Хаусдорфа.

Следующая теорема доказана в [8].

Теорема 2. Пусть X – сепарабельное банахово пространство и пусть $\{g_n\}_{n=1}^\infty$ – интегрально ограниченная последовательность измеримых функций из I в X . Тогда отображение

$$t \rightarrow \beta\{g_n(t), n \geq 1\}$$

измеримо и

$$\beta \left(\int_t^{t+h} \left\{ \bigcup_{i=1}^{\infty} g_i(s) \right\} ds \right) \leq \int_t^{t+h} \left\{ \bigcup_{i=1}^{\infty} g_i(s) \right\} ds, \tag{2.3}$$

где $t, t+h \in I$.

Отметим, что отображение $t \rightarrow \left\{ \bigcup_{i=1}^{\infty} g_i(t) \right\}$ является множественнозначным. По-другому, такие отображения называются мультифункциями. Интеграл в (2.3) определен в смысле Аумана в виде объединения значений всех интегралов от сильно измеримых функций.

Замечание 1. Поскольку отображение вложения $J : \mathbb{E}^n \rightarrow X$ изометрическое и изоморфное, то оно сохраняет диаметр любого замкнутого подмножества, то есть $\rho(A) = \rho(J(A))$ для замкнутого и ограниченного множества $A \in \mathbb{R}^n$.

Теорема 3. Пусть $\{f_n(\cdot)\}_{n=1}^{\infty}$ – интегрально ограниченная последовательность сильно измеримых нечетких функций, определенных на I со значениями в \mathbb{E}^n . Тогда функция $t \rightarrow \rho(\{f_m(t), m \geq 1\})$ является измеримой и

$$\rho \left(\int_a^b \bigcup_{m=1}^{\infty} f_m(s) ds \right) \leq 2 \int_a^b \rho \left(\bigcup_{m=1}^{\infty} f_m(s) \right) ds. \tag{2.4}$$

Доказательство. Поскольку f_m сильно измерима, то имеется $J(f_m)(\cdot)$ также сильно измеримая и, следовательно, почти везде сепарабельнозначная. Таким образом, существует сепарабельное банахово пространство $Y \subset X$ такое, что

$$J(f_m)(I \setminus N) \subset Y,$$

где $N \subset I$ – множество меры нуль.

Далее без потери общности, из теоремы 2 и замечания 1 имеем

$$\begin{aligned} \rho \left(\int_a^b \left(\bigcup_{m=1}^{\infty} f_m(s) \right) ds \right) &= \rho \left(\int_a^b \left(\bigcup_{m=1}^{\infty} J(f_m(s)) \right) ds \right) \leq \\ &\leq \beta \left(\int_a^b \left(\bigcup_{m=1}^{\infty} J(f_m(s)) \right) ds \right) = \int_a^b \beta \left(\bigcup_{m=1}^{\infty} J(f_m(s)) \right) ds < \\ &< 2 \int_a^b \rho \left(\bigcup_{m=1}^{\infty} J(f_m(s)) \right) ds = 2 \int_a^b \rho \left(\bigcup_{m=1}^{\infty} f_m(s) \right) ds. \end{aligned}$$

Итак, мы получили (2.4).

Замечание 2. Очевидно, что можно поменять местами $\rho(\cdot)$ и $\beta(\cdot)$ в (2.4). Возникает вопрос о том, что можно ли заменить 2 в правой части (2.4) на меньшую константу, используя специфику пространства нечетких множеств.

3. Основной результат

Вернемся теперь к системе уравнений вида

$$\dot{x}(t) = F(t, x(t), (Kx)(t)), \quad x(0) = x_0, \quad t \in [0, T], \tag{3.1}$$

где

$$(Kx)(t) = \int_0^t K(t, s, x(s)) ds.$$

Мы докажем существование решения для (3.1).

Пусть выполняются следующие условия:

(A1) $F : I \times \mathbb{E}^n \times \mathbb{E}^n \rightarrow \mathbb{E}^n$ такое, что

- 1) $t \rightarrow F(t, x, y)$ – сильно измеримое отображение для всех $x, y \in \mathbb{E}^n$;
- 2) $(x, y) \rightarrow F(t, x, y)$ – непрерывное отображение для почти всех $t \in I$.

Далее предположим, что существуют функции

$$a(\cdot), b(\cdot) \in L^1(I, \mathbb{R}_+)$$

такие, что

$$(A2) \rho(F(t, A, B)) \leq \lambda(t)(\rho(A) + \rho(B))$$

для всех непустых ограниченных подмножеств $A, B \in \mathbb{E}^n$ и $\lambda(\cdot) \in L^1(I, \mathbb{R}_+)$, ρ – мера некомпактности Куратовского;

$$(A3) D(F(t, x, y), \hat{\delta}) \leq a(t) + b(t)[D(x, \hat{\delta}) + D(y, \hat{\delta})];$$

(A4) Оператор

$$(Ax)(t) = \int_0^t K(t, s, x(s)) ds$$

действует из I в $L^1(I, \mathbb{R}^n)$ и вполне непрерывен.

Теорема 4. Если (A1)-(A4) имеет место, то задача (3.1) имеет, по крайней мере, одно решение на $[0, T]$.

Доказательство. Сначала докажем, что решение (3.1) ограничено. В самом деле, имеем

$$D(x(t), \hat{\delta}) = D(x_0, \hat{\delta}) + D\left(\int_0^t F(s, x(s), (Kx)(s)) ds, \hat{\delta}\right) \leq$$

$$\begin{aligned} &\leq D(x_0, \hat{\delta}) + \int_0^t D(F(s, x(s), (Kx)(s)), \hat{\delta}) ds \leq \\ &\leq D(x_0, \hat{\delta}) + \int_0^t \left(a(s) + b(s) \left[D(x(s), \hat{\delta}) + D\left(\int_0^t K(s, \tau, x(\tau)) d\tau, \hat{\delta}\right) \right] \right) ds \leq \\ &\leq D(x_0, \hat{\delta}) + \int_0^t \left(a(s) + b(s) D(x(s), \hat{\delta}) + Mb(s) \int_0^t d(x(\tau), 0) \right) ds, \end{aligned}$$

где $M = \max_{t, s \in I, -\infty < x < \infty} |K_0(s, t, x)|$, где функция $K_0(s, t, x)$ непрерывно определена на $I \times I \times (-\infty, \infty)$ и равна $K(s, t, x)$ на $I \times I \times (-a, a)$ и равной нулю при $|x| \geq a$.

Далее обозначим

$$m(t) = D(x(t), \hat{\delta})$$

и получим

$$m(t) = m(0) + \int_0^t \left(a(s) + b(s) + m(s) + Mb(s) \int_0^s m(\tau) d\tau \right) ds.$$

Из неравенства Пачпатти (см., например [9]) следует, что существует число $M_0 > 0$ такое, что

$$m(t) = D(x(t), \hat{\delta}) \leq M_0 \text{ для всех } t \in [0, T].$$

Более того, мы получим, что

$$\begin{aligned} D((Kx)(t), \hat{\delta}) &= D\left(\int_0^t K(t, s, x(s)) ds, \hat{\delta}\right) \leq \int_0^t D(K(t, s, x(s)), \hat{\delta}) ds \leq \\ &\leq M \int_0^t D(x(s), \hat{\delta}) ds \leq M M_0 T = M_1. \end{aligned}$$

Отсюда следует, что

$$D(F(t, x(t), (Kx)(t)), \hat{\delta}) \leq a(t) + M_2 b(t) = M(t),$$

где $M_2 = M_0 + M_1$. Поскольку $a(\cdot), b(\cdot) \in L^1(I, \mathbb{R}_+)$, то получим, что $\mu(\cdot) \in L^1(I, \mathbb{R}_+)$. Пусть

$$c = \int_0^T \mu(s) ds + 1. \text{ Определим}$$

$$\Omega = \left\{ x(\cdot) \in C([0, T], \mathbb{E}^n) : \sup_{t \in [0, T]} D(x(t), x_0) \leq c \right\}. \tag{3.2}$$

Ясно, что Ω замкнутое, ограниченное и выпуклое множество. Далее определим оператор $P : C([0, T], \mathbb{E}^n) \rightarrow C([0, T], \mathbb{E}^n)$ с помощью равенства

$$(Px)(t) = x_0 + \int_0^t F(s, x(s), (Kx)(s)) ds, t \in [0, T].$$

Тогда

$$\begin{aligned} D((Px)(t), x_0) &= D\left(\int_0^t F(s, x(s), (Kx)(s)) ds, \hat{\delta}\right) \leq \\ &\leq \int_0^t D(F(s, x(s), (Kx)(s)), \hat{\delta}) ds \leq \int_0^T \mu(s) ds \leq \varepsilon \end{aligned}$$

для $x \in \Omega$ и $t \in [0, T]$.

Таким образом, $P(\Omega) \subset \Omega$ и $P(\Omega)$ равномерно ограниченны на $[0, T]$.

Далее покажем, что P является непрерывным оператором на Ω . Для этого, предположим, что пусть последовательность $x_n(\cdot) \in \Omega$ сходится к $x(\cdot)$. Тогда

$$\begin{aligned} D((Px_n)(t), (Px)(t)) &= \\ &= D\left(\int_0^t F(s, x_n(s), (Kx_n)(s)) ds, \int_0^t F(s, x(s), (Kx)(s)) ds\right) \leq \\ &\leq \int_0^t D(F(s, x_n(s), (Kx_n)(s)), F(s, x(s), (Kx)(s))) ds. \end{aligned}$$

Кроме того, нам известно, что оператор $(Kx)(t) = \int_0^t K(t, s, x(s)) ds$ является непрерывным.

Тогда из (A1) следует, что

$$D((Px_n)(t), (Px)(t)) \rightarrow 0 \text{ при } n \rightarrow \infty$$

равномерно на $[0, T]$. Итак, P – непрерывный оператор на $[0, T]$.

Далее для меры некомпактности Куратовского получим неравенства

$$\rho(A(t)) \leq R \int_0^t \rho(A(s)) ds, \tag{3.3}$$

где $R = e^{2(2+MT) \int_0^T \lambda(t) dt}$, а $A(t)$ – некоторое множество функций из Ω (3.2). Из (3.3) следует, что

$$\rho(A(t)) = 0$$

и, следовательно, $A(t)$ является предкомпактным множеством для каждого $t \in [0, T]$. Поскольку A является равномерно непрерывным множеством, то теорема Арцела-Асколи справедлива в данном случае. Итак, последовательность $\{x_n(t)\}_{n=1}^{\infty}$ сходится равномерно на $[0, T]$ к непрерывной функции $x(\cdot) \in \Omega$. Из неравенства треугольника

$$\begin{aligned} D((Px)(t), x(t)) &\leq D((Px)(t), (Px_n)(t)) + \\ &+ D((Px_n)(t), x_n(t)) + D(x_n(t), x(t)) \rightarrow 0 \end{aligned}$$

получим, что

$$(Px)(t) = x(t) \text{ для всех } t \in [0, T],$$

то есть $x(\cdot)$ является решением (1.1).

Теорема доказана.

Поступило 16.09.2021 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Плотников А.В., Скрипник Н.В. Дифференциальные уравнения с «чёткой» и нечёткой многозначной правой частью. – Асимптотические методы. Одесса: Астропринт, 2009, 192 с.
2. Kaleva O. The Cauchy problem for fuzzy differential equations. – Fuzzy Sets and Systems, 1980, v. 35, pp. 389-396.
3. Feckan M. Wang J.R., Pospisil M. Fractional order equations and inclusions. – De Bruyter, 2015, 366 p.
4. Kisilewicz M. Multivalued Differential equations in separable Banach Spaces. – J. Opt. Theory and Appl., 1982, v. 37, pp. 231-240.
5. Deimling K. Nonlinear Functional Analysis. – Springer, Berlin, 1985, 300 p.
6. Илолов М., Рахматов Дж.Ш. О начально-краевой задаче для нечеткого уравнения теплопроводности. – Вестник Евразийского национального университета им. Л.Н. Гумилева, Серия Математика. Информатика. Механика, 2018, №2 (123), с. 71-75.
7. Puri M., Raleski D. Fuzzy random variables. – J. Math. Anal. Appl., 1973, v. 4, pp. 409-422.
8. Park J., Han H. Existence and uniqueness theorem for a solution of fuzzy Volterra integral equations. – Fuzzy sets and systems, 1998, v. 105, pp. 481-488.
9. Pachpatte B. A note on Gronwall-Bellman inequality. – J. Math. Anal. Appl., 1973, v. 44, pp. 758-762.

Ҷ.Ш.Раҳматов

МУОДИЛАИ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛИИ ҒАЙРИСАҲЕҲИ НАВЪИ УРИСОН

Маркази рушди инноватсионии илм ва технологияҳои нави

Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон

Масъалаҳои мушоҳида дар системаҳои идоракунии динамикӣ бо иттилооти нопурра ва параметрҳои номуайян тавассути муодилаҳои ғайрисаҳеҳи интегро-дифференциалӣ ва системаҳои чунин муодилаҳо тавсиф карда мешаванд. Ба ин муносибат таҳлили ҳалшавандагӣ ва омӯхтани хосиятҳои сифатии ҳалли муодилаҳои номуайян хеле муҳим мебошад. Дар мақола системаи охиричанаки муодилаҳои ғайрисаҳеҳи интегро-дифференциалӣ бо оператори ғайрихаттии Урисон омӯхта мешавад.

Калимаҳои калидӣ: муодилаи интегро-дифференциалии ғайрисаҳеҳ, оператори ғайрихаттии Урисон, принсипи васеъкунии Заде.

J.Sh.Rahmatov

FUZZY INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATION OF URYSON TYPE

Center of Innovative Development of Science and New Technologies

of the National Academy of Sciences of Tajikistan

Observation problems in dynamic control systems with incomplete information and uncertain parameters are described by fuzzy integro-differential equations and systems of such equations. In this regard, it is important to analyze the solvability and study the qualitative properties of solutions of fuzzy equations. In this paper, we study a finite-dimensional system of fuzzy integro-differential equations with a nonlinear Uryson operator.

Key words: fuzzy integro-differential equation, nonlinear Uryson operator, Zadeh extension principle.

УДК 517.5

Х.М.Хуромонов

ТОЧНЫЕ НЕРАВЕНСТВА ТИПА ДЖЕКСОНА-СТЕЧКИНА ДЛЯ ОДНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГЛАДКОСТИ В ПРОСТРАНСТВЕ БЕРГМАНА И ПОПЕРЕЧНИКИ КЛАССОВ ФУНКЦИЙ

Институт туризма, предпринимательства и сервиса

(Представлено академиком НАН Таджикистана М.Ш.Шабозовым 16.01.2021 г.)

В работе найдены точные неравенства типа Джексона-Стечкина для характеристик гладкости $\Lambda_m(f)$, $m \in \mathbb{N}$, определенных при помощи усреднения нормы конечных разностей m -го порядка функций $f \in B_2$. Также вычислены точные значения n -поперечников класса $W^{(r)}(\Lambda_m, \Phi)$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $m \in \mathbb{N}$, принадлежащих пространству B_2 .

Ключевые слова: модуль непрерывности, характеристики гладкости, неравенства типа Джексона-Стечкина, верхняя грань, n -поперечники.

1. В последнее время при решении ряда экстремальных задач теории аппроксимации, как действительных, так и комплексных функций, часто используют различные модификации обычного модуля непрерывности (см., например, [1-9]). При этом вместо оператора сдвига $T_h(f, x) := f(x+h)$, $x, h \in \mathbb{R}_+$ рассматривают различные способы осреднения норм конечных разностей и их модификации. В этой работе продолжим указанную тематику и в качестве характеристики гладкости функций используем величину, ранее рассмотренную К.В.Руновским [3] и более подробно изученную С.Б.Вакарчуком и В.И.Забутной [5].

Пусть $U := \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq 1\}$ – единичный круг в комплексной плоскости \mathbb{C} , а $A(U)$ – множество аналитических в круге U функций, $B_2 := B_2(U)$ – пространства функций $f \in A(U)$ с нормой

$$\|f\|_2 := \|f\|_{B_2} = \left(\frac{1}{\pi} \iint_{(U)} |f(z)|^2 d\sigma \right)^{1/2} < \infty, \quad (1)$$

где интеграл понимается в смысле Лебега, а $d\sigma$ – элемент площади.

Символом $\Delta_h^m(f, \rho e^{it})$ обозначим конечную разность m -го порядка функции $f \in B_2$ по аргументу t в точке $z = \rho e^{it}$ с шагом h :

$$\Delta_h^m(f; \rho e^{it}) := \sum_{k=0}^m (-1)^{m-k} \binom{m}{k} f(\rho e^{i(t+kh)}). \quad (2)$$

Адрес для корреспонденции: Хуромонов Хуромон Мамадамонович. 734055, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Борбад, 48/5, Институт туризма, предпринимательства и сервиса. E-mail: khuromon@mail.ru

Следуя [3], под усреднённой характеристикой гладкости функции $f \in B_2$ будем понимать величину

$$\Lambda_m(f, u)_2 := \left(\frac{1}{u} \int_0^u \|\Delta_h^m(f, \cdot)\|_2^2 dh \right)^{1/2}, \tag{3}$$

а равенством

$$\omega_m(f, \delta)_2 := \sup\{\|\Delta_h^m(f, \cdot)\|_2 : |h| \leq \delta\} \tag{4}$$

определим модуль непрерывности m -го порядка функции $f \in B_2$. Из формул (3) и (4) при любом $u > 0$ вытекает неравенство

$$\Lambda_m(f, u)_2 \leq \left(\frac{1}{u} \int_0^u \omega_m(f, h)_2 dh \right)^{1/2} \leq \omega_m(f, u)_2. \tag{5}$$

Разложив функцию $f \in B_2$ в ряд Маклорена

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k(f) z^k, \tag{6}$$

конечную разность m -го порядка (2) представим в виде

$$\Delta_h^m(f, \rho e^{it}) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k(f) \rho^k e^{ikt} (1 - e^{ikh})^m,$$

и, применяя равенство Парсеваля, отсюда получаем

$$\|\Delta_h^m(f, \cdot)\|_2^2 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \rho |\Delta_h^m(f, \cdot)|^2 d\rho dt = 2^m \sum_{k=1}^{\infty} \frac{|c_k(f)|^2}{k+1} (1 - \cos kh)^m. \tag{7}$$

Производную порядка r ($r \in \mathbb{N}$) функции $f \in B_2$ обозначим как обычно $f^{(r)}(z) := d^r f / dz^r$.

Очевидно,

$$f^{(r)}(z) := \sum_{k=r}^{\infty} \alpha_{k,r} c_k(f) z^{k-r},$$

где

$$\alpha_{k,r} := k(k-1)\cdots(k-r+1) = \frac{k!}{(k-r)!}, \quad k \geq r, k, r \in \mathbb{N}.$$

Всюду далее через $B_2^{(r)} := B_2^{(r)}(U)$ ($r \in \mathbb{Z}_+; B_2^{(0)} \equiv B_2$) обозначим множество функций $f \in B_2$, для которых $\|z^r f^{(r)}(z)\|_2 < \infty$. Так как

$$z^r f^{(r)}(z) = \sum_{k=r}^{\infty} \alpha_{k,r} c_k(f) z^k,$$

то из равенства (7) следует, что

$$\|\Delta_h^m(z^r f^{(r)}, \cdot)\|_2^2 = 2^m \sum_{k=r}^{\infty} \alpha_{k,r}^2 \frac{|c_k(f)|^2}{k+1} (1 - \cos kh)^m. \tag{8}$$

Через \mathcal{P}_{n-1} обозначим подмножество комплексных алгебраических полиномов степени $n-1$. Для произвольной функции $f \in B_2$ с разложением в ряд Маклорена (6), величина её наилучшего приближения элементами подпространства \mathcal{P}_{n-1} равна

$$\begin{aligned} E_{n-1}(f)_2 &:= \inf \{ \|f - p_{n-1}\|_2 : p_{n-1} \in \mathcal{P}_{n-1} \} = \\ &= \|f - T_{n-1}(f)\|_2 = \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} \frac{|c_k(f)|^2}{k+1} \right\}^{1/2}, \end{aligned} \tag{9}$$

где

$$T_{n-1}(f) = \sum_{k=0}^{n-1} c_k z^k$$

– частная сумма n -го порядка ряда (6).

Введём обозначение

$$J_{k,m}^2(u) := \frac{1}{u} \int_0^u (1 - \cos kh)^m dh, \quad k, m \in \mathbb{N}, \quad u \in \mathbb{R}_+. \tag{10}$$

Легко заметить, что

$$J_{k,m}(u) = J_{1,m}(ku). \tag{11}$$

Условимся, что всюду далее в соотношениях общего характера при вычислении верхней грани по всем функциям $f \in B_2^{(r)}$ всегда $f \notin \mathcal{P}_r$.

Теорема 1. Пусть $n, m \in \mathbb{N}$ $r \in \mathbb{Z}_+$ и $u \in (0, 2\pi]$. Тогда имеет место равенство

$$\sup_{f \in B_2^{(r)}} \frac{\alpha_{n,r} E_{n-1}(f)_2}{\Lambda_m(z^r f^{(r)}; u/n)_2} = \frac{1}{2^{m/2} J_{1,m}(u)}. \tag{12}$$

В частности, из (12) при $u = \pi$ получаем

$$\sup_{f \in B_2^{(r)}} \frac{\alpha_{n,r} E_{n-1}(f)_2}{\Lambda_m(z^r f^{(r)}; \pi/n)_2} = \frac{1}{\sqrt{C_{2m}^m}}. \tag{13}$$

2. Точные значения n -поперечников класса $W^{(r)}(\Lambda_m, \Phi)$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $m \in \mathbb{N}$ в B_2 . Прежде чем сформулировать наш основной результат, напомним необходимые понятия и определения. Пусть S — единичный шар в B_2 ; \mathfrak{N} — выпуклое центрально-симметричное подмножество из B_2 ; $\mathcal{L}_n \subset B_2$ — n -мерное подпространство; $\mathcal{L}^n \subset B_2$ — подпространство коразмерности n ; $\Lambda : B_2 \rightarrow \mathcal{L}_n$ — непрерывный линейный оператор; $\Lambda^\perp : B_2 \rightarrow \mathcal{L}_n$ — непрерывный оператор линейного проектирования. Величины

$$b_n(\mathfrak{N}; B_2) = \sup \left\{ \sup \{ \varepsilon > 0 : \varepsilon S \cap \mathcal{L}_{n+1} \subset \mathfrak{N} \} : \mathcal{L}_{n+1} \subset B_2 \right\},$$

$$d_n(\mathfrak{N}; B_2) = \inf \left\{ \sup \left\{ \inf \{ \|f - \varphi\| : \varphi \in \mathcal{L}_n \} : f \in \mathfrak{N} \right\} : \mathcal{L}_n \subset B_2 \right\},$$

$$\delta_n(\mathfrak{N}; B_2) = \inf \left\{ \inf \left\{ \sup \{ \|f - \Lambda f\| : f \in \mathfrak{N} \} : \Lambda B_2 \subset \mathcal{L}_n \right\} : \mathcal{L}_n \subset B_2 \right\},$$

$$d^n(\mathfrak{N}; B_2) = \inf \left\{ \sup \{ \|f\| : f \in \mathfrak{N} \cap \mathcal{L}_n \} : \mathcal{L}_n \subset B_2 \right\},$$

$$\Pi_n(\mathfrak{N}; B_2) = \inf \left\{ \inf \left\{ \sup \{ \|f - \Lambda^\perp f\| : f \in \mathfrak{N} \} : \Lambda^\perp B_2 \subset \mathcal{L}_n \right\} : \mathcal{L}_n \subset B_2 \right\}$$

называют *бернштейновским, колмогоровским, линейным, гельфандовским, проекционным n -поперечниками* подмножества \mathfrak{N} в B_2 . Поскольку B_2 является гильбертовым пространством, то имеют место следующие соотношения между перечисленными n -поперечниками (см. например [10],[11]):

$$b_n(\mathfrak{N}; B_2) \leq d^n(\mathfrak{N}; B_2) \leq d_n(\mathfrak{N}; B_2) = \delta_n(\mathfrak{N}; B_2) = \Pi_n(\mathfrak{N}; B_2). \tag{14}$$

Напомним, что вычислению в пространстве B_2 точных значений n -поперечников, аналитических в круге U функций, определённых модулями непрерывности и иных характеристик гладкости, посвящены работы [6-9].

Используя характеристику гладкости (3), рассмотрим следующий класс функций. Пусть $\Phi(t)$, где $0 \leq t \leq 2\pi$, есть непрерывная возрастающая функция такая, что $\Phi(0) = 0$. Далее Φ будем называть мажорантой. Через $W^{(r)}(\Lambda_m, \Phi)$ обозначим класс функций $f \in B_2$, удовлетворяющих при любом $t \in (0, 2\pi]$ неравенству $\Lambda_m(z^r f^{(r)}, t) \leq \Phi(t)$. Для множества $\mathfrak{N} \subset B_2$ обозначим

$$E_{n-1}(\mathfrak{N}) := \sup \{ E_{n-1}(f) : f \in \mathfrak{N} \}.$$

В принятых обозначениях имеет место следующая

Теорема 2. Пусть $m, n \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $n > r$ функция $J_{1,m}$ определяется формулами (10) и (11) и $\lambda_n(\cdot)$ — любой из перечисленных n -поперечников. Если при любых $n \in \mathbb{N}$ и $t \in (0, 2\pi]$ мажоранта Φ удовлетворяет условию

$$\frac{\Phi(t)}{\Phi(\pi/n)} \geq \sqrt{\frac{2^m}{C_{2m}^m}} \cdot J_{1,m}(nt), \tag{15}$$

то справедливы равенства

$$\lambda_n(W^{(r)}(\Lambda_m; \Phi), B_2) = E_{n-1}(W^{(r)}(\Lambda_m; \Phi)) = (C_{2m}^m)^{-1/2} \cdot \alpha_{n,r}^{-1} \Phi\left(\frac{\pi}{n}\right). \tag{16}$$

При этом множество мажорант, удовлетворяющих условию (15), не пусто.

Доказательство. В самом деле, из равенства (13) для произвольной функции $f \in B_2^{(r)}$ получаем

$$E_{n-1}(f) \leq \frac{1}{\sqrt{C_{2m}^m} \alpha_{n,r}} \cdot \Lambda_m\left(z^r f^{(r)}, \frac{\pi}{n}\right).$$

Отсюда, учитывая определение класса $W^{(r)}(\Lambda_m, \Phi)$ и формулы (14), запишем оценку сверху

$$\lambda_n(W^{(r)}(\Lambda_m; \Phi), B_2) \leq E_{n-1}(W^{(r)}(\Lambda_m; \Phi)) \leq (C_{2m}^m)^{-1/2} \cdot \alpha_{n,r}^{-1} \cdot \Phi\left(\frac{\pi}{n}\right). \tag{17}$$

Для получения соответствующей оценки снизу n -поперечника, в силу (14), достаточно оценить бернштейновский n -поперечник снизу. Для этого во множестве полиномов \mathcal{P}_n рассмотрим шар

$$S_{n+1} = \left\{ p_n \in \mathcal{P}_n : \|p_n\|_2 \leq (C_{2m}^m)^{-1/2} \cdot \alpha_{n,r}^{-1} \Phi\left(\frac{\pi}{n}\right) \right\}$$

и докажем включение $S_{n+1} \subset W^{(r)}(\Lambda_m, \Phi)$. Пусть p_n – произвольный полином, принадлежащий \mathcal{P}_n . Используя формулы (3) и (7), запишем

$$\begin{aligned} \Lambda_m^2(p_n^{(r)}, t) &= 2^m \sum_{k=r}^n \alpha_{k,r}^2 \frac{|c_k(p_n)|^2}{k+1} J_{1,m}^2(kt) \leq \\ &\leq 2^m \alpha_{n,r}^2 J_{1,m}^2(nt) \sum_{k=0}^n \frac{|c_k(p_n)|^2}{k+1} = 2^m \alpha_{n,r}^2 J_{1,m}^2(nt) \|p_n\|_2^2, \end{aligned}$$

или, что то же,

$$\Lambda_m(p_n^{(r)}, t) \leq 2^{m/2} \alpha_{n,r} J_{1,m}(nt) \|p_n\|_2. \tag{18}$$

Отсюда, для любой $p_n \in S_{n+1}$ из формулы (18) и условия (15) получаем неравенство

$$\Lambda_m(p_n^{(r)}, t) \leq \frac{2^{m/2}}{\sqrt{C_{2m}^m}} \cdot J_{1,m}(nt) \cdot \Phi\left(\frac{\pi}{n}\right) \leq \Phi(t), \quad 0 < t \leq 2\pi.$$

Следовательно, шар $S_{n+1} \subset W^{(r)}(\Lambda_m, t)$. Используя определение бернштейновского n -поперечника, запишем оценку снизу

$$\begin{aligned} \lambda_n(W^{(r)}(\Lambda_m, \Phi), B_2) &\geq b_n(W^{(r)}(\Lambda_m, \Phi), B_2) \geq \\ &\geq b_n(S_{n+1}, B_2) \geq (C_{2m}^m)^{-1/2} \cdot \alpha_{n,r}^{-1} \cdot \Phi\left(\frac{\pi}{n}\right). \end{aligned} \quad (19)$$

Сопоставляя неравенства (17) и (19), получаем равенство (16). В [5] показано, что условию (15) удовлетворяет, например, мажорантная функция $\Phi_*(t) = t^{\beta/2}$, где $\beta := 2^{m/2}(C_{2m}^m)^{-1} - 1$, $0 < \beta < 2m$, $m \in \mathbb{N}$. Теорема 2 доказана.

Поступило 23.01.2021 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ditzian Z., Totik V. Moduli of Smoothness, Springer Ser. Comput. Math., 9 Springer, New York, 1997.
2. Сендов Б., Попов В. Усредненные модули гладкости. – М.: Мир, 1988.
3. Руновский К.В. О приближении семействами линейных полиномиальных операторов в пространстве L_p , $0 < p < 1$. – Матем. сборник, 1994, т.185, №8, с.81-102.
4. Абилов В.А., Абилова Ф.В. Некоторые вопросы приближения 2π -периодических функций суммами Фурье в пространстве $L_2(2\pi)$. – Матем. заметки, 2004, т.76, №6, с.803-811.
5. Вакарчук С.Б., Забутная В.И. Неравенства между наилучшими полиномиальными приближениями и некоторыми характеристиками гладкости в пространстве L_2 и поперечники классов функций. – Матем. заметки, 2016, т.99, №2, с. 215–238.
6. Шабозов М.Ш., Вакарчук С.Б., Забутная В.И. Точные неравенства типа Джексона-Стечкина для периодических функций в L_2 и значения поперечников классов функций. – Доклады РАН, 2013, т.451, №6, с.625-628.
7. Шабозов М.Ш., Саидусайнов М.С. Верхние грани приближения некоторых классов функций комплексной переменной рядами Фурье в пространстве L_2 и значения n -поперечников. – Матем. заметки, 2018, т. 103, №4, с. 617-631.
8. Шабозов М.Ш., Хуромонов М.Х. О наилучшем приближении в среднем функций комплексного переменного рядами Фурье в пространстве Бергмана. – Известия вузов, 2020, №2, с. 74-92.
9. Шабозов М.Ш., Саидусайнов М.С. Приближение функций комплексного переменного суммами Фурье по ортогональным системам в L_2 . – Известия вузов, 2020, №6, с. 65-72.
10. Pinkus A. n -Widths in Approximation Theory. – Berlin: Springer-Verlag, Heidelberg, New York, Tokyo, 1985.
11. Тихомиров В.М. Некоторые вопросы теории приближений, – М., МГУ, 1976.

Х.М.Хуромонов

**НОБАРОБАРИИ АНИҚИ НАМУДИ ЧЕКСОН-СТЕЧКИН БАРОИ ЯК
ТАВСИФИ СУФТА ДАР ФАЗОИ БЕРГМАН ВА ҚУТРҲОИ СИНФИ
ФУНКСИЯҲО**

Донишқадаи сайёҳи, соҳибкори ва хизмат

Дар мақола нобаробариҳои аниқи намуди Чексон-Стечкин барои тавсифи суфтаи $\Lambda_m(f)$, $m \in \mathbb{N}$, ки ба воситаи қимати миёнаи интеграл аз нормаи фарқиятҳои охири тартиби m -уми функцияи $f \in B_2$ муайян аст, ёфта шудааст. Ҳамзамон, қимати аниқи n -қутрҳои синфи $W^{(r)}(\Lambda_m, \Phi)$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $m \in \mathbb{N}$, ки ба фазои B_2 тааллуқ аст, ҳисоб карда шудааст.

Калимаҳои калидӣ: модули бефосилагӣ, характеристикаи суфтагӣ, нобаробарии намуди Чексон-Стечкин, сарҳади болоӣ, n -қутрҳо.

Kh.M.Khuromonov

**EXACT TYPE OF INEQUALITY OF THE JACKSON-STECHKIN FOR ONE
CHARACTERISTIC OF SMOOTHNESS IN THE BERGMAN SPACE AND THE
WIDTH OF CLASSES OF FUNCTIONS**

Institute of Tourism, Entrepreneurship and Service

In this paper, exact type of inequalities of the Jackson-Stechkin for the smoothness characteristic $\Lambda_m(f)$, $m \in \mathbb{N}$, determined by averaging the norm of finite differences of the m -th order of functions $f \in B_2$ are found. Also exact values of the n -widths of the class $W^{(r)}(\Lambda_m, \Phi)$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $m \in \mathbb{N}$ belonging to the space B_2 are calculated.

Key words: continuity modulus, characteristics of smoothness, Jackson-Stechkin type inequality, upper bound, n -widths.

УДК 517.5

Д.А.Кодиров

**ВЕРХНИЕ ГРАНИ НАИЛУЧШИХ ПРИБЛИЖЕНИЙ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ
ВЕКТОРОВ СУММАМИ ФУРЬЕ ПО ОРТОНОРМИРОВАННОЙ СИСТЕМЕ
ВЕКТОРОВ В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ**

Таджикский национальный университет

(Представлено академиком НАН Таджикистана М.Ш.Шабозовым 23.02.2021 г.)

В работе найдены точные значения верхней грани наилучших приближений некоторых классов векторов суммами Фурье по произвольной системе ортонормированных векторов в произвольном гильбертовом сепарабельном пространстве.

Ключевые слова: *верхние грани, система ортонормированных векторов, оператор усреднения, обобщённый модуль непрерывности, наилучшие приближения.*

1. Пусть H – произвольное вещественное сепарабельное гильбертово пространство со скалярным произведением (f, g) векторов $f, g \in H$ и $\|f\| = (f, f)^{1/2}$ – норма вектора $f \in H$. Если $\{f_k\}$ – полная ортонормированная система векторов в пространстве H , то, как известно, ряд Фурье вектора $f \in H$ имеет вид:

$$f \sim \sum_{k=0}^{\infty} c_k(f) f_k, \quad c_k(f) = (f, f_k), \quad k \in \mathbb{Z}_+. \quad (1)$$

Через

$$S_{n-1}(f) = \sum_{k=0}^{n-1} c_k(f) f_k, \quad n \in \mathbb{N} \quad (2)$$

обозначим частичную сумму n -го порядка ряда (1).

Пусть \mathcal{P}_n – совокупность обобщённых “полиномов” вида

$$p_n = \sum_{k=0}^n a_k f_k, \quad a_k \in \mathbb{R}, \quad n \in \mathbb{Z}_+. \quad (3)$$

Равенством

$$E_{n-1}(f) = \inf \{ \|f - p_{n-1}\| : p_{n-1} \in \mathcal{P}_{n-1} \} \quad (4)$$

определим наилучшее приближение вектора $f \in H$ элементами подпространства \mathcal{P}_{n-1} .

Известно [1, с.390], что среди всех полиномов $p_{n-1} \in \mathcal{P}_{n-1}$ наименьшее значение величине (4) доставляет n -я частичная сумма (4). При этом

$$E_{n-1}(f) = \|f - S_{n-1}(f)\| = \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} c_k^2(f) \right\}^{1/2}. \quad (5)$$

В пространстве H определим оператор сдвига $F_h : H \rightarrow H$ следующего вида

$$F_h f = \sum_{k=0}^{\infty} (1-h)^k c_k(f) f_k, \quad h \in (0,1). \quad (6)$$

Очевидно, что для любых двух векторов $f, g \in H$ и $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ имеет место равенство

$$1) F_h(\lambda f + \mu g) = \lambda F_h(f) + \mu F_h(g).$$

И так как для любого $h \in (0,1]$

$$\|F_h f\|^2 = \sum_{k=0}^{\infty} (1-h)^{2k} c_k^2(f) \leq \sum_{k=0}^{\infty} c_k^2(f) = \|f\|^2,$$

то для любого вектора $f \in H$ имеем:

$$2) \|F_h f\| \leq \|f\|.$$

Полагая в равенстве (6) $f = f_n$, в силу ортонормированности $\{f_k\}$ получаем

$$\begin{aligned} F_h f_n &= \sum_{k=0}^{\infty} (1-h)^k c_k(f_n) f_k = (1-h)^n c_n(f_n) f_n = \\ &= (1-h)^n (f_n, f_n) f_n = (1-h)^n f_n. \end{aligned}$$

Таким образом, справедливо равенство

$$3) F_h f_n = (1-h)^n f_n.$$

Для произвольного вектора $f \in H$ имеем:

$$\begin{aligned} \|F_h f - f\| &= \left\| \sum_{k=0}^{\infty} (1 - (1-h)^k) c_k(f) f_k \right\| = \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} (1 - (1-h)^k)^2 c_k^2(f) \leq h \sum_{k=0}^{\infty} k c_k^2(f) \rightarrow 0, \quad h \rightarrow 0+. \end{aligned}$$

В результате для любой $f \in H$:

$$4) \|F_h f - f\| \rightarrow 0, \quad h \rightarrow 0+.$$

Определим теперь конечные разности первого и высших порядков равенствами

$$\Delta_h f = F_h f - f = (F_h - E)f,$$

$$\Delta_h^m f = \Delta_h(\Delta_h^{m-1} f) = (F_h - E)^m f = \sum_{k=0}^m (-1)^{m-k} \binom{m}{k} F_h^k f,$$

где $F_h^0 f = f$, $F_h^k f = F_h(F_h^{k-1} f)$, $k = 1, 2, \dots, m$; $m \in \mathbb{N}$; E – единичный оператор в пространстве H .
 Величину

$$\Omega_m(f, t) = \sup\{\|\Delta_h^m f\| : 0 < h \leq t\}, m \in \mathbb{N} \tag{7}$$

будем называть обобщенным модулем непрерывности вектора $f \in H$.

Найдем явный вид модуля непрерывности (7). Пользуясь равенствами (1) и (6), запишем

$$\Delta_h f = F_h f - f = -\sum_{k=1}^{\infty} (1 - (1-h)^k) c_k(f) f_k,$$

и по индукции для любого $m \in \mathbb{N}$ имеем:

$$\Delta_h^m f = (F_h - E)^m f = (-1)^m \sum_{k=1}^{\infty} (1 - (1-h)^k)^m c_k(f) f_k,$$

откуда, в силу ортонормированности системы векторов $\{f_k\}$, находим [2]

$$\|\Delta_h^m f\|^2 = \sum_{k=1}^{\infty} (1 - (1-h)^k)^{2m} c_k^2(f),$$

а потому из (7) следует, что

$$\begin{aligned} \Omega_m^2(f, t) &= \sup \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} (1 - (1-h)^k)^{2m} c_k^2(f) : 0 < h \leq t \right\} = \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} (1 - (1-t)^k)^{2m} c_k^2(f). \end{aligned} \tag{8}$$

Пусть $A: H \rightarrow H$ – симметричный оператор в пространстве H , заданный на некотором линейном многообразии $\mathcal{D}(A) \subset H$, удовлетворяющий условию $(Af, g) = (f, Ag)$. Мы предполагаем, что оператор A обладает полной ортонормированной системой собственных векторов $\{f_n\}$, отвечающих собственным значениям λ_n :

$$Af_n = \lambda_n f_n, n \in \mathbb{Z}_+,$$

причем

$$0 \leq \lambda_0 < \lambda_1 < \lambda_2 < \dots < \lambda_n < \dots$$

В этом случае из равенства (1) вытекает, что

$$Af = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_k c_k(f) f_k. \tag{9}$$

Если для $r \in \mathbb{Z}_+$ положить $A^0 f = If = f$, $A^r f = A(A^{r-1} f)$, $r \in \mathbb{N}$, то, пользуясь равенством (9), в силу линейности оператора A последовательно находим:

$$A^r f := A(A^{r-1} f) = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_k^r c_k(f) f_k, r \in \mathbb{N}. \tag{10}$$

Кроме того, непосредственным вычислением легко доказать следующие равенства

$$E_{n-1}^2(A^r f) = \sum_{k=n}^{\infty} \lambda_k^{2r} c_k^2(f), \tag{11}$$

$$\Omega_m^2(A^r f; t) = \sum_{k=1}^{\infty} (1 - (1-t)^k)^{2m} \lambda_k^{2r} c_k^2(f). \tag{12}$$

Далее, через $H^r := H^r(A)$, $r \in \mathbb{Z}_+$, обозначим класс векторов $f \in H$, у которых $A^r f \in H$.

Имеет место следующая

Теорема 1. Пусть $n \in \mathbb{N}$. Тогда для произвольной $r \in \mathbb{Z}_+$ справедливо равенство

$$\sup_{f \in H^r} \frac{E_{n-1}(f)}{E_{n-1}(A^r f)} = \frac{1}{\lambda_n}. \tag{13}$$

Доказательство. Для произвольного вектора $f \in H^r$ из формулы (5) с учётом монотонного возрастания последовательности $\{\lambda_k\}$ получаем оценку наилучшего приближения $E_{n-1}(f)$ вектора $f \in H^r$ посредством $E_{n-1}(A^r f)$:

$$\begin{aligned} E_{n-1}^2(f) &= \sum_{k=n}^{\infty} c_k^2(f) = \sum_{k=n}^{\infty} \lambda_k^{-2r} \cdot \lambda_k^{2r} \cdot c_k^2(f) \leq \\ &\leq \lambda_n^{-2r} \sum_{k=n}^{\infty} \lambda_k^{2r} \cdot c_k^2(f) = \lambda_n^{-2r} E_{n-1}^2(A^r f). \end{aligned}$$

Отсюда сразу следует оценка сверху величины, стоящей в левой части равенства (13):

$$\sup_{f \in H^r} \frac{E_{n-1}(f)}{E_{n-1}(A^r f)} \leq \frac{1}{\lambda_n^r}. \tag{14}$$

Для получения аналогичной оценки снизу указанной величины введём в рассмотрение вектор $f_0 := f_n \in H^r$, для которого

$$E_{n-1}(f_0) = E_{n-1}(f_n) = \|f_n\| = 1, \tag{15}$$

$$E_{n-1}(A^r f_0) = E_{n-1}(\lambda_n^r f_n) = \lambda_n^r E_{n-1}(f_n) = \lambda_n^r.$$

Пользуясь равенством (15), получаем оценку снизу

$$\sup_{f \in H^r} \frac{E_{n-1}(f)}{E_{n-1}(A^r f)} \geq \frac{E_{n-1}(f_0)}{E_{n-1}(A^r f_0)} = \frac{1}{\lambda_n^r}. \tag{16}$$

Требуемое равенство (13) следует из сопоставления оценки сверху (14) с оценкой снизу (16). Теорема 1 доказана.

Теорема 2. Пусть $n, m \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $t \in (0, 1]$. Тогда справедливо равенство

$$\sup_{f \in H^r} \frac{\lambda_n^r \cdot E_{n-1}(f)}{\Omega_m(A^r f; t)} = \frac{1}{(1 - (1-t)^n)^m}. \tag{17}$$

Доказательство. Для произвольного вектора $f \in H^r$, пользуясь формулой (12), запишем

$$\begin{aligned} \Omega_m^2(A^r f; t) &\geq \sum_{k=n}^{\infty} (1 - (1-t)^k)^{2m} \lambda_k^{2r} c_k^2(f) \geq \\ &\geq (1 - (1-t)^n)^{2m} \lambda_n^{2r} \sum_{k=n}^{\infty} c_k^2(f) = (1 - (1-t)^n)^{2m} \lambda_n^{2r} E_{n-1}^2(f), \end{aligned}$$

откуда сразу вытекает оценка сверху

$$\sup_{f \in H^r} \frac{\lambda_n^r \cdot E_{n-1}(f)}{\Omega_m(A^r f; t)} \leq \frac{1}{(1 - (1-t)^n)^m}. \tag{18}$$

Для вектора $f_0 = f_n \in H^r$, введенного нами в конце теоремы 1 и для которого кроме (12), имеет место также равенство

$$\Omega_m(A^r f_0; t) = \lambda_n^r (1 - (1-t)^n)^m, \tag{19}$$

получаем

$$\begin{aligned} \sup_{f \in H^r} \frac{\lambda_n^r \cdot E_{n-1}(f)}{\Omega_m(A^r f; t)} &\geq \frac{\lambda_n^r \cdot E_{n-1}(f_0)}{\Omega_m(A^r f_0; t)} = \\ &= \frac{\lambda_n^r \cdot 1}{\lambda_n^r (1 - (1-t)^n)^m} = \frac{1}{(1 - (1-t)^n)^m}. \end{aligned} \tag{20}$$

Путем сравнения оценки сверху (18) с аналогичной оценкой снизу (20) получаем требуемое равенство (17). В случае $r = 0$ равенство (17) получено в [2].

Всюду далее под весовой функцией на отрезке $(0, h]$ будем понимать неотрицательную функцию φ , не эквивалентную нулю на этом же отрезке.

Теорема 3. Пусть $n, m \in \mathbb{N}, r \in \mathbb{Z}_+, 1 \leq p \leq \infty, h \in (0, 1], \varphi$ – весовая на отрезке $(0, h]$ функция. Тогда справедливо равенство

$$\sup_{f \in H^r} \frac{\lambda_n^r \cdot E_{n-1}(f)}{\left(\int_0^h \Omega_m^p(A^r f; t) \varphi(t) dt \right)^{1/p}} = \left(\int_0^h (1 - (1-t)^n)^{mp} \varphi(t) dt \right)^{-1/p}. \quad (21)$$

Доказательство. Для произвольного вектора $f \in H^r$ и $t \in (0, 1]$ из равенства (17) следует, что

$$\Omega_m(A^r f; t) \geq \lambda_n^r \cdot E_{n-1}(f) (1 - (1-t)^n)^m.$$

Возведя обе части последнего неравенства в степень p ($1 \leq p \leq \infty$), умножим на весовую функцию φ и проинтегрируем по t от 0 до h , где $h \in (0, 1]$. В итоге, после возведения обеих частей полученного соотношения в степень $1/p$ ($1 \leq p \leq \infty$) приходим к такому неравенству

$$\lambda_n^r E_{n-1}(f) \left(\int_0^h (1 - (1-t)^n)^{mp} \varphi(t) dt \right)^{1/p} \leq \left(\int_0^h \Omega_m^p(A^r f; t) \varphi(t) dt \right)^{1/p}.$$

Так как полученное неравенство верно для любого вектора $f \in H^r$, то из него получаем оценку сверху для величины, стоящей в левой части равенства (21):

$$\sup_{f \in H^r} \frac{\lambda_n^r \cdot E_{n-1}(f)}{\left(\int_0^h \Omega_m^p(A^r f; t) \varphi(t) dt \right)^{1/p}} \leq \left(\int_0^h (1 - (1-t)^n)^{mp} \varphi(t) dt \right)^{-1/p}. \quad (22)$$

Для получения аналогичной оценки снизу этой же величины снова рассмотрим вектор $f_0 = f_n \in H^r$, для которого имеют место равенства (15) и (19), пользуясь ими запишем оценку снизу

$$\begin{aligned} \sup_{f \in H^r} \frac{\lambda_n^r \cdot E_{n-1}(f)}{\left(\int_0^h \Omega_m^p(A^r f; t) \varphi(t) dt \right)^{1/p}} &\geq \frac{\lambda_n^r \cdot E_{n-1}(f_0)}{\left(\int_0^h \Omega_m^p(A^r f_0; t) \varphi(t) dt \right)^{1/p}} = \\ &= \frac{\lambda_n^r \cdot 1}{\left(\int_0^h (1 - (1-t)^n)^{mp} \varphi(t) dt \right)^{1/p}} = \left(\int_0^h (1 - (1-t)^n)^{mp} \varphi(t) dt \right)^{-1/p}. \end{aligned} \quad (23)$$

Требуемое равенство (21) вытекает из сравнения неравенств (22) и (23), чем и завершаем доказательство теоремы 3.

Приводим некоторые следствия из доказанных теорем. Так, например, если полагать:

$$1) H := L_2((0,1), x), \quad A := -\frac{d}{dx}\left(x\frac{d}{dx}\right) - \frac{p^2}{x}, \quad \lambda_n = \mu_n^2, \quad f_n(x) = J_p(\mu_n x) \quad (p > -1; n \in \mathbb{Z}_+) -$$

система функций Бесселя первого рода, а μ_n – положительные корни уравнения $J_p(x) = 0$, расположенные в порядке возрастания. В этом случае в качестве частного случая получаем все результаты, доказанные в [3, 4];

$$2) H := L_2((a,b), p(x)), \quad A := A_p = \sigma(x)\frac{d^2}{dx^2} - \nu(x)\frac{d}{dx}, \quad \text{где } \sigma(x) \text{ и } \nu(x) - \text{соответственно}$$

многочлены не выше второй и первой степени на интервале (a,b) , которые удовлетворяют дифференциальному уравнению первого порядка

$$\frac{d}{dx}(\sigma(x)p(x)) = \nu(x)p(x)$$

и при любом $l \in \mathbb{Z}_+$ удовлетворяют условиям

$$\lim_{x \rightarrow a+0} \sigma(x)p(x)x^l = \lim_{x \rightarrow b-0} \sigma(x)p(x)x^l = 0,$$

$$\lambda_n := \lambda_n(p(x)) := -\nu'(x) - \frac{n(n-1)}{2}\sigma''(x).$$

Известно [5], что при явном виде $p(x)$ все ортогональные многочлены Чебышева-Якоби, Чебышева-Лагерра и Чебышева-Эрмита удовлетворяют дифференциальному уравнению второго порядка

$$-A_p f = \lambda_n(p) f.$$

Из доказанных теорем 1-3 вытекают результаты, ранее полученные в работе [6].

Поступило 23.02.2021 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1978, 543 с.
2. Селимханов Э.В., Абилова Ф.В. Точные оценки скорости сходимости ряда Фурье в гильбертовом пространстве. – Вестник науки и образования. 2019, №9 (63), часть 3, с. 5-8.
3. Тухлиев К. Среднеквадратическое приближение функции рядами Фурье-Бесселя и значения поперечников некоторых функциональных классов. – Чебышевский сборник, 2016, т.17, №4, с. 141-156.
4. Шабозов М.Ш., Муродов К.Н. О точных неравенствах при приближении двойных сумм Фурье-Бесселя. – Доклады Академии наук Республики Таджикистан, 2019, т.62, №5-6, с. 270-279.
5. Суетин П.К. Классические ортогональные полиномы. – М.: Наука, 1979, 461 с.

- б. Вакарчук С.Б., Швачко А.В. О наилучшей аппроксимации в среднем алгебраическими полиномами с весом и точных значениях поперечников классов функций. – Украинский математический журнал, 2013, т.65, №12, с. 1604-1621.

Д.А.Қодиров

**САРҲАДИ САҲЕҲИ НАЗДИККУНИИ БЕҲТАРИНИ БАЪЗЕ СИНФҲОИ
ВЕКТОРҲО БА ВОСИТАИ СУММАИ ФУРЬЕ АЗ РӯИ СИСТЕМАИ
ОРТОНОРМИРОНИДАШУДАИ ВЕКТОРҲО ДАР ФАЗОИ ГИЛБЕРТӢ**

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Дар мақола қиммати аниқи сарҳади саҳеҳи наздиккунии беҳтарини баъзе синфҳои векторҳо ба воситаи суммаи Фурьеи системаи ортонормиронидашудаи векторҳо дар дилхоҳ фазои гилбертии сепарабелӣ ёфта шудааст.

Калимаҳои калидӣ: сарҳади болоӣ, системаи векторҳои ортонормиронидашуда, оператори миёнакардашуда, модули бефосилагии умумикардашуда, наздиккунии беҳтарин.

D.A.Qodirov

**THE UPPER BOUNDARIES OF THE BEST APPROXIMATIONS OF CERTAIN
CLASSES OF VECTORS BY FOURIER SUMS IN THE ORTHONORMAL
SYSTEM OF VECTORS IN THE HILBERT SPACE**

Tajik National University

In this paper the exact values of the upper bound for the best approximations of some classes of vectors by Fourier sums over an arbitrary system of orthonormal vectors in an arbitrary separable Hilbert space are found.

Key words: upper bound, system of orthonormal vectors, averaging operator, generalized modulus of continuity, best approximations.

УДК 517.95

Д.С.Сафаров, С.К.Миратов

О РЕШЕНИИ ОДНОГО КЛАССА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ПОСТОЯННЫМИ ОТКЛОНЕНИЯМИ АРГУМЕНТА

Бохтарский государственный университет им. Н.Хусрава

(Представлено академиком НАН Таджикистана М.И.Илоловым 17.09.2021 г.)

В работе для одного класса нелинейного дифференциального уравнения второго порядка с постоянными отклонениями аргумента и постоянными коэффициентами найдены точные решения с помощью эллиптической функции Якоби – дельта амплитуды dn .

Ключевые слова: *решение, модуль функции, периоды решения, двоякопериодическое решение, эллиптическая функция, эллиптический интеграл, дельта-амплитуда.*

Рассмотрим дифференциальное уравнение с постоянными отклонениями аргумента [1-3]

$$\begin{aligned} \varphi''(t) + a\varphi(t + \omega_1) + b\varphi(t + \omega_2)\varphi(t + \omega_3)\varphi(t + \omega_4) + \\ + \gamma \prod_{j=1}^5 \varphi(t + \tau_j) = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $a, b, \gamma, \omega_j, \tau_j$ – постоянные, $\varphi(t)$ – искомая функция.

Если в уравнении (1) все отклонения $\omega_j = \tau_j = 0$ и $\gamma = 0$, то мы получим уравнение Дуффинга, которое известно в нелинейной механике [4-7]

$$\varphi''(t) + a\varphi(t) + b\varphi^3(t) = 0. \quad (2)$$

Это уравнение представляет важный пример системы (с одной степенью свободы) с нелинейной восстанавливающей силой

$$F(\varphi) = -a\varphi - b\varphi^3 = 0$$

и затуханием. При $a > 0$ говорят о жесткой упругой силе, а при $a < 0$ – мягкой. Решение уравнения Дуффинга в замкнутой форме получить не удастся. Показано, что оно имеет большое число разнообразных периодических решений [4].

Качественное исследование уравнения (2) методом фазовой плоскости дано в монографии академика Н.Н. Моисеева [4].

Фазовый портрет уравнения (1) зависит от свойства коэффициентов: $ab > 0$ или $ab < 0$.

Адрес для корреспонденции: Сафаров Джумабой, Миратов Сафархон Кудратович. 735140, Республика Таджикистан, г. Бохтар, ул. Айни 67, Бохтарский государственный университет. Email: safarov-5252@mail.ru; safarkhonop@mail.ru

Также в упомянутой монографии найдено точное (аналитическое) решение уравнения Дуффинга в виде

$$\varphi(t) = A \operatorname{sn}[\omega t, k], \quad (3)$$

где A – амплитуда, ω – частота движения, k – модуль функции, $\operatorname{sn}(u, k)$ – эллиптический синус функции Якоби [4].

Вид решений уравнения (2) зависит от коэффициентов a и b и начальной энергии.

- 1) В случае $a > 0, b > 0$ решение находится через эллиптический синус [4].
- 2) Когда $a > 0, b < 0$ решение (2) находится в виде $\varphi(t) = A \operatorname{cn}(\omega t, k)$, cnu – эллиптический косинус функции Якоби [7].
- 3) При $a < 0, b > 0$ – решение находится в виде функции $\varphi(t) = A \operatorname{dn}(\omega t, k)$ – дельта амплитуды функции Якоби.

Все функции Якоби являются периодическими: $\operatorname{snu} = \operatorname{sn}(u, k)$ и $\operatorname{cnu} = \operatorname{cn}(u, k)$ имеют периоды $4K$, а dnu – имеет период $2K$, где K – полный эллиптический интеграл первого рода в форме Лежандра

$$K(k) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \varphi}}, \quad 0 < k^2 < 1,$$

величина k^2 – называется модулем эллиптической функции.

Наряду с этим интегралом, вводят интеграл $K'(k')$ для модуля k'^2 , связанного с k^2 равенством $k^2 + k'^2 = 1$ и называемого дополнительным модулем для k .

Функции $\operatorname{snu}, \operatorname{cnu}, \operatorname{dnu}$ ограниченные, причём:

$$-1 \leq \operatorname{snu} \leq 1, \quad -1 \leq \operatorname{cnu} \leq 1, \quad k' \leq \operatorname{dnu} \leq 1.$$

Функция snu – нечетная, а функции $\operatorname{cnu}, \operatorname{dnu}$ – четные.

Уравнению Дуффинга и его многообразным приложениям посвящено большое количество журнальных статей и работа в этом направлении продолжается. В недавней работе [7] показано, что поперечные колебания двухслойной мембраны с учетом геометрической нелинейности сведено к модифицированному уравнению Кадомцева-Петиашвили и с помощью этого уравнения найдены решения в виде одномерных и двумерных солитонов, так как эллиптические функции Якоби при $k = 1$ вырождаются в элементарные функции:

$$\operatorname{snu} = \operatorname{tnu}, \operatorname{cnu} = \operatorname{dnu} = \frac{1}{\operatorname{chu}},$$

причём функция $(chu)^{-1}$ – имеет солитоноподобные свойства [7]. При этом уравнение Кадомцева-Петиашвили в безразмерных величинах сведено к уравнению Дуффинга.

Дифференциальным уравнением с отклоняющимся аргументом посвящено много работ (монографии, статьи). В [1, 2] приведена обширная литература в этом направлении.

Наиболее подробно разработана теория дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом и менее изучена теория уравнений с опережающим аргументом. Уравнение (1) относится к последнему типу.

Дифференциальные уравнения с постоянными отклонениями аргумента (с запаздывающим аргументом), изучено в монографиях [1-3]. Для таких уравнений начальная задача решается методом шагов (или метод последовательного интегрирования), заключающегося в том, что решение рассматриваемой задачи определяется из дифференциальных уравнений без запаздывания.

Покажем, что решение уравнения (1) можно найти с помощью функции $dn(t, k) = dnt$, которая обладает специфическими свойствами, а другие функции Якоби, при вещественном аргументе, этими свойствами не обладают.

Для функций Якоби модуль k^2 является основным элементом их построения. При использовании этих функций к нахождению решений дифференциального уравнения, мы заранее предполагаем, что k^2 – известно. Затем, после подстановки в данное уравнение, находим значение k^2 в зависимости от коэффициентов и тем самым получим период функции в явном виде.

Как известно [4-5], функция dnt является решением уравнения

$$\left(\frac{ddnu}{dt}\right)^2 = (1 - dn^2u)(dn^2u - k'^2), \quad k'^2 = 1 - k^2.$$

Из этого уравнения получим, что dnu удовлетворяет уравнению вида Дуффинга

$$\frac{d^2dnu}{du^2} - (2 - k^2)dnu + 2dn^3u = 0. \tag{4}$$

Очевидно, что дважды дифференцируемое периодическое решение периода T уравнения (1) $\varphi_1(u)$ является также решением уравнения

$$\varphi_1''(u) + a\varphi_1(u) + b\varphi_1^3(u) + d\varphi_1^4(u)\varphi(u + \tau_5) = 0, \tag{5}$$

если все отклонения аргумента $\omega_j, \tau_j, j = 1, 2, 3, 4$, кратны числу $T > 0$, кроме постоянной $\tau_5 > 0$. В этом смысле уравнения (1) и (5) эквивалентны.

Такого типа эквивалентность называется функциональной эквивалентностью относительно соотношения

$$\varphi_1(t + T) = \varphi_1(T). \tag{6}$$

Иногда уравнение (1) с условием периодичности или другими функциональными условиями называют функционально-дифференциальным уравнением с отклоняющимся аргументом.

Теперь покажем, что зная решения уравнения Дуффинга с помощью функции dnu , можно найти решение уравнения (1). Решение уравнения (5) будем искать в виде

$$\varphi(t) = Adn(\omega t, k) = Adn(u, k) = Adnu \tag{7}$$

с тремя неизвестными постоянными A, ω, k^2 . Как в линейном случае A – амплитуда, ω – частота движения, k^2 – модуль функции.

С учетом (4), легко показать, что функция (7) удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\varphi''(t) - (2 - k^2)\omega^2\varphi(t) + \frac{2\omega^2}{A^2}\varphi^3(t) = 0. \tag{8}$$

Теперь в уравнении (1) предположим, что $a < 0$ и $b = b_1 + b_2$, $b_1 > 0$ и будем записывать его в виде

$$\varphi''(t) + a\varphi(t) + b_1\varphi^3(t) + \varphi^3(t)[b_2 + d\varphi(t)\varphi_5(t + \tau_5)] = 0, \tag{9}$$

при условии, что решение $\varphi(t)$ имеет период $T > 0$ и все отклонения ω_j, τ_j , кроме τ_5 , кратны периоду T .

Предполагая, что модуль k^2 априори известен, подставляем (7) в уравнение (9). Сопоставляя полученное уравнение с уравнением (1) мы видим, что при $\tau_5 = K(k)$ его решение можно представить в виде (7), если параметры A, ω, k^2 связаны с коэффициентами a, b_1, b_2, d тремя условиями

$$(2 - k^2)\omega^2 = -a, \quad 2\omega^2 = b_1A^2, \quad b_2 = -dk'A^2. \tag{10}$$

Из этой системы, исключая ω^2, A^2 , находим, что при $B > 1$, $B^2 = \frac{ad}{b_1b_2}$, дополнительный модуль k' имеет вид

$$k'^2 = B - \sqrt{B^2 - 1}, \quad 0 < k'^2 < 1. \tag{11}$$

После подстановки значения k' в (10) находим ω^2, A^2 в виде

$$\omega^2 = -\frac{a}{2 - k^2} = -\frac{ab_1b_2}{b_1b_2 - ad - \sqrt{(ad)^2 - (b_1b_2)^2}}, \tag{12}$$

$$A^2 = -\frac{2ab_1b_2}{b_1(b_1b_2 - ad - \sqrt{(ad)^2 - (b_1b_2)^2})} = -\frac{2a}{b_1(2 - k^2)}. \tag{13}$$

Таким образом все три параметра в решении (7) найдены через коэффициенты уравнения (1).

Таким образом, справедлива

Теорема 1. Пусть в уравнении (1) все коэффициенты a, b, d отличны от нуля и $b = b_1 + b_2, a < 0, b_1 > 0$ и выполнено условие $ad - b_1 b_2 > 0$.

Пусть модуль k^2 определен формулой

$$k^2 = 1 - \left(B + \sqrt{B^2 - 1} \right)^2, \quad B = ad / b_1 b_2$$

и частота движения ω^2 равна

$$\omega^2 = -\frac{a}{2 - k^2}, \quad a < 0, 2 - k^2 > 0,$$

тогда, если постоянные отклонения $\omega_j, \tau_j, j = \overline{1, 4}$ кратны периоду $2\tilde{K}(k)$ и $\tau_5 = \tilde{K}(k)$, то уравнение (1) имеет решения вида

$$\varphi_j(t) = A_j \operatorname{dn}(\omega t, k), \quad j = 1, 2,$$

где A_1, A_2 корни уравнения

$$A^2 = -\frac{2a}{2 - k^2}, \quad \tilde{K}(k) = \frac{K(k)}{\omega}.$$

Теперь, полагая в (1) $a = -\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0$, предположим, что $b > 0$ и постоянные отклонения ω_j и τ_1, τ_3, τ_5 – кратны $2K$, а $\tau_4 = K, \tau_5 = 3K$, тогда если $\varphi(t)$ решения уравнения (1) с периодом $2K$, то эта функция удовлетворяет уравнению

$$\varphi''(t) - \alpha_1 \varphi(t) + b \varphi^3(t) - \varphi(t) (\alpha_2 - \gamma \varphi^2(t) \varphi(t + \tau_4) \varphi(t + \tau_5)) = 0. \quad (14)$$

Сопоставляя это уравнение с уравнением (8) заключаем, что функция

$$\varphi(t) = A \operatorname{dn}(\omega t, k)$$

с периодом $2\tilde{K}(k)$ является решением уравнения (1), если коэффициенты уравнения и постоянные отклонения удовлетворяют выше изложенным условиям, а коэффициенты уравнения (14) и постоянные A, ω^2, k^2 связаны условиями

$$(2 - k^2) \omega^2 = \alpha_1, \quad 2\omega^2 = bA^2, \quad \alpha_2 = dk'^2 A^4, \quad d > 0. \quad (15)$$

Исключая из этой системы ω^2, A^2 для нахождения k'^2 , получим уравнение

$$k'^2 - 2Bk' + 1 = 0,$$

где $B = \frac{\alpha_1}{b} \sqrt{\frac{d}{\alpha_2}}$.

Решая это уравнения при $B > 1$, находим дополнительный модуль $k^2 = B - \sqrt{B^2 - 1}$, удовлетворяющий условию $0 < k^2 < 1$. Подставляя это значение в систему (15) и из равенства $k^2 = 1 - k'^2$ находим

$$k^2 = 1 - \left(B - \sqrt{B^2 - 1} \right)^2, \quad B > 1, \tag{16}$$

$$\omega^2 = \frac{2\alpha_1}{b(2 - k^2)}, \quad b > 0. \tag{17}$$

Справедлива следующая

Теорема 2. Пусть в уравнении (1) $a = -\alpha_1 - \alpha_2, \alpha_1 > 0, \alpha_2 > 0, b > 0, d > 0$ и выполнено условие

$$B = \frac{\alpha_1}{b} \sqrt{\frac{d}{\alpha_2}} > 1. \tag{18}$$

Тогда, если модуль функций $dn(\omega t, k), k^2$ определен формулой (16) и частота ω^2 – формулой (17), постоянные отклонения $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \tau_1, \tau_2, \tau_3$ – кратны $2\tilde{K}(k)$ и $\tau_4 = \tilde{K}(k), \tau_5 = 3\tilde{K}(k)$, то уравнение (1) допускает решения вида

$$\varphi_j(t) = A_j dn \left(\sqrt{\frac{\alpha_1}{b(2 - k^2)}} t, k \right), \quad j = 1, 2,$$

где A_1, A_2 – корни уравнения

$$A^2 = \frac{2\alpha_1}{b(2 - k^2)}, \quad \tilde{K}(k) = \frac{\tilde{K}(k)}{\omega}.$$

Если в уравнении (1) $a < 0, b = b_1 + b_2, b_1 > 0, b_2 < 0$, и $ad - b_1 b_2 = 0$, то $k^2 = 1$ и $k^2 = 0$ и в силу $dn(\omega t, 0) = 1$ получим, что уравнение (1) имеет постоянное решение

$$\varphi_1 = A = \sqrt{\frac{a}{b_1}}, \quad \varphi_2 = -A = -\sqrt{\frac{a}{b_1}}.$$

В самом деле, подставляя $\varphi(t) = A$ в уравнение

$$\varphi''(t) + a\varphi(t) + b_1\varphi^3(t) + \varphi^3(t)(b_2 + d\varphi(t)\varphi(t + \tau_5)) = 0,$$

получим

$$aA + b_1 A^3 + A^3 (b_2 + dA^2) = 0,$$

так как $-\frac{a}{b_1} = -\frac{b_2}{d}$, то $0 = 0$.

Поступило 12.05.2021 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Эльсгольц Л.Э., Норкин С.Б. Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. – М., Наука, 1971, 296 с.
2. Норкин С.Б. Дифференциальные уравнения с отклоняющимся аргументом. – М., Наука, 1965, 356 с.
3. Беллман Р., Кук К. Дифференциально – разностные уравнения. – М., “Мир”, 1967, 548с.
4. Моисеев Н.Н. Асимптотические методы в нелинейной механике. – М., Наука, 1981, 400с.
5. Сикорский Ю.С. Элементы теории эллиптических функций. Изд. 2 – е, исп. – М.: КомКнига, 2006, 368 с.
6. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н.М. Нелинейные колебания. – М., Физматлит, 2002, 315 с.
7. Архипова Н.И., Семерикова Н.П. Поперечные волны в двухслойной геометрически нелинейной мембране // Процессы в геосредах, научный журнал, 2016, № 3(7), с. 176-183
8. Стокер Д. Нелинейные колебания в механических и электрических системах пер. с англ. 2 изд., М., 1953.
9. Сафаров Д.С., Миратов С.К. О решение уравнения Дуффинга с многими постоянными отклонениями аргумента. – Вестник БГУ, 2019, 2/2 (63), с. 12-16.

Д.С.Сафаров, С.К.Миратов

ОИД БА ҲАЛЛИ ЯК СИНФИ МУОДИЛАҲОИ ДИФФЕРЕНСИАЛИИ ТАРТИБИ ДУЮМ БО ДОИМИҲОИ ФАРҚКУНАНДАИ АРГУМЕНТ

Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Н.Хусрав

Дар мақола ҳалли аниқи муодилаи дифференсиалии ғайрихаттии тартиби дуҷум бо доимии фарққунандаи аргумент ва коэффицентҳои доимӣ бо ёрии функсияи эллиптикии Якоби – делта амплитуда $d\eta$ ёфта шудааст.

Калимаҳои калидӣ: ҳал, модули функсия, даври ҳал, ҳалли дудаврдошта, функсияҳои эллиптикӣ, интегралҳои эллиптикӣ, делта-амплитуда.

D.S.Safarov, S.K.Miratov

**ON SOLUTION OF ONE CLASS OF SECOND-ORDER DIFFERENTIAL
EQUATIONS WITH CONSTANT DEVIATIONS OF THE ARGUMENT**

N.Khusrav Bokhtar State University

In this work, for a nonlinear second-order differential equation with constant deviating argument with constant coefficients, exact solutions are found using the Jacobi elliptic function – delta amplitude dnu .

Key words: *solution, modulus of function, periods of solution, doubly periodic solution, elliptic function, elliptic integral, delta-amplitude.*

УДК 517.957

Член-корреспондент НАН Таджикистана С.А.Исхоков,

А.Е.Куджмуродов*, М.Султонзода*

ВАРИАЦИОННАЯ ЗАДАЧА ДИРИХЛЕ ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ОПЕРАТОРОВ ВО ВСЕМ ПРОСТРАНСТВЕ

Институт математики им. А.Джураева НАН Таджикистана,

**Таджикский педагогический институт в г. Пенджикенте*

В работе изучается разрешимость вариационной задачи Дирихле для эллиптического оператора недивергентного вида во всем пространстве, коэффициенты которого имеют степенное вырождение на бесконечности. Доказана теорема о фредгольмовой разрешимости этой задачи.

Ключевые слова: *пространство типа Соболева, эллиптический оператор, степенное вырождение, не дивергентный вид, задача Дирихле.*

Вариационная задача Дирихле для эллиптических операторов во всем пространстве со степенным вырождением на бесконечности ранее изучалась только в случае, когда исследуемые операторы изначально задаются в дивергентной форме. При этом, сначала в работах [1-3] рассматривался случай, когда полуторалинейные формы, связанные с исследуемыми операторами, удовлетворяют условию коэрцитивности, и затем в работах [4-6] рассматривался случай некоэрцитивных форм. В отличие от этих работ, здесь мы рассматриваем случай, когда исследуемые операторы имеют недивергентный вид.

Пусть \mathbb{R}^n – n -мерное евклидово пространство точек $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $k = (k_1, k_2, \dots, k_n)$ – мультииндекс, $|k| = k_1 + k_2 + \dots + k_n$ – длина мультииндекса k . Обозначим через $u^{(k)}(x)$ обобщенную в смысле С.Л.Соболева производную функции $u(x)$ мультииндекса k . Далее вводим обозначение $d(x) = (1 + |x|^2)^{-1/2}$.

Пусть r – некоторое натуральное число. Рассмотрим дифференциальный оператор

$$L[u](x) = \sum_{|k|=2r} a_k(x) u^{(k)}(x), \quad u \in C_0^\infty(\mathbb{R}^n), \quad (1)$$

где $C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$ – класс бесконечно дифференцируемых в \mathbb{R}^n функций с компактным носителем.

С целью постановки вариационной задачи Дирихле для оператора (1) и исследовании ее разрешимости вводим соответствующие функциональные пространства. Символом $W_{2,\alpha}^r(\mathbb{R}^n)$, где α – некоторое вещественное число, обозначим пространство всех функций $u(x)$, определенных во всем пространстве \mathbb{R}^n , имеющих все частные производные порядка r , с конечной нормой

Адрес для корреспонденции: Исхоков Сулаймон Абунасрович. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/1, Институт математики НАНТ, E-mail: sulaimon@mail.ru

$$\|u; W_{2,\alpha}^r(\mathbb{R}^n)\| = \left\{ \sum_{|k|=r} \int_{\mathbb{R}^n} d^{2\alpha}(x) |u^{(k)}(x)|^2 dx + \int_{K_R} |u(x)|^2 dx \right\}^{1/2}, \quad (2)$$

где K_R – шар радиуса R с центром в начале координат и R – некоторое фиксированное положительное число. Символом $W_{2,\alpha}^r(\mathbb{R}^n)$ обозначим замыкание множества $C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$ в норме (2).

Вводим также весовое пространство $L_{2,\alpha;\varkappa}(\mathbb{R}^n)$ со следующей нормой

$$\|u; L_{2,\alpha;\varkappa}(\mathbb{R}^n)\| = \left\{ \int_{\mathbb{R}^n} d^{2\alpha}(x) [1 - \ln d(x)]^{-2\varkappa} |u(x)|^2 dx \right\}^{1/2}.$$

Пространство $L_{2,\alpha;\varkappa}(\mathbb{R}^n)$ при $\varkappa = 0$ обозначим через $L_{2,\alpha}(\mathbb{R}^n)$. Это пространство является гильбертовым и скалярное произведение в нем определяется равенством

$$(u, v)_\alpha = \int_{\mathbb{R}^n} d^{2\alpha}(x) u(x) \overline{v(x)} dx.$$

Пространства $W_{2,\alpha}^r(\mathbb{R}^n)$ введены Л.Д.Кудрявцевым в работе [7]. Теоремы вложения для этих пространств, прямые и обратные теоремы о следах на гладких многообразиях меньших размерностей и другие результаты о свойствах этих пространств получены в работах С.Л.Соболева [8], Т.С.Пиголкиной [9], Ю.С.Никольского [10], Ю.В.Рыбалова [11], С.В.Успенского [12] и др. Некоторые нужные нам свойства этих пространств сформулируем в виде следующих двух теорем (см., например, [3]).

Теорема 1. 1) Если $\alpha \geq n/2 - 1$, то множество $C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$ плотно в пространстве $W_{2,\alpha}^r(\mathbb{R}^n)$, то есть $W_{2,\alpha}^r(\mathbb{R}^n) = W_{2,\alpha}^r(\mathbb{R}^n)$;

2) если же $\alpha < n/2 - 1$, то пространство $W_{2,\alpha}^r(\mathbb{R}^n)$ разлагается в сумму

$$W_{2,\alpha}^r(\mathbb{R}^n) = W_{2,\alpha}^r(\mathbb{R}^n) + \mathcal{P}_{r-1, [r+\alpha-n/2]}(\mathbb{R}^n),$$

где $\mathcal{P}_{r-1, [r+\alpha-n/2]}(\mathbb{R}^n)$ – конечномерное пространство многочленов, точная степень которых лежит между числами $[r + \alpha - n/2]$ и $(r - 1)$. Здесь $[\delta]$ – целая часть числа δ .

Теорема 2. 1) Если $\alpha > n/2 - 1$, то $W_{2,\alpha}^r(\mathbb{R}^n) \rightarrow L_{2,\alpha+r;0}(\mathbb{R}^n)$;

2) если же $\alpha \leq n/2 - 1$, то $W_{2,\alpha}^r(\mathbb{R}^n) \rightarrow L_{2,\alpha+r;\varkappa}(\mathbb{R}^n)$, где $\varkappa = 1$, если $n/2 - \alpha \notin \{1, 2, \dots, r\}$, и $\varkappa = 0$ в противном случае. При этом ни один ненулевой многочлен из $\mathcal{P}_{r-1, [r+\alpha-n/2]}(\mathbb{R}^n)$ не принадлежит пространству $L_{2,\alpha+r;\varkappa}(\mathbb{R}^n)$.

Для постановки нашей основной задачи нам понадобится также весовое пространство $W_{2,\alpha;\beta}^r(\mathbb{R}^n)$, которое определяется нормой

$$\|u; W_{2;\alpha;\beta}^r(\mathbb{R}^n)\| = \left\{ \sum_{|k|=r} \int_{\mathbb{R}^n} d^{2\alpha}(x) |u^{(k)}(x)|^2 dx + \int_{\mathbb{R}^n} d^{2\beta}(x) |u(x)|^2 dx \right\}^{1/2}.$$

Замыкание множества $C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$ в норме пространства $W_{2;\alpha;\beta}^r(\mathbb{R}^n)$ обозначим через $\mathring{W}_{2;\alpha;\beta}^r(\mathbb{R}^n)$.

Относительно этих пространств справедлива следующая теорема (см., например, [3, теорема 1.3])

Теорема 3. 1) Если $\alpha > n/2 - 1$ и $\beta \geq \alpha + r$, то с точностью до эквивалентности норм справедливо равенство

$$W_{2;\alpha;\beta}^r(\mathbb{R}^n) = W_{2;\alpha}^r(\mathbb{R}^n).$$

Если же $\alpha \leq n/2 - 1$ и $n/2 - \alpha \notin \{1, 2, \dots, r\}$, то при любом $\beta \geq \alpha + r$ справедливо равенство

$$\mathring{W}_{2;\alpha;\beta}^r(\mathbb{R}^n) = \mathring{W}_{2;\alpha}^r(\mathbb{R}^n). \tag{3}$$

Символом $\left(\mathring{W}_{2;\alpha;\beta}^r(\mathbb{R}^n)\right)$ обозначим множество всех антилинейных непрерывных на

$\mathring{W}_{2;\alpha;\beta}^r(\mathbb{R}^n)$ функционалов, наделённое нормой сопряженного пространства. Значение функционала

$F \in \left(\mathring{W}_{2;\alpha;\beta}^r(\mathbb{R}^n)\right)$ на элемент $v \in \mathring{W}_{2;\alpha;\beta}^r(\mathbb{R}^n)$ обозначим через $\langle F, v \rangle$.

Предположим, что коэффициенты $a_k(x), |k| = 2r$, оператора (1) для всех $x \in \mathbb{R}^n$ и любого набора комплексных чисел $\zeta = \{\zeta_\mu\}_{|\mu|=r}$ удовлетворяют следующему условию эллиптичности

$$\operatorname{Re} \sum_{|\mu|=|\nu|=r} (-1)^r a_{\mu+\nu}(x) \zeta_\mu \bar{\zeta}_\nu \geq d^{2\alpha}(x) \varkappa_0 \sum_{|\mu|=r} |\zeta_\mu|^2, \tag{4}$$

где α, \varkappa_0 – некоторые вещественные числа и $\varkappa_0 > 0$. Также предполагается, что коэффициенты $a_k(x), |k| = 2r$, имеют производные до порядка r включительно и найдется число $M_0 > 0$ такое, что

$$\left| a_k^{(l)}(x) \right| \leq M_0 d^{2\alpha+|l|}(x) \tag{5}$$

для всех $x \in \mathbb{R}^n$, всех мультииндексов k длиной $2r$ и всех мультииндексов l , по длине не превосходящих r .

Пусть λ, β – вещественные числа. Вводим полуторалинейную форму, связанную с оператором (1),

$$B_{\lambda,\beta}[u,v] = (L[u],v)_0 + \lambda(u,v)_\beta, \quad u,v \in C_0^\infty(\mathbb{R}^n),$$

и рассмотрим следующую вариационную задачу:

Задача D. Для заданного функционала $F \in \left(\overset{\circ}{W}_{2;\alpha;\beta}^r(\mathbb{R}^n) \right)$ требуется найти функцию

$U \in \overset{\circ}{W}_{2;\alpha;\beta}^r(\mathbb{R}^n)$, удовлетворяющую уравнению

$$B_{\lambda,\beta}[U,w] = \langle F, v \rangle \quad \forall w \in \overset{\circ}{W}_{2;\alpha;\beta}^r(\mathbb{R}^n).$$

С целью рассмотрения фредгольмовой разрешимости этой задачи вводим полуторалинейную форму

$$B_{\bar{\lambda},\beta}^+[V,w] = \overline{(L[w],V)}_0 + \bar{\lambda}(V,w)_\beta, \quad V, w \in \overset{\circ}{W}_{2;\alpha;\beta}^r(\mathbb{R}^n),$$

и рассмотрим отвечающие ей однородную и формально сопряженные задачи.

Задача D_0 . Найти функцию $U \in \overset{\circ}{W}_{2;\alpha;\beta}^r(\mathbb{R}^n)$, удовлетворяющую уравнению

$$B_{\lambda,\beta}[U,w] = 0 \quad \forall w \in \overset{\circ}{W}_{2;\alpha;\beta}^r(\mathbb{R}^n).$$

Задача D^* . Для заданного функционала $G \in \left(\overset{\circ}{W}_{2;\alpha;\beta}^r(\mathbb{R}^n) \right)$ требуется найти функцию

$V \in \overset{\circ}{W}_{2;\alpha;\beta}^r(\mathbb{R}^n)$, удовлетворяющую уравнению

$$B_{\bar{\lambda},\beta}^+[U,w] = \langle G, w \rangle \quad \forall w \in \overset{\circ}{W}_{2;\alpha;\beta}^r(\mathbb{R}^n).$$

Задача D_0^* . Найти функцию $V \in \overset{\circ}{W}_{2;\alpha;\beta}^r(\mathbb{R}^n)$, удовлетворяющую уравнению

$$B_{\bar{\lambda},\beta}^+[U,w] = 0 \quad \forall w \in \overset{\circ}{W}_{2;\alpha;\beta}^r(\mathbb{R}^n).$$

Теперь сформулируем основной результат нашей работы.

Теорема 4. Пусть $\beta > \alpha + r$ и выполнены условия (4), (5). Тогда задача D фредгольмова разрешима. Это означает, что:

- 1) задача D разрешима для тех и только тех F, для которых $\langle F, V \rangle \equiv 0$ на всех функциях $V(x)$, являющихся решениями задачи D_0^* ;
- 2) размерности пространств решений однородных задач D_0 и D_0^* конечны и равны между собой;
- 3) задача D_0 имеет отличные от нуля решения лишь для счетного числа значений параметра $\lambda = \lambda_j, j = 1, 2, \dots$, причем $|\lambda_j| \rightarrow \infty$ при $j \rightarrow \infty$. При этом сопряженная однородная задача D_0^* имеет нетривиальные решения при тех же значениях параметра λ , что и задача D_0 .

Замечание 1. Если $\text{Re} \lambda > 0$, то для всех $u \in \overset{\circ}{W}_{2;\alpha;\beta}^r(\mathbb{R}^n)$ выполняется неравенство

$$\operatorname{Re} B_{\lambda, \beta}[u, u] \geq c_0 \|u; W_{2; \alpha, \beta}^r(\mathbb{R}^n)\|^2,$$

с помощью которого доказывается, что задача D имеет единственное решение (в этом случае условие $\beta > \alpha + r$ можно опустить).

Замечание 2. Равенство (3) теоремы 3 позволяет с помощью теоремы 4 изучить федгольмову разрешимость аналога задачи D для оператора (1) в пространстве $W_{2; \alpha}^r(\mathbb{R}^n)$.

Поступило 05.09.2021 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Мирошин Н.В. Внешняя задача Дирихле для вырождающегося эллиптического оператора. – Труды Математического института им. В.А.Стеклова АН СССР, 1979, т. 150, с. 198-211.
2. Мирошин Н.В. Спектральные внешние задачи для вырождающегося эллиптического оператора. – Известия вузов. Математика, 1988, №8, с. 47-55.
3. Мирошин Н.В. Внешняя вариационная задача Дирихле для эллиптического оператора с вырождением. – Труды Математического института РАН, 1992, т. 194, с. 179-195.
4. Исококов С.А., Рахронов Б.А. О разрешимости и гладкости решения вариационной задачи Дирихле во всем пространстве, связанной с некоэрцитивной формой. – Уфимский математический журнал, 2020, т.12, №1, с. 13-29.
5. Исококов С.А., Рахронов Б.А. Вариационная задача Дирихле, связанная с некоэрцитивной формой во всем пространстве. – Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отд. физ-мат., хим., геол. и техн. н., 2018, №2 (171), с. 17-25.
6. Рахронов Б.А. О гладкости решения вариационной задачи Дирихле, связанной с некоэрцитивной формой во всем пространстве. – Доклады Академии наук Республики Таджикистан, 2018, т. 61, №9-10, с. 736-741.
7. Кудрявцев Л.Д. Теоремы вложения для классов функций, определенных на неограниченных областях. – ДАН СССР, 1963, т. 153, с. 530-532.
8. Соболев С.Л. Введение в теорию кубатурных формул. – М.: Наука, 1974.
9. Пиголкина Т.С. О плотности финитных функций в весовых классах. – Математические заметки, 1967, т. 2, №1, с. 53-60.
10. Никольский Ю.С. Поведение на бесконечности функций с заданными в L_p дифференциально-разностными свойствами. – Труды МИАН СССР, 1974, т. 131, с. 182-198.
11. Рыбалов Ю.В. О краевой задаче в полупространстве с граничным условием на бесконечности. – Дифференц. уравнения, 1979, т. 15, №12, с. 2193-2204.
12. Успенский С.В. О теоремах вложения для весовых классов. – Труды МИАН СССР, 1961, т. 60, с. 282-303.

С.А.Исхоков, А.Ё.Кучмуродов*, М.Султонзода*

МАСЪАЛАИ ВАРИАТСИОНИИ ДИРИХЛЕ БАРОИ ОПЕРАТОРҲОИ ЭЛЛИПТИКИИ ТАНАЗЗУЛЁБАНДА ДАР ТАМОМИ ФАЗО

Институти математикаи ба номи А. Ҷӯраеви Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,

**Донишқадаи педагогии Тоҷикистон дар ш. Панҷакент*

Дар мақола ҳалшавандагии масъалаи вариатсионии Дирихле барои оператори эллиптикии намуди ғайридивергентӣ дар тамоми фазо, ки коэффитсиентҳояш дар беохирӣ таназзул ёбии дараҷагӣ доранд, омӯхта шудааст. Теорема оид ба маънои Фредгоlm ҳалшавандагии ин масъала исбот карда шудааст.

Калимаҳои калидӣ: *фазои навъи Соболев, оператори эллиптикӣ, таназзул ёбии дараҷагӣ, намуди зайридивергентӣ, масъалаи Дирихле.*

S.A.Iskhokov, A.Y.Kudzhmurodov*, M.Sultonzoda*

VARIATIONAL DIRICHLET PROBLEM FOR DEGENERATE ELLIPTIC OPERATORS IN THE HOLE SPACE

A.Dzhuraev Institute of Mathematics, National Academy of Sciences of Tajikistan,

**Tajik pedagogical institute in Penjikent*

In the paper we study solvability of the Dirichlet variational problem for non-divergent form elliptic operator in the hole space which coefficients have power degeneracy at the infinity. Theorem on Fredholm solvability of the problem is proved.

Key words: *Sobolev-type space, elliptic operator, power degeneration, non-divergent form, Dirichlet problem.*

УДК 517.968.2

Э.Д.Бобоев

О КРАЕВЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С РАЗРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ НА ПЛОСКОСТИ

Худжандский государственный университет им. академика Б.Гафурова

(Представлено академиком НАН Таджикистана З.Х.Рахмоновым 26.12.2020 г.)

В работе установлены эффективные необходимые и достаточные условия нетеровости задачи Дирихле и Неймана для эллиптической системы второго порядка с разрывными коэффициентами и получения формулы для вычисления индекса.

Ключевые слова: *нетеровость, двумерные сингулярные интегральные операторы, задача Дирихле, индекс задачи.*

В работе исследуются основные краевые задачи для некоторых эллиптических систем двух уравнений с двумя независимыми переменными в ограниченной односвязной области D – комплексной плоскости z , ограниченной простой замкнутой кривой Ляпунова Γ ; $\bar{D} = D \cup \Gamma$ и содержащей внутри точку $z = 0$. Ранее в работе [1] для сильно эллиптических систем дифференциальных уравнений второго порядка задача Дирихле методом интегральных уравнений была изучена Б.В.Боярским. В работах [2,3] Г.Джангибекова были изучены задачи Дирихле и Неймана для общих эллиптических систем уравнений второго порядка с двумя функциями от двух переменных. Показано, что указанные краевые задачи не всегда обладают "фредгольмовскими" свойствами. В предположении непрерывности коэффициентов системы были установлены необходимые и достаточные условия нетеровости и даны формулы для вычисления индекса указанных задач в пространстве Соболева $W_p^2(D)$, $2 < p < \infty$.

Рассмотрим следующую эллиптическую систему уравнений второго порядка на плоскости, комплексная запись которой имеет вид

$$\begin{aligned} & a(z)W_{\bar{z}\bar{z}} + b(z)\bar{W}_{\bar{z}\bar{z}} + c(z)(\bar{z}/|z|)^n W_{zz} + (z/|z|)^n d(z)\bar{W}_{\bar{z}\bar{z}} + \\ & + a_1(z)W_{\bar{z}} + b_1(z)\bar{W}_{\bar{z}} + c_1(z)W_z + d_1(z)\bar{W}_z + e_1(z)W + h_1(z)\bar{W} = g(z), \end{aligned} \quad (1)$$

где $z = x + iy$, $W = u(x, y) + iv(x, y)$, n – целое число,

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right), \quad \frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right).$$

Адрес для корреспонденции: Бобоев Элмурод Дустович 735700, Республика Таджикистан, г. Худжанд, проспект Исмоил Сомони 52, e-mail: il.boboev@mail.ru

Как видно, коэффициенты уравнения (1) при производных W_{zz} и $\overline{W_{zz}}$ в точке $z=0$ имеют неустранимый разрыв. На каждом луче, выходящем из начала координат, функция $(z/|z|)^n$ постоянна и в точке $z=0$ имеет различные пределы по лучам. Как будет показано ниже, отказ от непрерывности коэффициентов приводит к тому, что найденные в [2,3] условия нетеровости перестают быть достаточными и, более того, разрешимость задачи будет зависеть от показателя p лебегового пространства $L^p(D)$.

По главной части системы (3) построим матричный полином

$$F_z(t) = \begin{pmatrix} a(z) + e^{-i\varphi} c(z)\overline{t} & b(z) + e^{i\varphi} d(z)t \\ \overline{b(z) + e^{-i\varphi} d(z)t} & \overline{a(z) + e^{i\varphi} c(z)\overline{t}} \end{pmatrix},$$

где $|t|=1$, $z \in \overline{D}$, $\varphi = \arg z$. Эллиптичность системы (3) означает, что выполнено неравенство

$$\det F_z(t) \equiv |c(t) + a(z)t|^2 - |b(z) + d(z)t|^2 \neq 0$$

для $\forall z \in \overline{D}, |t|=1$. Множество всех полиномиальных матриц вида $F_z(t)$, удовлетворяющих условию $\det F_z(t) = |P_z(t)|^2 - |Q_z(t)|^2 > 0 (< 0)$ для всех $z \in \overline{D}, |t|=1$, обозначим $F^+ (F^-)$, где

$$P_z(t) = c(z) + a(z)t, \quad Q_z(t) = b(z) + d(z)t.$$

Две матрицы $F_z^1(t), F_z^2(t)$ из F^+ будем считать гомотопными, если существует матричная функция $F_z(t, \tau) \in F^+$, непрерывно зависящая от действительного параметра $\tau \in [0, 1]$, такая, что

$$F_z(t, 0) \equiv F_z^1(t), \quad F_z(t, 1) \equiv F_z^2(t).$$

Известно [3], что соотношение гомотопии разбивает F^+ на три класса гомотопии – связанные, открытые компоненты:

γ_0) $Ind_{|t|=1} P_z(t) = 0$, то есть квадратный трехчлен $P_z(t)$ внутри круга $|t|=1$ корней не имеет;

γ_1) $Ind_{|t|=1} P_z(t) = 1$, то есть квадратный трехчлен $P_z(t)$ внутри круга $|t|=1$ имеет один

корень.

Эти классы образуют полную систему множества F^+ , то есть F_z^1 и F_z^2 из F^+ принадлежат некоторому классу $\gamma_k, k=0,1$ тогда и только тогда, когда $F_z^1 \sim F_z^2$. Устанавливается, что для классов гомотопии γ_k при фиксированном k выполняется одно из неравенств (2),(3):

$$|\Delta_1(z)| > |\lambda(z)| + |\mu(z)|, \quad \forall z \in \overline{D}, \tag{2}$$

$$|\Delta_2(z)| > |\lambda(z)| + |\mu(z)|, \quad \forall z \in \overline{D}, \tag{3}$$

где

$$\Delta_1(z) = |a(z)|^2 - |b(z)|^2, \Delta_2(z) = |d(z)|^2 - |c(z)|^2,$$

$$\lambda(z) = \overline{a(z)c(z)} - b(z)\overline{d(z)}, \mu(z) = a(z)\overline{d(z)} - \overline{b(z)c(z)}.$$

Лемма. Пусть $|P_z(t)| > |Q_z(t)|$. Тогда для выполнения неравенств (2) или (3) необходимо и достаточно, чтобы соответственно $IndP_z = 0$ или $IndP_z = 1$.

Если $|P_z(t)| < |Q_z(t)|$, то роль $P_z(t)$ сыграет $Q_z(t)$, причем $\Delta_j < 0$.

В соответствии с гомотопическими классами γ_1, γ_2 , то есть условиями (2) или (3), эллиптическая система (3) эквивалентным образом приводится к одному из видов

$$\Delta_1(z)W_{\bar{z}\bar{z}} + \lambda(z)W_{z\bar{z}} + \mu(z)\overline{W_{z\bar{z}}} + T_1(W) = g_1(z), \tag{4}$$

$$\mu(z)W_{\bar{z}\bar{z}} - \lambda(z)\overline{W_{z\bar{z}}} + \Delta_2(z)W_{z\bar{z}} + T_2(W) = g_2(z), \tag{5}$$

где $g_1 = \bar{a}g - b\bar{g}$, $g_2 = \bar{c}g - d\bar{g}$, $T_j(W)$ ($j=1,2$) – младшие члены.

Задача Дирихле. Найти непрерывное решение системы (1) в области D из класса $W_p^2(D), 2 < p < \infty$, удовлетворяющее на границе Γ условию

$$W(t)|_{\Gamma} = 0. \tag{6}$$

Без ограничения общности будем считать, что область D есть круг: $D = \{z : |z| < 1\}$.

Как известно [4,5] все функции $W(z)$, обладающие в D обобщенными производными второго порядка, непрерывные в \bar{D} и удовлетворяющие на Γ условию (6), единственным образом представляются в виде

$$W(z) = \iint_D G(z, \zeta) f(\zeta) ds_{\zeta},$$

где

$$G(z, \zeta) = -\frac{2}{\pi} \ln \left| \frac{z - \zeta}{1 - z\bar{\zeta}} \right|$$

есть функция Грина задачи Дирихле для уравнения Лапласа в единичном круге, $f(z)$ – неизвестная функция из пространства $L^p(D), 2 < p < \infty$. Тогда, как известно, для производных функций W справедливы формулы

$$W_{\bar{z}\bar{z}} = f(z), \quad \overline{W_{\bar{z}\bar{z}}} = \overline{f(z)}, \quad W_{z\bar{z}} = (Sf)(z) + \bar{z}^2(Bf)(z) + T_1,$$

$$W_{\bar{z}\bar{z}} = (\bar{S}f)(z) + z^2(\bar{B}f)(z) + T_2, \quad \overline{W_{z\bar{z}}} = (\overline{Sf})(z) + z^2(\overline{Bf})(z) + T_2,$$

$$\overline{W_{z\bar{z}}} = (S\bar{f})(z) + \bar{z}^2(B\bar{f})(z) + T_1,$$

где T_j – компактные в $L^p(D)$, $2 < p < \infty$, операторы. В силу этих формул получим, что задача Дирихле (6) для системы (3) в соответствии с классами гомотопии $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_0$ эквивалентна одному из двух сингулярных интегральных уравнений:

$$\Delta_1(z)f + \lambda(z)(\bar{z}/|z|)^n(S + \bar{z}^2B)f + \mu(z)(z/|z|)^n(\bar{S} + z^2\bar{B})\bar{f} + T_1 = g_1, \tag{7}$$

$$\mu(z)f - \lambda(z)\bar{f} + \Delta_2(z)(z/|z|)^n(S + \bar{z}^2B)\bar{f} - \bar{\mu}_2(\bar{S} + z^2\bar{B})\bar{f} + T_2 = g_2. \tag{8}$$

Уравнения (7), (8) изучены в работе Г. Джангибекова [6].

Далее введём следующие обозначения:

$$R_p(k) = \sqrt{1 - \frac{2n(1 - 2/p)}{(k + 2/p)(k + 2/q - n)}}, \quad k \geq n_0,$$

$$k \neq \frac{n}{2}(1 + \text{sign}n) - 1, 1/p + 1/q = 1, \quad n_0 - \text{целая часть числа } (n - 1)/2;$$

$$\Lambda = \begin{cases} \frac{\Delta_1(0)}{\mu(0)}, & \text{если выполнено (2);} \\ \frac{\mu(0)}{\Delta_2(0)}, & \text{если выполнено (3).} \end{cases}$$

Через $\mu_p(\Lambda)$ обозначим число, равное для $|\Lambda| < 1$ количеству значений k при которых $R_p(k) < |\Lambda|$, а для $|\Lambda| > 1$ – равное количеству значений k , при которых $R_p(k) > |\Lambda|$.

Если $n \geq 0$, то введём число

$$\varkappa_p(\lambda) = \begin{cases} -2\mu_p(\Lambda) & \text{при } |\Lambda| < 1, \\ 2n - 2\mu_p(\Lambda) & \text{при } |\Lambda| > 1 \text{ и } \mu_p(\Lambda) \neq n/2, \\ n + 1 & \text{при } |\Lambda| > 1 \text{ и } \mu_p(\Lambda) = n/2, \end{cases}$$

если $n \leq -1$, то введём

$$\varkappa_p(\Lambda) = \begin{cases} -2\mu_p(\Lambda) & \text{при } |\Lambda| < 1 \text{ и } \mu_p(\Lambda) \neq n/2, \\ 2n - 2\mu_p(\Lambda) & \text{при } |\Lambda| > 1, \\ n + 1 & \text{при } |\Lambda| > 1 \text{ и } \mu_p(\Lambda) = n/2, \end{cases}$$

Имеет место

Теорема 1. Пусть в (1) $n = 0$. Тогда для того чтобы задача Дирихле (2) для эллиптической системы (1) в классе $W_p^4(D)$, $2 < p < \infty$ была нетеровой, необходимо и достаточно выполнение одного из следующих (исключающих друг друга) условий:

$$|\Delta_1(z)| > |\lambda(z)| + |\mu(z)| \quad \text{для всех } z \in \bar{D}, \tag{9}$$

$$|\Delta_2(z)| > |\lambda(z)| + |\mu(z)| \quad \text{для всех } z \in \bar{D}; \quad \mu(t) \neq 0 \quad \text{для всех } t \in \Gamma. \tag{10}$$

При этом если выполнено условие (9), то задача фредгольмова; если выполнено (10), то индекс задачи равен

$$\varkappa = -2\text{Ind}_\Gamma \mu(t).$$

Теорема 2. Пусть в (1) $n \neq 0$ и $\lambda(0) = 0$. Если $\Lambda \neq 1$, $\Lambda \neq R_n(k)$, (k целое, $k \geq 1/2n(1 + \text{sign}n)$) и выполняется одно из исключаяющих друг друга условий (9), (10), то, задача Дирихле для эллиптической системы (1) в классе $W_p^4(D)$, $2 < p < \infty$ нетерова, причем если выполнено (9), то индекс задачи равен $\varkappa_p(\Lambda)$, а если выполнено (10), то

$$\varkappa = 2\text{Ind}_\Gamma \mu(t) + \varkappa_p(\lambda).$$

Задача Неймана. Найти непрерывные решения системы (3) в области \bar{D} из класса $W_p^2(D)$, $2 < p < \infty$, удовлетворяющие на границе Γ условию

$$\frac{\partial W}{\partial \nu} \Big|_\Gamma = 0. \tag{11}$$

Поскольку [4,5] любая функция, обладающая в D обобщенными производными второго порядка с непрерывными в \bar{D} первыми производными, удовлетворяющая условиям (9) и

$$\int_\Gamma W(z) ds_z = 0,$$

может быть единственным образом представлена в виде

$$W(z) = \iint_D \hat{G}(z, \zeta) f(\zeta) ds_\zeta, \quad f(z) \in L^p(D), \quad 2 < p < \infty,$$

где

$$\hat{G}(z, \zeta) = -\frac{2}{\pi} \ln \left| \frac{z - \zeta}{1 - z\zeta} \right| - \frac{1}{\pi} (|z|^2 + |\zeta|^2) + \frac{3}{4}$$

есть функция Неймана для единичного круга, то так же как, и в случае задачи Дирихле, устанавливаются необходимые и достаточные условия нетеровости и формулы для индекса, ибо указанная задача с точностью до вполне непрерывных операторов сводится к тем же сингулярным интегральным уравнениям (7),(8).

Отметим, что частные случаи системы (1) при $b(z) \equiv c(z) \equiv 0$ изучены ранее в работе [7].

Поступило 26.12.2020

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Боярский Б.В. Исследования по уравнениям эллиптического типа на плоскости и граничным задачам теории функций. – Дисс. д. физ.-мат. н. – М., 1960.
2. Джангибеков Г. Об одном классе двумерных сингулярных интегральных операторов и его приложениях к краевым задачам для эллиптических систем уравнений на плоскости. – ДАН СССР, 1991, т. 319, №4, с. 811-815.
3. Jangibekov G. On a class of two-dimensional singularintegral operators and its applications to boundary value problems for elliptic systems of equations on the pline. – Proceedings of the second ISAAC congress. – Tokyo, 1999, pp.1421-1430.
4. Векуа И.Н. Обобщенные аналитические функции. – М.: Физматгиз, 1959, 627 с.
5. Джурраев А.Д. Метод сингулярных интегральных уравнений. – М.: Наука, 1987, 415 с.
6. Джангибеков Г. О нетеровости и индексе некоторых двумерных сингулярных операторов. – ДАН СССР, 1990, т.308, №5, с.1037-1041.
7. Джангибеков Г., Бобоев Э.Д. Задача Дирихле и Неймана для эллиптических систем виорого порядка с разрывными коэффициентами. – В сб. Сингулярные интегральные уравнения и дифференциальные уравнения с сингулярными коэффициентами. Мат-лы межд. конф, посвященный 70-летию профессора Джангибекова Г. – Душанбе. 30-31 января 2020 г., с. 93-95.

Э.Д.Бобоев

**МАСЪАЛАҲОИ ДИРИХЛЕ ВА НЕЙМАН БАРОИ ЯК СИСТЕМАИ
ЭЛЛИПТИКИИ ТАРТИБИ ДУ БО КОЭФФИЦИЕНТҲОИ КАНИШНОК**

Донишгоҳи давлатии Хуҷанд ба номи академик Б.Ғафуров

Дар мақола шартҳои зарурӣ ва кифоягии эффективии нётеровӣ будани масъалаҳои Дирихле ва Нейман барои як системаи эллиптикии тартиби ду бо коэффисиентҳои канишнок ёфта шуда, формула барои ҳисобкунии индекси масъалаҳо гирифта шудааст.

Калимаҳои калидӣ: нётеровӣ, оператори интегралӣ сингулярии дученака, масъалаи Дирихле, индекси масъала.

E.D.Boboev

**A BOUNDARY VALUE PROBLEMS FOR ELLIPTIC SYSTEMS OF EQUATIONS
IN THE PLANE**

B.Gafyrov Khujand State University

In this article the purpose is to establish an effective necessary and sufficient conditions Noetherian A in $L^p(D)$ (considered over the field) $1 < p < \infty$ and getting the formula for the calculation of the index.

Key words: noetherian property, two-dimensional singular integral operators, Dirichlet problem, problem index.

УДК 338.9+51(575.3)

Б.И.Махсудов, И.Х.Файзуллоев, М.Х.Эгамов*

ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ОПТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ В КОМПОЗИТАХ НА ОСНОВЕ ПОЛИМЕР-НЕМАТИЧЕСКОГО ЖИДКОГО КРИСТАЛЛА ПРИ ОДНООСНОЙ ДЕФОРМАЦИИ

*Таджикский национальный университет,***Худжандский научный центр НАН Таджикистана**(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана У.Мадвалиевым 17.03.2021 г.)*

Представлена экспериментальная установка для исследования температурной зависимости оптических свойств полимерно-жидкокристаллических композитов с управляемым поверхностным сцеплением при одноосной деформации. Экспериментально показано, что в полимерно-жидкокристаллических композитах на основе нематического жидкого кристалла 4-п-гептил-4'-цианобифенил (7CB) при одноосной деформации наблюдается температурная зависимость оптического свойства.

Ключевые слова: *полимерно-жидкокристаллические композиты, поверхностное сцепление, одноосная деформация, поляризация, инжекционный лазер, оптические свойства, фотоника.*

Нематические жидкие кристаллы (НЖК) широко используются для создания современных оптоэлектронных устройств, осуществляющих управление характеристиками электромагнитного излучения и отображения информации (модуляторы, дисплеи, индикаторы). Однако новейшие области приложений НЖК выходят далеко за рамки их традиционного использования. Ученые активно исследуют и развивают иные возможности их применения.

Исследование композитных жидкокристаллических материалов представляет новое направление в развитии современного материаловедения и нацелено на выяснение взаимосвязи молекулярных и структурных свойств исходных компонентов, их взаимодействий на границе раздела, морфологических параметров, магнитных, электрических и оптических характеристик композитной среды.

Известно, что ориентационная структура капель НЖК определяется балансом упругих сил и сил поверхностного сцепления [1]. В случае планарного сцепления молекул нематика с полимером, при отсутствии выделенного направления на границе раздела, биполярная ось капли совпадает с длинной осью эллипсоида, что соответствует минимуму упругой энергии [1-3].

В [4,5] показано, что превалирующую роль в ориентации капель НЖК может играть анизотропия поверхностных сил. Так, например, если процесс фазового разделения происходит в присутствии электрического поля, то в результате капли НЖК будут сохранять ориентацию вдоль направления поля даже после его отключения. Такой эффект объясняется преимущественной ориентацией по полю молекул НЖК в момент фазового разделения, а также за счет межмолекулярного взаимодей-

Адрес для корреспонденции: Махсудов Барот Исломович. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: maksudov_barot@mail.ru

ствия и макромолекул полимера на границе раздела с последующей их фиксацией в данном направлении. Авторы [6,7] в качестве переориентирующего внешнего поля использовали одноосную деформацию полимерно-жидкокристаллического композита. В этих работах в качестве источника фотонов были применены He-Ne-лазеры. В настоящее время вся оптоэлектроника, оптоинформатика и фотоника базируются на использовании полупроводниковых инжекционных лазеров на основе гетероструктур [8-10]. Использование инжекционных лазеров имеет свои особенности, поэтому изучение оптических свойств композитов на основе полимер-жидкий кристалл является актуальной научной задачей.

В настоящей работе основное внимание было уделено еще одному полезному свойству одноосно ориентированных капсулированных полимером НЖК пленок, а именно, устойчивость структуры к высоким температурам.

Эксперимент

Для приготовления капсулированных полимером НЖК 4-*n*-гептил-4'-цианобифенил (7СВ), находящемуся в нематической фазе при температурах $T_N = 28.5-42^\circ\text{C}$, применялся метод SIPS (solvent induced phase separation) [11]. В качестве матрицы выбрали поливиниловый спирт (ПВС) из класса термопластичных полимеров с показателем преломления $n_p = 1.52$ при $T = 22^\circ\text{C}$ для $\lambda = 0.633$ мкм. Данные компоненты после растворения в соответствующих растворителях и последующего высушивания не претерпевают химических превращений. ПВС растворяется, как и НЖК, в дистиллированной воде, прозрачен в видимой области спектра, обеспечивает планарное сцепление с молекулами мезоморфных производных алкил-цианобифенилов. Приготовленная этим способом смесь композита выливалась на поверхность стеклянной подложки, размещенной в закрытом боксе для последующего испарения растворителя. Средний размер капель в полученных образцах контролировался скоростью вращения магнитной мешалки, а также периодом испарения воды и варьировал в пределах от 2 до 40 мкм. Полученная пленка на поверхности стеклянной подложки имела однослойное распределение капель нематика в объеме полимерной матрицы.

Для регистрации оптического отклика капсулированных полимером НЖК 7СВ пленки при одноосном растяжении была использована измерительная установка, блок-схема которой представлена на рис.1.

Луч инжекционного лазера после оптического коллиматора преобразуется в параллельный луч. Далее этот луч направляется на полимерно-жидкокристаллическую композиционную плёнку, которая с двух концов закреплена на специальную приставку, обеспечивающую плавное растяжение композита. Специальное устройство обеспечивает измерения относительного растяжения композита. При одноосной деформации данного композита происходит ориентация молекул ЖК и в результате изменяется коэффициент оптического пропускания объекта. Изменение интенсивности этого луча измеряется фотоприёмником. Оптическая система поляризатор-анализатор используется для контроля изменения степени поляризации лазерного луча.

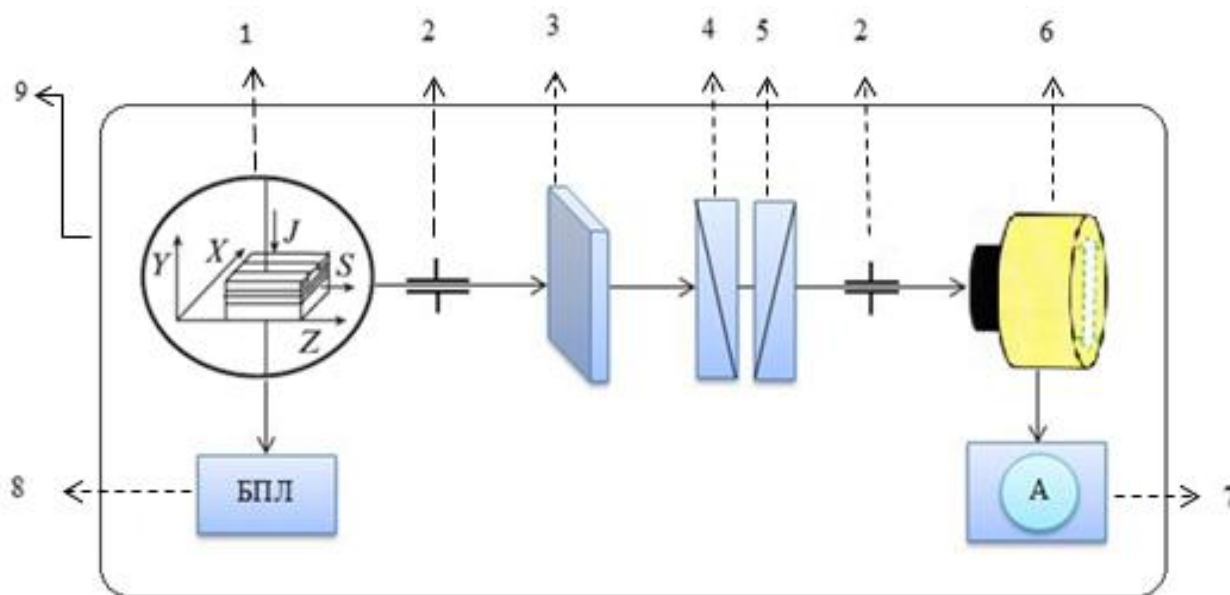


Рис. 1. Схема экспериментальной установки для исследования оптических свойств композитов на основе полимер-НЖК. 1 – полупроводниковый инжекционный лазер на основе гетероструктур InGaAsP/AlGaAs, 2 – оптический коллиматор лазерного луча, 3 – полимерно-жидкокристаллический композит на основе нематического жидкого кристалла 4-п-гептил-4'-цианобифенил (7CB), 4, 5 – анализатор, 6 – фотоприёмник, 7 – компьютер, 8 – регулируемый блок питания инжекционного лазера, 9 – термостат.

Результаты и их обсуждение

Были проведены исследования оптической устойчивости к изменению температуры композитных плёнок полимер-НЖК на основе 4-п-гептил-4'-цианобифенила (7CB), капсулированного в связующем полимере (ПВС) при одноосной деформации. Результатами измерений являются зависимость изменения оптической мощности проходящего через композит лазерного излучения от величины относительной одноосной деформации плёнки. Результаты исследований иллюстрированы на рис. 2.

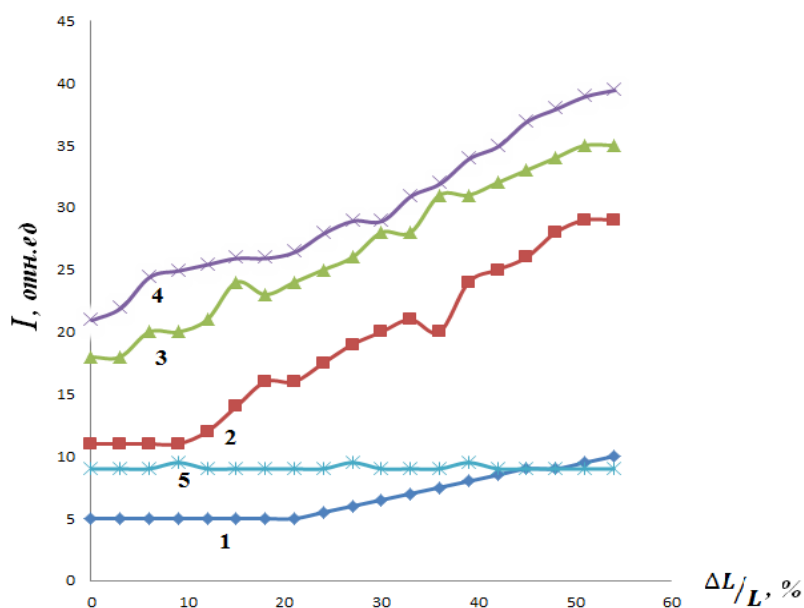


Рис. 2. Зависимость изменения интенсивности светопропускания композитных пленок при одноосном растяжении от температуры: 21°C (1); 30°C (2); 34°C (3); 38°C (4); 45°C (5).

Сопоставительный анализ полученных результатов показал, что при комнатной температуре (21°C) и относительном удлинении пленки до 20% молекулы НЖК 7СВ внутри капель не чувствительны к внешним факторам (кривая 1, рис. 2). Дальнейшее действие внешнего поля приводит к монотонному росту светопропускания исследуемой пленки. Наблюдаемый факт объясняется улучшением переориентации молекул НЖК при одновременном действии температуры и степени деформации. Последующее повышение температуры опыта до 38°C приводит к улучшению процесса переориентации (кривые 2,3,4 рис. 2). Это убедительно подтверждает уменьшение энергии сцепления между молекулами НЖК 7СВ и связующего полимера ПВС на границе раздела двух фаз. Совсем иная картина наблюдается для режима деформации пленки при температуре 45°C (кривая 5, рис. 2). Как видно, за весь период одноосной деформации и влияния температуры никаких переориентаций молекул НЖК 7СВ не наблюдается. Если учитывать, что диапазон существования нематической фазы 7СВ в системах алкил-цианобифенилов составляет $t_N = 28.5-42^\circ\text{C}$, то вполне логично, что вещество, находясь в изотропной фазе, не способно проявлять признаки ориентации молекул.

В ы в о д ы

Согласно экспериментальным данным исследования оптических свойств полимерно-жидкокристаллических композитов на основе нематического жидкого кристалла (НЖК) 4-циано-4N-гептилбифенил (7СВ), можно заключить, что при комнатной температуре полимерная матрица достаточно жесткая и ориентационное состояние границы раздела нематик-полимер не изменяется. При нагревании пластичность полимера и, следовательно, чувствительность к внешнему воздействию возрастает. Следует отметить, что при больших мощностях лазерного излучения при одноосном растяжении полимерно-жидкокристаллического композита наблюдается смещение точки изменения оптических свойств плёнок вправо [10]. Согласно результатам данной работы, наблюдается смещение точки изменения оптических свойств плёнки в противоположном направлении. По-видимому, это связано с тем, что первом случае за счет оптического поглощения лазерного излучения полимеров изменяется только температура матрицы, а во втором случае нагревается композитный материал в целом.

Поступило 07.04.2021 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ковальчук А.В., Курик М.В., Лаврентович О.Д., Серган В.В. Структурные превращения в каплях нематика во внешнем электрическом поле. – ЖЭТФ, 1988, т. 94, №5, с. 350-364.
2. Ковальчук А.В., Лаврентович О.Д., Серган В.В. Ориентация осесимметричных капель нематика электрическим полем. – Письма в ЖТФ, 1988, т. 14, №3, с. 197-202.
3. Wu B.-G., Erdmann J.H. and Doane J.W. Response time and voltages for PDLC light shutters. – *Liq. Cryst.*, 1989, v. 5, № 5, pp. 1453-1465.
4. Lackner A.M., Margerum J.D., Ramos E., Lim K.C. Droplet Size Control in Polymer Dispersed Liquid Crystal Films. – *Proc. SPIE*, 1989, v. 1080, pp. 53-61.
5. West J.L., Doane J.W., Zumer S. Liquid crystal display material comprising a liquid crystal dispersion in a thermoplastic resin. – pat. 4.685.771 US, М К Н G02F 1/13, publ. 11.08.87.

6. Лойко В.А., Конколович А.В., Зырянов В.Я. и др. Поляризация света полимерной пленкой, содержащей вытянутые капли жидкого кристалла с неоднородным межфазным поверхностным сцеплением. – Оптика и спектроскопия, 2017, т. 122, № 6, с. 1016–1028.
7. Эгамов М.Х. Анизотропия светорассеяния полимерно-жидкокристаллических композиционных систем при одноосном растяжении. – Фундаментальные проблемы современного материаловедения, 2012, №4-2, с. 675-680.
8. Махсудов Б.И., Джураев Х.Ш., Каримов З.Д. Оптимизация температурной зависимости порогового тока гетеронанолазеров с учётом толщины и диэлектрических свойств материала волноводного нанослоя гетероструктуры. – Известия вузов. Физика, Томск, 2019, т. 62, № 9(741), с. 127-131.
9. Махсудов Б.И. Влияние тепловых нейтронов на излучательные характеристики INGAAS/ALGAAS–гетеролазеров. – Квантовая электроника, 2015, т. 45, №3, с. 216-217.
10. Махсудов Б.И., Файзуллоев И.Х., Эгамов М.Х. Влияние мощности излучения инжекционного лазера на оптические свойства композитов на основе полимер-жидкий кристалл. – Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук, 2019, №3, с. 83-89.
11. Жаркова Г.М., Сонин А.С. Жидкокристаллические композиты. – Новосибирск: Наука, 1994, 214 с.

Б.И.Махсудов, И.Х.Файзуллоев, М.Х.Эгамов*

**ВОБАСТАГИИ ХОСИЯТҲОИ ОПТИКӢ АЗ ҲАРОРАТ ДАР
ОМЕХТАТАРКИБҲО ДАР АСОСИ ПОЛИМЕР-БУЛӢРИ МОЕЪГИИ
НЕМАТИКӢ ҲАНГОМИ ТАӢИҚИ ЯКТИРА**

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон,

**Маркази илмии Хучанди Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон*

Дастгоҳи таҷрибавӣ барои омӯзиши вобастагии хосиятҳои оптикӣ аз ҳарорат дар композитҳои полимерӣ-булӯри моеъи часпиши сатҳиаш идорашаванда оварда шудааст. Таҷриба нишон дод, ки хосиятҳои оптикӣ омехтатаркибҳои полимерӣ-булӯри моеъгӣ дар асоси булӯри моеъи нематикӣ (БМН) 4-сиано-4N-гиптилбифанил (7СБ), бо истифода аз ёзиши яктира идора кардан мумкин аст. Дар ҳолати ҳароратҳои гуногун ҳангоми ёзиши яктираи омехтатаркибҳои полимерӣ-булӯри моеъ гечиши нуқтаи тағйирёбии хосияти оптикӣ лавҳа мушоҳида мешавад.

Калимаҳои калидӣ: *композитҳои полимерӣ-булӯри моеъ, часпиши сатҳи, таӢиқи якмочвара, поляризация, лазерҳои инъексионӣ, фотоники.*

B.I.Makhsudov, I.Kh.Fayzulloyev, M.Kh.Egamov*

**TEMPERATURE DEPENDENCE OF OPTICAL PROPERTIES IN COMPOSITES
BASED ON POLYMER-NEMATIC LIQUID CRYSTAL UNDER UNIAXIAL
DEFORMATION**

Tajik National University,

**Khujand Scientific Center of the National Academy of Sciences of Tajikistan*

An experimental setup for studying the temperature dependence of the optical properties of polymer-liquid crystal composites with controlled surface adhesion under uniaxial deformation is presented. It has been shown experimentally that in polymer-liquid crystal composites based on nematic liquid crystal (NLC) 4-n-heptyl-4'-cyanobiphenyl (7CB), a temperature dependence of the optical property is observed under uniaxial deformation.

Key words: *polymer-liquid crystal composites, surface adhesion, uniaxial deformation, polarization, injection laser, optical properties, photonics.*

УДК 546.273-325(575.3)

Р.Дж.Акрамзода, А.С.Курбонов, М.М.Тагоев,

академик НАН Таджикистана У.М.Мирсаидов

**ЭКСТРАКЦИЯ БОРНОЙ КИСЛОТЫ ИЗ РАССОЛА ОЗЕРА САСЫК-КУЛЬ
ТАДЖИКИСТАНА ИЗОБУТИЛОВЫМ СПИРТОМ И ТРИБУТИЛФОСФАТОМ***Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана*

В работе приведены результаты экстракции борной кислоты изобутиловым спиртом и трибутилфосфатом из рассола озера Сасык-Куль. Определены подходящие условия перехода борной кислоты в органическую фазу из рассола озера Сасык-Куль при экстракции. Установлено, что изобутиловый спирт и трибутилфосфат являются эффективными реагентами для экстракции борной кислоты.

Ключевые слова: *экстракция, изобутиловый спирт, трибутилфосфат, борная кислота, рассол.*

Потенциальным источником борного сырья, не используемым до настоящего времени из-за отсутствия разработанной экономически обоснованной технологии его переработки, являются природные рассолы, в которых запасы целевого сырья оцениваются в сотни миллионов тонн. Одним из таких источников в нашей стране являются воды озера Сасык-Куль, в которых концентрация борной кислоты составляет 250-260 мг/л.

В работах [1-4] разработаны технологии переработки боратных руд различных месторождений. Изучены различные методы переработки: кислотные, щелочные, хлорные.

В настоящей работе изучена экстракция борной кислоты из рассола рапы озера Сасык-Куль Таджикистана изобутиловым спиртом и трибутилфосфатом.

Методом РФА установлены также другие компоненты состава исследуемой воды. Для этого сначала воду испаряли, и твёрдый остаток подвергали РФА, результаты данного исследования приведены на рис.1.

Анализ показал, что вода содержит значительные количества хлоридов калия и натрия, а также карбоната натрия.

Известным способом извлечения бора из растворов является экстракционный метод, при котором весьма существенным является солевой состав раствора, его кислотность, выбор того или иного селективного органического реагента, обладающего минимальной растворимостью в водных средах, легко регенерируемого, химически стойкого и доступного для промышленности [2, 5].

Экстракция борной кислоты различными экстрагентами, применительно к решению разнообразных задач, освещается в работах [5-8].

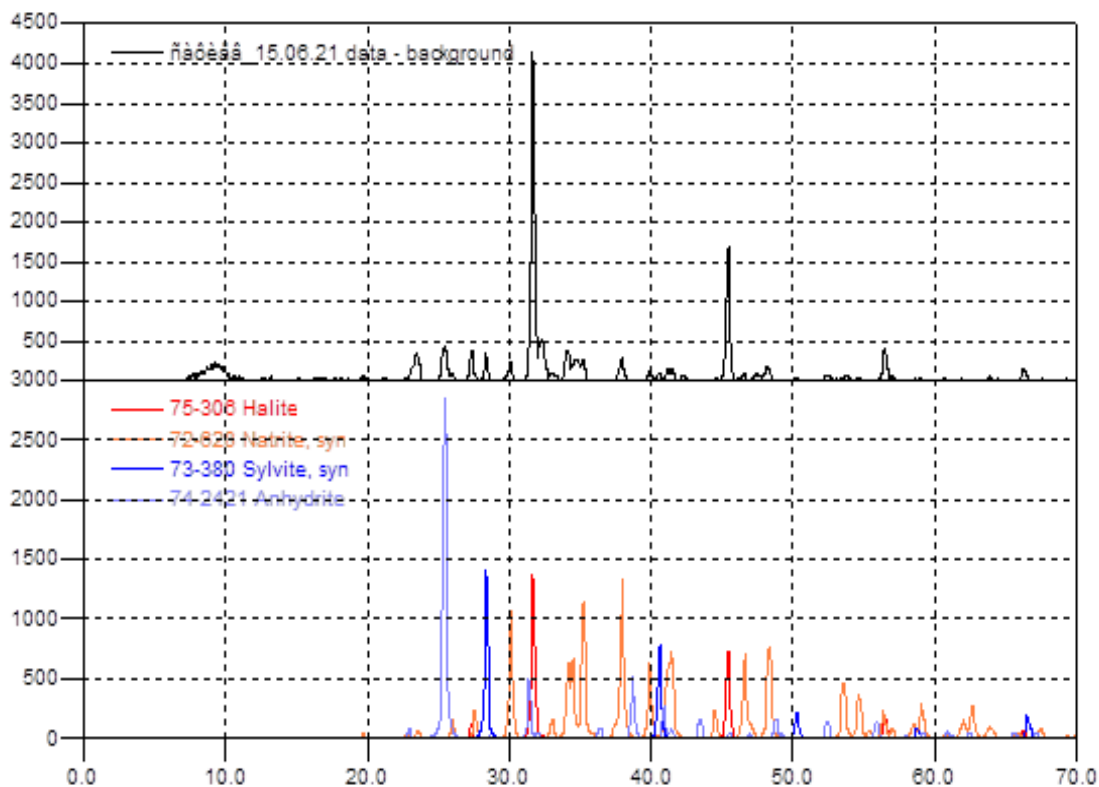


Рис. 1. РФА сухого остатка воды озера Сасык-Куль.

Целью нашего исследования было нахождение наиболее подходящих условий, обеспечивающих извлечение борной кислоты из водной фазы.

В качестве экстрагирующих агентов были использованы изобутиловый спирт и трибутилфосфат (ТБФ). Воды озера Сасык-Куль содержат значительное количество карбоната натрия, поэтому имеют щелочную среду. Перед экстракцией воду подкисляли до pH 2-3. В кислых средах степень диссоциации борной кислоты уменьшается и, соответственно, увеличивается количество недиссоциированных молекул, и это обеспечивает уменьшение осложнений перехода борной кислоты к органическому реагенту. Экстракцию проводили в стеклянной колбе, помещённой в магнитную мешалку, в течение определённого времени. Затем эмульсию сливали в делительную воронку и оставляли до полного разделения органической и водной фаз. Потом водную часть отделяли от органической, и определяли содержание борной кислоты в обеих частях экстракта. Для определения борной кислоты в составе органической фазы сначала проводили реэкстракцию борной кислоты с помощью гидроксида натрия. При обработке органической фазы раствором гидроксида натрия H_2BO_3 переходит в щелочной раствор в виде метабората натрия.

Был изучен процесс перехода борной кислоты из водной фазы в органическую в зависимости от продолжительности процесса экстракции и объёмных соотношений вода : органический реагент, результаты которого для изобутилового спирта приведены на рис.2. Содержание борной кислоты в исследуемом рассоле составляет 240 мг/л.

На рис.2а приведены результаты исследования зависимости перехода борной кислоты в органическую фазу от продолжительности процесса экстракции изобутиловым спиртом при температуре 40-50°C и соотношения рассол : изобутиловый спирт (рис.2б).

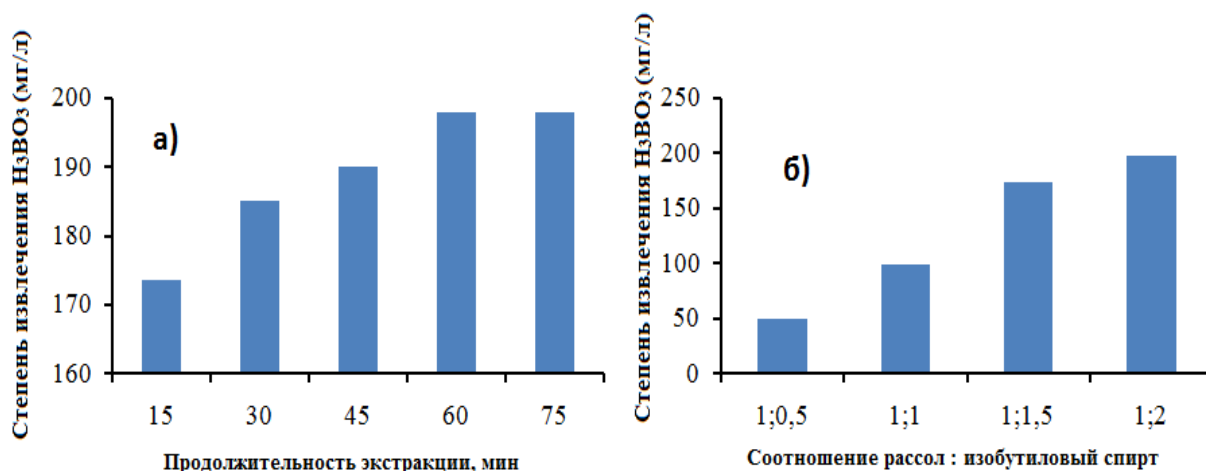


Рис. 2. Результаты исследования экстракции борной кислоты изобутиловым спиртом в зависимости от: а) продолжительности экстракции; б) соотношения рассол : изобутиловый спирт.

Из рис.2а видно, что при продолжительности экстракции до 60 мин переход борной кислоты к органическую фазу достигает максимальных значений и составляет 210 мг/л.

Результаты исследования зависимости перехода борной кислоты в органическую фазу от объёмных соотношений рассол : органический реагент приведены на рис.2б. Результаты опытов показали, что при объёмных соотношениях рассол : органический реагент (1:2) из рассола извлекается более 210 мг/л борной кислоты.

Результаты исследования экстракции борной кислоты при помощи ТБФ приведены на рис.3.

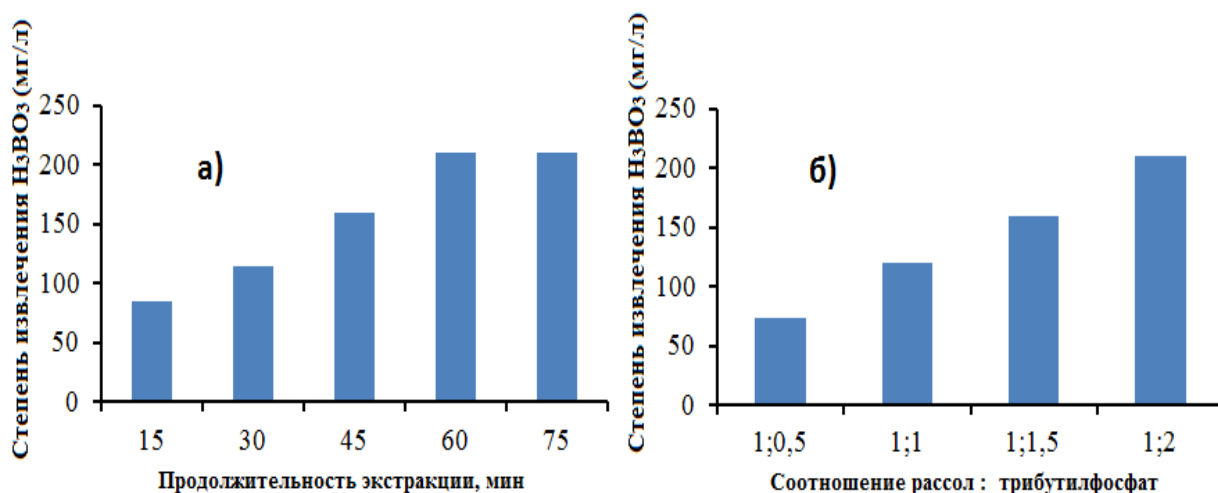


Рис. 3. Результаты исследования экстракции борной кислоты трибутилфосфатом в зависимости от: а) продолжительности экстракции; б) соотношения рассол : трибутилфосфат.

Из рис.3 видно, что наибольшие количества борной кислоты извлекаются из исследуемого рассола при продолжительности экстракции 60 мин (рис.3а) и объёмных соотношений рассол : ТБФ, равных 1 : 2 (рис.3б), при которых степень извлечения борной кислоты составляет 198 мг/л.

Поступило 06.08.2021 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ткачѳв К.В., Плышевский Ю.С. Технология неорганических соединений бора. – Л.: Химия, 1983, с. 208.
2. Берлин Л.Е. Производство борной кислоты, буры и боратных удобрений. – М.: ГХИ, 1950, с.56.
3. Худоѳров Д.Н., Баротов А.М., Курбонов А.С., Маматов Э.Д. Кинетика разложения обожжённой исходной борсодержащей руды с гидроксидом натрия. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2015, №2(159), с.55-58.
4. Курбонов А.С., Маматов Э.Д., Сулаймони Боруджерди А., Мирсаидов У.М. Разложение данбурита азотной кислотой. – ДАН РТ, 2011, т.54, №1, с.42-45.
5. Галицкая Н.Б., Слабков Л.Д., Кононов Г.Н. Сорбенты для извлечения бора из минерализованных растворов. – Ионообменные материалы, 1983, с.83-84.
6. Recent Advances in Liquid-Liquid Extraction / Ed. by C. Hanson. – Oxford: Pergamon press., 1971, pp.39-43.
7. Tural B., Tural S., Hosёёёoren H. Investigation of some 1,3-diols for the requirements of solvent extraction of boron: 2,2,6-trimethyl-1,3 heptanediol as a potential boron extractant. – Turk. J. Chem., 2007, v.31, pp.163-170.
8. Кешан А.Д. Синтез боратов в водных растворах и их исследование. – Рига: Изд-во АН ЛатвССР, 1955, 240 с.

Р.Дж.Акрамзода, А.С.Курбонов, М.М.Тағоев, У.М.Мирсаидов

**ЭКСТРАКЦИЯ И КИСЛОТА И БОРАТ АЗ НАМАКОБИ КЎЛИ САСИК-КЎЛИ
ТОЧИКИСТОН БО ИСТИФОДА АЗ СПИРТИ ИЗОБУТИЛ ВА
ТРИБУТИЛФОСФАТ**

Институту химии ба номи В.И.Никитини АМИ Тоҷикистон

Дар мақола натиҷаи тадқиқоти раванди экстраксияи кислотаи борат бо истифода аз спирти изобутил ва эфири мураккаби трибутилфосфат оварда шудааст. Шароити мувофиқи гузариши кислотаи борат аз намақоби кўли Сасик-Кўл ба фазаи органикӣ муайян карда шудааст. Дақиқ карда шуд, ки спирти изобутил ва трибутилфосфат барои экстраксияи кислотаи борат, реагентҳои самаранок ба ҳисоб мераванд.

Калимаҳои калидӣ: *экстраксия, спирти изобутил, трибутилфосфат, кислотаи бор, намақоб.*

R.J.Akramzoda, A.S.Kurbonov, M.M.Tagoev, U.M.Mirsaidov

**BORIC ACID EXTRACTION FROM THE BRINE OF LAKE SASYK-KUL
TAJIKISTAN WITH ISOBUTYL ALCOHOL AND TRIBUTYLPHOSPHATE**

V.I.Nikitin Institute of Chemistry, National Academy of Sciences of Tajikistan

In this paper the results of the extraction of boric acid with isobutyl alcohol and tributylphosphate from the lake Sasyk Kul brine are presents. The optimal conditions for the boric acid transition to the organic phase from the lake Sasyk-Kul brine during extraction have been determined. It has been found that isobutyl alcohol and tributylphosphate are effective reagents for the extraction of boric acid.

Key words: *extraction, isobutyl alcohol, tributylphosphate, boric acid, brine.*

УДК 544 + 546: 547

И.А.Маджидов

БИОЛОГИЧЕСКИ АКТИВНЫЙ МЕТИОНИН И ЕГО ПРОТОЛИТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА*Таджикский национальный университет**(Представлено академиком НАН Таджикистана У.М.Мирсаидовым 26.10.2020 г.)*

Методом рН-метрического титрования исследованы протолитические свойства водных растворов метионина в интервале температур от 293.16 до 328.16 К при постоянной ионной силе раствора 0.1 моль/л ($\text{Na}(\text{H})\text{ClO}_4$). Наличие межионных сил притяжения и отталкивания базисных частиц сказывается на значениях констант ионизации метионина. Показано, что с повышением температуры процессы образования катионной, цвиттер-ионной и анионной форм метионина смещаются в кислую область или меньших значений рН. Кривые недиссоциированной и диссоциированной форм метионина в диаграмме распределения находятся по шкале рН левее, а значения pK_1 и pK_2 изменяются. Наличие межионных сил притяжения и отталкивания базисных частиц сказывается на значениях констант ионизации метионина.

Ключевые слова: метионин, протолитические свойства, диссоциация, рН, ионная сила, температура, аминокислота, рК.

Метионин ($\text{HO}_2\text{CCH}(\text{NH}_2)\text{CH}_2\text{CH}_2\text{SCH}_3$) – незаменимая, алифатическая, серосодержащая α -аминокислота. Представляет собой бесцветные кристаллы со специфическим неприятным запахом. Хорошо растворяется в воде. Она проявляет гетерофункциональные свойства, так как содержит в молекуле карбоксильную, амино-группы и атом серы.

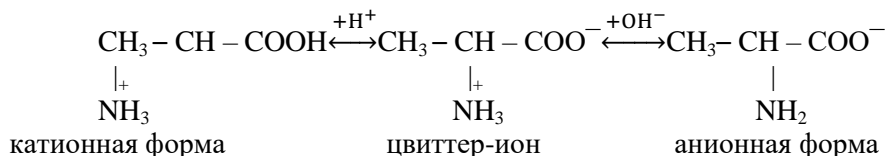
Главный источник метионина – казеин. Метионин используется в птицеводстве и скотоводстве в качестве аминокислотной добавки к кормам. Эту аминокислоту широко используют и при получении лечебных препаратов.

Препарат метионина оказывает липотропное действие, повышает синтез таких фосфолипидов, как холин и лецитин, а в крови снижает содержание холестерина, улучшает соотношение фосфолипидов и холестерина. Способствует улучшению функции печени и уменьшению отложений нейтрального жира в ней [4].

Химические свойства метионина. Существующие в природе аминокислоты можно разделить на гетероциклические, ароматические и алифатические. Метионин является алифатическим соединением. Присутствие в молекуле кислотной ($-\text{COOH}$) и основной (NH_2-) функциональных групп делает метионин, как и все аминокислоты, амфотерным соединением.

Общеизвестно, что аминокислоты в кислых и нейтральных водных растворах существуют в виде цвиттер-иона. В сильно кислой среде превалирует катионная, а в щелочной – анионная форма:

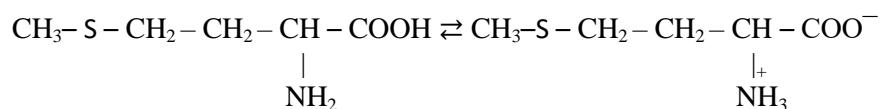
Адрес для корреспонденции: Маджидов Икром Ахмадович, 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: ikrom.machidov@bk.ru



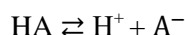
Поэтому существование той или другой формы в растворе зависит прежде всего от pH среды.

Формирование с металлами различной природы координационных соединений является наиболее характерным свойством всех аминокислот. Факторы внешней среды и концентрационные параметры растворов аминокислот оказывают сильное влияние на диссоциацию функциональных групп аминокислот. Прежде всего это влияние необходимо учитывать при изучении процессов комплексообразования и при исследовании различных ионных равновесий.

При изучении протолитического равновесия аминокислот наиболее часто применялись методы потенциометрии и pH-метрии. Нами методом pH-метрии исследованы протолитические свойства метионина при ионной силе раствора 0.1 моль/л [9].



У слабых кислот, каким является метионин, процесс отщепления протона выражен незначительно. Поэтому равновесие процесса:



сдвинуто в левую сторону. Для таких слабых электролитов, как аминокислоты можно записать:

$$[\text{H}^+] = [\text{A}^-] \text{ и } [\text{HA}] = \text{C} - [\text{H}^+]$$

Константу протолитической диссоциации, можно записать в виде уравнения:

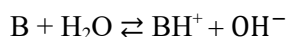
$$K_a = \frac{[\text{H}^+]^2}{\text{C} - [\text{H}^+]}, \tag{1}$$

где C – концентрация растворенного метионина; K_a – константа диссоциации метионина, $[\text{H}^+]$ – концентрация протона кислоты; $[\text{A}^-]$ – концентрация аниона метионина; $[\text{HA}]$ – концентрация недиссоциированных молекул метионина.

В уравнении (1) знаменателем, то есть величиной $[\text{H}^+]$, можно пренебречь, так как мольная доля диссоциированных молекул метионина очень мала, как у слабой кислоты. С учётом сказанного, после преобразований можно получить выражение:

$$\text{pH} = 1/2 \text{p}K_a - 1/2 \lg C, \tag{2}$$

Идентичное можно сказать о слабых основаниях. В отличие от ионов водорода, они являются акцепторами протона:



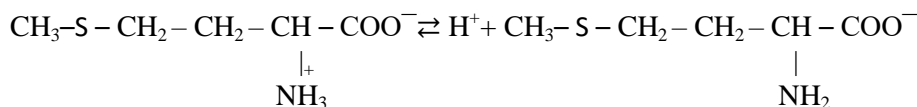
В итоге получим следующее уравнение:

$$\text{pH} = 14 - 1/2 \text{p}K_b - 1/2 \lg C \tag{3}$$

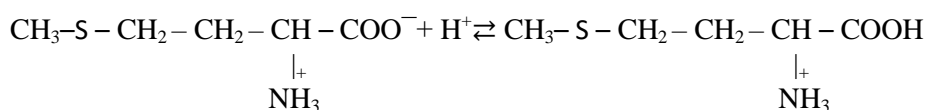
где K_b – константа основности, C – концентрация растворенного вещества.

В связи с тем, что в молекуле метионина имеются карбоксильная группа –COOH и основная аминогруппа –NH₂, она может отдавать протон, выступая как кислота, и принимать H⁺ как основание. Кроме того, молекула метионина может в определенной среде существовать в виде нейтрального (биполярного) цвиттер-иона, то есть быть амфолитом. Следовательно к метионину применимы уравнения (2) и (3), по которым можно легко вычислить константы диссоциации функциональных групп любой аминокислоты.

В сильнокислой среде метионин является донором протонов, то есть проявляет кислотные свойства:

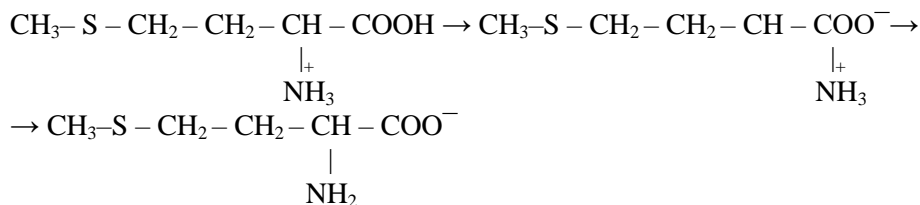


За счет карбоксильной группы он может быть акцептором протона:



Катионы, имеющие состав: H₃N⁺CH(CH₂CH₂SCH₃)COOH, доминируют в основном в сильнокислой области pH. В отличие от катионов, анионы имеют состав H₂NCH(CH₂CH₂SCH₃)COO⁻ и преобладают в сильнощелочной среде. В слабокислой, нейтральной и слабощелочной все аминокислоты находятся в цвиттер-ионной форме.

Кривые титрования метионина получены следующим образом. Раствор метионина определенной концентрации титровали хлоридом водорода (HCl) до кислой среды. Затем титрование продолжали гидроокисью натрия (NaOH) до сильнощелочных значений pH. Если построить зависимость изменения pH от количества добавленного титранта (щелочи), можно получить за счет происходящих в системе равновесий, типичные кривые титрования (рис. 1):



Для отдельных ступеней диссоциации численные значения приведенных зависимостей лежат далеко друг от друга. Такие значения pH не трудно найти с помощью различных методик, например, используя уравнение двух известных ученых Гендерсона-Хассельбаха:

$$\text{pH} = \text{pK} + \lg[\text{A}]/[\text{AB}] \quad (4)$$

С повышением температуры кривая опускается по шкале pH вниз, то есть все протолитические процессы начинаются ранее, что в действительности соответствует теории электролитической диссоциации аминокислот.

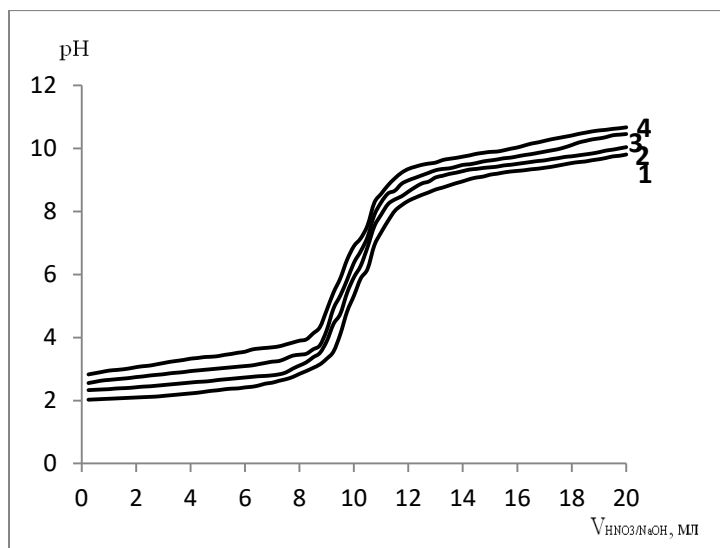


Рис. 1. Кривая титрования метионина щелочью при концентрации лиганда $C_{HL}=1 \cdot 10^{-2}$, ионной силе раствора 0.1 моль/л и различных температурах. Кривые относятся к температурам, К: 1 – 298.16; 2 – 308.16; 3 – 318.16; 4 – 328.16.

Из этого рисунка видно, что кривая титрования метионина рН среды с добавлением гидроксида натрия увеличивается и резкое повышение наблюдается при двух значениях рН, которые близки рК карбоксильной и амино-группам. Согласно теории электролитической диссоциации слабых кислот, измеренное значение рН при равных концентрациях донора и акцептора протонов равно значению рК соответствующей функциональной группы. Мы определяли рК метионина (табл. 1) с использованием равенств (3 и 4).

Таблица 1

Значения рК карбоксильной и аминогрупп метионина при различных температурах

№, п/п	Температура, К	298.16	308.16	318.16	328.16
1	рК _{COOH}	2.38	2.19	2.05	1.93
2	рК _{NH2}	9.28	9.12	8.92	8.79

Как следует из приведенных в таблице 1 данных, значения рК кислоты по карбоксильной и амино-группам с повышением температуры уменьшаются, что соответствует теории электролитической диссоциации слабых электролитов. Сравнение данных показало, что полученные нами результаты при 298.16 К хорошо согласуются с литературными (табл. 2). Если значения рК₁ и рК₂ в водной среде по литературным данным равны 2.28 и 9.21, соответственно, то нами получены результаты 2.38 и 9.28, соответственно. При температурах выше 298.16 К данных в литературе не обнаружено.

Таблица 2

Значения рК метионина, определенные методом рН-метрического титрования

№, п/п	рК	Наши данные при 298.16 К	Литературные данные при 298.16 К
1	рК _{COOH}	2.38	2.28
2	рК _{NH2}	9.28	9.21

Мольные доли отдельных форм метионина вычислены по значениям рК кислоты для построения кислоты зависимости от рН. Расчеты осуществлены с учетом простейших уравнений, согласно теории диссоциации молекул слабого электролита. Общая концентрация аминокислоты:

$$C_{\text{об.}} = [\text{H}_2\text{A}^+] + [\text{HA}^\pm] + [\text{A}^-]$$

где $[\text{H}_2\text{A}^+]$ – катионная форма; $[\text{HA}^\pm]$ – цвиттер-ион; $[\text{A}^-]$ – анионная форма.

С другой стороны:

$$[\text{H}_2\text{A}^+] = [\text{HA}^\pm] + \text{H}^+$$

Первая константа соответственно, равна:

$$K_1 = \frac{[\text{HA}][\text{H}^+]}{[\text{H}_2\text{A}^+]}$$

Концентрация цвиттер-иона будет, соответственно, равна:

$$[\text{HA}^\pm] = \frac{K_1[\text{H}_2\text{A}^+]}{[\text{H}^+]}$$

Концентрацию катионной формы можно определить с использованием равенства:

$$[\text{H}_2\text{A}^+] = \frac{[\text{HA}^\pm][\text{H}^+]}{K_1} \quad (5)$$

или иначе:

$$[\text{H}_2\text{A}^+] = \frac{[\text{A}^-][\text{H}^+]}{K_1 K_2} = \frac{[\text{H}^+]^2 [\text{A}^-]}{K_1 K_2}$$

Тогда концентрацию цвиттер-иона можно записать:

$$[\text{HA}^\pm] = [\text{A}^-] + [\text{H}^+]. \quad (6)$$

Вторая константа диссоциации метионина соответствует уравнению:

$$K_2 = \frac{[\text{A}^-][\text{H}^+]}{[\text{HA}^\pm]} \quad (7)$$

этого равенства можно определить концентрацию цвиттер-иона, которая будет равна выражению:

$$[\text{HA}^\pm] = \frac{[\text{A}^-][\text{H}^+]}{K_2} \quad (8)$$

Из последнего уравнения определяем концентрацию лиганда:

$$[A^-] = \frac{K_2 [HA^\pm]}{[H^+]} \quad (9)$$

или:

$$[A^-] = \frac{K_2 K_1 [H_2A^+]}{[H^+]^2} \quad (9')$$

С учетом того, что $[H_2A^+] = C$; $[H^+] = h$, можно записать:

$$[H_2A^+] = \frac{h^2 [A^-]}{K_1 K_2}, \quad (10)$$

а концентрация цвиттер-иона равна:

$$[HA^\pm] = \frac{h [A^-]}{K_2} \quad (11)$$

Концентрация лиганда при этом равна:

$$[A^-] = \frac{K_2 K_1 C}{h^2} \quad (12)$$

$$C = [H_2A] + [HA^\pm] + [A^-] \quad (13)$$

Если преобразовать уравнения с учетом других, то получим:

$$C_{об.} = \frac{h^2 [A^-]}{K_1 K_2} + \frac{h [A^-]}{K_2} + [A^-] \quad (14)$$

или:

$$C_{об.} = \frac{h^2 [A^-] + K_1 h [A^-] + K_1 K_2 [A^-]}{K_1 K_2}$$

и

$$C_{об.} = \frac{[A^-] (h^2 + K_1 h + K_1 K_2)}{K_1 K_2} \quad (14')$$

Если мольную долю или степень накопления каждой частицы обозначить буквой α , которая выражается в %, то для катионной формы метионина получим:

$$\alpha_{[H_2A^+]}, \% = \frac{\frac{h^2 [A]}{K_1 K_2}}{\frac{[A^-] (h^2 + K_1 h + K_1 K_2)}{K_1 K_2}} = \frac{h^2 [A^-]}{[A^-] (h^2 + K_1 h + K_1 K_2)} = \frac{h^2}{(h^2 + K_1 h + K_1 K_2)} \quad (15)$$

Для цвиттер-ионной формы мольная доля будет выражаться уравнением:

$$\alpha_{[HA^+]}, \% = \frac{\frac{h[A^-]}{K_2}}{\frac{[A^-](h^2 + K_1h + K_1K_2)}{K_1K_2}} = \frac{K_1h[A^-]}{[A^-](h^2 + K_1h + K_1K_2)} = \frac{K_1h}{(h^2 + K_1h + K_1K_2)} \quad (16)$$

Мольная доля (степень накопления) анионной формы метионина пределяется следующим равенством:

$$\alpha_{[A^-]}, \% = \frac{\frac{[A^-]}{K_1K_2}}{\frac{[A^-](h^2 + K_1h + K_1K_2)}{K_1K_2}} = \frac{K_1K_2[A^-]}{[A^-](h^2 + K_1h + K_1K_2)} = \frac{K_1K_2}{(h^2 + K_1h + K_1K_2)} \quad (17)$$

Рассчитанные мольные доли при различных рН по уравнениям (15-17) использованы для построения диаграммы.

На рис. 2 представлены кривые распределения недиссоциированной и диссоциированных форм метионина, полученных при 293.16 К и ионной силе раствора 0.1 при концентрации лиганда $1 \cdot 10^{-2}$ моль/л. Из диаграммы видно, что, действительно, в сильно кислой области до рН = 4.0 в водном растворе метионина превалирует катионная форма лиганда, но цвиттер-ион в этой среде уже существует. Его содержание в диапазоне рН 4.0-8.5 возрастая, постепенно доходит до метки 100%. Такое значение мольной доли цвиттер-иона сохраняется в интервале 4.5 единиц рН вплоть до рН = 7.8. Далее за пределами рН = 9.0 содержание нейтральной частицы метионина в растворе снижается. При этом увеличивается содержание анионной формы лиганда. Оно достигает своего максимального значения, то есть 100%, при значении рН 12.0.

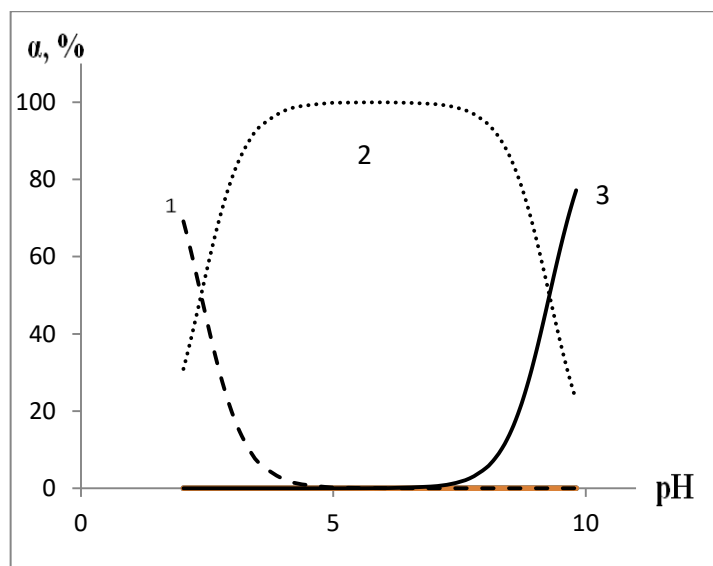


Рис. 2. Кривые распределения недиссоциированной и диссоциированных форм метионина, полученных при 298.16 К; ионной силе раствора 0.1 и концентрации лиганда $C_{HL}=1 \cdot 10^{-2}$ моль/л. Кривые относятся: 1 – катионная форма; 2 – цвиттер-ионная форма и 3 – анион метионина.

При повышении температуры протолитические процессы, т.е. образование катионной, цвиттер-ионной и анионной форм лиганда происходит в прежней последовательности, но по диаграмме

распределение ионизированных форм метионина видно, что они, в кислой и нейтральной областях рН ускоряются (степень ионизации как у всех слабых электролитов возрастает), а в щелочной затягиваются (рис. 3 и 4). Поэтому, при повышении температуры первые две кривые (катионная и цвиттер-ионная) диаграммы распределения сдвигаются в более кислую

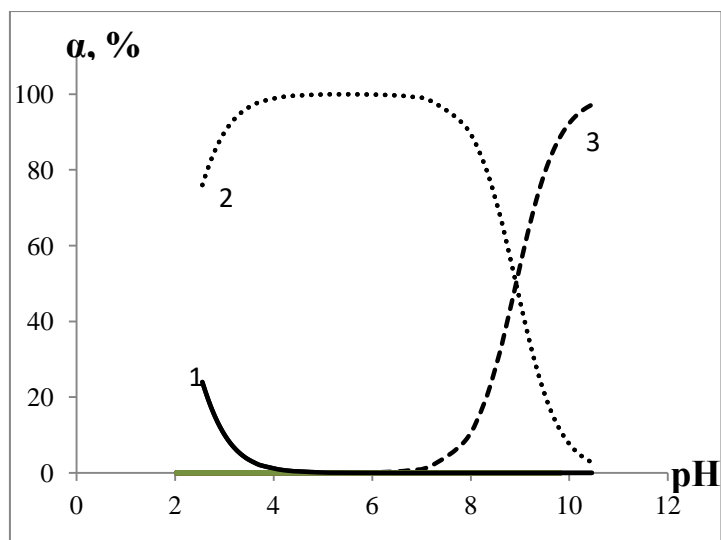


Рис. 3. Кривые распределения недиссоциированной и диссоциированных форм метионина, полученные при температуре 318.16 К; ионной силе раствора 0.1 и концентрации лиганда $C_{\text{HL}}=1 \cdot 10^{-2}$ моль/л. Кривые относятся: катионная форма; 2 – цвиттер-ионная форма и 3 – анион метионина.

Анионная кривая затягивается. При температуре 296.16 и рН около 8.0 цвиттер-ионная форма лиганда идёт на спад. С повышением температуры эта же кривая идет на снижение только при рН=8.5. Разница составляет 0.5 единиц рН. Такой факт свидетельствует о возрастании сил притяжения между базисными частицами системы в щелочной области рН.

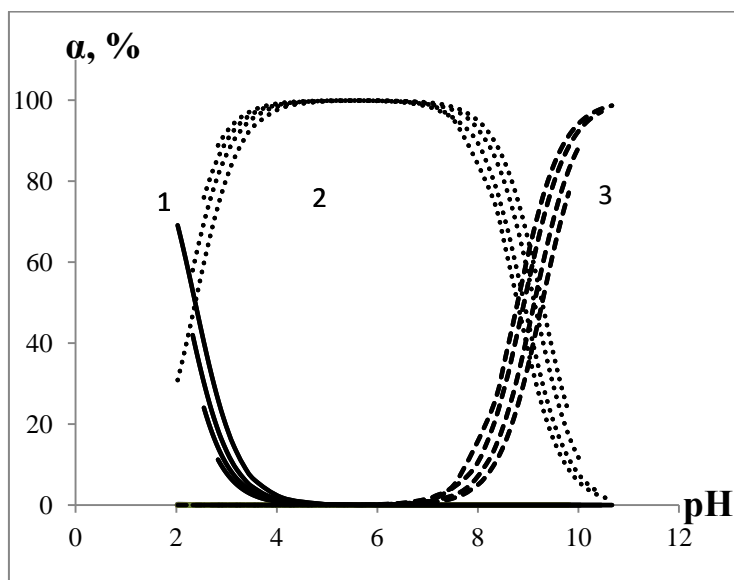


Рис. 4. Кривые распределения недиссоциированных и диссоциированных форм метионина, полученных при различных температурах, ионной силе раствора 0.1 и концентрации лиганда $C_{\text{HL}}=1 \cdot 10^{-2}$ моль/л. Кривые относятся: 1 – катионная форма; 2 – цвиттер-ионная форма и 3 – анион метионина, при температурах 298.16; 308.16; 318.16 и 328.16 К (кривые сдвинуты при повышении температуры справа налево).

Такое влияние температуры на содержание ионизированных форм метионина очень важно с практической точки зрения, потому что, изменяя значение температуры системы, можно снижать или увеличивать содержание необходимой ионной формы аминокислоты в растворе [10].

Поступило 30.08.2021 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Куваева З. Современные лекарственные средства на основе аминокислот. – Наука и инновации, 2009, № 6, с. 43-44.
2. Бобиев Г.М. и др. Иммуноактивные пептиды и их координационные соединения в медицине. – М.: Издательский дом «Русский врач», 2009, 228 с.
3. Салимов Д.М. и др. Опыт применения тимогара при лечении осложненной сердечно-сосудистой патологии, сопровождающейся иммунозависимыми воспалительными заболеваниями. – Изв. АН РТ. Отд. физ-мат., хим., геол. и техн.н., 2008, № 4 (133), с. 57-61.
4. Машковский М.Д. Лекарственные средства. – М.: Новая волна, 2005, 502 с.
5. Васильев А.Е. Лекарственные формы нового поколения – системы доставки лекарственных веществ. – М.: Новая аптека, 2002, №7, с.67-70.
6. Граник В.Г. Основы медицинской химии. – М.: Вузовская книга, 2001, с.384.
7. Варганян Р.С. Синтез основных лекарственных средств. – М.: Медицинское информационное агентство, 2004, с.845.
8. Солдатенков А.Т., Колядина Н.М., Шендрик И.В. Основы органической химии лекарственных веществ. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2007, с.191.
9. Россоти Ф., Россоти Х. Определение констант устойчивости и других констант равновесия в растворах. – М.: Мир, 1965, с.234.
10. Кнорре Д.Г., Мызина С.Д. Биологическая химия. – М.: Высшая школа, 2000, с.479.

И.А.Маджидов

ФАЪОЛИЯТИ БИОЛОГИИ МЕТИОНИН ВА ХОСИЯТҲОИ ПРОТОЛИТИКИИ ОН

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Бо тариқи титронии рН-метрӣ ҳосиятҳои протолитикии маҳлулҳои обии метионин дар ҳудуди ҳароратҳои аз 293.16 то 328.16 ва қувваи ионии маҳлул 0.1 мол/л ($\text{Na}(\text{H})\text{ClO}_4$) омӯхта шуда аст. Мавҷудияти қувваҳои кашишӣ ва таладиҳии зарраҳои базисӣ ба қимати собитҳои ионизатсияи метионин таъсир мерасонад.

Калимаҳои калидӣ: метионин, ҳосиятҳои протолиतिकӣ, диссоциатсия, рН, қувваи ионӣ, ҳарорат, аминокислота, рК.

I.A.Madzhidov

BIOLOGICALLY ACTIVE METHIONIN AND ITS PROTOLYTIC PROPERTIES*Tajik National University*

The protolytic properties of aqueous methionine solutions in the temperature range from 293.16 to 328.16 K at a constant ionic strength of the solution of 0.1 mol / l (Na (H) ClO₄) by the method of pH-metric titration were investigated. The presence of interionic forces of attraction and repulsion of basic particles affects the values of the ionization constants of methionine.

Key words: *methionine, protolytic properties, dissociation, pH, ionic strength, temperature, amino acid, pK.*

УДК 541.63+547+789

М.Д.Исобаев, Э.Х.Пулатов, Б.Г.Мавлонов

БРОМ- И АМИНОПРОИЗВОДНЫЕ ТИАЗОЛИДИН-2-ТИОНА

Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана

(Представлено академиком НАН Таджикистана Д.Х.Халиковым 25.10.2021 г.)

Разработана принципиальная схема синтеза бром- и аминопроизводных тиазолидин-2-тиона и проведен анализ устойчивости тион-тиольного равновесия в зависимости от внешних факторов.

Ключевые слова: тиазолидинтион, тион-тиольная таутомерия, бром- и аминопроизводные.

Таутомерные превращения наиболее полно проявляются в пяти- и шестичленных гетероциклических соединениях, что позволяет в определённой мере считать их модельными для изучения данного типа внутримолекулярных превращений. В работе [1] представлен оригинальный вариант синтеза пятичленных гетероциклических соединений – тиазолидинтионов, путем взаимодействия ацетиленовых аминов с сероуглеродом.

Как показали наши исследования [2-3], экзоциклический атом серы тиазолидинтионов обладает способностью принимать участие в таутомерных превращениях. Учитывая тот факт, что на молекулярном уровне большинство органических реакций инициируется лабильной группой, в связи с чем изучение особенностей протекания протонного обмена применительно к конкретной структурной модели имеет важное практическое значение.

Установлено, что УФ-спектроскопия является одним из эффективных способов наблюдения за состоянием тион-тиольного равновесия в ряду 5-метилена тиазолидин-2-тионов (1а-в) и его производных. Исходя из этого, целью данной работы явилась идентификация и исследование динамических процессов, связанных с миграцией протона отдельных таутомерных форм этого класса соединений и его производных в различных условиях.

В современной литературе [4] имеются сведения о различиях и реакционных способностях, биологической активности и других характеристик таутомеров, однако априори трудно предсказать их реакционную способность, в связи с чем, изучение различных свойств таутомеров является необходимым этапом исследования данного класса гетероциклических соединений.

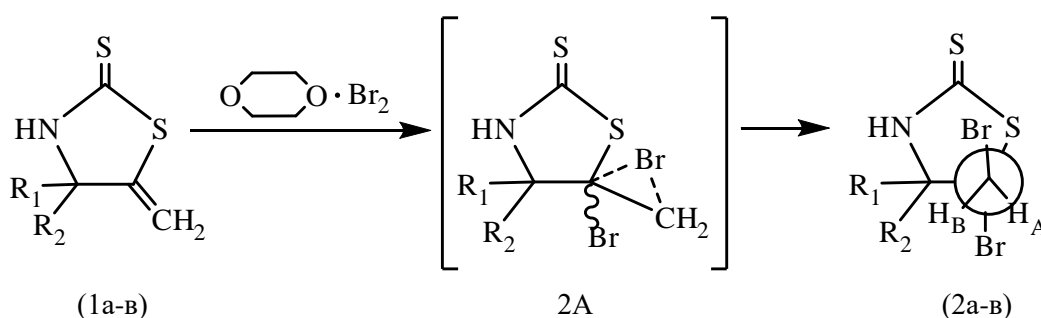
УФ-спектральные исследования гетероциклов (1а-в) и их производных (2-3а-в), каждая из таутомерных форм имеет свой максимум поглощения. Так, в растворе диметилформамида (ДМФА) максимумы поглощения наблюдаются при 240 и 280 нм. В некоторых случаях наблюдение показало большое количество проявления одной таутомерной формы, причем в зависимости от условий и воздействия химических реагентов возможно выделение как тиольных, так и тионных таутомерных форм, что послужило толчком для поиска эффективных препаратов с ярко выраженными бактерицидными свойствами в этом ряду.

Адрес для корреспонденции: Исобаев Музафар Джумаевич. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2, Институт химии НАНТ. E-mail: coordin@yandex.com

С этой целью начаты синтетические работы по функционализации тиазолидинтионов (1а-в) в пятом положении цикла.

Особенностью строения тиазолидинтионов, синтезированных в рамках проведенных исследований, является наличие в пятом положении цикла метиленовой группы, которая активирована за счет электронного влияния ближайших к ней гетероатомов и может выступать в различных типах реакций, характерных для ненасыщенных групп.

Наиболее простым и эффективным способом функционализации тиазолидинтионов (1а-в) является переход к галоидпроизводным, которые могут служить базовыми соединениями для изучения стереохимии данного класса гетероциклов. Так, при бромировании указанных тиазолидинтионов с молекулярным бромом в растворе диоксана реакция протекает по активированной двойной связи с образованием рацемического продукта (2а-в) [3] со схемой:



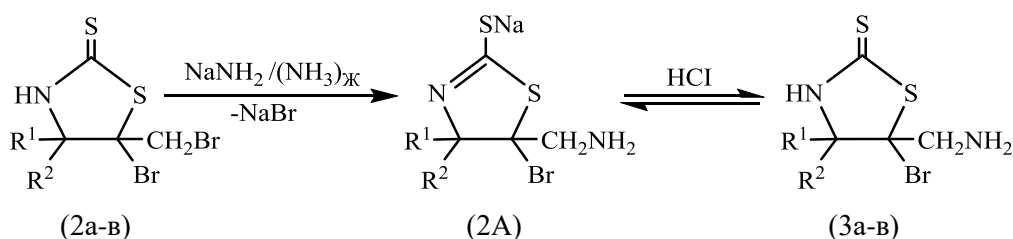
где $R^1=R^2=CH_3$ (2а); $R^1=CH_3, R^2=C_2H_5$; (2б); $R^1=R^2=C_2H_5$ (2в).

Присоединение молекулы брома к метиленовой части молекулы исследуемых тиазолидинтионов (1а-в) протекает при комнатной температуре в растворе диоксана. В результате данной реакции образуются 5-бром-5-(бромметил)-4,4-диалкилтиазолидин-2-тионы (2а-в) с выходом не менее 85%.

В ПМР-спектрах для соединений (2а-в) отмечены новые сигналы в виде синглета при 6.05 м.д., которые отнесены к протонам $-CH_2Br$ группы и исчезновение сигналов в области 4.76 и 5.04 м.д., геминальных протонов С(5) метиленовой группы, наблюдавшихся у исходных тиазолидинтионов (1а-в).

В ИК-спектрах соединений (2а-в) отсутствуют полосы поглощения в области 1610 и 880 cm^{-1} экзоциклической $C=S$ связи исходных тиазолидинтионов (1а-в) и проявляются новые полосы поглощения в области 640-500 cm^{-1} для $C(5)-Br$ и $C(5^1)-Br$ дибромпроизводных.

На основе бромпроизводных удалось синтезировать ряд аминопроводных, которые получены при взаимодействии 5-бром-5-(бромметил)-4,4-диалкилтиазолидин-2-тионов (2а-в) с амидом натрия в жидком аммиаке, по схеме:

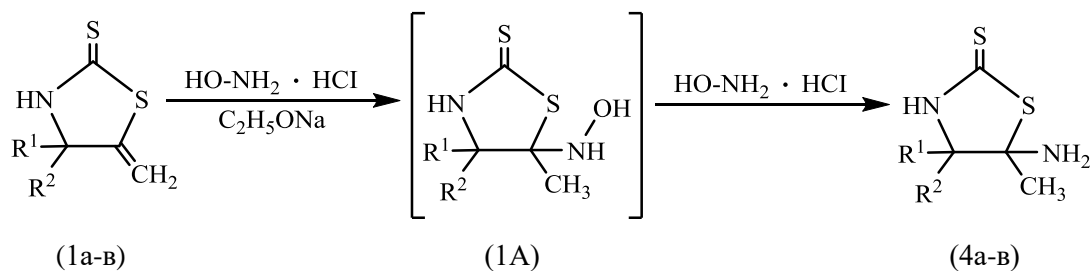


После нейтрализации искомые продукты (3а-в) выделены в кристаллическом состоянии. По данным ИК-спектров, замещение экзоциклического атома серы на аминогруппу нами не обнаружено.

Так, для соединений (3а-в) в ИК-спектре сохраняется полоса поглощения в области 640 см^{-1} для C(5)-Br и одновременно появляется полоса поглощения в области 3500 см^{-1} , которая нами отнесена для C(5¹)-NH₂ замещённой C-N связи. При этом сохраняется полоса поглощения в области 1205 см^{-1} для C=S связи.

В ПМР-спектре для соединений (3а-в) обнаружены новые сигналы при 1.78 м.д. с интегральной интенсивностью двух протонов, которые отнесены к протонам C(5¹)-NH₂ группы. При этом сигналы протонов -CH₂- групп при C(5) сдвигаются в более слабое поле, то есть проявляются при 6.4 м.д.

Одним из примеров получения аминопроизводных является взаимодействие коричной кислоты с гидрохлоридом гидроксилamina в среде этилата натрия, при этом активация происходит за счёт металлического натрия. По аналогии с этой методикой [5] нами проведено взаимодействие тиазолидинтионов (1а-в) с гидрохлоридом гидроксилamina в щелочной среде, которое приводит к синтезу 5-аминотиазолидинтионов (4а-в), по схеме:



На первой стадии, при взаимодействии 4,4-диалкил-5-метилтиазолидин-2-тионов (1а-в) с гидрохлоридом гидроксилamina в присутствии алкоголята натрия, реакция останавливается на стадии образования оксаминного интермедиата (1А). Далее, в среде избыточного количества нуклеофильного реагента и алкоголята натрия, реакция завершается образованием 5-метил-5-амино-4,4-диалкилтиазолидин-2-тионов (4а-в).

ПМР- и ИК-спектры полученных соединений подтверждают структуру, предложенную для конечных продуктов: 5-метил-5-амино-4,4-диалкилтиазолидин-2-тионов (4а-в) с C(5)-асимметрическим центром.

В ИК-спектрах соединений (4а-в) наблюдается появление новых полос поглощения в области 1565 и 3500 см^{-1} , которые отнесены к валентным колебаниям C-N связи и NH группы. Полоса поглощения в области 1220 см^{-1} , относящаяся к колебаниям C=S связи, сохраняется.

В ПМР-спектрах соединений (4а-в) обнаружены новые сигналы в виде синглета в области 1.42 м.д. эквивалентные двум протонам аминогруппы и 1.02 м.д., синглетный сигнал для C(5)-метильных протонов. Сигналы при 4.76 и 5.04 м.д., отнесенные к гименальным протонам метиленовой группы исходных тиазолидинтионов (1а-в), не наблюдаются, что подтверждает вхождение аминогруппы к метиленовой части гетероцикла.

Таким образом, исходя из полученных данных, можно сделать заключение, что 4,4-диалкил-5-метилтиазолидин-2-тионы и их производные являются конформационнолабильными и преобладающими таутомерной формой в большинстве исследованных случаев является тионная, однако это не исключает возможность выделения как тионной, так и тиольной таутомерных форм.

Экспериментальная часть

Температуры плавления были измерены аппаратам «Buchi» и на микронагревательном столике «Boethius» с температурным шагом $4^{\circ}\text{C}/\text{мин}^{-1}$.

Спектры ЯМР ^1H были сняты на приборе Tesla BS-487C с рабочей частотой 100 МГц в растворах DMCO-d_6 и CCl_4 , при этом химические сдвиги приведены относительно гексаметилендисилоксана (ГМДС), как внутреннего стандарта.

В качестве растворителей использованы CDCl_3 , CCl_4 , DMCO-d_6 , а внутренний стандарт-ТМС и ГМДС (для ^1H).

ИК-спектры веществ снимали на приборе UR-20 в таблетках с KBr в тонком слое в концентрации 1:200 мг и на приборе «Perkin-Elmer Spectrum-65» (в интервале $400\text{--}4000\text{ см}^{-1}$).

Чистоту полученных соединений контролировали тонкослойной хроматографией на стандартных пластинках «Silufol UV-254» в системах бензол : спирт (2:1), спирт : хлороформ (3:1). Пятна на хроматограммах обнаруживали парами йода.

Элементный состав определен на приборе «Perkin-Elmer- 2400».

Колоночную и тонкослойную хроматографию проводили на нейтральном Al_2O_3 , элюенты: хлороформ, бензол, этанол и вода. Контроль за ходом реакции осуществляли по исчезновению полос поглощения тройной $\text{C}\equiv\text{C}$ связи исходных ацетиленовых производных в ИК-спектрах реакционной смеси.

4,4-диалкил-5-метилтиазолидин-2-тионы (1а-в) синтезированы по методу Хинниона-Тича [1] из 3-алкил-3-аминоалкин-1-ов и сероуглерода в спирте.

5-бром-5-(бромметил)-4,4-диметил-1,3-тиазолидин-2-тион (2а). К раствору 1.59 г (10 ммоль) 4,4-диметил-5-метилтиазолидин-2-тиона (1б) в диоксане (10 мл) при постоянном перемешивании добавляли раствор 1.60 г (10 ммоль) брома в 10 мл диоксана. Реакционную смесь перемешивали при комнатной температуре в течение 3 ч. Растворитель выпаривали и хроматографировали на колонке с силикагелем. Элюент (гексан-бензол 1:1). Получали 2.70 г (85%) соединения (2а) с т. пл. 153°C светло-жёлтые кристаллы.

ИК-спектр, ν , см^{-1} 1220 (C=S), 500 (C-Br), 1565 (C-N), 3220 (NH).

Спектр ЯМР ^1H CDCl_3 δ , м.д. (J, Гц): 1.65 с (6H, (C4) $(\text{CH}_3)_2$), 6.05 с (2H, CH_2Br от (C5)), 7.65 с (1H, NH).

Найдено, %: C 22.54, H 2.78, N 4.34, S 20.00. $\text{C}_6\text{H}_9\text{NS}_2\text{Br}_2$ (318.86).

Вычислено, %: C 22.60, H 2.82, N 4.39, S 20.07.

5-бром-5-(бромметил)-4-этил-4-метил-1,3-тиазолидин-2-тион (2б). Получено аналогично соединению (2а) из 1.73 г (10 ммоль) 4-метил-4-этил-5-метилтиазолидин-2-тиона (1б) и 1.60 г (10 ммоль) брома. Получали 2.92 г (88%), соединения (2б) с т. пл. 148°C , светло-жёлтые кристаллы.

ИК-спектр, ν , см^{-1} 1218 (C=S), 502 (C-Br), 1565 (C-N), 3218 (NH) см^{-1} .

Спектр ЯМР ^1H CDCl_3 δ , м.д. (J, Гц): 0.70 т (3H (C4) CH_3 от Et, J 7.0), 1.22 м (2H, (C4) CH_2 от Et), 1.02 с (3H, (C4) CH_3), 6.02 с (2H, CH_2Br от (C5), 7.60 с (1H, NH).

Найдено (%): C 25.20, H 3.24, N 4.16, S 19.17. $\text{C}_7\text{H}_{11}\text{NS}_2\text{Br}_2$ (332.87).

Вычислено (%): C 25.25; H 3.30; N 4.20; S 19.22.

5-бром-5-(бромметил)-4,4-диэтил-1,3-тиазолидин-2-тион (2в). Получено аналогично соединению (2а) из 1.87 г (10 ммоль) 4,4-диэтил-5-метилтиазолидин-2-тиона (1в) и 1.60 г (10 ммоль) брома. Получали 2.76 г (80%), соединения (2в) с т. пл. 144°C , светло-жёлтые кристаллы.

ИК-спектр, ν , cm^{-1} 1220 (C=S), 500 (C-Br), 1560 (C-N), 3216 (NH).

Спектр ЯМР ^1H CDCl_3 δ , м.д. (J, Гц): 1.64 с (6H, (C4) $(\text{CH}_3)_2$ от $(\text{Et})_2$), 1.72 м (4H, (C4) (CH_2) от $(\text{Et})_2$), 6.10 с (2H, CH_2Br от (C5), 7.68 с (1H, NH).

Найдено (%): C 27.62, H 3.70, N 4.00, S 18.43. $\text{C}_8\text{H}_{13}\text{NS}_2\text{Br}_2$ (346.88).

Вычислено (%): C 27.69, H 3.74, N 4.03, S 18.45.

5-аминометил-5-бром-4,4-диметил-1,3-тиазолидин-2-тион (3а). К суспензии 0.39 г (10 ммоль) амида натрия в 100 мл $\text{NH}_3(\text{ж})$ при перемешивании прикапывали 3.19 г (10 ммоль) 5-бromo-5-(бромметил) 4,4-диметил-1,3-тиазолидин-2-тион (2а) в 50 мл диэтилового эфира и перемешивали в течение 4ч. Реакционную смесь гидролизовали 20 мл воды, нейтрализовали разбавленным раствором HCl. Эфирные вытяжки высушили K_2CO_3 и отфильтровали. Растворитель выпаривали и хроматографировали на колонке с силикагелем. Элюент (гексан-бензол 1:1). Получали 1.53 г (60%) соединения (3а), с т. пл. 151°C , светло-желтые кристаллы.

ИК-спектр, ν , cm^{-1} 1220 (C=S), 640 (C-Br), 1565 (C-N), 3500 (NH_2).

Спектр ЯМР ^1H $(\text{CD}_3)_2\text{CO}$ δ , м.д. (J, Гц): 1.62 с (6H, (C4) $(\text{CH}_3)_2$), 6.4 с (2H, N- CH_2 от (C5), 1.78 с (2H, NH_2 от (C5), 7.65 с (1H, NH).

Найдено (%): C 28.24, H 4.34, N 10.97, S 25.07. $\text{C}_6\text{H}_{11}\text{N}_2\text{S}_2\text{Br}$ (254.96).

Вычислено (%): C 28.27, H 4.32, N 10.94, S 25.02.

5-аминометил-5-бром-4-этил-4-метил-1,3-тиазолидин-2-тион (3б). Получено аналогично соединению (3а) из 3.32 г (10 ммоль) 5-бром-5-(бромметил)-4-этил-4-метил-1,3-тиазолидин-2-тиона (2б) и 0.39 г (10 ммоль) амида натрия. Получали 1.99 г (74%) соединения (3б) с т. пл. 126°C , светло-жёлтые кристаллы.

ИК-спектр, ν , cm^{-1} 1216 (C=S), 641 (C-Br), 1564 (C-N), 3500 (NH_2) cm^{-1} .

Спектр ЯМР ^1H $(\text{CD}_3)_2\text{CO}$ δ , м.д. (J, Гц): 0.66 т (3H (C4) CH_3 от Et), 1.72 м д. (2H, (C4) CH_2 от Et), 1.04 с (3H, (C4) CH_3), 6.3 с (2H, N- CH_2 от (C5), 1.76 с (2H, NH_2 от (C5)), 7.64 с (1H, NH).

Найдено (%): C 31.18, H 4.77, N, 10.34, S 23.72. $\text{C}_7\text{H}_{13}\text{N}_2\text{S}_2\text{Br}$ (268.97).

Вычислено (%): C 31.25, H 4.83, N 10.40, S 23.79.

5-аминометил-5-бром-4,4-диэтил-1,3-тиазолидин-2-тион (3в). Получено аналогично соединению (3а) из 3.47 г (10 ммоль) 5-бром-5-(бромметил)-4,4-диэтил-1,3-тиазолидин-2-тион (2в) и 0.39 г (10 ммоль) амида натрия. Получали 1.84 г (65%) соединения (3в) с т. пл. 129°C , светло-жёлтые кристаллы.

ИК-спектр, ν , cm^{-1} 1218 (C=S), 1562 (C-N), 3496 (NH_2).

Спектр ЯМР ^1H (CD_3) $_2\text{CO}$ δ , м.д. (J, Гц): 1.60 с (6H, (C4) (CH_3) $_2$ от (Et) $_2$), 1.70 м (4H, (C4) (CH_2) $_2$ от (Et) $_2$), 6.4 с (2H, N- CH_2 от (C5), 1.78 с (2H, NH_2 от (C5), 7.64 с (1H, NH).

Найдено (%): C 33.87, H 5.26, N 9.83, S 22.56. $\text{C}_8\text{H}_{15}\text{N}_2\text{S}_2\text{Br}$ (282.98).

Вычислено (%): C 33.95, H 5.30, N 9.89, S 22.61.

5-амино-4,4,5-триметил-1,3-тиазолидин-2-тион (4а). К суспензии 0.46 г (20 ммоль) этилата натрия абсолютного этилового спирта (80 мл) прибавляют 1.4 г (20 ммоль) гидрохлорида гидроксиламина в 5 мл горячей воды и перемешивают в течение 1ч. Затем добавляли 1.59 г (10 ммоль) 4,4-диметил-5-метилтиазолидин-2-тиона (1а) в растворе этилового спирта (10 мл) и нагревали в течение 4ч. Растворитель выпаривали и хроматографировали на колонке с силикагелем. Элюент (гексан-бензол 1:1). Получали 1.42 г (81%) соединения (4а) с т. пл. 84°C, светло-желтые кристаллы.

ИК-спектр, ν , cm^{-1} 1215 (C=S), 1570 (C-N), 3200 (NH_2).

Спектр ЯМР ^1H (CD_3) $_2\text{CO}$ δ , м.д. (J, Гц): 1.04 с (6H, (C4) (CH_3) $_2$), 1.30 с (3H, CH_3 от (C5), 1.46 с (2 H, NH_2 от (C5), 7.90 с (1H, NH).

Найдено (%): C 40.87, H 6.75, N 15.84, S 36.48. $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{N}_2\text{S}_2$ (176.06). Вычислено (%): C 40.93, H 6.81, N 15.90, S 36.35.

5-амино-4-этил-4,5-диметил-1,3-тиазолидин-2-тион (4б). Получено аналогично соединению (4а) из 1.73 г (10 ммоль) 4-метил-4-этил-5-метилтиазолидин-2-тиона (1б) и 1.4 г (20 ммоль) гидрохлорида гидроксиламина. Получали 1.59 г (84%) соединения (4б) с т. пл. 62°C, светло-жёлтые кристаллы.

ИК-спектр, ν , cm^{-1} 1210 (C=S), 1565 (C-N), 3200 (NH_2).

Спектр ЯМР ^1H (CD_3) $_2\text{CO}$ δ , м.д. (J, Гц): 0.66 т (3H (C4) CH_3 от Et), 1.18 м (2H, (C4) CH_2 от Et), 0.83 с (3H, (C4) CH_3), 1.02 с (3H, CH_3 от (C5), 1.42 с (2H, NH_2 от (C5), 7.88 с (1H, NH).

Найдено (%): C 44.17, H 7.31, N 14.67, S 33.61. $\text{C}_7\text{H}_{14}\text{N}_2\text{S}_2$ (190.07).

Вычислено (%): C 44.23, H 7.36, N 14.73, S 33.68.

5-амино-4,4-диэтил-5-метил-1,3-тиазолидин-2-тион (4в). Получено аналогично соединению (4а) из 1.87 г (10 ммоль) 4,4-диэтил-5-метилтиазолидин-2-тиона (1в) и 1.4 г (20 ммоль) гидрохлорида гидроксиламина. Получали 1.59 г (78%) соединения (4в) с т. пл. 77°C, светло-жёлтые кристаллы.

ИК-спектр, ν , cm^{-1} 1218 (C=S); 1568 (C-N); 3200 (NH_2).

Спектр ЯМР ^1H (CD_3) $_2\text{CO}$ δ , м.д. (J, Гц): 1.06 с (6H, (C4) (CH_3) $_2$ от (Et) $_2$), 1.10 м (4H, (C4) (CH_2) $_2$ от (Et) $_2$), 1.26 с (3H, CH_3 от (C5), 1.44 с (2 H, NH_2 от (C5), 7.86 с (1H, NH).

Найдено (%): C 47.00, H 7.78, N, 13.67, S 31.31. $\text{C}_8\text{H}_{16}\text{N}_2\text{S}_2$ (204.08).

Вычислено (%): C 47.08, H 7.84, N 13.72, S 31.37.

Поступило 25.10.2021

ЛИТЕРАТУРА

1. Hennion G.F., Teach E.G. Reactions of Acetylenic Primary Amines. – J. Am. Chem. Soc., 1953, v.75, pp. 4297-4300.

- Исобаев М.Д., Пулатов Э.Х., Хусенов Р.Б., Ташбаев Г.А. Тион-тиольная таутомерия в пятичленных гетероциклах. – ДАН РТ, 2004, т. 47, № 1-2, с. 23-26.
- Исобаев М.Д., Пулатов Э.Х., Хусенов Р.Х. Асимметрические тиазолидинтионы. – Мат-лы 1-ой Междунар. конф. «Химия и биологическая активность азотистых гетероциклов и алколоидов», т. 1. М. 2001. с. 126.
- Енгоян Н.П., Переслени Е.М., Власова Т.Ф., Чижевская И.И., Шейнкер Ю.Н. Таутомерия и пространственная изомерия в ряду 2-фенилиминотиазолин-4-онов. – ХГС, 1978, № 2, с. 190-195.
- Губен И. Методы органической химии. – 1949, т.4, вып. 1, 876 с.

М.Д.Исобаев, Э.Х.Пулатов, Б.Г.Мавлонов

БРoМ ВА АМИНОХОСИЛАҲОИ ТИАЗОЛИДИН-2-ТИОН

Институту кимиёи ба номи В.И.Никитини Академияи Миллии илмҳои Тоҷикистон

Схемаи коркарди принципаалии синтези бром ва аминоҳосилаҳои тиазолидин-2-тион пешниҳод карда шуда, устувории мувозинати тион-тиоли дар вобастагӣ аз омилҳои беруна таҳқиқ карда шуд.

Калимаҳои калидӣ: тиазолидинтион, таутомерияи тион-тиоли, бром- ва аминоҳосилаҳо.

M.D.Isobaev, E.Kh.Pulatov, B.G.Mavlonov

BROMINE AND AMINO DERIVATIVES OF THIAZOLIDINE-2-THIONE

Institute of Chemistry named after V.I.Nikitin of the National Academy of Sciences of Tajikistan

A schematic diagram of the synthesis of bromo- and amino derivatives of thiazolidine-2-thione was developed and the analysis of the stability of the thion-thiol transition in depending on external factors, was carried out.

Key words: thiazolidine thione, thion-thiol tautomerism, bromine and amino derivatives.

УДК 620.193

Т.М.Умарова, С.С.Холова

**АНОДНОЕ ПОВЕДЕНИЕ СПЛАВОВ СИСТЕМЫ Al-Ti С МЕТАЛЛАМИ
ГРУППЫ ЛАНТАНОИДОВ В СРЕДЕ ЭЛЕКТРОЛИТА NaCl***Филиал МГУ им. М.В.Ломоносова в г. Душанбе**(Представлено академиком НАН Таджикистана И.Н.Ганиевым 12.07.2022 г.)*

В работе приведены результаты электрохимического исследования сплавов системы алюминий-титан эвтектического состава, модифицированных металлами цериевой подгруппы, а именно лантаном, празеодимом и неодимом в среде 3%-ного раствора NaCl.

Ключевые слова: *алюминиевый сплав, редкоземельные металлы, лантан, празеодим, неодим, анодное поведение, поляризационные кривые.*

Исследование и практическое применение современных конструкционных материалов в большей степени зависит от знания соответствующих диаграмм состояния металлических систем. Улучшение физико-химических свойств алюминиевых сплавов по-прежнему остается важнейшей задачей повышения сроков эксплуатации материалов на их основе. Решение данной задачи возможно путем исследования влияния малоизученных легирующих добавок на электрохимические свойства сплавов исследуемых составов.

Сплавы на основе бинарной системы Al-Ti являются перспективными прецизионными сплавами, отличающимися высокими прочностными характеристиками, жаростойкостью, что обеспечивает применение данных сплавов в качестве конструкционного материала в авиационной и космической технике.

В публикациях различных зарубежных авторов как предыдущих годов, так и последних работ можно видеть результат построения фазовой диаграммы Al-Ti, имеющей неоднозначную трактовку той или иной области диаграммы, особенно, когда речь идёт о существовании интерметаллических соединений. В этом смысле, на наш взгляд, очень интересной является работа итальянских авторов D.Batalu, G.Coşmeleață и A.Aloman [1].

Данная диаграмма характеризуется наличием широких областей твёрдых растворов на основе α - и β -Ti, образованием эвтектики при температуре 665° С и при концентрации 0.15% Ti, (по массе) (рис. 1).

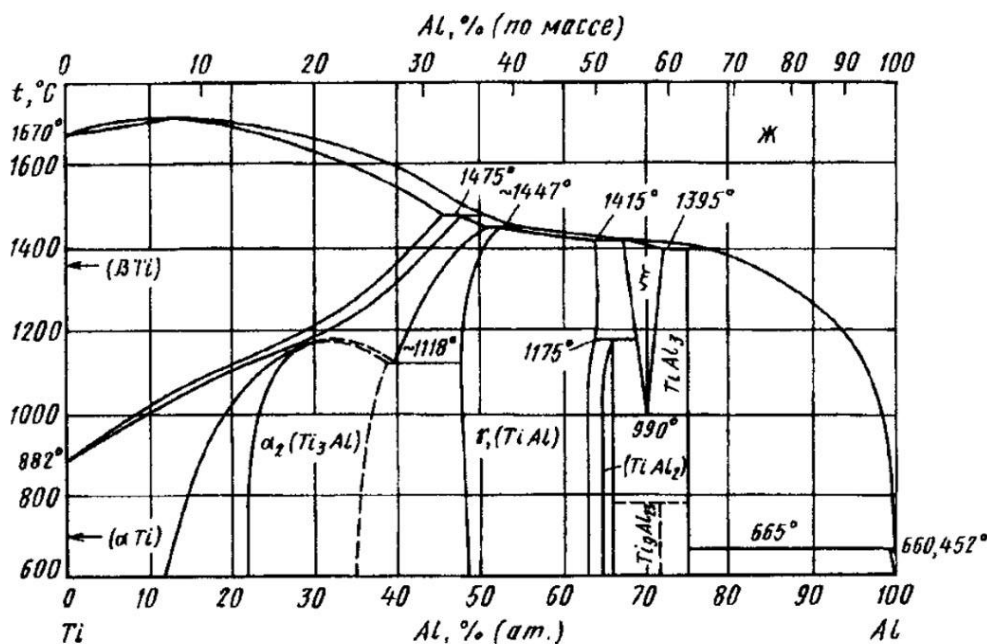


Рис. 1. Диаграмма состояния системы Al-Ti [2].

Диаграмма состояния Al-Ti характеризуется наличием целого ряда интерметаллических соединений (ИМС), два из которых отличаются широкими областями гомогенности, это Ti_3Al и $TiAl$, и два химических соединения с узкими областями гомогенности: $TiAl_2$ и $TiAl_3$. Некоторые авторы [3-6] в своих работах указывают на наличие таких метастабильных соединений, как: Ti_5Al_3 , Ti_5Al_{11} и Ti_9Al_{23} , причём довольно сложно выявить положения границ фазовой области. Анализ ряда статей относительно системы Al - Ti показывает немало спорных результатов в отношении построения фазовой диаграммы разных авторов, а в отдельных случаях и наличие ошибок. Кроме того, сегодня немало работ, авторы которых предпринимают попытки теоретического расчёта фазовых диаграмм [5], но, к сожалению, эти попытки не всегда увенчиваются успехом.

Авторы [1] в своей работе приводят 12 интерметаллических соединений (табл. 1).

Таблица 1

Интерметаллические соединения системы Al -Ti [1]

№	Формула	m/n	x_{Al}	n
1	Al_3Ti_{17}	0.176	0.150	20
2	Al_6Ti_{19}	0.315	0.240	25
3	$AlTi_3$	0.333	0.250	4
4	$AlTi_2$	0.500	0.333	3
5	Al_2Ti_3	0.666	0.400	5
6	$AlTi$	1.000	0.500	2
7	Al_5Ti_3	1.666	0.625	8
8	Al_2Ti	2.000	0.666	3
9	$Al_{11}Ti_5$	2.200	0.687	16
10	Al_5Ti_2	2.500	0.714	7
11	$Al_{23}Ti_9$	2.555	0.718	32
12	Al_3Ti	3.000	0.750	4

Наличие интерметаллических соединений всегда привлекает внимание материаловедов, поскольку, учитывая правило Курнакова, даёт возможность получить материал с высокими физико-химическими и технологическими свойствами.

В условиях рыночной экономики одной из приоритетных задач в производстве литых сплавов на основе алюминия является возможность использования в качестве металла основы вторичный материал (некондиционный алюминий), экономия материала за счёт минимального расхода компонентов (введения микродобавки легирующего компонента), а также повышения качества литейной продукции. В этом направлении одним из основных способов решения поставленной задачи заключается в введении малых добавок модификатора в алюминиевый расплав, что приводит к измельчению зерна и улучшению структуры сплавов, повышению их физико-механических параметров. Вопрос поиска материалов-модификаторов важен не только в металлургии алюминия, но и в целом при разработке новых функциональных материалов.

Сплавы системы Al-Ti в области богатой алюминием являются мало изученными, особенно когда речь идёт о их применении. В связи с вышеизложенным, особую актуальность имеет разработка новых конструкционных материалов на основе алюминиевого сплава эвтектического состава, модифицированных третьим компонентом группы лантаноидов. Редкоземельные металлы в качестве модификатора играют ключевую роль, поскольку даже при микролегировании приводят к нейтрализации влияния железа (примеси), измельчению зерна в структуре сплава, улучшению физико-химических свойств.

Целью данной работы является изучение влияния металлов группы лантаноидов (La, Pr и Nd) на электрохимические свойства сплавов системы алюминий-титан эвтектического состава. Данная работа является продолжением общей темы разработки сплавов на основе алюминия, модифицированных редкоземельными металлами [7-12].

Методы исследования

Синтез сплавов проводили на основе заранее полученных лигатур: Al-10% Ti (по массе), редкоземельные металлы вводились в расплав в виде 2%-ых лигатур Al-Ln (Ln =La, Pr, Nd). Состав синтезированных сплавов представлен в табл. 1. Для синтеза и изучения физико-химических свойств сплавов использована нижеследующая аппаратура и приборы: печь KS 400/10, микроскоп NIKON SMZ 670, дифрактометр Dron 3.0; импульсный потенциостат ПИ-50-1.1 с программатором ПР8 (потенциостатический режим).

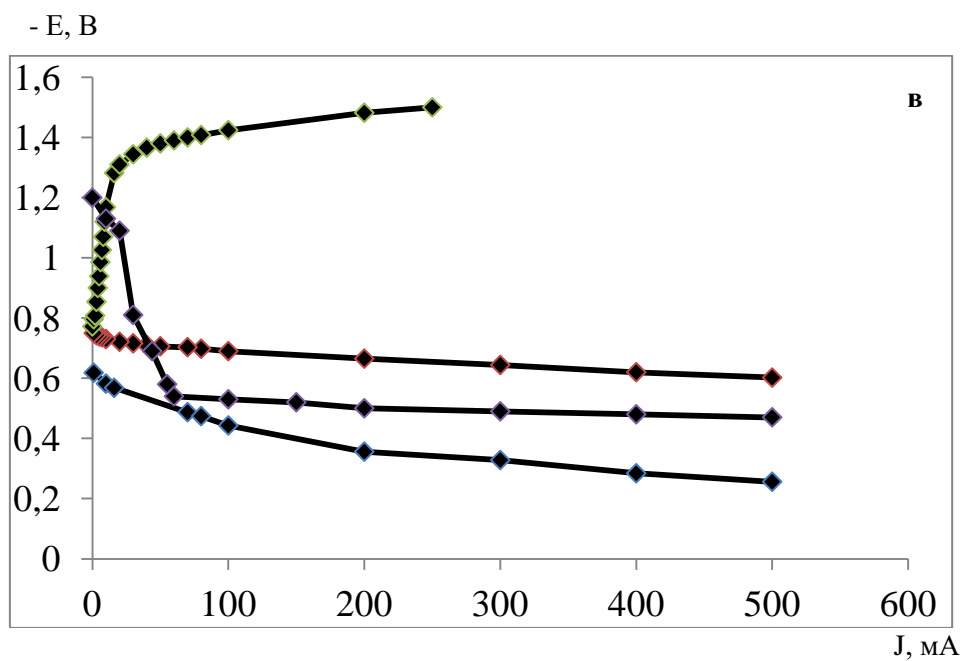
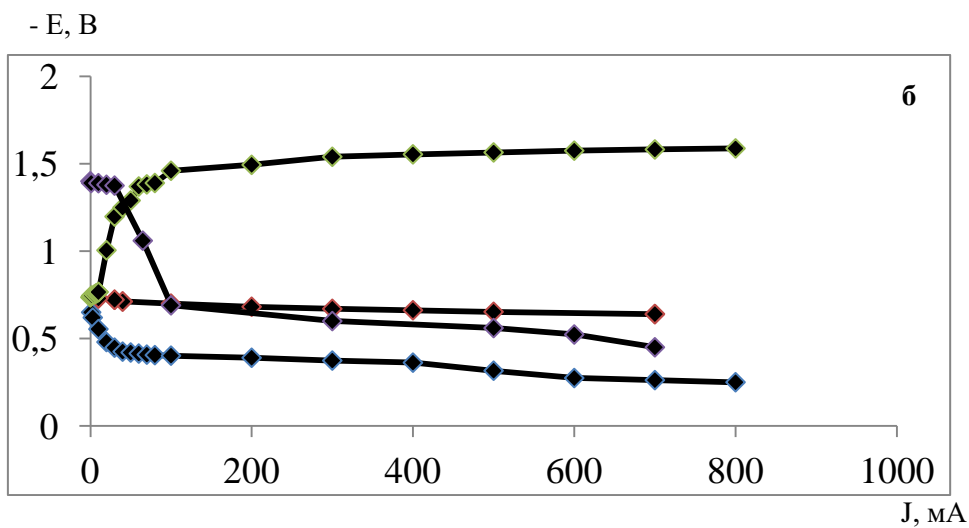
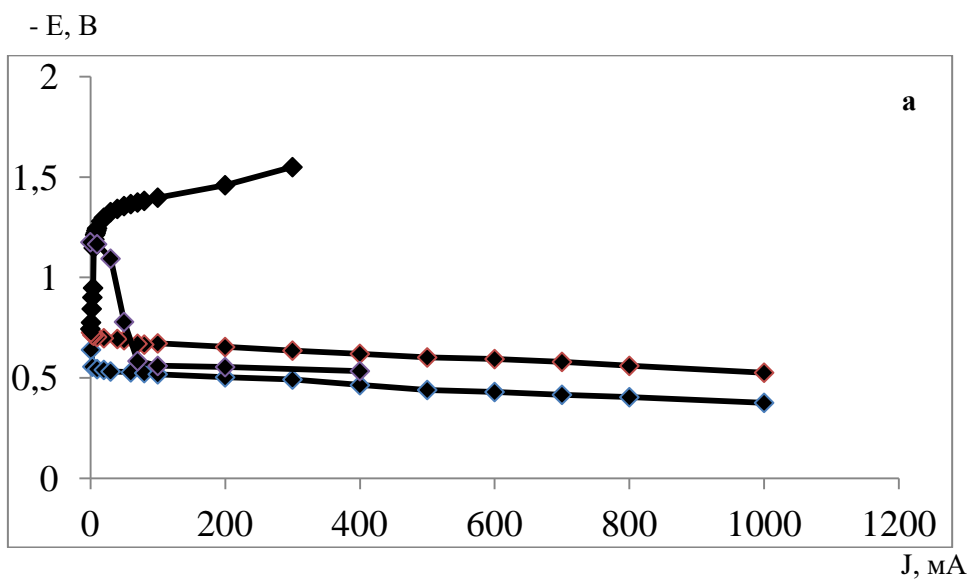
Таблица 2

Состав синтезированных сплавов тройных систем Al-Ti-La, Al-Ti-Pr и Al-Ti-Nd

Состав сплава	вес. %									
	Ti	0	0.1	0.1	0.1	0	0.1	0.1	0	0.1
Ln*	0.01 La	-	0.01 La	0.05 La	0.01 Pr	0.01 Pr	0.05 Pr	0.01 Nd	0.01 Nd	0.05 Nd

* остальное - алюминий

На рис.2 представлены анодные поляризационные кривые сплавов систем Al-0.10%Ti- 0.01% Ln (La, Pr, Nd).



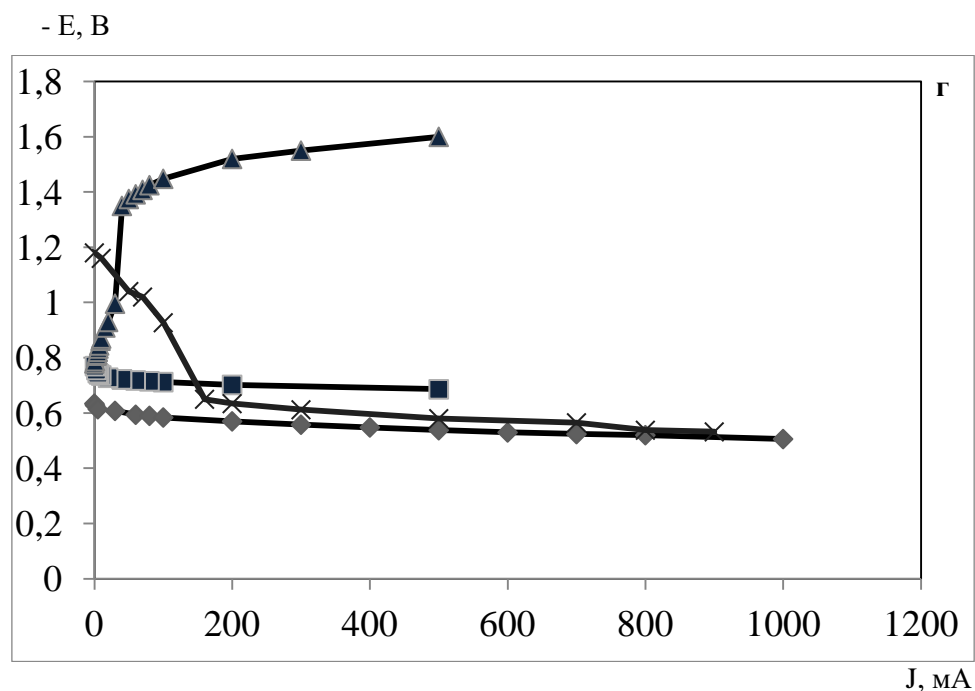


Рис. 3. Поляризационные кривые сплавов систем:

- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| а) Al – 0.1% Ti; | в) Al – 0.1%Ti – 0.01%Pr; |
| б) Al – 0.1%Ti – 0.01% La; | г) Al – 0.1%Ti – 0.01%Nd |
- в среде 3 %-го раствора NaCl.

Анализируя полученные поляризационные кривые можно заключить:

- практически для всех сплавов рассматриваемых систем в присутствии РЗМ можно определить потенциал репассивации, который находится в области значений 0.68-0.70 мВ;
- сравнивая положение потенциала начала пассивации на повторной анодной поляризационной кривой сплавов тернарных систем, наиболее электроотрицательное значение (-1.4В) соответствует сплаву системы Al-0.1Ti-0.01La;
- в зависимости от выбранного лантаноида в качестве модификатора к алюминиево-титановой основе, пассивная область сплавов систем Al-Ti-La и Al-Ti-Pr выгодно больше в сравнении с анодной поляризационной кривой сплава системы Al-Ti-Nd;
- самое низкое значение потенциала питтингообразования принадлежит сплаву с добавкой лантана (-0.24В).

Таким образом, можно заключить, из трёх рассмотренных модификаторов-наиболее эффективным является лантан, следовательно, сплавы системы Al-Ti-La даже при низком содержании последнего (0.01%) можно рекомендовать в качестве высоко коррозионностойкого сплава, что имеет большое значение при разработке новых конструкционных материалов в машиностроении, авиационной и космической технике.

Поступило 20.07.2021 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Batalu D., Coşmeleață G., Aloman A. Critical analysis of the Ti-Al phase diagrams. – U.P.B. Sci. Bull., Series B, 2006, v. 68, № 4, pp.77-90.
2. Диаграммы состояния двойных металлических систем. Под ред. Лякишева Н. – Машиностроение, 1996-2000, с. 144-146.
3. Massalski T. B. et. al. Binary alloy phase diagrams, v. 1-3. – Materials Park, Ohio, ASM International, 1990.
4. Kainuma R., Sato J., Ohnuma I., Ishida K. Phase stability and interdiffusivity of the L 10-based ordered phases in Al-rich portion of the Ti–Al binary system. – Intermetallics, 2005, v.13, pp. 784-791.К.В.
5. Evstigneev V.V., Filimonov V.Yu., Koshered K.B. – Mathematical Model of Phase-Formation Processes in a Binary Mixture of Ti and Al Powders in the Regime of a Nonadiabatic Thermal Explosion. – Combustion, Explosion and Shock Waves, 2007, v. 43, No 2, pp. 170-175.
6. Sahu P. Lattice imperfections in intermetallic Ti–Al-alloys: an X-ray diffraction study of the microstructure by the Rietveld method. – Ibid., 2006, v. 14, pp.180-188.
7. Умарова Т.М., Джалолова З.С., Ганиев И.Н. Влияние РЗМ (Y, La и Ce) на коррозионные и механические свойства алюминиево-марганцевого сплава. – Журнал прикладной химии, 2008, т.81, № 10, с.1660-1665.
8. Умарова Т.М., Ганиев И.Н. Влияние редкоземельных металлов (Sc, Y, La, Ce, Sm и Yb) на коррозионно-электрохимическое поведение алюминиево-марганцевых сплавов. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн.н., 2007, № 4, с. 34-44.
9. Умарова Т.М., Ганиев И.Н. Анодные сплавы алюминия с марганцем, железом и редкоземельными металлами. – Душанбе: Дониш, 2009, 232 с.
10. Umarova T.M. Influence of micro alloying (including REM) on the phase composition and properties of aluminum alloys. – (Japan) Journal: Materials Science and Engineering Technology. 2016, v. 890, pp. 331-338.
11. Умарова Т.М., Джалолов Ф.Н., Ганиев И.Н. Влияние европия на фазовый состав и микроструктуру алюминиево-железowego сплава АЖ1.8 – ДАН РТ, 2019, т. 62, № 3-4, с. 203-207.
12. Умарова Т.М., Нормамедов О. Влияние самария и европия на фазовый состав и микроструктуру сплава Al+1.9% Mn. – Труды XXI Междунар. науч.-практ. конф. «Металлургия: технологии, инновации, качество». «Металлургия - 2019». - г. Новокузнецк: СибГИУ, 23-24 октября 2019 г., т.2, с. 313-317.

Т.М.Умарова, С.С.Холова

РАФТОРИ АНОДИИ АI-Ti ХЎЛАҲО БО МЕТАЛЛҲОИ ГУРҶҲОИ ЛАНТАНОИДҲО ДАР МУҲИТИ ЭЛЕКТРОЛИТИ NaCl

Филиали Донишгоҳи давлатии Москва ба номи М.В.Ломоносов дар ш. Душанбе

Дар мақола натиҷаҳои омӯзиши электрохимиявии ҳулаҳои системаи алюминий-титани таркибашон эвтектикӣ, ки бо металлҳои зергурӯҳи сериум, аз ҷумла лантан, празодимий ва неодим дар маҳлули 3% NaCl тағйир дода шудаанд баён гардиданд.

Калимаҳои калидӣ: *ҳулаи алюминий, металлҳои нодирзамин, лантан, празеодим, неодим, рафтори анодӣ, хатҳои қачи қутбишуда.*

T.M.Umarova, S.S.Holova

**ANODIC BEHAVIOR OF Al-Ti ALLOYS WITH METALS OF LANTHANIDE
GROUPS IN THE MEDIUM OF NaCl ELECTROLYTE**

Lomonosov Moscow State University in Dushanbe

The results of electrochemical investigations of alloys of eutectic composition aluminum-titanium system, alloyed by metals of the cerium subgroup (lanthanum, praseodymium and neodymium) in the 3% NaCl solution are presented.

Key words: *aluminum alloy, rare earth metals, Lanthanum, Praseodymium, Neodymium, anodic behavior, polarization curves.*

УДК 544.45/.454: 544.016: 544.2

Н.А.Наимов

**ТЕХНОЛОГИЯ ПОЛУЧЕНИЯ КОАГУЛЯНТОВ ИЗ КАОЛИНОВЫХ ГЛИН
МЕСТОРОЖДЕНИЯ «ЗИДДИ» СПОСОБОМ СУЛЬФАТИЗАЦИИ***ГУ «Научно-исследовательский институт металлургии» ОАО «ТалКо»**(Представлено академиком НАН Таджикистана У.М.Мирсаидовым 13.09.2021 г.)*

В статье приведены результаты физико-химических исследований по технологии получения неочищенного и очищенного коагулянтов для очистки воды из каолиновых глин месторождения «Зидди» способом сульфатизации и испытанию коагулирующей способности неочищенного коагулянта в лабораторных условиях. Определены оптимальные технологические параметры процесса сульфатизации каолиновых глин: температура – 260-280°C, продолжительность – 90-120 мин., концентрация серной кислоты – 90-95%, дозировка кислоты до 110% от стехиометрического расчёта. Также был изучен процесс водной обработки сульфатизированного спека с целью получения очищенного жидкого коагулянта – оптимальные параметры водной обработки: температура – 85-95°C, продолжительность – 30-45 мин., соотношение – Т:Ж=1:4. При этом степень извлечения сульфата алюминия составляет более 97%. На основе проведённых лабораторных исследований была разработана принципиальная технологическая схема получения неочищенного и очищенного каолинового коагулянтов. Изучение коагулирующей способности полученного коагулянта показало, что основные его физико-химические показатели соответствуют требованиям ГОСТ 5155-74 для неочищенного сульфата алюминия и по показателю «доза коагулянта» соответствуют требованиям ГОСТ 12966-75 для сульфата алюминия очищенного.

Ключевые слова: *сульфатизация, неочищенный коагулянт, очищенный коагулянт, каолиновая глина, коагулирующая способность, сульфат алюминия.*

В настоящее время сульфат алюминий используется в разных областях, в частности в качестве коагулянта для обработки воды с целью достижения качества воды, соответствующего нормативно-техническим требованиям. Предприятия, занимающиеся водоподготовкой на протяжении многих десятилетий, для очистки воды используют именно сульфат алюминия [1].

До недавних пор для водоподготовки и обеспечения Республики Таджикистан чистой питьевой водой коагулянт завозили из-за границы, соответственно и цена его была высокой. В 2017 году в нашей стране была внедрена технология производства очищенного коагулянта с использованием отечественной серной кислоты [2]. В то же время имеется возможность использовать местные глинозёмсодержащие виды сырья для получения неочищенного и очищенного сульфата алюминия, себестоимость которого значительно ниже импортруемых и местных коагулянтов [3,4].

Адрес для корреспонденции: *Наимов Носир Абдурахмонович. 734003. Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Х.Хакимзаде, 17, Государственное учреждение «Научно-исследовательский институт металлургии» ОАО «ТалКо». E-mail: nosser2016@outlook.com*

Таким образом, с учётом стратегии импортозамещения и перехода на использование местного минерального сырья и реализацию приоритетного стратегического направления на ускоренную индустриализацию страны [5,6], также принимая во внимание промышленное производство серной кислоты на ООО «Талко Кемикал» (г.Яван) [7], проведена серия исследований по сульфатизации каолиновых глин месторождения «Зидди» с целью получения неочищенного и очищенного сульфата алюминия [8].

Согласно проведенным исследованиям по сульфатизации каолиновых глин, были определены оптимальные параметры процесса: температура сульфатизации – 260-280°C; продолжительность – 90-120 мин.; концентрация серной кислоты – 90-95% и её дозировка до 110% от стехиометрического необходимого количества. С целью получения очищенного жидкого сульфата алюминия был исследован процесс водной обработки сульфатизированного спека и определены оптимальные параметры процесса: температура – 85-95°C, продолжительность – 30-45 мин., соотношение – Т:Ж=1:4. При этом степень извлечения сульфата алюминия составляет более 97%.

На основе проведенных лабораторных исследований была разработана принципиальная технологическая схема получения неочищенного и очищенного коагулянтов из каолиновых глин Зиддинского месторождения способом сульфатизации (рис.1).

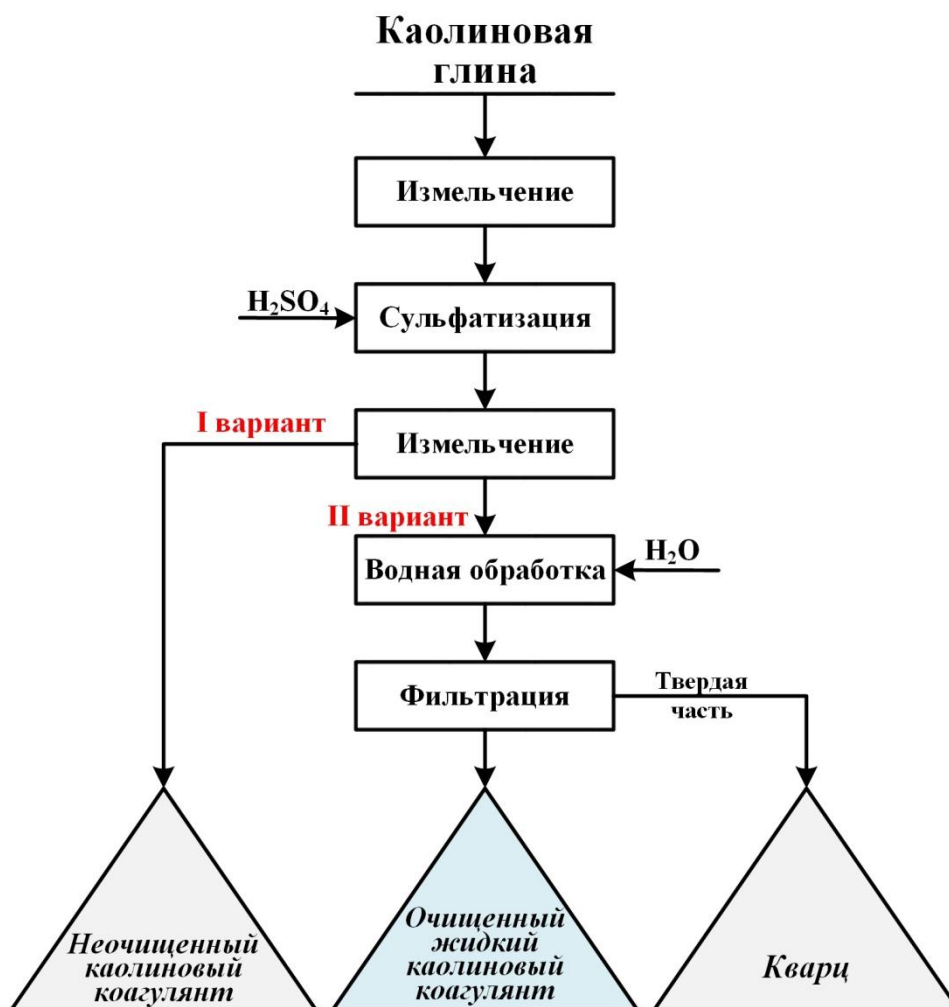


Рис. 1. Принципиальная технологическая схема получения неочищенного и очищенного каолиновых коагулянтов.

Как видно из приведенной схемы (рис.1.), каолиновая глина измельчается до размера частиц менее 0.063 мм (до 60% от общего объёма) и подвергается сульфатизации при 280°C в течение 90 мин. Затем образовавшийся сульфатизированный спёк подвергается измельчению до размера частиц ≤ 0.1 мм. Измельченный сульфатизированный спёк можно непосредственно использовать в качестве неочищенного коагулянта. Далее, с целью получения очищенного жидкого сульфата алюминия, сульфатизированный спёк обрабатывают горячей водой при соотношении Т:Ж=1:4 в течение 30 мин. Образовавшуюся пульпу подвергают фильтрации с отделением твердой части, состоящей, в основном, из кремнезёма, который можно использовать в качестве строительного материала.

Для подтверждения процесса получения неочищенного и очищенного коагулянтов был проведен рентгенофазовый анализ (РФА) исходной каолиновой глины (рис.2.), сульфатизированного спёка (рис.3.), сухой соли, полученной при упаривании сульфатсодержащего раствора после водной обработки спёка (рис.4) и твердого остатка после водной обработки (рис.5.).

Из рентгенограммы (рис.2.) видно, что в составе исходной каолиновой глины (верхний график) содержатся минералы каолинит, кварц и магнетит, пики которых совпадают с пиками рентгенограммы образца-эталона (нижний график).

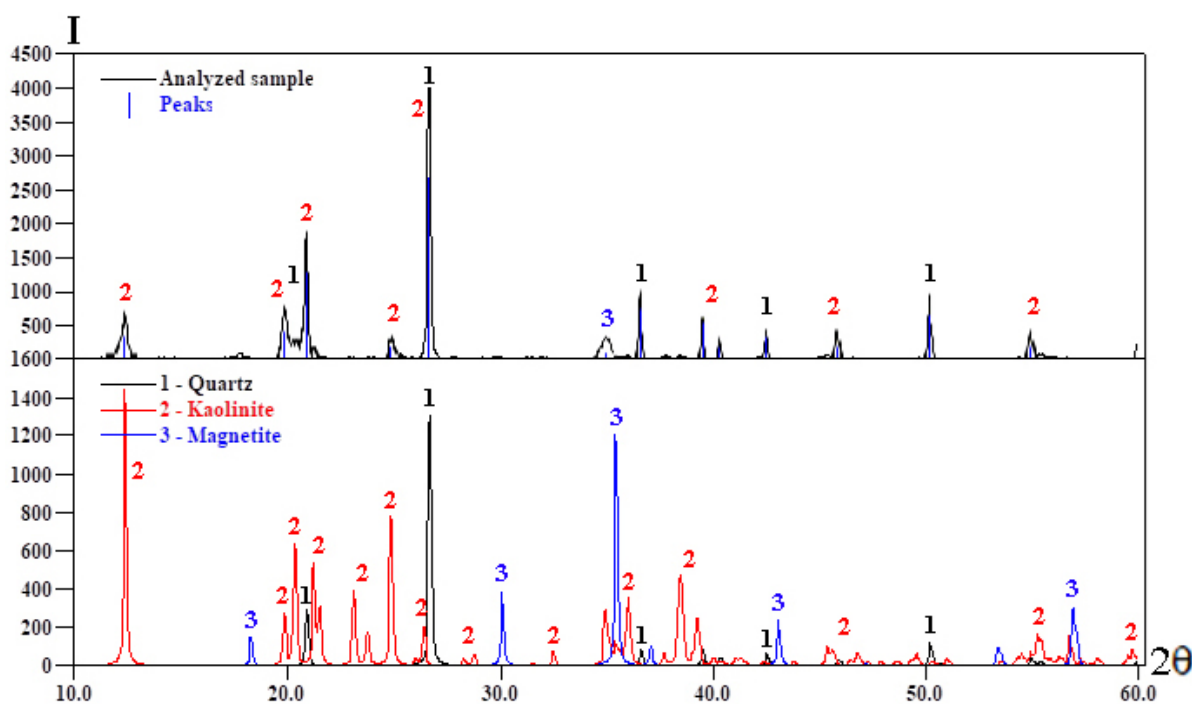


Рис. 2. Рентгенограмма исходной каолиновой глины:
1 – кварц (SiO_2); 2 – каолинит ($\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{SiO}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$); 3 – магнетит (Fe_3O_4)
(верхний график – анализируемая проба, нижний график – эталон).

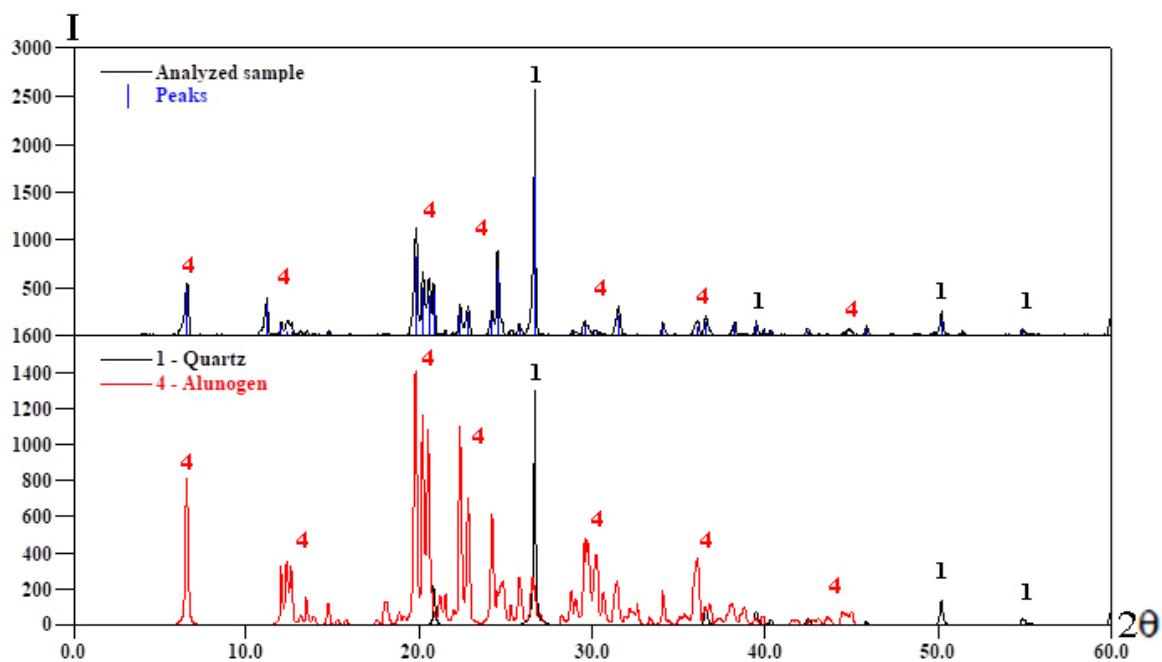


Рис. 3. Рентгенограмма сульфатизированного спека:
 1 – кварц (SiO_2); 4 – алуноген ($\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 \cdot 18\text{H}_2\text{O}$)
 (верхний график – анализируемая проба, нижний график – эталон).

На рис.3. приведена рентгенограмма сульфатизированного спека, пики которой соответствуют минералам кварца и алуногена, что подтверждает протекание процесса сульфатизации каолиновых глин.

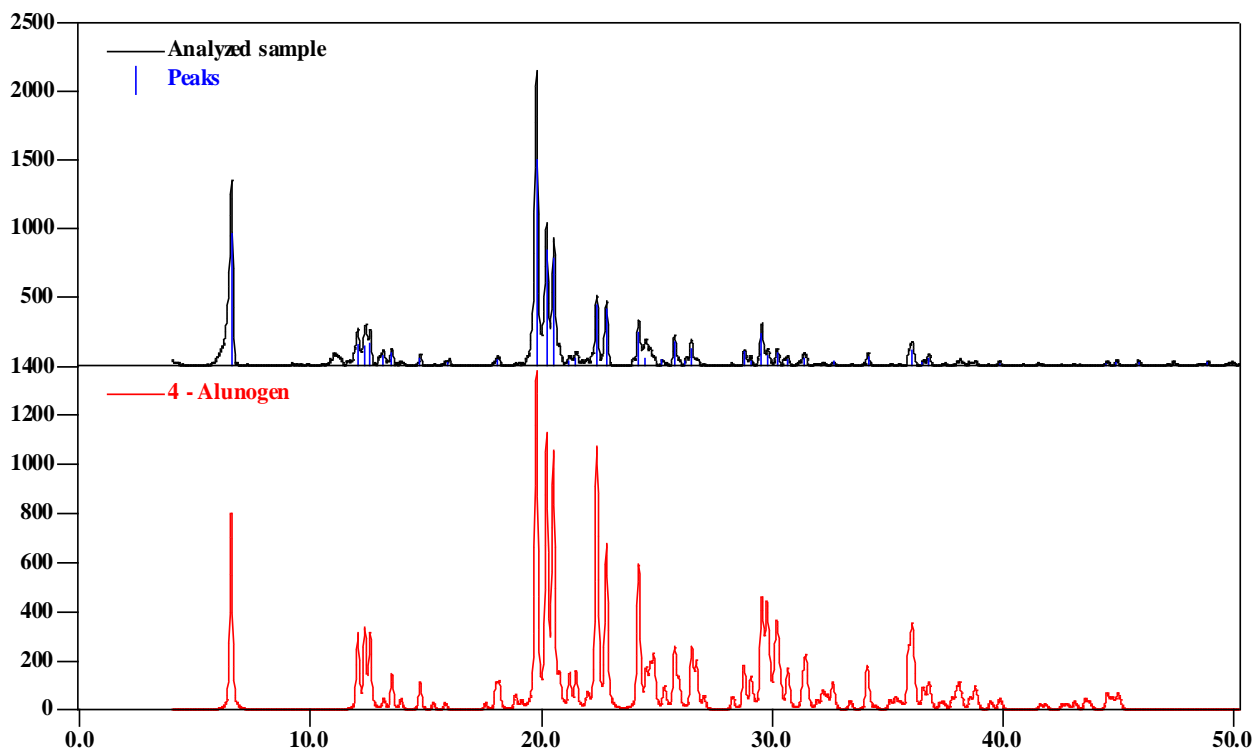


Рис. 4. Рентгенограмма сухой соли, полученной при упаривании сульфатсодержащего раствора после водной обработки спека: 4 – алуноген ($\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 \cdot 18\text{H}_2\text{O}$)
 (верхний график – анализируемая проба, нижний график – эталон).

Как видно из данной рентгенограммы (рис.4.), анализируемая проба относится к минералу алуноген и характеризуется отсутствием минерала кварц, что подтверждает получение очищенного сульфата алюминия.

На рентгенограмме (рис.5) приведены результаты РФА твердого остатка, полученного после водной обработки сульфатизированного спёка и фильтрования; пики соответствуют минералу кварц, что подтверждает растворение минерала алуногена в воде.

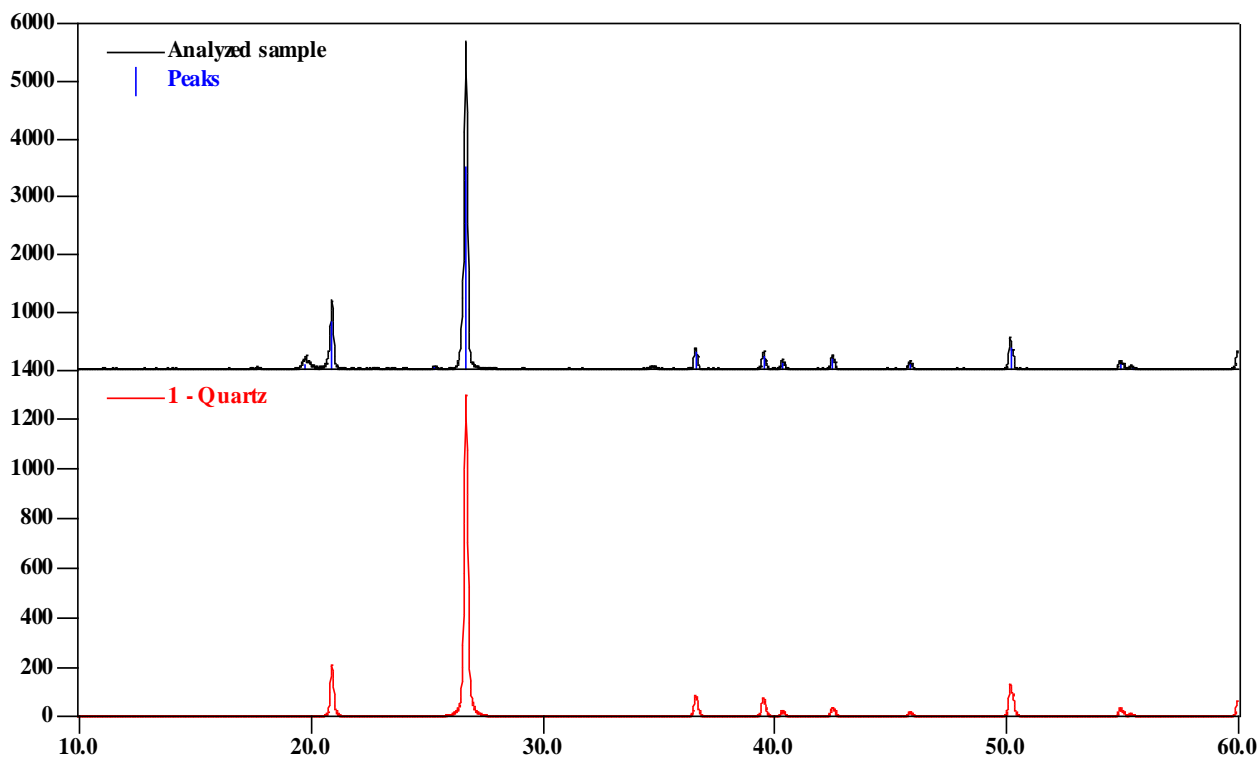


Рис. 5. Рентгенограмма твердого остатка после водной обработки сульфатизированного спека:
1 – кварц (SiO_2)
(верхний график – анализируемая проба, нижний график – эталон).

С целью определения коагулирующей способности неочищенного каолинового коагулянта в лабораторных условиях был получен сульфатизированный спёк в количестве 1 кг [9]. Определение коагулирующей способности проводилось в лаборатории Центра контроля качества питьевых вод при ГУП «Душанбеводоканал» по стандартной методике. По результатам испытаний оформлен и утвержден Акт «О проведении испытаний неочищенного коагулянта». Результаты исследований приведены в таблице в сопоставлении с показателями используемых стандартных коагулянтов для очистки воды.

Проведенные испытания (табл.) свидетельствуют о том, что основные физико-химические показатели неочищенного каолинового коагулянта соответствуют требованиям ГОСТ 5155-74 для неочищенного сульфата алюминия. По некоторым показателям полученный коагулянт соответствует требованиям ГОСТ 12966-75 (для сульфата алюминия очищенного).

Таблица

Сравнительная характеристика физико-химических показателей
экспериментального и стандартного коагулянтов

Определяемый показатель	Вид коагулянта					
	Сульфат алюминия очищенный (ГОСТ 12966-75)			Сульфат алюминия, неочищенный (ГОСТ 5155-74)		Неочищенный каолиновый коагулянт
	Нормативное содержание для сорта, %					
	Высший	I	II	A	B	
Al ₂ O ₃ , не менее	16.3	15.0	14.0	9.5	9.5	12.58
H ₂ SO ₄ свободная, не более	0	0.05	0.1	2.0	3.0	0.408
Fe (в пересчете на Fe ₂ O ₃), не более	0.002	0.04	0.7	0.5	0.9	0.4
As (в пересчете на As ₂ O ₃), не более	0.001	0.5	0.7	0.003	0.003	0.002
Нерастворимый в воде остаток по отношению к оксиду алюминия (н. о. /Al ₂ O ₃), не более	-	-	-	2.2	2.7	2.15
Доза коагулянта, мг/л	18.28	19.80	21.28	31.36	31.36	19.12

Таким образом, технология получения неочищенного и очищенного коагулянтов из каолиновых глин месторождения «Зидди» является достаточно простой и эффективной, а её внедрение в производство обеспечит значительный экономический эффект.

Поступило 15.09.2021 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Запольский А.К., Баран А.А. Коагулянты и флокулянты в процессах очистки воды: Свойства. Получение. Применение. – Л.: Химия, 1987, 208 с.
2. Надиров Б. Как «ТАЛКО Кемикал» помогает «Душанбеводоканалу» очищать питьевую воду. 21 октября, 2019. <https://www.asiaplustj.info/ru/news/tajikistan/society/20191021/kak-talko-kemikal-pomogaet-dushanbevodokanal-ochitshat-pitevuyu-vodu>.
3. Лайнер Ю.А. Комплексная переработка алюминийсодержащего сырья кислотными способами. – М.: Наука, 1982, 208 с.
4. Запольский А.К. Сернокислотная переработка высококремнистого алюминиевого сырья. – Киев: Наукова думка, 1981, 208 с.
5. Эшонкулова Л. Четвертая цель – индустриализация. http://www.narodnaya.tj/index.php?option=com_content&view=article&id=12647:2020-12-24-05-19-35&catid=53:economika&Itemid=58. 24.12.2020.
6. Сафиев Х., Кабиров Ш.О., Азизов Б.С., Мирпочаев Х.А. Состояние и перспективы перехода ГУП «ТАЛКО» на местное сырьё и диверсификации её продукции. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2011, №3(144), с. 106-112.

7. Саттаров И. Национальное достояние Таджикистана. К 45-летию Таджикской алюминиевой компании. 31 марта, 2020. <https://asiaplustj.info/ru/news/tajikistan/society/20200331/natsionalnoe-dostoyanie-tadzhikistana-k-45-letiyu-tadzhikskoi-alyuminievoi-kompanii>
8. Наимов Н.А., Рузиев Дж.Р., Аманджони Г., Сафиев А.Х., Бобоев Х.Э., Мухамедиев Н.П., Рафиев Р.С., Сафиев Х. Комплексная переработка каолиновых глин месторождения «Зидди». – ДАН РТ, 2018, т.61, №3, с. 286-292.
9. Наимов Н.А., Рузиев Д.Р., Сафиев А.Х., Бобоев Х.Э., Аманджони Г. Получение неочищенного коагулянта способом сульфатизации из каолиновых глин Зиддинского месторождения. – Мат-лы республ. науч-теор. конф. профессорско-преподавательского состава и сотрудников ТНУ, посвящ. Международному десятилетию действия «Вода для устойчивого развития, 2018-2028 годы», «Году развития туризма и народных ремесел», «140-ой годовщине со дня рождения Героя Таджикистана Садриддина Айни» и «70-ой годовщине со дня создания Таджикского национального университета». – Душанбе, 2018 г., с. 671.

Н.А.Наимов

ТЕХНОЛОГИЯИ ҲОСИЛКУНИИ КОАГУЛЯНТҲО АЗ ГИЛИ КАОЛИНИИ КОНИ «ЗИДДӢ» БО УСУЛИ СУЛФАТКУНОӢ

МД «Пажӯҳишгоҳи илмию таҳқиқоти металлургия»-и ЧСК «ШАТ»

Дар мақола натиҷаи таҳқиқотҳои физикавӣю химиявӣ оид ба технологияи ҳосилкунии коагулянтҳои тоза ва тозанашуда барои коркарди обҳо аз гилҳои каолинии кони «Зиддӣ» бо усули сулфаткуноӣ ва санчиши коагулянти тозанашуда дар шароитҳои лабораторӣ оварда шудааст. Параметрҳои оптималии раванди сулфаткунонии гили каолин муайян карда шуд: ҳарорат – 260-280°C, давомнокии раванд – 90-120 дақиқа, концентратсияи кислотаи сулфат – 90-95%, вояи (дозировка) кислота то 110% аз рӯи ҳисоби стехиометрӣ. Ҳамзамон раванди коркарди оби пухтаи сулфаткунонидашуда бо мақсади ҳосил намудани коагулянти тозашудаи моеъ мавриди омӯзиш қарор дода шуда, параметрҳои оптималии он чунин мебошад: ҳарорат – 85-95°C, давомнокии раванд – 30-45 дақиқа, таносуби байни С:М=1:4. Дар чунин шароит дараҷаи ҷудошавии сульфати алюминий зиёда аз 97%-ро ташкил медиҳад. Дар асоси таҳқиқотҳои лаборатории гузаронидашуда, схемаи принципиалию технологияи истеҳсоли коагулянтҳои тозанашуда ва тозаи каолинӣ таҳия карда шуд. Омӯзиши қобилияти коагулятсионии коагулянти ҳосилшуда нишон дод, ки нишондодҳои асосии физикавӣю химиявӣ он ба талаботи ГОСТ 5155-74 барои сульфати алюминий тозанашуда ҷавобгӯӣ буда, аз рӯи нишондоди «вояи коагулянт» ба талаботи ГОСТ 12966-75 барои сульфати алюминий тозашуда, ҷавобгӯӣ мебошад.

Калимаҳои калидӣ: сулфаткуноӣ, коагулянти тозанашуда, коагулянти тозашуда, гили каолин, қобилияти коагулятсионӣ, сульфати алюминий.

N.A.Naimov

TECHNOLOGY OF OBTAINING COAGULANTS FROM KAOLIN CLAYS OF THE ZIDDI DEPOSIT BY THE METHOD OF SULPHATIZATION*State Institution «Scientific Research Institute of Metallurgy» JSC «Talko»*

In this article the results of physicochemical studies on the technology of obtaining crude and purified coagulants for water purification from kaolin clays of the «Ziddi» deposit by the method of sulfatization and testing the coagulating ability of the crude coagulant in laboratory conditions are presents. The optimal technological parameters of the kaolin clay sulfatization process have been determined: temperature – 260-280°C, duration – 90-120 minutes, sulfuric acid concentration – 90-95%, acid dosage up to 110% of stoichiometric calculation. The process of water treatment of sulfated cake was also studied in order to obtain a purified liquid coagulant – the optimal parameters of water treatment: temperature – 85-95°C, duration – 30-45 minutes, ratio – S:L=1:4. In this case, the degree of extraction of aluminum sulfate is more than 97%. On the basis of the laboratory studies carried out, a basic technological scheme for obtaining crude and purified kaolin coagulants was developed. The study of the coagulating ability of the obtained coagulant showed that its main physical and chemical parameters correspond to the requirements of GOST 5155-74 for crude aluminum sulfate and in terms of «dose of coagulant» meet the requirements of GOST 12966-75 for purified aluminum sulfate.

Key words: *sulfatization, crude coagulant, purified coagulant, kaolin clay, coagulating ability, aluminum sulfate.*

УДК 669.76+542.943

Академик НАН Таджикистана И.Н.Ганиев, Ш.Г.Раджабова, Ф.А.Рахимов**, З.Р.Обидов*

**АНОДНОЕ ПОВЕДЕНИЕ СПЛАВА Zn55Al, ЛЕГИРОВАННОГО
МОЛИБДЕНОМ, В КИСЛОЙ СРЕДЕ***ГУ «Институт химии им. В.И.Никитина» НАН Таджикистана,***Таджикский технический университет им. М.С.Осими,****ГНУ «Центр исследования инновационных технологий» при НАН Таджикистана*

В работе приведены результаты потенциостатического исследования анодного поведения сплава Zn55Al, легированного молибденом, в кислой среде. Показано, что легирование цинк-алюминиевого сплава молибденом способствует уменьшению скорости коррозии исходного сплава в 1.5-2.0 раза.

Ключевые слова: *сплав Zn55Al, молибден, потенциостатический метод, электролит HCl, потенциал коррозии, скорость коррозии.*

В настоящее время для защиты от коррозии изделий из стали и чугуна применяются металлические покрытия на основе цинка и сплавов на его основе, наносимых на поверхность изделий различными методами [1].

Авторами [2-4] разработаны новые защитные цинк-алюминиевые покрытия с некоторыми элементами Периодической таблицы. Имеются сведения об анодном поведении данных сплавов в кислых, нейтральных и щелочных средах. Установлена эффективность их легирования третьими компонентами.

В научной литературе и в сети интернета нами не обнаружены сведения, относящиеся к влиянию молибдена на анодное поведение цинк-алюминиевого сплава Zn55Al. Исходя из этого, в качестве легирующего компонента сплава Zn55Al был выбран молибден.

Образцы сплава для исследования были получены из цинка марки ХЧ(гранулированный), алюминия марки А7 и его лигатуры с молибденом (2% Мо) в тиглях из оксида алюминия в шахтной печи электрического сопротивления типа СШОЛ в интервале температур 750-850°C. Химический анализ компонентов состава исследуемых сплавов контролировался микрорентгеноспектральным анализом на приборе SEM серии AIS 2100 (Южно-Корейского производства). Из полученных сплавов в графитовую изложницу отливали стержни диаметром 8 мм и длиной 140 мм. Боковые части образцов покрывались коррозионностойким лаком. Рабочей поверхностью служил торец электрода.

При изучении анодного поведения сплавов широко используются электрохимические методы, особенно потенциостатические [5]. Используя потенциостатические методы исследования, можно оценить в поведении анодного сплава роль электродного потенциала в пассивном состоянии. Обусловлено, что важнейшей анодной характеристикой сплава является зависимость кинетики растворе-

ния от потенциала, где можно применять для выбора способа защиты и повышения устойчивости анодного сплава в эксплуатационных заданных условиях.

Электрохимические исследования тройных сплавов проводили потенциостатическим методом в потенциодинамическом режиме со скоростью развертки потенциала 2 мВ/с на потенциостате ПИ-50-1.1, в кислых средах 0.001н, 0.01н и 0.1н электролита HCl. Электродом сравнения служил хлоридсеребряный, вспомогательным -платиновый. Методика электрохимического исследования сплавов описана в работе [5].

Результаты исследования представлены в табл. 1 и 2. Как видно, со временем потенциал свободной коррозии ($-E_{св.корр.}$, В) сплавов смещается в положительную область. Потенциал $E_{св.корр.}$ исходного сплава Zn55Al по мере роста концентрации хлорид-иона в электролите HCl смещается в область отрицательных значений (табл. 1). Введение в сплав Zn55Al молибдена в пределах изученной концентрации способствует смещению потенциалов коррозии ($-E_{корр.}$, В), питтингообразования ($-E_{п.о.}$, В) и репассивации ($-E_{реп.}$, В) в область положительных значений (табл. 2). Следует отметить, что динамика изменения коррозионно-электрохимических потенциалов благоприятно влияет на изменения коррозионной стойкости сплавов в целом.

Таблица 1

Изменения потенциала свободной коррозии ($-E_{св.корр.}$, В) сплава Zn55Al, легированного молибденом, во времени, в кислой среде

Среда HCl	Добавки Mo в сплаве, мас.%	Время выдержки образцов, мин.							
		1/3	2/3	1	5	15	30	45	60
0.001н	-	1.043	1.041	1.041	1.038	1.034	1.025	1.025	1.025
	0.01	0.928	0.928	0.929	0.925	0.918	0.918	0.918	0.918
	0.05	0.924	0.922	0.921	0.918	0.914	0.912	0.912	0.912
	0.1	0.938	0.937	0.937	0.938	0.936	0.928	0.928	0.928
	0.5	0.951	0.950	0.951	0.942	0.941	0.933	0.933	0.933
	1.0	0.977	0.975	0.973	0.969	0.966	0.957	0.957	0.957
0.01н	-	1.067	1.067	1.067	1.065	1.061	1.055	1.055	1.055
	0.01	1.035	1.033	1.032	1.033	1.029	1.022	1.022	1.022
	0.05	1.029	1.027	1.026	1.023	1.021	1.015	1.015	1.015
	0.1	1.011	1.011	1.009	1.013	1.011	1.000	1.000	1.000
	0.5	1.035	1.034	1.033	1.032	1.034	1.028	1.028	1.028
	1.0	1.051	1.049	1.048	1.044	1.044	1.037	1.037	1.037
0.1н	-	1.113	1.113	1.111	1.105	1.098	1.085	1.085	1.085
	0.01	1.067	1.066	1.064	1.061	1.056	1.051	1.051	1.051
	0.05	1.069	1.067	1.068	1.063	1.063	1.058	1.058	1.058
	0.1	1.088	1.087	1.087	1.085	1.068	1.065	1.065	1.065
	0.5	1.107	1.106	1.104	1.097	1.081	1.071	1.071	1.071
	1.0	1.125	1.125	1.122	1.114	1.103	1.080	1.080	1.080

Таблица 2

Коррозионно-электрохимические характеристики сплава Zn55Al,
легированного молибденом, в кислой среде

Среда НСI	Содержание Mo в сплаве, мас. %	Электрохимические потенциалы, В (х.с.э.)				Скорость коррозии	
		-E _{св.кор.}	-E _{кор.}	-E _{п.о.}	-E _{реп.}	$i_{кор.} \cdot 10^2$	$K \cdot 10^3$
						А/м ²	г/м ² · ч
0.001н	-	1.025	1.030	0.950	0.970	0.050	0.366
	0.01	0.918	0.925	0.820	0.833	0.024	0.186
	0.05	0.912	0.915	0.835	0.848	0.025	0.194
	0.1	0.928	0.935	0.842	0.851	0.028	0.217
	0.5	0.933	0.935	0.853	0.863	0.029	0.225
	1.0	0.957	0.960	0.865	0.872	0.032	0.248
0.01н	-	1.055	1.062	1.012	1.018	0.060	0.440
	0.01	1.022	1.028	0.990	1.002	0.031	0.241
	0.05	1.015	1.024	0.972	1.000	0.029	0.225
	0.1	1.000	1.010	0.960	0.968	0.033	0.256
	0.5	1.028	1.030	0.983	0.995	0.034	0.264
	1.0	1.037	1.045	0.989	1.005	0.038	0.295
0.1н	-	1.085	1.090	1.040	1.045	0.078	0.572
	0.01	1.051	1.062	1.022	1.033	0.037	0.288
	0.05	1.058	1.068	1.035	1.037	0.038	0.295
	0.1	1.065	1.070	1.038	1.048	0.039	0.303
	0.5	1.071	1.074	1.045	1.055	0.044	0.342
	1.0	1.080	1.080	1.053	1.055	0.049	0.381

В целом, легирование сплава Zn55Al молибденом различной концентрации придаёт сплаву (защитному покрытию) большую анодную устойчивость в кислой среде, вследствие их природы (термодинамическая устойчивость) или эффективного торможения той или иной стадии анодного процесса (например, торможения анодного процесса из-за наступления пассивного состояния). Следовательно, введение в сплав Zn55Al молибдена (0.01-1.0 мас.%) способствует уменьшению скорости коррозии исходного сплава в 1.5-2.0 раза (табл. 2). Составы данных сплавов считаются оптимальными в плане разработки анодных защитных покрытий для защиты от коррозии конструкций и изделий из стали и чугуна.

Поступило 03.02.2020 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кечин В.А., Люблинский Е.Я. Цинковые сплавы. – М.: Металлургия, 1986, 247 с.
2. Mazilkin A.A., Straumal B.B., Borodachenkova M.V., Valiev R.Z., Kogtenkova O.A., Baretzky B. Gradual softening of Al-Zn alloys during high-pressure torsion – Materials Letters, 2012, v. 84, pp. 63-65.
3. Uesugi T., Takigawa Y., Kawasaki M., Higashi K. Achieving room-temperature superplasticity in an ultrafin-grainer Zn-22% Al alloy – Letters on materials, 2015, № 5(3), pp. 269-275.
4. Maniram S.G., Satender D., Manoj Sh., Upadhyay N.C. Effect of fly ash particles on the mechanical properties of Zn-22% Al alloy via stir casting method – IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering, 2013, Vol. 10, Issue 2, pp. 39-42.
5. Колотыркин Я.М. Металл и коррозия. – М.: Металлургия, 1985, 88 с.

И.Н.Ғаниев, Ш.Ғ.Рачабова, Ф.А.Раҳимов**, З.Р.Обидов*

**РАФТОРИ АНОДИИ ХҶЛАИ Zn55Al, КИ БО МОЛИБДЕН ЧАВҲАРОНИДА
ШУДААСТ, ДАР МУҲИТИ КИСЛОТАГӢ**

МД «Институту кимиёи ба номи В.И. Никитин»-и АМИ Тоҷикистон,

**Донишгоҳи техникии Тоҷикистон ба номи академик М.С.Осимӣ,*

***МДИ «Маркази таҳқиқоти технологияҳои инноватсионӣ»-и назди АМИ Тоҷикистон*

Дар мақола натиҷаҳои таҳқиқоти потенциостатикӣ рафтори анодии хӯлаи Zn55Al, ки бо молибден чавҳаронида шудааст, дар муҳити кислотагӣ оварда шудааст. Нишон дода шудааст, ки чавҳаронии хӯлаи руҳ-алюминий бо молибден қобилияти 1.5-2.0 маротиба кам намудани суръати коррозияи хӯлаи аввалияро зохир менамояд.

Калимаҳои калидӣ: *хӯлаи Zn55Al, молибден, усули потенциостатикӣ, электролити HCl, потенциали коррозия, суръати коррозия.*

I.N.Ganiev, Sh.G.Rajabova, F.A.Rahimov, Z.R.Obidov

**ANODE BEHAVIOUR OF Zn55Al ALLOY, DOPED WITH MOLYBDENUM,
IN THE SOUR ENVIRONMENT**

V.I.Nikitin Institute of Chemistry NAS Tajikistan,

**M.S.Osimi Tajik technical University,*

***SSI «Center for Research of Innovative Technologies at the NAS Tajikistan»*

In this paper the results potentiodynamical researches of anode behaviour of Zn55Al alloy, doped with molybdenum, in the sour environment are presented. Showed, that doped zinc-aluminium alloy molybdenum promotes reduction of corrosion rate of an alloy initial at 1.5-2.0 times.

Key words: *Zn55Al alloy, molybdenum, potentiostatically method, HCl electrolyte, corrosion potential, corrosion rate.*

УДК 669.849.3

Х.Ш.Рахимов, А.А.Кадилов,

член-корреспондент НАН Таджикистана А.Б.Бадалов*

ХЛОРИРУЮЩИЙ ОБЖИГ МЕХАНОАКТИВИРОВАННЫХ СУЛЬФИДНЫХ КОНЦЕНТРАТОВ СУРЬМЫ ХЛОРИДОМ НАТРИЯ

*Горно-металлургический институт Таджикистана, Бустон,***Таджикский технический университет им. академика М.С.Осими*

Разработан эффективный способ хлорирующего обжига механоактивированного сернисто-сурьмяного концентрата хлоридом натрия. Определён оптимальный режим процесса обжига, обеспечивающий высокий выход соединений сурьмы, которые технологически легко перерабатываются.

Ключевые слова: *сульфидно-сурьмяный концентрат, механоактивация, хлорирующий обжиг, хлорид натрия.*

Успешное решение четвёртой стратегической задачи Республики Таджикистан зависит от таких отраслей промышленности, как химическая, горнодобывающая, горноперерабатывающая и металлургическая, ритмичное функционирование которых обеспечивается развитой энергетической и транспортной индустрией. Комплексная переработка многочисленных местных полезных ископаемых, расположенных на территории Республики Таджикистан, способствует появлению новых производственных объектов и рабочих мест, переходу от производителя сырья и полуфабрикатов до производителя готовой продукции и решению социально-экономических задач [1].

Настоящая работа посвящена разработке рационального способа переработки механоактивированного сульфидно-сурьмяного концентрата Анзобского ГОК-а путём хлорирующего обжига с применением хлорида натрия. Хлорирующий обжиг и другие методы широко применяются для переработки минеральных руд других металлов [2-8].

Применяемый в производстве сурьмы способ переработки сурьмянистых концентратов [9] проводится при высоких температурах более 900°C, которая в зависимости от крупности исходного сырья, достигает температур 1100-1200°C. Высокая температура процесса приводит к спеканию шихты, что значительно осложняет проведение процесса, к образованию настыля в трубчатых печах, а в печах кипящего слоя возникают спеки. Сурьма выделяется из обжигаемого сырья в виде летучего трёхоксида, который улавливается из печных газов с последующим его восстановлением обжигом с добавками углерода при высоких температурах.

Исходный сульфидно-сурьмяной концентрат, определённого помола, имеет фазовый состав: стибитит Sb_2S_3 – 49% масс.; сульфаты оксиды сурьма $Sb_6O_7(SO_4)_2$ – 19.5%, SbS_2 ~30%, Sb_2S_3 – 18.12%, Hg – 0.58%. Концентрат был нами предварительно механически активизирован по технологии, разработанной в работе [10]. Механическая активация концентрата проведена для придания

Адрес для корреспонденции: Бадалов Абдулхайр. 734042, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр.академиков Раджабовых, 10, Таджикский технический университет. E-mail: badalovab@mail.ru, hayotrahimi95@mail.ru

большей реакционной способностью путём образования дефектов в кристаллической решетке измельчённых частиц с энергетически активной поверхностью.

Смесь сульфидно-сурьмяного концентрата с хлоридом натрия равно-мерно размещённая в керамическую лодочку помещалась в муфельную печь марки (СНОЛ) ПЛ 5/12,5, позволяющую достичь температуру до 1400°C.

Процесс обжига полученной смеси проведен при следующих условиях:

- при разных температурах обжига образца в интервале $T=300\div 700^\circ\text{C}$ (с шагом варьирования $\Delta T=50^\circ\text{C}$) и постоянстве соотношения массы концентрата (m_1 , г) и хлорида натрия (m_2 , г), равном $m_1/m_2=4/1$, и одинаковом времени ($\tau=120$ мин.) выдержки;

- при одинаковой температуре ($T=450^\circ\text{C}$) и постоянстве соотношений компонентов смеси ($m_1/m_2=4/1$), но с разным временем выдержки обжига образца (τ , в минутах) от 30 до 210 мин., с шагом $\Delta\tau=30$ мин.;

- при разных соотношениях компонентов смеси (m_1/m_2) и постоянстве температуры ($T=450^\circ\text{C}$) и времени выдержки ($\tau=120$ мин.).

Фазовый состав конденсированного продукта хлорирующего обжига концентрата установлен методом рентгенофазового анализа (Дрон-3.0 Cu-анод; Ni-фильтр) и состоит в основном из SbCl_3 – 49.55% и Sb_2O_4 – 25% масс., которые легко перерабатываются и технологически выгодные. Определён следующий оптимальный режим обжига концентрата $T = 450^\circ\text{C}$, $t=120$ мин. и 25% NaCl в смеси, позволяющий достичь максимальный переход из сульфидно-сурьмяной в хлоридно-сурьмянную форму.

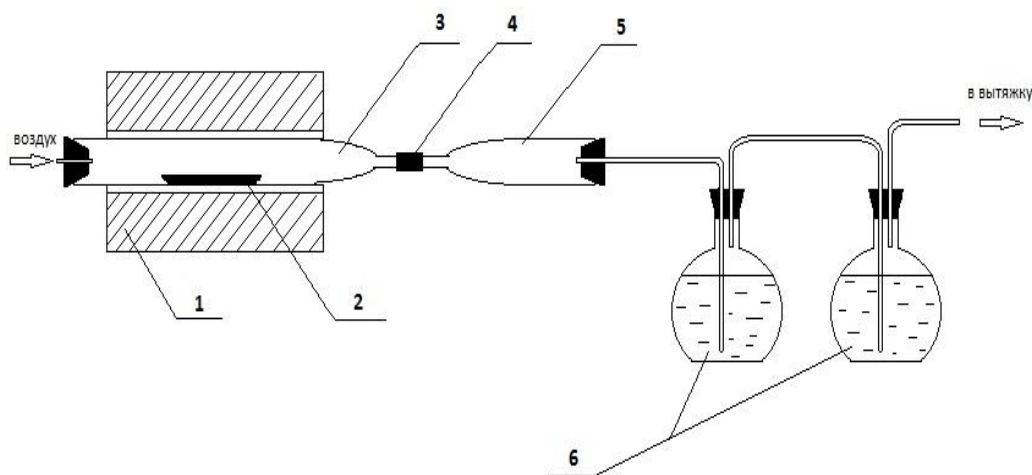


Рис. 1. Установка для окислительно-хлорирующего обжига сурьмяных руд: 1 – поворотная трубчатая печь; 2 – латочак с шихтой; 3 – реактор для обжига; 4 – соединительное устройство; 5 – пылеулавливающая камера (конденсатор); 6 – абсорберы.

Для определения химической основы процесс окислительно-хлорирующего обжига сульфидно-сурьмяного концентрата проведён на установке, изображённой на рис. 1. Обжиг проведён при установленном нами оптимальном режиме. По достижению режима в систему подавался воздух с определенной скоростью 1 л/час. Наблюдается выделение соединений сурьмы в виде возгона, состоящего из хлорида (SbCl_3), оксидов (Sb_2O_4 , $\text{NaSb}_5\text{O}_{13}$), оксохлоридов ($\text{Sb}_3\text{O}_4\text{Cl}$) и Na_2SO_4 , которые осаждаются на холодную часть трубки конденсатора. Конденсат, образующийся в виде золотистых

кристаллов, при остывании приобретает темно-зеленый цвет. Газообразные продукты обжига (SO_2 и другие) улавливаются в абсорберах.

Разработанная принципиальная технологическая схема процесса хлорирующего обжига сульфидных руд сурьмы приведена на рисунке 2.

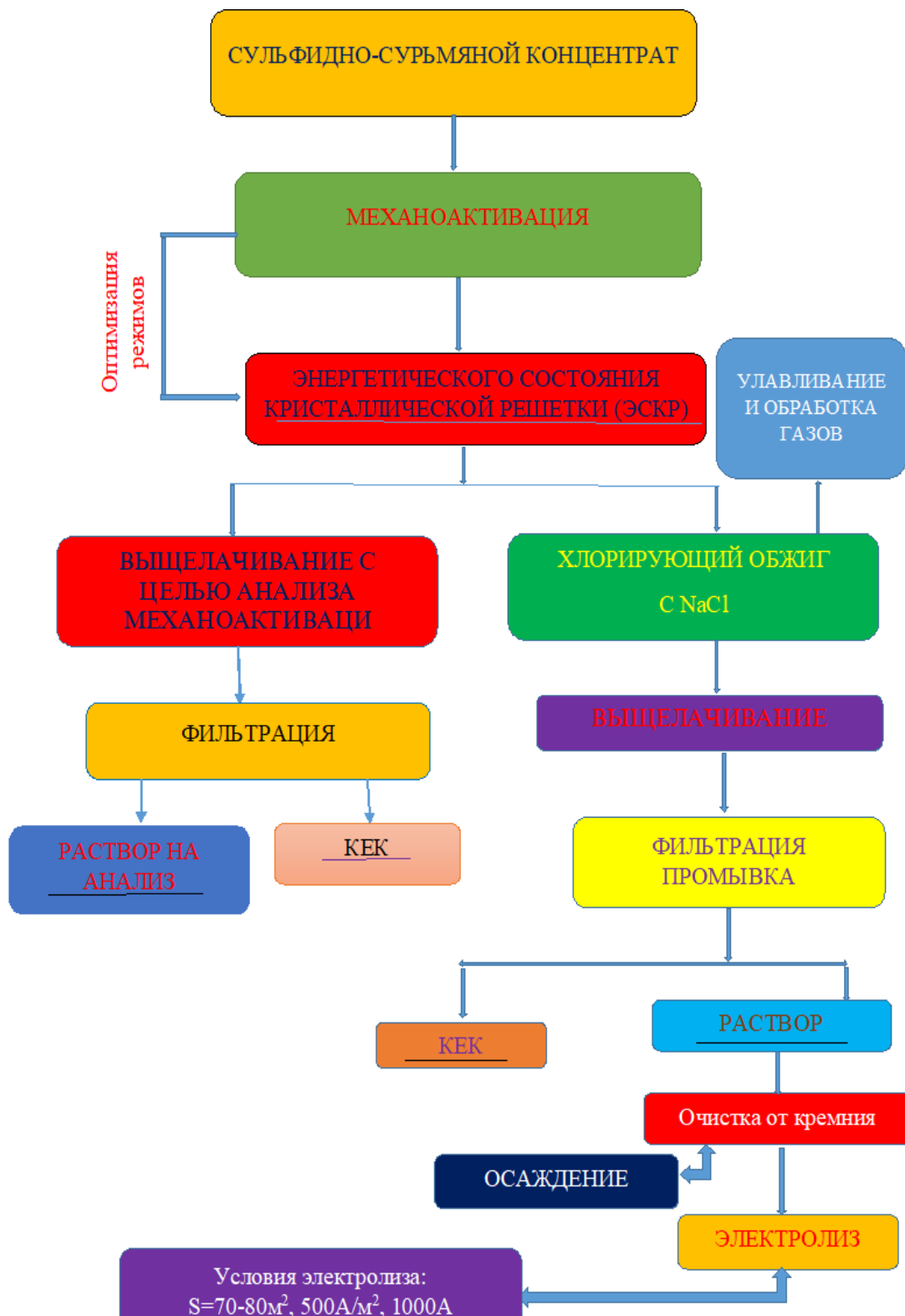


Рис. 2. Принципиальная технологическая схема окислительно-хлорирующего обжига предварительно механоактивированного сульфидно-сурьмяного концентрата.

Таким образом, можно утверждать следующие важные преимущества разработанного процесса переработки сернисто-сурьмяных концентратов :

- применение местных минеральных дешёвых компонентов (NaCl) в процессе переработки сернисто-сурьмяных концентратов;
- достижение более низкой температуры процесса обжига с высоким извлечением основного продукта в виде соединений, которые легко перерабатываются при электролизе;
- минимизации экологического ущерба.

Поступило 24.05.2021 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Барномаи саноатикунонии босуръати Чумхурии Тоҷикистон барои солҳои 2020-2025. – Душанбе, 2020, №293, 65 с.
2. Александров П.В., Медведев А.С., Кадиров А.А., Имидеев В.А. Переработка молибденитовых концентратов с использованием низкотемпературного окислительно-хлорирующего обжига. – Известия вузов. Цветная металлургия, 2014, №1, с. 12-16
3. Александров П.В., Медведев А.С., Кадиров А.А. Взаимодействие молибденита с хлоридом натрия при нагреве. – НИТУ «МИСиС», «Цветные металлы», 2012, №12, с. 73-77.
4. Медведев А.С., Со Ту, Хамхаш А., Птицын А.М. Вариант переработки сульфидного медного концентрата комбинированным способом. – НИТУ «МИСиС», «Цветные металлы», 2010, № 1, с. 33-36.
5. Медведев А.С., Со Ту, Птицын А. М. Комбинированный вариант переработки сульфидного медного концентрата Удоканского месторождения. – Известия вузов. Цветная металлургия, 2012, № 2, с. 17-20.
6. Chakravorty M., Srikanth S. Kinetics of salt roasting of chalcopyrite using KCl. – Thermochimica Acta, 2000, v. 362, № 1/2, pp. 25-35.
7. Chakravorty M., Srikanth S. Non-isothermal thermoanalytical studies on the salt roasting of chalcopyrite using KCl. – Ibid., 2001, v. 370, № 1/2, pp.141-148.
8. Бадалов А.Б., Рахимов Ҳ.Ш., Қодиров А.А. Дурнамои коркарди метали сурма бо тарзи ишқоронӣ. - Маҷмӯи маводҳои конф. илмӣ - амал. байнал. «Ҳолат ва мушкилоти асосии саноати кӯҳӣ-металлургии Тоҷикистон». ДКМТ, Хучанд, Бустон, 2020, с. 67- 71.
9. Мельников С.М., Розловский А.А., Шуклин А.М. и др. Сурьма. – М.: Металлургия, 1977, с. 181-196.
10. Богатырева Е.В. Развитие теории и практики эффективного применения механоактивации в технологии гидрометаллургического вскрытия кислородосодержащего редкометалльного сырья: Дисс. ...д.т.н. – М., 2015, 331 с.

Х.Ш.Рахимов, А.А.Қодиров, А.Б.Бадалов*

СҶЗОНИДАНИ ХЛОРИДИИ КОНСЕНТРАТҲОИ СУЛФИДИИ СУРМАДОРИ ФАЪОЛГАРДИДА БО ХЛОРИДИ НАТРИЙ

Донишқадаи кӯҳию металлургии Тоҷикистон, Бӯстон,

**Донишгоҳи техникии Тоҷикистон ба номи академик М.С.Осимӣ,*

Усули кокарди самарабахши сӯзонидани концентрати сулфидии сурмадори механоактивастия гардида бо ёрии хлориди натрий таҳия шудааст. Шароити оптималии раванди сӯзонидани хлоридӣ муайян шуда, ки ҳосилнокии баланди пайвастагиҳои аз ҷиҳати технологи муфиди сурмаро таъмин менамояд.

Калимаҳои калидӣ: концентрати сулфидии сурма, фаъолсозии механикӣ, сӯзонидани хлориди, хлориди натрий.

Kh.Sh.Rakhimov, A.A.Kodirov, A.B.Badalov*

CHLORINATING ROASTING OF MECHANICALLY ACTIVATED ANTIMONY SULFIDE CONCENTRATES WITH SODIUM CHLORIDE

Mining and Metallurgical Institute of Tajikistan, Buston,

**M.S.Osimi Tajik Technical University*

An effective method of chlorinating roasting of mechanically activated sulphide-antimony concentrate with sodium chloride has been developed. The optimal mode of the roasting process has been determined, which provides a high yield of antimony compounds, which are easily processed technologically.

Key words: sulfide antimony concentrate, mechanical activation, oxidative chlorination roasting, chlorination roasting, chloride natrium.

УДК 553.078.2+553.412 (575.3)

Ф.А.Файзиев

ГЕОТЕКТОНИЧЕСКИЙ И СТРУКТУРНЫЙ ФАКТОРЫ РАЗМЕЩЕНИЯ СЕРЕБРЯНЫХ И СЕРЕБРОСОДЕРЖАЩИХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ СЕВЕРНОГО И ЦЕНТРАЛЬНОГО ТАДЖИКИСТАНА

*Таджикский национальный университет**(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана А.Р.Файзиевым 29.08.2021 г.)*

Объектом исследований являются серебряные и серебросодержащие месторождения Кураминской структурно-формационной зоны (Северный Таджикистан) и Зеравшано-Гиссарской зоны (Центральный Таджикистан). Ведущими в становлении первой зоны считаются средне-позднегерцинские вулcano-интрузивные образования, а во второй – герциниды со слабо развитыми каледонским и байкальским циклами. Главным фактором в локализации указанных месторождений является структурный фактор. Месторождения Северного Таджикистана приурочены к грабен-синклиналям, мульдам проседания, горстям и горст-антиклиналям, а объекты Центрального Таджикистана контролируются системой субмеридиональных и северо-западных разрывов в зоне межформационных срывов.

Ключевые слова: *геотектонические и структурные факторы, серебряные и серебросодержащие месторождения, герциниды, металлогеническая провинция, структурно-формационные зоны.*

Недра Таджикистана богаты различными полезными ископаемыми. Среди них серебро занимает ведущее место. Серебряные и серебросодержащие месторождения и рудопроявления на территории республики обнаружены как в северной и центральной её частях, так и на Памире. Северный и Центральный Таджикистан относятся к числу ведущих серебряных регионов не только нашей республики, но и мира [1, 2].

Нами на территории Таджикистана были выделены и описаны 5 серебрянорудных формаций: серебро-полиметаллическая, серебро-золотая, серебро-оловянная, серебро-сурьмяная и серебросодержащая скарново-полиметаллическая [3]. Из отмеченных формаций, в пределах Северного Таджикистана встречаются первая, вторая и пятая, а в Центральном Таджикистане - третья.

Геотектонический фактор. Исследуемая территория охватывает Срединный Тянь-Шань (Карамазар) и Южный Тянь-Шань (Туркестанский, Зеравшанский хребты и северный склон Гиссарского хребта). Они входят в состав одноименных металлогенических провинций [4].

Серебряные и серебросодержащие месторождения и рудопроявления Срединного Тянь-Шаня принадлежат к Кураминской структурно-формационной подзоне [5] Бельтау-Кураминского вулcano-плутонического пояса [6], а объекты Южного Тянь-Шаня относятся к Зарафшано-Гиссарской зоне [7].

Адрес для корреспонденции: Файзиев Фотех Абдувакилович. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет, E-mail: foteh81@mail.ru

Геологическая история развития Срединного Тянь-Шаня охватывает время от протерозоя до четвертичного периода и подразделена на четыре тектоно-магматических цикла: байкальский, каледонский, герцинский и альпийский. При этом основные черты строения современных выходов палеозоя, по мнению большинства, исследователей обусловлены герцинским тектогенезом [6, 8 и др.]. Однако на структурный план герцинского цикла значительное влияние оказывали ранние и поздние структуры, заложенные в течение байкальского и каледонского, а также альпийского циклов.

Ведущими в становлении Кураминской зоны считаются средне- и позднегерцинские вулканогенно-интрузивные образования с серебросодержащим скарново-полиметаллическим, серебро-золотым и серебро-полиметаллическим оруденением. В D_2 - C_3 эта зона как геоантиклиналь остаточного типа стала ареной интенсивной, преимущественно наземной вулканической и интрузивной деятельности, причем в это время преобладал габброидный ряд [6].

В позднем карбоне-ранней перми характер зональности, в общем, остался унаследованным от предыдущего этапа. Наряду с вулканогенными толщами средне-кислого состава, образуются интрузивные породы разного состава. В поздней перми-раннем триасе в пределах Кураминской зоны, в связи с постконсолидационной активизацией продолжалось накопление порфировой (липаритовой) формации, сопровождавшееся внедрением аляскитовых гранитов.

В соответствии с возрастом главной складчатости и ролью обычных геотектонических циклов Южный Тянь-Шань считается герцинидами, но тут слабо развиты каледонские и байкальские циклы. Отложения геосинклинального (герцинского) этапа в Зарафшано-Гиссарской зоне подразделяются на три комплекса: нижний (ранняя стадия) – эффузивно-терригенный (верхний ордовик-нижний силур), средний – карбонатный, в низах существенно-доломитовый, в верхах-известняковый (верхний силур-нижний карбон) и верхний (поздняя стадия) – терригенно-карбонатно-эффузивный (верхний карбон-нижний триас). Из них $P-T_1$ представлены молассовидными отложениями, возможно, относящимися к платформенному этапу.

Зарафшано-Гиссарская зона протягивается в широтном направлении, ограничиваясь Зеравшанским разломом на севере и Гиссаро-Каратегинским или Главным Гиссарским на юге [7]. Этой зоне характерен полный разрез отложений геосинклинального и платформенного этапов.

В металлогеническом отношении регион принадлежит Зеравшанскому золото-редкометальному поясу [8]. В нем обнаружены более двадцати (точнее 26 серебряных и серебросодержащих) объектов [3, 9].

Структурный фактор. В локализации серебросодержащих и серебряных месторождений и рудопроявлений Срединного и Южного Тянь-Шаня этот фактор играет ведущую роль [10]. Он определяет общую закономерность их размещения. В Срединном Тянь-Шане проявления серебра приурочены к грабен-синклиналям, мульдам проседания, горстям и горст-антиклиналям. Например, месторождения Зарнисор, Ташгезе, Королево, Гайнаккан находятся в грабен-синклинальной структуре. К мульдам проседания приурочены месторождения Большой Канимансур, Тарыэкан, Замбарак, Караташкатан, Чукурджилга, Канташ, Новое. В горст-антиклинальной структуре размещены месторождения Канджол, Школьное, Караулхана, Мыскан, Талдыкан, Окур и другие.

Эти объекты в Кармазаре связаны с крупными разломами северо-восточного, субширотного, субмеридионального и северо-западного направлений, отделивших Кураминскую структурно-фаціальную зону от прилегающих областей. Статистические данные показывают, что основная масса серебряного и серебросодержащего оруденения Кармазара связана с разломами северо-восточного направления, преимущественно по азимуту $10-80^{\circ}$ (83.30%). За ним идут субширотные разломы – 9.75%. На структуры субмеридиональных и северо-западных направлений приходится соответственно 5.04 и 0.61%. На более сложных структурах – пересечение или сопряжение северо-западных, северо-восточных, широтных, реже северо-западных приходится – 1.30%.

Заложению разломов предшествует внедрение гранитоидов среднекаменноугольного возраста [11]. Эти структуры разбили территорию на блоки, различающиеся режимами осадконакопления, проявлениями магматизма и развитием минеральных ассоциаций. Наиболее значимыми в локализации серебряного и серебросодержащего скарново-полиметаллического оруденения Кармазара являются Приконтактный, Железный, Баштавакский, Бирюзовый и Окурдаванский разломы.

Большинство исследователей едины в том, что все рудные месторождения Кармазара связаны с крупными разрывными нарушениями [10-14 и др.]. Месторождения располагаются обычно не в самих разломах, а в сопровождающих их оперяющих разрывных нарушениях более высоких порядков. В большинстве случаев они удалены от крупных разломов не более чем на 4-5 км.

В пределах Кармазара серебросодержащие и серебряные месторождения локализованы в местах искривления крупных разломов по простиранию, где развивается максимальное количество оперяющих разрывных нарушений. Так, Зарнисорский рудный узел, несущий полиметаллическое оруденение с серебром, с севера ограничено зоной Баштавакского разлома, а с юга Железным разломом. Интрузивные породы на юге отделены от карбонатных пород Алтынтопканской гряды серией разломов Контактной зоны, которыми контролируются месторождения Зарнисор (Главная рудная зона), Чалата, Ташгезе, Ташбулак, Кичиксай, Андабай и Аткулак. Также здесь имеется ряд месторождений и рудопроявлений полиметаллов с серебром (Мышиккол, Перевальное, Пайбулак и др.). В целом на протяжении более 15 км разлом Контактный является зоной непрерывной более или менее интенсивной рудоносности [15]. Месторождения размещаются в обрамлении Алтынтопканской грабен-синклинали в известняках C_1 и на контактах их с секущими гранитоидными дайками (Северный Алтынтопкан), а также в интрузивных породах (Сардоб, Мискан).

Такелийское рудное поле, которое несёт серебросодержащее мышьяково-полиметаллическое и полиметаллическое оруденение, связано с разрывными нарушениями северо-восточного и северо-западного простираний [16]. Первое здесь имеет ведущее значение. К нему относится региональный Железный разлом, ограничивающий рудное поле с северо-запада. В северо-восточной части рудного поля проходит крупный Редкометальный разлом. Также в рудном поле широко распространены сложнопостроенные разрывы, содержащие дайки диабазовых и лабрадоровых порфиритов, образующих юго-западную часть крупного дайкового пояса.

К Бирюзовому разлому, в западной его части, тяготеют серебросодержащие скарново-полиметаллические месторождения Кансайского рудного поля. Все разрывные нарушения рудного поля, контролируемые рудные тела, можно подразделить на три группы: рудовыводящие, рудорас-

пределяющие и рудолокализирующие. К рудовыводящим разломам относятся Окурдаванский и Дарбазинский. Рудораспределяющие разломы – оперяющие или секущие разломы по отношению к основным рудовыводящим структурам. Рудные тела размещаются в местах сопряжения оперяющих трещин с рудовыводящими. К ним относятся Несогласный, Кызылканский, Поперечный, Кантауский и другие разломы. Рудолокализирующие нарушения – это нарушения дорудных тектонических фаз, в том случае, если они являются либо трещинами оперения рудораспределяющих и рудовыводящих структур, либо их пересекают и несут оруденение.

Следует отметить, что иногда на одном гипсометрическом уровне размещено несколько сереброрудных формаций: серебро-золоторудная (Окур), серебро-полиметаллическая (Джаманкудук) и серебросодержащая скарново-полиметаллическая (Королево). Это объясняется альпийскими вертикальными перемещениями, амплитуда которых достигает до 750 м.

Вблизи Канджольского разлома, сопряженного с Баштавакским разломом, расположено Канджольское рудное поле, включающее серебро-полиметаллическое и серебро-золотое оруденения.

С Тарыэканским разломом связаны жильная серебро-полиметаллическая минерализация с висмутом Тарыэкан-Замбаракского рудного поля, а к сопряженным с этим разломом Свинцовому и Канимансурскому разломам соответственно тяготеют Чукурджилгинское и Канимансурское рудные поля, также несущие серебро-полиметаллическую минерализацию.

В целом, для Карамазара характерны многочисленные разновозрастные разрывные нарушения, главными из которых являются окурдаванская и кизилтурская системы [17]. Структуры первой системы простираются в северо-западном или субширотном направлении и представлены сбросами с амплитудой вертикальных перемещений до 1 км. Основные подвижки по ним произошли в конце карбона. Эти нарушения ограничивают узкие блоки, сложенные среднепалеозойскими карбонатными породами и представляющие собой изолированные тектонические останцы на северном (Альтынтопканский блок) и южном (Куруксайский, Кансайский и др. блоки) крыльях Кураминского антиклинория. Наиболее крупными структурами окурдаванской системы являются Контактная зона на северном крыле, Окурдаванский, Акчагальский и Южно-Дарбазинский разломы на южном крыле антиклинория.

Кизилтурская система объединяет сбросо-сдвиговые нарушения северо-восточного простирания (Железный, Редкометальный, Сассыксайский, Диагональный, Бирюзовый, Замбаракский, Канимансурский и др. разломы).

Серебряное оруденение Центрального Таджикистана контролируется системой субширотных и северо-западных разрывов, описанных нами на примере месторождения Мирхант [18]. Здесь серебряные руды с полиметаллами и оловом приурочены к зоне межформационного срыва, то есть они находятся между сланцевой и карбонатной толщами. В более поздних работах нами отмечены наряду с межформационной и внутриформационной зонами, которые повлияли в размещении серебро-оловянных, оловянных с серебром месторождений Центрального Таджикистана [3]. Эти объекты сформированы на заключительной стадии развития складчатых систем в связи с позднегерцинской тектонической активизации долгоживущих глубинных разломов. По ним потоки флюидов разделяются на ряд более мелких восходящих струй.

В размещении серебряного оруденения этого региона наряду с дизъюнктивными нарушениями влияют и пликативные. Складчатость проявляется в смятии рудовмещающих пород в антиклинальные (Мирхант, Мушистон), синклинальные (Симич, Ремон, Конинукра) и даже моноклинальные складки (Такфон). Разрывная тектоника выразилась в интенсивных предрудных подвижках, которые привели к образованию систем субширотных и северо-западных разрывов. Они являются основными рудоподводящими, рудоконтролирующими и рудовмещающими структурами. Месторождения развиваются обычно вдоль контактов известняков с терригенными породами или внутри карбонатных пород, иногда сланцев. В дорудный этап по ним происходили подвижки, которые сопровождались дроблением и брекчированием боковых пород, а также трещинными зонами, которые служили местом разгрузки рудоносных растворов.

Промышленные серебро-оловянные с полиметаллами руды сконцентрированы главным образом в зоне контакта карбонатных пород с перекрывающими их сланцами. А также они находятся на контактах слоистых известняков с подстилающими их грубослоистыми или массивными известняками, в субогласных внутрiformационных зонах дробления и в полостях отслоения и послойного брекчирования карбонатов. Наиболее продуктивными являются осевые части и крылья антиклиналей, осложненные разрывными нарушениями – сбросами.

Поступило 29.08.2021 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Петров С.В., Полеховский Ю.С. Минерально-сырьевые ресурсы мира. –СПб.: Изд-во СПб. гос. ун-та, 2007, 140 с.
2. Обзор рынка серебра в СНГ. – М.: ИнфоМайн, 2010, 102 с.
3. Файзиев А.Р., Файзиев Ф.А. Рудноформационные типы серебряных месторождений Таджикистана. – Изв. АН РТ. 2015, №3 (160), с. 92-99.
4. Баратов Р.Б. О металлогеническом районировании территории Центрального Таджикистана. – ДАН РТ, 1999, т. XLII, №7, с. 64-70.
5. Попов В.И. Ядра и междуядерные зоны Средней Азии – основа ее геологического районирования. – В сб.: Тектоника Памира и Тянь-Шаня. – М.: Наука, 1964, с. 155-173.
6. Арапов В.А. Вулканизм и тектоника Чаткало-Кураминского региона. – Ташкент: Фан, 1983. 256 с.
7. Кухтиков М.М. Тектоническая зональность и важнейшие закономерности строения и развития Гиссаро-Алая в палеозое. – Душанбе, Дониш, 1968, 196 с.
8. Баратов Р.Б. Основные черты магматизма и металлогении Зеравшано-Гиссарской горной области. – Зап. Тадж. отд. ВМО, 1959, вып. 1, с. 3-21.
9. Иброхим А., Мамадвафоев М. М., Джанобилов М. Д., Фахрутдинов Р. С. Зеравшанский горнопромышленный регион Таджикистана: геология и минеральные ресурсы. – М.: Издательский дом «Руда и Металлы», 2012, 344 с.
10. Файзиев Ф.А. Структурно-геологические типы эндогенных серебряных и серебросодержащих месторождений Таджикистана. – ДАН РТ, 2018, т. 61, №11-12, с. 888-892.

11. Вольфсон Ф.И., Левин В.И., Лукин Л.И. Закономерности размещения эндогенной минерализации в Кармазаре. – В кн.: Геология и минеральные комплексы Западного Кармазара. – М.: Недра, 1972, с. 4-17.
12. Некрасов Е.М. Геология и структурные особенности жильных месторождений свинца и цинка. – Геол. рудн. мест., 2007, т. 49. №6, с. 559-570.
13. Королев А.В. Структура рудных полей и месторождений. – Ташкент: Фан, 1962. 164 с.
14. Королев В.А. Структурные типы рудных полей Кармазара. – В кн.: Рудные поля Кармазара, – Душанбе: Ирфон, 1975, т. 3, с. 119-160.
15. Жариков В.А. Геология и метасоматические явления скарново-полиметаллических месторождений Западного Кармазара. – М.: Изд-во АН СССР, 1959, 372 с.
16. Шихин Ю.С. Состав горных пород как фактор контроля гидротермального оруденения (на примере Кармазара). Геол. рудн. мест.-й. 1992, №3, с. 31-46.
17. Сазонов В.Д. О двух типах полиметаллической минерализации в Кармазаре. – Изв. АН ТаджССР. Отд. физ.-мат., геол., хим. н., 1969, №1 (31), с. 99-106.
18. Файзиев Ф.А., Минаев В.Е. Геологическое строение месторождения Мирхант. – ДАН РТ, 2006, т. 49, №7, с. 643-647.

Ф.А.Файзиев

ОМИЛҶОИ ГЕОТЕКТОНИКӢ ВА СОХТОРИИ ҚОӢГИРШАВИИ КОНҶОИ НУҚРА ВА НУҚРАДОР ДАР ТОҶИКИСТОНИ ШИМОЛӢ ВА МАРКАЗӢ

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Объекти таҳқиқот конҳои нуқра ва нуқрадори минтақаи сохторӣ-форматсионии Курама (Тоҷикистони Шимолӣ) ва минтақаи Зарафшон-Ҳисор (Тоҷикистони Марказӣ) мебошанд. Дар ташаккули минтақаи аввал пайдоишоти вулкони-интрузивии герсиниди миёна ва баъдӣ. Дар минтақаи дуюм бошад, герсинидҳо бо сиклҳои суст инкишофёфтаи каледонӣ ва байкал асосӣ ба ҳисоб мераванд. Омилҳои асосӣ дар паҳншавии ин конҳо омилҳои сохторӣ мебошад. Конҳои Тоҷикистони Шимолӣ дар грабен-синклиналҳо, пастхамиҳои чуқур, горстҳо ва горст-антиклиналҳо дида мешаванд, ки дар конҳои Тоҷикистони Марказӣ аз ҷониби системаи тарқишҳои субмеридионалӣ ва шимолу ғарбӣ дар минтақаи вайроншавии байниформатсионӣ назорат карда мешавад.

Калимаҳои калидӣ: омилҳои геотектоникӣ ва сохторӣ, конҳои нуқра ва нуқрадори герсинидҳо, музофоти металлогенӣ, минтақаҳои сохторӣ-форматсионӣ.

F.A.Fayziev

**GEOTECTONIC AND STRUCTURAL FACTORS OF THE LOCATION OF SILVER
AND SILVER-BEARING DEPOSITS IN NORTHERN AND CENTRAL
TAJIKISTAN**

Tajik National University

The object of research is the silver and silver-bearing deposits of the Kuramin structural-formation zone (Northern Tajikistan) and the Zeravshan-Gissar zone (Central Tajikistan). The leading in the formation of the first zone is considered to be the Middle-Late Hercynian volcano-intrusive formations, and in the second - Hercynides with poorly developed Caledonian and Baikal cycles. The main factor in the localization of these deposits is the structural factor. Deposits of Northern Tajikistan are confined to graben-synclines, subsidence troughs, handfuls and horst-anticlines, and the objects of Central Tajikistan are controlled by a system of submeridional and northwestern faults in the zone of interformational disruptions.

Key words: *geotectonic and structural factors, silver and silver-bearing deposits, hercynides, metallogenic province, structural-formation zones.*

УДК 598.2

А.Г.Абдулназаров

КАЧЕСТВЕННАЯ И КОЛИЧЕСТВЕННАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ФАУНЫ ПТИЦ ПАМИРСКОГО БОТАНИЧЕСКОГО САДА

Памирский биологический институт им. академика Х.Ю.Юсуфбекова НАН Таджикистана

(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана А.С.Саидовым 14.06.2021 г.)

В статье приводятся данные по фауне птиц Памирского ботанического сада. Впервые составлен обобщённый список видового состава птиц этого сада. Приводятся сведения о характере пребывания и встречаемости гнездящихся и оседлых видов птиц на территории Памирского ботанического сада.

Ключевые слова: *видовой состав птиц, характер пребывания, характер встречаемости, оседлые, гнездящиеся, количественная характеристика.*

Западный Памир (Бадахшан) в орнитологическом отношении остаётся одним из самых малоизученных регионов Таджикистана [1]. Это подтверждается новейшими орнитологическими исследованиями, проведёнными за последнее время [2-3]. В результате полевых орнитологических исследований последних десятилетий для орнитофауны Памира нам удалось выявить 36 новых гнездящихся, перелётных и залётных видов птиц [4-9].

Памирский ботанический сад, расположенный в центральной части Бадахшана, является одним из самых живописных и посещаемых мест на территории ГБАО. Однако до сих пор отсутствуют обобщённые зоологические, в том числе и орнитологические сведения по фауне столь значимого оазиса Бадахшана. В связи с этим, обобщённые данные, основанные на многолетних исследованиях, которые впервые приводятся в настоящем сообщении по фауне птиц Памирского ботанического сада, представляют значительный интерес для орнитологов, преподавателей студентов, туристов, экологов, любителей природы и других заинтересованных лиц.

Началом истории изучения фауны птиц Памирского ботанического следует считать 30-ые годы прошлого столетия. Первые данные о птицах этого сада встречаются в работе А.И.Иванова и И.А.Абдусалямова [10-12].

С 1996 г. нами были начаты орнитологические исследования на территории Памира и Памирского ботанического сада. Памирский ботанический сад был выбран как стационарный участок для проведения орнитологических исследований. В течение более 25 лет исследований удалось детально изучить орнитофауну Памирского ботанического сада.

В результате анализа литературных источников и собственных исследований выявлено, что на территории Памирского ботанического сада в общей сложности встречаются 87 видов птиц, относящихся к 10 отрядам: *Falconiformes* – 10 видов, *Galliformes* – 2 вида, *Gruiformes* – 1 вид, *Columbiformes* – 6 видов, *Cuculiformes* – 1 вид, *Strigiformes* – 3 вида, *Coraciformes* – 2 вида,

Адрес для корреспонденции: *Абдулназаров Абдулназар Гоибназарович. 736000, Республика Таджикистан, г. Хорог, ул. Холдорова, Памирский биологический институт НАНТ. E-mail: abdulnazar0470@gmail.com*

Upupiformes – 1 вид, *Caprimulgiformes* – 1 вид и *Passeriformes* - 60 видов. До наших исследований, по отрывочным литературным данным [1,2], на территории Памирского ботанического сада было указано всего 38 видов птиц. По характеру пребывания отмеченные виды птиц распределяются на оседлые - 19 видов, гнездящиеся - 26 видов, перелётные - 15 видов, зимующие - 9 видов и залётные - 18 видов. По характеру встречаемости гнездящиеся виды птиц Памирского ботанического сада распределяются на весьма обычные - 16 видов, обычные - 13 видов, редкие - 8 видов, очень редкие - 5 видов, чрезвычайно редкие - 2 вида (таблица).

Оседлые и гнездящиеся виды птиц

Судя по данным таблицы, гнездовая фауна птиц Памирского ботанического сада включает в себя 46 видов, в том числе 19 оседлых и 26 гнездящихся видов птиц. Подавляющее большинство гнездящихся видов птиц (32 вида) относятся к отряду воробьиных. К отряду голубеобразных относятся 6 видов, к совиным - 2 вида и остальные отряды по 1 виду.

Таблица

Видовой состав гнездовой фауны, характер пребывания и характер встречаемости гнездящихся видов птиц на территории Памирского ботанического сада

№ п/п	Название отрядов, семейств и видов птиц	Характер пребывания	Характер встречаемости
	Отряд I. Хищные – Falconiformes		
1	Чеглок – <i>Falco subbuteo</i>	n	CC
	Отряд II. Куриные – Galliformes		
2	Кеклик - <i>Alectoris kekelik</i>	s	RR
	Отряд III. Голубеобразные – Columbiformes		
3	Вяхрь – <i>Columba palumbus</i>	n	CC
4	Сизый голубь – <i>Columba livia</i>	s	CC
5	Большая горлица – <i>Streptopelia orientalis</i>	n	CC
6	Обыкновенная горлица – <i>Streptopelia turtur</i>	n	C
7	Малая горлица – <i>Streptopelia senegalensis</i>	s	R
8	Кольчатая горлица – <i>Streptopelia decaocto</i>	s	CC
	Отряд IV. Кукушкообразные – Cuculiformes		
9	Обыкновенная кукушка – <i>Cuculus conorua</i>	n	RR
	Отряд V. Сова – Strigiformes		
10	Домовой сыч – <i>Athene noctua</i>	s	R
11	Сплюшка – <i>Otus scops</i>	n	R
	Отряд VI. Ракшеобразные – Coraciiformes		
12	Удод – <i>Upupa epops</i>	n	CC
	Отряд VII. Дятлообразные – Piciformes		
13	Белокрылый дятел – <i>Dendrocopos leucopterus</i>	s	CC
	Отряд VIII. Воробьиные – Passeriformes		
	Семейство иволговых – Oriolidae		
14	Индийская иволга – <i>Oriolis oriolis</i>	n	CC
	Семейство вороновых – Corvidae		
15	Чёрная ворона – <i>Corvus corone</i>	s	CC
16	Сорока – <i>Pica pica</i>	s	CC
	Семейство синицевых – Paridae		
17	Большая синица – <i>Parus major</i>	n	R
18	Желтогрудая лазоревка – <i>Parus cyanus</i>	s	CC
19	Рыжешейная синица – <i>Parus rufonuchalis</i>	s	RRR
	Семейство поползней – Sittidae		
20	Скалистый поползень – <i>Sitta neumayer</i>	s	C
	Семейство тимелии – Timelidae		

№ п/п	Название отрядов, семейств и видов птиц	Характер пребывания	Характер встречаемости
21	Северная полосатая кустарница – <i>Carrulax lineatus</i>	s	CC
	Семейство оляпковых – Cinclidae		
22	Белобрюхая оляпка – <i>Cinclus cinclus</i>	s	RRR
23	Буря оляпка – <i>Cinclus pallasi</i>	s	RR
	Семейство крапивниковых – Troglodythidae		
24	Крапивник – <i>Troglodytes troglodytes</i>	s	RR
	Семейство славковых – Sylviidae		
26	Зелёная пеночка – <i>Phylloscopus trochiloides</i>	n	C
27	Зеленокрылая пеночка – <i>Phylloscopus occipitalis</i>	n	RR
28	Тускля зарничка – <i>Phylloscopus inornatus</i>	n	C
29	Индийская пеночка – <i>Phylloscopus griseolus</i>	n	C
30	Широкохвостая камышевка – <i>Cettia albiventris</i>	n	R
	Семейство дроздовых – Turdidae		
31	Чёрный дрозд – <i>Turdus merula</i>	s	C
32	Обыкновенная каменка – <i>Oenanthe oenanthe</i>	n	C
33	Плешанка – <i>Oenanthe pleschanka</i>	n	R
34	Чёрная каменка – <i>Oenanthe picata</i>	n	C
35	Черноголовый чекан – <i>Saxicola torquata</i>	n	R
36	Горихвостка чернушка – <i>Phoenicurus ochruros</i>	n	C
37	Западный соловей – <i>Luscinia megaryncha</i>	n	CC
	Семейство завирушек – Prunellidae		
38	Гималайская завирушка – <i>Prunella himalayana</i>	n	R
	Семейство сорокопутовых – Laniidae		
39	Туркестанский жулан – <i>Lanius cristatus</i>	n	C
	Семейство ткачиловых – Ploceidae		
40	Домовый воробей – <i>Passer domesticus</i>	n	C
41	Полевой воробей – <i>Passer montanus</i>	s	CC
	Семейство вьюрковых – Fringillidae		
42	Седоголовый щегол – <i>Carduelis caniceps</i>	n	C
43	Корольковый вьюрок – <i>Serinus pusillus</i>	s	CC
44	Обыкновенная чечевица – <i>Carpodacus erythrina</i>	n	C
	Семейство овсянковые – Emberizidae		
45	Овсянка Стюарта – <i>Emberiza stewarti</i>	n	R
46	Кашмирская горная овсянка – <i>Emberiza cia</i>	s	CC

Примечания: s – оседлая, n – гнездящаяся, tr – перелётная, h – зимующая, e – залётная.

CC – весьма обычная, C – обычная, R – редкая, RR – очень редкая, RRR – чрезвычайно редкая.

Пролётные виды птиц

Пролётные виды птиц в составе авифауны часто доминируют над остальными категориями птиц. Наши исследования показывают, что в условиях Памирского ботанического сада пролётные виды птиц по количеству видов значительно уступают оседлым и гнездящимся видам. Данное явление, в первую очередь, связано с тем, что на территории Памирского ботанического сада отсутствуют водоплавающие виды птиц, особенно представители отряда пластинчатоклювых и ржанкообразных, которые многочисленны и почти что всегда по количеству доминируют в составе пролётных видов. К данной категории относятся следующие виды: серая цапля – *Ardea cinerea*, чёрный коршун – *Milvus korschun*, стервятник – *Neophron percnopterus*, тетеревятник – *Accipiter gentilis*, перепелятник – *Accipiter nisus*, полевой лунь – *Circus cyaneus*, болотный лунь – *Circus aeruginosus*, деревенская ласточка – *Hirundo rustica*, рыжехвостая мухоловка – *Muscicapa ruficauda*, ястребиная славка – *Sylvia nisoria*, певчая славка – *Sylvia hortensis*, серая славка – *Sylvia communis*, горная каменка – *Oenanthe deserti*,

седоголовая горихвостка – *Phoenicurus caeruleos* и длинохвостый сорокопут – *Lanius schach*. Общее количество перелётных птиц составляет 15 видов.

Зимующие виды птиц

Наши исследования показывали, что на территории Памира на зимовку прилетают 11 видов птиц. Благоприятные экологические условия территории Памирского ботанического сада в зимний период, особенно наличие разнообразных древесных растений способствует здесь зимовке некоторых видов птиц. На территории сада отмечено 9 зимующих видов птиц: сибирская деляба – *Turdus viscivorus*, рябинник – *Turdus pilaris*, чёрнозобый дрозд – *Turdus ruficollis*, красноспинная горихвостка – *Phoenicurus erythronotus*, краснобрюхая горихвостка – *Phoenicurus erythrogaster*, чиж – *Carduelis spinus*, зяблик – *Fringilla coelebs*, юрок – *Fringilla montifringilla* и белошапочная овсянка – *Emberizia leucocephala*.

Залётные виды птиц

Специфической особенностью авифауны Памирского ботанического сада является то, что здесь достаточно большое количество видов птиц относится к категории залётных. Эти виды не гнездятся и не обитают оседло на территории сада. Однако их часто можно обнаружить здесь во время кормёжки, местных кочёвок или при бродячем образе жизни. Многие из этих видов относятся к гнездящимся или оседлым птицам Памира, характерными биотопами которых являются высокогорья Памира. К таким биотопам относятся высокогорные водоёмы, высокогорные пустыни и полупустыни, каменистые осыпи, посевные поля и др. К типичным залётным видам птиц территории Памирского ботанического сада относятся: обыкновенная пустельга – *Falco tinnunculus*, бородач – *Gypaetus barbatus*, беркут – *Aquila chrysaetus*, темнобрюхий улар – *Tetraogallus himalayensis*, филин – *Bubo bubo*, сизоворонка – *Coracias garrulus*, скалистый голубь – *Columba rupestris*, клушица – *Pyrhocorax pyrrhocorax*, альпийская галка – *Pyrhocorax graculus*, пёстрый каменный дрозд – *Monticola saxatilis*, синий каменный дрозд – *Monticola solitarius*, белошапочная горихвостка – *Chaimarrornis leucocephala*, варакушка тяньшанская – *Luscinia svecica*, жёлтая трясогузка – *Motacilla flava*, желтоголовая трясогузка – *Motacilla citreola*, белая трясогузка – *Motacilla alba*, каменный воробей – *Petronia petronia* и большая чечевица – *Erythrura rubicilla*.

В контексте особой значимости Памирского ботанического сада для проведения научных исследований, развития туризма, природоохранных и образовательных работ, детальное изучение его биоразнообразия представляет большую теоретическую и практическую ценность.

Поступило 12.05.2021 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абдусаломов И.А. Фауна Таджикской ССР, т. 19 ч. 3. – Птицы. – Душанбе: Дониш, 1977, 273 с.
2. Квартальнов П.В., Абдулназаров А.Г., Юрьевна И.И., Самоцкая В.В., Познякова Ю.М. К познанию птиц Западного Памира: вклад Н.А.Зарудного и новые открытия. – Мат-лы межд. конф. «Наземные позвоночные животные аридных экосистем», посвящ. памяти Н.А.Зарудного, Ташкент, 2012. Изд. – Chinor enk., с. 166-170.
3. Абдулназаров А.Г. Новые виды птиц для фауны Бадахшана. – ДАН РТ, 1999, №5, с. 42-43.

4. Абдулназаров А.Г. Изменение качественной характеристики орнитофауны Памира под влиянием изменения климата. – Мат-лы. респ. научн. конф. «Состояние биологических ресурсов горных регионов в связи с изменением климата», г. Хорог, 29-31 июля 2016 г., с. 42-43.
5. Уколов И.И., Михайлов К.Е., Гарибмамадов Г.Д., Абдулназаров А.Г., Панков А.А. Орнитологические наблюдения в Таджикистане в июне 2014 года. – Русский орнитологический журнал. Экспресс-выпуск. – т. 20, 2014, №1043, с. 2733-2740.
6. Абдулназаров А.Г., Квартальнов П.В. Браминский скворец (*Sturnus pogodarum* Gmelin, 1789) – новый вид для фауны Таджикистана. – Изв. АН РТ. Отд. биол. и мед. наук. 2015, №1 (185), с. 57-59.
7. Квартальнов П.В., Самоцкая В.В., Абдулназаров А.Г. От музейных коллекций к живым птицам. – Природа, 2011, №12, с. 54-56.
8. Kwartalnov P., Abdalnazarov A., Samotskaya V., Poznyakova J., Plyina I., Bannikova A., Solovyeva E. Nesting of the Large-billed Reed Warbler *Acrocephalus orinus*: a preliminary report. – Forktail, 2013, №29, p. 37- 42.
9. Абдулназаров А.Г. Изменение качественной характеристики орнитофауны Памира под влиянием изменения климата. – Мат-лы. респ. научн. конф. «Состояние биологических ресурсов горных регионов в связи с изменением климата». Хорог, 29-31 июля 2016 г., с. 42-43.
10. Иванов А.И. Птицы Памиро-Алая. Л., «Наука», 1969, 446 с.
11. Абдусаломов И.А. Фауна Таджикской ССР, т. 19 ч. 1. Птицы – Душанбе: Дониш, 1971, 402 с.
12. Абдусаломов И.А. Фауна Таджикской ССР, т. 19 ч. 2. Птицы – Душанбе: Дониш, 1973, 396 с.

А.Г.Абдулназаров

ТАВСИФИ СИФАТӢ ВА МИҚДОРӢИ ФАУНАИ ПАРАНДАГОНИ БОҒИ БОТАНИКИИ ПОМИР

Институти биологии Помир ба номи академик Х.Ю.Юсуфбекови

Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон

Дар мақола маълумотҳо оид ба фаунаи парандагони Боғи ботаникии Помир гирд оварда шудааст. Бори нахуст рӯйхати пурраи таркиби намудии парандагони боғ тартиб дода шудааст. Маълумотҳо оид ба хусусиятҳои макони зист ва хусусиятҳои дучоршавии парандагони муқимӣ ва лонагузор дар Боғи ботаникии Помир оварда шудаанд.

Калимаҳои калидӣ: таркиби намудӣ, хусусиятҳои макони зист, хусусиятҳои дучоршавӣ, муқимӣ, лонагузор, тавсифи миқдорӣ.

A.G.Abdulnazarov

**QUALITATIVE AND QUANTITATIVE CHARACTERISTICS OF THE BIRD
FAUNA OF THE PAMIR BOTANICAL GARDEN***Kh. Yusufbekov Pamir Biological Institute, National Academy of Sciences of Tajikistan*

The article provides data on the bird fauna of the Pamir Botanical Garden. For the first time, a generalized list of species composition is presented. Information is given about the nature of the birds' stay and the nature of the occurrence of nesting and sedentary species on the territory of the Botanical garden.

Key words: *species composition, nature of stay, nature of occurrence, sedentary, nesting, quantitative characteristics.*