

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

- П.М.Фозилова.** Среднее значение коротких кубических тригонометрических сумм Г.Вейля с простыми числами.....605
- А.А.Собиров.** Короткие линейные тригонометрические суммы с простыми числами в окрестности центра больших дуг.....611
- С.И.Исроилов, С.М.Аслонов.** Алгоритмические разрешимости проблемы неравенства для одного класса линейно упорядоченных полугрупп621
- Г.А.Юсупов, М.А.Мавлоназаров.** Точные значения поперечников некоторых функциональных классов в L_2 628
- Н.У.Кадамшоев.** О наилучшем совместном полиномиальном приближении функций и их производных в пространстве Бергмана637
- З.И.Шарифзода.** Об устойчивости стационарного решения одной нелинейной системы дифференциальных уравнений646

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

- Б.Дж.Гулбоев.** Влияние температурной зависимости коэффициентов переноса на характеристики волны горения метановоздушной смеси в инертной пористой среде652

ИНФОРМАТИКА

- А.А.Косимов.** Об однородности оригинала и его перевода660

АСТРОНОМИЯ

- Г.И.Кохирова, Ф.Дж.Рахматуллаева, М.Хусарик, А.В.Иванова, С.А.Борисенко.** Квазисинхронные наблюдения астероида (6478) Gault в Таджикистане и Словакии666
- Ф.М.Шокириён, А.А.Ибрагимов.** Влияние прецессии и собственного движения звезд на точность кометоцентрических координат.....676

ФИЗИКА

- У.Дж.Рахимова, М.Х.Эгамов.** Видоизменения структуры полимерно-жидкокристаллических пленок для получения поляризаторов682

НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- С.С.Бобосайдзода, А.С.Содатдинова, С.М.Сафармамадзода, Н.Н.Ниёзов.** Устойчивость комплексов серебра с 2-меркаптоимидазолом687

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- С.Г.Ёрмамадова, И.У.Камолова, У.Раджабов.** Комплексообразование железа(II) с мерказолилом при 298 К и ионной силе 1.0 моль/л**694**
- М.Б.Шарипова, М.Б.Икрами, О.С.Каримов, Б.А.Салиева.** Ферменты муки из пророщенной пшеницы**701**
- Н.Б.Одинаева, И.Н.Ганиев, З.Р.Обидов, М.Д.Исобеаев, Ф.Р.Сафарова.** Высокотемпературное окисление сплава Zn+0.5% Al, легированного индием, в твёрдом состоянии**706**

ФАРМАЦИЯ

- З.Г.Гулмахмадзода.** Стандартизация мази бром тиадиазол пиримидиновой 1%**712**
- Указатель статей, опубликованных в 2021 г.****722**
- Авторский указатель****729**

CONTENTS

MATHEMATICS

- P.A.Fozilova.** Mean value of short cubic exponential G.Weyl sums with prime numbers605
- A.A.Sobirov.** Short linear exponential sums with primes in a neighborhood of the center of major arcs.....611
- S.I.Isroilov, S.M.Aslonov.** Algorithmic solvability of the problem of inequality for one class of linearly ordered semigroups621
- G.A.Yusupov, M.A.Mavlonazarov.** Exact values of the widths of some functional classes in L_2628
- N.U.Qadamshoev.** On the best joint polynomial approximation of functions and their derivatives in Bergman space.....637
- Z.I.Sharifzoda.** Of the stability of a stationary solution of a nonlinear system of differential equations646

MATHEMATICAL PHYSICS

- B.J.Gulboev.** Effect of temperature dependence of transfer coefficient on the characteristics of the combustion wave of a methane-air mixture in an inert porous medium652

INFORMATICS

- A.A.Kosimov.** Definition of uniformity of originals and translation of text660

ASTRONOMY

- G.I.Kokhirova, F.Dzh.Rakhmatullaeva, M.Husarik, O.V.Ivanova, S.A.Borysenko.** Quasisynchronous observations of asteroid (6478) Gault in Tajikistan and Slovakia666
- F.M.Shokiriyon, A.A.Ibragimov.** Influence of precession and proper motion of stars on the accuracy of cometocentric coordinates.....676

PHYSICS

- U.J.Rakhimova, M.Kh.Egamov.** Modifications of the structure of polymer-liquid crystal films for the production of polarizers.....682

INORGANIC CHEMISTRY

- S.S.Bobosaidzoda, A.S.Sodatdinova, S.M.Safarmamadzoda, N.N.Niyozov.** Stability of silver complexes with 2-mercaptoimidazoles687

PHYSICAL CHEMISTRY

- S.G.Yormamadova, I.U.Kamolova, U.Radzhabov.** Complex formation of iron(II) with mercasolil at 298 K and ionic force 1.0 mol/l.....694
- M.B.Sharipova, M.B.Ikrami., O.S.Karimov, B.A.Solieva.** Enzymes of flour from sprouted wheat.....701
- N.B.Odinaeva, I.N.Ganiev, Z.R.Obidov, M.J.Isobaev, F.R.Safarova.** High-temperature oxidation of Zn+0.5%Al alloy, doped with indium, in the firm condition.....706

PHARMACY

Z.G.Gulmahmadzoda. Standardization of the ointment of bromine thiadiazole pyrimidine 1%.....712

The index of clauses published in 2021722

The author's index.....729

УДК 511.325

П.М.Фозилова

СРЕДНЕЕ ЗНАЧЕНИЕ КОРОТКИХ КУБИЧЕСКИХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ СУММ Г.ВЕЙЛЯ С ПРОСТЫМИ ЧИСЛАМИ

Институт математики им. А.Джураева НАН Таджикистана

(Представлено академиком НАН Таджикистана З.Х.Рахмоновым 29.10.2021 г.)

Для интеграла от восьмой степени модуля короткой кубической тригонометрической суммы Г.Вейля с простыми числами найдена правильная по порядку оценка. Полученный результат является обобщением теоремы Хуа Ло-кена для коротких кубических тригонометрических сумм Г.Вейля с простыми числами.

Ключевые слова: короткая тригонометрическая сумма с простыми числами, диофантово уравнение, тригонометрический интеграл.

Хуа Ло-кен [1] для средних значений сумм Вейля вида

$$T_n(\alpha, x) = \sum_{m \leq x} e(\alpha m^n)$$

получил правильную по порядку оценку

$$\int_0^1 |T_n(\alpha; x)|^{2k} d\alpha \ll x^{2k-k+\varepsilon}, \quad 1 \leq k \leq n.$$

В работах [2-6] оценка Хуа Ло-кена обобщена для коротких тригонометрических сумм Вейля вида

$$T_n(\alpha; x, y) = \sum_{x-y < m < x} e(\alpha m^n)$$

при $n = 3; 4; 5$, то есть для среднего значения $T_n(\alpha; x, y)$ – сумм Г.Вейля, переменное суммирование которых принимает значения из коротких интервалов, получена правильная по порядку оценка вида

$$\int_0^1 |T_n(\alpha; x, y)|^{2k} d\alpha \ll y^{2k-k+\varepsilon}, \quad 1 \leq k \leq n,$$

и соответственно были приложены при выводе асимптотических формул в проблеме Варинга с почти равными слагаемыми [6-11].

В этом параграфе оценка Хуа Ло-кена обобщается для коротких кубических тригонометрических сумм Вейля с простыми числами вида

$$\mathfrak{S}_3(\alpha; x, y) = \sum_{x-y < p \leq x} e(\alpha p^3).$$

Адрес для корреспонденции: Фозилова Париноз Миралибековна. 734063, Республика Таджикистан, г.Душанбе, ул. Айни, 299/4, Институт математики. E-mail: parinoz-89@mail.com

Теорема 1. Пусть x и y — натуральные числа, $\sqrt{x} < y \leq 0.01x$, тогда имеет место оценка

$$\int_0^1 |\mathfrak{S}_3(\alpha; x, y)|^{2k} d\alpha \ll y^{2k-k+\varepsilon}, \quad 1 \leq k \leq 3.$$

Доказательство. Имеем

$$\begin{aligned} |\mathfrak{S}_3(\alpha; x, y)|^2 &= \sum_{x-y < p \leq x} \sum_{x-y < p_1 \leq x} e(\alpha(p_1^3 - p^3)) = \\ &= \sum_{x-y < p \leq x} \sum_{x-y-p < p_1-p \leq x-p} e(\alpha(p_1 - p)(p_1^2 + p_1p + p^2)). \end{aligned}$$

Обозначая множество всех простых чисел символом \mathcal{P} , переменную суммирования p_1 через $p_1 = p + h_1$, и имея в виду, что $p_1^2 + p_1p + p^2 = h_1^2 + 3ph_1 + 3p^2$, найдём

$$\begin{aligned} |\mathfrak{S}_3(\alpha, x, y)|^2 &= \sum_{x-y < p \leq x} \sum_{\substack{x-y-p < h_1 \leq x-p \\ h_1+p \in \mathcal{P}}} e(\alpha h_1(h_1^2 + 3ph_1 + 3p^2)) = \\ &= \sum_{\substack{|h_1| < y, x-y < p \leq x, h_1+p \in \mathcal{P} \\ x-y-h_1 < p \leq x-h_1}} e(\alpha h_1(h_1^2 + 3ph_1 + 3p^2)). \end{aligned}$$

Обозначая интервал изменения переменного p в последней сумме через \mathcal{P}_1 , имея в виду, что

$$\mathcal{P}_1 = \mathcal{P}_1(h_1) = (x - y, x) \cap (x - y - h_1, x - h_1) \cap (\mathcal{P} - h_1),$$

где $\mathcal{P} - h_1$ множество всех сдвинутых простых чисел вида $p - h_1$, получаем

$$|\mathfrak{S}_3(\alpha, x, y)|^2 = \sum_{|h_1| < y} \sum_{p \in \mathcal{P}_1} e(\alpha h_1(h_1^2 + 3ph_1 + 3p^2)). \tag{1}$$

Обозначая через $r_1(h)$ число решений диофантова уравнения

$$h = h_1(h_1^2 + 3ph_1 + 3p^2) \tag{2}$$

относительно h_1 и p , представим правую часть формулы (1) в виде

$$|\mathfrak{S}_3(\alpha; x, y)|^2 = \sum_h r_1(h) e(\alpha h). \tag{3}$$

Заметим, что при $h \neq 0$, с учетом неравенства

$$|h| = |h_1(h_1^2 + 3ph_1 + 3p^2)| \leq y(y^2 + 3xy + 3x^2) \leq 4x^3,$$

имеем

$$r_1(h) \ll \sum_{h=h_1h_2} 1 = \tau(h) \ll x^{0.4\varepsilon}. \tag{4}$$

Из условий $p \in \mathcal{P}_1$ и $|h_1| < y$ следует неравенство

$$\begin{aligned} h_1^2 + 3ph_1 + 3p^2 &\geq -3xy + 3(x-y)^2 = 3(x^2 - 3xy + y^2) \geq \\ &\geq 3(x^2 - 0.03x^2 + x) > 0, \end{aligned}$$

то есть множитель $h_1^2 + 3ph_1 + 3p^2$ в правой части диофантова уравнения (2) положителен, следовательно, это уравнение при $h = 0$ имеет только решение вида $(0, p)$, $p \in \mathcal{P}_1$, поэтому

$$r_1(0) = \#\mathcal{P}_1 \leq y.$$

С другой стороны,

$$|\mathfrak{S}_3(\alpha; x, y)|^2 = \sum_{x-y < p_1, p_2 \leq x} e(\alpha(p_1^3 - p_2^3)) = \sum_h s_1(h)e(-\alpha h), \quad (5)$$

$$s_1(h) = \sum_{\substack{h=p_1^3-p_2^3 \\ x-y < p_1, p_2 \leq x}} 1,$$

и так как p_1 и p_2 простые числа, то уравнения $p_1^3 = p_2^3$ и $p_1 = p_2$ эквивалентны, поэтому имеет место неравенство

$$s_1(0) = \sum_{\substack{p_1^3=p_2^3 \\ x-y < p_1, p_2 \leq x}} 1 = \sum_{x-y < p_1 \leq x} 1 = \pi(x) - \pi(x-y) \leq y.$$

Далее, полагая $\alpha = 0$ в (5), находим

$$\sum_h s_1(h) = \mathfrak{S}_3^2(0; x, y) = \left(\sum_{x-y < p_1 \leq x} 1 \right)^2 = (\pi(x) - \pi(x-y))^2 \leq y^2. \quad (6)$$

Умножая (3) и (5), интегрируя по α , а затем пользуясь оценками сверху $r_1(0)$ и $s_1(0)$, оценкой (4), а также соотношением (6), найдем

$$\begin{aligned} \int_0^1 |\mathfrak{S}_3(\alpha; x, y)|^4 d\alpha &= \int_0^1 \sum_h r_1(h)e(\alpha h) \sum_{h'} s_1(h')e(-\alpha h') d\alpha = \\ &= \sum_h r_1(h)s_1(h) = r_1(0)s_1(0) + \sum_{h \neq 0} r_1(h)s_1(h) \leq \\ &\leq y^2 + \max_{h \neq 0} r_1(h) \sum_h s_1(h) \ll y^2 + x^{0.4\varepsilon} \cdot y^2 \ll y^{2+0.9\varepsilon}. \end{aligned} \quad (7)$$

Возводя обе части равенства (1) в квадрат, затем применяя к сумме по h_1 неравенство Коши, имеем

$$\begin{aligned}
 |\mathfrak{S}_3(\alpha; x, y)|^4 &\leq \sum_{|h_1| < y} 1 \cdot \sum_{|h_1| < y} \left| \sum_{p \in \mathcal{P}_1} e(\alpha h_1 (h_1^2 + 3ph_1 + 3p^2)) \right|^2 = \\
 &= (2y-1) \sum_{|h_1| < y} \sum_{p \in \mathcal{P}_1} \sum_{p_1 \in \mathcal{P}_1} e(3\alpha h_1 (ph_1 + p^2 - p_1 h_1 - p_1^2)).
 \end{aligned}$$

В правой части последнего равенства переменную суммирования p_1 , обозначая через $p_1 = p + h_2$ и имея в виду, что $ph_1 + p^2 - p_1 h_1 - p_1^2 = h_2(2p + h_1 + h_2)$, получим

$$\begin{aligned}
 |\mathfrak{S}_3(\alpha; x, y)|^4 &\leq (2y-1) \sum_{|h_1| < y} \sum_{p \in \mathcal{P}_1} \sum_{p+h_2 \in \mathcal{P}_1} e(3\alpha h_1 h_2 (2p + h_1 + h_2)) = \\
 &= (2y-1) \sum_{|h_1| < y} \sum_{|h_2| < y} \sum_{\substack{p \in \mathcal{P}_1 \\ p+h_2 \in \mathcal{P}_1}} e(3\alpha h_1 h_2 (2m + h_1 + h_2)).
 \end{aligned}$$

Обозначая в последней сумме интервал изменения переменного p через

$$\begin{aligned}
 \mathcal{P}_2 &= \mathcal{P}_1 \cap \{p : p + h_2 \in \mathcal{P}_1\} = (x - y, x) \cap (x - y - h_1, x - h_1) \cap (\mathcal{P} - h_1) \cap \\
 &\cap (x - y - h_2, x - h_2) \cap (x - y - h_1 - h_2, x - h_1 - h_2) \cap (\mathcal{P} - h_1 - h_2),
 \end{aligned}$$

где $\mathcal{P} - h_1 - h_2$ – множество всех сдвинутых простых чисел вида $p - h_1 - h_2$, найдём

$$|\mathfrak{S}_3(\alpha; x, y)|^4 \leq (2y-1) \sum_{|h_1| < y} \sum_{|h_2| < y} \sum_{p \in \mathcal{P}_2} e(3\alpha h_1 h_2 (2m + h_1 + h_2)). \tag{8}$$

Обозначая через $r_2(h)$ число решений диофантова уравнения

$$h = 3h_1 h_2 (2p + h_1 + h_2) \tag{9}$$

относительно h_1, h_2 и p , представим правую часть формулы (8) в виде

$$|\mathfrak{S}_3(\alpha; x, y)|^4 \leq (2y-1) \sum_h r_2(h) e(\alpha h). \tag{10}$$

Заметим, что при $h \neq 0$, с учетом следующего неравенства

$$h = |3h_1 h_2 (2p + h_1 + h_2)| \leq 3y^2 (2x + 2y) \leq x^3,$$

имеем

$$r_2(h) = \sum_{\substack{h=3h_1 h_2 (2p+h_1+h_2) \\ |h_1| \leq y, |h_2| \leq y, p \in \mathcal{P}_2}} 1 \leq \sum_{h=h_1 h_2 h_3} 1 = \tau_3(h) \ll x^{0.4\varepsilon}. \tag{11}$$

Из условий $p \in \mathcal{P}_2, |h_1| < y, |h_2| < y$ следует неравенство

$$2p + h_1 + h_2 \geq 2x - 4y \geq 2x - 0.04x = 1.96x > 0,$$

то есть множитель $2p + h_1 + h_2$ в правой части диофантова уравнения (9) положителен и, следовательно, это уравнение при $h = 0$ имеет только решение видов $(0, h_2, p)$ и $(h_1, 0, p)$, поэтому

$$r_2(0) = \sum_{\substack{0=3h_1h_2(2p+h_1+h_2) \\ |h_1| \leq y, |h_2| \leq y, p \in P_2}} 1 = \sum_{|h_2| \leq y, p \in P_2} 1 + \sum_{|h_1| \leq y, p \in P_2} 1 < y^2.$$

С другой стороны, имеем

$$|\mathfrak{S}_3(\alpha; x, y)|^4 = \sum_{x-y < p_1, p_2, p_3, p_4 \leq x} e(\alpha(p_1^3 + p_2^3 - p_3^3 - p_4^3)) = \sum_h s_2(h) e(-\alpha h), \tag{12}$$

где

$$s_2(h) = \sum_{\substack{h=p_1^3+p_2^3-p_3^3-p_4^3 \\ x-y < p_1, p_2, p_3, p_4 \leq x}} 1.$$

Пользуясь соотношением (7), найдём

$$s_2(0) = \int_0^1 |\mathfrak{S}_3(\alpha; x, y)|^4 d\alpha \ll y^{2+0.9\varepsilon}.$$

Полагая $\alpha = 0$ в равенстве (12), находим

$$\sum_h s_2(h) = S_3^4(0; x, y) = \left(\sum_{x-y < p \leq x} \Lambda(n) \right)^4 = (\pi(x) - \pi(x-y))^4 \leq y^4. \tag{13}$$

Умножая почленно соотношения (10) и (12), интегрируя по α , получим

$$\begin{aligned} \int_0^1 |\mathfrak{S}_3(\alpha; x, y)|^8 d\alpha &\leq \int_0^1 (2y+1) \sum_h r_2(h) e(\alpha h) \sum_{h'} s_2(h') e(-\alpha h') d\alpha = \\ &= (2y+1) \left(r_2(0) s_2(0) + \sum_{h \neq 0} r_2(h) s_2(h) \right) \leq \\ &\leq (2y+1) \left(r_2(0) s_2(0) + \max_{h \neq 0} r_2(h) \sum_{h \neq 0} s_2(h) \right). \end{aligned}$$

Здесь воспользовавшись значениями $r_2(0)$, $s_2(0)$, оценкой (11) и соотношением (13), находим

$$\int_0^1 |\mathfrak{S}_3(\alpha; x, y)|^8 d\alpha \ll y \left(y^2 \ln^4 x \cdot y^{2+0.9\varepsilon} + x^{0.4\varepsilon} \cdot y^4 \right) \ll y^{5+\varepsilon}.$$

Теорема доказана.

Поступило 30.10.2021 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Вон Р. Метод Харди-Литтлвуда. – М.: Мир, 1985, 184 с.
2. Мирзоабдугафуров К.И. О среднем значении коротких сумм Вейля. – ДАН РТ, 2008, т. 51, №4, с. 245-247.
3. Азамов А.З. Среднее значение коротких тригонометрических сумм Г.Вейля четвертой степени. – ДАН РТ, 2011, т. 54, №1, с. 13-17.
4. Назрублов Н.Н. О среднем значении коротких тригонометрических сумм Г.Вейля пятой степени. – ДАН РТ, 2014, т. 57, №7, с. 531-537.
5. Рахмонов З.Х., Назрублов Н.Н., Рахимов А.О. Короткие суммы Г.Вейля и их приложения. – Чебышевский сборник, 2015, т. 16, в. 1(53), с. 232-247.
6. Назрублов Н.Н. Среднее значение коротких тригонометрических сумм Г.Вейля пятой степени. – Вестник Таджикского национального университета, 2015, №2, с. 21-30.
7. Рахмонов З.Х., Мирзоабдугафуров К.И. Проблема Варинга для кубов с почти равными слагаемыми. – ДАН РТ, 2008, т. 51, №2, с. 83-86.
8. Рахмонов З.Х., Азамов А.З. Асимптотическая формула в проблеме Варинга для четвертых степеней с почти равными слагаемыми. – ДАН РТ, 2011, т. 54, №3, с. 34-42.
9. Рахмонов З.Х., Назрублов Н.Н. Проблема Варинга для пятых степеней с почти равными слагаемыми. – ДАН РТ, 2014, т. 57, №11-12, с. 823-830.

П.М.Фозилова

ҚИМАТИ МИЁНАИ СУММАҶОИ ТРИГОНОМЕТРИИ КЎТОҶИ КУБИИ Г.ВЕЙЛ БО АДАДҶОИ СОДДА

Институти математикаи ба номи А. Ҷўраеви Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон

Барои интеграл аз дараҷаи ҳаштуми модули суммаи тригонометрии кубии кӯтоҳи Г.Вейл бо ададҳои содда баҳои тартибаш дуруст гирифта шудааст. Натиҷаи гирифташуда теоремаи Хуа Ло-кенро барои суммаҳои тригонометрии кӯтоҳи кубии Г.Вейл бо ададҳои содда умумӣ мекунад.

Калимаҳои калидӣ: *суммаи тригонометрии кӯтоҳ бо ададҳои содда, муодилаи диофантӣ, интегралҳои тригонометрӣ.*

P.A.Fozilova

MEAN VALUE OF SHORT CUBIC EXPONENTIAL G.WEYL SUMS WITH PRIME NUMBERS

A.Dzhuraev Institute of Mathematics, National Academy of Sciences of Tajikistan

For the integral of the eighth degree of the modulus of a short cubic exponential sum of G.Weyl with prime numbers, the correct estimate is found in order. The result obtained is a generalization of the Hua Lo-ken theorem for short cubic exponential sums of G. Weyl with prime numbers.

Key words: *short exponential sum with primes, diophantine equation, exponential integral.*

УДК 511.325

А.А.Собиров

КОРОТКИЕ ЛИНЕЙНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ СУММЫ С ПРОСТЫМИ ЧИСЛАМИ В ОКРЕСТНОСТИ ЦЕНТРА БОЛЬШИХ ДУГ

Институт математики им. А.Джураева НАН Таджикистана

(Представлено академиком НАН Таджикистана З.Х.Рахмоновым 22.01.2021 г.)

При $y \geq x^{\frac{5}{8}} \mathcal{L}^{1.5A+0.25b+18}$, $\mathcal{L} = \ln xq$ в окрестностях центра больших дуг вида и $|\alpha - aq^{-1}| \leq x(\pi y^2)^{-1}$, $q \leq \mathcal{L}^b$, воспользовавшись вторым моментом L -рядов Дирихле получена асимптотическая формула вида

$$\sum_{x-y < n \leq x} \Lambda(n) e(\alpha n) = \frac{\mu(q)}{\varphi(q)} \frac{\sin \pi \lambda y}{\pi \lambda} e\left(\lambda \left(x - \frac{y}{2}\right)\right) + O(y \mathcal{L}^{-A}).$$

Ключевые слова: короткая тригонометрическая сумма с простыми числами, большие дуги, L -функция Дирихле.

Согласно теореме Дирихле о приближении действительных чисел рациональными числами, каждое α из промежутка $[-\varepsilon, 1 - \varepsilon]$, $\varepsilon \tau = 1$ представимо в виде

$$\alpha = \frac{a}{q} + \lambda, \quad (a, q) = 1, \quad 1 \leq q \leq \tau, \quad |\lambda| \leq \frac{1}{q\tau}.$$

Через $\mathfrak{M}(P)$ обозначим те числа α , для которых $q \leq P$, через $\mathfrak{m}(P)$ обозначим оставшиеся α . $\mathfrak{M}(P)$ и $\mathfrak{m}(P)$ соответственно называются большими и малыми дугами.

И.М.Виноградов [1] первым начал изучать короткие тригонометрические суммы с простыми числами. Для сумм вида

$$S_1(\alpha; x, y) = \sum_{x-y < n \leq x} \Lambda(n) e(\alpha n^k),$$

используя свой метод оценок сумм с простыми числами, он доказал нетривиальную оценку в малых дугах $\mathfrak{m}(\exp(c(\ln \ln x)^2))$, $\tau = x^{\frac{1}{3}}$ при $y > x^{\frac{2}{3} + \varepsilon}$, основу которой, наряду с <<решетом Виноградова>>, составляют оценки коротких двойных тригонометрических сумм.

Затем С.Б.Хейзелгроув, В.Статулявичус, Ч.Д.Пан и Ч.Б.Пан, Ж.Тао [2] для суммы $S_1(\alpha; x, y)$, $y \geq x^\theta$, получив нетривиальную оценку в малых дугах и изучив ее поведение в больших

дугах, доказали асимптотическую формулу в тернарной проблеме Гольдбаха с почти равными слагаемыми с условиями $|p_i - N/3| \leq H$, $H = N^\theta$, соответственно при

$$\theta = \frac{63}{64} + \varepsilon, \quad \frac{279}{308} + \varepsilon, \quad \frac{2}{3} + \varepsilon, \quad \frac{5}{8} + \varepsilon.$$

В 2016 г. З.Х.Рахмонов и Ф.З.Рахмонов [3,4] получили нетривиальную оценку сумм $S_3(\alpha; x, y)$ на малых дугах $m(\mathcal{L}^{32(B+20)})$, $\tau = y^5 x^{-2} \mathcal{L}^{-32(B+20)}$ при $y \geq x^{\frac{4}{5}} \mathcal{L}^{8B+151}$, где B – абсолютная постоянная (см. также [5-8]).

Основным результатом этой работы является теорема о поведении суммы $S_k(\alpha; x, y)$ в больших дугах $\mathfrak{M}(\mathcal{L}^b)$, $\tau = y^{2k-1} x^{-k+1} \mathcal{L}^{-b_1}$, где b – произвольные фиксированные положительные числа, доказательство которой опирается на методы работ [9,10].

Теорема. Пусть $x \geq x_0$, A, b_1, b – произвольные фиксированные положительные числа, $1 \leq q \leq \mathcal{L}^b$. Тогда при $|\lambda| \leq x(2\pi y^2)^{-1}$ и $y \geq x^{\frac{5}{8}} \mathcal{L}^{1,5A+0,25b+18}$ справедливо равенство

$$S_1(\alpha; x, y) = \frac{\mu(q)}{\varphi(q)} \frac{\sin \pi \lambda y}{\pi \lambda} e\left(\lambda \left(x - \frac{y}{2}\right)\right) + O(y \mathcal{L}^{-A}).$$

Схема доказательства теоремы. Не ограничивая общности, будем считать, что для параметра y выполняется условие $y \leq x \mathcal{L}^{-A-0,5b-3}$. Поступая аналогично, как в работе [9], а также, имея в виду, что $\lambda \geq 0$ и $T_0 = (xy^{-1} + |\lambda| x^k) q^{\frac{1}{2}} \mathcal{L}^{A+3}$, имеем

$$S_1(\alpha; x, y) = \frac{\mu(q)}{\varphi(q)} \frac{\sin \pi \lambda y}{\pi \lambda} e\left(\lambda \left(x - \frac{y}{2}\right)\right) - W(\alpha; x, y) + O(y \mathcal{L}^{-A}),$$

$$W(\alpha; x, y) = \frac{1}{\varphi(q)} \sum_{\chi \pmod q} \chi(a) \tau(\bar{\chi}) \sum_{\substack{|\lambda| \leq T_0 \\ \rho \neq \beta_1}} I(\rho, \lambda),$$

где β_1 – действительный нуль, если по модулю q существует действительный характер χ_1 такой, что $L(s, \chi_1)$ имеет действительный нуль $\beta_1 \geq 1 - c / \ln q$.

Переходя к оценкам суммы $|W(\alpha; x, y)|$, имеем

$$|W(\alpha; x, y)| \leq \frac{\mathcal{L}}{\sqrt{q}} \sum_{\chi \pmod q} |W(\lambda, \chi), \quad W(\lambda, \chi) = \sum_{\substack{|\lambda| \leq T_0 \\ \rho \neq \beta_1}} |I(\rho, \lambda)|. \tag{1}$$

Оценивая интеграл $I(\rho, \lambda)$, как в работе [9] тривиально и по величине первой производной, найдем

$$|I(\rho, \lambda)| \ll x^\beta \min\left(\frac{y}{x}, \frac{1}{\min|\gamma + 2\pi\lambda u|}\right). \quad (2)$$

Все нули $\rho = \beta + i\gamma$ функции $L(s, \chi)$ с условием $|\gamma| \leq T_0$ разобьем на множества D_1 , D_2 и D_3 следующим образом:

$$D_1 = \left\{ \rho : -T_0 \leq \gamma < -2\pi\lambda x - \frac{x}{y} \right\},$$

$$D_2 = \left\{ \rho : -2\pi\lambda x - \frac{x}{y} \leq \gamma \leq -2\pi\lambda(x-y) + \frac{x}{y} \right\},$$

$$D_3 = \left\{ \rho : -2\pi\lambda(x-y) + \frac{x}{y} < \gamma \leq T_0 \right\}.$$

Обозначая через $\mathcal{W}_j(\lambda, \chi)$, $j=1, 2, 3$ сумму модулей интеграла $I(\rho, \lambda)$ по нулям ρ , принадлежащим множеству D_j , представим сумму $W(\lambda, \chi)$ в (1) в виде:

$$W(\lambda, \chi) = \mathcal{W}_1(\lambda, \chi) + \mathcal{W}_2(\lambda, \chi) + \mathcal{W}_3(\chi, \lambda). \quad (3)$$

Оценка $W_1(\lambda, \chi)$. Прибавляя слагаемое $2\pi\lambda u$, $x-y \leq u \leq x$ ко всем трем членам неравенства, с помощью которых определяется множество D_1 , получим

$$D_1 = \left\{ \rho : -T_0 + 2\pi\lambda u \leq \gamma + 2\pi\lambda u < -2\pi\lambda x + 2\pi\lambda u - \frac{x}{y} \right\}.$$

В отрезке $x-y \leq u \leq x$ функция $2\pi\lambda u$ монотонно возрастает, поэтому для правой границы множества D_1 имеем

$$-2\pi\lambda x + 2\pi\lambda u - \frac{x}{y} \leq -\frac{x}{y}.$$

Следовательно, если ρ принадлежит множеству D_1 , то выполняется неравенство $\gamma + 2\pi\lambda u < -\frac{x}{y}$, поэтому для монотонной возрастающей функции $\gamma + 2\pi\lambda u$ в отрезке $x-y \leq u \leq x$ справедливо соотношение

$$\min|\gamma + 2\pi\lambda u| = -\max(\gamma + 2\pi\lambda u) = -\gamma - 2\pi\lambda x \geq \frac{x}{y}, \quad \text{если } \rho \in D_1.$$

Отсюда с учетом второй оценки (2), находим

$$\mathcal{W}_1(\lambda, \chi) \ll \sum_{\rho \in D_1} \frac{x^\beta}{-\gamma - 2\pi\lambda x}$$

Все нули в множестве

$$D_1 = \left\{ \rho : \frac{x}{y} \leq -\gamma - 2\pi\lambda x < T_0 - 2\pi\lambda x \right\},$$

разобьем на классы D_{11}, \dots, D_{1r} , $r \ll T_0 x^{-1} y$ следующим образом: в класс D_{1n} отнесем те нули ρ , для которых выполняются условия:

$$\frac{nx}{y} < -\gamma - 2\pi\lambda x \leq \frac{(n+1)x}{y}.$$

Поэтому

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_1(\lambda, \chi) &\ll \sum_{n=1}^r \sum_{\rho \in D_{1n}} \frac{x^\beta}{-\gamma - 2\pi\lambda x} \leq \frac{y}{x} \sum_{n=1}^r \sum_{\rho \in D_{1n}} \frac{x^\beta}{n} \leq \\ &\leq \frac{y \mathcal{L}}{x} \max_{1 \leq n \leq r} \sum_{\rho \in D_{1n}} x^\beta \leq \frac{y \mathcal{L}}{x} \max_{|T| \leq T_0} \sum_{T - \frac{x}{y} < \gamma \leq T} x^\beta. \end{aligned}$$

Оценка $\mathcal{W}_3(\chi, \lambda)$. Прибавляя слагаемое $2\pi\lambda u$, $x - y \leq u \leq x$ ко всем трем членам неравенства, с помощью которых определяется множество D_3 , получим

$$D_3 = \left\{ \rho : 2\pi\lambda u - 2\pi\lambda(x - y) + \frac{x}{y} < \gamma + 2\pi\lambda u \leq T_0 + 2\pi\lambda u \right\}.$$

В отрезке $x - y \leq u \leq x$ функция $2\pi\lambda u$ монотонно возрастает, поэтому для левой границы множества D_3 , имеем

$$2\pi\lambda u - 2\pi\lambda(x - y) + \frac{x}{y} \geq \frac{x}{y}.$$

Следовательно, если ρ принадлежит множеству D_3 , то выполняется неравенство $\gamma + 2\pi\lambda u > \frac{x}{y}$,

поэтому для монотонной возрастающей функции $\gamma + 2\pi\lambda u$ в отрезке $x - y \leq u \leq x$ справедливо соотношение

$$\min |\gamma + 2\pi\lambda u| = \min(\gamma + 2\pi\lambda u) = \gamma + 2\pi\lambda(x - y) \geq \frac{x}{y}, \text{ если } \rho \in D_3.$$

Отсюда с учетом второй оценки (2), находим

$$\mathcal{W}_3(\chi, \lambda) \ll \sum_{\rho \in D_3} \frac{x^\beta}{\gamma + 2\pi\lambda(x-y)}.$$

Все нули в множестве

$$D_3 = \left\{ \rho : \frac{x}{y} \leq \gamma + 2\pi\lambda(x-y) < T_0 + 2\pi\lambda(x-y) \right\},$$

разобьем на классы D_{31}, \dots, D_{3r} , $r \ll T_0 x^{-1} y$ следующим образом: в класс D_{3n} отнесем те нули ρ , для которых выполняются условия:

$$\frac{nx}{y} < \gamma + 2\pi\lambda(x-y) \leq \frac{(n+1)x}{y}, \quad \text{если} \quad 1 \leq n \leq r.$$

Поэтому

$$\mathcal{W}_3(\chi, \lambda) \ll \sum_{n=1}^r \sum_{\rho \in D_{3n}} \frac{x^\beta}{\gamma + 2\pi\lambda(x-y)} \leq \frac{y}{x} \sum_{n=1}^r \sum_{\rho \in D_{3n}} \frac{x^\beta}{n} \leq \frac{y \mathcal{L}}{x} \max_{|T| \leq T_0} \sum_{T - \frac{x}{y} < \gamma \leq T} x^\beta.$$

Оценка $\mathcal{W}_2(\lambda, \chi)$. Представляя множество D_2 в виде

$$D_2 = \left\{ \rho : T_1 - 2\pi\lambda y - \frac{2x}{y} \leq -\gamma \leq T_1 \right\}, \quad T_1 = 2\pi\lambda x + \frac{x}{y} \leq T_0,$$

имея в виду, что при $\lambda \leq x(2\pi y^2)^{-1}$ для длины множества D_2 выполняется неравенство

$$2\pi\lambda y + \frac{2x}{y} \leq 2\pi \frac{x}{2\pi y^2} y + \frac{2x}{y} = \frac{3x}{y},$$

и воспользовавшись тривиальной оценкой интеграла $I(\rho, \lambda)$, то есть первой оценкой (2), имеем

$$\begin{aligned} W_2(\lambda, \chi) &\leq \sum_{\rho \in D_2} |I(\rho, \lambda)| \ll \frac{y}{x} \sum_{\rho \in D_2} x^\beta \leq \frac{3y}{x} \max_{|T| \leq T_0} \sum_{T - \frac{x}{y} \leq -\gamma \leq T} x^\beta \ll \\ &\ll \frac{y}{x} \max_{|T| \leq T_0} \sum_{T - \frac{x}{y} \leq -\gamma \leq T} x^\beta. \end{aligned}$$

Подставляя полученные оценки для $\mathcal{W}_1(\lambda, \chi)$, $\mathcal{W}_3(\chi, \lambda)$ и $\mathcal{W}_2(\chi, \lambda)$ в (3), а затем (1), найдем

$$|W(\alpha; x, y)| \ll \frac{y \mathcal{L}^2}{\sqrt{q} x} \max_{|T| \leq T_0} \mathcal{V}_q \left(T, \frac{x}{y} \right), \tag{4}$$

$$\mathcal{V}_q(T, U) = \sum_{\chi \pmod q} \sum_{T-U < \gamma \leq T} x^\beta, \quad U \leq T.$$

Для оценки $\mathcal{V}_q(T, U)$ воспользуемся плотностной теоремой в узких прямоугольниках критической полосы для нулей L -рядов Дирихле по модулю q и теоремой о границе этих нулей. Имеем

$$\mathcal{V}_q(T, U) \leq 2\mathcal{L} \max_{0,5 \leq u \leq 1-\delta} x^u \sum_{\chi \pmod q} (N(u, T, \chi) - N(u, T - U, \chi)),$$

$$\delta = \delta(q, T_0) = \frac{c_1}{\max \left(\ln q, (\ln(T_0 + 3) \ln \ln(T_0 + 3))^{\frac{3}{4}} \right)}.$$

Подставляя правую часть этого неравенства при $U = \frac{x}{y}$ в (4), найдем

$$|W(\alpha; x, y)| \ll \frac{y\mathcal{L}^3}{\sqrt{q}x} \max_{|T| \leq T_0} \max_{0,5 \leq u \leq 1-\delta} x^u \sum_{\chi \pmod q} \left(N(u, T, \chi) - N\left(u, T - \frac{x}{y}, \chi \right) \right).$$

Из соотношения $|T| \leq T_0 = (xy^{-1} + |\lambda|x)q^{\frac{1}{2}}\mathcal{L}^{A+3}$, $0 \leq \lambda \leq x(2\pi y^2)^{-1}$ и условия $y \leq x\mathcal{L}^{-A-0,5b-3}$, имеем

$$\frac{T}{(xy^{-1})^3} \leq \left(\frac{y^2}{x^2} + \lambda \frac{y^3}{x^2} \right) q^{\frac{1}{2}}\mathcal{L}^{A+3} \leq \left(\frac{y^2}{x^2} + \frac{y}{2\pi x} \right) q^{\frac{1}{2}}\mathcal{L}^{A+3} \leq 1.$$

Следовательно, в последней сумме по $\chi \pmod q$ выполняется условие $\frac{x}{y} \geq T^{\frac{1}{3}}$, то есть к этой сумме

можно как в [9] применить плотностную теорему Ж.Гао. Полагая в этой теореме $\varepsilon = \frac{\delta}{3}$, имеем

$$|W(\alpha; x, y)| \ll \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2, \tag{5}$$

$$\mathcal{A}_1 = \frac{y\mathcal{L}^{12}}{\sqrt{q}x} \max_{0,5 \leq u \leq 0,75} x^u \left(\frac{qx}{y} \right)^{\frac{4-4u}{3-2u}},$$

$$\mathcal{A}_2 = \frac{y\mathcal{L}}{\sqrt{q}x} \max_{0,75 \leq u \leq 1-\delta} x^u \left(\frac{qx}{y} \right)^{\frac{2}{u}(1-u)+\varepsilon}.$$

Оценка \mathcal{A}_1 . Имеем

$$\mathcal{A}_1 = \frac{q^{1,5}x\mathcal{L}^{12}}{y} \max_{0,5 \leq u \leq 0,75} f_1(u), \quad f_1(u) = x^u \left(\frac{qx}{y} \right)^{\frac{1}{u-1,5}} > 0,$$

$$f_1(u) = f_1(u) \left(\ln x + \frac{\ln \left(\frac{y}{qx} \right)}{(u-1,5)^2} \right) = \frac{f_1(u)}{(u-1,5)^2} \ln \frac{y}{qx^{-u^2+3u-1,25}}.$$

Из условий $y \geq x^{\frac{5}{8}} \mathcal{L}^{1,5A+0,25b+18}$ и $q \leq \mathcal{L}^b$, а также из соотношения

$$\max_{0,5 \leq u \leq 0,75} (-u^2 + 3u - 1,25) = (-u^2 + 3u - 1,25) \Big|_{u=0,75} = \frac{7}{16},$$

следует, что

$$\ln \frac{y}{qx^{-u^2+3u-1,25}} \geq \ln \frac{yx^{\frac{5}{8}} \mathcal{L}^{1,5A+0,25b+18}}{\mathcal{L}^b x^{\frac{7}{16}}} \geq \ln x^{\frac{3}{16}} \mathcal{L}^{1,5A+18-0,75b} > \ln x^{\frac{1}{8}} > 0,$$

то есть $f_1(u) > 0$ и $f_1(u)$ возрастающая функция. Воспользовавшись этим свойством, а затем соотношением $y \geq x^{\frac{5}{8}} \mathcal{L}^{1,5A+0,25b+18}$, имеем

$$\mathcal{A}_1 = \frac{xq^{1,5} \mathcal{L}^{12}}{y} x^{\frac{3}{4}} \left(\frac{qx}{y} \right)^{-\frac{4}{3}} = y \cdot \left(\frac{x^{\frac{5}{8}} q^{\frac{1}{4}} \mathcal{L}^{18}}{y} \right)^{\frac{2}{3}} \leq y \cdot \left(\frac{x^{\frac{5}{8}} \mathcal{L}^{0,25b+18}}{y} \right)^{\frac{2}{3}} \ll y \mathcal{L}^{-A}.$$

Оценка \mathcal{A}_2 . Имеем

$$\mathcal{A}_2 = \frac{y^{3-\varepsilon} \mathcal{L}^3}{q^{2,5-\varepsilon} x^{3-\varepsilon}} \max_{0,75 \leq u \leq 1-\delta} f_2(u), \quad f_2(u) = x^u \left(\frac{qx}{y} \right)^{\frac{2}{u}} > 0, \quad \delta = \delta(q, T_0).$$

$$f_2(u) = f_2(u) \left(\ln x + \frac{\ln \left(\frac{y}{qx} \right)}{u^2} \right) = \frac{f_2(u)}{u^2} \ln \frac{y}{qx^{1-u^2}}.$$

Из условий $y \geq x^{\frac{5}{8}} \mathcal{L}^{1,5A+0,25b+18}$ и $q \leq \mathcal{L}^b$, а также из соотношения

$$\max_{0,75 \leq u \leq 1-\delta} (-u^2 + 1) = (-u^2 + 1) \Big|_{u=0,75} = \frac{7}{16},$$

следует, что

$$\ln \frac{y}{qx^{1-u^2}} \geq \ln \frac{x^{\frac{5}{8}} \mathcal{L}^{1,5A+0,25b+18}}{\mathcal{L}^b x^{\frac{7}{16}}} \geq \ln \left(x^{\frac{3}{16}} \mathcal{L}^{1,5A+18-0,75b} \right) > 0,$$

то есть $f_2(u) > 0$ и $f_2(u)$ возрастающая функция. Воспользовавшись этим свойством, а затем

соотношением $y \geq x^{\frac{5}{8}} \mathcal{L}^{1,5A+0,25b+18}$, имеем

$$\mathcal{A}_2 = y \mathcal{L}^3 \left(\frac{x^{\frac{5}{8}} \mathcal{L}^{1,5A+0,25b+18}}{y} x^{f(\delta,\varepsilon)} \mathcal{L}^{-1,5A-0,25b-18} \right)^{\frac{2\delta}{1-\delta} + \varepsilon} = y x^{\frac{f(\delta,\varepsilon)2\delta+(1-\delta)\varepsilon}{1-\delta}} \mathcal{L}^3,$$

$$f(\delta, \varepsilon) = \frac{\delta + \delta^2 + (1-\delta)\varepsilon}{2\delta + (1-\delta)\varepsilon} - \frac{5}{8}.$$

Далее при $\varepsilon = \frac{\delta}{3}$, воспользовавшись соотношением

$$f(\delta, \varepsilon) \frac{2\delta + (1-\delta)\varepsilon}{1-\delta} = -\frac{\delta}{8} + \frac{3}{8} \left(\varepsilon - \frac{\delta}{3} - \frac{\delta^2}{3(1-\delta)} \right) \leq -\frac{\delta}{8},$$

находим

$$\mathcal{A}_2 \ll y x^{-0,125\delta} \mathcal{L}^3 \ll y \mathcal{L}^3 \exp(-0,125\delta \mathcal{L}).$$

Пользуясь условиями $\lambda \leq x(2\pi y^2)^{-1}$ и $y \geq x^{\frac{5}{8}} \mathcal{L}^{1,5A+0,25b+18}$, имеем

$$T_0 = \left(\frac{x}{y} + \lambda x \right) q^{\frac{1}{2}} \mathcal{L}^{A+3} \leq \left(\frac{x}{y} + \frac{x^2}{2\pi y^2} \right) \mathcal{L}^{A+0,5b+3} \leq \frac{x^2}{y^2} \mathcal{L}^{A+0,5b+3} < x,$$

Воспользовавшись этим неравенством, оценим снизу параметр $\delta = \delta(q, T_0)$:

$$\delta(q, T_0) \geq \frac{c_1}{\max\left(b \ln \mathcal{L}, (\mathcal{L} \ln \mathcal{L})^{\frac{3}{4}}\right)} \geq c_1 \mathcal{L}^{-0,76}.$$

Поэтому

$$\mathcal{A}_2 \ll y \mathcal{L}^3 \exp(-0,125c_1 \mathcal{L}^{0,24}) \ll y \mathcal{L}^{-A}.$$

Подставляя эту оценку и оценку полученную для суммы \mathcal{A}_1 в (5), получим утверждение теоремы.

Поступило 25.02.2021 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Виноградов И.М. Избранные труды. – М.: Изд-во АН СССР, 1952.
2. Zhan T. On the Representation of large odd integer as a sum three almost equal primes. – Acta Math Sinica, New ser., 1991, v. 7, 3, pp. 135-170.

3. Рахмонов З.Х., Рахмонов Ф.З. Оценка коротких кубических тригонометрических сумм в малых дугах. – ДАН РТ, 2016, т. 59, №7-8, с. 273-277.
4. Рахмонов З.Х., Рахмонов Ф.З. Короткие кубические суммы с простыми числами. – Труды МИАН, 2016, т. 296, с. 220-242.
5. Рахмонов З.Х., Рахмонов Ф.З. Сумма коротких двойных тригонометрических сумм. – ДАН РТ, 2013, т. 56, №11, с. 853-860.
6. Рахмонов З.Х., Рахмонов Ф.З. Сумма коротких тригонометрических сумм с простыми числами. – Доклады РАН, 2014, т. 459, №2, с. 156-157.
7. Рахмонов З.Х., Замонов Б.М. Короткие кубические двойные тригонометрические суммы, с «длинным» сплошным суммированием. – Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук, 2014, №4(157), с. 7-23.
8. Рахмонов З.Х., Рахмонов Ф.З., Замонов Б.М. Оценка коротких кубических двойных тригонометрических сумм с «длинным» сплошным суммированием. – Чебышевский сборник, 2016, т. 17, №1, с. 217-231.
9. Рахмонов З.Х., Собиров А.А., Фозилова П.М. Поведение коротких кубических тригонометрических сумм с простыми числами в малой окрестности центра больших дуг. – ДАН РТ, 2020, т. 63, №5-6, с. 279-288.
10. Рахмонов З.Х., Собиров А.А., Фозилова П.М. Оценка коротких кубических тригонометрических сумм с простыми числами в большие дуги. – ДАН РТ, 2020, т. 63, №7-8, с. 405-415.

А.А.Собиров

СУММАҲОИ ТРИГОНОМЕТРИИ КЎТОҶИ ХАТӢ БО АДАДҲОИ СОДДА ДАР АТРОФИ МАРКАЗИ КАМОНҲОИ КАЛОН

Институти математикаи ба номи А. Ҷӯраеви Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон

Ҳангоми $y \geq x^{\frac{5}{8}} \mathcal{L}^{1,5A+0,25b+18}$ дар атрофи $|\alpha - aq^{-1}| \leq x(\pi y^2)^{-1}$, $q \leq \mathcal{L}^b$ маркази камон калон бо истифодаи моменти тартиби L - Дирихле формулаи асимптотикии зерин исбот карда шудааст

$$\sum_{x-y < n \leq x} \Lambda(n) e(\alpha n) = \frac{\mu(q)}{\varphi(q)} \frac{\sin \pi \lambda y}{\pi \lambda} e \left(\lambda \left(x - \frac{y}{2} \right) \right) + O \left(y \mathcal{L}^{-A} \right).$$

Калимаҳои калидӣ: *суммаи тригонометрии кӯтоҳ бо ададҳои содда, камон калон, L-функсияи Дирихле.*

A.A.Sobirov

SHORT LINEAR EXPONENTIAL SUMS WITH PRIMES IN A NEIGHBORHOOD OF THE CENTER OF MAJOR ARCS

A.Dzhuraev Institute of Mathematics, National Academy of Sciences of Tajikistan

At $y \geq x^{\frac{5}{8}} \mathcal{L}^{1.5A+0.25b+18}$, $\mathcal{L} = \ln xq$ in neighborhood $|\alpha - aq^{-1}| \leq x(\pi y^2)^{-1}$, $q \leq \mathcal{L}^b$ of the center of major arcs, using the second moment of Dirichlet L -series, an asymptotic formula of the form

$$\sum_{x-y < n \leq x} \Lambda(n) e(\alpha n) = \frac{\mu(q)}{\varphi(q)} \frac{\sin \pi \lambda y}{\pi \lambda} e\left(\lambda \left(x - \frac{y}{2}\right)\right) + O(y \mathcal{L}^{-A})$$

is proved.

Key words: short exponential sum with primes, major arcs, L -Dirichlet function.

УДК 512.519.4

С.И.Исроилов, С.М.Аслонов*

**АЛГОРИТМИЧЕСКИЕ РАЗРЕШИМОСТИ ПРОБЛЕМЫ НЕРАВЕНСТВА
ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА ЛИНЕЙНО УПОРЯДОЧЕННЫХ ПОЛУГРУПП***Российско-Таджикский (Славянский) университет,***Таджикский государственный педагогический университет им. С.Айни**(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана А.Х.Табари)*

Изучаются условия алгоритмической разрешимости проблемы неравенства для одного класса естественно линейно упорядоченных (л.у) полугрупп. Найдены условия алгоритмической разрешимости проблемы естественного порядка для класса архимедово конечно определённых л.у. полугрупп. С помощью архимедовых полугрупп решена задача алгоритмической разрешимости данной проблемы для класса конечно определённых линейно упорядоченных полугрупп.

Ключевые слова: *полугруппа, предикат, проблема, алгоритмическая разрешимость, конечно определённость, финитно аппроксимируемая, линейный порядок.*

Аппроксимация как один из эффективных методов исследования сложных алгебраических структур введена в теорию полугрупп А.И.Мальцевым [1]. В связи с этим, представляются наиболее интересными исследования в кругу вопросов, связанных с аппроксимируемостью и отделимостью алгебраических структур относительно предикатов равенства, порядка, делимости, сопряженности и вхождения элементов в подструктуры. Финитная аппроксимируемость и финитная отделимость алгебр являются важными прежде всего при изучении алгоритмических вопросов в теории полугрупп.

В работе [1] показано, что если коммутативная конечно-определённая полугруппа A финитно аппроксимируема относительно равенства, то проблема тождества слов алгоритмически разрешима для полугруппы A . Для класса n – ступенно нильпотентных групп задача о вхождении элемента в подгруппу алгоритмически разрешима.

Определение. Полугруппа A называется аппроксимируемой в классе полугрупп K относительно равенства (порядка), если для любых элементов a, b из A , $a \neq b (a \not\leq b)$ найдется гомоморфизм φ полугруппы A на некоторую полугруппу из K такой, что $\varphi(a) \neq \varphi(b)$ ($\varphi(a) \not\leq \varphi(b)$). Если K – класс конечных полугрупп, то A называется финитно-аппроксимируемой полугруппой. Полугруппа A называется финитно-отделимой, если для любого элемента $a \in A$, где $a \notin B$ (B – подполугруппа A), существует гомоморфизм φ на конечную полугруппу, такой что $\varphi(a) \notin \varphi(B)$.

Адрес для корреспонденции: Исроилов Сайфуллоев. 734031, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. М.Турсунзода, 30, Российско-Таджикский (Славянский) университет. E-mail: Isroilov48@mail.ru;
Аслонов Сорбон Мирзомуддинович. 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 121, Таджикский государственный педагогический университет. E-mail: sorbon@mail.ru

Пусть K – класс абстрактных алгебр и A алгебра этого класса, заданная конечным числом порождающих a_1, a_2, \dots, a_n и определяющих соотношений $a_1 \leq b_1, a_2 \leq b_2, \dots, a_n \leq b_n$.

Проблема неравенства (тождества) для алгебр класса K (см.[1]) состоит в указании алгоритма для распознавания верности любого неравенства (тождества) вида $a \leq b$ ($a = b$) в алгебре A . Так как верность указанного неравенства в A равносильна верности условного неравенства

$$a_1 \leq b_1 \ \& \ a_2 \leq b_2 \ \& \ \dots \ \& \ a_n \leq b_n \ \Rightarrow \ a \leq b$$

во всех алгебрах класса K , то согласно работе [1], если все алгебры класса K финитно аппроксимируемы, то проблема неравенства для алгебр класса K алгоритмически разрешима. Задача о вхождении элемента в подалгебру B состоит в построении алгоритма для решения вопроса о том, что входит или нет элемент a в подалгебру B .

Аналогичные проблемы можно рассматривать для известных предикатов делимости, сопряженности, вхождения элементов в подгруппы, подполугруппы, подмножества и выпуклых идеалов.

К настоящему времени алгоритмической разрешимости проблемы для полугрупп посвящено много работ. М.М.Лесохиным в работе [2] найдены необходимые и достаточные условия алгоритмической разрешимости проблемы равенства, делимости, сопряженности и вхождения элементов в подсистемы для класса конечно определенных обобщенно нильпотентных, вполне регулярных и инверсных полугрупп. Вопросам алгоритмической разрешимости проблемы неравенства для класса полугрупп с условием упорядоченности посвящена работа [3]. Одним из авторов этой статья в работах [4,5] были исследованы условия аппроксимируемости и отделимости упорядоченных полугрупп и для конечно определённых регулярных, вполне регулярных, инверсных полугрупп найдены условия алгоритмической разрешимости проблемы относительно порядка, делимости, тождества и вхождения элементов в подполугруппы и выпуклые идеалы.

В настоящей работе рассматривается финитная аппроксимируемость для класса естественно линейно упорядоченных (е.л.у.) полугрупп и решается задача алгоритмической разрешимости проблемы неравенства для класса архимедовых полугрупп [6]. Учитывая разрешимость проблемы неравенства архимедовых полугрупп, можно найти условия алгоритмической разрешимости данной проблемы для всех е.л.у. полугрупп.

На полугруппе A определяем следующее отношение порядка:

$$a \leq b \Leftrightarrow (\exists x, y \in A) \ x a = a y = b.$$

Известно, что отношение (\leq) на некоторых полугруппах является отношением частичного порядка. Если оно является отношением линейного порядка, то A называется естественно линейно упорядоченной полугруппой.

Лемма 1. Пусть A – коммутативная идемпотентная л.у. полугруппа с положительным порядком. Тогда A финитно аппроксимируема относительно естественного порядка гомоморфизмами на полугруппе $\{1, 0\}$ с упорядоченностью $1 < 0$.

Доказательство. Пусть $a, b \in A$ и $a \not\leq b$. Рассмотрим идеал I полугруппы A . Если $a \in I$ и для любого $x \in A, a < x$, то $x \in I$. Множество I является выпуклым простым идеалом полугруппы A . Тогда множество $A \setminus I$ является выпуклой полугруппой. Действительно, если $x_1, x_2 \in A \setminus I$, то $x_1 < x, x_2 < x$ для любого $x \in I$. Следовательно, $x_1 \cdot x_2 < x$ и $x_1 \cdot x_2 \in A \setminus I$. Тогда, согласно условию линейности в полугруппе A $\varphi(a) \not\leq \varphi(b)$ и имеем $\varphi(b) < \varphi(a)$. Отображая полугруппу A на полугруппу $\{1, 0\}$ с упорядоченностью $1 < 0$:

$$\varphi(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \in A \setminus I, \\ 0, & \text{если } x \in I. \end{cases}$$

Отсюда получаем, что $\varphi(b) = 1 < 0 = \varphi(a)$, то есть $\varphi(a) \not\leq \varphi(b)$. Так как $A \setminus I$ и I выпуклые множества, то φ есть γ -гомоморфизм.

Лемма 2. Пусть A архимедова естественно л.у. полугруппа содержит элемент конечного порядка e . Тогда, для того чтобы полугруппа A была финитно аппроксимируема относительно естественного порядка идеальными гомоморфизмами, необходимо и достаточно, чтобы A была нильпотентной полугруппой с наименьшим элементом.

Доказательство. 1) Необходимость. Из [7] следует, что по условию архимедовости полугруппа A имеет единственный идемпотент e , который является нулем полугруппы и A является нильполугруппой. Кроме того, e является максимальным элементом полугруппы A . Если I – выпуклый идеал полугруппы A , то из $a \in I$ и $a < x, x \in A$ следует, что $x \in I$. Пусть $a_1 \not\leq a_2$ и A не имеет минимального элемента. Тогда, по условию, существует γ -гомоморфизм φ такой, что $\varphi(a_1) \not\leq \varphi(a_2)$ и A/I – конечная полугруппа, где I – полный прообраз нуля. Отсюда $a_2 \notin I$ и $a_2 < x$ для любого $x \in I$. Так как A/I – конечная полугруппа, то она имеет минимальный элемент, что противоречит максимальной элементу e . Следовательно, A имеет минимальный элемент.

2) Достаточность. Пусть A имеет минимальный элемент a – любой элемент из A , где $b \neq a$. Тогда существует такое целое число $k \geq 1$, что $a^k < b \leq a^{k+1}$. Так как $a^k < b$, то существует $c \in A, a \leq c$, что $b = a^k \cdot c$. С другой стороны, $a^{k+1} = a^k \cdot a \leq a^k \cdot c = b$. Таким образом, $b = a^{k+1}$ и полугруппа A состоит из положительных степеней элемента a . В силу положительности порядка, имеем:

$$a < a^2 < \dots < a^n = a^{n+1}.$$

Итак, полугруппа A конечная и порождается одним элементом a . Очевидно, что A финитно аппроксимируема относительно естественного порядка.

Лемма 3. Пусть A – архимедова естественно л.у. полугруппа, не имеет элементов конечного порядка. Для того чтобы полугруппа A была финитно аппроксимируема относительно естественного порядка идеальными γ -гомоморфизмами, необходимо и достаточно, чтобы полугруппа A

имела минимальный элемент и максимальный ряд выпуклых идеалов, образуют убывающий строго упорядоченный ряд $I_1 \supset I_2 \supset I_3 \dots$, факторы I_k / I_{k+1} которых изоморфны нильпотентной полугруппе порядка два.

Доказательство. Необходимость. Легко заметим, что все естественно упорядоченные полугруппы положительные. Согласно теореме 1 [8, стр. 236], архимедовы естественно л.у. полугруппы коммутативны. Рассмотрим подмножество I полугруппы A . Если $a \in I$ и для любого $x \in A$ из $a \leq x$ следует, что $x \in I$, то I является выпуклым идеалом полугруппы A . Все выпуклые идеалы полугруппы являются такими. Согласно линейности порядка, все идеалы главные.

Пусть $a_1, a_2 \in A, a_1 \not\leq a_2$ и A не имеет минимального элемента. Тогда, по условию, существует идеальный u -гомоморфизм φ полугруппы A такой, что $\varphi(a_1) \not\leq \varphi(a_2)$ и A / I_φ – конечная полугруппа, где I_φ – есть полный прообраз нуля. Отсюда по условию $a_1 \notin I_\varphi$ или $a_2 \notin I_\varphi$. Следовательно, $\varphi(a_2) < \varphi(a_1)$ и $a_1 < x$ для любого $x \in I$. Так как полугруппа A / I_φ – конечная, поэтому она имеет минимальный элемент, что противоречит предположению. Значит, полугруппа A имеет минимальный элемент. Согласно положительности и естественности порядка, из доказательства леммы 2 имеем

$$a < a^2 < \dots < a^n < \dots,$$

где все главные идеалы $I_1, I_2, \dots, I_n \dots$ выпуклы и факторы I_k / I_{k+1} которых являются нильполугруппой порядка два.

Достаточность. Пусть полугруппа A удовлетворяет условиям леммы. Тогда в этой полугруппе все главные идеалы I_k выпуклы и все факторы полугруппы A / I_k являются конечными полугруппами. Следовательно, для любых $a_1, a_2 \in A, a_1 \not\leq a_2$ найдется идеальный гомоморфизм φ полугруппы A на конечную полугруппу A / I_k , что $\varphi(a_1) \not\leq \varphi(a_2)$.

Теорема 1. Пусть A естественно л.у. полугруппа. Для того, чтобы A была финитно аппроксимируема относительно естественного порядка идеальными u -гомоморфизмами необходимо и достаточно, чтобы выполнялись следующие условия:

- a) A – коммутативная полугруппа;
- b) A – разлагается в ординальную сумму л.у. множеств архимедовых ординально неразложимых л.у. полугрупп A_α ;

c) архимедовы компоненты A_α полугруппы A имеют минимальный элемент и максимальный ряд главных идеалов $I_1 \supset I_2 \supset \dots \supset I_n \dots$ строго упорядочены, факторы I_k / I_{k+1} которых u -изоморфны нильпотентной полугруппе порядка два.

Доказательство. Необходимость. а) Согласно теореме 1 [8, стр. 236], архимедово естественно л.у. полугруппа коммутативна. б) Так как полугруппа A имеет положительный порядок, то, согласно теореме 10 [8, стр. 246], A разлагается в виде ординальной суммы л.у. множеств ординально нераз-

ложимых л.у. полугрупп. Согласно леммам 2 и 3, архимедовы компоненты A_α удовлетворяют условия теоремы и являются ординально неразложимыми полугруппами. с) Из лемм 2 и 3 следует, что архимедовы компоненты A_α имеют минимальный элемент, все идеалы которых являются главными. Можно заметить, что факторы I_k / I_{k+1} , убывающий ряд главных идеалов $I_1 \supset I_2 \supset \dots \supset I_n \supset \dots$ изоморфны нильполугруппе порядка два.

Достаточность. Пусть выполняются условия а), б), с). Предположим, что архимедовы компоненты A_α полугруппы A имеют минимальный элемент a . Тогда, в силу положительности порядка, имеем:

$$a < a^2 < \dots < a^n < \dots.$$

Согласно лемме 3, любой элемент b является степенью элемента a и полугруппа A_α состоит из положительных степеней этого элемента:

$$a < a^2 < a^3 < \dots < a^n \dots.$$

Пусть a_1, a_2 принадлежат некоторым компонентам A_α и $a_1 \not\leq a_2$. Тогда, согласно лемме 3, полугруппа A_α конечна и порождается одним элементом. Следовательно, можно найти идеальный u -гомоморфизм φ полугруппы A_α в конечную полугруппу A_α / I_φ , где $\varphi(a_1) \not\leq \varphi(a_2)$. Действительно, если $a_1 \in I_\varphi$, то $a_2 < a_1$ и отображение φ разделяет элементы a_1, a_2 , то есть $\varphi(a_2) < \varphi(a_1)$ и $\varphi(a_1) \not\leq \varphi(a_2)$. Продолжим u -гомоморфизм φ полугруппы A_α на всю полугруппу A следующим образом:

$$\psi(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } x \in A_\gamma, \gamma < \alpha \\ \varphi(x), & \text{если } x \in A_\alpha \\ 0, & \text{если } x \in A_\beta, \alpha < \beta \end{cases}$$

Отображение ψ является u -гомоморфизмом и $\psi(a_1) \not\leq \psi(a_2)$.

Пусть $a_1, a_2 \in A$ и $a_1 \not\leq a_2$ принадлежат различным компонентам A_α, A_β ($\alpha \neq \beta$) в разложении A на архимедовы подполугруппы. Если $a_1 \in A_\alpha, a_2 \in A_\beta$, то $\alpha \not\leq \beta$ и, в силу линейности порядка, имеем $\beta < \alpha$. Упорядоченность в ординальной сумме определяется следующим образом: $\alpha \leq \beta \square \alpha \beta = \beta \alpha = \beta$. Согласно лемме 1, отображая идемпотентную полугруппу A/τ (τ – архимедовы конгруэнции) на полугруппу $\{0, 1\}$ с упорядоченностью $1 < 0$, получаем $\varphi(a_1) \not\leq \varphi(a_2)$.

Теорема 2. Пусть A – архимедово конечно-определённая естественно л.у. полугруппа. Если полугруппа A удовлетворяет следующим условиям:

- 1) A – имеет минимальный элемент;

2) максимальный ряд выпуклых идеалов $I_1 \supset I_2 \supset I_3 \supset \dots$ строго упорядоченных, факторы которых I_k / I_{k+1} – изоморфно нильпотентный полугруппе второго порядка, то для полугруппы A алгоритмически разрешима проблема неравенства.

Доказательство. Пусть A удовлетворяет условиям теоремы. Тогда, согласно условию теоремы 1 [8, стр. 236], архимедовы естественно л.у. полугруппы коммутативны. По леммам 2 и 3 полугруппа A финитно аппроксимируема и, согласно работе [1], для A алгоритмически разрешима проблема неравенства.

Теорема 3. Пусть A – произвольная конечно-определенная естественно л.у. полугруппа. Если полугруппа A удовлетворяет следующим условиям:

a) A разлагается в ординальной сумме ординально неразложимых архимедово естественно л.у. полугрупп A_α ;

b) каждый архимедовый компонент A_α имеет минимальный элемент;

c) убывающий максимальный ряд выпуклых идеалов $I_1 \supset I_2 \supset \dots \supset I_n \supset \dots$ строго упорядочены, факторы I_k / I_{k+1} которых изоморфно нильпотентной полугруппой порядка два, тогда для полугруппы A алгоритмически разрешима проблема неравенства.

Доказательство. 1) Согласно теореме 1, полугруппа A , удовлетворяющая условиям a), b), c), финитно аппроксимируема относительно естественного порядка. Тогда A – коммутативная полугруппа и, согласно работе [1], для этих полугрупп алгоритмически разрешима проблема неравенства.

Следствие 1. Если A коммутативная, конечно-определенная е.л.у. полугруппа, тогда для полугруппы A алгоритмически разрешима проблема вхождения элемента в архимедовы подполугруппы.

Следствие 2. Пусть A – конечно-определенная естественно л.у. полугруппа. Если A коммутативная полугруппа, архимедовы компоненты A_α которых имеют минимальный элемент, то для полугруппы A алгоритмически разрешима проблема вхождения элемента в выпуклый идеал.

Поступило

ЛИТЕРАТУРА

1. Мальцев А.И. О гомоморфизмах на конечные группы. – Уч. зап. Ивановск. пед. ин-та, 1958, т. 18, с. 19-60.
2. Лесохин М.М. Об аппроксимации полугрупп относительно предикатов. – Уч. зап. Ленингр. пед. ин-та, 1970, т. 404, с. 191-219.
3. Таркаланов Кр. Один класс упорядоченных полугрупп с разрешимой проблемой неравенства. – Докл. Болгарской академии наук, 1970, т. 23, №2, с. 129-132.
4. Исроилов С.И. Аппроксимация упорядоченных полугрупп положительными вещественными функционалами. – Докл. АН ТаджССР, 1979, №5, с. 289-291.

5. Исроилов С.И. Некоторый класс упорядоченных полугрупп с разрешимой проблемой данного предиката. – Вестник Таджикского педагогического университета им. С.Айни, 2008, №1(29), с. 32-38.
6. Исроилов С.И., Аслонов С.М. О гомоморфных представлениях класса архимедовых положительно упорядоченных полугрупп. – Современные проблемы и приложения алгебры, теории чисел и математического анализа. – Мат-лы междунар. Конф., посвящ. 60-летию академика АН РТ Рахмонова З.Х. и члена-корр. АН РТ профессора Исхокова С.А. (Душанбе 13-14 декабря 2019 г.), с. 215-218.
7. Фукс Л. Частично упорядоченные алгебраические системы. – М.: 1965.
8. Saito T. Not on the archimedean property un on ordered semigroups. – Proc. japan Acad., 1970, v.46, №1, pp. 64-65.

С.И.Исроилов, С.М.Аслонов *

АЛГОРИТМӢ ҲАЛШАВАНДАГИИ ПРОБЛЕМАИ НОБАРОБАРӢ БАРОИ ЯК СИНФИ НИМГУРӢҲҲОИ ХАТӢИ ТАРТИБӢ

Донишгоҳи Славянии Россия ва Тоҷикистон,

**Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи С.Айни*

Дар мақола шартҳои алгоритмӣ ҳалшавандагии проблемаи нобаробарӣ барои як синфи нимгурӯҳҳои хаттӣ тартибӣ омӯхта шудааст. Барои синфи нимгурӯҳҳои архимедӣ охирнок муайяншавандаи хаттӣ тартибӣ шартҳои алгоритмӣ ҳалшавандагии проблемаи нобаробари муайян карда шудааст. Бо ёрии нимгурӯҳҳои архимедӣ, масъалаи алгоритмӣ ҳалшавандагии проблемаи додасуда, барои синфи нимгурӯҳҳои охирнок муайяншавандаи хаттӣ тартибӣ ҳал карда шудааст.

Калимаҳои калидӣ: *нимгурӯҳ, предикат, проблема, алгоритмӣ, ҳалшавандагӣ, охирнок муайяншаванда, охирнок тавзеҳшаванда, хаттӣ тартибӣ.*

S.I.Isroilov, S.M.Aslonov *

ALGORITHMIC SOLVABILITY OF THE PROBLEM OF INEQUALITY FOR ONE CLASS OF LINEARLY ORDERED SEMIGROUPS

Russian-Tajik (Slavonic) University,

**S.Aini Tajik State Pedagogical University*

The article studies the conditions for the algorithmic solvability of the inequality problem for one class of naturally linearly ordered semigroups. For the class of Archimedean finitely semigroups – the conditions of the algorithmic solvability of the natural order problem are defined. Using Archimedean semigroups, the problem of the algorithmic solvability of this problem for the class of finitely defined linearly ordered semigroups was solved.

Key words: *semigroups, predicat, problem, algorithmic, decidability, definitely, finitely approximable, linear order.*

УДК 517.5

Г.А.Юсупов, М.А.Мавлоназаров

ТОЧНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ПОПЕРЕЧНИКОВ НЕКОТОРЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ КЛАССОВ В L_2

Хорогский государственный университет им. М.Назаршоева

(Представлено академиком НАН Таджикистана М.Ш.Шабозовым 22.09.2021 г.)

В работе найдены точные неравенства между наилучшими полиномиальными приближениями и усредненными значениями обобщенных модулей непрерывности функций в норме пространства L_2 . Для некоторых классов функций, задаваемых указанными обобщенными модулями непрерывности, вычислены точные значения ряда n -поперечников.

Ключевые слова: наилучшее полиномиальное приближение, обобщенный модуль непрерывности, ряд Фурье, n -поперечники.

1. Пусть \mathbb{N} — множество натуральных чисел; $\mathbb{Z}_+ = \mathbb{N} \cup \{0\}$, $L_2 := L_2[0, 2\pi]$ — пространство измеримых и суммируемых по Лебегу 2π -периодических функций, у которых норма

$$\|f\| := \|f\|_{L_2} = \left(\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} |f(x)|^2 dx \right)^{1/2} < \infty.$$

Через \mathcal{T}_{2n-1} обозначим множество тригонометрических полиномов порядка $n-1$ ($n \in \mathbb{N}$). Для произвольной функции $f \in L_2$, имеющей формальное разложение в ряд Фурье

$$f(x) \sim \frac{a_0(f)}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k(f) \cos kx + b_k(f) \sin kx), \quad (1)$$

величина ее наилучшего приближения элементами множества \mathcal{T}_{2n-1} равна

$$\begin{aligned} E_{n-1}(f) &:= \inf \{ \|f - T_{n-1}\| : T_{n-1} \in \mathcal{T}_{2n-1} \} = \\ &= \|f - S_{n-1}(f)\| = \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} \rho_k^2 \right\}^{1/2}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\rho_k^2(f) = a_k^2(f) + b_k^2(f)$, $a_k(f), b_k(f)$ — косинус и синус-коэффициенты Фурье функции $f \in L_2$,

$$S_{n-1}(f, x) := \sum_{k=1}^{n-1} (a_k(f) \cos kx + b_k(f) \sin kx)$$

— частная сумма $(n-1)$ -го порядка ряда Фурье (1) функции f .

Адрес для корреспонденции: Юсупов Гулзорхон Амиршоевич. 736000, Республика Таджикистан, г.Хорог, ул. Шохтемура, 109, Хорогский государственный университет. E-mail: yusufzoda.gulzorkhon@gmail.com

Модуль непрерывности m -го порядка функции $f \in L_2$ определим, как обычно, равенством

$$\omega_m(f; t)_2 := \sup \{ \|\Delta_h^m f(\cdot)\| : |h| \leq t \}, \tag{3}$$

где

$$\Delta_h^m f(x) = \sum_{k=0}^m (-1)^{m-k} \binom{m}{k} f(x + kh)$$

– конечная разность m -го порядка функции f в точке x с шагом h . Через $L_2^{(r)}$ ($r \in \mathbb{Z}_+, L_2^{(0)} := L_2$) обозначим множество функций $f \in L_2$, у которых производные $(r-1)$ -го порядка ($r \in \mathbb{N}$) абсолютно непрерывны, а производные r -го порядка $f^{(r)} \in L_2$.

Среди экстремальных задач теории аппроксимации функций $f \in L_2^{(r)}$ одной из важных является задача вычисления точных констант

$$\chi_{m,n,r}(t) := \sup_{\substack{f \in L_2^{(r)} \\ f \neq const}} \frac{n^r E_{n-1}(f)}{\omega_m(f^{(r)}, t/n)}$$

в неравенствах типа Джексона-Стечкина

$$E_{n-1}(f) \leq \chi n^{-r} \omega_m(f^{(r)}, t/n)$$

на классах $L_2^{(r)}$, где χ – константа. Эту задачу в разное время исследовали многие математики (см., например, [1-16] и приведенную там литературу).

Всюду далее, при вычислении верхней грани по всем функциям $f \in L_2^{(r)}$, предполагается, что $f \neq const$.

С целью обобщения всех результатов [1-15] М.Ш.Шабозов и Г.А.Юсупов [16] рассмотрели экстремальную характеристику

$$\chi_{m,n,r,p}(\varphi, h) := \sup_{f \in L_2^{(r)}} \frac{E_{n-1}(f)}{\left(\int_0^h \omega_m^p(f^{(r)}, t) \varphi(t) dt \right)^{1/p}}, \tag{4}$$

где $m, n \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $0 < p \leq 2$, $0 < h \leq \pi/n$, φ – неотрицательная суммируемая на отрезке $[0, h]$ не эквивалентная нулю функция (весовая функция). В [16] доказано, что для $0 < p \leq 2$, $0 < h \leq \pi/n$ имеет место двойное неравенство

$$\left\{ A_{n,m}^{r,p}(\varphi; h) \right\}^{-1} \leq \chi_{m,n,r,p}(\varphi; h) \leq \left\{ \inf_{n \leq k < \infty} A_{k,m}^{r,p}(\varphi; h) \right\}^{-1}, \tag{5}$$

где

$$A_{k,m}^{r,p}(\varphi; h) := 2^{m/2} \left(k^{rp} \int_0^h (1 - \cos kt)^{mp/2} \varphi(t) dt \right)^{1/p}. \tag{6}$$

Отметим, что из (5) вытекают почти все приведенные выше результаты [1-15].

2. При решении некоторых экстремальных задач теории аппроксимации функций в L_2 вместо обычного модуля непрерывности m -го порядка (3) иногда используют следующую усредненную характеристику гладкости

$$\Omega_m(f; t) = \left\{ \frac{1}{t^m} \int_0^t \dots \int_0^t \|\Delta_{\vec{h}}^m f(\cdot)\|^2 dh_1 \dots dh_m \right\}^{1/2}, \tag{7}$$

где $t > 0$, $\vec{h} := (h_1, \dots, h_m)$, $\Delta_{\vec{h}}^m = \Delta_{h_1}^1 \circ \dots \circ \Delta_{h_m}^1$; $\Delta_{h_j}^1 f(x) := f(x + h_j) - f(x)$, $j = \overline{1, m}$. Характеристика гладкости типа (7) в метрическом пространстве L_p ($0 < p < 1$) ранее рассматривалась Руновским [17] и Стороженко, Кротовым, Освальдом [18]. Свойства характеристики гладкости (7) подробно изучены в работе М.Ш.Шабозова, С.Б.Вакарчука и В.И.Забутной [19].

По аналогии с (4), определенный интерес представляет изучение экстремальной характеристики

$$\mathcal{H}_{m,n,r,p}(\varphi, h) := \sup_{f \in L_2^{(r)}} \frac{E_{n-1}(f)}{\left(\int_0^h \Omega_m^p(f^{(r)}, t) \varphi(t) dt \right)^{1/p}}, \tag{8}$$

где $m, n \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $0 < p \leq \infty$, $0 < h \leq 3\pi / (4n)$, φ – весовая на отрезке $[0, h]$ функция.

Обозначим $\text{sinct} := (\sin t) / t$ ($t \neq 0$), доопределив данную функцию значением 1 в точке $t = 0$, то есть $\text{sinct}0 := 1$. В [19] доказано, что

$$\mathcal{H}_{m,n,r,p}(\varphi, h) = \left\{ \inf_{n \leq k < \infty} \mathcal{B}_{k,m}^{r,p}(\varphi; h) \right\}^{-1},$$

$$\mathcal{B}_{k,m}^{r,p}(\varphi; h) := 2^{m/2} \left(k^{rp} \int_0^h (1 - \text{sinct}kt)^{mp/2} \varphi(t) dt \right)^{1/p}.$$

Здесь мы продолжим исследование в этом направлении. Следуя работе [19], обозначим через t_* величину аргумента $t \in (0, \infty)$ функции sinct , при котором она достигает своего наименьшего значения. Очевидно, что t_* есть наименьший из положительных корней уравнения $t - tgt = 0$ ($4,49 < t_* < 4,51$). При этом полагаем

$$(1 - \text{sinct})_* := \{1 - \text{sinct}, \text{ если } 0 < t \leq t_*; 1 - \text{sinct}_*, \text{ если } t \geq t_*\}.$$

Полагаем также

$$E_{n-1}(\mathfrak{M}^{(r)}) := \sup \{ E_{n-1}(f) : f \in \mathfrak{M}^{(r)} \},$$

где $\mathfrak{M}^{(r)} \subseteq L_2^{(r)}$ – некоторое множество функций. Имеет место следующая общая теорема, уточняющая теорему 1 из [19].

Теорема 1. Пусть $m, n \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $0 < p \leq \infty$, $0 < h \leq 3\pi / (4n)$, φ – весовая на отрезке $[0, h]$ функция. Тогда справедливо равенство

$$\sup_{f \in L_2^{(r)}} \frac{2^{m/2} n^r E_{n-1}(f)}{\left(\int_0^h \Omega_m^p(f^{(r)}, t) \varphi(t) dt \right)^{1/p}} = \left\{ \int_0^h (1 - \operatorname{sinc} nt)^{mp/2} \varphi(t) dt \right\}^{-1/p}. \quad (9)$$

Доказательство. В [19] доказано, что для любой функции $f \in L_2^{(r)}$ имеет место равенство

$$\Omega_m^2(f^{(r)}, t) = 2^m \sum_{k=1}^{\infty} k^{2r} \rho_k^2(f) (1 - \operatorname{sinc} kt)^m. \quad (10)$$

Пользуясь тем, что [3]

$$\max \{ | \operatorname{sinc} u | : u \geq nt \} = \operatorname{sinc} nt, \quad 0 < nt \leq 3\pi / 4,$$

$$\min \{ (1 - \operatorname{sinc} kt)^m : k \geq n \} = (1 - \max_{u \geq nt} \operatorname{sinc} u)^m = (1 - \operatorname{sinc} nt)^m, \quad 0 < nt \leq 3\pi / 4,$$

из (10) имеем

$$\begin{aligned} \Omega_m^2(f^{(r)}, t) &\geq 2^m \sum_{k=n}^{\infty} k^{2r} \rho_k^2(f) (1 - \operatorname{sinc} kt)^m \geq \\ &\geq 2^m n^{2r} (1 - \operatorname{sinc} nt)^m \sum_{k=n}^{\infty} \rho_k^2(f) = 2^m n^{2r} (1 - \operatorname{sinc} nt)^m E_{n-1}^2(f). \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\Omega_m(f^{(r)}, t) \geq 2^{m/2} n^r (1 - \operatorname{sinc} nt)^{m/2} E_{n-1}(f). \quad (11)$$

Возведем обе части неравенства (11) в степень p ($0 < p \leq \infty$), умножим на весовую функцию φ и проинтегрируем по отрезку $[0, h]$ ($0 < h \leq 3\pi / (4n)$). В итоге получаем

$$\int_0^h \Omega_m^p(f^{(r)}, t) \varphi(t) dt \geq \left(2^{m/2} n^r E_{n-1}(f) \right)^p \int_0^h (1 - \operatorname{sinc} nt)^{m/2} \varphi(t) dt.$$

Отсюда, сразу следует, что

$$\left(\int_0^h \Omega_m^p(f^{(r)}, t) \varphi(t) dt \right)^{1/p} \geq 2^{m/2} n^r E_{n-1}(f) \left(\int_0^h (1 - \text{sinc}nt)^{m/2} \varphi(t) dt \right)^{1/p}.$$

Так как полученное неравенство имеет место для любой функции $f \in L_2^{(r)}$, то из него следует оценка сверху величины, расположенной в левой части равенства (9):

$$\sup_{f \in L_2^{(r)}} \frac{2^{m/2} n^r E_{n-1}(f)}{\left(\int_0^h \Omega_m^p(f^{(r)}, t) \varphi(t) dt \right)^{1/p}} \leq \left\{ \int_0^h (1 - \text{sinc}nt)^{mp/2} \varphi(t) dt \right\}^{-1/p}. \tag{12}$$

Для получения аналогичной оценки снизу рассмотрим функцию $f_0(x) := \sin nx$, принадлежащую классу $L_2^{(r)}$. Так как для функции f_0 согласно равенствам (2) и (10)

$$E_{n-1}(f_0) = 1, \quad \Omega_m(f_0^{(r)}, t) = 2^{m/2} n^{2r} (1 - \text{sinc}nt)^{m/2},$$

где $0 < t \leq 3\pi / (4n)$, то мы запишем

$$\begin{aligned} \sup_{f \in L_2^{(r)}} \frac{2^{m/2} n^r E_{n-1}(f)}{\left(\int_0^h \Omega_m^p(f^{(r)}, t) \varphi(t) dt \right)^{1/p}} &\geq \\ &\geq \frac{2^{m/2} n^r E_{n-1}(f_0)}{\left(\int_0^h \Omega_m^p(f_0^{(r)}, t) \varphi(t) dt \right)^{1/p}} = \left(\int_0^h (1 - \text{sinc}nt)^{mp/2} \varphi(t) dt \right)^{-1/p}. \end{aligned} \tag{13}$$

Сопоставляя оценки сверху (12) и снизу (13), получаем требуемое равенство (9), чем и завершаем доказательство теоремы 1.

Следствие 1. В условиях теоремы 1 при $m, n \in \mathbb{N}, p = 2/m, h = \pi / (2n), r \in \mathbb{Z}_+, \varphi(t) = t$ справедливо равенство

$$\sup_{f \in L_2^{(r)}} \frac{n^{r-m} E_{n-1}(f)}{\left(\int_0^{\pi/(2n)} t \Omega_m^{2/m}(f^{(r)}, t) dt \right)^{m/2}} = \left\{ \frac{4}{\pi^2 - 8} \right\}^{m/2}.$$

Следствие 2. Пусть $m, n \in \mathbb{N}, p = 2/m, h = \pi / (2n), r \in \mathbb{Z}_+, \varphi(t) \equiv 1$. Тогда из (9) следует равенство

$$\sup_{f \in L_2^{(r)}} \frac{2^{m/2} n^{r-m/2} E_{n-1}(f)}{\left(\int_0^{\pi/(2n)} (1 - \text{sinc}nt) dt \right)^{m/2}} = \left\{ \left(\frac{\pi}{2} \right) - \text{Si} \left(\frac{\pi}{2} \right) \right\}^{-m/2},$$

где $Si(u) := \int_0^u \text{sinc} t dt$ – интегральный синус.

3. Поскольку для функции $f \in L_2^{(r)}$ ее промежуточные производные $f^{(\nu)}$ ($\nu = 1, 2, \dots, r-1$) принадлежат также пространству L_2 , представляет интерес изучение поведения величин $E_{n-1}(f^{(\nu)})$ на классе $L_2^{(r)}$ или на некотором подклассе $\mathfrak{M}^{(r)} \subseteq L_2^{(r)}$. Из теоремы 1 в качестве следствия вытекает

Теорема 2. Пусть $m, n \in \mathbb{N}$, $0 < p \leq \infty$, $0 < h \leq 3\pi / (4n)$, $r, \nu \in \mathbb{Z}_+$, $r \geq \nu$, φ – весовая функция на отрезке $[0, h]$. Тогда имеет место равенство

$$\sup_{f \in L_2^{(r)}} \frac{2^{m/2} n^{r-\nu} E_{n-1}(f^{(\nu)})}{\left(\int_0^h \Omega_m^p(f^{(r)}, t) \varphi(t) dt \right)^{1/p}} = \left\{ \int_0^h (1 - \text{sinc} nt)^{mp/2} \varphi(t) dt \right\}^{-1/p}. \quad (14)$$

Доказательство. В левой части равенства (14) положим $f^{(\nu)} \equiv g$. Тогда из того, что $f \in L_2^{(r)}$ следует $f^{(r)} = g^{(r-\nu)}$ принадлежит пространству L_2 , а значит $g \in L_2^{(r-\nu)}$. Поэтому в силу (9) имеем

$$\begin{aligned} & \sup_{f \in L_2^{(r)}} \frac{2^{m/2} n^{r-\nu} E_{n-1}(f^{(\nu)})}{\left(\int_0^h \Omega_m^p(f^{(r)}, t) \varphi(t) dt \right)^{1/p}} = \\ & = \sup_{g \in L_2^{(r-\nu)}} \frac{2^{m/2} n^{r-\nu} E_{n-1}(g)}{\left(\int_0^h \Omega_m^p(g^{(r-\nu)}, t) \varphi(t) dt \right)^{1/p}} = \left\{ \int_0^h (1 - \text{sinc} nt)^{mp/2} \varphi(t) dt \right\}^{-1/p}, \end{aligned}$$

откуда и вытекает утверждение теоремы 2.

4. Пусть \mathfrak{M} – выпуклое центрально-симметричное подмножество из L_2 . Символами $b_n(\mathfrak{M}, L_2)$, $d_n(\mathfrak{M}, L_2)$, $d^n(\mathfrak{M}, L_2)$, $\delta_n(\mathfrak{M}, L_2)$, $\Pi_n(\mathfrak{M}, L_2)$ обозначим соответственно бернштейновский, колмогоровский, гельфандовский, линейный и проекционный n -поперечники множества \mathfrak{M} в пространстве L_2 (см., например, монографии [20, 21]). Указанные n -поперечники в пространстве L_2 удовлетворяют соотношениям

$$b_n(\mathfrak{M}, L_2) \leq d_n(\mathfrak{M}, L_2) \leq d^n(\mathfrak{M}, L_2) = \delta_n(\mathfrak{M}, L_2) = \Pi_n(\mathfrak{M}, L_2). \quad (15)$$

Пусть $\Phi(t)$ ($t \geq 0$) – произвольная непрерывная возрастающая функция, такая, что $\Phi(0) = 0$. Через $W_{m,p}^{(r)}(\Phi)$ ($m \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $0 < p \leq \infty$) обозначим класс функций $f \in L_2^{(r)}$, для которых при всех $0 < t \leq 2\pi$ выполнено неравенство

$$\left(\int_0^t \Omega_m^p(f^{(r)}, u) du \right)^{1/p} \leq \Phi(u). \tag{16}$$

Теорема 3. Пусть $m, n \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $0 < p \leq \infty$. Если для всех $0 < t \leq 2\pi$ мажоранта Φ удовлетворяет условию

$$\frac{\Phi^p(t)}{\Phi(\pi/(2n))} \geq \frac{\int_0^t (1 - \text{sinc}n\tau)^{mp/2} d\tau}{\int_0^{\pi/(2n)} (1 - \text{sinc}n\tau)^{mp/2} d\tau}, \tag{17}$$

то справедливо равенство

$$\begin{aligned} \lambda_{2n}(W_{m,p}^{(r)}(\Phi), L_2) &= \lambda_{2n-1}(W_{m,p}^{(r)}(\Phi), L_2) = E_{n-1}(W_{m,p}^{(r)}(\Phi)) = \\ &= 2^{-m/2} n^{-r} \left\{ \int_0^{\pi/(2n)} (1 - \text{sinc}nt)^{mp/2} dt \right\}^{-1/p} \Phi(\pi/(2n)), \end{aligned} \tag{18}$$

где $\lambda_n(\cdot)$ – любой из вышеперечисленных n -поперечников $b_n(\cdot)$, $d_n(\cdot)$, $d^n(\cdot)$, $\delta_n(\cdot)$ или $\Pi_n(\cdot)$. При этом множество мажорант Φ , удовлетворяющих условию (17), не пусто.

Замечание. Теорема 2 в случае $m, n, r \in \mathbb{N}$, $1/r < p \leq 2$ доказана в работе [19]. Здесь рассматривается более общий случай $m, n \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$ и $0 < p \leq \infty$. Но приведенное в [19] доказательство проходит и в данном случае, а потому мы его здесь не приводим.

Поступило 22.09.2021 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Черных Н.И. О наилучшем приближении периодических функций тригонометрическими полиномами в L_2 . – Мат. заметки, 1967, т.2, №5, с.513-522.
2. Черных Н.И. О неравенстве Джексона в L_2 . – Приближение функций в среднем. Сборник работ. Тр. МИАН СССР, 1967, т.88, с.71-74.
3. Тайков Л.В. Неравенства, содержащие наилучшие приближения и модуль непрерывности функций из L_2 . – Мат. заметки, 1976, т.20, №3, с.433-438.
4. Тайков Л.В. Наилучшие приближения дифференцируемых функций в метрике пространства L_2 . – Мат. заметки, 1977, т.22, №4, с.535-542.
5. Тайков Л.В. Структурные и конструктивные характеристики функций из L_2 . – Мат. заметки, 1979, т.25, №2, с.217-223.
6. Лигун А.А. Некоторые неравенства между наилучшими приближениями и модулями непрерывности в пространстве L_2 . – Мат. заметки, 1978, т.24, №6, с.785-792.
7. Шалаев В.В. О поперечниках в L_2 классов дифференцируемых функций, определяемых модулями непрерывности высших порядков. – Укр. матем. журнал, 1991, т.43, №1, с.125-129.

8. Вакарчук С.Б. О наилучших полиномиальных приближениях в L_2 некоторых классов 2π -периодических функций и точных значениях их n -поперечников. - Мат. заметки, 2001, т.70, №3, с.334-345.
9. Вакарчук С.Б. Точные константы в неравенствах типа Джексона и точные значения поперечников функциональных классов из L_2 . – Мат. заметки, 2005, т.78, №5, с.792-796.
10. Вакарчук С.Б. Неравенства типа Джексона и поперечники классов функций в L_2 . – Мат. заметки, 2006, т.80, №1, с.11-19.
11. Айнуллоев Н. О поперечниках дифференцируемых функций в L_2 . – Доклады АН ТаджССР, 1985, т.28, №6, с.309-313.
12. Шабозов М.Ш., Шабозов О.Ш. О поперечниках классов периодических функций в пространстве $L_2[0,2\pi]$. – ДАН РТ, 2006, т.49, №2, с.111-115.
13. Юссеф Х. О наилучших приближениях функций и значениях поперечников классов функций в L_2 . – Применение функционального анализа в теории приближений. Сб. научн. трудов. Калининский гос. ун-т. Калинин, 1988, с.100-114.
14. Юсупов Г.А. Наилучшие полиномиальные приближения в пространстве $L_2[0,2\pi]$ и точные значения n -поперечников. — ДАН РТ, 2008, т.51, №11, с.803-809.
15. Шабозов М.Ш. Поперечники некоторых классов периодических дифференцируемых функций в пространстве $L_2[0,2\pi]$. – Мат. заметки, 2010, т.87, №4, с.616-623.
16. Шабозов М.Ш., Юсупов Г.А. Наилучшие полиномиальные приближения в L_2 некоторых классов 2π -периодических функций и точные значения их поперечников. – Мат. заметки, 2011, т.90, №5, с.764-775.
17. Руновский К.В. О приближении семействами линейных полиномиальных операторов в пространствах L_p , $0 < p < 1$. – Мат. сборник, 1994, т.185, №8, с.81-102.
18. Стороженко Э.А., Кротов В.Г., Освальд П. Прямые и обратные теоремы типа Джексона в пространствах L_p , $0 < p < 1$. — Мат. сборник, 1975, т.98(140), №3(11), с.395-415.
19. Вакарчук С.Б., Шабозов М.Ш., Забутная В.И. Структурные характеристики функций из L_2 и точные значения поперечников некоторых функциональных классов. – Укр. мат. вестник, 2014, т.11, №3, с.417-441.
20. Pinkus A. n -Widths in Approximation Theory. – Berlin: Springer-Verlag. Heidelberg. New York, Tokyo, 1985, 252 p.
21. Тихомиров В.М. Некоторые вопросы теории приближений. – М.: МГУ, 1976, 325 с.

Г.А.Юсупов, М.А.Мавлоназаров

ҚИМАТИ АНИҚИ ҚУТРҲОИ БАЪЗЕ СИНФҲОИ ФУНКЦИОНАЛӢ АЗ L_2

Донишгоҳи давлатии Хоруг ба номи М.Назаршоев

Дар мақола нобаробарихои аниқ байни бузургии наздиккунии беҳтарини полиномиалӣ ва қимати миёнакардашудаи модули бефосилагии функсияҳо дар нормаи фазои L_2 ёфта шудааст. Барои баъзе синфи функсияҳои, ки ба воситаи модули бефосилагии умумикардашуда дода шудаанд, қиммати як n -қутрҳо ҳисоб карда шудааст.

Калимаҳои калидӣ: наздиккунии беҳтарини полиномиалӣ, модули бефосилагии умумикардашуда, қатори Фурье, n -қутрҳо.

G.A.Yusupov, M.A.Mavlonazarov

EXACT VALUES OF THE WIDTHS OF SOME FUNCTIONAL CLASSES IN L_2

Khorog State University by name M.Nazarshoev

In this paper, exact inequalities between the best polynomial approximations and the averaged values of the generalized moduli of continuity of functions in the norm of the space L_2 are found. For some classes of functions defined by the indicated generalized moduli of continuity, the exact values of the series of n -widths are calculated.

Key words: *best polynomial approximation, generalized modulus of continuity, Fourier series, n -widths.*

УДК 517.5

Н.У.Кадамшоев

О НАИЛУЧШЕМ СОВМЕСТНОМ ПОЛИНОМИАЛЬНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ ФУНКЦИЙ И ИХ ПРОИЗВОДНЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ БЕРГМАНА

Технологический университет Таджикистана

(Представлено академиком НАН Таджикистана М.Ш.Шабозовым 24.10.2021г.)

В работе решаются некоторые экстремальные задачи, связанные с наилучшей совместной полиномиальной аппроксимацией функций и их производных в пространстве Бергмана. Получен ряд теорем, в которых найдено точное значение верхних граней наилучших совместных приближений на классах функций $B_2^{(m)}$.

Ключевые слова: *наилучшее совместное приближение, аналитическая функция, модуль непрерывности, экстремальная задача.*

1. Экстремальные задачи наилучшего полиномиального приближения аналитических в круге функций ранее изучались, например, в работах [1-6]. Здесь мы продолжим исследование в этом направлении и решим некоторые экстремальные задачи, связанные с наилучшим совместным приближением функций и их последовательных производных, принадлежащих пространству Бергмана.

Пусть $\mathbb{N}, \mathbb{Z}_+ := \mathbb{N} \cup \{0\}$, \mathbb{R}_+ – соответственно множество натуральных, целых неотрицательных, положительных чисел. Пусть далее \mathbb{C} – комплексная плоскость, $U := \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$ – единичный круг в \mathbb{C} , $A(U)$ – множество функций f , аналитических в круге U :

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k(f) z^k, \quad z = \rho e^{it}, \quad 0 \leq \rho < 1, \quad 0 \leq t \leq 2\pi. \quad (1)$$

Определение [1]. *Говорят, что функция $f \in A(U)$ принадлежит пространству Бергмана $B_p := B_p(U)$, $1 \leq p < \infty$, если*

$$\|f\|_p := \|f\|_{B_p} = \left(\frac{1}{\pi} \iint_{(U)} |f(z)|^p d\sigma \right)^{1/p} < \infty, \quad (2)$$

где интеграл понимается в смысле Лебега, $d\sigma$ – элемент площади.

Очевидно, что интеграл (2) можно написать в следующем виде

Адрес для корреспонденции: *Кадамшоев Ноибшо Улфатшоевич. 734061, Республика Таджикистан, г. Душанбе. пр. Н. Карабаева, 63/3, Технологический университет Таджикистана. E-mail: ntoyob_77@mail.ru*

$$\|f\|_p := \left(\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 \rho |f(\rho e^{it})|^p d\rho dt \right)^{1/p} < \infty. \tag{3}$$

В данной работе рассматривается только случай $p = 2$, когда $B_2 := B_2(U)$ является гильбертовым пространством. Известно [7], что функция $f \in A(U)$ имеет производные $f^{(r)}(z)$ любых порядков $r \in \mathbb{N}$, которые определяются формулой

$$f^{(r)}(z) = \sum_{k=r}^{\infty} \alpha_{k,r} c_k(f) z^{k-r},$$

где

$$\alpha_{k,r} := k(k-1)(k-2)\dots(k-r+1), \quad k \geq r, \quad k, r \in \mathbb{N},$$

а $c_k(f)$ – коэффициенты Маклорена функции f . Всюду далее

$$B_2^{(r)} := \{f \in B_2 : \|f^{(r)}\|_2 < \infty\}, \quad r \in \mathbb{N}.$$

Пусть \mathcal{P}_n – подпространство комплексных алгебраических полиномов степени не более n :

$$\mathcal{P}_n := \left\{ P_n(z) : P_n(z) = \sum_{k=0}^n a_k z^k, \quad a_k \in \mathbb{C} \right\}.$$

Равенством

$$E_{n-1}(f)_2 := E(f, \mathcal{P}_{n-1})_2 = \inf \{ \|f - P_{n-1}\|_2 : P_{n-1} \in \mathcal{P}_{n-1} \} -$$

определим наилучшее приближение функции $f \in B_2$ элементами $P_{n-1} \in \mathcal{P}_{n-1}$ в норме пространства B_2 .

Хорошо известно, что [8, с. 209]

$$E_{n-1}(f)_2 = \|f - S_{n-1}(f)\|_2 = \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} \frac{|c_k(f)|^2}{k+1} \right\}^{1/2}, \tag{4}$$

где

$$S_{n-1}(f, z) = \sum_{k=0}^{n-1} c_k(f) z^k$$

– частная сумма $n-1$ -го порядка ряда (1). Известно, что для произвольной функции $f \in B_2^{(r)}$ все ее промежуточные производные $f^{(\nu)}(z)$ ($1 \leq \nu \leq r-1$, $r \geq 2$, $r \in \mathbb{N}$) также принадлежат пространству B_2 , причем [9]

$$E_{n-\nu-1}(f^{(\nu)})_2 = \inf \left\{ \|f^{(\nu)} - P_{n-1}^{(\nu)}\|_2 : P_{n-1} \in \mathcal{P}_{n-1} \right\} = \\ = \|f^{(\nu)} - S_{n-\nu-1}(f^{(\nu)})\|_2 = \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} \alpha_{k,\nu}^2 \frac{|c_k(f)|^2}{k-\nu+1} \right\}^{1/2},$$

где

$$S_{n-\nu-1}(f^{(\nu)}) := \sum_{k=\nu}^n a_{k,\nu} c_k(f) z^{k-\nu} = S_{n-1}^{(\nu)}(f).$$

Нам далее понадобятся следующие соотношения, доказанные в работе [4]:

$$E_{n-\nu-1}(f^{(\nu)})_2 \leq \sqrt{\frac{n-r+1}{n-\nu+1}} \cdot \frac{\alpha_{n,\nu}}{\alpha_{n,r}} \cdot E_{n-r-1}(f^{(r)})_2, \tag{5}$$

$$E_{n-\nu-1}^2(f^{(\nu)})_2 = \sum_{k=n}^{\infty} \alpha_{k,\nu}^2 \cdot \frac{|c_k(f)|^2}{k-\nu+1}, \tag{6}$$

$$E_{n-r-1}^2(f^{(r)})_2 = \sum_{k=n}^{\infty} \alpha_{k,r}^2 \cdot \frac{|c_k(f)|^2}{k-r+1}. \tag{7}$$

Соотношения (5)-(7) справедливы для любых чисел $n \in \mathbb{N}$, $r, \nu \in \mathbb{Z}_+$, и $n > r \geq \nu$.

Неравенство (5) обращается в равенство для функции $f_0(z) = z^n \in B_2^{(r)}$. Положим

$$\Delta_h^1(f; \rho, u) := f(\rho e^{i(u+h)}) - f(\rho e^{iu})$$

и равенством

$$\omega(f, t)_2 := \omega(f, t)_{B_2} = \sup \left\{ \|\Delta_h^1(f; \rho, u)\|_{B_2} : |h| \leq t \right\}$$

определим модуль непрерывности функции $f \in B_2$.

Простые вычисление с применением равенство Парсеваля показывают, что

$$\omega(f, t)_2 := 2 \sup_{|h| \leq t} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{|c_k(f)|^2}{k+1} (1 - \cos kh) \tag{8}$$

Пользуясь равенство (8) и учитывая, что для коэффициентов Маклорена разложения в ряд Маклорена производной $f^{(r)}(z)$ и $f(z)$ имеет место равенство $|c_k(f^{(r)})|^2 = \alpha_{k,r}^2 |c_k(f)|^2$, запишем

$$\omega^2(f^{(r)}, t)_2 := 2 \sup_{|h| \leq t} \sum_{k=r}^{\infty} \alpha_{k,r}^2 \frac{|c_k(f)|^2}{k-r+1} (1 - \cos(k-r)t). \tag{9}$$

Имеет место следующее утверждение

Теорема 1. При любых $n \in \mathbb{N}$, $r, \nu \in \mathbb{Z}_+$, $n > r \geq \nu$ справедливо равенство

$$\begin{aligned} & \sup_{f \in B_2^{(r)}} \frac{(\alpha_{n,r} / \alpha_{n,\nu}) E_{n-\nu-1}(f^{(\nu)})_2}{\left\{ \int_0^\tau \omega^2(f^{(r)}, t)_2 dt \right\}^{1/2}} = \\ & = \left\{ \frac{n-r+1}{n-\nu+1} \cdot \frac{n-r}{2((n-r)\tau - \sin(n-r)\tau)} \right\}^{1/2}. \end{aligned} \tag{10}$$

Доказательство. В силу равенства (1) для произвольной функции $f \in B_2^{(r)}$ запишем

$$\begin{aligned} \omega(f, t)_2 & \geq 2 \sum_{k=n}^\infty \frac{|c_k(f)|^2}{k+1} (1 - \cos kt) = \\ & = 2 \sum_{k=n}^\infty \frac{|c_k(f)|^2}{k+1} - 2 \sum_{k=n}^\infty \frac{|c_k(f)|^2}{k+1} \cos kt = \\ & = 2E_{n-1}^2(f)_2 - 2 \sum_{k=n}^\infty \frac{|c_k(f)|^2}{k+1} \cos kt. \end{aligned}$$

Отсюда, получаем

$$2E_{n-1}^2(f) \leq 2 \sum_{k=n}^\infty \frac{|c_k(f)|^2}{k+1} \cos kt + \omega^2(f, t)_2.$$

Обе части полученного неравенство интегрируя по переменному t в пределах от 0 до τ ($0 < n\tau \leq \pi/2$) имеем

$$2\tau E_{n-1}^2(f)_2 \leq 2 \sum_{k=n}^\infty \frac{|c_k(f)|^2}{k+1} \cdot \frac{\sin k\tau}{k} + \int_0^\tau \omega^2(f, t)_2 dt. \tag{11}$$

Поделив обе части полученного неравенства на 2τ , запишем

$$E_{n-1}^2(f) \leq 2 \sum_{k=n}^\infty \frac{|c_k(f)|^2}{k+1} \cdot \frac{\sin k\tau}{k\tau} + \frac{1}{2\tau} \int_0^\tau \omega^2(f, t)_2 dt, \tag{12}$$

и так как [10]

$$\max_{u \geq nt} \left| \frac{\sin u}{u} \right| = \frac{\sin nt}{nt} \quad (0 \leq nt \leq \pi/2),$$

то из неравенства (12) получаем

$$E_{n-1}^2(f)_2 \leq \frac{\sin n\tau}{n\tau} \cdot E_{n-1}^2(f) + \frac{1}{2\tau} \int_0^\tau \omega^2(f, t)_2 dt,$$

или, что то же

$$E_{n-1}^2(f)_2 \leq \frac{n}{2(n\tau - \sin n\tau)} \cdot \int_0^\tau \omega^2(f, t)_2 dt. \tag{13}$$

Поскольку неравенство (13) справедливо для любого $f \in B_2^{(r)}$, то из него вытекает, что

$$E_{n-r-1}^2(f^{(r)})_2 \leq \frac{n-r}{2((n-r)\tau - \sin(n-r)\tau)} \cdot \int_0^\tau \omega^2(f^{(r)}, t)_2 dt. \tag{14}$$

Учитывая неравенство (14) из (5) для любого $\nu = 1, 2, \dots, r-1$ будем иметь

$$\begin{aligned} E_{n-\nu-1}^2(f^{(\nu)})_2 &\leq \sqrt{\frac{n-r+1}{n-\nu+1}} \cdot \frac{\alpha_{n,\nu}}{\alpha_{n,r}} \cdot E_{n-r-1}^2(f^{(r)})_2 \leq \\ &\leq \sqrt{\frac{n-r+1}{n-\nu+1}} \cdot \frac{\alpha_{n,\nu}}{\alpha_{n,r}} \cdot \frac{n-r}{2((n-r)\tau - \sin(n-r)\tau)} \int_0^\tau \omega^2(f^{(r)}, t)_2 dt. \end{aligned} \tag{15}$$

Из (15) сразу следует оценка сверху величины, расположенной в левой части равенства (10):

$$\begin{aligned} \sup_{f \in B_2^{(r)}} \frac{(\alpha_{n,r} / \alpha_{n,\nu}) \cdot E_{n-\nu-1}^2(f^{(\nu)})_2}{\left\{ \int_0^\tau \omega^2(f^{(r)}, t)_2 dt \right\}^{1/2}} &\leq \\ &\leq \left\{ \frac{n-r+1}{n-\nu+1} \cdot \frac{n-r}{2((n-r)\tau - \sin(n-r)\tau)} \right\}^{1/2}. \end{aligned} \tag{16}$$

Для получения аналогичной оценки снизу рассмотрим функцию $f_0(z) = z^n \in B_2^{(r)}$ ($n > r$, $n, r \in \mathbb{N}$), для которой в силу равенств (6) и (9) имеют место равенства

$$E_{n-\nu-1}(f_0^{(\nu)}) = \frac{\alpha_{n,\nu}}{\sqrt{n-\nu+1}}, \tag{17}$$

$$\omega_2(f_0^{(r)}, t)_2 := 2 \frac{\alpha_{n,r}^2}{n-r+1} (1 - \cos(n-r)t), \tag{18}$$

$$\int_0^\tau \omega^2(f_0^{(r)}, t)_2 dt := 2 \frac{\alpha_{n,r}^2}{n-r+1} \left\{ \frac{(n-r)t - \sin(n-r)t}{n-r} \right\}. \tag{19}$$

Учитывая равенства (17) и (19), запишем оценку снизу указанной величины

$$\sup_{f \in B_2^{(r)}} \frac{(\alpha_{n,r} / \alpha_{n,\nu}) E_{n-\nu-1}(f^{(\nu)})_2}{\left\{ \int_0^\tau \omega^2(f^{(r)}, t)_2 dt \right\}^{1/2}} \geq \frac{(\alpha_{n,r} / \alpha_{n,\nu}) E_{n-\nu-1}(f_0^{(\nu)})_2}{\left\{ \int_0^\tau \omega^2(f_0^{(r)}, t)_2 dt \right\}^{1/2}} =$$

$$= \left\{ \frac{n-r+1}{n-\nu+1} \cdot \frac{n-r}{2((n-r)\tau - \sin(n-r)\tau)} \right\}^{1/2}. \tag{20}$$

Требуемое равенство (10) получаем из сопоставления оценки сверху(15) с оценкой снизу (20), чем и завершаем доказательство теоремы 1.

Теорема 2. Для любых чисел $n \in \mathbb{N}$, $r, \nu \in \mathbb{Z}_+$, $n > r \geq \nu$ и $0 < t \leq \pi / (n-r)$ имеет место равенство

$$\begin{aligned} & \sup_{f \in B_2^{(r)}} \frac{(\alpha_{n,r} / \alpha_{n,\nu}) E_{n-\nu-1}(f^{(\nu)})_{B_2}}{\left\{ \omega(f^{(r)}, t)_{B_2} + (n-r)^2 \int_0^t (t-\tau) \omega^2(f^{(r)}, \tau)_{B_2} d\tau \right\}^{1/2}} = \\ & = \sqrt{\frac{n-r+1}{n-\nu+1}} \cdot \frac{1}{(n-r)t}, \quad 0 < (n-r)t \leq \pi. \end{aligned} \tag{21}$$

Доказательство. Обе части неравенства (11) проинтегрируем от 0 до h по переменному τ , в итоге будем иметь

$$\begin{aligned} h^2 E_{n-1}^2(f) & \leq 2 \sum_{k=n}^{\infty} \frac{|c_k(f)|^2}{k+1} \cdot \frac{(1-\cos kh)}{k^2} + \int_0^h \left(\int_0^{\tau} \omega^2(f, t) dt \right) d\tau \leq \\ & \leq \frac{2}{n^2} \sum_{k=n}^{\infty} \frac{|c_k(f)|^2}{k+1} \cdot (1-\cos kh) + \int_0^h \left(\int_0^{\tau} \omega^2(f, t)_2 dt \right) d\tau \leq \\ & \leq \frac{1}{n^2} \omega^2(f, h)_2 + \int_0^h \left(\int_0^{\tau} \omega^2(f, t)_2 dt \right) d\tau. \end{aligned} \tag{22}$$

Интегрируя по частям интеграл, стоящий в правой части (22), получаем

$$\int_0^h \left(\int_0^{\tau} \omega^2(f, t)_2 dt \right) d\tau = \int_0^h (h-t) \omega^2(f, t)_2 dt.$$

Пользуясь этим неравенством, запишем (22) в виде

$$E_{n-1}^2(f)_2 \leq \frac{1}{(nh)^2} \left\{ \omega^2(f, h)_2 + n^2 \int_0^h (h-t) \omega^2(f, t)_2 dt \right\}. \tag{23}$$

Заменив в (23) f на $f^{(r)}$ и n на $n-r$, имеем

$$\begin{aligned} & E_{n-r-1}(f^{(r)})_2 \leq \frac{1}{((n-r)h)^2} \cdot \\ & \cdot \left\{ \omega^2(f^{(r)}, h)_2 + (n-r)^2 \int_0^h (h-t) \omega^2(f^{(r)}, t) dt \right\}. \end{aligned} \tag{24}$$

Учитывая (24), в силу (5) запишем

$$E_{n-\nu-1}(f^{(\nu)})_2 \leq \frac{n-r+1}{n-\nu+1} \cdot \left(\frac{\alpha_{n,\nu}}{\alpha_{n,r}} \right)^2 \cdot \frac{1}{((n-r)h)^2} \cdot \left\{ \omega^2(f^{(r)}, h) + (n-r)^2 \int_0^h (h-t) \omega^2(f^{(r)}, t) dt \right\}.$$

Из последнего неравенства получаем

$$\sup_{f \in B_2^{(r)}} \frac{(\alpha_{n,r} / \alpha_{n,\nu}) E_{n-\nu-1}(f^{(\nu)})_2}{\left\{ \omega^2(f^{(r)}, t)_2 + (n-r)^2 \int_0^t (t-\tau) \omega^2(f^{(r)}, \tau)_2 d\tau \right\}^{1/2}} \leq \sqrt{\frac{n-r+1}{n-\nu+1}} \cdot \frac{1}{(n-r)t}, \tag{25}$$

и оценка сверху для экстремальной характеристики, расположенной в левой части равенства (21) получена.

Аналогичную оценку снизу указанной характеристики получим для рассмотренной нами выше функции $f_o(z) = z^n \in B_2, n > r$, пользуясь равенствами (17)-(19). Так как

$$\begin{aligned} & \omega_2(f_0^{(r)}, t)_2 + (n-r)^2 \int_0^t (t-\tau) \omega^2(f_0^{(r)}, \tau)_2 d\tau = \\ & = 2 \frac{\alpha_{n,r}^2}{n-r+1} \cdot (1 - \cos(n-r)t) + (n-r)^2 \cdot 2 \frac{\alpha_{n,r}^2}{n-r+1} \cdot \int_0^t (t-\tau) \cdot \\ & \quad \cdot (1 - \cos(n-r)t) dt = 2 \frac{\alpha_{n,r}^2}{n-r+1} \cdot \\ & \quad \cdot \left\{ (1 - \cos(n-r)t) + (n-r)^2 \cdot \left(\frac{t^2}{2} - \frac{1 - \cos(n-r)t}{(n-r)^2} \right) \right\} = \\ & = \frac{\alpha_{n,r}^2}{n-r+1} \cdot ((n-r)t)^2, \end{aligned} \tag{26}$$

то, учитывая (26), мы имеем

$$\sup_{f \in B_2^{(r)}} \frac{(\alpha_{n,r} / \alpha_{n,\nu}) E_{n-\nu-1}(f^{(\nu)})_2}{\left\{ \omega^2(f^{(r)}, t)_2 + (n-r)^2 \int_0^t (t-\tau) \omega^2(f^{(r)}, \tau)_2 d\tau \right\}^{1/2}} \geq$$

$$\begin{aligned}
&\geq \frac{(\alpha_{n,r} / \alpha_{n,v}) E_{n-v-1}(f_0^{(v)})_2}{\left\{ \omega^2(f_0^{(r)}, t)_2 + (n-r)^2 \int_0^t (t-\tau) \omega^2(f_0^{(r)}, \tau) d\tau \right\}^{1/2}} = \\
&= \frac{(\alpha_{n,r} / \alpha_{n,v}) \cdot \alpha_{n,v} \sqrt{n-v+1}}{\alpha_{n,r} / \sqrt{n-r+1} \cdot (n-r)t} = \sqrt{\frac{n-r+1}{n-v+1}} \cdot \frac{1}{(n-r)t}. \quad (27)
\end{aligned}$$

Требуемое равенство (21) получаем из сравнения неравенств (25) и (27), чем и завершаем доказательство теоремы 3.

Поступило 25.10.2021 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Шабозов М.Ш. Поперечники некоторых классов аналитических функций в пространстве Бергмана. – ДАН России, 2002, т. 383, 2, с. 171-174.
2. Шабозов М.Ш., Шабозов О.Ш. О наилучшем приближении и точных значениях поперечников некоторых классов функций в пространстве Бергмана B_p , $1 \leq p \leq \infty$. – ДАН России, 2006, т. 410, №4, с. 461-464.
3. Шабозов М.Ш., Тухлиев Д.К. О совместном приближении функций и их последовательных производных в пространстве Бергмана. – ДАН РТ, 2018, т. 61, №5, с. 419-426.
4. Шабозов М.Ш. Саидусайнов М.С. Среднеквадратичное приближение функции комплексного переменного суммами Фурье по ортогональным системам. – Труды ИМ и М УРО РАН, 2019, т. 25, №2, с.258-272.
5. Шабозов М.Ш., Хуромонов Х. О наилучшем приближении в среднем функций комплексного переменного рядами Фурье в пространстве Бергмана. – Изв. вузов. Матем, 2020, 2, с. 74-92.
6. Шабозов М.Ш., Кадамшоев Н.У. Точные неравенства между наилучшими среднеквадратическими приближениями аналитических в круге функций и некоторыми характеристиками гладкости в пространстве Бергмана. – Матем. заметки, 2021, т. 110, №2, с. 266-281.
7. Бицадзе А.В. Основы теории аналитических функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1969, 240 с.
8. Смирнов В.И., Лебедев Н.А. Конструктивная теория функций комплексного переменного. – М.-Л.: Наука, 1964, 440 с.
9. Вакарчук С.Б., Вакарчук М.Б. Неравенство типа Колмогорова для аналитических функций одной и двух комплексных переменных и их приложение к теории аппроксимации. – Укр. мат. журнал, 2011, т. 63, №12, с. 1579-1601.
10. Тайков А.В. Неравенства, содержащие наилучшие приближения и модуль непрерывности функций из L_2 . – Мат.заметки, 1976, т. 20, №3, с. 433-438.

Н.У.Кадамшоев

**ОИД БА НАЗДИККУНИИ БЕҲТАРИНИ ПОЛИНОМИАЛИИ ҲАМЧОЯИ
ФУНКСИЯҲО ВА ҲОСИЛАҲОИ ОНҲО ДАР ФАЗОИ БЕРГМАН***Донишгоҳи технологии Тоҷикистон*

Дар мақола баъзе масъалаҳои экстремалӣ, ки бо наздикшавии беҳтарини полиномиалии ҳамчояи функсияҳо ва ҳосилаҳои онҳо дар фазои Бергман алоқаманданд, ҳал карда шудааст. Як қатор теоремаҳо ба даст оварда шудаанд, ки дар онҳо қимати саҳеҳи сарҳади болоии наздиккунии беҳтарини ҳамчоя дар синфи функсияҳои $B_2^{(m)}$ ёфт шудааст.

Калимаҳои калидӣ: *беҳтарин наздиккунии ҳамчоя, функсияи аналитикӣ, модули бефосилагӣ, масъалаи экстремалӣ.*

N.U.Qadamshoev

**ON THE BEST JOINT POLYNOMIAL APPROXIMATION OF FUNCTIONS AND
THEIR DERIVATIVES IN BERGMAN SPACE***Technological University of Tajikistan*

In the article, we solve some extremal problems associated with the best joint polynomial approximation of a function and their derivatives in the Bergman space. A number of theorems are obtained in which the exact value of the upper bounds of the best joint approximations on the classes of functions $B_2^{(m)}$ is found.

Key words: *best joint approximation, analytic function, modulus of continuity, extremal problems.*

УДК 517.91

З.И.Шарифзода

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ СТАЦИОНАРНОГО РЕШЕНИЯ ОДНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Таджикский национальный университет

(Представлено академиком НАН Таджикистана М.И.Илоловым 10.12.2020 г.)

В работе изучается вопрос об асимптотической устойчивости стационарного решения системы трех нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих взаимодействие первичных процессов фотосинтеза с системой метаболических реакций в автотрофных системах.

Ключевые слова: *нелинейное дифференциальное уравнение, стационарное решение, устойчивость, асимптотическая устойчивость, матрица Якоби.*

1. Постановка задачи. Рассмотрим систему

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -k_1bx(1-y-z) + k_{-1}b(1-x)y - k_2bxy + k_{-2}b(1-x)z + k_0(1-x), \\ \frac{dy}{dt} = k_1ax(1-y-z) - k_{-1}a(1-x)y - k_2axy + k_{-2}a(1-x)z, \\ \frac{dz}{dt} = k_2axy - k_{-2}az(1-x) - k_3z, \end{cases} \quad (1)$$

где коэффициенты $a, b, k_0, k_{-1}, k_1, k_{-2}, k_2, k_3$ – положительные константы, а x, y, z – искомые функции. Система (1) была предложена Г.Ю.Ризниченко как математическая модель, описывающая ключевой этап взаимодействия систем первичных процессов фотосинтеза с системой метаболических реакций в автотрофных (фотосинтезирующих) системах, и является развитием моделей, изученных в работах [1-3].

В работе [4] показано, что система (1) в множестве $M = \{(x, y, z): x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$ имеет единственное стационарное решение, принадлежащее области

$$\Pi = \{(x, y, z): 0 < x < 1, y > 0, z > 0, y + z < 1\}, \quad (2)$$

которая инвариантна относительно движения вдоль траектории системы (1) при возрастании времени t .

Безусловно, представляется актуальным вопрос об устойчивости или более точнее об асимптотической устойчивости найденного стационарного решения системы (1). Этот вопрос важен как для качественной теории дифференциальных уравнений, так и для приложения системы (1) как математической модели, описывающей биологический или физический процесс [5].

Адрес для корреспонденции: Шарифзода Зебонисои Иброхим. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: sakhara-2803@mail.ru.

В настоящей работе получен положительный ответ на сформулированный вопрос. Доказано, что стационарное решение системы (1) является асимптотически устойчивым без дополнительных ограничений на параметры $a, b, k_0, k_{-1}, k_1, k_{-2}, k_2, k_3$ система (1) при единственном условии их положительности. Более того, доказано, что свойство асимптотической устойчивости стационарного решения системы (1) является следствием более общего свойства системы (1), а именно, что все собственные значения матрицы Якоби вектор-функции, порожденной правой частью системы (1) в любой точке области (2), имеют отрицательную вещественную часть.

2. Анализ матрицы Якоби системы (1). Обозначим через $\Phi(x, y, z) = (f(x, y, z), g(x, y, z), h(x, y, z))$ – вектор-функцию, определяющую правую часть системы (1). Рассмотрим матрицу Якоби отображения $\Phi(x, y, z)$:

$$J = J(x, y, z) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \Phi}{\partial x} & \frac{\partial \Phi}{\partial y} & \frac{\partial \Phi}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Функции $a_{ij} = a_{ij}(x, y, z, a, b, k_0, k_{-1}, k_1, k_{-2}, k_2, k_3)$ – элементы матрицы Якоби, имеют представления

$$\begin{aligned} a_{11} &= a_{11}^0 \cdot b - k_0; & a_{11}^0 &= -k_1(1 - y - z) - k_{-1}y - k_2y - k_{-2}z, \\ a_{12} &= a_{12}^0 \cdot b; & a_{12}^0 &= k_1x + k_{-1}(1 - x) - k_2x, \\ a_{13} &= a_{13}^0 \cdot b; & a_{13}^0 &= k_1x + k_{-2}(1 - x), \\ a_{21} &= a_{21}^0 \cdot a; & a_{21}^0 &= k_1(1 - y - z) + k_{-1}y - k_2y - k_{-2}z, \\ a_{22} &= a_{22}^0 \cdot a; & a_{22}^0 &= -k_1x - k_{-1}(1 - x) - k_2x, \\ a_{23} &= a_{23}^0 \cdot a; & a_{23}^0 &= -k_1x + k_{-2}(1 - x), \\ a_{31} &= a_{31}^0 \cdot a; & a_{31}^0 &= k_2y + k_{-2}z, \\ a_{32} &= a_{32}^0 \cdot a; & a_{32}^0 &= k_2x, \\ a_{33} &= a_{33}^0 \cdot a - k_3; & a_{33}^0 &= -k_{-2}(1 - x). \end{aligned}$$

Сформулируем основной результат работы о свойстве матрицы Якоби вектор-функции Φ .

Теорема 1. Пусть точка (x, y, z) принадлежит области (2). Тогда все собственные значения матрицы Якоби имеют отрицательную вещественную часть при всех положительных значений коэффициентов $a, b, k_0, k_{-1}, k_1, k_{-2}, k_2, k_3$.

Доказательство. Собственное значение матрицы J является корнем характеристического уравнения

$$\Delta(\lambda) \equiv \det(\lambda E - J) = \lambda^3 + b_1\lambda^2 + b_2\lambda + b_3 = 0, \quad (4)$$

где коэффициенты b_1, b_2, b_3 определяется через элементы матрицы (3) равенствами

$$b_1 = -(a_{11} + a_{22} + a_{33}); \tag{5}$$

$$b_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{31} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}; \tag{6}$$

$$b_3 = - \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}. \tag{7}$$

Согласно критерию Рауса-Гурвица [6], корни уравнения (4) имеют отрицательные вещественные части тогда и только тогда, когда коэффициенты b_1, b_2, b_3 удовлетворяют условиям

$$b_1 > 0, b_1 \cdot b_2 > b_3 > 0. \tag{8}$$

Поэтому теорема 1 будет доказана, если мы установим справедливость неравенств (8) при любых $(x, y, z) \in \Pi$ и положительных значениях $a, b, k_0, k_{-1}, k_1, k_{-2}, k_2, k_3$.

Из представления элементов $a_{ij} = a_{ij}(x, y, z, a, b, k_0, k_{-1}, k_1, k_{-2}, k_2, k_3)$, $i, j = 1, 2, 3$, непосредственно следует, что $a_{ii} < 0$, $i = 1, 2, 3$, при всех $(x, y, z) \in \Pi$ и положительных $a, b, k_0, k_{-1}, k_1, k_{-2}, k_2, k_3$. Функции $a_{ij}^0 = a_{ij}^0(x, y, z, k_{-1}, k_1, k_{-2}, k_2)$, $i, j = 1, 2, 3$ зависят только от параметров k_{-1}, k_1, k_{-2}, k_2 и $a_{ii}^0 < 0$ $i = 1, 2, 3$. Наряду с функциями a_{ij}^0 определим миноры

$$\Delta_{ij} \equiv \begin{vmatrix} a_{ii}^0 & a_{ij}^0 \\ a_{ji}^0 & a_{jj}^0 \end{vmatrix}, 1 \leq i < j \leq 3.$$

Этапы доказательства справедливости неравенств (8) изложим в виде отдельных утверждений.

Лемма 1. *Функции $a_{1j}^0, a_{2j}^0, a_{3j}^0, j = 1, 2, 3$ удовлетворяют условиям:*

a) $a_{1j}^0 + a_{2j}^0 + 2a_{3j}^0 \equiv 0, j = 1, 2, 3;$

б) для миноров Δ_{ij} справедливы представления

$$\Delta_{12} = 2 \cdot \begin{vmatrix} k_2 y + k_{-2} z & -k_2 x \\ k_{-1} y + k_1 (1 - y - z) & k_1 x + k_{-1} (1 - x) \end{vmatrix},$$

$$\Delta_{23} = \begin{vmatrix} k_1 x + k_{-1} (1 - x) & -k_1 x \\ k_2 x & k_{-2} (1 - x) \end{vmatrix},$$

$$\Delta_{13} = -\frac{1}{2} \Delta_{12} + \begin{vmatrix} k_2 y + k_{-2} z & -k_2 x - k_{-2} (1 - x) \\ k_{-1} y + k_1 (1 - y - z) & k_{-1} (1 - x) \end{vmatrix},$$

$$\Delta_{13} = -a_{11}^0 (a_{22}^0 + a_{33}^0) + k_{-2} (1-x) [k_{-1}y + k_1 (1-y-z)] + [k_{-1}y + k_1 (1-y-z)] \cdot k_1x + [k_{-1}y + k_{-2}y + k_{-2}z + k_1 (1-y-z)] \cdot [k_2x + k_{-1} (1-x) + k_{-2} (1-x)].$$

Доказательство леммы. а) Для $j = 1$ имеем

$$-[k_1 (1-y-z) + k_{-1}y + k_2y + k_{-2}z] - k_2y + k_{-1}y - k_{-2}z + k_1 (1-y-z) + 2(k_2y + k_{-2}z) \equiv 0.$$

Аналогично, для $j = 2$

$$k_1x - k_2x + k_{-1} (1-x) - k_2x - k_1x - k_{-1} (1-x) + 2k_2x \equiv 0.$$

и для $j = 3$

$$k_1x + k_{-2} (1-x) + k_{-2} (1-x) - k_1x - 2k_{-2} (1-x) \equiv 0.$$

б) Используя свойства а), имеем

$$\begin{aligned} \Delta_{12} &= \begin{vmatrix} a_{11}^0 & a_{12}^0 \\ a_{21}^0 & a_{22}^0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11}^0 + a_{21}^0 & a_{12}^0 + a_{22}^0 \\ a_{21}^0 & a_{22}^0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2a_{31}^0 & -2a_{32}^0 \\ a_{21}^0 & a_{22}^0 \end{vmatrix} = \\ &= -2 \begin{vmatrix} a_{31}^0 & a_{32}^0 \\ a_{21}^0 + a_{31}^0 & a_{22}^0 + a_{32}^0 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} k_2y + k_{-2}z & -k_2x \\ k_{-1}y + k_1 (1-y-z) & k_1x + k_{-1} (1-x) \end{vmatrix}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{23} &= \begin{vmatrix} a_{22}^0 & a_{23}^0 \\ a_{32}^0 & a_{33}^0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{22}^0 + a_{32}^0 & a_{23}^0 + a_{33}^0 \\ a_{32}^0 & a_{33}^0 \end{vmatrix} = \\ &= \begin{vmatrix} -k_1x - k_{-1} (1-x) & -k_1x \\ k_2x & -k_{-2} (1-x) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} k_1x + k_{-1} (1-x) & -k_1x \\ k_2x & k_{-2} (1-x) \end{vmatrix}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_{13} &= \begin{vmatrix} a_{11}^0 & a_{13}^0 \\ a_{31}^0 & a_{33}^0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11}^0 + a_{31}^0 & a_{13}^0 + a_{33}^0 \\ a_{31}^0 & a_{33}^0 \end{vmatrix} = \\ &= \begin{vmatrix} -k_{-1}y - k_1 (1-y-z) & k_1x \\ k_2y + k_{-2}z & -k_{-2} (1-x) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} k_{-1}y + k_1 (1-y-z) & k_1x \\ k_2y + k_{-2}z & k_{-2} (1-x) \end{vmatrix} = \\ &= - \begin{vmatrix} k_2y + k_{-2}z & k_{-2} (1-x) \\ k_{-1}y + k_1 (1-y-z) & k_1x \end{vmatrix} = -\frac{1}{2} \Delta_{12} + \begin{vmatrix} k_2y + k_{-2}z & -k_2x \\ k_{-1}y + k_1 (1-y-z) & k_1x + k_{-1} (1-x) \end{vmatrix} - \\ &- \begin{vmatrix} k_2y + k_{-2}z & k_{-2} (1-x) \\ k_{-1}y + k_1 (1-y-z) & k_1x \end{vmatrix} = -\frac{1}{2} \Delta_{12} + \begin{vmatrix} k_2y + k_{-2}z & -k_2x - k_{-2} (1-x) \\ k_{-1}y + k_1 (1-y-z) & k_{-1} (1-x) \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Второе представление Δ_{13} проверяется аналогично.

Лемма 1 доказана.

Из леммы 1 следует, что миноры Δ_{12} и Δ_{23} положительны, а минор Δ_{13} может принимать отрицательное значение, но следующие суммы $\Delta_{12} + \Delta_{13}$ и $a_{11}^0 (a_{22}^0 + a_{33}^0) + \Delta_{13}$ положительны.

Коэффициенты характеристического уравнения (4) выразим через параметры a, b, k_0, k_3, a_{ij}^0 и миноры Δ_{12} , Δ_{13} и Δ_{23} . Из равенств (5)-(7) имеем

$$b_1 = k_0 + k_3 - a(a_{22}^0 + a_{33}^0) - ba_{11}^0, \tag{9}$$

$$b_2 = k_0k_3 - a \left[k_0(a_{22}^0 + a_{33}^0) + k_3a_{22}^0 \right] - bk_3a_{11}^0 + a^2\Delta_{23} + a \cdot b(\Delta_{12} + \Delta_{13}), \tag{10}$$

$$b_3 = -ak_0k_3a_{22}^0 + a^2k_0\Delta_{23} + abk_3 \cdot \Delta_{12}. \tag{11}$$

Отметим, что для получения представления коэффициента b_3 были использованы свойства а) коэффициентов a_{ij}^0 (см. Лемма 1).

Из равенств (9)-(11), в силу условий $a_{ii}^0 < 0$ и леммы 1 следует, что коэффициенты b_1, b_2 и b_3 положительны: $b_1 > 0, b_2 > 0, b_3 > 0$.

Лемма 2. *Справедливо тождество*

$$b_1 \cdot b_2 - b_3 = k_0(b_2 - a^2\Delta_{23} + ak_3a_{22}^0) + k_3[b_2 - ab(\Delta_{12} + \Delta_{13})] + abk_3[\Delta_{13} + a_{11}^0(a_{22}^0 + a_{33}^0)] - a(a_{22}^0 + a_{33}^0)(b_2 + bk_3a_{11}^0) - ba_{11}^0 \cdot b_2. \tag{12}$$

Доказательство. Для выражения $b_1 \cdot b_2 - b_3$ имеем

$$b_1 \cdot b_2 - b_3 = k_0b_2 + k_3b_2 - a(a_{22}^0 + a_{33}^0)b_2 - ba_{11}^0 \cdot b_2 - [-ak_0k_3a_{22}^0 + a^2k_0\Delta_{23} + abk_3\Delta_{12}].$$

$$b_1 \cdot b_2 - b_3 = k_0(b_2 + ak_3a_{22}^0 - a^2\Delta_{23}) + k_3[b_2 - ab\Delta_{12}] - a(a_{22}^0 + a_{33}^0)b_2 - ba_{11}^0 \cdot b_2. \tag{13}$$

Теперь разность $k_3[b_2 - ab\Delta_{12}] - a(a_{22}^0 + a_{33}^0)b_2$ запишем в виде

$$k_3[b_2 - ab\Delta_{12}] - a(a_{22}^0 + a_{33}^0)b_2 =$$

$$= k_3[b_2 - ab(\Delta_{12} + \Delta_{13})] + k_3ab[\Delta_{13} + a_{11}^0(a_{22}^0 + a_{33}^0)] - a(a_{22}^0 + a_{33}^0)[b_2 + bk_3a_{11}^0]. \tag{14}$$

Из равенств (13) и (14) следует равенство (12).

Лемма 2 доказана.

Для завершения доказательства теоремы заметим, что

$$b_2 - a^2\Delta_{23} + ak_3a_{22}^0 = k_0k_3 - ak_0(a_{22}^0 + a_{33}^0) - bk_3a_{11}^0 + ab(\Delta_{12} + \Delta_{13}) > 0,$$

$$b_2 - ab(\Delta_{12} + \Delta_{13}) > 0, \Delta_{13} + a_{11}^0(a_{22}^0 + a_{33}^0) > 0, b_2 + bk_3a_{11}^0 > 0.$$

Поэтому из равенства (12) следует, что $b_1 \cdot b_2 - b_3 > 0$.

Теорема доказана.

Как приложение этой общей теоремы к исследованию устойчивости, мы получаем следующее утверждение.

Теорема 2. *Стационарное решение системы (1) (x_0, y_0, z_0) , принадлежащей области (2), является асимптотически устойчивым по Ляпунову.*

Доказательства теоремы 2 вытекает из теоремы 1.

Поступило 21.12.2020 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ризниченко Г.Ю. Лекции по математическим моделям в биологии. – Москва-Ижевск: РХД, 2011, 558 с.
2. Рубин А.Б. Биофизика. т.2. Биофизика клеточных процессов, 2-изд. – М.: Изд-во МГУ, 2000, 468 с.
3. Нуров И.Дж., Шарифзода З.И. Качественные системы кинетических уравнений, описывающих взаимодействие одноэлектронного и двух электронного переносчика. – Двадцать шестая международная конференция-Математика-Компьютер-Образование. – Пущино, 28 января - 2 февраля 2019, с.17.
4. Мухамадиев Э.М., Шарифзода З.И., Нуров И.Дж. Качественные исследования нелинейной задачи фотосинтеза. – ДАН РТ, 2019, т.62, №11-12, с. 822-828.
5. Илолов М.И., Кучакшоев Х.С. Об абстрактных уравнениях с неограниченными нелинейностями и их приложения. – ДАН РТ, 2009, т.428, №3, с. 310-312.
6. Демидович Б.П. Лекции по математической теории устойчивости. – М.: Наука, 1967, 472 с.

З.И.Шарифзода

**ОИД БА УСТУВОРИИ ҲАЛЛИ СТАТСИОНАРИИ СИСТЕМАИ
МУОДИЛАҲОИ ДИФФЕРЕНСИАЛИИ ҒАЙРИХАТӢ**

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Дар кори мазкур масъалаи асимптотикӣ устувор будани ҳалли статсионари системаи се муодилаи дифференсиалии ғайрихаттӣ, ки рафтори аввалини раванди фотосинтезро дар системаҳои автотрофӣ инъикос мекунад, омӯхта шудааст.

Калимаҳои калидӣ: муодилаҳои дифференсиалии ғайрихаттӣ, ҳалли статсионарӣ, устуворӣ, устувориҳои асимптотикӣ, матритсаи Якоби.

Z.I.Sharifzoda

**OF THE STABILITY OF A STATIONARY SOLUTION OF A NONLINEAR
SYSTEM OF DIFFERENTIAL EQUATIONS**

Tajik National University

In this article the question of the asymptotic stability of the stationary solution of a system of three nonlinear differential equations describing the interaction of the primary processes of photosynthesis with the system of metabolic reactions in autotrophic systems is considered.

Key words: nonlinear differential equation, stationary solution, stability, asymptotic stability, Jacobi matrix.

УДК 536.46

Б.Дж.Гулбоев

**ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТОВ
ПЕРЕНОСА НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ВОЛНЫ ГОРЕНИЯ
МЕТАНОВОЗДУШНОЙ СМЕСИ В ИНЕРТНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ**

(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана И.Курбановым 16.08.2021 г.)

В работе исследовано влияние температурной зависимости коэффициентов переноса на характеристики стационарной волны фильтрационного горения метановоздушной смеси. Проведено сравнение характеристик волны с учётом температурной зависимости коэффициентов переноса и без неё. Выявлено, что для бедной метановоздушной смеси скорости волны относительно больше при температурной зависимости коэффициентов переноса, чем при их неизменных значениях. Для стехиометрической смеси влияние выражается в виде смены режима распространения волны горения со встречного на спутный.

Ключевые слова: волна горения, скорость волны, температура горения, метановоздушная смесь, теплоемкость, теплопроводность, коэффициенты диффузии.

Настоящая работа посвящена исследованию влияния температурной зависимости коэффициентов переноса на характеристики волны фильтрационного горения метановоздушной смеси.

Теоретическое изучение процессов фильтрационного горения газов базируется на системе уравнений распространения тепла в инертной среде и газе, переноса массы каждого компонента, сохранения полного количества вещества в потоке и уравнение состояния идеального газа. При этом рассматривается течение с пренебрежимо малым градиентом давления [1-4]:

$$\begin{aligned} \rho_1 c_p \frac{\partial T_1}{\partial \tau} + \rho_1 c_p v_1 \frac{\partial T_1}{\partial \xi} &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\alpha_1 \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial \xi} \right) - \alpha S_c (T_1 - T_2) + \rho_1 J Q, \\ \rho_2 c_2 \frac{\partial T_2}{\partial \tau} &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\alpha_2 \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial \xi} \right) + \alpha S_c (T_1 - T_2), \\ \rho_1 \frac{\partial \eta_{1(i)}}{\partial \tau} + \rho_1 v_1 \frac{\partial \eta_{1(i)}}{\partial \xi} &= \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\rho_1 D_{(i)} \frac{\partial \eta_{1(i)}}{\partial \xi} \right) + \rho_1 \zeta_{1(i)} J, \quad i = 1, 2, 3, \dots, k, \\ \frac{\partial \rho_1}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial \xi} &= 0, \quad J = \eta_{1(k)} k_0 \exp(-E / RT_1), \quad \rho_1 T_1 = \rho_{10} T_0, \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь λ_1, λ_2 – коэффициенты теплопроводности, $D_{1(i)}$ – коэффициенты диффузии компонентов смеси полагаются функциями температуры. Численное исследование решения системы (1) с соответствующими граничными условиями проведены в работах [5-6] при переменных коэффициентах переноса, а в [8,9] с постоянными коэффициентами.

Адрес для корреспонденции: Гулбоев Бахтиёр Джуракулович. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. М.Турсунзода, 30, Российско-Таджикский (Славянский) университет. E-mail: bakhtiyor-2012@mail.ru

Система (1) с переменными коэффициентами переноса сложная для аналитического исследования, поэтому полагая эти коэффициенты постоянными, упрощают систему [1-4]. В случае интенсивного межфазного теплообмена в зоне химической реакции система (1) также упрощается.

Для исследования стационарных волн ФГГ система (1) записывается в подвижной системе координат, и при интенсивном межфазном теплообмене имеет вид [3]

$$\begin{aligned} (\rho_{10}(v_{10} - U)c_p - \rho_2c_2U) \frac{dT}{dx} &= (\alpha_1\lambda_1 + \alpha_2\lambda_2) \frac{d^2T}{dx^2} + \rho_1QJ, \\ \rho_{10}(v_{10} - U) \frac{d\eta_{1(i)}}{dx} &= \rho_1D_{1(i)} \frac{d^2\eta_{1(i)}}{dx^2} + \rho_1\zeta_{1(i)}J, \quad i = 1, 2, 3, \dots, k, \\ J &= \eta_{1(k^*)} k_0 \exp(-E / RT), \quad \rho_1T = \rho_{10}T_0, \\ \zeta_{1(i)} &= - \frac{g_{1(i)}(v''_{1(i)} - v'_{1(i)})}{g_{1(k^*)}(v''_{1(k^*)} - v'_{1(k^*)})}, \end{aligned} \tag{2}$$

где T – температура среды; $\eta_{1(i)}$ – массовая концентрация i -го компонента газовой смеси; $\eta_{1(k^*)}$ – массовая концентрация недостающего компонента; v_{10} – скорость потока газа в порах; ρ_{10}, c_p – приведенная плотность и теплоёмкость смеси газов соответственно; ρ_2, c_2 – те же величины для пористой среды; α_1, α_2 – объёмные содержания газа и пористой среды; Q – тепловой эффект реакции; J – скорость химической реакции; E – энергия активации; R – универсальная газовая постоянная; k_0 – предэкспонент; $v'_{1(i)}, v''_{1(i)}$ – стехиометрические коэффициенты исходных и конечных веществ соответственно; $g_{1(i)}$ – молекулярные веса компонентов газовой смеси; T_0 – температура внешней среды; индексами $1(i)$ обозначены i -ая компонента первой фазы.

Заметим, что система (1) имеет место для всех фиксированных значений коэффициентов переноса. Однако эти коэффициенты могут быть выбраны в зависимости от состояния смеси, например, при температуре воспламенения смеси, которая в свою очередь зависит от многих факторов, в частности от скорости вдува. Так как в работах по исследованию стационарных волн ФГГ приводятся зависимости основных характеристик волны от скорости вдува смеси, то для каждой фиксированной скорости вдува ставится в соответствии набор коэффициентов переноса. В связи с этим, в настоящей работе предпринята попытка нахождения скорости волны в зависимости от набора коэффициентов переноса и других физико-химических констант пористой среды и смеси газов.

В работе [3] в результате интегрирования уравнение энергии системы (первое уравнение системы (2)) от $-\infty$ до $+\infty$, получено соотношение для скорости волны

$$(v_{10} - U)^2 = k_0 \exp\left(-\frac{1}{\beta}\right) \frac{\gamma\lambda_1\Lambda\alpha_1}{\rho_{10}c_p u_\phi \eta_{1(k^*)0}} \cdot \frac{T_0}{T_e} \times$$

$$\times \left[\eta_{1(k^*)0} + \frac{\eta_{1(k^*)e} - \eta_{1(k^*)0}}{1 + \frac{\gamma}{Le_{eff(k^*)} u_\varphi}} + (\eta_{1(k^*)e} - \eta_{1(k^*)0}) \sum_{i=1}^k \frac{\eta_{1(i)e} - \eta_{1(i)0}}{1 + \frac{\gamma}{Le_{eff(2)} u_\varphi} + \frac{\gamma}{Le_{eff(i)} u_\varphi}} + \right. \tag{3}$$

$$\left. + \eta_{1(k^*)0} \sum_{i=1}^k \frac{\eta_{1(i)e} - \eta_{1(i)0}}{1 + \frac{\gamma}{Le_{eff(i)} u_\varphi}} \right],$$

где $Le_{eff(i)} = \frac{Le_i}{\Lambda}$, $\Lambda = 1 + \frac{\alpha_2 \lambda_2}{\alpha_1 \lambda_1}$, $Le_i = \frac{D_{1(i)} \rho_{10} c_p}{\alpha_1 \lambda_1}$, $u_\varphi = 1 - \frac{\varphi}{u_0 - 1}$, $\varphi = \frac{\rho_2 c_2}{\rho_{10} c_p}$, $u_0 = \frac{v_{10}}{U}$, $\beta = \frac{RT_e}{E}$,
 $T_e = T_0 + \frac{Q \eta_{1(k^*)0}}{c_p u_\varphi}$, $\gamma = \frac{RT_e^2}{E(T_e - T_0)}$.

В соотношение (3) входят исходные концентрации реагентов и инертного газа соответственно – $\eta_{1(1)0}$, $\eta_{1(2)0}$, $\eta_{1(5)0}$, а также концентрации продуктов химической реакции (паров воды, диоксид углерода) – $\eta_{1(3)e}$, $\eta_{1(4)e}$. Значения концентрации продуктов химической реакции определяются посредством интеграла уравнения сохранения массы компонентов

$$\eta_{1(2)e} = \eta_{1(2)0} - 4\eta_{1(1)0}, \quad \eta_{1(3)e} = \frac{9}{4}\eta_{1(1)0}, \quad \eta_{1(4)e} = \frac{11}{4}\eta_{1(1)0}.$$

Поскольку в исходной смеси отсутствуют паров воды, примем $\eta_{1(3)0} = 0$ и полагаем $\eta_{1(1)e} = 0$, так как метан находится в недостатке.

Следовательно, соотношение (3) для случая горения метановоздушной смеси примет вид

$$(v_{10} - U)^2 = k_0 \exp\left(-\frac{1}{\beta}\right) \frac{\gamma \lambda_1 \Lambda \alpha_1}{\rho_{10} c_p u_\varphi} \cdot \frac{T_0}{T_e} \left[1 - \frac{1}{1 + \frac{\gamma}{Le_{eff(1)} u_\varphi}} - \frac{\eta_{1(1)0}}{1 + \frac{\gamma}{Le_{eff(1)} u_\varphi}} - \right. \tag{4}$$

$$- \frac{4\eta_{1(1)0}}{1 + \frac{\gamma}{Le_{eff(2)} u_\varphi}} + \frac{9}{4} \cdot \frac{\eta_{1(1)0}}{1 + \frac{\gamma}{Le_{eff(3)} u_\varphi}} + \frac{11}{4} \cdot \frac{\eta_{1(1)0}}{1 + \frac{\gamma}{Le_{eff(4)} u_\varphi}} + \frac{\eta_{1(1)0}}{1 + \frac{2\gamma}{Le_{eff(1)} u_\varphi}} +$$

$$\left. + \frac{4\eta_{1(1)0}}{1 + \frac{\gamma}{Le_{eff(2)} u_\varphi} + \frac{\gamma}{Le_{eff(1)} u_\varphi}} - \frac{9}{4} \frac{\eta_{1(1)0}}{1 + \frac{\gamma}{Le_{eff(3)} u_\varphi} + \frac{\gamma}{Le_{eff(1)} u_\varphi}} - \right]$$

$$\left. -\frac{11}{4} \frac{\eta_{1(1)0}}{1 + \frac{\gamma}{Le_{eff(4)} u_\phi} + \frac{\gamma}{Le_{eff(1)} u_\phi}} \right]$$

Приближенные формулы для расчета зависимости теплоемкости газа от температуры для кислорода, азота и метана приведены в [10] и соответственно имеют вид

$$c_{p,O_2} = 1.0697 + 0.9 \cdot 10^{-4} (T - 873), \text{ кДж} / (\text{кг} \cdot \text{K}),$$

$$c_{p,N_2} = 1.1401 + 1.1 \cdot 10^{-4} (T - 873), \text{ кДж} / (\text{кг} \cdot \text{K}),$$

$$c_{p,CH_4} = 2.2526 + 0.8 \cdot 10^{-2} (T - 298)^{0.8}, \text{ кДж} / (\text{кг} \cdot \text{K}).$$

Теплоемкость метановоздушной смеси определяется по формуле

$$c_{p,см}(T_*) = \eta_{1(1)0} c_{p,CH_4} + (1 - \eta_{1(1)}) (0,233 c_{p,O_2} + 0,767 c_{p,N_2})$$

где $\eta_{1(1)0}$, $(1 - \eta_{1(1)0})$ – исходные концентрации метана и воздуха, 0.233 и 0.767 – массовые концентрации кислорода и азота в воздухе соответственно.

Теплопроводности смеси и диффузии компонентов, вычисленные при характерной температуре T_* по зависимостям приведённые в работах [11] и [12] соответственно

$$\lambda_1(T_*) = \lambda_{10} \left(\frac{T_*}{T_0} \right)^{0.77}, \quad D_{1(i)}(T_*) = D_{1(i)0} \left(\frac{T_*}{T_0} \right)^{\alpha_i - 1}, \quad i = 1, 2, 3, 4,$$

$$D_{1(1)0} = 1.96 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2 / \text{с}, \quad D_{1(2)0} = 1.81 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2 / \text{с}, \quad D_{1(3)0} = 2.77 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2 / \text{с}, \quad D_{1(4)0} = 1.4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2 / \text{с},$$

где $\alpha_1 = 1.76$, $\alpha_2 = 1.92$, $\alpha_3 = 1.8$, $\alpha_4 = 1.9$ – показатели степени в температурной зависимости коэффициентов диффузии метана, кислорода, паров воды и диоксид углерода соответственно.

Исследование характеристик волны фильтрационного горения метановоздушной смеси проводилось при варьировании скорости вдува свежей смеси в пределах от 0.1 до 1 м/с и концентрации метана в смеси: 5% и 9.5%.

Отметим, что значения условной температуры T_* были вычислены при значениях параметров, соответствующие начальной температуре T_0 , а истинная плотность смеси в зависимости от состава по формуле

$$\rho_{10}^0 = \frac{P_0}{\left(\eta_{1(1)0} / \mu_{CH_4} + (1 - \eta_{1(1)0}) / \mu_{возд} \right) RT_0},$$

где $\eta_{1(1)0}$, $(1 - \eta_{1(1)0})$ – концентрация метана и воздуха, μ_{CH_4} , $\mu_{возд}$ – молекулярные веса метана и воздуха соответственно, P_0 – давление смеси при начальных условиях.

В расчетах были использованы физико-химические параметры пористой среды и смеси газов [4]: $k_0 = 1 \cdot 10^{11} \text{ 1/с}$, $E = 226 \text{ кДж/моль}$, $\rho_{20} = 3900 \text{ кг/м}^3$, $c_p = 1000 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)}$, $c_2 = 800 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{K)}$, $T_0 = 300 \text{ K}$, $\lambda_{10} = 0.1 \text{ Вт/(м} \cdot \text{K)}$, $\lambda_2 = 0.5 \text{ Вт/(м} \cdot \text{K)}$, $R = 8.314 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{K)}$, $\alpha_1 = 0.45$, $\alpha_2 = 0.55$, при этом тепловой эффект реакции Q горения стехиометрической метановоздушной смеси ($\eta_{1(1)} = 0,095$ (9,5% CH_4)) был рассчитан при заданной адиабатической температуре $T_b = 2320 \text{ K}$ [4]: $Q = 21263158 \text{ Дж/кг}$.

На рис. 1 приведены результаты сравнения кривых зависимостей скорости волны от скорости вдува построенные на основе соотношения (4) при температурной зависимости коэффициентов переноса и постоянстве их значений для двух составов метановоздушной смеси: 5% (кривая 1) и 9.5% (кривая 2) метана в смеси. На нижнем концентрационном пределе воспламенения метана (5%) наблюдаются возрастание скорости волны по мере увеличения скорости вдува в обоих случаях: при температурной зависимости коэффициентов переноса и их постоянстве. Причем скорости волны, рассчитанные при температурной зависимости коэффициентов переноса относительно больше по сравнению со скоростью волны, рассчитанные при постоянстве коэффициентов переноса. При стехиометрической смеси (9.5%) температурная зависимость коэффициентов переноса влияет на режим распространения волны горения, то есть наблюдается смена режима с встречного (в сравнении с потоком газа) на спутный. Кроме того, наблюдается изменение закономерности кривой зависимости скорости волны от скорости вдува от U-образного вида на монотонно возрастающий вид. Минимум скорости, приходящийся на относительно большую скорость вдува 0.9 м/с при постоянстве коэффициентов переноса, исчезает для коэффициентов переноса, зависящих от характерной температуры.

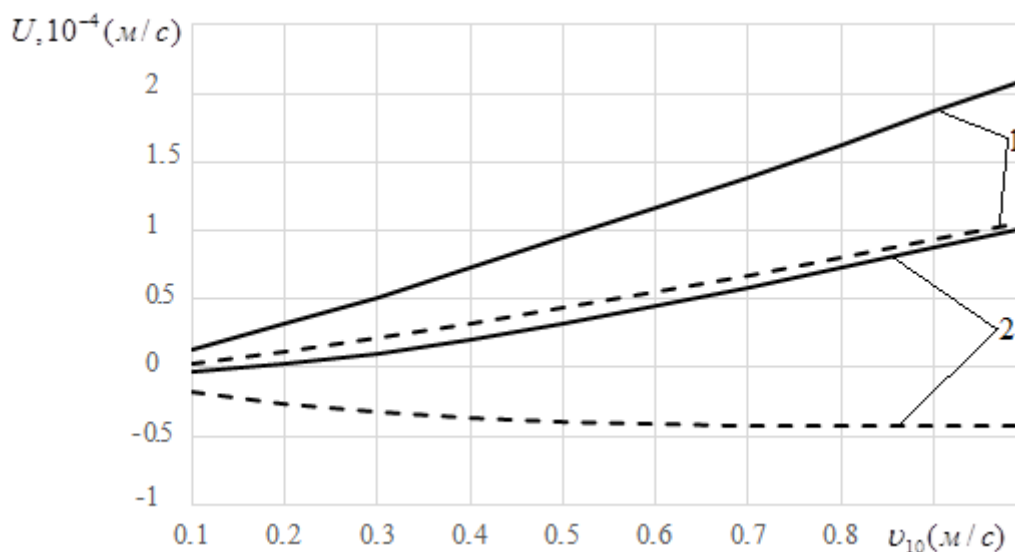


Рис. 1. Кривые зависимости скорости волны от скорости вдува при температурной зависимости коэффициентов переноса (сплошные линии) и постоянстве этих коэффициентов (пунктирные линии) и различных концентрациях метана в смеси: 1 – 5%, 2 – 9.5%.

Влияние температурной зависимости коэффициентов переноса на равновесную температуру, как и в случае 5%, так и 9.5% метана в смеси, несущественно (рис. 2). Абсолютное отклонение значений температур в рассмотренных составах (5 и 9.5%) не превышает 4 и 15 К соответственно. Это связано с тем, что при температурной зависимости коэффициентов переноса теплоемкость смеси относительно больше, чем при постоянных коэффициентах, для всех скоростях вдува из рассматриваемого диапазона. Если при постоянных коэффициентах теплоемкость было принято равной 1000 Дж/(кг·К), то при температурной зависимости она менялась от 1331 до 1350 Дж/(кг·К) для 5% метановоздушной смеси, и от 1473 до 1498 Дж/(кг·К) для 9.5% смеси в зависимости от скорости вдува.

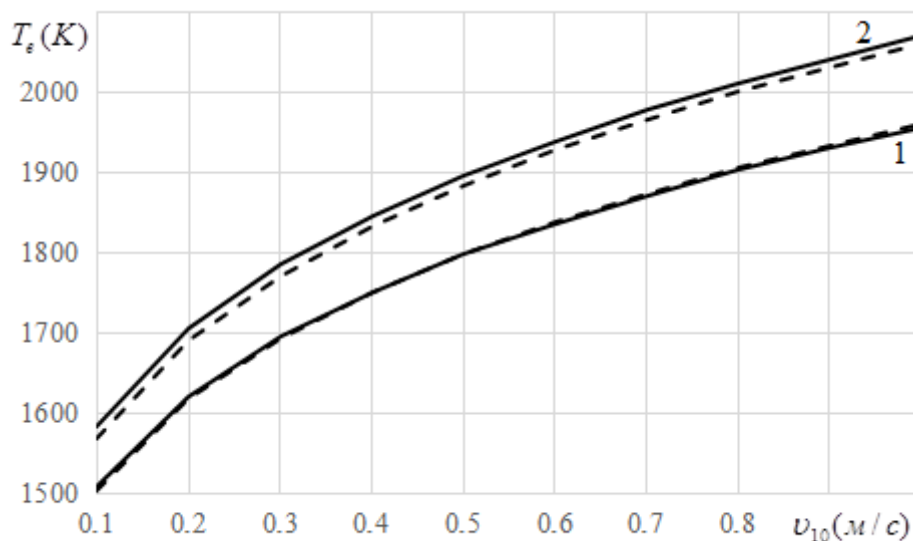


Рис. 2. Кривые зависимости скорости равновесной температуры от скорости вдува при температурной зависимости коэффициентов переноса (сплошные линии) и постоянстве этих коэффициентов (пунктирные линии) и различных концентрациях метана в смеси: 1 – 5%, 2 – 9.5%.

Таким образом, в результате исследования влияния температурной зависимости коэффициентов переноса на характеристики волны горения метановоздушной смеси было выявлено, что для бедных метановоздушных смесей (5%) скорость волны относительно больше при температурной зависимости коэффициентов переноса, чем при их неизменных значениях. Для стехиометрической смеси (9.5%) влияние выражается в виде смены режима распространения волны горения со встречного на спутный. Влияние температурной зависимости коэффициентов переноса на равновесную температуру незначительно в рассмотренных составах. Это связано с тем, что относительно большие теплоемкости при температурной зависимости компенсируются относительно большими скоростями волны.

Поступило 18.08.2021 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Лаевский Ю.М., Бабкин В.С., Дробышев В.И., Потытняков С.И. К теории фильтрационного горения газов. – ФГВ, 1984, №6, с. 3-13.
2. Лаевский Ю.М., Бабкин В.С. Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. – Новосибирск, СО: Наука, 1988, с. 108-145.

3. Кабилов М.М., Гулбоев Б.Дж. Фильтрационное горение газов при симметричности профилей температуры пористой среды и концентрации компонентов газовой смеси. – ДАН РТ, 2013, т.56, №1, с. 35-43.
4. Кабилов М.М., Холов О.А. Аналитическое решение модельной задачи фильтрационного горения газа. – ДАН РТ, 2019, т. 62, №1-2, с. 31-36.
5. Какуткина Н.А., Коржавин А.А., Намятов И.Г., Рычков Д.А. Закономерности распространения пламени через насадку коммуникационных огнепреградителей. – ФГВ, 2007, т.43, №4, с. 23-37.
6. Лаевский Ю.М., Яушева Л.В. Моделирование процессов фильтрационного горения газа в неоднородных пористых средах. – Сибирский журнал вычислительной математики, 2009, т. 12, №2, с. 171-187.
7. Шкадинский К.Г., Филоненко А.К. Задача о распространении пламени с учётом гидродинамики и температурной зависимости коэффициентов переноса. – ФГВ, 1969, №1, с. 80-84.
8. Кандрюкова Т.А., Лаевский Ю.М. О численном моделировании фильтрационного горения газов на многоядерных вычислительных системах. – Сибирский журнал промышленной математики, 2014, т. 17, №1, с. 55-64.
9. Laevsky Yu.M., Nosova T.A. Computational models of filtration gas combustion. – Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modelling, 2017, v. 32, Is. 2, pp. 115-125.
10. Сабденов К.О. Нахождение концентрационных пределов горения на основе анализа диффузионно-тепловой неустойчивости пламени. Смесь метан/воздух/разбавитель. – ФГВ, 2016, т. 52, № 4, с. 24-35.
11. Иванов Ю.С., Пожарная безопасность фрикционных искр и методы её определения. – Чрезвычайные ситуации: предупреждение и ликвидация, 2004, №5(15), с. 56-64.
12. Гулбоев Б.Дж. Учёт диффузии компонентов смеси при фильтрационном горении газов. – ДАН РТ, 2020, т. 63, №1-2, с. 34-42.

Б.Ч.Гулбоев

ТАЪСИРИ ВОБАСТАГИИ ҲАРОРАТИИ КОЭФФИЦИЕНТҲОИ ИНТИҚОЛ БА ХАРАКТЕРИСТИКАҲОИ МАВҶИ СТАТСИОНАРИИ МАҲЛУЛИ МЕТАНУ ҲАВО ДАР МУҲИТИ КОВОКИ ИНЕРТӢ

Дар мақола таъсири вобастагии ҳароратии коэффитсиентҳои интиқол ба характеристикаҳои мавҷи статсионарии сӯзиши филтронаи маҳлули метану ҳаво тадқиқ карда шудааст. Характеристикаҳои мавҷ, ҳангоми вобастагии ҳароратии коэффитсиентҳои интиқол ва бе вобастагии онҳо муқоисаи карда шудааст. Муайян карда шудааст, ки барои маҳлули камбағали метану ҳаво суръати мавҷи сӯзиш барои вобастагии ҳароратии коэффитсиентҳои интиқол, назар ба бе вобастагии онҳо, зиёдтар мебошад. Барои маҳлули стехиометрии метану ҳаво таъсири вобастагии ҳароратии коэффитсиентҳои интиқол дар тағйир ёфтани самти ҳаракати мавҷ, яъне аз муқобил ба ҳамсамт, ифода меёбад.

Калимаҳои калидӣ: суръати мавҷ, мавҷи сӯзиш, ҳарорати сӯзиш, маҳлули метану ҳаво, гармигунҷоиш, гармигузаронӣ, коэффитсиентҳои диффузия.

B.J.Gulboev

EFFECT OF TEMPERATURE DEPENDENCE OF TRANSFER COEFFICIENT ON THE CHARACTERISTICS OF THE COMBUSTION WAVE OF A METHANE-AIR MIXTURE IN AN INERT POROUS MEDIUM

In this article the effect of the temperature dependence of the transfer coefficient on the characteristics of the stationary wave of filtration combustion methane-air mixture is investigated. The characteristics of the wave are compared taking into account the temperature dependence of the transfer coefficients and without it. It is revealed that for a poor methane-air mixture, the wave velocities are relatively higher at the temperature dependence of the transfer coefficients than at their constantly values. For a stoichiometric mixture, the effect is expressed in the form of a change in the mode of propagation of combustion wave from counter to passing direction.

Key words: *combustion wave, combustion velocity, burning temperature, methane -air mixture, heat capacity, thermal conductivity, diffusion coefficient.*

УДК 81'322::811.222.8::519.25

А.А.Косимов

ОБ ОДНОРОДНОСТИ ОРИГИНАЛА И ЕГО ПЕРЕВОДА

Таджикский технический университет имени академика М.С.Осими

(Представлено академиком НАН Таджикистана З.Х.Рахмоновым 29.07.2021 г.)

На примере модельной коллекции текстов на русском и таджикском языках и их переводов на таджикский и русский языки с помощью γ -классификатора и цифровых портретов, характеризующих в текстах распределения частотности буквенных униграмм, исследуется статистическая “однородность” оригинальных и переводных произведений.

Ключевые слова: *текст, оригинал, перевод, цифровой портрет, идентификация.*

С точки зрения математического моделирования задачи проектирования автоматических систем распознавания плагиата, заимствования, авторства текстовых фрагментов, произведения и его перевода представляет собой грани единого целого, которые различаются, прежде всего, цифровыми портретами, формирующими количественный образ объектов исследований.

В настоящей статье таковым объектом является взаимосвязь двух типов творческой продукции - печатного произведения (оригинала) и его перевода (модели). Переводчик, моделирующий оригинальный текст, отражает в своей модели те или иные свойства оригинала и тем самым между двумя объектами устанавливает в некотором смысле однородность (нечто вроде единства, родства, подобия, сходства и т.п.).

Следующее утверждение представляется вполне естественным отражением взаимосвязи оригинала со своим переводом.

ГИПОТЕЗА *Ю. Произведения и переводы произведений одного автора – “однородные”, а разных авторов – “неоднородные”.*

Для количественного описания “однородности” воспользуемся следующими понятиями, см. [1].

Определение 1. *Алфавит – упорядоченное множество элементов текста.*

Примерами элементов текста могут служить буквы алфавита естественного языка, буквенные N -граммы и слоги, словоформы и словосочетания и многое другое. Для наших целей в качестве элементов алфавита будут использоваться упорядоченные по алфавиту буквенных униграмм.

Определение 2. *Цифровым портретом (ЦП) текста называется распределение частотности элементов алфавита.*

В нашем случае цифровым портретом произведений и их переводов является распределение частотностей буквенных униграмм. В качестве учётных элементов для описания произведений взяты - 33 буквы русского алфавита (а, б, в, г, д, е, ё, ж, з, и, й, к, л, м, н, о, п, р, с, т, у, ф, х, ц, ч, ш, щ, ы, ь, ь, э, ю, я) и

Адрес для корреспонденции: Косимов Абдунаби Абдурауфович. 734042, Республика Таджикистан, г.Душанбе, ул.академиков Раджабовых, 10, Таджикский технический университет. E-mail: abdunabi_kbtut@mail.ru

- 35 букв таджикского алфавита (а, б, в, г, ғ, д, е, ё, ж, з, и, й, й, к, қ, л, м, н, о, п, р, с, т, у, ў, ф, х, х, ч, ч, ш, ь, э, ю, я).

Для количественного описания всех произведений сформирован единый алфавит из 39 букв (а, б, в, г, ғ, д, е, ё, ж, з, и, й, й, к, қ, л, м, н, о, п, р, с, т, у, ў, ф, х, х, ч, ч, ш, ь, э, ю, я, ц, щ, ы, ь), которым в таблице ASCII сопоставлены уникальные числовые коды.

Говорят, что на множестве X элементов произвольной природы введено понятие *расстояния*, если каждой паре элементов x_1 и $x_2 \in X$ соотнесено вещественное число $\rho(x_1, x_2)$ такое, что

1. $\rho(x_1, x_2) \geq 0, \rho(x_1, x_2) = 0$ при $x_1 = x_2$ и если $x_1 = x_2$, то $\rho(x_1, x_2) = 0$,
2. $\rho(x_1, x_2) = \rho(x_2, x_1)$.

Пусть γ – некоторое положительное число.

Определение 3. Пару текстов T_1 и T_2 (будь то оригиналы или переводы) назовём *γ -однородными*, если

$$\rho(T_1, T_2) \leq \gamma, \quad (1)$$

и *γ -неоднородными*, если

$$\rho(T_1, T_2) > \gamma. \quad (2)$$

Неравенства (1), (2) по-существу являются математической моделью гипотезы \mathbb{H}^1 . Очевидно, что от значения γ зависит однородность или неоднородность любой пары текстов, а потому и степень выполнимости гипотезы.

Однородность всех текстов и переводов одного автора в рамках математической модели означает справедливость неравенства (1), а неоднородность любых двух текстов и переводов разных авторов – справедливость неравенства (2). Гипотеза \mathbb{H} может нарушаться для каких-то пар текстов одного и того же автора в случае, когда вместо неравенства (1) имеет место неравенство (2), а также в случае, когда какие-то два произведения двух различных авторов удовлетворяют неравенству (1) вместо того, чтобы выполнялось неравенство (2).

Для конкретной коллекции текстов подсчёт суммарного количества $\tau = \tau(\gamma)$ нарушений гипотезы \mathbb{H} позволяет для фиксированного γ оценить результативность гипотезы величиной π , вычисляемой по формуле

$$\pi = 1 - \tau(\gamma)/L, \quad (3)$$

где L – число взаимных расстояний между всеми парами текстов из коллекции. Из этой формулы следует, что π может принимать значения из отрезка $[0, 1]$, причём $\pi = 0$, если $\tau = L$, и $\pi = 1$, если $\tau = 0$. В первом случае математическая модель оказывается непригодной, а во втором – полностью согласованной с гипотезой \mathbb{H} . В статьях [2, 3] предложен алгоритм для нахождения оптимального γ , при котором π достигает максимального значения.

Модельная коллекция текстов, предназначенная для проверки плодотворности гипотезы \mathbb{H} и её математической модели, была составлена из 6 художественных произведений

¹ В исследованиях З.Д.Усманова она названа γ -классификатором.

на таджикском языке

А.Фирдоуси “Рустам ва Сӯхроб” (АФ, Р&С_tj, 165 Кб),

А.Фирдоуси “Бежан ва Манижа” (АФ, Б&М_tj, 150 Кб),

М.Турсунзода “Ҳасани аробакаш” (МТ, ХА_tj, 93 Кб),

М.Турсунзода “Ҷони ширин” (МТ, ЧШ_tj, 21 Кб),

С.Айни “Дохунда” (СА, Д_tj, 752 Кб),

С.Айни “Марги Судхӯр” (СА, МС_tj, 524 Кб) и

на русском языке

А.Фирдоуси “Сказ о Сохрабе” (АФ, Р&С_ru, 189 Кб),

А.Фирдоуси “Сказ о Бижене и Мениже” (АФ, Б&М_ru, 169 Кб),

М.Турсунзода “Ҳасани аробекеш” (МТ, ХА_ru, 93 Кб),

М.Турсунзода “Дорогая моя” (МТ, ЧШ_ru, 22 Кб),

С.Айни “Дохунда” (СА, Д_ru, 619 Кб),

С.Айни “Смерть ростовщика” (СА, МС_ru, 465 Кб).

Для авторов и их произведений приняты обозначения, указываемые в скобках: первые две буквы – это инициалы авторов, вторые – шифры текстов, третьи – информация о объёмах произведений в килобайтах.

Обработка статистического материала включала в себя 4 этапа.

Этап 1. Создание компьютерной программы и вычисления с её помощью цифровых портретов произведений, то есть распределений частотности буквенных униграмм по отдельности для всех упомянутых в предыдущем пункте текстов.

Этап 2. Создание компьютерной программы и вычисления с её помощью парных расстояний между цифровыми портретами произведений.

Этап 3. Настройка γ -классификатора. Существо настройки заключалась в том, чтобы определить такое значение вещественного параметра γ , при котором достигается максимальное значение критерия “ γ - однородности” произведений. После чего устанавливается оценка π плодотворности гипотезы \mathbb{H} и её математической модели или же распознавания степени однородности оригинальных и переводных произведений.

Этап 4. Обсуждение полученных результатов и заключение о приемлемости гипотезы \mathbb{H} и γ -классификатора.

На этапе 1 для каждого произведения вычислялся цифровой портрет

$$\begin{array}{l} \bar{N} : \quad 1 \quad 2 \quad \dots \quad 39 \\ P : \quad P_1 \quad P_2 \quad \dots \quad P_{39} \end{array}$$

в котором первая строка – номера букв, расположенных в алфавитном порядке, а вторая – относительные частоты встречаемости букв в тексте T , причём $\sum_{k=1}^{39} p_k = 1$.

Цифровой портрет представляется также в виде дискретной функции

$$F(s) = \sum_{k=1}^s p_k \quad (s = 1, \dots, 39). \quad (1)$$

Пусть T_1, T_2 – произвольная пара элементов из модельной коллекции и

$$F^{(\alpha)}(s) = \sum_{k=1}^s p_k^{(\alpha)}$$

соответствующие им дискретные функции, $\alpha = 1, 2$ и $s = 1, \dots, 39$.

На этапе 2 используется

Определение 4. Расстояние $\rho(T_1, T_2)$ между текстами T_1 и T_2 - суть расстояние между их цифровыми портретами, определяемое по формуле, [2]:

$$\rho(T_1, T_2) = \sqrt{39/2} \max_s |F^{(1)}(s) - F^{(2)}(s)|.$$

По этой формуле подсчитаны 66 расстояний, значения которых показаны в таблице 1.

Таблица 1

Расстояния между цифровыми портретами произведений

Автор (Произведе- ния)	АФ				МТ				СА			
	Р&С (tj)	Б&М (tj)	Р&С (ru)	Б&М (ru)	ХА (tj)	ЧШ (tj)	ХА (ru)	ЧШ (ru)	Д (tj)	МС (tj)	Д (ru)	МС (ru)
АФ	Р&С (tj)											
	Б&М (tj)	0.029										
	Р&С (ru)	0.533	0.528									
	Б&М (ru)	0.516	0.523	0.047								
МТ	ХА (tj)	0.109	0.118	0.524	0.529							
	ЧШ (tj)	0.124	0.139	0.420	0.427	0.115						
	ХА (ru)	0.467	0.471	0.066	0.054	0.478	0.376					
	ЧШ (ru)	0.497	0.504	0.082	0.066	0.511	0.409	0.043				
СА	Д (tj)	0.160	0.152	0.573	0.556	0.065	0.160	0.507	0.536			
	МС (tj)	0.189	0.171	0.574	0.564	0.094	0.165	0.513	0.545	0.036		
	Д (ru)	0.478	0.473	0.080	0.058	0.473	0.371	0.050	0.049	0.519	0.520	
	МС (ru)	0.498	0.492	0.086	0.063	0.489	0.385	0.045	0.044	0.538	0.539	0.039

На этапе 3 по алгоритму, опубликованному в статье [3], создана программа, с помощью которой на основе данных таблицы 1 вычислен полуинтервал оптимальных значений параметра γ :

$$\gamma \in [0.043; 0.044), \quad (4)$$

означающий, что для любого γ из этого полуинтервала суммарное число τ нарушений неравенств (1) и (2) становится минимальным, равным для модельной коллекции текстов числу 14 (ячейки нарушений упомянутых неравенств в таблице 1 отмечены серым цветом).

Далее по формуле (3), в которую нужно подставить $\tau = 14$ и $L = 66$, получаем, что качество γ -классификатора для значений γ из полуинтервала (4) оценивается величиной $\pi = 0.79$.

Заклучение. Таким образом, для рассматриваемой коллекции текстов математическая модель (γ -классификатор) подтверждает гипотезу III с точностью 79%. В этой связи интересно выяснить, какого рода ошибки не позволяют достигнуть максимального результата.

Обратимся, прежде всего, к неравенству (1). Оно означает однородность двух текстов, расстояние между которыми не больше γ . Согласно гипотезе этому условию должны удовлетворять расстояния между всеми произведениями и переводами одного автора. Авторы у нас трое, у каждого - по 2 произведения и по 2 перевода его произведений. Следовательно, контролировать нужно 6 расстояний для каждого автора и 18 – для трёх авторов. Как показывает таблица 1 для С.Айни (СА) расстояния в 4-х ячейках, закрашенных серым цветом, не удовлетворяют неравенству (1); у А.Фирдоуси (АФ) и М.Турсунзода (МТ) таких ячеек по 5. Итого, из 18 расстояний 4 (22.2%) удовлетворяют и 14 (77.8%) не удовлетворяют неравенству (1). Это слишком скромный результат для того, чтобы считать неравенство (1) подходящей моделью для описания гипотеза III.

Иная картина с выполнением неравенства (2). Согласно гипотезе этому условию должны удовлетворять расстояния между всеми произведениями и переводами разных авторов. Таких расстояний 48. Отметим, что для всех (без исключений) расстояний полностью подтвердилась гипотеза III, таким образом, оно выполняется 100%.

И хотя итоговый результат выглядит удовлетворительным, в дальнейшем необходимо будет заняться уточнением гипотезы III и последующей модернизацией её математической модели.

Научная работа в данном направлении, а также настоящая статья, были начаты под руководством академика Усманова Зафара Джураевича.

Поступило 29.07.2021 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Усманов З.Д. Автоматический поиск и статистические закономерности множества анаграмм – Издательство “Дониш”, 2020, 81 с.
2. Усманов З.Д. Классификатор дискретных случайных величин – ДАН РТ, 2017, т.60, № 7-8, с. 291-300.
3. Усманов З.Д. Алгоритм настройки кластеризатора дискретных случайных величин – ДАН РТ, 2017, т.60, № 9, с. 392-397.

А.А.Косимов

ТАВСИФИ ЯГОНАГИИ МАТНҲОИ АСЛӢ ВА ТАРЧУМАИ ОНҲО

Донишгоҳи техникии Тоҷикистон ба номи академик М.С.Осимӣ

Маҷмӯи амсилаи матнҳо бо забонҳои тоҷикӣ ва русӣ, ки иборат аз 12 асарҳои 3 муаллифон мебошанд дида баромада шудааст. Барои ҳар як асар симои рақамӣ гузошта шуд, ки қатори басомади униграмҳои ҳарфӣ дар матнро тавсиф медиҳанд. Самаранокии татбиқи γ -таснифгар барои муайян кардани ягонагии матнҳои аслӣ ва тарҷумаи онҳо муқаррар карда шуд.

Калимаҳои калидӣ: забони русӣ, забони тоҷикӣ, матн, басомади вохӯрӣ, таснифгар, муайянкунӣ.

A.A.Kosimov

DEFINITION OF UNIFORMITY OF ORIGINALS AND TRANSLATION OF TEXT

M.S.Osimi Tajik Technical University

A model collection of texts in Tajik and Russian is considered, composed of 12 text by 3 authors. Each text is associated with a digital portrait characterizing the distribution of the frequency of the letter unigrams in the texts. The effectiveness of applying the γ -classifier for identifying uniformity of originals and translations of text is established.

Key words: *Russian language, Tajik language, text, frequency, classifier, identification.*

УДК 523.532

Член-корреспондент НАН Таджикистана Г.И.Кохирова, Ф.Дж.Рахматуллаева, М.Хусарик*,

А.В.Иванова^{*, **, ***}, С.А.Борисенко^{**}

КВАЗИСИНХРОННЫЕ НАБЛЮДЕНИЯ АСТЕРОИДА (6478) GAULT В ТАДЖИКИСТАНЕ И СЛОВАКИИ

*Институт астрофизики НАН Таджикистана,***Астрономический институт Словацкой академии наук, Братислава, Словакия,****Главная обсерватория НАН Украины, Киев, Украина,*****Астрономическая обсерватория**Киевского национального университета им.Т.Шевченко, Киев, Украина*

В работе представлены результаты квазисинхронных оптических наблюдений астероида (6478) Gault, проведенных на телескопе Цейсс-1000 Международной астрономической обсерватории Санглох Института астрофизики НАНТ и телескопах 1.3-м и 0.61-м обсерватории Скальнато Плесо Астрономического института Словацкой академии наук в августе-октябре 2020 г. Объект эпизодически проявляет признаки кометной активности и поэтому классифицируется как активный астероид Главного пояса. Определен видимый и абсолютный блеск астероида в полосах BVR, на основе показателей цвета предположен минералогический состав астероида. Средний диаметр астероида по нашим оценкам составил 2.8 км. В период наблюдений активность астероида не выявлена.

Ключевые слова: астероид, фотометрия, блеск, диаметр.

В в е д е н и е

В настоящее время в астрономии изучение активных астероидов Главного пояса является одной из актуальных задач. По динамическим свойствам такие объекты являются астероидами, однако эпизодически они проявляют признаки кометной активности в виде комы и хвостов, не свойственной истинным астероидам, вследствие чего их называли активными астероидами [1]. На сегодняшний день известно свыше 25 активных астероидов Главного пояса, большинство из них остаются малоизученными [2]. Между тем исследование таких объектов позволит осознать изменчивость состояния Солнечной системы и даже прояснить проблему происхождения воды на Земле [3]. В этой связи необходимо исследовать такие объекты с целью определения их истинной природы и происхождения, а также выявления причин такой активности.

Ак т и в н ы й а с т е р о и д (6 4 7 8) G a u l t

Астероид (6478) Gault открыт в 1988 г. американскими астрономами Керолин и Юджином Шумейкер и назван в честь известного планетолога Дональда Голта [4]. Большая полуось орбиты и эксцентриситет астероида равны соответственно 2.305 а.е. и 0.1936, вследствие этого он включен в семейство Фокеи из Главного пояса астероидов, происхождение которого, предположительно, связано с объектами пояса Койпера [5]. Семейство Фокеи объединяет небольшую группу астероидов

Адрес для корреспонденции: Кохирова Гулчехра Исроиловна. 734042, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Бухоро, 22, Институт астрофизики НАНТ. E-mail: kokhirova2004@mail.ru

Главного пояса, орбиты которых имеют большие полуоси, лежащие в промежутке от 2.25 до 2.50 а.е. и эксцентриситеты более 0.1.

Основные орбитальные характеристики астероида [6] приведены в табл. 1, где a – большая полуось, q , Q – перигелийное и афелийное расстояния, e – эксцентриситет, i – наклонение, ω – аргумент перигелия, Ω – долгота восходящего узла, T_j – критерий Тиссерана, P – период обращения. Как видно из табл.1, согласно критерию Тиссерана ($T_j > 3.12$) астероид движется по типичной астероидной орбите.

Таблица 1

Основные параметры орбиты астероида (6478) Gault

Объект	a , а.е.	e	q , а.е.	Q , а.е.	i , град.	ω , град.	Ω , град.	T_j	P , годы
6478	2.305	0.193	1.859	2.751	22.81	183.535	83.179	3.46	3.36

Астероид 6478 проявляет эпизодическую вспышечную активность на протяжении нескольких лет наблюдений. По этой причине он включен в группу активных астероидов Главного пояса [2]. В 2018-2019 гг. у 6478 наблюдалась достаточно высокая активность [7-9]. Кометная активность астероида 6478 выявлена также из архивных снимков, начиная с 2013 г., когда вспышки происходили на расстоянии 2.68 а.е. вблизи афелия орбиты [10]. Это стало основанием для предположения, что активность астероида не связана с процессом сублимации летучих веществ, усиливающимся в перигелии орбиты, а происходит из-за сильного вращения тела [10]. Оценка периода вращения астероида 6478 на сегодняшний день составляет 2.5 часа, что является достаточно коротким периодом, близким к пределу спинового барьера [11]. Используя наблюдения астероида в августе 2020 г., когда у астероида отсутствовала пылевая кома, подтвердили значение периода вращения и показали его соответствие критическому периоду вращательной нестабильности непрочного (хрупкого) шара с объемной плотностью 1.7 г/см³.

В 2020 г. по результатам ряда наблюдений 6478 показано, что признаки кометной активности у объекта отсутствовали [11-13]. Для подтверждения этого и использования возможности более надежного определения физических параметров астероида 6478 и, особенно, его размера в отсутствии пылевой комы, мы провели в 2020 г. новые квазисинхронные наблюдения объекта.

Наблюдения, обработка и результаты

Наблюдения астероида 6478 были проведены на телескопе Zeiss-1000 Международной астрономической обсерватории Санглох (МАОС) Института астрофизики Национальной академии наук Таджикистана и на 1.3-м и 0.61-м телескопах обсерватории Скальнато Плесо Астрономического института Словацкой академии наук.

Телескоп Цейсс-1000 МАОС (Таджикистан). Телескоп на обсерватории Санглох снабжен ПЗС камерой FLI Proline PL16803 (4096×4096 пикселей, размер пикселя 9 микрон). Для наблюдений использовались стандартные широкополосные фильтры V и R системы Джонсона-Козинса. Для увеличения показателя сигнал/шум изображений применялось бинирование 4×4, в этом случае масштаб снимков составил 0.579"/пиксель при поле размером 10'×10'. Для уменьшения уровня шумов ПЗС камеру охлаждали до температуры -20°C.

Телескопы 1.3-м и 0.61-м на Скальнато Плесо (Словакия). ПЗС матрицы FLI Proline 230 и SBIG-ST-10XME с разрешениями 0.57 и 1.07"/пиксель (при биннинге 2×2) и полем зрения 9.8'×9.7' и 19'×13', применялись для 1.3-м и 0.61-м телескопов соответственно. Для наблюдений использовались стандартные широкополосные фильтры В, V и R системы Джонсона-Козинса.

Полученный фотометрический материал обрабатывался по стандартной процедуре с использованием кадров «Dark», «Flat» и «Bias». Фотометрическая обработка снимков проведена с использованием программ, написанных под программное обеспечение IDL. Для отождествления опорных звезд использовался каталог APASS [14]. Все опорные звезды проверялись на переменность. Измерения изображений выполнены апертурой радиусом $\rho=5.07''$, проекция которого на небесную сферу соответствует 4666 км.

Дата и время наблюдений астероида в долях суток мирового времени, r , Δ – гелио- и геоцентрические расстояния астероида, ph – фазовый угол астероида [15], количество экспозиций N и использованные фильтры, время экспозиции t , а также название телескопа, с помощью которого получены изображения, приведены в табл. 2. Суммарный снимок астероида 6478 в фильтре R приведен на рис. 1.

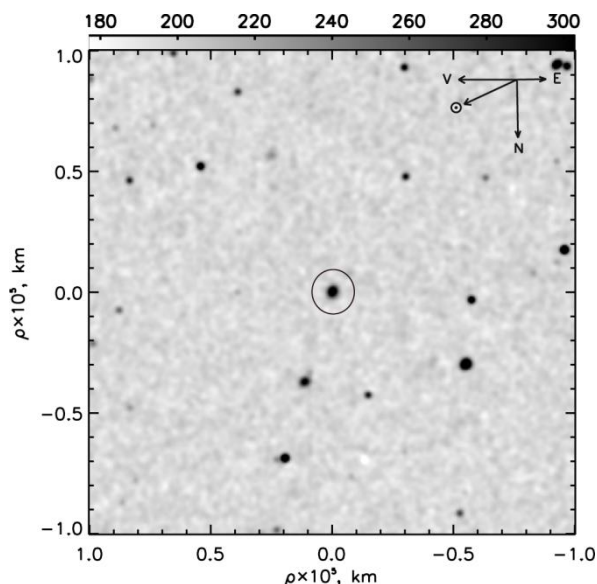


Рис. 1. Изображения астероида (6478) Gault, полученные в R фильтре в обсерватории Санглох 23 сентября 2020 г.

Таблица 2

Журнал наблюдений астероида (6478) Gault в обсерваториях Скальнато Плесо (СП) и Санглох (С)

2020,UT	r , а.е.	Δ , а.е.	ph , град.	N /Фильтр	t , с	Телескоп
Август 20.71	2.196	1.370	19.4	10V, 10R	240	1.3-м (СП)
Август 23.72	2.203	1.351	18.2	10V, 10R	240	1.3-м (СП)
Сентябрь 21.70	2.266	1.268	3.8	14V, 14R	240	0.61-м (СП)
Сентябрь 22.71	2.268	1.269	3.2	38R	90	Цейсс-1000 (С)
Сентябрь 23.72	2.270	1.270	2.6	40R	90	Цейсс-1000 (С)
Сентябрь 24.70	2.272	1.271	2.0	37V, 35R,	90	Цейсс-1000 (С)
Октябрь 9.70	2.307	1.331	6.8	12B, 12V, 12R	240	0.61-м (СП)

В результате анализа фотометрических данных получен видимый блеск m астероида 6478 в BVR фильтрах за весь период наблюдений, значения которого представлены в табл. 3. Кривая блеска за три ночи наблюдений на Санглохе (22-24 сентября 2020 г.) приведена на рис. 2, где по оси абсцисс указана дата в юлианских днях и по оси ординат – видимый блеск в фильтре R . Для сравнения на рис. 3 приведена кривая видимого блеска астероида в фильтре R , построенная по наблюдениям 27 августа 2020 г. [11]. Как видно из рис. 2 и 3, вариации яркости астероида за ночь показывают несколько (четыре или пять) небольших пиков, все с малыми амплитудами. Эти небольшие кратковременные изменения яркости могут быть следствием вариаций альбедо, локальных топографических отклонений от симметрии (т. е. «комков» на поверхности) или комбинацией этих фактов.

Таблица 3

Видимый и абсолютный блеск (зв. вел.), показатели цвета и диаметр астероида (6478) Gault по наблюдениям в обсерваториях Скального Плесо и Санглох в 2020 г.

2020, UT	m_B	m_V	m_R	H_R	H_V	$B-V$	$V-R$	D , км
Август 20.71	19.08±0.03	18.24±0.02	17.96±0.02	14.42±0.02	14.87±0.02	0.84±0.035	0.45±0.02	3.01±0.03
Август 23.72	-	18.22±0.02	17.76±0.02	14.45±0.02	14.91±0.02	-	0.46±0.02	2.95±0.03
Сентябрь 21.70	-	17.54±0.02	17.13±0.02	14.52±0.02	14.93±0.01	-	0.41±0.01	2.93±0.01
Сентябрь 22.71	-	-	17.24±0.16	15.05±0.20	15.49±0.04	-	0.44±0.02*	2.26±0.04
Сентябрь 23.72	-	-	16.97±0.17	14.76±0.09	15.20±0.04	-	0.44±0.02*	2.58±0.04
Сентябрь 24.70	-	17.45±0.09	16.97±0.16	14.74±0.11	15.22±0.08	-	0.48±0.02	2.56±0.09
Октябрь 9.70	18.67±0.04	17.9±0.03	17.49±0.02	14.54±0.02	14.96±0.04	0.76±0.048	0.42±0.03	2.89±0.04

В период наблюдений объект был очень слабым, что не дало возможности построить кривую блеска с высокой точностью, кроме того, по двум фильтрам нельзя построить полную кривую блеска. Однако мы оценили период вращения методом Фурье-анализа данных. На рис.4 приведена периодограмма астероида, результат Фурье-анализа с 3 по 5 порядок показывает, что наиболее вероятный период вращения по кривому блеску астероида составляет около 2.7 часа (указано стрелкой). Характер вариаций блеска, аналогичный с кривой блеска, демонстрирует рис.5, где представлена зависимость фазы вращения астероида 6478 от амплитуды изменения видимого блеска в фильтре R по наблюдениям трех ночей на Санглохе. При построении фазового графика кривой блеска объекта использован найденный нами период вращения 2.695 ± 0.004 часа, а пунктирная линия представляет собой медианное значение данных. Как и в случае кривой блеска, эти данные предполагают наличие 4-5 пиков, а очень маленькие амплитуды кривой блеска согласуются с формой волчка.

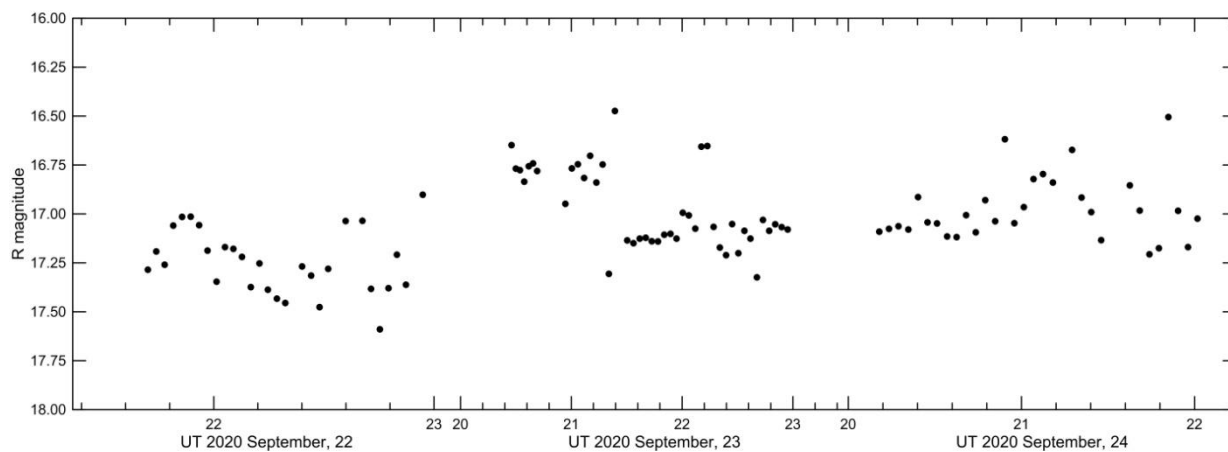


Рис. 2. Кривая видимого блеска астероида (6478) Gault в фильтре R по наблюдениям в обсерватории Сангдох 22-24 сентября 2020 г.

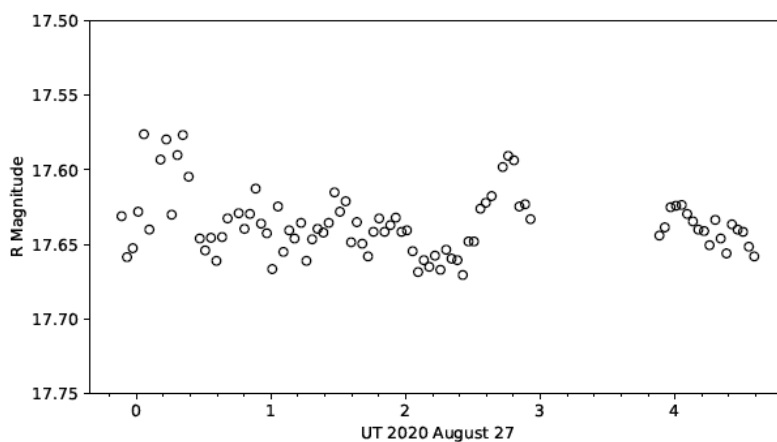


Рис. 3. Кривая видимого блеска астероида (6478) Gault в фильтре R по наблюдениям в обсерватории Ла Палма 27 августа 2020 г. [11].

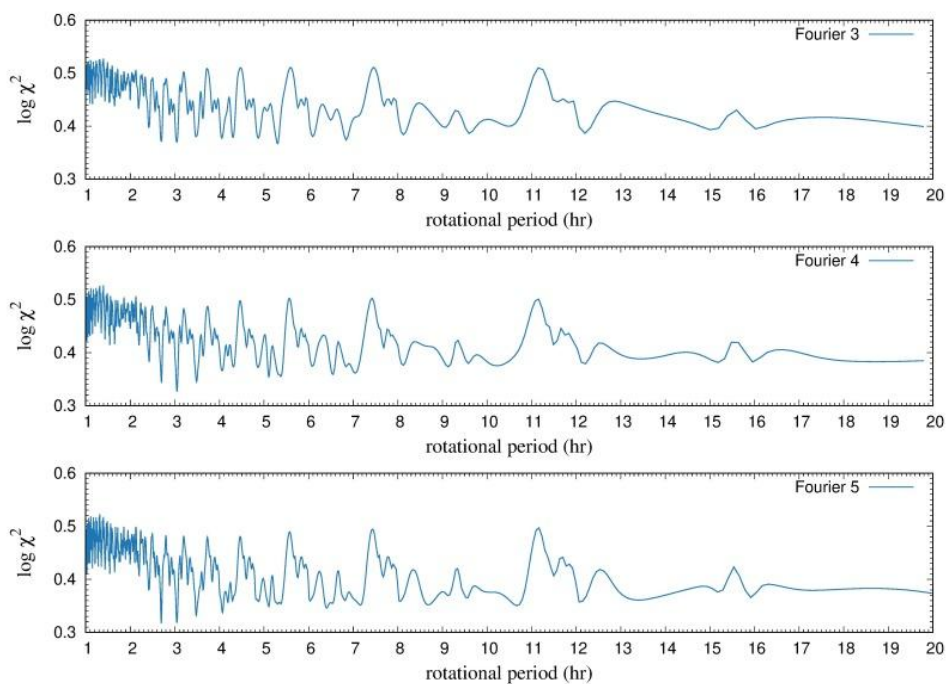


Рис. 4. Периодограмма астероида (6478) Gault.

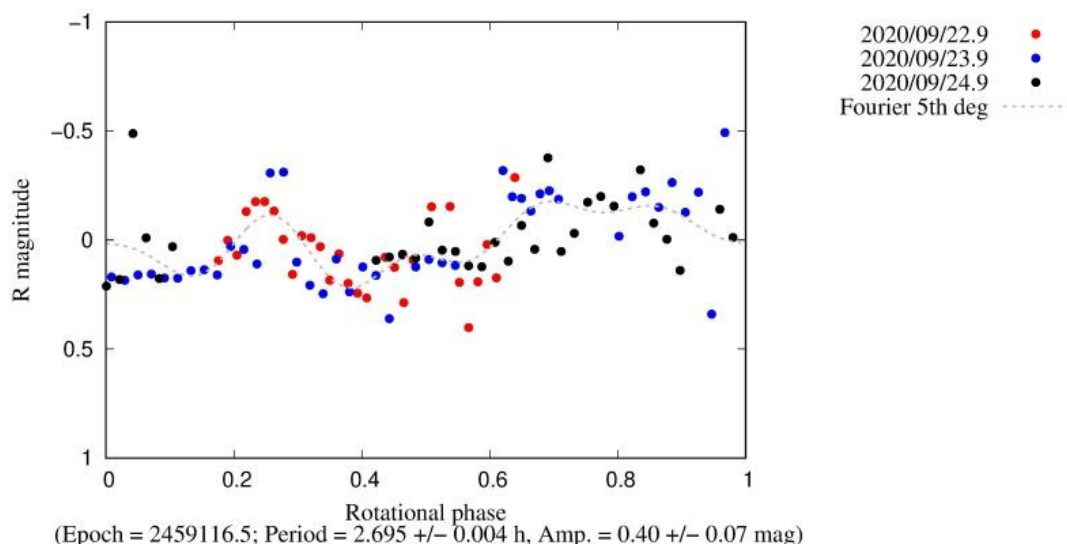


Рис. 5. Зависимость фазы вращения астероида (6478) Gault от амплитуды изменения видимого блеска в фильтре R.

Для учета зависимости блеска астероида от фазового угла [16], видимый блеск m астероида 6478 конвертировался в абсолютный H с использованием эмпирической модели [17] и по следующему соотношению [18], позволяющим более точно описать изменение блеска астероида в диапазоне фазовых углов от 0 до 120 град:

$$H = m - 5 \log(r\Delta) + 2.5 \log[(1-G)\Phi_1 + G\Phi_2],$$

$$\Phi_i = \exp\left[-A_i \left\{ \operatorname{tg}(\beta/2) \right\}^{B_i}\right], \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

где G – параметр наклона, найденный лишь для небольшого числа астероидов, для остальных принято значение $G=0.15$; Φ_1 , Φ_2 – функции угла фазы, $A_1=3.33$, $A_2=1.87$, $B_1=0.63$ и $B_2=1.22$ – коэффициенты, значения которых приведены в [17]. Абсолютный блеск астероида H в фильтрах VR (средние значения за ночь), вычисленный по формуле (1), приведен в табл. 3. Так как 22 и 23 сентября фильтр V в наблюдениях не использовался, для перехода к абсолютному блеску от R в V мы использовали среднее значение, включая ошибку, $(R-V) = 0.44 \pm 0.02$, найденное по наблюдениям в другие ночи и отмеченное в табл. 3 звездочками. По нашим измерениям абсолютный блеск астероида в фильтре R варьирует в пределах 14.42-15.05 (± 0.13) зв. величин, в фильтре V – 14.87-15.49 (± 0.05). По данным других наблюдений в этот же период блеск астероида составлял $H_R=14.631 \pm 0.019$ зв.вел. [12], $H_V=15.0 \pm 0.7$ зв.вел.[11], $H_R=14.397 \pm 0.035$ зв.вел., $H_V=14.81 \pm 0.04$ зв.вел.[13]. По наблюдениям в период март-апрель 2019 г., когда у астероида была зафиксирована повышенная активность, в [19] измерили абсолютный блеск объекта и получили величины $H_V=14.64 \pm 0.04$ и $H_R=14.17 \pm 0.04$. Анализируя и сопоставляя эти данные, можно заключить, что, во-первых, наши измерения блеска согласуются с оценками других наблюдений этого периода, во-вторых, более слабый блеск объекта по сравнению с величинами, полученными в 2019 г., дает основание считать, что наблюдения проведены в период, когда у астероида отсутствовали признаки активности. Кроме того, отметим хорошую совместимость результатов наших квазисинхронных наблюдений, проведенных различными телескопами.

Показатели цвета астероида характеризуют его некоторые физические свойства. С их помощью можно определить таксономический класс, тип и предположительную минералогию объекта. По измерениям [7] получены следующие показатели цвета для 6478: $(B - V) = 0.764 \pm 0.045$, $(V - R) = 0.450 \pm 0.023$ и дана классификация объекта как астероид Q-типа; в [13] найдены показатели цвета, в частности для $(V - R) = 0.419 \pm 0.029$, на этой основе сделано заключение о классификации объекта как астероид S- или Q-типа. Еще один результат определения показателя цвета приведен в работе [9], что также дало основание отнести 6478 к астероидам Q-типа. По нашим измерениям астероид имеет показатели цвета $(B-V)$ в интервале 0.76-0.83 и $(V-R) - 0.41-0.48$ (табл.3). Согласно таксономической классификации Толена [20] такие показатели соответствуют астероидам Q-типа (рис.6). Среди всех астероидных типов спектральные свойства астероидов Q-типа наиболее схожи с метеоритами, состоящими из обыкновенных хондритов. Как правило, их состав характеризуется присутствием оливинов, пироксенов и небольшой примеси металлов.

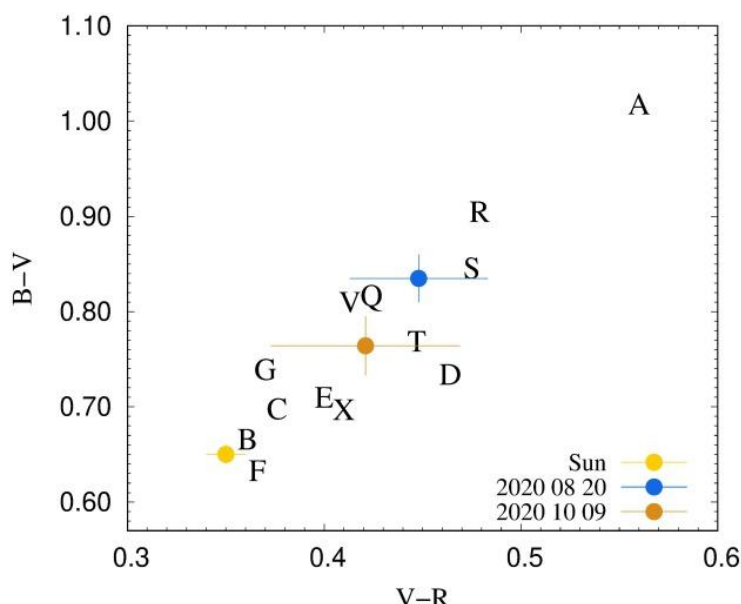


Рис 6. Цветовая диаграмма астероида (6478) Gault. Наши результаты отмечены синим и оранжевыми кружками. Желтым кружком показан цвет Солнца [21]. Результаты для астероидов различных спектральных классов А, В, С, D, F, G, Q, R, S, T, V по данным [22] также приведены на диаграмме.

Для определения диаметра D астероида 6478 были использованы измерения его блеска в фильтре V и следующее соотношение, принятое для оценки размеров астероидов [23]:

$$D = \frac{1329}{\sqrt{p_v} \cdot 10^{0.2H}}, \tag{2}$$

где p_v геометрическое альbedo астероида в фильтре V. Для определения диаметра астероида использовано альbedo $p_v = 0.22$ [8,24,25], принятое в качестве общей величины для астероидов семейства Фокеи.

Оценки диаметра астероида, вычисленные по формуле (2), приведены в табл.3. Как видно, эффективный диаметр, найденный по нашим измерениям, находится в интервале от 2.5 до 3 (± 0.13) км.

Согласно имеющимся оценкам диаметра астероида 6478 в литературе, его размер оценивали, как около 4 км [11,26], 5-6 км [27], почти 6 км при значении альбедо 0.1 [28], 3.9 км при альбедо 0.22 [8] и 2.9 км при альбедо 0.07 [29]. Как видно имеется довольно большой разброс в оценке размера астероида связанный с тем, что в тот период он был активным, и его яркость значительно возросла за счет вклада излучения комы и хвоста. Оценка размера астероида 6478 в 2.8 км (при значении альбедо 0.26) [13] была получена по измерениям наблюдений, проведенных уже в 2020 г. в период отсутствия активности, и она хорошо согласуется с нашими измерениями.

З а к л ю ч е н и е

В результате квазисинхронных оптических наблюдений активного астероида (6478) Gault, проведенных в Таджикистане и Словакии в августе-октябре 2020 г. показано:

- абсолютный блеск астероида составил 14.42-15.05 (± 0.13) и 14.87-15.49 (± 0.11) зв. величин в фильтре R и V , соответственно. По нашим изображениям, полученным через полтора года после проявления повышенной активности, блеск астероида значительно снизился, что дает нам основание заключить, что мы наблюдали его в неактивном состоянии. Наши измерения блеска согласуются с оценками других наблюдений этого периода;

- кривая блеска свидетельствует о неоднородной поверхности астероида, а верхний период вращения астероида составляет 2.7 часа;

- показатели цвета астероида соответствуют астероидам Q-типа, которые по спектральным свойствам наиболее схожи с метеоритами, состоящими из обыкновенных хондритов;

- оценка диаметра астероида по нашим измерениям составляет от 2.5 до 3 (± 0.13) км и хорошо согласуется с оценками других наблюдений в этот же период. С учетом проведения наблюдений в период отсутствия активности астероида, мы считаем эту оценку наиболее достоверной;

- фотометрические данные новых наблюдений подтверждают отсутствие активности у астероида в период мониторинга. Отметим хорошую совместимость результатов наших квазисинхронных наблюдений, проведенных различными телескопами.

Поступило 08.12.2021

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Hsieh H., Jewitt D. Active asteroids: mystery in the Main Belt. – Asteroids, Comets, Meteors. Proceedings IAU Symposium 2006a, No229, pp.425-437.
2. Jewitt D., Hsieh H., Agarwal J. The active asteroids. – Asteroids IV (P. Michel et al., eds.), 2015, University of Arizona Press, Tucson, pp.221-241.
3. Hsieh H., Jewitt D. A Population of Comets in the Main Asteroid Belt. – Science, 2006b, v.312, pp.561-563.
4. https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb_lookup.html#/?sstr=2006478, 2021.
5. Knezevic Z., Milani A. Proper element catalogs and asteroid families. – Astronomy and Astrophysics, 2009, v.403, pp.1165-1173.
6. <http://www.ssd.jpl.nasa.gov>, 2021.
7. Lin Z.-Y., Cheng Y.-L., Vincent J.-B. et al. A study of the physical properties of an active asteroid (6478 Gault). – Publications of the Astronomical Society of Japan (PASJ), 2020, v.72, Issue 5, id.79.

8. Ivanova O., Skorov Yu., Luk'yanyk, I. et al. Activity of (6478) Gault during January 13 – March 28, 2019. – *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society (MNRS)*, 2020, v.496, Issue 3, pp.2636-2647.
9. Borysenko S., Baransky A., Simon A. et al. *Astronomische Nachrichten – Broadband photometry of asteroid 6478 Gault: Activity and morphology.* – *Astronomische Nachrichten*, 2020, v.341, Issue 4, pp.395-401.
10. Chandler C.O., Kueny, J., Gustafsson A. et al. Six Years of Sustained Activity in (6478) Gault. – *The Astrophysical Journal Letters*, 2019, 877(1), L12.
11. Luu J.X., Jewitt D., Mutchler M., Agarwal J. et al. Rotational Mass Shedding from Asteroid (6478) Gault. – *The Astrophysical Journal Letters*, 2021, 910(2), L27.
12. Purdum J., Lin Z.-Y., Bolin B., Sharma K., et al. Time-series and Phase-curve Photometry of the Episodically Active Asteroid (6478) Gault in a Quiescent State Using APO, GROWTH, P200, and ZTF. – *Bulletin of the American Astronomical Society (BAAS)*, 2021, v.53, №7 e-id 2021n7i309p02.
13. Devolege M., Ferrais M., Jehin E. et al. (6478) Gault: physical characterization of an active main-belt asteroid. – *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society (MNRS)*, 2021, v.505, Issue 1, pp. 245-258.
14. Henden, A., Munari, U. The APASS all-sky, multi-epoch BVgri photometric survey. – *Contrib. Astron. Obs. Skalnat Pleso*, 2014, v.43, pp.518-522.
15. <https://www.minorplanetcenter.net>, 2020.
16. Лупишко Д.Ф., Круглый Ю.Н., Шевченко В.Г. Фотометрия астероидов. – *Кинем. физ. неб. тел.*, 2007, т. 23, с. 235-244.
17. Penttila A., Shevchenko V.G., Wilkman O., Muinonen K.H. H,G1,G2 photometric phase function extended to low-accuracy data. – *Planetary and Space Science*, 2016, v. 123, pp. 117-125.
18. Bowell E., Hapke B., Dominigue D. et al. Application of photometric models to asteroids. – In: *Asteroids II*, 1989, University of Arizona Press, Tucson, pp. 524-556.
19. Marsset M., DeMeo F., Sonka A. et al. Active Asteroid (6478) Gault: A Blue Q-type Surface below the Dust? – *The Astrophysical Journal Letters*, 2019, 882(1), L6.
20. Tholen D.J. Asteroid taxonomic classifications. – In: *Asteroids II*, 1989, University of Arizona Press, Tucson, pp. 1139-1150.
21. Willmer C.N. The Absolute Magnitude of the Sun in Several Filters. – *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 2018, v.236, Issue 2, article id. 47, 14 pp.
22. Dandy C.L., Fitzsimmons A., Collander-Brown S.J. Optical colors of 56 near-Earth objects: trends with size and orbit. – *Icarus*, 2003, v.163, Issue 2, pp. 363-373.
23. Harris A.W. On the slow rotation of asteroids. – *Icarus*, 2002, v.156. Issue 1, pp. 184-190.
24. Carruba V. An analysis of the region of the Phocaea dynamical family. – *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2009, v. 398, Issue 3, pp. 1512-1526.
25. Nesvorný D., Broz M., Carruba, V. Identification and Dynamical Properties of Asteroid Families. – In: *Asteroids IV*, 2014, University of Arizona Press, Tucson, pp. 297-321.
26. Sanchez J. A., Reddy V., Thirouin A. et al. – Physical Characterization of Active Asteroid (6478) Gault. – *The Astrophysical Journal Letters*, 2019, 881(1), L6.
27. Carbognani A., Buzzoni A., Stripe G. Physical characterization of the active asteroid (6478) Gault. – *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2021, v.506, Issue 4, pp.5774-5780.
28. Jewitt D., Kim Y., Luu J., Rajagopal J. et al. Episodically Active Asteroid 6478 Gault. – *Astronomical Journal*, 2019, 876: L19, 11 pp.
29. Ferrín I., Fornari C., Acosta A. Secular and rotational light curves of 6478 Gault. – *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2019, v.490, Issue 1, pp.219-230.

Г.И.Кохирова, Ф.Дж.Рахматуллоева, М.Хусарик*, А.В.Иванова^{***,***}, С.А.Борисенко^{**}

МУШОҲИДАҲОИ МУШТАРАКИ АСТЕРОИДИ (6478) GAULT

ДАР ТОҶИКИСТОН ВА СЛОВАКИЯ

Институти астрофизикаи АМИ Тоҷикистон,

**Институти астрономияи АИ Словакия, Братислава, Словакия,*

***Саррасадхонаи астрономии АМИ Украина, Киев,*

****Расадхонаи астрономии ба номи Т.Шевченко ДМК, Украина, Киев*

Дар мақола натиҷаҳои мушоҳидаҳои оптикии астероиди (6478) Gault, ки дар расадхонаҳои байналмилалӣ астрономии Санглохи Институти астрофизикаи АМИТ ва Скалнато Плесои Институти астрономии Академияи илмҳои Словакия гузаронида шудааст, оварда шудаанд. Мушоҳидаҳо бо ёрии телескопҳои Тсейс-1000, 1.3 м ва 0.61 м дар моҳҳои август-октябри с.2020 ба анҷом расидаанд. Астероид (6478) Gault баъзан аломатҳои фаъолияти кометавиро нишон медиҳад ва аз ин рӯ, ҳамчун астероиди фаъол дар тасмаи асосии астероидно тасниф шудааст. Дурахши зоҳирӣ ва мутлақи астероид дар бандҳои BVR муайян карда шуд, дар асоси нишондоди ранг таркиби минералогии астероид пешниҳод шуд. Тибқи таҳлилҳои мо, диаметри миёнаи астероид 2.8 км ташкил медиҳад. Дар давраи мушоҳида фаъолнокии астероид ошкор карда нашудааст.

Калимаҳои калидӣ: астероид, фотометрия, дурахш, диаметр.

G.I.Kokhirova, F.Dzh.Rakhmatullaeva, M.Husarik*, O.V.Ivanova^{***,***}, S.A.Borysenko^{**}

QUASISYNCHRONOUS OBSERVATIONS OF ASTEROID (6478) GAULT IN

TAJIKISTAN AND SLOVAKIA

Institute of Astrophysics of the National Academy of Sciences of Tajikistan,

**Astronomical Institute of the Slovak Academy of Sciences, Bratislava, Slovak,*

***Main astronomical observatory of the National Academy of Sciences of, Kyiv, Ukraine,*

****Astronomical Observatory named after T. Shevchenko Kiev National University, Kyiv, Ukraine*

In this paper the results of quasi-synchronous optical observations of the asteroid (6478) Gault, carried out on the Zeiss-1000 telescope of the Sanglokh Observatory Institute of Astrophysics NAST and the 1.3-m and 0.61-m telescopes of the Skalnato Pleso observatory of the Astronomical Institute of the Slovak Academy of Sciences in August-October 2020 are presented. The object episodically shows signs of cometary activity and therefore is classified as an active asteroid in the Main Belt. The apparent and absolute brightness of the asteroid in the BVR bands was determined, based on the color indices the mineralogical composition of the asteroid was suggested. According to our estimates, the average diameter of the asteroid is 2.8 km. During the observation period the activity of the asteroid was not detected.

Key words: asteroid, photometry, brightness, diameter.

УДК 521.9

Ф.М.Шокириён, А.А.Ибрагимов

ВЛИЯНИЕ ПРЕЦЕССИИ И СОБСТВЕННОГО ДВИЖЕНИЯ ЗВЕЗД НА ТОЧНОСТЬ КОМЕТОЦЕНТРИЧЕСКИХ КООРДИНАТ

Институт астрофизики НАН Таджикистана

(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана Г.И.Кохировой 24.11.2021 г.)

В работе определены кометоцентрические координаты точек плазменного хвоста кометы C/2019 Y4 (ATLAS) с учетом влияния прецессии и собственного движения звезд. Вычисленные относительные ошибки показывают погрешность менее 10%.

Ключевые слова: *прецессия, кометоцентрические координаты, собственное движение звезд, погрешность.*

Кометоцентрические координаты (ξ ; η ; ζ) используются при изучении различных процессов, происходящих в кометах, и сравнении теоретических расчетов с наблюдательными данными, так как вид кометы в картинной плоскости может очень отличаться от параметров в плоскости орбиты. Такими параметрами могут быть: форма, структура и пространственная ориентация кометных хвостов.

Ось ξ направлена вдоль продолженного радиус-вектора кометы, ось η лежит в плоскости орбиты и направлена в сторону, противоположную движению кометы, ось ζ ортогональна к плоскости орбиты (рис. 1.).

Обычно полагают, что хвост кометы лежит в плоскости орбиты, поэтому $\zeta = 0$. Об этом свидетельствуют многие работы, в частности в [1] по многочисленным фотографиям исследованы оси плазменных хвостов комет Daniel 1907d, Morehouse 1908c и Brooks 1911c, которые действительно лежат в плоскости орбиты или очень близко расположены к ней. То же самое можно сказать и в случае пылевых хвостов [2].

В специализированной литературе по астрономии приводится ряд методов определения кометоцентрических координат перспективным проектированием [3, 5].

В [3] проведен анализ некоторых работ с точки зрения объема математических действий (числа решаемых уравнений).

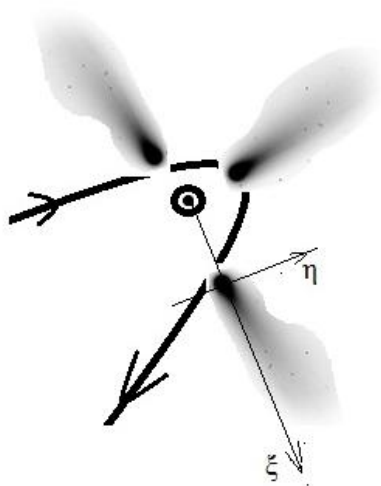


Рис. 1. Кометоцентрические координаты в плоскости орбиты.

Таблица 1

Число математических действий при вычислении кометоцентрических координат

Метод	Число операций
Бесселя-Бредихина	50-90
Копфа Л.	23-50
Орлова А.Я.	35-65
Орлова С.В.	40-70
Моисеева Н.Д.	20-70
Всехсвятского С.К.	35-55
Штумпфа П.	14-94

В более поздних работах [4, 5], в качестве достоинства разработанных методов приводится отсутствие необходимости определения квадранта углов, основанное на преобразовании с помощью матриц картинной плоскости в плоскость орбиты. Количество математических действий не существенно, поскольку используется ЭВМ.

Таким образом, основным критерием для выбора того или иного метода будет являться его точность. В [4] точность проектирования определяется значением угла между лучом зрения и нормалью к плоскости орбиты. При увеличении этого угла точность снижается и при равенстве 90° становится неопределенной или очень ненадежной. Данная степень ошибки относится и к другим предлагаемым методам прямого и обратного перспективного проектирования, то есть значением угла между картинной плоскостью неба и плоскостью орбиты кометы. В [3] приведены пределы $0^\circ-85^\circ$ и $95^\circ-180^\circ$, при которых можно вести исследования по определению типа хвостов. В [5] приведены результаты сопоставления вычисленных значений кометоцентрических координат комет 1910 I, 1901 I и 1858 VI Донатти несколькими методами и отмечено о достаточной точности разработанного метода. Штумпф [6] предлагает метод перспективного проектирования изображения кометы на плоскость орбиты и применяет для исследования изображений кометы Морхауза (1908 III). Результаты сравниваются с полученными ранее данными по методу Моисеева [7].

Добровольский О.В. [8], отмечая метод Штумпфа как наиболее удобный, оценил относительную погрешность полученных кометоцентрических координат в плоскости кометной орбиты ζ

и η по ошибкам определения кометоцентрических координат в картинной плоскости ξ_0 и η_0 и углов χ и ψ . Здесь χ – угол между ξ и ξ_0 , ψ – угол между η и η_0 (рис. 2).

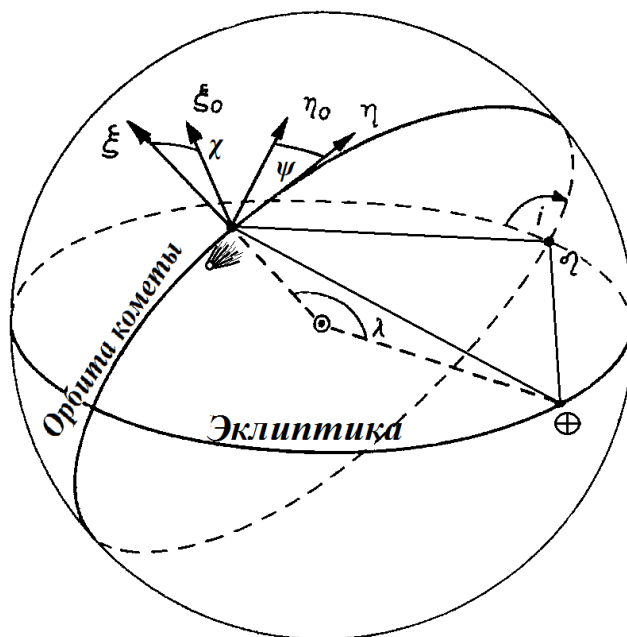


Рис. 2. Кометоцентрические координаты по методу Штумпфа.

Оценка показывает, что при увеличении углов χ и ψ относительные ошибки $\Delta\xi$ и $\Delta\eta$ достигают большей величины. Для общего случая, когда заданы точные элементы орбиты, относительные погрешности $\Delta\chi$ и $\Delta\psi$ того же порядка, что и исходные. Значения кометоцентрических координат становятся неопределенными при $\chi=0$ и $\psi=0$ или $\chi=180^\circ$ и $\psi=180^\circ$, то есть, когда комета находится в соединении или противостоянии и направление движения близко к лучу зрения.

В [9, 10] приводятся условия увеличения точности в методе Штумпфа [6] при определении центра фотометрического ядра и угла совмещения прямоугольных и кометоцентрических координат.

В [5] приводится метод расчета собственного движения звезд по Блажко [11]. Однако результат влияния учета прецессии и собственных движений звезд не показан.

В данной работе рассматривается учет влияния прецессии и собственного движения звезд на определение кометоцентрических координат по методу Штумпфа [6].

Вследствие прецессии изменяются экваториальные координаты, причем изменение происходит, в основном, в значение прямого восхождения ($\Delta\delta \rightarrow 0$). Наиболее простой способ вычисления прецессии приводится в [12]:

$$\begin{cases} \alpha = \alpha_0 + (m + n \sin \alpha_0 \operatorname{tg} \delta_0) \cdot \Delta t \\ \delta = \delta_0 + (n' \cos \alpha_0) \cdot \Delta t \end{cases}, \tag{1}$$

где α_0 и δ_0 – экваториальные координаты на эпоху каталога, α и δ – экваториальные координаты на момент наблюдения, m , n и n' – табличные данные [12], Δt – разница между эпохой каталога и эпохой наблюдения.

Таким образом, с помощью формулы (1) были определены координаты Солнца, кометы C/2019 Y4 (ATLAS) и опорных звезд, исследовано влияние прецессии на точность определения кометоцентрических координат, результаты приведены в табл. 2.

Таблица 2

Абсолютные ошибки определения кометоцентрических координат кометы C/2019 Y4 (ATLAS) с учетом прецессии

Дата дд/мм/гг	$\Delta\xi$, а.е.	$\Delta\eta$, а.е.
20.6994 /04 /2020	0.00002	0.00007
21.6652 /04 /2020	0.00002	0.00007
22.7131 /04 /2020	0.00005	0.00009
23.6326 /04 /2020	0.00002	0.00006

Изменение координат происходит и вследствие собственного движения звёзд [13]. Собственные движения звёзд являются скоростями изменения их координат:

$$\begin{cases} \mu_\alpha = \frac{d\alpha}{dt} \\ \mu_\delta = \frac{d\delta}{dt} \end{cases}$$

где μ_α – собственное движение по прямому восхождению, μ_δ – собственное движение по склонению.

По традиции, вызванной удобством использования и сравнения с μ_δ , вместо величины μ_α используют нормированную к большому кругу величину μ_α^* , которая и приводится в электронной и в печатной версиях каталогов:

$$\mu_\alpha^* = \mu_\alpha \cos \delta.$$

Влияние учета собственного движения звезд на определение кометоцентрических координат производится по формулам системы (2):

$$\begin{cases} \alpha = \alpha_0 + \mu_\alpha^* \Delta t \\ \delta = \delta_0 + \mu_\delta \Delta t \end{cases} \quad (2)$$

Таблица 3

Абсолютные ошибки определения кометоцентрических координат кометы C/2019 Y4 (ATLAS) с учетом собственных движений звезд

Дата дд/мм/гг	$\Delta\xi$, а.е.	$\Delta\eta$, а.е.
20.6994 /04 /2020	0.0000009	0.0000024
21.6652 /04 /2020	0.0000006	0.0000018
22.7131 /04 /2020	0.0000061	0.0000147
23.6326 /04 /2020	0.0000028	0.0000079

Разброс значений вычисленных абсолютных ошибок связан с точностью определения протяженного фотометрического ядра. Согласно [14, 15], точность экваториальных координат оценивается диапазоном $7 \cdot 10^{-8} - 1.4 \cdot 10^{-6}$ рад/год, а собственных движений звезд $5 \cdot 10^{-9} - 5 \cdot 10^{-8}$ рад/год. То

есть, если выразить полученные абсолютные ошибки в этих же единицах, то для максимальной погрешности вычисленных значений (табл. 2, 3) получим $9.69 \cdot 10^{-7}$ рад/год.

Заключение. Исследование влияния учета прецессии и собственного движения звезд при определении кометоцентрических координат по методу Штумпфа показывает, что максимальная относительная погрешность составляет менее 10%.

Авторы выражают признательность члену-корреспонденту НАНТ, д.ф.-м.н. Кохировой Г.И. за ценные советы и замечания.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Mammano A., Wurm K. Investigations concerning the tail axes of comets – Icarus, 1965, v. 4, pp. 1-7.
2. Belton M. J. S. Some characteristics of Type II Comet Tails and the Problem of the Distant Comets. – AJ, 1965, v. 70, N 7, pp. 451-466.
3. Деменко А.А. О типах хвостов комет: Дисс. к. ф.-м. н. – Киев, 1965, 237 с.
4. Таращук В.П. Проектирование изображений комет на плоскость орбиты. – *Астрономия и астрофизика*, 1970, № 11, с. 76-81.
5. Коноплева В.П., Розенбуш В.К. Перспективное проектирование изображений комет на плоскость орбиты. – *Астрометрия и астрофизика*, 1974, № 22, Киев. с. 61-69.
6. Stumpff P. Uber die Projektion von beobachteten Schweifpunkten auf die Ebene der Kometenbahn. – A.N., 1956, band 283, pp. 245-248.
7. Моисеев Н.Д. О вычислении кометоцентрических координат частицы кометного хвоста. – *Письма в АЖ*, 1924, № 1-2, с. 79-86.
8. Добровольский О.В. *Кометы*. – М.: Наука, 1966, 288 с.
9. Ибрагимов А.А. Определение скорости солнечного ветра по наблюдениям плазменных хвостов комет. – *ДАН РТ*, 2020, т. 63, № 5-6, с. 343.
10. Ибрагимов А.А. Определение скорости солнечного ветра по измерениям точек оси плазменного хвоста кометы C/2019 Y4 (ATLAS). – *Изв. НАНТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н.*, 2021, № 2(183), с. 66-71.
11. Блажко С.Н. *Курс сферической астрономии*. – М.-Л.: ОГИЗ, 1948, 217 с.
12. Duffett-Smith P., Zwart J. *Practical astronomy with your calculator or spreadsheet*. – Cambridge University Press, 2011, 235 p.
13. Цветков А.С. *Руководство по практической работе с каталогом Hipparcos*. – Учебно-метод. пособие, СПб., 2005, 104 с.
14. Бобылев В.В., Бронникова Н.М., Шахт Н.А. Собственные движения 59 766 звезд, абсолютизированные с использованием галактик, в 149 площадках неба (PUL2). – *Письма в АЖ*, 2004, т. 30, №7, с. 519-529.
15. Витязев В.В., Цветков А.С. Систематические разности положений и собственных движений звезд каталогов PRMXL и UCAC4. – *Письма в АЖ*, 2015, т. 41, №7, с. 350-366.

Ф.М.Шокириён, А.А.Ибрагимов

**ТАЪСИРИ ПРЕТСЕССИЯ ВА ҲАРАКАТИ ХУСУСИИ СИТОРАҲО БА
САҲЕҲИИ КООРДИНАТАҲОИ КОМЕТАМАРКАЗ**

Институти астрофизикаи АМИ Тоҷикистон

Таъсири претсессия ва ҳаракати хусусии ситораҳо ба саҳеҳии координатҳои кометомарказ аз рӯи мушоҳидаи кометай C/2019 Y4 (ATLAS) тадқиқ шудааст. Натиҷаҳои гирифташуда ҳатогии нисбии хурдро аз 10% -ро нишон доданд.

Калимаҳои калидӣ: претсессия, координатаи кометомарказ, ҳаракати хусусии ситораҳо, саҳеҳӣ.

F.M.Shokiriyon, A.A.Ibragimov

**INFLUENCE OF PRECESSION AND PROPER MOTION OF STARS ON THE
ACCURACY OF COMETOCENTRIC COORDINATES**

Institute of Astrophysics of the National Academy of Sciences of Tajikistan

In this paper, the cometocentric coordinates of the points of the plasma tail of comet C/2019 Y4 (ATLAS) taking into account the influence of precession and the proper motion of stars are determined. The calculated relative errors, show an error of less than 10%.

Key words: precession, cometocentric coordinate, stellar proper motion, accuracy.

УДК 547+6П7.55

У.Дж.Рахимова, М.Х.Эгамов*

ВИДОИЗМЕНЕНИЯ СТРУКТУРЫ ПОЛИМЕРНО-ЖИДКОКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛЁНОК ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ ПОЛЯРИЗАТОРОВ

*Таджикский государственный университет права, бизнеса и политики,***Худжандский научный центр НАН Таджикистана**(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана Т.Х.Салиховым 08.08.2021 г.)*

Исследовались изменения граничных условий, ориентационной структуры и анизотропии светопропускания полимерно-жидкокристаллических композитов, модифицированных поверхностно-активным веществом, в зависимости от состава композита и степени растяжения образцов. Определены оптические характеристики пленок (степени поляризации, пропускание и поглощение, оптическая плотность и дихроизм) пленки при перпендикулярном и параллельном расположении электрического вектора светового излучения, падающего на образец, и оси ориентации пленки. Установили, что поляризационные характеристики одноосно вытянутых пленок будут тем выше, чем выше степень ориентации макромолекул, а следовательно – чем выше дихроичное отношение.

Ключевые слова: *полимеры, жидкие кристаллы, анизотропия светопропускания, одноосная деформация, спектры поглощения и пропускания, поляризатор.*

Вопрос о возможности создания новых типов оптических поляризаторов, функционирующих на основе эффектов отражения и преломления света на границе двух прозрачных диэлектриков, до сих пор остается открытым. Широко известные призмные поляризаторы имеют ограниченный диапазон применений, прежде всего из-за больших габаритов и веса, высокой стоимости используемых кристаллов и небольшой апертуры. Поляроидные пленки, интенсивно используемые в различных областях оптики и оптоэлектроники, основаны на анизотропии светопоглощения и поэтому непригодны для поляризации мощных световых потоков, так как поглощают больше половины падающего излучения [1-3]. Это инициирует поиск альтернативных вариантов вышеупомянутым поляризаторам и одним из них являются композитные структуры с анизотропией светорассеяния, в частности одноосно ориентированные пленки капсулированных полимером жидких кристаллов (КПЖК) [4-6]. В таких пленках директор (преимущественная ориентация молекул вдоль оптической оси) во всем ансамбле капель ЖК ориентирован преимущественно в направлении растяжения пленки. Если подобрать состав композита так, чтобы один из показателей преломления ЖК был равен показателю преломления полимера (а именно, несомненное выполнение условия $n_e = n_p$), то реализуются условия свободного прохождения света для одной линейно поляризованной компоненты и сильного светорассеяния для другой компоненты [7]. По механическим свойствам КПЖК поляризаторы аналогичны

Адрес для корреспонденции: Эгамов Мухтор Хасанович. 735714, Республика Таджикистан, г.Худжанд, Северо-восточная промышленная территория, Худжандский научный центр НАН Таджикистана.
E-mail: egamov62@mail.ru

поляроидным пленкам. Однако, в отличие от последних, их можно использовать для поляризации высокоинтенсивных световых потоков, поскольку используются ЖК и полимеры, прозрачные в широкой спектральной области от 0.4 до 3 мкм. Другим важным преимуществом КПЖК материалов является возможность перестройки их поляризационных характеристик с использованием электрического поля [8].

Основная проблема при изготовлении КПЖК поляризаторов заключается в необходимости однородной ориентации директора во всех каплях ЖК строго в одном направлении. В классических структурах с тангенциальным или гомеотропным сцеплением ЖК на межфазной границе это условие невыполнимо, что препятствует получению высокой степени поляризации света. В настоящей работе рассматривается возможность существенного улучшения характеристик КПЖК поляризаторов за счет целенаправленной модификации граничных условий специальными поверхностно-активными веществами – сурфактантами.

Исследовались изменения граничных условий, ориентационной структуры и анизотропии светопропускания КПЖК пленок, допированных сурфактантами, в зависимости от состава композита и степени растяжения образцов. Основными компонентами материала являлись поливиниловый спирт (ПВС), глицерин в качестве пластификатора, нематический жидкий кристалл (НЖК) 4-н-пентил-4'-цианобифенил (5ЦБ) (Merck) и специальное поверхностно-активное вещество. Использовали ПВС марки Mowiol 28-29 (Aldrich Che. Co, Германия) со степенью гидролиза $\geq 99.0\%$ и средней молекулярной массой 145000. Предварительно готовили 4%-ные растворы ПВС и глицерина в дистиллированной воде. Затем к определенному количеству раствора ПВС при непрерывном перемешивании на магнитной мешалке по каплям добавляли поверхностно-активное вещество (ПАВ) в виде цетилтриметиламмонного бромида (ЦТАБ) до 0.3%. Указанной концентрации ЦТАБ было вполне достаточно для задания нормальных граничных условий, чтобы внутри капель нематика в исходном, недеформированном виде формировалось радиальное распределение поле директора.

Пленки ПВС с добавками 5ЦБ, глицерина и ЦТАБ получали поливом приготовленных растворов на поверхности стеклянной подложки, расположенной на дне пластиковых чашек Петри (Cell Culture Dish, Corning) с последующей сушкой при комнатной температуре в течение 24-48 часов. Толщину пленок определяли по расстоянию между интерференционными полосами в спектрах электронного поглощения в области 700-1000 нм, принимая показатель преломления пленок равным $n_p=1.5$.

Для придания поляризационных свойств, КПЖК пленку толщиной 35-50 мкм фиксировали в специальном механическом устройстве для одноосной вытяжки и вытягивали на воздухе при комнатной температуре. Спектры электронного поглощения поляризационных КПЖК пленок регистрировали на ИК-спектрофотометре с Фурье преобразованием марки IRAffinity-1 SHIMADZU в диапазоне 4000-400 см^{-1} с разрешением 0.5 см^{-1} . Оптические характеристики пленок рассчитывали из полученных спектров по следующим формулам [9]: для степени поляризации:

$$k\% = \frac{T_{\perp} - T_{\parallel}}{T_{\perp} + T_{\parallel}} \cdot 100\%,$$

для дихроичного отношения:

$$R_d = \frac{D_{\parallel}}{D_{\perp}} \cdot 100,$$

где T_{\parallel} , T_{\perp} , D_{\parallel} , D_{\perp} – соответственно пропускание (T) и поглощение (D) пленки при перпендикулярном и параллельном расположении электрического вектора линейно поляризованного света, падающего на образец, и оси ориентации пленки.

На рис. 1 представлены поляризационные спектры поглощения (а) и пропускания (б) пленки ПВХ-5ЦБ-ЦТАБ, полученной ориентационной вытяжкой при комнатной температуре, а также рассчитанные из этих спектров кривые дихроичного отношения (R_d) и степени поляризации (k).

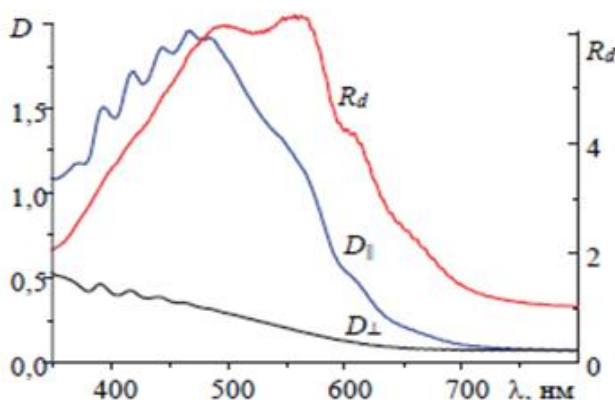


Рис. 1. Спектральные характеристики поляризационной пленки ПВХ+5ЦБ+ЦТАБ, полученной одноосной вытяжкой $dl/l_0=4$ при комнатной температуре: спектры поглощения при перпендикулярной и параллельной поляризации света (D_{\perp} , D_{\parallel}) и дихроичное отношение (R_d).

Из результатов, приведенных на рис. 1 рассчитали, что для пленки ПВХ+5ЦБ+ЦТАБ достигнута степень поляризации $k_{465}=95.2\%$ при достаточно высоком светопропускании перпендикулярно поляризованного света ($T_{\perp}^{465} = 44.69\%$), а значение дихроичного отношения при этом составляет 5.6.

Оптические характеристики дихроичных пленок ПВХ-5ЦБ-ЦТАБ, полученных вытяжкой при температурах 20, 25 и 35°C на воздухе приведены в таблице. Зависимость дихроичного отношения от температуры вытяжки пленок для температурного интервала 20-50°C представлена на рис. 2. Видно, что максимальное дихроичное отношение дает вытяжка при 20°C. Увеличение температуры приводит к быстрому снижению значений данной характеристики.

Таблица

Оптические характеристики поляризационных пленок ПВХ+5ЦБ+ЦТАБ, полученных вытяжкой при различных температурах

Температура вытяжки, °C	R_d	T_{\perp} , %	k, %
20	5.6	44.6	95.2
25	5.2	40.3	95.7
30	4.8	38.1	94.9

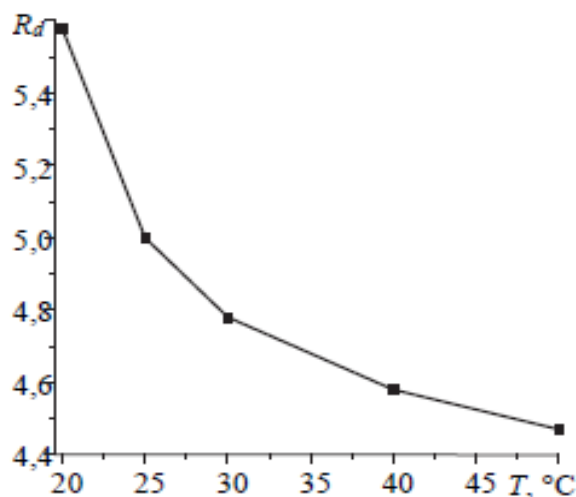


Рис. 2. Зависимость дихроичного отношения поляризационных пленок ПВС+5ЦБ+ЦТАБ от температуры вытяжки.

Это можно объяснить тем, что повышение температуры вытяжки в диапазоне 20-50 $^\circ\text{C}$ увеличивает подвижность полимерных цепей настолько, что по мере вытяжки они начинают проскальзывать друг относительно друга и релаксировать в исходное неориентированное состояние. Очевидно, что поляризационные характеристики одноосно вытянутых КПЖК пленок будут тем выше, чем выше степень ориентации макромолекул, достигаемая в результате вытяжки пленок, а следовательно – чем выше дихроичное отношение.

Поступило 15.08.2021 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Montgomery G.J. Angle-dependent scattering of polarized light by polymer-dispersed liquid-crystal films. – J.Opt. Soc. Am. B, 1988, v.5, No 4, pp.774-784.
2. Патент 20130045390 A1 США. Base Film of Modified Polyvinyl Alcohol and its Preparation Method. – Rui Xu et.al.; заявл.09.10.2011; опубл. 21.02.2013.
3. Патент 2520938 Российская Федерация, Поляризационная пленка и способ ее получения. – Третинников О.Н., Сушко Н.И.; заявл. 24.01.2013; опубл. 28.09.2015
4. Эгамов М.Х. Анизотропия светорассеяния полимерно-жидкокристаллических композиционных систем при одноосном растяжении. – Фундаментальные проблемы современного материаловедения, 2012, № 4-2, с. 675-680.
5. Hoke C.D., Li J.-F., Lin Y.-H., Chien L.-C., Bos P.J. Polarized infrared study of a polymer network deformation nematic liquid crystal host. – Liquid Crystals, 2000, v. 27, No. 3, pp.359-363.
6. Loiko V.A., Konkolovich A.V. Polymer-Dispersed Ferroelectric Liquid Crystal Films: Propagation of Polarized Light in the Birefringence Mode. – Mol. Cryst. Liq. Cryst., 1999, v. 331, pp.593-600.
7. Эгамов М.Х., Прищепа О.О., Герасимов В.П., Крахалев М.Н., Лойко В.А. Поляризаторы света на основе композитных «полимер-ЖК-сурфактант» пленок в качестве анизотропно-рассеивающих сред. – Известия вузов, Серия Физика, 2013, т. 56, № 2-2, с.258-263.

8. Крахалев М.Н., Лойко В.А., Зырянов В.Я. Электрооптические характеристики полимер-диспергированной жидкокристаллической пленки, управляемой ионно-сурфактантным методом. – Письма в ЖТФ, 2011, т. 37, Вып. 1, с. 72-77.
9. Купцов А.Х., Жижин Г.Н. Фурье-спектры комбинационного рассеяния и инфракрасного поглощения полимеров. Справочник. – М.: Физматлит, 2001, 656 с.

У.Ҷ.Раҳимова, М.Ҳ.Эгамов*

ШАКЛДИГАРКУНИИ СТРУКТУРАИ ПЛЕНКАҶОИ ПОЛИМЕРИЮ КРИСТАЛЛИ МОЕЪГӢ БАРОИ ҲОСИЛКУНИИ ПОЛЯРИЗАТОРҶО

Донишгоҳи давлатии ҳуқуқ, бизнес ва сиёсати Тоҷикистон,

**Маркази илмии Хучанди Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон*

Тағйирёбии шартҳои ҳудудӣ, структураи самтноқшавӣ ва анизотропияи рушноигузаронии маводҳои композитии полимерии кристалли моеъ дошта, ки бо маводи сатҳии ғабол такмил дода шудааст ва дар алоқамандӣ бо таркиби композит ва дараҷаи ёзишдиҳӣ омӯхта шудааст. Характеристикаҳои оптикӣ плёнқаҳо (дараҷаи поляризацсияшавӣ, интиқол ва фурӯбурд, зичии оптикӣ, дихроизм) хангоми параллел ва перпендикуляр будани шадидияти вектори майдони электрикӣ бо афканишоти рушноӣ муайян карда шудааст. Муқаррар карда шудааст, ки характеристикаҳои поляризацсионии плёнқаҳои деформатсия шуда бо афзуншавии дараҷаи самтгирии макромолекулаҳо ва таносуби дихроизм зиёд мегардад.

Калимаҳои калидӣ: полимерҳо, кристалли моеъ, анизотропияи рушноигузаронӣ, деформатсияи як-самта, спектрҳои фурӯбурд ва интиқоли, поляризатор.

U.J.Rakhimova, M.Kh.Egamov*

MODIFICATIONS OF THE STRUCTURE OF POLYMER-LIQUID CRYSTAL FILMS FOR THE PRODUCTION OF POLARIZERS

Tajik State University of Law, Business and Politics,

**Khujand Scientific Center of the National Academy of Sciences of Tajikistan*

Changes in the boundary conditions, orientation structure and anisotropy of light transmission of polymer-liquid crystal composites modified with a surfactant were studied, depending on the composition of the composite and the degree of stretching of the samples. The optical characteristics of the films (degrees of polarization, transmission and absorption, optical density and dichroism) of the film are determined with a perpendicular and parallel arrangement of the electric vector of light radiation incident on the sample and the orientation axis of the film. It was established that the polarization characteristics of uniaxially elongated films will be higher the higher the degree of orientation of macromolecules, and therefore the higher the dichroic ratio.

Key words: polymers, liquid crystals, anisotropy of light transmission, uniaxial deformation, absorption and transmission spectra, polarizer.

УДК 541.4:(4546.74.2+548.736)

С.С.Бобосайдзода, А.С.Содатдинова, С.М.Сафармамадзода, Н.Н.Ниёзов

УСТОЙЧИВОСТЬ КОМПЛЕКСОВ СЕРЕБРА С 2-МЕРКАПТОИМИДАЗОЛОМ

*Таджикский национальный университет**(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана А.Б.Бадаловым 25.08.2021 г.)*

Методом рН-метрического титрования изучены кислотно-основные равновесия 2-меркаптоимидазола (2МИ) в водных растворах при 298 и 308 К. Установлено, что 2МИ относится к очень слабым основаниям и его рКа уменьшается с ростом температуры. Методом потенциометрического титрования показано, что серебро(I) с 2МИ в водных растворах с ионной силой 0.1-0.2 моль/л, создаваемой NaClO_4 , образует три комплексные формы в интервале 273-318 К. Рассчитаны константы устойчивости комплексов.

Ключевые слова: серебро, 2-меркаптоимидазол, термодинамика, константы устойчивости, комплексообразование.

Комплексы серебра известны своими антимикробными свойствами в отношении хронических язв, обширных ожогов и трудно заживающих ран [1]. Имидазолы как биологически активные вещества мало уступают соединениям серебра [2]. 2-метилимидазол используется в качестве сырья для получения противомикробных препаратов, а 1-метил-2-меркапто-имидазол проявляет антетериоидную активность и широко применяется при лечении бронхиальной астмы. В работах [3,4] доказано, что биологическая активность имидазолов усиливается при координации с металлами, а высокая комплексообразующая способность меркаптоимидазолов в аналитической химии используется для определения тяжёлых металлов.

В работах [5-8] методом потенциометрического титрования исследован процесс комплексообразования серебра с производными имидазола. Авторами работ [5,6] исследовано комплексообразование серебра с 1-метил-2-меркаптоимидазолом (1МИ) в широком интервале температур и ионной силы раствора. 1МИ обладает очень слабыми основными свойствами ($\text{pK}_a=2.11$). Серебро (I) с 1МИ реагирует ступенчато с образованием трёх комплексных частиц. Показано, что значение констант устойчивости комплексов уменьшается с ростом температуры. Определены термодинамические функции комплексов. Разработаны условия синтеза комплексов в твёрдом виде. Показано, что 1МИ координированно с серебром(I) посредством атома серы тионной группы. В [8] методом потенциометрического титрования исследован процесс комплексообразования серебра(I) с 2-меркаптобензимидазолом (МБ) в растворах этилового спирта. В этих же условиях изучены кислотно-основные свойства 2-меркаптобензимидазола. Показано, что молекула МБ в области $\text{pH}=0.5-2.5$ протонирована, а при $\text{pH}=7-8$ преимущественно (99.72%) находится в форме нейтральной молекулы, а выше $\text{pH}=11$ существует в виде отрицательно заряженного иона L^- . Установлено, что при взаимодействии Ag(I) с МБ образуются две комплексные формы. Рассчитаны константы устойчивости моно- и

Адрес для корреспонденции: Бобосайдзода Сурайё Саидумар, Содатдинова Анджуман Садридиновна, Сафармамадзода Сафармамад Муборакио, Ниёзов Нурбахш Нурмахмамович. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: suraiyo96@mail.ru; anjuman87@mail.ru; sash65@mail.ru; nurbakhsh.n@mail.ru

двухзамещённого комплексов серебра в растворах этанола. С ростом содержания этанола в растворе устойчивость комплексов серебра (I) увеличивается.

Анализ литературы показал, что комплексообразование серебра (I) с 2МИ не изучено.

Целью настоящей работы явилось исследование комплексообразования серебра (I) с 2-меркаптоимидазолом в широком диапазоне температур и ионной силы раствора. Сопоставление полученных экспериментальных данных по константам устойчивости 1-метил-2-меркаптоимидазолных (1МИ) и 2-меркаптобензимидазолных (2МБ) комплексов серебра(I) с целью определения влияния природы органического лиганда на устойчивость комплексов.

Материал и методы исследования

Кислотно-основные свойства 2МИ исследовали рН-метрическим титрованием по методике, предложенной в работе [9]. Величины рКа 2МИ были определены при 298 и 308 К.

Для исследования комплексообразования серебра с 2МИ использован гальванический элемент с переносом, в качестве индикаторного электрода использована пластинка из чистого серебра, электродом сравнения служил хлорсеребряный. Процесс комплексообразования исследован в водном растворе при ионных силах 0.1 и 0.2 моль/л. Начальная концентрация AgNO_3 составила $1 \cdot 10^{-4}$ моль/л, 2МИ $1 \cdot 10^{-2}$ моль/л. Потенциал гальванической системы измерен рН-метром марки РН-150 МИ. Равновесное значение потенциала на индикаторном электроде устанавливалось в течение 5-10 мин. Температуру в ячейке поддерживали постоянной при помощи водяного термостата ($\pm 0.5^\circ\text{C}$). Равновесную концентрацию серебра(I) и 2МИ образующихся комплексных частиц и константы их устойчивости определяли по программе KEV [10].

Результаты и их обсуждение

В табл. 1 приведены экспериментальные данные и рассчитанные на их основе значения констант кислотной ионизации (рКа) 2МИ при 298 К. Численное значение константы кислотной ионизации, равное 2.97 лог.ед., даёт основание отнести 2МИ к очень слабым основаниям. С возрастанием температуры значения рКа уменьшаются ($\text{pKa}^{298\text{K}}=2.97$, $\text{pKa}^{308\text{K}}=2.87$). Величины рКа 2МИ нами были использованы для расчёта констант устойчивости 2МИ комплексов серебра.

Таблица 1

Результаты рН-метрического титрования и рассчитанные на их основе значения константы кислотной ионизации (рКа) 2МИ при 298 К; J=0.1 мол/л NaClO_4

Титрант: 0.1н. раствор HCl, мл	рН	Равновесные концентрации, моль/л		рКа
		[2МИ]	[2МИ ⁺]	
0	6.94	0.01	-	-
0.1	6.27	0.00998	0.000020	3.5719
0.2	5.67	0.00996	0.0000398	3.2738
0.3	5.52	0.00994	0.00005,96	3.3008
0.4	5.20	0.009921	0.0000794	3.1066
0.5	5.04	0.009901	0.000090	3.0444
0.6	4.93	0.009881	0.000114	3.0144
0.7	4.86	0.009862	0.000138	3.0123
0.8	4.79	0.009843	0.000157	3.0011
0.9	4.72	0.009823	0.000177	2.9832
1.0	4.67	0.009804	0.000196	2.9798
~	~	~	~	~
3.8	3.93	0.009242	0.00076	2.8451
				pKa=2.97±0.04

Величины рKa, определённые при двух температурах, были использованы для расчёта термодинамических функций равновесия кислотной ионизации 2МИ: ($\Delta H = -2.114$ кДж/моль; $\Delta S = 14.81$ Дж/моль·К; $\Delta G = -16.92$ кДж/моль). Процесс кислотной ионизации 2МИ является экзотермическим.

Одним из надёжных методов расчёта количества комплексных частиц и их устойчивости является онлайн компьютерная программа KEV. Для расчёта количества комплексных частиц и их констант образования в программу KEV вводились данные потенциометрического титрования, концентрации Ag^+ и 2МИ в каждой точке титрования, значение константы кислотной ионизации 2-МИ и предполагаемые реакции комплексообразования между серебром и 2МИ выраженные в виде матрицы:



В табл. 2 приведены данные потенциометрического титрования, аналитические и равновесные концентрации исходных веществ и продуктов реакции комплексообразования серебра с 2МИ.

Таблица 2

Данные потенциометрического титрования, аналитические и равновесные концентрации исходных веществ и продуктов реакции комплексообразования серебра с 2МИ.

$$C_{2MI} = 0.01 \text{ моль/л; } C_{Ag} = 0.0001 \text{ моль/л; } J = 0.2 \text{ моль/л NaClO}_4$$

E, мВ	$C_L \cdot 10^5$ моль/л	$C_{Ag^+} \cdot 10^5$ моль/л	$[Ag^+] \cdot 10^5$ моль/л	$[L] \cdot 10^8$ моль/л	$[AgL] \cdot 10^5$ моль/л	$[AgL_2] \cdot 10^5$ моль/л	$[AgL_3] \cdot 10^{10}$ моль/л
548	1.996	9.980	7980	1.15	2	0.0397	0.0000216
534	3.984	9.960	5980	3.04	3.98	0.0021	0.000303
513	5.964	9.940	3990	6.83	5.95	0.0705	0.00229
480	7.937	9.921	2000	18.1	7.92	0.249	0.0214
445	9.901	9.901	227	19.4	9.64	0.325	3.01
424	11.858	9.881	25	175	9.56	0.290	24.2
409	13.807	9.862	12.5	339	9.29	0.546	88.1
395	15.748	9.843	8.19	540	9.02	0.789	189
~	~	~	~	~	~	~	~
177	401.914	5.981	0.0353	38660	0.298	2.0	36800
172	415.888	5.841	0.0314	40080	0.275	1.91	36500
160	429.224	5.708	0.0281	41440	0.255	1.83	36200
153	441.964	5.580	0.0254	42750	0.237	1.76	35800
149	454.148	5.459	0.0231	43990	0.222	1.69	35400

Обработка данных потенциометрического титрования по программе KEV даёт удовлетворительные результаты для образования моно-, двух- и трёхзамещённых комплексов (реакции 2, 3 и 4). Четырёхзамещённый комплекс, а также комплексная частица с протонированной формой 2МИ не образуются.

В табл. 3 приведены значения общих констант устойчивости комплексов серебра (I) с 2МИ при ионных 0.1 и 0.2 моль/л.

Таблица 3

Значения общих констант устойчивости комплексов серебра (I) с 2МИ при 273-318 К: J=0.1 моль/л (0.2 моль/л)

T, K	$\lg\beta_1$ [Ag(2MI)] ⁺	$\lg\beta_2$ [Ag(2MI) ₂] ⁺	$\lg\beta_3$ [Ag(2MI) ₃] ⁺
273	6.90±0.03 (7.60±0.066)	11.46±0.04 (11.21±0.18)	13.90±0.14 (14.18±0.19)
288	6.87±0.06 (7.10±0.03)	10.92±0.17(10.74±0,06)	13.22±0.23 (13.60±0.09)
298	6.84±0.03 (6.90±0.06)	10.56±0.03 (10.58±0.2)	12.27±0.41 (13.26±0.2)
308	6.79±0.03 (6.70±0.09)	10.36±0.03(10.08±0.3)	11.93±0.44 (12.99±0.3)
318	6.77±0.05 (6.15±0.10)	10.09±0.17(9.81±0.10)	11.69±3.36(11.14±0.5)

Из данных табл. 3 видно, что строгой закономерности в изменении констант устойчивости с возрастанием ионной силы раствора не наблюдается.

Общие константы устойчивости с возрастанием температуры уменьшаются. При пересчёте общих констант на ступенчатые установлено, что устойчивость последовательно образующихся комплексных частиц при возрастании молекул 2МИ во внутренней координационной сфере комплекса уменьшаются.

Одним из преимуществ онлайн программы KEV является то, что программа при определении количества частиц и констант их устойчивости сопоставляет экспериментально определённые потенциалы (E_{эксп.}) с теоретически рассчитанными (E_{теор.}). На рисунке приведены зависимости E от концентрации 2МИ в каждой точке титрования. Как видно, из рисунка, теоретически найденные величины (E_{теор.}), очень хорошо согласуются с практически найденными величинами (E_{эксп.}).

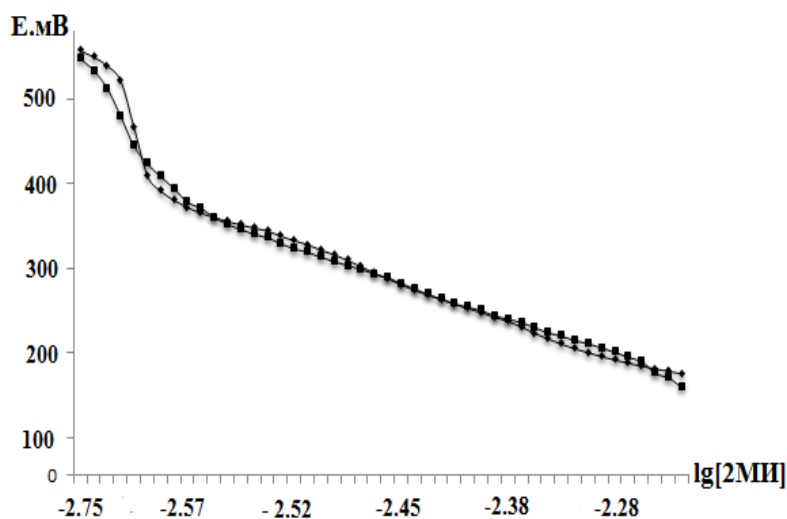
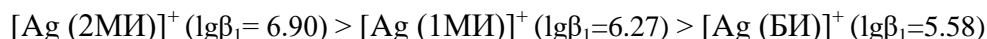
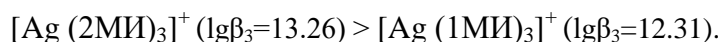
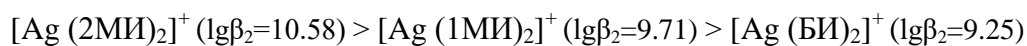


Рис. Изменение потенциала системы Ag⁺/Ag⁰ от концентрации 2МИ для 2МИ комплексов серебра (I).
1 – E_{прак.}; 2 – E_{теор.}

При сопоставлении полученных данных по константам устойчивости 2МИ комплексов серебра с таковыми для 1-метил-2-меркаптоимидазольных (1МИ) [11] и 2-меркаптобензимидазолных (2БИ) [12] комплексов нами предложен ряд в изменении устойчивости комплексов:





Как видно из предложенного ряда, устойчивость 2МИ комплексов превышает таковые 1МИ и 2БИ комплексов. Если полученный экспериментальный факт связать с основностью лигандов, то при переходе от 2МИ ($\lg K_{\text{H}}^+ = 2.97$) к 1МИ ($\lg K_{\text{H}}^+ = 2.11$) основные свойства лигандов действительно уменьшаются. Величина $\lg K_{\text{H}}^+$ для 2БИ составляет 3.41 лог.ед., что превышает таковые как для 2МИ так и 1МИ, хотя устойчивость комплексов изменяется в обратном порядке. Меньшую устойчивость 2БИ комплексов по сравнению с 1МИ можно связать со стерическими факторами (возрастанием объёма молекулы 2БИ по сравнению с 1МИ). Влияние стерического фактора сказывается и на количестве образующихся комплексных частиц между серебром и меркаптоимидазолами. Установлено, что серебро с 1МИ и 2МИ образует три комплексные частицы, а с 2МБ только две.

Константы устойчивости, определенные при разных температурах, были использованы для определения термодинамических функций комплексов методами температурного коэффициента [13] и Кларка и Глю [14]. Оба метода дают очень близкие значения для определяемых термодинамических функций (ΔH , ΔS и ΔG). Погрешность в определение величин ΔH и ΔG составляет ± 5 кДж/моль. В табл. 4 приведены величины термодинамических функций реакций образования комплексов серебра (I) с 2-меркаптоимидазолом.

Таблица 4

Величины термодинамических функций реакций образования комплексов серебра (I) с 2МИ

Уравнение реакции	$-\Delta G$ кДж/моль	$-\Delta H$ кДж/моль	ΔS Дж/(моль·К)
$\text{Ag}^+ + \text{МИ} = [\text{AgMI}]^+$	39.01	49.50	-35.22
$\text{Ag}^+ + 2\text{МИ} = [\text{Ag}(\text{МИ})_2]^+$	59.50	51.82	25.76
$\text{Ag}^+ + 3\text{МИ} = [\text{Ag}(\text{МИ})_3]^+$	73.77	97.07	-78.19

Как видно из данных табл.4, образование моно- и трёхзамещённого комплексов сопровождается отрицательным значением ΔS , а для двух- замещённого комплекса ΔS положительна. Такому изменению величины ΔS на второй стадии ступенчатого комплексообразования дать объяснение сложно.

Положительное значение ΔS на второй стадии комплексообразования, скорее всего, связано с природой образующегося комплексного соединения, а именно его сольватацией растворителем. В самопроизвольное протекание реакции комплексообразования доминирующее влияние имеет энтальпийный фактор.

Поступило 21.09.2021 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hackenberg F., Lally G. Novel symmetrically p-benzyl- substituted 4,5-diary -imidazole N-hetero cabene-silver(I) acetate complexes. Synthesis and biological evaluation. – Journal of organometallic chemistry, 2012, v.717, pp.123-134.
2. Машковский М.Д. Лекарственные средства. – М.: Медицина, 1977, т.1, 455 с.

3. Назаров В.В., Волковысский Л.Н., Аминджанов А.А., Божко Т.С., Бондалетова М.В., Бодрых Е.А. Трифтор-ди-(1-метил-2-меркаптоимидазол) оксорений дигидрат, проявляющий тиреостатическое действие: положительное решение о выдаче авторского свидетельства СССР по заявке № 4797226/04 (024668) от 25.06.91.
4. Аминджанов А.А., Каримова М.Х. Аква-тетра-(1-метил-2-тиоксо-1н, 3н-имидазол)-оксорений(V)-бромид дигидрат, проявляющий антитереоидно-анаболическую активность. Положительное решение о выдаче авторского свидетельства СССР по заявке. № 4849141/04-76035.
5. Содатдинова А.С., Сафармамадзода С.М. Комплексные соединения серебра с 1-метил-2-меркаптоимидазолом: устойчивость, термодинамические свойства, практическое приложение. – Изв. НАНТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2021, №1 (182), с. 90-99.
6. Содатдинова А.С., Сафармамадов С.М., Абдурахмонов Б.Ф.. Комплексные соединения серебра с 1-метил-2-меркаптоимидазолом. Вестник Таджикского национального университета. Сер. естеств. наук, 2020, №4, с.198-207.
7. Гончарова Т.В. Потапов А.С. Каталитическая активность комплексов серебра с ди (имидазолилиден) алканами. – Ползуновский Вестник, 2015, №4, т.1, с.92-94.
8. Сафармамадзода С.М., Каримова З.И. Комплексообразование серебра(I) с 2-меркаптобензимидазолом в водно-этанольных растворах. – М.: Журн. физической химии, 2020, т.94, № 6, с. 844-849.
9. Алберт А., Сергент Е. Константы ионизации кислот и оснований. – М.: Химия, 1964, 180 с.
10. Mehkov A.N., Gamov G.A. KEV, a free software for calculating the equilibrium composition and determining the equilibrium constant using UV-Vis and potentiometric data. – Talanta, 2019, v. 198, p. 200.
11. Содатдинова А.С. Комплексообразование серебра (I) с N,N-этилентииомочевинной, 1-формил-и 1-ацетил-3-тиосемикарбазидом: Автореф. дисс... к.х.н. – Душанбе, 2016, 23 с.
12. Шоедарова З.А. Комплексообразование Fe(II), Fe(III) и Cu(II), с 1,2,4-триазолтиолом: Автореф. дисс... к.х.н. – Душанбе, 2017, 26 с.
13. Содатдинова А.С., Абдурахмонов Б.Ф. Термодинамика и комплексообразование Ag(I) с 1-метил-2-меркаптоимидазолом. – Паёми ДМТ. Бахши илмҳои табиӣ, 2020, №4, с. 301-310.
14. Каримова З.И., Баходуров Ю.Ф., Мабаткадамзода К.С. Комплексообразование серебра (I) с 2-меркаптобензимидазолом при 278-318 К. – ДАН РТ, 2018, т. 61, №9, с. 759-765.

С.С.Бобосайдзода, С.М.Сафармамадзода, А.С.Содатдинова, Н.Н.Ниёзов

УСТУВОРИИ ПАЙВАСТҶОИ КОМПЛЕКСИИ НУҚРА БО 2-МЕРКАПТОИМИДАЗОЛ

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Бо усули титронии рН-метрӣ ҳосияти кислотагӣ-асосии 2-меркаптоимидазол (2МИ) дар маҳлули обӣ ва ҳароратҳои 298-308 К омӯхта шуд. Муқарар гардид, ки 2МИ ба асоси хеле суст мансуб буда, қимати pK_a бо зиёдшавии ҳарорат кам мешавад. Нишон дода шудааст, ки бо усули титронии потенциометрӣ нуқра бо 2МИ дар маҳлули обӣ 0.1 ва 0.2 мол/л $NaClO_4$ се заррачаи комплексиро ҳосил мекунад. Собитаҳои устувории заррачаҳои комплекси ҳисоб карда шуд.

Калимаҳои калидӣ: нуқра, 2-меркаптоимидазол, термодинамика, собитаи устуворӣ, комплексҳосилшавӣ.

S.S.Bobosaidzoda, A.S.Sodatdinova, S.M.Safarmamadzoda, N.N.Niyozov

STABILITY OF SILVER COMPLEXES WITH 2-MERCAPTOIMIDAZOLES

Tajik National University

The pH-metric titration method was used to study the acid-base equilibria of 2-mercaptoimidazole (2MI) in aqueous solutions at 298 and 308 K. It is established that 2MI belongs to very weak bases and its pKa decreases with increasing temperature. By the method of potentiometric titration, it is shown that silver (I) with 2MI in aqueous solutions with an ionic strength of 0.1-0.2 mol/l created by NaClO₄ forms three complex forms in the range of 273-318 K. The stability constants of the complexes are calculated.

Key words: *silver, 2-mercaptoimidazole, thermodynamics, stability constants, complex formation.*

УДК 546.72:547.781.1

С.Г.Ёрмамадова, И.У.Камолова, У.Раджабов*

КОМПЛЕКСООБРАЗОВАНИЕ ЖЕЛЕЗА(II) С МЕРКАЗОЛИЛОМ ПРИ 298 К И ИОННОЙ СИЛЕ 1.0 МОЛЬ/Л*Таджикский национальный университет,***Таджикский государственный медицинский университет им. Абуали ибн Сино**(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана А.Б.Бадаловым 22.07.2021 г.)*

Окредметрическим методом изучен процесс комплексообразования железа(II) с мерказолилом при $T=298$ К, $J=1.0$ моль/л, $C_{Fe(II)} = 1 \cdot 10^{-4}$, $C_{Мерк} = 1 \cdot 10^{-2}$ моль/л. Установлено, что железо (II) с мерказолилом образует пять комплексных форм. Методом окредметрии определены состав, области доминирования координационных соединений железа(II) с мерказолилом. Константы образования комплексов определены с помощью окислительной функции.

Ключевые слова: *железо, мерказолил, комплексообразование, константа устойчивости, ионная сила.*

Благодаря своим уникальным физико-химическим свойствам соединения железа применяются в различных областях.

Данные, приведённые в работе [1], по комплексообразованию железа(III) с протопорфирином, где участвует две ионных и две координационных связи, осуществлённые двумя атомами азота молекулы протопорфирина. Железо благодаря своим четырём связям с порфирином образует комплексное соединение, а с пятой координационной связью соединяется с имидазольной группой гистидина, которая связывает белковую часть гемоглобина с небелковой. Шестая координационная связь железа предназначена для присоединения кислорода с образованием оксигемоглобина или других лигандов.

Комплексные соединения биометаллов с гетероциклическими лигандами приведены Г.К.Барашковым в работе [2], где он показал, что эти соединения являются реакционно-активными. Фунгицидной активностью обладают комплексы имидазолов с хлоридами, сульфатами, нитратами и ацетатами Mn^{2+} , Cu^{2+} , Ni^{2+} , Fe^{3+} , Zn^{2+} , Al^{3+} . Антигельминтную активность проявляют комплексы Mn^{2+} , Cu^{2+} , Ni^{2+} , Fe^{3+} , Zn^{2+} , Co^{2+} , Cr^{3+} , Cd^{2+} , Sn^{2+} , Gb^{2+} с бензимидазолами и с 1-метил-2-аминобензимидазолом.

Образование гидроксокомплексов железа(III) приведено в работе [3], где указана возможность образования гидроксоформ состава $FeOH^{2+}$ и $Fe_2(OH)_2^{4+}$. В области pH от 1.0 до 4.5 железо может образовать комплексное соединение с анионами алифатических кислот [4]. Также в этих областях pH могут образоваться моноядерные, би- трехядерные и смещенные по лигандам координационные соединения железа. Комплексообразующая способность в системах железа(III) – железа(II) в

Адрес для корреспонденции: Раджабов Умарали. 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 139, ТГМУ. E-mail: umarali55@mail.ru; Ёрмамадова Саврибегим Гулмамадовна, Камолова Икlima Усмоновна. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: ertamadova2015@mail.ru, iklima.kamolova.94@mail.ru

водно-спиртовых растворах муравьиной, уксусной, монохлоруксусной, монохлоруксусной, трихлоруксусной, трибромуксусной, пропионовой, масляной и изомасляной кислот в интервале ионных сил от 1.0÷3.0, приведена авторами [5,6].

В литературе отсутствуют сведения о комплексообразовании железа(II) с мерказолилом и их биологической активности.

Целью настоящей работы явилось изучение процесса комплексообразования железа(II) с мерказолилом при 298 К и ионной силе 1.0 моль/л, определение констант устойчивости образующихся комплексов и области их доминирования в растворе.

Экспериментальная часть

С помощью метода оксидометрии Кларка-Никольского изучен процесс комплексообразования в окислительно-восстановительной системе [7,8].

Методом оксидометрии была исследована зависимость ЭДС от концентрационных переменных: рН, $pC_{Fe(II)}$ и pC_L . Измерение электродвижущие силы гальванических элементов с переносом, проводили сочетанием трех электродов: железного и хлорсеребряного для определения ЭДС цепи, стеклянного и хлорсеребряного для определения рН. Гальванические элементы и два рабочих раствора использовались для получения экспериментальной зависимости ЭДС системы от рН раствора. Из двух гальванических элементов первый необходимо для измерения ЭДС системы, а второй – для определения рН раствора в электролитической ячейке в процессе титрования [9].

Первый рабочий раствор приготовлен в мерной колбе ($V=25$ мл) растворением заданных количеств эквимолекулярной смеси солей двухвалентного железа, например, $1 \cdot 10^{-4}$ моль/л. Для создания ионной силы рабочего раствора использовались 0.1н серная кислота и 0.9н сульфат натрия.

Оценка электродной функции, то есть калибровка железного электрода, заключалась в проверке его подчинению уравнения Нернста. Так как ионы железа(II) подвергаются гидролизу при $pH \leq 5.5$, измерение ЭДС системы проводилось при строго фиксированных значениях рН и ионной силы с помощью двух рабочих растворов с одинаковыми значениями рН и ионной силы при различных значениях концентрации железа(II). Измерение ЭДС гальванического элемента, составленного из железного и хлорсеребряного электродов, осуществлено с помощью уравнения:

$$\varphi_{Fe(II) / Fe(0)} = E - \varphi_{Ag / AgCl, Cl^-} \quad (1),$$

где E – ЭДС гальванического элемента, $\varphi_{Fe(II) / Fe(0)}$ – потенциал; железного электрода, $\varphi_{Ag / AgCl, Cl^-}$ – потенциал хлорсеребряного электрода [10-12].

Результаты и их обсуждение

В данной работе приведены данные оксидометрических измерений в системе $Fe(II) - Merk - H_2O$, при 298 К и ионной силе раствора 1.0 моль/л. Максимальное число координированных молекул мерказолила присоединённых к иону железа, определено по тангенсу угла наклона зависимости φ от IgC_L . Форма кривых зависимости ΔE от рН свидетельствует о ступенчатом характере комплексообразования между железом (II) и мерказолилом.

Совместный анализ экспериментально полученных зависимостей окислительного потенциала системы (ϕ) от pH, концентрации окисленной и восстановленной форм железа, мерказолила, создание стехиометрической матрицы (математической модели) существующих равновесий в растворе показали, что в системе образуются комплексы различного состава.

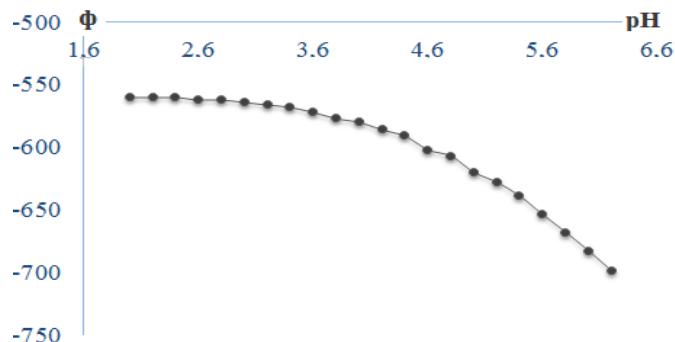


Рис. 1. Зависимость окислительного потенциала (ϕ) от pH раствора системы Fe(II) – Merk – Na₂SO₄ – H₂O, T=298 K; I=1.0 моль/л; C_L=1·10⁻² моль/л; C_{Fe(II)}= 1·10⁻⁴ моль/л

Состав и константы образования координационных соединений, их степени накопления уточнены с помощью окислительной функции Юсупова З.Н. методом итерации [13-14].

Для определения общего числа комплексных частиц и области их доминирования в системе Fe(II) – Merk – Na₂SO₄ – H₂O при 298 K и J=1.0 моль/л были сняты зависимости окислительного потенциала от pH раствора (рис.1).

На рис. 2 приведена экспериментальная зависимость окислительного потенциала от pC_{Fe}, которая имеет угловой коэффициент равный -v/2.

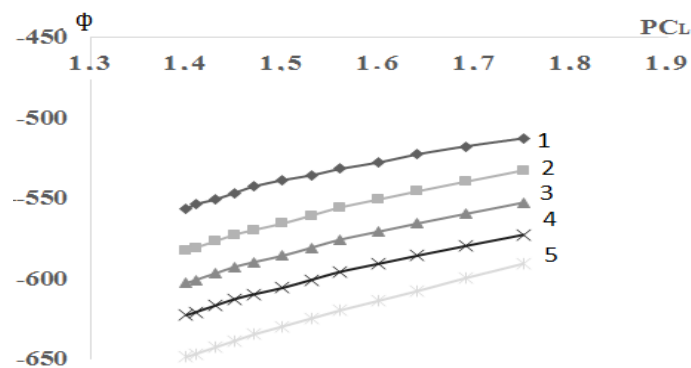


Рис. 2. Зависимость окислительного потенциала (ϕ) от pCFe(II) для системы Fe(II) – Merk – Na₂SO₄ – H₂O, при T=298K, J=1.0 моль/л CL=1·10⁻² моль/л. Кривые относятся к pH: 1 – 2.5; 2 – 3.0; 3 – 3.5; 4 – 4.0; 5 – 4.5

Число молекул мерказолила, входящих как лиганд во внутреннюю координационную сферу, установлено на основании совместного рассмотрения экспериментальных зависимостей ϕ - pC_L (рис.3., где L = Мерк) и частного производного общего уравнения окислительного потенциала. Выражение частного производного окислительного потенциала от pC_L при постоянстве других переменных (pH, и pC_{Fe(II)}) имеет следующий вид:

$$\left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial p C_L}\right)_{pC^0, pC^r, pH} = -\frac{\vartheta}{n} \left(\frac{u}{p} - \frac{x}{q}\right) \quad (2)$$

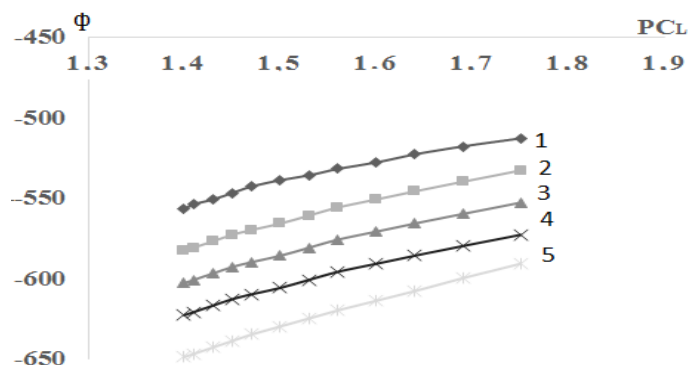


Рис. 3. Зависимость окислительного потенциала (φ) от pCL для системы Fe(II) – Merk – Na₂SO₄– H₂O, при 298К, J = 1.0 моль/л и C_L = 1·10⁻² моль/л. Кривые относятся к pH: 1 – 2.5; 2 – 3.0; 3 – 3.5; 4 – 4.0; 5 – 4.5

На кривых зависимостей φ от pCL можно выделить прямолинейные участки с угловыми коэффициентами равными -ϑ/2, -ϑ. Сравнение этих наклонов с уравнением (1) показывает, что в исследованной системе образуются моноядерные координационные соединения.

С учетом наклонов всех экспериментальных кривых зависимостей системы Fe(II) – Merk – Na₂SO₄ – H₂O составлена модель реакций комплексообразования, которая представлена в таблице 1.

Таблица 1

Химическая модель реакций образования комплексов Fe(II) при температуре 298 К и ионной силе раствора 1.0 моль/л

№	Fe (II)	H	L	OH	Состав	β _{q.p.s.k}
	q	s	l	к		
1	1	0	0	1	FeOH ⁺	K ₁₀₀₁
2	1	1	1	1	FeHMerkOH	β ₁₁₁₁
3	1	1	1	0	Fe HMerk	β ₁₁₁₀
4	1	0	1	1	FeMerkOH	β ₁₀₁₁
5	0	1	1	0	HMerk ↔ H ⁺ + Merk ⁻	K ₀₁₁₀
6	1	0	2	0	Fe(Merk) ₂	β ₁₀₂₀
7	1	0	1	0	FeMerk ⁺	β ₁₀₁₀

Из 5 образующихся комплексов все являются моноядерными. Как видно из модели химических реакций, железо образует 5 комплексов различного состава.

По кривым ЭДС от pH с использованием следующего уравнения:

$$f = \frac{C_{red}}{C_{ox}} \exp \frac{E-E^0}{v} \quad (3)$$

рассчитаны значения экспериментальной окислительной функции, построена её зависимость от pH (кривые 1 и 2, рис. 4).

Теоретическая окислительная функция f_T^0 выведена согласно анализа всех экспериментальных данных с учетом состава образующихся координационных соединений:

$$f_T^0 = \frac{(h^3 + \beta K_1 C_{a1} h^2 + \beta K_1^2 C_{a1}^2 h + \beta K_1 C_{a1})}{(h^3 + \beta K_1 C_{a1} h^2 + K_1 C_{a1} h + K_1 C_{a1} [Co^{2+}] + 2 \cdot 10^{-2} \cdot G_{02022}^{1/2} K_1 C_{a1} h^2)} \quad (4)$$

Таблица 2

Значения ЭДС (E), экспериментальной ($f_{экс}^0$), теоретической (f_T^0) окислительной функций, их логарифмов в зависимости от pH для Fe(II) – Merk – Na₂SO₄ – H₂O при температуре 298 К, I = 1.0; $C_{Fe(II)} = 1 \cdot 10^{-4}$ и $C_L = 1 \cdot 10^{-2}$ моль/л.

pH	E, мВ	$f_{экс}^0$	f_T^0	$lgf_{экс} = lgf_T$	pH	E, мВ	$f_{экс}^0$	f_T^0	$lgf_{экс} = lgf_T$
2.0	-560	1000.0	962	3.0	4.2	-586	131.4	121	2.1
2.2	-560	1000.0	941	3.0	4.4	-591	88.9	74.0	1.9
2.4	-560	1000.0	909	3.0	4.6	-602	37.7	42.5	1.6
2.6	-562	855.5	864	2.9	4.8	-607	25.5	22.7	1.4
2.8	-562	855.5	799	2.9	5.0	-620	9.4	11.1	1.0
3.0	-564	731.8	715	2.9	5.2	-628	4.9	4.85	0.7
3.2	-566	626.1	611	2.8	5.4	-639	2.1	1.89	0.3
3.4	-568	535.6	496	2.7	5.6	-654	0.6	0.66	-0.2
3.6	-572	391.9	379	2.6	5.8	-668	0.2	0.21	-0.7
3.8	-577	265.3	274	2.4	6.0	-683	0.1	0.06	-1.2
4.0	-580	209.9	187	2.3	6.2	-699	0.02	0.02	-1.7

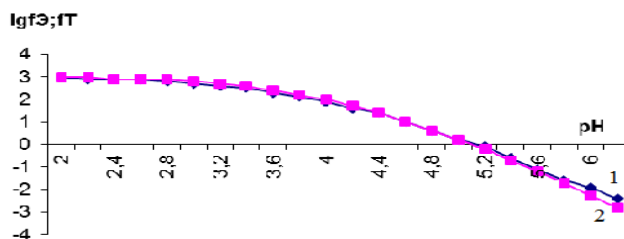


Рис. 4. Зависимости логарифмических значений экспериментальной – $f_{экс}$ (1) и теоретической f_T (2) от pH для системы Fe(II) – Merk – Na₂SO₄ – H₂O при температуре 298 К, I = 1.0; $C_{Fe(II)} = 1 \cdot 10^{-4}$ и $C_L = 1 \cdot 10^{-2}$ моль/л.

Совпадение значений логарифмов экспериментальной и теоретической окислительной функций на данном рисунке говорит о правильности определенных составов координационных соединений в системе Fe(II) – Merk – Na₂SO₄ – H₂O. Аналогично приведена итерация двух кривых рис. 4.

Таким образом, на основании этих зависимостей было обнаружено, что при ионной силе 1.0 моль/л, температуре 298 К, $C_{Fe(II)} = 1 \cdot 10^{-4}$, $C_{Merk} = 1 \cdot 10^{-2}$ моль/л существуют следующие комплексные частицы: $[Fe(Merk)_2(H_2O)_2]$; $[FeMerk(H_2O)_3]^+$; $[FeMerk(H_2O)_2OH]$; $[FeHMerk(H_2O)_2OH]^+$; $[FeHMerk(H_2O)_3]^{2+}$:

Поступило 22.07.2021 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Кропачева Т.Н., Корнев В.И., Килин А.Б., Тимофеев А.В. Комплексообразование железа (III) протопорфирина IX с имидазолом в модельных системах. – Вестник Удмуртского университета, 2003, №S1, с. 95-106.
2. Барашков Г.К. Медицинская бионеорганика. – М.: 2011, с. 312-319.
3. Файзуллоев Э.Ф., Юсуфов З.Н., Исмаилова М.А. Новые аспекты изучения гидролиза железа (III). – Изв. АН РТ, Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2010, №4(141), с. 51-58.
4. Якубов Х.М. Применение оксредметрии к изучению комплексообразования. – Душанбе.: Дониш, 1966, 121 с.
5. Рахимова М.М. Комплексообразование ионов Fe, Co, Mn и Cu с одно- и многоосновными органическими кислотами, нейтральными лигандами в водных растворах. Автореф. дисс. ... д.х.н. – Душанбе, 2013, 35 с.
6. Раджабов У.Р., Ёрмамадова С.Г., Рахимова Р.Н. Комплексообразование железа с бензимидазолом и дибазолом. – Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук, 2013, №1/1(106), с. 172-175.
7. Никольский Б.П., Пальчевский В.В., Пендин А.А., Якубов Х.М. Оксредметрия. – Л.: Химия, 1975, 304 с.
8. Захарьевский М.С. Оксредметрия. – Л.: Химия, 1968, 118 с.
9. Раджабов У.Р., Ёрмамадова С.Г. Определение константы гидролиза Cu (II) в водных растворах при 308.16 К, 318.16 К и различных ионных силах. – Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук, 2014, №1/2(130), с. 141-147.
10. Рабинович В.А., Хавин З.Я. Краткий химический справочник. – Химия, 1978, с. 130-132.
11. Добош Д. Электрохимические константы. – М.: Мир, 1980, с. 88-240.
12. Мищенко К.П., Равделя А.А. Краткий справочник физико-химических величин. – Л.: Химия, 1974, 138 с.
13. Раджабов У.Р., Рахимова Н.Р., Саттори И.Т., Сатторов М.М., Юсупов З.Н. Синтез, идентификация и биологические свойства координационных соединений Fe (II) и Cu (II) с азолами. – Естественные и технические науки, 2011, №3, с. 57-62.
14. Аминджанов А.А., Гагиева С.Ч. Комплексные соединения рения(V) с 1,2,4-триазолом. – Изв. вузов. Химия и хим. технология, 1992, т.35(7), с. 12-18.

С.Г.Ёрмамадова, И.У.Камолова, У.Раджабов*

**КОМПЛЕКСҲОСИЛКУНИИ ОҶАН(II) БО МЕРКАЗОЛИЛ ДАР ҲАРОРАТИ
298 К ВА ҚУВВАИ ИОНИИ 1.0 МОЛ/Л**

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон,

**Донишгоҳи давлатии тиббии Тоҷикистон ба номи Абуали ибни Сино*

Бо усули оксредметрии раванди комплексоилюкунии оҳан (II) бо мерказолил дар ҳарорати 298 К ва қувваи ионии 1.0 мол/л омӯхта шудааст. Муайян карда шудааст, ки пайвасти оҳан (II) бо мерказолил панҷ зарраи комплекси ҳосил мекунад.

Бо усули оксредметрӣ таркиб, чойи ҳосилшавии пайвастагиҳои координатсионии оҳан (II) бо меркозалил муайян карда шуд. Бо ёрии функсияи оксидонӣ константҳои устуворӣ муайян карда шуданд.

Калимаҳои калидӣ: оҳан, меркозалил, комплексҳосилкунӣ, константаи устуворӣ, қувваи ионӣ.

S.G.Yormamadova, I.U.Kamolova, U.Radzhabov*

**COMPLEX FORMATION OF IRON(II) WITH MERCASOLIL AT 298 K AND
IONIC FORCE 1.0 MOL/L**

Tajik National University,

**Tajik State Medical University named after Abuali Ibni Sino*

The process of complexation of iron (II) with mercosalyl at a temperature of 298 K and an ion layer of 1.0 mol/l by an oxo-redmetric method was studied. The composition, the regions of dominance of coordination compounds of zinc with mercosalyl, were determined by the method of oxedmetry, and the constants of formation were determined using the oxidation function.

Key words: iron, mercosalyl, complexation, constant stability, ionic strength.

УДК 664.6

М.Б.Шарипова, М.Б.Икрами, О.С.Каримов, Б.А.Солиева

ФЕРМЕНТЫ МУКИ ИЗ ПРОРОЩЕННОЙ ПШЕНИЦЫ*Технологический университет Таджикистана**(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана Х.А.Абдуллаевым 27.05.2021 г.)*

В статье рассмотрены результаты изучения амилолитических ферментов муки из пророщенного зерна пшеницы. Показано, что содержание амилаз в данной муке значительно превышает таковое в муке из непророщенной пшеницы. Показано также влияние на состояние амилаз рН среды и времени хранения.

Ключевые слова: *хлеб, пророщенная пшеница, мука, амилаза, рН среды, пищевые продукты.*

Особенностью питания современного человека является несбалансированность рациона. Для различных слоев населения многих стран характерна нехватка того или иного важного нутриента. В связи с этим развивается такое направление пищевой промышленности, как производство функциональных продуктов, отвечающих принципам здорового питания, способных полностью удовлетворить физиологические потребности человека в необходимых нутриентах. Функциональная направленность пищевого продукта обуславливается применением в технологии пищевых продуктов нетрадиционных компонентов. Специалисты пищевой промышленности много внимания уделяют использованию пророщенных злаков в качестве функциональных, обогащающих ингредиентов, в том числе зерну и муке из пророщенной пшеницы [1-3]. При проращивании пшеничного зерна питательные вещества, заложенные в зерне в оптимальном для человека соотношении, подвергаются воздействию ферментов и переходят в более усвояемые формы [4], увеличивается количество витаминов и минеральных веществ, что значительно повышает пищевую ценность продуктов из данного сырья. В связи с этим, исследование областей и способов применения проросшей пшеницы актуально и имеет практическое значение. Следует отметить, что при проращивании зерна в ней резко повышается активность амилолитических ферментов, снижается число падения муки, по значению которого определяется активность фермента α -амилазы в пшенице, ржи, тритикале, ячмене и продуктах их переработки (муке), что приводит к изменению внешнего вида, цвета корки и консистенции мякиша, снижению объема и менее развитой пористости изделий, из-за чего использование пророщенного зерна приводит к усложнению технологии.

К числу факторов, определяющих качество хлеба и хлебобулочных изделий, относится газообразующая способность муки, которая обусловлена как содержанием сахаров в муке, так и её способностью образовывать сахара в процессе созревания теста. Эти два критерия определяют качество хлеба и хлебобулочных изделий, то есть такие их свойства, как вкус, аромат, цвет корки, состояние мякиша, способность сохранять форму и т.д. Сахарообразующая способность муки обуславливается действием амилолитических ферментов на крахмал и зависит от наличия и количества амилолитиче-

Адрес для корреспонденции: Шарипова Мавзуна Бахриддиновна. 734061, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул.Н.Карабаява, 63/3, Технологический университет Таджикистана. E-mail: mavzuna-83@mail.ru

ских ферментов (α - и β -амилаз) в муке, а также от свойств крахмала муки. В пшеничной муке из не проросшего зерна содержится только β -амилаза. В муке из проросшего зерна, наряду с β -амилазой, содержится активная α -амилаза. Из основных функций амилаз (разжижение вязких растворов крахмала, декстринизация последнего и осахаривание) только разжижение зависит исключительно от α -амилазы. Процесс декстринизации осуществляется при участии обоих ферментов, а осахаривание в основном зависит от активности β -амилазы, хотя определенную роль в этом процессе играет и α -амилаза [4]. Гидролиз крахмала под действием этих ферментов протекает по-разному. Наличие α -амилазы обеспечивает более полный гидролиз крахмала, а следовательно, более высокую сахарообразующую способность и, как следствие, более высокую газообразующую способность муки. Это обуславливает то, что брожение будет происходить более интенсивно, уменьшится время окончательной расстойки, более интенсивно будут проходить реакции между несброженными моносахаридами и продуктами гидролиза белка, которые формируют вкус и аромат хлеба. Вместе с тем, необходимо учитывать, что активная α -амилаза способна накапливать в тесте при недостаточной его кислотности значительное количество декстринов, придающих нежелательную липкость мякишу. Содержание большого количества α -амилазы при прохождении технологического процесса способно гидролизовать крахмал до декстринов с высокой скоростью, что приводит к получению хлеба с липким заминающимся мякишем вследствие пониженной способности декстринов связывать воду. Кроме того, повышенное количество α -амилаз, которые отвечают прежде всего за разжижение крахмала, могут привести к полному растворению крахмала, что также нежелательно.

Для оценки газообразующих свойств муки в основном используются опосредственные показатели активности амилаз. Наиболее применяемыми на практике показателями являются показатель автолитической активности, а также показатель числа падения.

Автолитическая активность – это способность муки образовывать при подогреве водно-мучной суспензии определенное количество водорастворимых веществ. Автолитическая активность выражается количеством водорастворимых веществ (в %) на сухие вещества. Эта величина в определённой степени характеризует доброкачественность муки. Более высокая автолитическая активность муки свидетельствует о повышенной активности ферментов, в особенности α -амилазы. Амилазный комплекс муки из проросшей пшеницы изучался нами по автолитической активности.

В качестве объекта исследований были выбраны мука пшеничная первого сорта и мука из проросшей пшеницы, изготовленная на кафедре химии Технологического университета Таджикистана по разработанному способу. Автолитическую активность муки разного вида определяли методом автолиза согласно ГОСТу 27495-87 [5]. Полученные нами результаты показали, что количество водорастворимых веществ по автолитической пробе в муке из не проросшей пшеницы составляет 30.0%, тогда как в муке из проросшей пшеницы достигает 46,%. Согласно литературным данным, ориентировочное содержание водорастворимых веществ по автолитической пробе пшеничной муки в зависимости от сорта муки при нормальном содержании клейковины среднего и хорошего качества составляет от 29.0 до 30.0%, при пониженном содержании и плохом качестве клейковины этот показатель равен 20.0-25.0 %. Сравнение полученных нами результатов с литературными данными показало, что мука из не проросшей пшеницы, использованная нами для контроля, соответствует ори-

ентировочному содержанию водорастворимых веществ по автолитической пробе. Этот же показатель для муки из проросшей пшеницы намного превышает литературные данные. По этому показателю мука из проросшей пшеницы приближается по хлебопекарным свойствам к ржаной муке и это необходимо учитывать при разработке технологии хлеба и хлебобулочных изделий с использованием указанной муки.

На свойства ферментов влияют такие факторы, как температура и рН среды. Ферменты α - и β -амилазы, составляющие амилалитический комплекс злаков, обладают различной устойчивостью к указанным факторам. Так, при нагревании водной вытяжки до 70°C β -амилаза денатурирует, тогда как α -амилаза при той же температуре сохраняет нативную конформацию и активность. Оптимум действия β -амилазы проявляется при рН 4.8, однако α -амилаза при таких значениях рН теряет свою активность, а при понижении до рН 3.3 – денатурирует. В более кислой среде β -амилаза действует интенсивнее, чем α -амилаза, а α -амилаза будет быстро терять свою активность [7]. При использовании муки из проросшего зерна пшеницы, в которой много α -амилазы, обуславливающей её хлебопекарные свойства, следует учитывать это для предотвращения ухудшения качественных показателей изделий. Нами было изучено влияние рН на активность α -амилазы муки из проросшей пшеницы. Влияние рН среды на активность α -амилазы определяли с помощью качественной реакции продуктов гидролиза- декстринов – с раствором йода по известной методике [8], согласно которой к раствору, содержащему 0.4 г крахмала в 20 мл воды, приливают определенный объем экстракта муки, содержащий α -амилазу, и нагревают в течение необходимого времени для окончания гидролиза. В аликвотные части исследуемого экстракта добавляли определенный объем буферных растворов для создания необходимого значения рН. Объем исходных растворов для получения буферных смесей с заданным значением приведен в табл.1.

Таблица 1

Объем вносимых исходных растворов для получения буферных смесей

Растворы	Объем вносимых буферов, мл при рН				
	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0
CH ₃ COOH 1 М	6.9	2.7	0.4	–	–
CH ₃ COONa 1 М	1.1	5.3	7.6	–	–
Na ₂ HPO ₄ 1/15 М	–	–	–	4.8	7.6
KH ₂ PPO ₄ 1/15 М	–	–	–	3.2	0.4

По окончании гидролиза активность фермента (А, ед/г) определяли по формуле:

$$A = \frac{0.4 \cdot 60}{t \cdot v \cdot q},$$

где 0.4 г – навеска крахмала в 20 мл раствора; 60 – перевод минут в часы; t – время декстринизации, мин; q – содержание фермента в 1 мл раствора экстракта, г; v – объем раствора экстракта, взятый для гидролиза, мл;

В табл. 2 представлены данные по влиянию рН среды на активность α -амилазы исследуемых образцов муки.

Таблица 2

Влияние рН на активность α -амилазы исследуемых образцов муки

рН	Активность α -амилазы муки из проросшей пшеницы	Активность α -амилазы муки из непроросшей пшеницы
4.0	17.64	5.00
5.0	18.75	1.66
6.0	23.07	1.00
7.0	10.00	0.99
8.0	5.00	0.44

Как видно из представленных в табл. 2 данных, α -амилаза муки из пророщенной пшеницы проявляет активность, намного выше, чем α -амилаза муки из непророщенной пшеницы, а также обнаруживает высокую активность в более широком диапазоне значений рН. Оптимум рН муки из пророщенной пшеницы проявляется при значениях от 4 до 6.0, тогда как для пшеничной традиционной муки он составляет всего 4. Полученные нами результаты несколько отличаются от известных литературных данных. Так, в работе [9] указывается, что оптимум действия β -амилазы проявляется при рН 4.8, однако α -амилаза при таких значениях рН теряет свою активность, а при понижении до рН 3.3 – денатурирует. Отмечается также, что для амилаз муки обычной пшеницы оптимум рН может быть менее 4 и более 6.0 [10], но чаще всего из традиционной обычной пшеничной муки выделяют ферменты, рН оптимум которых находится в интервале значений 4.0÷6.0. Возможно, такие расхождения связаны с различными способами проращивания и подготовки муки.

Изучалась также динамика изменения активности амилолитических ферментов муки из пророщенной пшеницы во времени. Как показали проведенные эксперименты, после инкубации ферментного препарата, полученного из муки пророщенной пшеницы, после хранения в течение 24 ч при 4° С сохранялось 98% активности в буферных растворах с рН 6.0÷9.0.

Таким образом, проведенные исследования по определению амилолитических ферментов муки из пророщенной пшеницы и влияния на их состояние такого фактора, как рН среды и время, могут быть использованы при совершенствовании технологии хлеба и хлебобулочных изделий путем регулирования количества пророщенного зерна или муки из нее в рецептуре изделий.

Поступило 15.07.2021 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Калиновская Т.В., Воложанинова Н.В., Воложанинов В.С., Волобуев Д.Д. Изучение технологических свойств муки из пророщенного зерна пшеницы, высушенного в ИК-сушке. – Материалы XIII международной научно-практической конференции, посвященной 90-летию Донского государственного технического университета (Ростовского-на-Дону института сельхозмашиностроения), в рамках XXIII Агропромышленного форума юга России и выставки "Интерагромаш". Состояние и перспективы развития агропромышленного комплекса. 2 том. 2020. Издательство: Общество с ограниченной ответственностью "ДГТУ-ПРИНТ", 535-538 с.

2. Бережная О.В. Проростки пшеницы – ингредиент для продуктов питания. / Дубцов, Г.Г., Войно Л.И. – Пищевая промышленность, 2015, №5, с. 26-29.
3. Науменко Н.В., Паймулин А.В., Слобожанина Е.В., Порошина К.А. Использование пророщенного зерна пшеницы в производстве хлеба и хлебобулочных изделий. – г. Челябинск, Россия. – Вестник ЮУрГУ. Серия «Пищевые и биотехнологии», 2018, т. 6, № 4, с. 52-60.
4. Бастриков Д., Панкратов Г. Изменение биохимических свойств зерна при замачивании – Хлебопродукты, – 2005, № 1, с. 40-41.
5. ГОСТ 27495-87 Мука. Метод определения автолитической активности (с Изменением N 1).
6. Черных В. Технологические критерии оценки углеводно-амилазного комплекса пшеничной муки. – Хлебопродукты, 2002, №1, с.21-24.
7. Техническая биохимия . Под ред. В.Л. Кретовича. – М.: Высш. шк., 1973, 456 с.
8. Плешков Б.П. Биохимия сельскохозяйственных растений. – М.:Агропромиздат, 1987, 494 с.
9. Гридина С.Б., Зинкевич Е.П., Владимирцева Т.А., Забусова К.А. Ферментативная активность зерновых культур. – Вестник КрасГАУ. 2014, №8, с.57-60.
10. Шмалько Н.А., Чалова И.А., Ромашко Н.Л. Реологические характеристики углеводно-амилазного комплекса хлебопекарных смесей с амарантовой мукой. – Техника и технология пищевых производств, 2011, №4.

М.Б.Шарипова, М.Б.Икрами, О.С.Каримов, Б.А.Солиева

ФЕРМЕНҲОИ ТАРКИБИ ОРД АЗ ГАНДУМИ НЕШЗАДА

Донишгоҳи технологии Тоҷикистон

Дар мақолаи мазкур омӯзиши ферментҳои амилютикаи орд аз гандуми нешзада дида баромада шудааст. Нишон дода шудааст, ки миқдори амилаза дар орди таджикшуда назар ба орди оддӣ хеле зиёдтар аст. Инчунин таъсири рН муҳит ба ҳолати амилаза ва вақти нигоҳдорӣ оварда шудааст.

Калимаҳои калидӣ: *нон, гандуми нешзада, орд, амилаза, рН муҳит, маҳсулоти гизой.*

M.B.Sharipova, M.B.Ikrami., O.S.Karimov, B.A.Solieva

ENZYMES OF FLOUR FROM SPROUTED WHEAT

Technological University of Tajikistan

The article considers the results of studying the amylolytic enzymes of flour from sprouted wheat grain. It is shown that the content of amylases in this flour significantly exceeds that in flour from non-sprouted wheat. The effect of the pH of the medium and the storage time on the state of amylases is also shown.

Key words: *bread, wheat germ, flour, amylases, pH of the medium, food products.*

УДК 669.715:620.193

Н.Б.Одинаева*, академик НАН Таджикистана И.Н.Ганиев,

З.Р.Обидов*, М.Д.Исобаев, Ф.Р.Сафарова*

**ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЕ ОКИСЛЕНИЕ СПЛАВА Zn+0.5% Al,
ЛЕГИРОВАННОГО ИНДИЕМ, В ТВЁРДОМ СОСТОЯНИИ***Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана,***Таджикский технический университет им. академика М.С.Осими*

Термогравиметрическим методом исследовано взаимодействие сплава Zn+0.5%Al, легированного индием, с кислородом воздуха в интервале температур 473-623 К, в твёрдом состоянии. Определены кинетические параметры процесса высокотемпературного окисления сплавов. Показано, что добавки легирующего компонента незначительно увеличивают окисляемость сплава Zn+0.5% Al.

Ключевые слова: *сплав Zn+0.5% Al, легирование, индий, термогравиметрический метод, высокотемпературное окисление, скорость окисления, энергия активации.*

Сплавы цинка с алюминием используются как анодные материалы для защиты от коррозии стальных изделий, конструкций и сооружений. Известно, что для защиты стали от коррозии разработано несколько типов Zn-Al покрытий [1, 2]. В связи с этим актуальность исследования определяется необходимостью изучения процессов взаимодействия металлических сплавов с различными газообразными и агрессивными средами при высоких температурах. Для повышения коэффициента полезного действия протекторов из указанных сплавов при защите от коррозии часто используются металлы подгруппы галлия [3].

Цель работы заключалась в изучении влияния температуры и химического состава на окисляемость сплавов системы Zn-Al-In в твердом состоянии. Для решения поставленной задачи применяли метод термогравиметрии с непрерывным взвешиванием образцов [4].

На рис. 1 и 2 приведены кинетические кривые изменения удельной массы образца (g/s) в зависимости от времени взаимодействия (t) с кислородом газовой фазы и от температуры.

Адрес для корреспонденции: *Одинаева Насиба Бекмурадовна. 734042, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. академиков Раджабовых, 10, Таджикский технический университет. E-mail: z.r.obidov@rambler.ru*

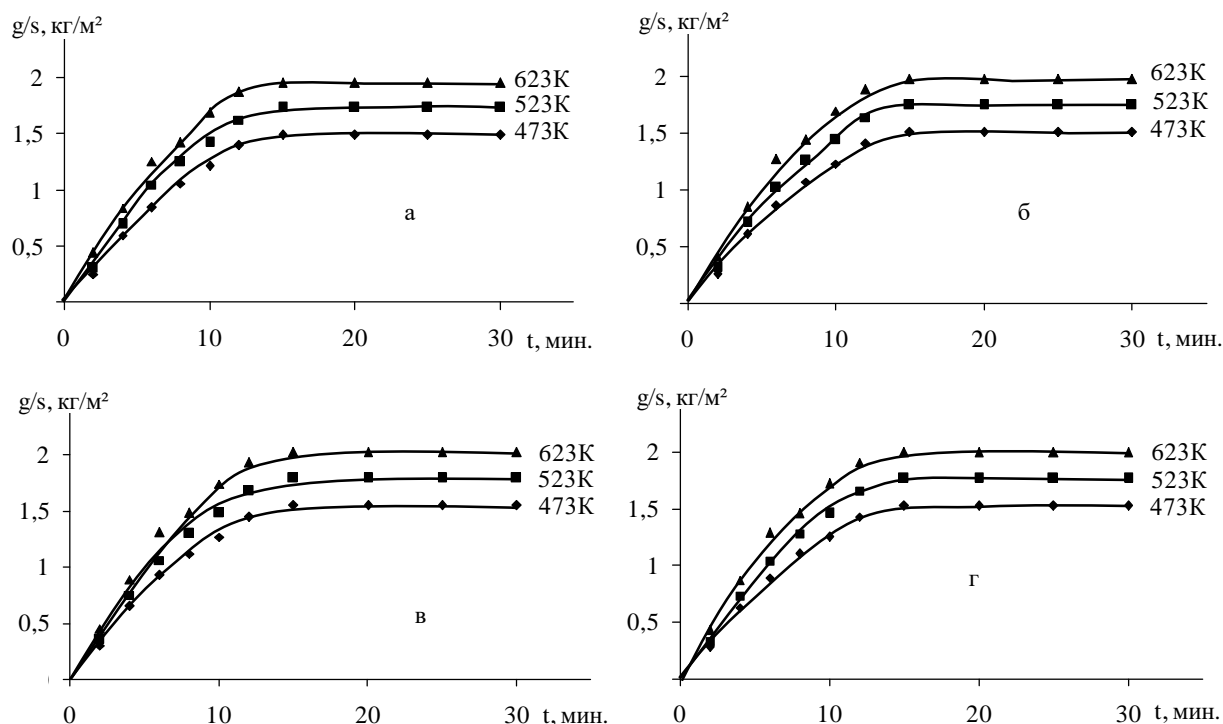


Рис. 1. Кинетические кривые процесса высокотемпературного окисления сплава Zn+0.5% Al(a), легированного индием, мас.‰: 0.01(б); 0.05(в); 0.1(г).

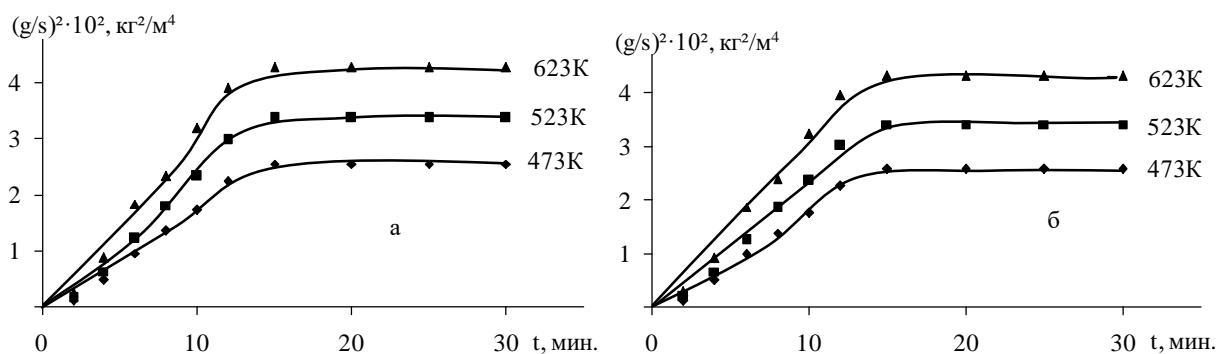


Рис. 2. Квадратичные кривые процесса высокотемпературного окисления сплава Zn+0.5% Al, легированного индием, мас.‰: 0.5(a); 1.0 (б).

Сформировавшаяся оксидная плёнка в начальных стадиях процесса, по-видимому, не обладает достаточными защитными свойствами, о чём свидетельствует рост скорости окисления (рис. 1а). Значение скорости окисления сплава Zn+0.5% Al при температурах 473, 523 и 623 К составляет 3.30 , 3.68 и $4.11 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$, соответственно (табл. 1).

Взаимодействие легированного сплава индием различной концентрации с кислородом газовой фазой при исследованных температурах значительно отличается от окисления исходного сплава Zn+0.5% Al. Линейная зависимость сохраняется в течение 12-15 мин, далее по мере образования оксидной плёнки характер окислительного процесса переходит в гиперболический и формирование защитной оксидной поверхности заканчивается к 30 мин (рис. 1, 2). Эффективная энергия активации процесса высокотемпературного окисления исследованных сплавов изменяется от 168.4 до 128.1 кДж/моль (табл. 1).

Таблица 1

Кинетические и энергетические параметры процесса высокотемпературного окисления сплава Zn+0.5% Al, легированного индием, в твёрдом состоянии

Содержание индия в сплаве, мас. %	Температура окисления, К	Истинная скорость окисления $K \cdot 10^{-4}$, $кг \cdot м^{-2} \cdot с^{-1}$	Эффективная энергия активации окисления, кДж/моль
-	473	3.30	168.4
	523	3.68	
	623	4.11	
0.01	473	3.32	156.6
	523	3.71	
	623	4.16	
0.05	473	3.34	152.0
	523	3.73	
	623	4.18	
0.1	473	3.38	144.3
	523	3.83	
	623	4.24	
0.5	473	3.40	133.7
	523	3.95	
	623	4.37	
1.0	473	3.49	128.1
	523	4.05	
	623	4.48	

Высокотемпературное окисление сплавов кислородом газовой фазы подчиняется гиперболическому закону, что видно из кривых зависимостей $(g/s)^2-t$ (рис. 2), которые не укладываются на прямые линии, а также из аналитических зависимостей $y = Kt^n$, где $n = 2 \div 5$ (табл. 2).

Таблица 2

Результаты обработки кривых процесса высокотемпературного окисления сплава Zn+0.5% Al, легированного индием, в твердом состоянии

Содержание индия в сплаве, мас. %	Температура окисления, К	Уравнения	Коэффициенты регрессии, R
-	473	$y = -1E - 06x^4 + 0.000x^3 - 0.009x^2 + 0.224x - 0.164$	0.997
	523	$y = -2E - 06x^4 + 0.000x^3 - 0.011x^2 + 0.266x - 0.185$	0.998
	623	$y = -3E - 06x^4 + 0.000x^3 - 0.013x^2 + 0.294x - 0.108$	0.996
0.5	473	$y = -1E - 06x^5 + 0.000x^4 - 0.004x^3 + 0.058x^2 - 0.079x + 0.096$	0.996
	523	$y = -2E - 06x^5 + 0.000x^4 - 0.007x^3 + 0.090x^2 - 0.168x + 0.211$	0.997
	623	$y = -3E - 06x^5 + 0.000x^4 - 0.009x^3 + 0.110x^2 - 0.136x + 0.172$	0.996
1.0	473	$y = -1E - 06x^5 + 0.000x^4 - 0.004x^3 + 0.057x^2 - 0.065x + 0.083$	0.996
	523	$y = -2E - 06x^5 + 0.000x^4 - 0.007x^3 + 0.091x^2 - 0.167x + 0.238$	0.998
	623	$y = -3E - 06x^5 + 0.000x^4 - 0.009x^3 + 0.111x^2 - 0.142x + 0.218$	0.996

В координатах $lgK-1/T$ кривые процесса высокотемпературного окисления представляются прямыми линиями (рис. 3), по углу наклона которых рассчитана эффективная энергия активации сплавов. Среди легированных сплавов максимальной скоростью окисления обладает сплав

Zn+0.5%Al с 1.0 мас.% индия, что соответствует энергии активации 128.1 кДж/моль, в то время как значение последнего для базового сплава равно 168.4 кДж/моль (табл. 1).

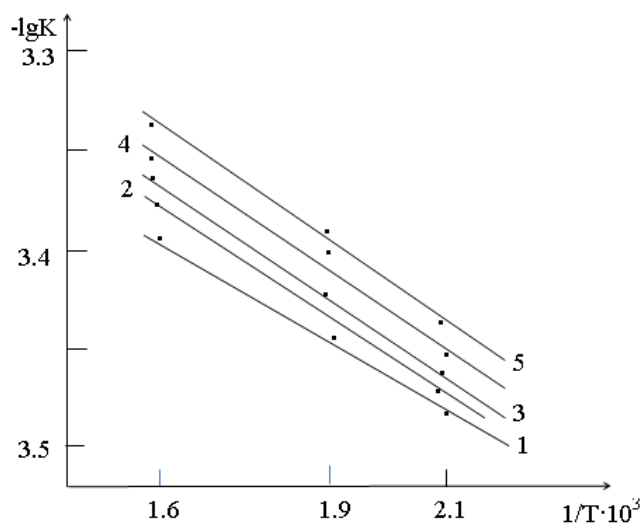


Рис. 3. Зависимость $\lg K$ от $1/T$ для сплава Zn+0.5%Al (1), легированного неодимом, мас. %: 0.01 (2), 0.05 (3), 0.5 (4), 0.5 (5).

Продукты окисления, образующиеся при окислении легированных индием сплавов, исследованы методом рентгенофазового анализа [5]. Видно, что продукты окисления изученных сплавов на примере легированного сплава 0.1 мас.% индием состоят из оксидов ZnO, Al₂O₃ и In₂O₃ (рис. 4).

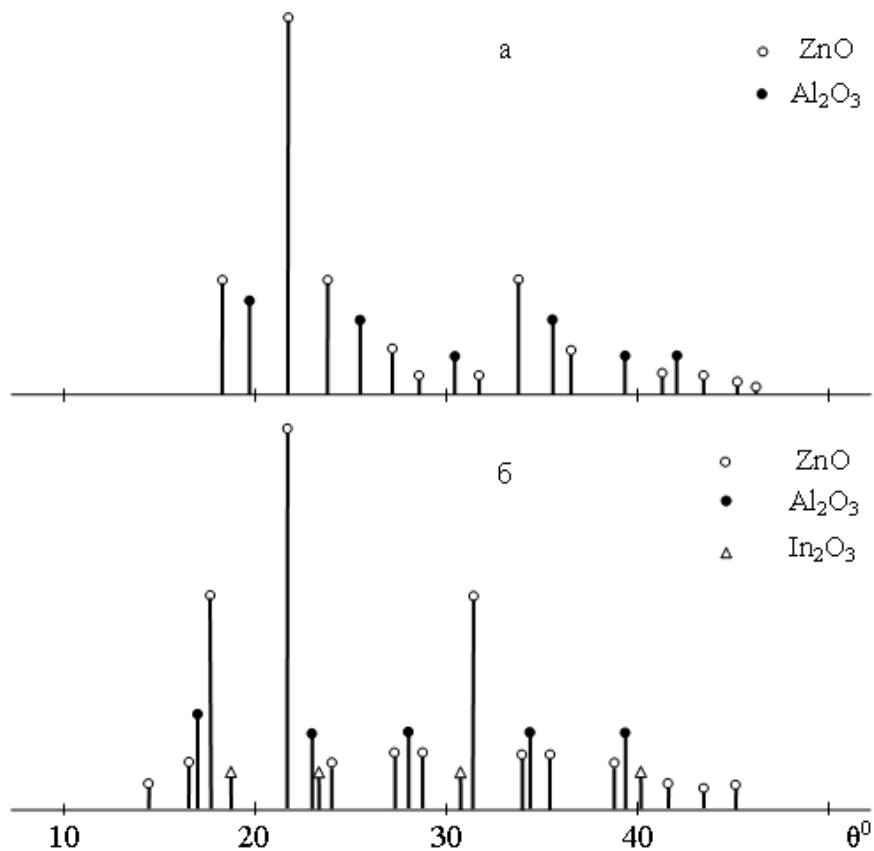


Рис. 4. Штрихдифрактограммы продуктов окисления сплава Zn+0.5% Al (а), содержащего 0.1 мас.% индия (б).

В целом, по данным экспериментальных исследований кинетики высокотемпературного окисления сплава Zn+0.5% Al, легированного индием, в твердом состоянии кислородом газовой фазы установлено, что сплавы 0.5 и 1.0 мас.% индия, по сравнению с низколегированными индием сплавами (0.01-0.1 мас.%), обладают наибольшим значением истинной скорости окисления и наименьшей величиной эффективной энергии активации. Выявлено, что легирующий компонент незначительно увеличивает окисляемость протекторного сплава Zn+0.5% Al в пределах 0.01-0.05 мас.% индия. Определено, что продукты окисления исследованных сплавов состоят из оксидов ZnO, Al₂O₃ и In₂O₃.

Поступило 03.11.2021 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Виткин А.И., Тейндл И.И. Металлические покрытия листовой и полосовой стали. – М.: Металлургия, 1971, 493 с.
2. Кечин В.А., Люблинский Е.Я. Цинковые сплавы. – М.: Металлургия, 1986, 247 с.
3. Одинаева Н.Б., Сафарова Ф.Р., Ганиев И.Н., Обидов З.Р. Анодное поведение сплава Zn+0.5% Al, легированного индием, в среде электролита NaCl. – Вестник Таджикского технического университета, 2014, №4(28), с. 73.
4. Обидов З.Р., Ганиев И.Н. Физикохимия цинк-алюминиевых сплавов с редкоземельными металлами. – Душанбе: ООО «Андалеб-Р», 2015, 334 с.
5. Васильев Е.К., Назмансов М.С. Качественный рентгеноструктурный анализ. – Новосибирск: Наука, 1986, 200 с.

Н.Б.Одинаева^{*}, И.Н.Ганиев, З.Р.Обидов^{*}, М.Ч.Исобеаев, Ф.Р.Сафарова^{*}

ОКСИДШАВИИ БАЛАНДҲАРОРАТИИ ХҶЛАИ Zn+0.5% Al, КИ БО ИНДИЙ ЧАВҲАРОНИДА ШУДААСТ, ДАР ҲОЛАТИ САХТ

Институти кимиёи ба номи В.И.Никитини Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,

^{}Донишгоҳи техникии Тоҷикистон ба номи академик М.С.Осимӣ*

Бо усули термогравиметрӣ таҳқиқоти баҳамтаъсироти хӯлаи Zn+0.5%Al, ки бо индий чавҳаронида шудааст, бо оксигени ҳаво дар ҳудуди ҳароратии 473-673 К, дар ҳолати сахт анҷом дода шудааст. Параметрҳои кинетикии раванди оксидшавии баландҳароратии хӯлаҳо муайян карда шудааст. Нишон дода шудааст, ки иловаҳои компоненти чавҳаронӣ оксидшавии хӯлаи Zn+0.5%Al -ро каме зиёд менамоянд.

Калимаҳои калидӣ: хӯлаи Zn+0.5%Al, чавҳаронӣ, индий, усули термогравиметрӣ, оксидшавии баландҳароратӣ, суръати оксидшавӣ, энергияи фаъол.

N.B.Oдинаева*, I.N.Gаниев, Z.R.Обидов*, M.J.Исобаев, F.R.Сафарова*

HIGH-TEMPERATURE OXIDATION OF Zn+0.5%Al ALLOY, DOPED WITH INDIUM, IN THE FIRM CONDITION

V.I.Nikitin Institute of Chemistry National Academy of Sciences of the Tajikistan,

**Tajik Technical University named after M.S.Osimi*

In this paper the thermo gravimetric method interaction of Zn+0.5%Al alloy, doped with indium, with air oxygen in an interval to temperature 473-623 K in the firm condition are investigated. Kinetic parameters of process of high-temperature oxidation of alloys are defined. Showed that additives of an alloying component slightly increase oxidability of alloy Zn+0.5%Al.

Key words: Zn+0.5%Al alloy, doped, indium, thermo gravimetric a method, high-temperature oxidation, speed of oxidation, energy of activation.

УДК 615.013

З.Г.Гулмахмадзода

СТАНДАРТИЗАЦИЯ МАЗИ БРОМ ТИАДИАЗОЛ ПИРИМИДИНОВОЙ 1%

*Научно-исследовательский фармацевтический центр Министерства здравоохранения
и социальной защиты населения Республики Таджикистан*

(Представлено академиком НАН Таджикистана С.Юсуфи 06.09.2021 г.)

Приведены результаты по стандартизации мази бром тиадиазол пиримидиновой 1%. Трехкратная экстракция водой в течение 10 мин обеспечивает практически полное извлечение 2-бром-7-метил-5-оксо-5Н-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина из мазевой основы. Методика количественного определения действующего вещества в мази соответствует необходимым требованиям по показателям линейности, повторяемости, сходимости, правильности.

Ключевые слова: мазь, 2-бром-7-метил-5-оксо-5Н-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидин, стандартизация.

Поиск новых антибактериальных препаратов является весьма актуальным, что объясняется возникновением устойчивости у микроорганизмов к существующим антибиотикам. Особое значение придается тому, что многие микроорганизмы часто являются причиной нагноения послеоперационных ран. Медикаментозные средства для лечения гнойных ран под повязкой широко распространены в повседневной хирургической практике [1,2]. Основными требованиями, предъявляемыми к ним при лечении хирургической инфекции, являются высокая антиоксидантная, репаративная, противовоспалительная, антибактериальная активность при минимальной токсичности и гипоаллергенности, стерильность и высокая осмотическая активность [3,4]. В связи с этим разработка новых мазей, содержащих в основе антибактериальные препараты, имеет большое значение.

В Таджикистане разработана новая мазь с антибактериальными свойствами на основе 2-бром-7-метил-5-оксо-5Н-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина [5]. Однако перед применением препарата в медицинской практике необходимо провести его стандартизацию, то есть проконтролировать его качество.

Целью данной статьи является стандартизация мази на основе тиадиазолпиримидина.

Материалы и методы исследования**Методика количественного определения****2-бром-7-метил-5-оксо-5Н-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина**

2 г препарата нагревают с 10 мл воды, очищенной на водяной бане при частом встряхивании в течение 10 мин. После охлаждения жидкость декантируют через фильтр в мерную колбу вместимостью 100 мл. Общий объём доводят очищенной водой до метки и перемешивают.

Адрес для корреспонденции: Зафар Гулмахмадзода. 734064, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Мухаммадиева. Научно-исследовательский фармацевтический центр Министерства здравоохранения и социальной защиты населения РТ. E-mail: zsangov@mail.ru

25 мл полученного раствора переносят в мерную колбу вместимостью 50 мл и доводят очищенной водой до метки и перемешивают. Измеряют оптическую плотность полученного раствора при длине волны 304±2 нм на спектрофотометре СФ-46.

Измеряют оптическую плотность раствора стандартного образца.

Результаты и их обсуждение

Анализ фармакопейных статей на различные мази показал, что в большинстве из них для количественного определения действующих веществ используется экстракция его каким-либо подходящим растворителем и время экстракции активного вещества из основы, равное 10 мин при однократной экстракции. Поэтому предварительная методика количественного определения 2-Br-7-CH₃-5-оксо-5Н-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина включала проведение однократной экстракции действующего вещества.

Концентрация 2-Br-7-CH₃-5-оксо-5Н-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина в анализируемом растворе составляет 100 мкг/мл. Эта концентрация действующего вещества была использована при валидации количественного определения 2-Br-7-CH₃-5-оксо-5Н-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина спектрофотометрическим методом.

На первом этапе разработки методики количественного определения было изучено влияние времени экстракции на результат количественного определения 2-бром-7-метил-5-оксо-5Н-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина. Результаты средних значений измерений в 3-кратной повторности приведены в табл. 1.

Таблица 1

Влияние времени экстракции на результат определения содержания 2-бром-7-метил-5-оксо-5Н-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина в мази

№ эксперимента	Время экстракции	Аналитический отклик (оптическая плотность)	Концентрация 2-бром-7-метил-5-оксо-5Н-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина, мкг/мл	Отклонение от номинала	
1	5 мин	0.554	81.83	18.17	
2		0.578	85.38	14.62	
3		0.582	85.97	14.03	
4		0.564	83.31	16.69	
5		0.581	85.82	14.18	
Среднее значение				84.46	15.54
RSD, %					1.625
1	10 мин	0.622	91.88	8.12	
2		0.612	90.4	9.6	
3		0.621	91.73	8.27	
4		0.607	89.66	10.34	
5		0.623	92.02	7.98	
Среднее значение				91.14	8.86
RSD, %					0.939
1	15 мин	0.655	96.75	3.25	
2		0.661	97.64	2.36	
3		0.642	94.83	5.17	
4		0.638	94.24	5.76	
5		0.651	96.16	3.84	
Среднее значение				95.92	4.08
RSD, %					1.241

Полученные результаты показали, что однократная экстракция в течение 15 минут не позволяет достичь 100%-ного извлечения действующего вещества.

На следующем этапе было изучено влияние количества экстракций при времени 10 минут. Полученные результаты приведены в табл. 2.

Таблица 2

Влияние времени экстракции на результат количественного определения содержания 2-бром-7-метил-5-оксо-5Н-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина в мази

№ эксперимента	Время экстракции	Аналитический отклик (оптическая плотность)	Концентрация 2-бром-7-метил-5-оксо-5Н-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина, мкг/мл	Отклонение от номинала	
1	2x10 мин	0.654	96.60	3.40	
2		0.648	95.72	4.28	
3		0.66	97.49	2.51	
4		0.651	96.16	3.84	
5		0.661	97.64	2.36	
Среднее значение				96.72	3.28
RSD, %					0.744
1	3x10 мин	0.677	100	0	
2		0.682	100.74	-0.74	
3		0.676	99.85	0.15	
4		0.669	98.82	1.18	
5		0.683	100.87	-0.89	
Среднее значение				100.06	-0.06
RSD, %					0.739

Как показывают полученные результаты, трехкратная экстракция в течение 10 мин обеспечивает практически полное извлечение 2-бром-7-метил-5-оксо-5Н-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина из мазевой основы.

На следующем этапе исследований проведена валидация методики количественного определения 2-Br-7-CH₃-5-оксо-5Н-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина в мази. Для этого первоначально была рассчитана полная неопределенность анализа. Эта величина (ΔA_s) в процентах, выражаемая как односторонний относительный доверительный интервал для уровня доверительной вероятности 95% [6], не должна превышать следующих величин:

$$\Delta A_s \leq \frac{B_H - B_L}{2} \cdot 0.32 = 3.2\%$$

Прогноз неопределенности спектрофотометрического определения содержания 2-бром-7-метил-5-оксо-5Н-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина в мази

При таких прогнозах используется коэффициент Гаусса 1.65 для односторонней вероятности 0.95.

При проведении количественного определения спектрофотометрическим методом спектрофотометрическая неопределенность оптической плотности (по паспорту спектрофотометра СФ-46) $sA, r = 0.2\%$, неопределенность кюветы (экспериментально найдена) $scell, r = 0.1\%$. Предполагается, что будет проводиться 3-кратное измерение оптической плотности испытуемого раствора и раствора сравнения с выниманием кюветы. Необходимо провести прогноз неопределенности анализа.

1. Первоначально определяется неопределенность пробоподготовки.

Неопределенности не должны превышать следующие величины:

При выполнении этой операции используется следующая стеклянная посуда: пипетки на 1 мл, на 5 мл (дважды), 10 мл, мерная колба на 100 мл. Согласно [6], предельно допустимые погрешности для мерной посуды следующие: пипетка на 1 мл – 0.6, пипетка на 5 мл – 0.6, пипетка на 10 мл – 0.5, мерная колба на 100 мл – 0.5%.

Полная неопределенность пробоподготовки

$$\Delta_{SP,r} = \sqrt{0.6^2 + 0.6^2 + 0.6^2 + 0.5^2 + 0.5^2} = \sqrt{0.36 + 0.36 + 0.36 + 0.25 + 0.25} = \sqrt{1.58} = 1.26\%$$

2. Затем определяется неопределенность конечной аналитической операции (спектрофотометрии). Коэффициент 2 учитывает наличие испытуемого раствора и раствора сравнения:

$$\Delta_{FAO,r} = 1.65 \sqrt{\frac{2 \cdot (S_{A,r}^2 + S_{cell,r}^2)}{3}} = 1.65 \sqrt{\frac{2 \cdot (0.2^2 + 0.1^2)}{3}} = 0.30\%$$

3. В конце определяется полная прогнозируемая неопределенность анализа:

$$\Delta_{SP,r} = \sqrt{1.26^2 + 0.30^2} = 1.295\%$$

Таким образом, прогнозируемая неопределенность анализа составляет 1.295%, что меньше максимально допустимой – 3.2%.

Линейность методики

Готовили мази 2-Br-7-CH₃-5-оксо-5Н-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина с содержанием действующего вещества от 80 до 120% с шагом 5% согласно [6] и проводили определение его количественного содержания спектрофотометрическим методом при трехкратной экстракции длительностью по 10 минут. Полученные результаты представлены в табл. 3 и на рисунке.

Таблица 3

Результаты определения линейности спектрофотометрического метода определения количественного содержания 2-Br-7-CH₃-5-оксо-5Н-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина в мази

Расчётное содержание 2-Br-7-CH ₃ -5-оксо-5Н-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина в мази		Di
мг/г	%	
8.0	80	0.548
8.5	85	0.571
9.0	90	0.617
9.5	95	0.637
10.0	100	0.674
10.5	105	0.707
11.0	110	0.750
11.5	115	0.772
12.0	120	0.817

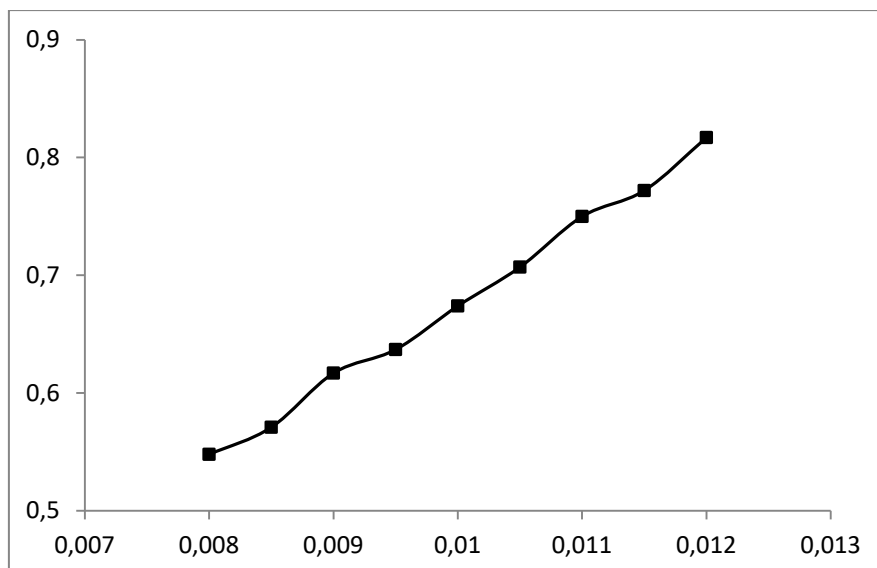


Рис. График линейности метода количественного определения 2-Br-7-CH₃-5-оксо-5H-1,3,4-тиадиазоло[3,2-a]пиримидина в мази.

Параметры линейности рассчитывали методом наименьших квадратов согласно [ОФС.1.1.0012.15 «Валидация аналитических методик»]. Были рассчитаны параметры линейной зависимости $Y_i = bX_i + a$, где a – свободный член для рассчитанной регрессионной прямой (отрезок, отсекаемый на оси ординат), b – угол наклона для рассчитанной регрессионной прямой.

А. При выражении концентрации 2-Br-7-CH₃-5-оксо-5H-1,3,4-тиадиазоло[3,2-a]пиримидина в мази в мг/г:

$$D = 0.0672 \cdot C - 0.005.$$

Б. При выражении концентрации 2-Br-7-CH₃-5-оксо-5H-1,3,4-тиадиазоло[3,2-a]пиримидина в мази в нормализованных координатах:

$$D = 0.0067 \cdot C + 0.007.$$

Свободный член a согласно [6] должен удовлетворять условию

$$|a| \leq \Delta_A = t(95\%, n - 2) \cdot s_a,$$

где s_a – стандартное отклонение для отрезка, который отсекается на оси ординат (для рассчитанной регрессионной прямой), t – коэффициент Стьюдента для одностороннего распределения доверительной вероятности 95% и числа степеней свободы $f = n - 2$.

В нашем случае $\Delta_{As} = 2.13 \cdot 0.05 = 0.1065$, рассчитанное значение свободного члена $|a| = 0.007$, что ниже Δ_A , следовательно, соблюдается критерий статистической незначимости.

Критерием приемлемости линейности является коэффициент корреляции. Если его величина близка к единице, то совокупность данных можно описать прямой линией. Величина коэффициента корреляции должна быть не ниже 0.99. Коэффициент корреляции составил 0.999.

Повторяемость методики

Повторяемость методики изучали на одном образце препарата в 10 повторностях. Критерий приемлемости в этом случае выражается величиной относительного стандартного отклонения, кото-

рая не должна превышать 2% и составила 1.09% (табл. 4), что свидетельствует о прецизионности методики в условиях повторяемости.

Сходимость методики

Определение сходимости методики определения содержания 2-Br-7-CH₃-5-оксо-5H-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина в мази проводили в соответствии с требованием о проведении не менее 6 определений для образцов с содержанием анализируемого вещества, близкому к номинальному [6]. Поэтому определение сходимости проводили 2 аналитика в 5 повторностях (табл.5).

Таблица 4

Результаты определения повторяемости разработанной методики

Повторность	Содержание вещества, мг/г
1	9.988
2	10.010
3	9.995
4	10.010
5	9.991
6	10.014
7	9.998
8	9.990
9	10.020
10	10.010
Среднее значение	10.003
Относительное стандартное отклонение (RSD), %	1.090

Критерий приемлемости выражался величиной относительного стандартного отклонения, которое не должно превышать 10%. Его значение находилось в пределах 3.03-3.91%, что указывает на прецизионность методики в условиях воспроизводимости.

Правильность методики

Правильность методики устанавливали путем измерения количественного содержания 2-Br-7-CH₃-5-оксо-5H-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина в мазях, полученных путем добавления к исследуемой мази необходимого количества стандарта с концентрациями 2, 4, 5, 6, 8, 9, 9.5 мг/г до получения окончательной концентрации 10 мг/мл. Критерий приемлемости – средний процент восстановления при использовании растворов заданных концентраций, должен находиться в пределах 100±5%. Полученные результаты приведены в табл. 6.

Данные табл. 6 показывают, что средний процент восстановления находится в пределах от -101.08 до +101.72, среднее его значение составляет 100.15%.

Таким образом, разработанная методика количественного определения содержания 2-Br-7-CH₃-5-оксо-5H-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина в мази по всем параметрам пригодна для практического применения.

После проведения валидационных исследований на мазь 2-Br-7-CH₃-5-оксо-5H-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидин была разработана фармакопейная статья ФСП 42 Тj-230002 «Мазь бром тиадиазол пиримидиновая 1% 25 г», включающая следующие пункты.

Таблица 5

Результаты определения сходимости методики

Повторность	Аналитик	Образец №1		Образец №2		Образец №3	
		D*	C**	D*	C**	D*	C**
1	1	0.674	9.96	0.672	9.93	0.676	9.99
2	1	0.675	9.97	0.677	10	0.673	9.94
3	1	0.671	9.91	0.673	9.94	0.676	9.99
4	1	0.676	9.99	0.678	10.02	0.674	9.96
5	1	0.679	10.03	0.678	10.02	0.678	10.02
6	2	0.681	10.06	0.674	9.96	0.672	9.93
7	2	0.675	9.97	0.677	10	0.681	10.06
8	2	0.677	10	0.681	10.06	0.677	10
9	2	0.674	9.96	0.678	10.02	0.675	9.97
10	2	0.675	9.97	0.676	9.99	0.676	9.99
Среднее значение		0.675	9.98	0.676	9.99	0.675	9.982
Относительное стандартное отклонение (RSD), %			3.91		3.81		3.61
Повторность	Аналитик	Образец №4		Образец №5			
		D*	C**	D*	C**		
1	1	0.676	9.99	0.679	10.03		
2	1	0.675	9.97	0.678	10.02		
3	1	0.677	10	0.674	9.96		
4	1	0.672	9.93	0.677	10		
5	1	0.674	9.96	0.673	9.94		
6	2	0.680	10.04	0.674	9.96		
7	2	0.673	9.94	0.675	9.97		
8	2	0.678	10.02	0.676	9.99		
9	2	0.680	10.04	0.675	9.97		
10	2	0.678	10.02	0.679	10.03		
Среднее значение		0.676	10	0.676	9.985		
Относительное стандартное отклонение (RSD), %			3.91		3.03		

* – значение оптической плотности

** – концентрация 2-Br-7-CH₃-5-оксо-5Н-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина в мази, мг/г

Таблица 6

Результаты определения правильности методики (результаты опытов с добавками)

№	Содержание 2-Br-7-CH ₃ -5-оксо-5Н-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина, мг/г	Добавлено 2-Br-7-CH ₃ -5-оксо-5Н-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина, мг/г	Ожидаемое содержание, мг/г	Полученное содержание, мг/г	Ошибка, %
1	5	15	20	20.107	-1.880
2	7	13	20	19.978	-0.590
3	10	10	20	19.989	-0.700
4	12	8	20	20.073	-1.540
5	15	5	20	19.84	-0.810
6	17	3	20	19.830	0.890
7	19	1	20	20.050	-1.310
Среднее значение				20.004	-0.849
Относительное стандартное отклонение				3.4	

Нормативные документы (НД) на мазь
2-бром-7-метил-5-оксо-5Н-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина

Состав:

2-бром-7-метил-5-оксо-5Н-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидин – 1 г

вода очищенная – 5 г

ланолин безводный – 10 г

вазелин – 84 г

Описание. Мазь белого цвета.

Подлинность. Проводят методами А или Б.

2 г препарата нагревают с 10 мл очищенной воды на водяной бане, при частом встряхивании в течение 10 мин. По охлаждении жидкость декантируют. Добавляют к препарату еще 10 мл очищенной воды и повторяют эту операцию еще раз. Водные извлечения объединяют. Эту же операцию повторяют еще раз со следующими 10 мл очищенной воды. Водные извлечения объединяют. Общий объем доводят до 200 мл и перемешивают.

А. УФ-спектр полученного раствора в области 230-350 нм должен иметь максимумы поглощения при тех же длинах волн, что и УФ-спектр раствора стандартного образца, приготовленного для количественного определения.

Б. Наносят на линию старта хроматографической пластинки полученный раствор. Рядом наносят раствор А стандартного образца, приготовленного для количественного определения. После хроматографирования пятна исследуемого препарата должны соответствовать пятнам раствора стандартного образца.

Количественное определение

2 г препарата нагревают с 10 мл очищенной воды на водяной бане при частом встряхивании в течение 10 мин. По охлаждении жидкость декантируют через фильтр в мерную колбу вместимостью 100 мл. Добавляют к препарату еще 10 мл воды очищенной и повторяют эту операцию еще раз. Водные извлечения декантируют через фильтр в ту же мерную колбу. Эту же операцию повторяют еще раз со следующими 10 мл очищенной воды. Водные извлечения объединяют. Общий объем доводят дистиллированной водой до метки и перемешивают.

25 мл полученного раствора переносят в мерную колбу вместимостью 50 мл и доводят дистиллированной водой до метки и перемешивают.

Измеряют оптическую плотность полученного раствора при 304 ± 2 нм.

Измеряют оптическую плотность раствора стандартного образца.

Содержание 2-бром-7-метил-5-оксо-5Н-1,3,4-тиадиазоло[3,2-а]пиримидина определяют по формуле:

$$X = \frac{D_1}{D_0} \cdot 100,$$

где: D_1 – оптическая плотность испытуемого раствора;

D_0 – оптическая плотность стандартного раствора.

Содержание $C_6H_4N_3SBr$ в препарате должно составлять не менее 0.9-1.1%.

В ы в о д ы

Проведена стандартизация мази тиадiazолпиримидиновой.

Показано, что методика количественного определения тиадiazолпиримидина в мази соответствует требованиям, предъявляемым к фармакопейным статьям.

Поступило 12.09.2021 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Блатун Л.А. Флегмоны и абсцессы: современные возможности лечения. – Лечащий врач, 2002, №1, с.30-40.
2. Даценко Б.М. Теория и практика местного лечения гнойных ран. – Киев: Здоров'я, 1995, 384 с.
3. Измайлов С.Г., Измайлов Г.А., Аверьянов М.Ю., Резник В.С. Ксимедон в клинической практике. – Н. Новгород: Изд-во НГМА, 2001, 188 с.
4. Рябков М.Г. Влияние антиоксидантов на детоксикационную функцию печени и лимфатической системы при остром перитоните. – Анн. хир. гепатол, 2003, №8(2), с.343-344.
5. Азизов А., Салимов Т.М., Гулмахмадзода З.Г. Разработка и антимикробная активность мази на основе 2-бром-7-метил-5-оксо-5Н-1,3,4-тиадiazоло[3,2-а]пиримидина. – Сб. статей «Актуальные проблемы профилактики и лечения болезней животных», посв. 25-летию XVI сессии Верховного Совета Республики Таджикистан и 70-летию доктора ветеринарных наук Пайшамби Асоева. – Душанбе, 2017, с.126-130.
6. ОФС.1.1.0012.15 «Валидация аналитических методик».

З.Г.Гулмахмадзода

СТАНДАРТИКУНОНИИ МАЛҲАМИ 1%-И БРОМ ТИАДИАЗОЛ ПИРИМИДИН

Маркази илмию-тадқиқотии фармасевтии

Вазорати тандурустӣ ва ҳифзи иҷтимоии аҳолии Ҷумҳурии Тоҷикистон

Дар мақола натиҷаҳои стандартикунонии малҳами 1%-и бром тиадiazол пиримидин оварда шудаанд. Экстраксияи секарата бо об дар тӯли 10 дақиқа истихроҷи қариб пурраи 2-бром-7-метил-5-оксо-5Н-1,3,4-тиадiazол[3,2-а]пиримидинро аз таркиби малҳам таъмин мекунад. Усули муайянкунии микдорини моддаи ғаёбол дар малҳам ба талаботи зарурии хаттӣ, такроршавандагӣ, монандӣ ва дақиқият мувофиқат мекунад.

Калимаҳои калидӣ: малҳам, 2-бром-7-метил-5-оксо-5Н-1,3,4-тиадiazол[3,2-а]пиримидин, стандартикунонӣ.

Z.G.Gulmahmadzoda

**STANDARDIZATION OF THE OINTMENT OF BROMINE THIADIAZOLE
PYRIMIDINE 1%**

*Research Pharmaceutical Center of the Ministry of Health and Social Protection
of the Population of the Republic of Tajikistan*

In this paper the results of standardization of the ointment of bromine thiadiazole pyrimidine 1% are presented. Threefold extraction with water for 10 minutes provides almost complete extraction of 2-bromo-7-methyl-5-oxo-5H-1,3,4-thiadiazolo[3,2-a]pyrimidine from the ointment base. The method of quantitative determination of the active substance in the ointment meets the necessary requirements for linearity, repeatability, convergence and correctness.

Key words: *ointment, 2-bromo-7-methyl-5-oxo-5H-1,3,4-thiadiazolo[3,2-a]pyrimidine, standardization.*

УКАЗАТЕЛЬ СТАТЕЙ, ОПУБЛИКОВАННЫХ В 2021 г.

№ 1-2

МАТЕМАТИКА

Р.Л.Хотамова, М.С.Шарифзода. Короткие квадратичные тригонометрические суммы с простыми числами в малой окрестности центра больших дуг

М.Ш.Шабозов, Алаа Сайфулрахмон Курайши. Некоторые неравенства типа Джексона-Стечкина, связанные с неклассическим модулем непрерывности высшего порядка в L_2

Г.А.Юсупов, М.М.Миркалонова. Неравенства для наилучших приближений аналитических функций в банаховом пространстве Харди H_q , $1 \leq q \leq \infty$

Н.М.Мамадаёзов, Ш.Саади. Наилучшее полиномиальное приближение и поперечники множеств в пространстве L_2

Д.С.Сафаров, Х.В.Одинабеков. О решении одного класса псевдопараболических систем уравнений на плоскости с заданными главными частями

Е.М.Мухсинов. О задаче преследования в нелинейных дифференциальных играх с запаздывающим аргументом

ИНФОРМАТИКА

М.М.Каюмов. О распознавании автора текста на основе частотности n -значных $\alpha\beta$ -кодов словоформ

АСТРОНОМИЯ

Г.И.Кохирова, П.Б.Бабаджанов, У.Х.Хамроев, А.И.Джонмухаммади, И.В.Кулаев. Астероидно-метеороидный комплекс виргинид. Астероиды, связанные с метеороидным роём Мю-Виргиниды

АСТРОФИЗИКА

А.А.Ибрагимов. Об ориентации плазменных хвостов комет

ФИЗИКА

М.С.Курбониён, З.Умар, Томоюки Ямамото, Ф.Рахими. Первопринципные расчеты электронной структуры AMO_3 ($A=Ca, Sr; M=Sn, Zr, Ti, Hf$), легированного ионами Mn^{4+}

Ш.Туйчиев, Дж.Рашидов, С.Х.Табаров, Л.Туйчиев, Ш.И.Акназарова, Ф.Х.Содиков. Фотостарение аморфных полимерных нанокомпозитов

С.Дж.Гафуров, Т.Б.Бобоев. Влияние фуллерена C_{60} на фотодеструкции полиметилметакрилата

НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

М.Т.Тагоев, Е.Ю.Малышева, Ш.Д.Отаев, Ш.О.Аъзамов, У.М.Мирсаидов. Получение глинозёма и оксида железа из алюмосиликатных руд Таджикистана спеканием с NaOH

М.Д.Бобоев, Б.Б.Баротов, И.Мирсаидзода (И.У.Мирсаидов), К.О.Бобоев, У.М.Мирсаидов. Физико-химические основы сернокислотного разложения урансодержащих руд Таджикистана

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Ш.Р.Самихов, Дж.Б.Асриев. Кинетика тиосульфатного выщелачивания золота и серебра из концентрата месторождения Дуоба

Г.Аминджони, Н.А.Наимов, К.Дж.Суяров, Дж.Р.Рузиев, Х.Сафиев. Термодинамика процесса переработки флотационного мусковитового концентрата методом сульфатизации

АЛЬГОЛОГИЯ

Х.Х.Хисориев, Ш.М.Мирсабуров. О зелёных водорослях – Chlorophyta бассейна р. Исфары

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Б.А.Солиева, Н.Х.Ойзода, Б.Н.Сатторов, А.Э.Эргашев, Р.Ш.Хакимова, Н.А.Маниязова, Х.А.Абдуллаев. Вододерживающая способность хлопчатника в зависимости от формы и окраски листа

№ 3-4

МАТЕМАТИКА

З.Х.Рахмонов, Д.Д.Рахмонов. Короткие тригонометрические суммы с простыми числами в малой окрестности центра больших дуг

Ш.А.Хайруллоев. Расстояние между соседними нулями производной j -го порядка функции Харди

Ш.М.Зулфонон. Применение преобразования Лапласа-Карсона к решению начально-краевой задачи для интегро-дифференциальных уравнений

М.Ш.Шабозов, А.С.Курайши. О точных верхних гранях среднеквадратичных приближений некоторых классов периодических дифференцируемых функций в пространстве L_2

Г.А.Юсупов, А.А.Шабозова. Среднеквадратическое полиномиальное приближение периодических дифференцируемых функций

Ф.Раимзода. Точные неравенства, содержащие наилучшие приближения и нормы разности высших порядков в L_2

Р.Пиров, М.А.Джабборов. Об исследовании некоторых систем дифференциальных уравнений в частных производных с двумя неизвестными функциями в пространстве

АСТРОНОМИЯ

Г.И.Кохирова, А.В.Иванова, Ф.Дж.Рахматуллаева, С.А.Борисенко, В.К.Агнихотри, А.М.Буриев. Распад кометы Атлас по наблюдениям в Таджикистане и Индии

ФИЗИКА

Фарход Рахими, Б.Г.Пиров. Магнетики Гейзенберга со спином $S=3/2$ в многомерном пространстве

Х.О.Абдуллоев, Д.К.Солихов, С.С.Рахмонов. Решение нелинейного уравнения Шредингера в рамках легкоосной модели Гейзенберга и поведение пакетов спиновых волн

Ш.Туйчиев, Д.Рашидов, С.Х.Табаров, Ф.Х.Содиков. Влияние нанографенов на структуру и некоторые свойства полимеров

Н.У.Муллоев, Н.А.Маджидов, Н.Л.Лаврик. Квантово-химический расчёт структуры димеров имидазола

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

Д.Н.Низомов. Граничные интегральные уравнения трехмерных задач теории упругости

НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

У.М.Мирсаидов, Б.Б.Баротов, К.О.Бобоев, И.Мирсаидзода (И.У.Мирсаидов), Дж.Н.Эшов. Выделение урановых концентратов из рассолов, дренажных и технических вод

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

А.Шарифов, З.Х.Гайбуллаева, Д.С.Неъматзода, З.А.Гозиев. Коррозия гидротехнического бетона и причины ее протекания

МИНЕРАЛОГИЯ

Ф.А.Файзиев, С.Б.Ятимов, А.Р.Файзиев. О генезисе полиметаллических месторождений Юго-Западного Кармазара (на примере Кансайской и Такелийской группы месторождений)

№ 5-6**МАТЕМАТИКА**

С.А.Исхоков, Б.А.Рахмонов. Об изоморфизме некоторых пространств типа Соболева дробного порядка

М.Ш.Шабозов, А.С.Курайши. О совместном приближении функций и ее производных в среднем на вещественной оси алгебраическими полиномами с весом Чебышева-Эрмита

А.Г.Айдармамадов, Н.У.Кадамшоев. О приближении аналитических функций в весовом пространстве Бергмана

А.А.Шабозова, Г.Фарзом. Наилучшие совместные приближения некоторых классов периодических функций, определяемых модулями непрерывности m -го порядка в L_2

А.Захурбеков. Верхние грани наилучших среднеквадратических приближений функций многих переменных “треугольными” суммами Фурье по произвольным ортогональным системам

Л.Н.Раджабова, Ф.М.Ахмадов. О некоторых случаях решения двумерных интегральных уравнений типа Вольтерра с граничной особой и сильно-особой линиями

АСТРОНОМИЯ

Г.И.Кохирова, Ф.Дж.Рахматуллаева, С.А.Борисенко. Результаты наблюдений кометы P/2019 LD2 в обсерватории Санглох

ФИЗИКА

Д.Рашидов, Т.Х.Салихов, С.Х.Табаров, А.Мирзо, Д.М.Шарифов, Ф.Х.Содиков. Температуропроводность фуллереннаполненного полиэтилена

НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Н.С.Бекназарова, Дж.О.Шоалифов. Комплексообразование в системе Hg(II) – 1-фенил-2,3-диметилпиразолин-5-тион – 0.1 моль/л HNO₃ – 298 К

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

А.С.Курбонов, М.М.Тагоев, Р.Акрамзода, А.П.Тагаев, У.М.Мирсаидов. Сравнительная оценка термодинамических характеристик разложения боросиликатных руд минеральными кислотами и уксусной кислотой

ПЕТРОХИМИЯ

М.М.Мамадвафоев, Д.А.Давлатшоев. К петрохимии базальтоидов и щелочных базальтоидов Кафандарского рудного поля (Восточный Гиссар)

БОТАНИКА

Н.С.Саидов, Д.С.Сагтаров. Итоги интродукции голосеменных растений на Североамериканском участке центрального ботанического сада Таджикистана за 85 лет

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

М.Б.Ниязмухамедова. Содержание азота и белка в зелёной биомассе и в зерне тритикале

БИОХИМИЯ РАСТЕНИЙ

К.Алиев, Н.С.Диловарова, Н.Х.Норкулов, М.Х.Шукурова, З.Х.Норкулова. Органоспецифичность про- и антиоксидантной системы в условиях *in vitro* и *ex vitro* у картофеля

№7-8

МАТЕМАТИКА

У.Чариев. Обобщённая задача для сумм мультипликативных функций в арифметической прогрессии

М.Ш.Шабозов, А.Мухлис. Неравенства типа Джексона-Стечкина и поперечники некоторых классов функций в L_2

А.Захурбеков. Верхние грани наилучших приближений некоторых классов периодических функций двух переменных "круговыми" суммами Фурье в $L_2(Q)$

О.А.Джурахонов. Скорость сходимости "гиперболических" частных сумм двойного ряда Фурье по ортогональным многочленам Фурье-Эрмита

Н.У.Кадамшоев. Точные неравенства между наилучшими приближениями и некоторыми характеристиками гладкости в пространстве Бергмана B_2

С.А.Исхоков, К.Э.Хакназаров. Вариационная задача Дирихле с однородными граничными условиями для вырождающихся эллиптических операторов недивергентного вида

АСТРОНОМИЯ

Г.И.Кохирова, А.М.Буриев, С.Н.Сафаров. Определение физических свойств потенциально опасного астероида 2003 SD220 по наблюдениям в Гиссарской астрономической обсерватории

ФИЗИКА

Б.И.Махсудов, Н.У.Муллоев, Н.Зайдулло. Влияние малых потоков тепловых нейтронов на ИК-спектр бактерий *Rhizobium phaseoli IS TAAS-80TJ* и *Bacillus megaterium var. phosphaticum*

С.Ф.Одинаев. Определение обогащения урановых образцов с помощью запаздывающих нейтронов

М.Ш.Имом. Цифровой метод анализа скоростей счёта временных совпадений импульсов γ - γ и n - n ^{252}Cf

ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ

С.Ф.Абдуллаев, В.А.Маслов. О связи таяния ледника Медвежий с пылевыми вторжениями

НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Н.М.Джамолов, Д.Х.Мирзоев, М.М.Тагоев, С.М.Гафорова, У.М.Мирсаидов. Кинетические аспекты разложения алюмосиликатных руд Таджикистана минеральными кислотами

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

А.С.Джафаров, К.Б.Нуров. Исследование двойных систем с особых температурных точек

М.С.Холиков. Термические характеристики процесса парообразования трансмиссионного масла марки «LUMIX transmission oil: SAE 80W-90; API GL-5»

У.Р.Джобиров, И.Н.Ганиев, М.Ч.Ширинов, З.Р.Обидов. Анодное поведение цинкового сплава $\text{Zn}_{0.5}\text{Al}$, легированного эрбием в кислой среде

МЕТАЛЛУРГИЯ

А.А.Кодиров, Х.Ш.Рахимов, А.Бадалов. Механическая активация сульфидно-сурьмяных концентратов

МИНЕРАЛОГИЯ

Н.К.Усмонов, Ф.А.Файзиев, А.Р.Файзиев. Геолого-минералогическая характеристика золото-сульфидного месторождения Тутлы-Кудук (Юго-Западный Карамазар)

БИОХИМИЯ

М.О.Убайдулло, Г.К.Мироджов, М.М.Якубова, М.К.Курбонов. Противовирусное и гепатопротекторное действие настойки лагенарии обыкновенной – *Lagenaria siceraria* (Molina) Standl. при экспериментальном вирусном гепатите «В»

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

Х.А.Абдуллаев, Б.А.Солиева, Н.Х.Ойзода, М.М.Саиднабиев. Репаративная регенерация листьев у растений хлопчатника после дефолиации

№9-10

МАТЕМАТИКА

Дж.Ш.Рахматов. Нечеткое интегро-дифференциальное уравнение типа Урысона

М.Ш.Шабозов, Х.М.Хуромонов. Точные неравенства типа Джексона-Стечкина для одной характеристики гладкости в пространстве Бергмана и поперечники классов функций

М.Ш.Шабозов, Д.А.Кодиров. Верхние грани наилучших приближений некоторых классов векторов суммами Фурье по ортонормированной системе векторов в гильбертовом пространстве

Д.С.Сафаров, С.К.Миратов. О решение одного класса дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными отклонениями аргумента

С.А.Исхоков, А.Е.Куджмуродов, М.Султонзода. Вариационная задача Дирихле для вырождающихся эллиптических операторов во всем пространстве

Э.Д.Бобоев. О краевых задачах для одного класса эллиптических систем дифференциальных уравнений с разрывными коэффициентами на плоскости

ФИЗИКА

Б.И.Махсудов, И.Х.Файзуллоев, М.Х.Эгамов. Температурная зависимость оптических свойств в композитах на основе полимер-нематического жидкого кристалла при одноосной деформации

НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Р.Дж.Акрамзода, А.С.Курбонов, М.М.Тагоев, У.М.Мирсаидов. Экстракция борной кислоты из рассола озера Сасык-Куль Таджикистана изобутиловым спиртом и трибутилфосфатом

И.А.Маджидов. Биологически активный метионин, его протолитические свойства

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

М.Д.Исобаев, Э.Х.Пулатов, Б.Г.Мавлонов. Бром- и аминопроизводные тиазолидин-2-тиона

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Т.М.Умарова, С.С.Холова. Анодное поведение сплавов системы Al-Ti с металлами группы лантаноидов в среде электролита NaCl

Н.А.Наимов. Технология получения коагулянтов из каолиновых глин месторождения «Зидди» способом сульфатизации

И.Н.Ганиев, Ш.Г.Раджабова, Ф.А.Рахимов, З.Р.Обидов. Анодное поведение сплава Zn55Al, легированного молибденом, в кислой среде

МЕТАЛЛУРГИЯ

Х.Ш.Рахимов, А.А.Кадилов, А.Б.Бадалов. Хлорирующий обжиг механоактивированных сульфидных концентратов сурьмы хлоридом натрия

ГЕОЛОГИЯ

Ф.А.Файзиев. Геотектонический и структурный факторы размещения серебряных и серебросодержащих месторождений Северного и Центрального Таджикистана

ОРНИТОЛОГИЯ

А.Г.Абдулназаров. Качественная и количественная характеристика фауны птиц Памирского ботанического сада

№11-12

МАТЕМАТИКА

П.М.Фозилова. Среднее значение коротких кубических тригонометрических сумм Г.Вейля с простыми числами

А.А.Собиров. Короткие линейные тригонометрические суммы с простыми числами в окрестности центра больших дуг

С.И.Исроилов, С.М.Аслонов. Алгоритмические разрешимости проблемы неравенства для одного класса линейно упорядоченных полугрупп

Г.А.Юсупов, М.А.Мавлоназаров. Точные значения поперечников некоторых функциональных классов в L_2

Н.У.Кадамшоев. О наилучшем совместном полиномиальном приближении функций и их производных в пространстве Бергмана

З.И.Шарифзода. Об устойчивости стационарного решения одной нелинейной системы дифференциальных уравнений

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Б.Дж.Гулбоев. Влияние температурной зависимости коэффициентов переноса на характеристики волны горения метановоздушной смеси в инертной пористой среде

ИНФОРМАТИКА

А.А.Косимов. Об однородности оригинала и его перевода

АСТРОНОМИЯ

Г.И.Кохирова, Ф.Дж.Рахматуллаева, М.Хусарик, А.В.Иванова, С.А.Борисенко. Квазисинхронные наблюдения астероида (6478) Gault в Таджикистане и Словакии

Ф.М.Шокириён, А.А.Ибрагимов. Влияние прецессии и собственного движения звезд на точность кометоцентрических координат

ФИЗИКА

У.Дж.Рахимова, М.Х.Эгамов. Видоизменения структуры полимерно-жидкокристаллических пленок для получения поляризаторов

НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

С.С.Бобосайдзода, А.С.Содатдинова, С.М.Сафармамадзода, Н.Н.Ниёзов. Устойчивость комплексов серебра с 2-меркаптоимидазолом

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

С.Г.Ёрмамадова, И.У.Камолова, У.Раджабов. Комплексообразование железа(II) с мерказолилом при 298 К и ионной силе 1.0 моль/л

М.Б.Шарипова, М.Б.Икрами, О.С.Каримов, Б.А.Солиева. Ферменты муки из пророщенной пшеницы

Н.Б.Одинаева, И.Н.Ганиев, З.Р.Обидов, М.Д.Исобаев, Ф.Р.Сафарова. Высокотемпературное окисление сплава Zn+0.5% Al, легированного индием, в твёрдом состоянии

ФАРМАЦИЯ

З.Г.Гулмахмадзода. Стандартизация мази бром тиадиазол пиримидиновой 1%

Указатель статей, опубликованных в 2021 г.

Авторский указатель

АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

1.	Абдуллаев С.Ф.....	7-8
2.	Абдуллаев Х.А.....	1-2, 7-8
3.	Абдуллоев Х.О.....	3-4
4.	Абдулназаров А.Г.....	9-10
5.	Агрихотри В.К.....	3-4
6.	Айдармамадов А.Г.....	5-6
7.	Акназарова Ш.И.....	1-2
8.	Акрамзода Р.Дж.....	5-6, 9-10
9.	Алаа Сайфулрахман Курайши.....	1-2, 3-4, 5-6
10.	Алиев К.....	5-6
11.	Аминджони Г.....	1-2
12.	Аслонов С.М.....	11-12
13.	Асриев Дж.Б.....	1-2
14.	Ахмадов Ф.М.....	5-6
15.	Аъзамов Ш.О.....	1-2
16.	Бабаджанов П.Б.....	1-2
17.	Бадалов А.Б.....	7-8, 9-10
18.	Баротов Б.Б.....	1-2, 3-4, 5-6
19.	Бекназарова Н.С.....	5-6
20.	Бобоев К.О.....	1-2, 3-4
21.	Бобоев Т.Б.....	1-2
22.	Бобоев Э.Д.....	9-10
23.	Бобоёров М.Д.....	1-2
24.	Борисенко С.А.....	3-4, 5-6, 11-12
25.	Буриев А.М.....	3-4, 7-8
26.	Гайбуллаева З.Х.....	3-4
27.	Ганиев И.Н.....	7-8, 9-10, 11-12
28.	Гафорзода С.М.....	7-8
29.	Гафуров С.Дж.....	1-2
30.	Гозиев З.А.....	3-4
31.	Гулбоев Б.Дж.....	11-12
32.	Гулмахмадзода З.Г.....	11-12
33.	Давлатшоев Д.А.....	5-6
34.	Джабборов М.А.....	3-4
35.	Джамолов Н.М.....	7-8
36.	Джафарови А.С.....	7-8
37.	Джобиров У.Р.....	7-8
38.	Джонмухаммади А.И.....	1-2
39.	Джурахонов О.А.....	7-8
40.	Диловарова Н.С.....	5-6
41.	Зайдулло Н.....	7-8
42.	Захурбеков А.....	5-6, 7-8
43.	Зулфонов Ш.М.....	3-4
44.	Ибрагимов А.А.....	1-2, 11-12
45.	Иванова А.В.....	11-12
46.	Иванова А.В.....	3-4

47.	Имом М.Ш.	7-8
48.	Исобаев М.Д.	9-10, 11-12
49.	Исроилов С.И.	11-12
50.	Исхоков С.А.	5-6, 7-8, 9-10
51.	Кадамшоев Н.У.	5-6, 7-8, 11-12
52.	Кадиров А.А.	9-10
53.	Каюмов М.М.	1-2
54.	Кодиров А.А.	9-10
55.	Косимов А.А.	11-12
56.	Кохирова Г.И.	1-2, 3-4, 5-6, 7-8, 11-12
57.	Куджмуродов А.Е.	9-10
58.	Кулаев И.В.	1-2
59.	Курбонов А.С.	5-6, 9-10
60.	Курбониён М.С.	1-2
61.	Курбонов М.К. М.К.	7-8
62.	Мавлоназаров М.А.	11-12
63.	Лаврик Н.Л.	3-4
64.	Мавлонов Б.Г.	9-10
65.	Маджидов Н.А.	3-4
66.	Маджидов И.А.	9-10
67.	Мальшева Е.Ю.	1-2
68.	Мамадаёзов Н.М.	1-2
69.	Мамадвафоев М.М.	5-6
70.	Маниязова Н.А.	1-2
71.	Маслов В.А.	7-8
72.	Махсудов Б.И.	7-8, 9-10
73.	Миратов С.К.	9-10
74.	Мирзо А.	5-6
75.	Мирзоев Д.Х.	7-8
76.	Миркалонова М.М.	1-2
77.	Мироджов Г.К.	7-8
78.	Мирсабуров Ш.М.	1-2
79.	Мирсаидзода И. (Мирсаидов И.У.)	1-2, 3-4
80.	Мирсаидов У.М.	1-2, 1-2, 3-4, 5-6, 7-8, 9-10
81.	Муллоев Н.У.	3-4, 7-8
82.	Мухлис А.	7-8
83.	Мухсинов Ё.М.	1-2
84.	Наимов Н.А.	1-2, 9-10
85.	Неъматзода Д.С.	3-4
86.	Низомов Д.Н.	3-4
87.	Ниязмухамедова М.Б.	5-6
88.	Норкулов З.Х.	5-6
89.	Норкулов Н.Х.	5-6
90.	Нуров К.Б.	7-8
91.	Обидов З.Р.	7-8, 9-10, 11-12
92.	Одинабеков Х.В.	1-2
93.	Одинаев С.Ф.	7-8
94.	Одинаева Н.Б.	11-12

95.	Ойзода Н.Х.	1-2, 7-8
96.	Отаев Ш.Д.	1-2
97.	Пиров Б.Г.	3-4
98.	Пиров Р.	3-4
99.	Пулатов Э.Х.	9-10
100.	Раджабова Л.Н.	5-6
101.	Раджабова Ш.Г.	9-10
102.	Раимзода Ф.	3-4
103.	Рахими Ф.	1-2, 3-4
104.	Рахимов Ф.А.	9-10
105.	Рахимов Х.Ш.	7-8
106.	Рахимова У.Дж.	11-12
107.	Рахматов Дж.Ш.	9-10
108.	Рахматуллаева Ф.Дж.	3-4, 5-6, 11-12
109.	Рахмонов Б.А.	5-6
110.	Рахмонов Д.Д.	3-4
111.	Рахмонов З.Х.	3-4
112.	Рахмонов С.С.	3-4
113.	Рашидов Дж.	1-2, 3-4, 5-6
114.	Рузиев Дж.Р.	1-2
115.	Саади Ш.	1-2
116.	Саиднабиев М.М.	7-8
117.	Саидов Н.С.	5-6
118.	Салихов Т.Х.	5-6
119.	Самихов Ш.Р.	1-2
120.	Сатгаров Д.С.	5-6
121.	Сатторов Б.Н.	1-2
122.	Сафаров Д.С.	1-2, 9-10
123.	Сафаров С.Н.	7-8
124.	Сафарова Ф.Р.	11-12
125.	Сафиев Х.	1-2
126.	Собиров А.А.	11-12
127.	Содиков Ф.Х.	1-2, 3-4, 5-6
128.	Солиева Б.А.	1-2, 7-8, 11-12
129.	Солихов Д.К.	3-4
130.	Султонзода М.	9-10
131.	Суяров К.Дж.	1-2
132.	Табаров С.Х.	1-2, 3-4, 5-6
133.	Тагаев А.П.	5-6
134.	Тагоев М.М.	5-6, 7-8, 9-10
135.	Тагоев М.Т.	1-2
136.	Томоюки Ямомото.	1-2
137.	Туйчиев Л.	1-2
138.	Туйчиев Ш.	1-2, 3-4
139.	Убайдулло М.О.	7-8
140.	Умар З.	1-2
141.	Умарова Т.М.	9-10
142.	Усмонов Н.К.	7-8

143.	Файзиев А.Р.	3-4, 7-8, 9-10
144.	Файзиев Ф.А.	3-4, 7-8
145.	Файзуллоев И.Х.	9-10
146.	Фарзом Г.	5-6
147.	Фозилова П.М.	11-12
148.	Хайруллоев Ш.А.	3-4
149.	Хакимова Р.Ш.	1-2
150.	Хакназаров К.Э.	7-8
151.	Хамроев У.Х.	1-2
152.	Хисориев Х.Х.	1-2
153.	Холиков М.С.	7-8
154.	Холова С.С.	9-10
155.	Хотамова Р.Л.	1-2
156.	Хурамонов Х.М.	9-10
157.	Хусасарик М.	11-12
158.	Чариев У.	7-8
159.	Шабозов М.Ш.	1-2, 3-4, 5-6
160.	Шабозова А.А.	3-4, 5-6, 7-8
161.	Шарифзода З.И.	1-2
162.	Шарифзода М.С.	11-12
163.	Шарифов А.	3-4
164.	Шарифов Д.М.	5-6
165.	Ширинов М.Ч.	7-8
166.	Шоалифов Дж.О.	5-6
167.	Шокириён Ф.М.	11-12
168.	Шукурова М.Х.	5-6,
169.	Эгамов М.Х.	9-10, 11-12
170.	Эргашев А.Э.	1-2
171.	Эшов Дж.Н.	3-4
172.	Юсупов Г.А.	1-2, 3-4, 11-12
173.	Якубова М.М.	7-8
174.	Ятимов С.Б.	3-4