

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

- З.Х.Рахмонов.** О распределении произведений сдвинутых простых чисел в коротких арифметических прогрессиях.....279
- М.Ш.Шабозов, С.А.Шамсиддинов.** Точные константы в неравенствах типа Джексона-Стечкина для наилучших совместных приближений функций и их последовательных производных в L_2286
- М.А.Мавлоназаров.** Некоторые точные неравенства между наилучшими приближениями и интегралами, содержащими специальные модули непрерывности.....294
- И.Курбонов, С.И.Игболов.** Построение приближенных решений нелинейных краевых задач электромагнитоупругости для сред с памятью.....304
- Ф.М.Ахмадов.** О некоторых случаях решения двумерного интегрального уравнения типа Вольтерра с граничной особой и сильно-особой линиями, когда корни характеристических уравнений вещественные, разные и комплексно-сопряженные314

ИНФОРМАТИКА

- А.А.Косимов.** О влиянии порядка буквенных униграмм на распознавание автора произведения324

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

- М.М.Кабиллов.** Аналитическое решение математической модели теплового воспламенения смеси газов в инертной пористой среде331

АСТРОНОМИЯ

- Г.И.Кохирова, Ф.Дж.Рахматуллаева, С.А.Борисенко.** Морфологические особенности кометы 29P/Швассмана-Вахмана 1 по наблюдениям в обсерватории Санглох в 2021 г.338

АСТРОФИЗИКА

- А.А.Ибрагимов, Ф.Шокириён, Х.Г.Асоев, С.Амиралиев.** Колебания плазменного хвоста кометы C/2019 Y4 (ATLAS) под действием солнечного ветра.....347

ФИЗИКА ПОЛИМЕРОВ

- С.Дж.Гафуров.** Влияние комплекса рения (V) на светостабилизацию ацетилцеллюлозы352

ГИДРОТЕХНИКА И МЕЛИОРАЦИЯ

- И.И.Икромов.** Математические модели для определения элементов техники капельно (микроструйчато)-бороздкового полива садов.....358

НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- М.Т.Жумаев, Б.М.Ибрагимова, Л.Солиев.** Растворимость в системе $K_2SO_4-KHCO_3-KF-H_2O$ при $0^\circ C$ 366

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- М.Б.Шарипова.** Влияние нетрадиционных видов муки на физико-химические свойства мучных кондитерских изделий372

ЭКОЛОГИЯ

- С.М.Бахронов.** Радионуклиды в строительных материалах Таджикистана.....378

МИНЕРАЛОГИЯ

- С.Б.Ятимов.** Галенит из месторождений Кансайского рудного поля (Северный Таджикистан).....385

ГИДРОЛОГИЯ

- Дж.Б.Ниязов.** Вклад ледникового и талого снегового питания в годовой сток реки Фандарья390

БОТАНИКА

- М.Худжаев.** Флористические находки зелёных водорослей (chlorophyta) из рогунского водохранилища и его окрестностей.....397

ЭНТОМОЛОГИЯ

- Х.С.Хайров.** Распространение саранчовых рода *Pyrgomorpha* serv. в Юго-Западном Таджикистане.....402

ФИЗИОЛОГИЯ И БИОХИМИЯ РАСТЕНИЙ

- Н.С.Диловарова, К.Алиев, Х.А.Абдуллаев.** Содержание малонового диальдегида и активность ферментов антиоксидантной системы у хлопчатника в зависимости от формы и окраски листа410

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- Х.Т.Шарипова.** Влияние комбинированного засоления почвы на содержание хлорофилла у некоторых линий мягкой пшеницы из мировой коллекции ВИР415

CONTENTS

MATHEMATICS

- Z.Kh.Rakhmonov.** On the distribution of products of shifted primes in short arithmetic progressions.....279
- M.Sh.Shabozov, S.A.Shamsiddinov.** Exact constants In Jackson-Stechkin type inequalities for the best joint approximation of the functions and its serial approximations in L_2286
- M.A.Mavlonazarov.** Some exact inequalities between the best approximations and integrals containing special modules of continuity294
- I.Kurbonov, S.I.Igbolov.** Construction of approximate solutions of nonlinear boundary problem of electromagnitoelectricity for media with memory304
- F.M.Ahmadov.** On some cases of solution of a two-dimensional Volterra-type integral equation with a boundary single and strongly singular lines, when the roots of the characteristic equations are real, different, and complex conjugate314

INFORMATICS

- A.A.Kosimov.** On the influence of the order of letter unigrams on recognition of the author of a work324

MATHEMATICAL PHYSICS

- M.M.Kabilov.** Thermal ignition of a mixture of gas in an inert porous medium.....331

ASTRONOMY

- G.I.Kokhirova, F.Dzh.Rakhmatullaeva, S.A.Borysenko.** Morphological features of comet 29P/Schwassmann-Wachmann 1 from observations at the Sanglokh observatory in 2021338

ASTROPHYSICS

- A.A.Ibragimov, F.Shokiriyon, H.G.Asoev, S.Amiraliev.** Oscillations of plasma tail of comet C/2019 Y4 under the influence of the solar wind347

POLYMER PHYSICS

- S.J.Gafurov.** Effect of rhenium (V) complex on acetylcellulose light stabilization352

HYDROTECHNICS AND MELIORATION

- I.I.Ikromov.** Mathematical models for determining the elements of the drip (micro-jet) technique – furrow irrigation of gardens.....358

INORGANIC CHEMISTRY

- M.T.Jumaev, B.M.Ibragimova, L.Soliev.** Solubility in the K_2SO_4 - $KHCO_3$ - KF - H_2O system at $0^\circ C$ 366

PHYSICAL CHEMISTRY

M.B.Sharipova. Influence of non-traditional types of flour on the physical and chemical properties of flour confectionery products.....372

ECOLOGY

S.M.Bahronov. Radionuclides in building materials of Tajikistan378

MINERALOGY

S.B.Yatimov. Galena from deposits of the Konsoy ore field (Northern Tajikistan).....385

HYDROLOGY

J.Niyazov. Contribution of glacial and melted snow runoff in the annual flow of the Fandarya river.....390

BOTANY

M.Khudzhaev. Floral findings of green algae (Chlorophyta) from the Rogun reservoir and its surroundings397

ENTOMOLOGY

Kh.S.Khaironov. Distribution of locust genus *Pyrgomorpha* serv. in South-Western Tajikistan402

PLANT PHYSIOLOGY AND BIOCHEMISTRY

N.S.Dilovarova, K.A.Aliev, Kh.A.Abdullaev. The content of malonic dialdehyde and activity of enzymes of antioxidant system in cotton, depending on the shape and color of the leaf410

PLANT PHYSIOLOGY

Kh.T.Sharipova. The influence of combined soil salination on the content of chlorophyll in some various lines of soft wheat from the world collection415

УДК 511.325

Академик НАН Таджикистана З.Х.Рахмонов

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ПРОИЗВЕДЕНИЙ СДВИНУТЫХ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ В КОРОТКИХ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ПРОГРЕССИЯХ

Институт математики им. А.Джураева НАН Таджикистана

Получена асимптотическая формула для количества простых чисел $p \leq x_1$, $p_2 \leq x_2$ таких, что $p_1(p_2 + a) \equiv l \pmod{q}$, при $q \leq x^{\alpha_0}$, $x_1 \geq x^{1-\alpha}$, $x_2 \geq x^\alpha$,

$$\alpha_0 = \frac{1}{2,5 + \theta + \varepsilon}, \quad \alpha \in \left[(\theta + \varepsilon) \frac{\ln q}{\ln x}, 1 - 2,5 \frac{\ln q}{\ln x} \right],$$

где $\theta = 1/2$, если q – свободное от кубов, $\theta = 5/6$ в противном случае, являющиеся уточнением и обобщением известной формулы А.А.Карацубы.

Ключевые слова: характер Дирихле, сдвинутые простые числа, короткая сумма характеров с простыми числами.

Известно, что в предположении справедливости расширенной гипотезы Римана имеет место оценка

$$t(x; q) = \sum_{\chi \bmod q} \max_{y \leq x} |\psi(y, \chi)| \ll x + x^{\frac{1}{2}} q (\ln xq)^2, \quad (1)$$

$$T(x; Q) = \sum_{q \leq Q} \frac{q}{\varphi(q)} \sum_{\chi}^* \max_{y \leq x} |\psi(y, \chi)| \ll x^{\frac{1}{2}} Q^2 (\ln xQ)^2, \quad (2)$$

где $*$ означает, что суммирование ведется по всем примитивным характерам по модулю q . При решении ряда задач теории простых чисел достаточно, чтобы для $T(x; Q)$ и $t(x; q)$ имелись оценки, близкие к оценкам (1) и (2).

А.А.Карацуба [1] создал метод решения тернарных мультипликативных задач, с помощью которого оценил самый простой случай величины $t(x; q)$ и в сочетании со своей оценкой суммы значений неглавного характера по модулю q в последовательности сдвинутых простых чисел [2] решил задачу о распределении чисел вида $p_1(p_2 + a)$ в арифметических прогрессиях с растущей разностью в следующей формулировке.

Теорема 1. Пусть $\varepsilon \in \left(0, \frac{1}{4}\right]$; $x \geq x_0(\varepsilon)$ – достаточно большое положительное число; q – простое число, $q \leq x^{\varkappa_0}$, $\varkappa_0 = 1/(4,6 + \varepsilon)$; $(a, q) = 1$, $(l, q) = 1$, $\mathcal{L} = \ln q$, α – произвольное число из интервала

$$\left[\left(\frac{1}{2} + \varepsilon\right) \frac{\mathcal{L}}{\ln x}, 1 - 4, 1 \frac{\mathcal{L}}{\ln x}\right];$$

$x_1 \geq x^{1-\alpha}$, $x_2 \geq x^\alpha$; p_1, p_2 – простые числа; $\pi_2(x_1, x_2, a, l)$ – количество чисел $p \leq x_1$, $p_2 \leq x_2$ таких, что $p_1(p_2 + a) \equiv l \pmod{q}$, $\delta > 0$ – сколь угодно малое число. Тогда имеет место асимптотическая формула

$$\pi_2(x_1, x_2, a, l) = \frac{\pi(x_1)\pi(x_2)}{\varphi(q)} + O\left((x_1 x_2)^{1+\delta} q^{-1-\frac{\varepsilon^2}{1024}}\right),$$

где константа в O зависит только от ε .

В 1989 г. автор [3], опираясь на метод А.А.Карацубы, элементарно доказал, что

$$t(x; q) \ll \left(x + x^{\frac{5}{6}} q^{\frac{1}{2}} + \tilde{\delta}^{\frac{1}{2}} q\right) x^\varepsilon.$$

Этим же методом Пан Чен Донг и Пан Чен Бьяо [4] показали, что

$$T(x; Q) \ll \left(x + x^{\frac{5}{6}} Q + \tilde{\delta}^{\frac{1}{2}} Q^2\right) (\ln x Q)^4.$$

Следствием этой оценки является теорема о распределении простых чисел в арифметических прогрессиях в «среднем», на возможность получения которой было указано в [1].

Г.Монтгомери [5], пользуясь своей плотностной теоремой о нулях L -рядов Дирихле, доказательство которой опирается на метод большого решета, показал, что

$$t(x; q) \ll \left(x + x^{\frac{5}{7}} q^{\frac{5}{7}} + x^{\frac{1}{2}} q\right) (\ln x q)^{16},$$

$$T(x; Q) \ll \left(x Q^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{1}{2}} Q^2\right) (\ln x Q)^{11}.$$

Этот результат уточнил Р.Вон [6]. Он с помощью метода большого решета и специального представления логарифмической производной L -функции, доказал, что

$$t(x; q) \ll x (\ln x q)^3 + x^{\frac{3}{4}} q^{\frac{5}{8}} (\ln x q)^{\frac{23}{8}} + x^{\frac{1}{2}} q (\ln x q)^{\frac{7}{2}},$$

$$T(x; Q) \ll x (\ln x Q)^3 + x^{\frac{3}{4}} Q^{\frac{5}{4}} (\ln x Q)^{\frac{23}{8}} + x^{\frac{1}{2}} Q^2 (\ln x Q)^{\frac{7}{2}}.$$

Автор [7,8], в свою очередь, уточнил оценки Р.Вона. Воспользовавшись методом решения тернарных мультипликативных задач А.А.Карацубы в сочетании с новым аналитическим вариантом метода И.М.Виноградова оценок тригонометрических сумм с простыми числами, доказал, что

$$t(x; q) \ll x(\ln xq)^3 + x^{\frac{4}{5}}q^{\frac{1}{2}}(\ln xq)^{34} + x^{\frac{1}{2}}q(\ln xq)^{34}m, \quad (3)$$

$$T(x; Q) \ll x(\ln xQ)^3 + x^{\frac{4}{5}}Q(\ln xQ)^{34} + x^{\frac{1}{2}}Q^2(\ln xQ)^c, \quad (4)$$

где $c = 34$, если $Q \leq x^{\frac{5}{3}}(\ln x)^{-\frac{5}{3}}$, $c = \frac{7}{2}$, если $Q > x^{\frac{5}{6}}(\ln x)^{-\frac{5}{6}}$.

А.А.Карацуба в своей работе [1] также отметил, что в теореме 1 верхняя граница для q , в случае, когда q — простое число, может быть значительно увеличена, но не более чем до x^{α_1} , то есть величина

$$\alpha_0 = \frac{1}{4,6 + \varepsilon}$$

может быть заменена на величину

$$\alpha_1 = \frac{1}{2,5 + \varepsilon},$$

которая является следствием условной оценки (1).

Автору удалось, воспользовавшись оценкой (3), следствием оценки (4) о распределении простых чисел в арифметических прогрессиях «в среднем», нетривиальными оценками коротких сумм значений неглавного характера χ по модулю q в последовательности сдвинутых простых чисел в случае, когда модуль примитивного характера χ_d , порождённого характером χ , является числом, свободным от кубов [9], а также в случае когда q — произвольное составное число [10], доказать теорему А.А.Карацубы о распределении чисел вида $p_1(p_2 + a)$ в арифметических прогрессиях с растущей разностью при

$$\alpha_0 = \frac{1}{2,5 + \theta + \varepsilon}, \quad \theta = \begin{cases} \frac{1}{2}, & q - \text{число, свободное от кубов;} \\ \frac{5}{6}, & \text{в противном случае.} \end{cases} \quad (5)$$

Теорема 2. Пусть $\varepsilon > 0$ — сколь угодно малое число, $x \geq x_0(\varepsilon)$ — достаточно большое положительное число; q — натуральное число, $q \leq x^{\alpha_0}$, $\mathcal{L} = \ln q$, α_0 определяется соотношением (5),

$$\alpha \in \left[\left(\theta + \varepsilon \right) \frac{\mathcal{L}}{\ln x}, 1 - 2,5 \frac{\mathcal{L}}{\ln x} \right], \quad x_1 \geq x^{1-\alpha}, \quad x_2 \geq x^\alpha,$$

p_1, p_2 — простые числа; $(a, q) = (l, q) = 1$, $\pi_2(x_1, x_2, a, l)$ — количество чисел $p_1 \leq x_1, p_2 \leq x_2$ таких, что $p_1(p_2 + a) \equiv l \pmod{q}$. Тогда для произвольного числа $A > 0$ имеет место асимптотическая формула

$$\pi_2(x_1, x_2, a, l) = \frac{1}{\varphi(q)} \prod_{p|q} \left(1 - \frac{1}{p-1} \right) \text{Li}(x_1) \text{Li}(x_2) + O\left(\frac{x_1 x_2}{\varphi(q) \ln x_1 \ln x_2 \mathcal{L}^A} \right),$$

где константа в O зависит только от ε .

Доказательство теоремы. Не ограничивая общности, с учётом условий теоремы будем считать, что для параметров x_1 и x_2 выполняются соотношения

$$q^{\frac{5}{2}} \leq x_1 \leq q^{\frac{5}{2}+c_1}, \quad q^{\theta+\varepsilon} \leq x_2 \leq q^{\theta+\varepsilon+c_2}, \tag{6}$$

где c_1 и c_2 произвольные положительные фиксированные числа, поэтому

$$\ln x_1 \asymp \mathcal{L}, \quad \ln x_2 \asymp \mathcal{L}. \tag{7}$$

Пользуясь свойством ортогональности характеров, найдём

$$\pi_2(x_1, x_2, a, l) = \frac{1}{\varphi(q)} \sum_{\chi \pmod{q}} T_1(x_2, \chi) \bar{\chi}(l) \sum_{p \leq x_1} \chi(p).$$

Разбивая последнюю сумму по χ на две части, находим

$$\pi_2(x_1, x_2, a, l) = \mathcal{M}_2(x_1, x_2, a, l) + \mathcal{R}_2(x_1, x_2, a, l), \tag{8}$$

$$\mathcal{M}_2(x_1, x_2, a, l) = \frac{1}{\varphi(q)} T_1(x_2, \chi_0) \sum_{p \leq x_1} \chi_0(p),$$

$$\mathcal{R}_2(x_1, x_2, a, l) = \frac{1}{\varphi(q)} \sum_{\chi \neq \chi_0} T_1(x_2, \chi) \bar{\chi}(l) \sum_{p \leq x_1} \chi(p).$$

В этой формуле $\mathcal{M}_2(x_1, x_2, a, l)$ даёт предполагаемый главный член $\pi_2(x_1, x_2, a, l)$, а $\mathcal{R}_2(x_1, x_2, al)$ входит в его остаточный член.

Вычислим главный член. Воспользовавшись асимптотическим законом распределения простых чисел и соотношением (7), получим

$$\sum_{p \leq x_1} \chi_0(p) = \pi(x_1) + O\left((\ln x_1)^2 \right) = \text{Li}(x_1) + O\left(\frac{x_1}{\ln x_1 \mathcal{L}^A} \right). \tag{9}$$

Теперь представим сумму $T_1(x_2, \chi_0)$ в виде

$$\begin{aligned}
 T_1(x_2, \chi_0) &= \sum_{\substack{p \leq x_2 \\ (p+a, q)=1}} 1 = \text{Li}(x_2) \sum_{d|q} \frac{\mu(d)}{\varphi(d)} + \sum_{d|q} \mu(d) \left(\pi(x_2; d, -a) - \frac{\text{Li}(x_2)}{\varphi(d)} \right) = \\
 &= \text{Li}(x_2) \prod_{p|q} \left(1 - \frac{1}{p-1} \right) + R_1(x_2) + R_2(x_2), \tag{10}
 \end{aligned}$$

$$R_1(x_2) = \sum_{\substack{d|q \\ d \leq \sqrt{x_2} (\ln x_2)^{-A-3,5}}} \left(\pi(x_2; d, -a) - \frac{\text{Li}(x_2)}{\varphi(d)} \right),$$

$$R_2(x_2) = \sum_{\substack{d|q \\ d > \sqrt{x_2} (\ln x_2)^{-A-3,5}}} \left(\pi(x_2; d, -a) - \frac{\text{Li}(x_2)}{\varphi(d)} \right).$$

Оценим $R_1(x_2)$ и $R_2(x_2)$, воспользовавшись соответственно теоремой Бомбери-Виноградова, являющиеся следствием оценки (4) и теоремой Бруно-Титчмарша. Имеем

$$R_1(x_2) \ll \sum_{\substack{d|q \\ d \leq \sqrt{x_2} (\ln x_2)^{-A-3,5}}} \left| \pi(x_2; d, -a) - \frac{\text{Li}(x_2)}{\varphi(d)} \right| \ll \frac{x_2}{(\ln x_2)^{A+1}},$$

$$\begin{aligned}
 R_2(x_2) &\leq \sum_{\substack{d|q \\ d > \sqrt{x_2} (\ln x_2)^{-A-3,5}}} \left(\pi(x_2; d, -a) + \frac{\text{Li}(x_2)}{\varphi(d)} \right) \ll \sum_{\substack{d|q \\ d > \sqrt{x_2} (\ln x_2)^{-A-3,5}}} \left(\frac{x_2}{\varphi(d) \ln \left(\frac{x_2}{d} \right)} + \frac{x_2}{\varphi(d) \ln x_2} \right) \\
 &\ll \frac{x_2}{\ln x_2} \sum_{\substack{d|q \\ d > \sqrt{x_2} (\ln x_2)^{-A-2,5}}} \frac{1}{\varphi(d)} \ll \frac{x_2}{(\ln x_2)^{A+1}}.
 \end{aligned}$$

Подставляя эти оценки в (10), и воспользовавшись соотношением (7), имеем

$$T_1(x_2, \chi_0) = \prod_{p|q} \left(1 - \frac{1}{p-1} \right) \text{Li}(x_2) + O\left(\frac{x_2}{\ln x_2 \mathcal{L}^A} \right).$$

Отсюда, из (9) и (8), находим

$$\mathcal{M}_2(x_1, x_2, a, l) = \frac{1}{\varphi(q)} \prod_{p|q} \left(1 - \frac{1}{p-1} \right) \text{Li}(x_1) \text{Li}(x_2) + O\left(\frac{x_1 x_2}{\varphi(q) \ln x_1 \ln x_2 \mathcal{L}^A} \right).$$

Оценим остаточный член $\mathcal{R}_2(x; p^\alpha, l)$. Переходя к оценкам, а затем применяя для оценки суммы $T_1(x_2, \chi)$ при $\chi \neq \chi_0$ основных теорем из работ [9] и [10], и воспользовавшись оценкой (3), получим

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_2(x_1, x_2, a, l) &\leq \frac{1}{\varphi(q)} \max_{\chi \neq \chi_0} |T_1(x_2, \chi)| \sum_{\chi \pmod q} \left| \sum_{p \leq x_1} \chi(p) \right| \ll \\ &\ll \frac{1}{\varphi(q)} x_2 \exp(-0,6\sqrt{\mathcal{L}}) \left(x_1 (\ln x_1 q)^2 + x_1^{\frac{4}{5}} q^{\frac{1}{2}} (\ln x_1 q)^{33} + x_1^{\frac{1}{2}} q (\ln x_1 q)^{33} \right) = \\ &= \frac{1}{\varphi(q)} \cdot \frac{x_1 x_2}{\ln x_1 \ln x_2} \Delta(x_1, x_2, q), \\ \Delta(x_1, x_2, q) &= \left((\ln x_1 q)^{-31} + x_1^{\frac{1}{5}} q^{\frac{1}{2}} + x_1^{\frac{1}{2}} q \right) (\ln x_1 q)^{33} \ln x_1 \ln x_2 \exp(-0,6\sqrt{\mathcal{L}}). \end{aligned}$$

Отсюда и из соотношений (6) и (7) имеем

$$\Delta(x_1, x_2, q) \ll (\ln x_1 q)^{33} \ln x_1 \ln x_2 \exp(-0,6\sqrt{\mathcal{L}}) \ll \mathcal{L}^{35} \exp(-0,6\sqrt{\mathcal{L}}) \ll \mathcal{L}^{-A}.$$

Теорема доказана.

Поступило 12.03.2020 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Карацуба А.А. Распределение произведений сдвинутых простых чисел в арифметических прогрессиях. – ДАН СССР, 1970, т. 192, в. 4, с. 724-727.
2. Карацуба А.А. Суммы характеров с простыми числами. – Известия АН СССР. Сер. матем., 1970, т. 34, с. 299-321.
3. Рахмонов З.Х. Распределение чисел Харди-Литтлвуда в арифметических прогрессиях. – Известия АН СССР. Сер. матем., 1989, т. 52, №1, с. 211-224.
4. Пан Чен Донг, Пан Чен Бьяо Основы аналитической теории чисел (на китайском языке). – Пекин, 1991.
5. Монтгомери Г. Мультипликативная теория чисел. – М.: изд-во Мир, 1974.
6. Vaughan R. Mean value theorems in prime number theory. – J. London Math. Soc., 1975, v s2-10, pp. 153-162.
7. Рахмонов З.Х. Средние значения функции Чебышева. – Доклады Российской академии наук, 1993, т. 331, №3, с. 281-282.
8. Рахмонов З.Х. Теорема о среднем значении в теории простых чисел. – Доклады Российской академии наук, 1996, т. 349, №5, с. 606-607.
9. Рахмонов З.Х. Суммы значений неглавных характеров по последовательности сдвинутых простых чисел. – Тр. МИАН, 2017, т. 299, с. 1-27.
10. Rakhmonov Z.Kh. Sums of Values of Nonprincipal Characters over Shifted Primes. – In: Pintz J., Rassias M. (eds) Irregularities in the Distribution of Prime Numbers, 2018, Springer International Publishing, pp. 187-217.

З.Х.Рахмонов

**ОИД БА ТАҚСИМШАВИИ ҲОСИЛИ ЗАРБИ АДАДҲОИ СОДДАИ
ЛАҶҶОНИДАШУДА ДАР ПРОГРЕССИЯҲОИ АРИФМЕТИКИИ КЎТОҶ**

Институти математикаи ба номи А. Ҷўраеви Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон

Барои миқдори ададҳои соддаи $p \leq x_1, p_2 \leq x_2, p_1(p_2 + a) \equiv l \pmod{q}$, ҳангоми $q \leq x^{\alpha_0}$, $x_1 \geq x^{1-\alpha}$, $x_2 \geq x^\alpha$, ки дар ин ҷо

$$\alpha_0 = \frac{1}{2,5 + \theta + \varepsilon}, \quad \alpha \in \left[(\theta + \varepsilon) \frac{\ln q}{\ln x}, 1 - 2,5 \frac{\ln q}{\ln x} \right],$$

$\theta = 1/2$, агар q адади аз куб озод, $\theta = 5/6$ дар ҳолати баръақс, формулаи асимптотикӣ гирифта шудааст, ки формулаи маълуми А.А.Карацубаро аниқ ва умумӣ мекунад.

Калимаҳои калидӣ: *характери Дирихле, ададҳои соддаи лаҷҷонидашуда, суммаи кӯтоҳи характерҳо бо ададҳои содда.*

Z.Kh.Rakhmonov

**ON THE DISTRIBUTION OF PRODUCTS OF SHIFTED PRIMES IN SHORT
ARITHMETIC PROGRESSIONS**

A.Dzhuraev Institute of Mathematics, National Academy of Sciences of Tajikistan

We obtain an asymptotic formula for the number of primes $p \leq x_1, p_2 \leq x_2$ such that $p_1(p_2 + a) \equiv l \pmod{q}$ with $q \leq x^{\alpha_0}$, $x_1 \geq x^{1-\alpha}$, $x_2 \geq x^\alpha$,

$$\alpha_0 = \frac{1}{2,5 + \theta + \varepsilon}, \quad \alpha \in \left[(\theta + \varepsilon) \frac{\ln q}{\ln x}, 1 - 2,5 \frac{\ln q}{\ln x} \right],$$

where $\theta = 1/2$, if q is a cube free and $\theta = \frac{5}{6}$ otherwise. This is the refinement and generalization of the well-known formula of A.A.Karatsuba.

Key words: *Dirichlet character, shifted primes, short sum of characters with primes.*

УДК 517.5

Академик НАН Таджикистана М.Ш.Шабозов, С.А.Шамсиддинов

ТОЧНЫЕ КОНСТАНТЫ В НЕРАВЕНСТВАХ ТИПА ДЖЕКСОНА-СТЕЧКИНА ДЛЯ НАИЛУЧШИХ СОВМЕСТНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ ФУНКЦИЙ И ИХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ В L_2

*Институт математики им. А.Джусраева НАН Таджикистана,
Таджикский государственный педагогический университет им. С.Айни*

В работе найдены точные константы в неравенстве типа Джексона-Стечкина между наилучшими совместными приближениями функций и их последовательных производных и обобщенным модулем непрерывности r -й производной функции в L_2 . Также найдено точное значение совместного приближения на классах функций.

Ключевые слова: ряд Фурье, наилучшее приближение, модуль непрерывности, точные константы.

1. Обозначим через $L_2 := L_2[0, 2\pi]$ пространство интегрируемых по Лебегу 2π -периодических функций, у которых норма

$$\|f\| := \left\{ \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} |f(x)|^2 dx \right\}^{1/2} < \infty.$$

Пусть \mathcal{T}_{2n-1} – подпространство, состоящее из всевозможных тригонометрических полиномов порядка $n-1$. Хорошо известно, что для произвольной функции $f \in L_2$, имеющей формальное разложение в ряд Фурье

$$f(x) \sim \frac{a_0(f)}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k(f) \cos kx + b_k(f) \sin kx), \quad (1)$$

величина ее наилучшего приближения элементами подпространства \mathcal{T}_{2n-1} в L_2 равна

$$\begin{aligned} E_{n-1}(f) &:= \inf \{ \|f - T_{n-1}\| : T_{n-1} \in \mathcal{T}_{2n-1} \} = \\ &= \|f - S_{n-1}(f)\| = \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} \rho_k^2(f) \right\}^{1/2}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $S_{n-1}(f; x) = \frac{a_0(f)}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} (a_k(f) \cos kx + b_k(f) \sin kx)$ – частная сумма порядка $n-1$ ряда Фурье функции f , а $\rho_k^2(f) := a_k^2(f) + b_k^2(f)$, $a_k(f), b_k(f)$ – косинус и синус-коэффициенты Фурье.

Символом $\|\Delta_h^m f\|_2$ обозначим норму разности m -го порядка функции $f \in L_2$ с шагом h :

$$\|\Delta_h^m f\|_2 := \left\{ \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \left| \sum_{k=0}^m (-1)^k \binom{m}{k} f(x + (m-k)h) \right|^2 dx \right\}^{1/2}$$

и равенством

$$\omega_m(f; t)_2 := \sup \{ \|\Delta_h^m(f)\|_2 : |h| \leq t \} \tag{3}$$

определим модуль непрерывности m -го порядка функции $f \in L_2$.

Под $L_2^{(r)} (r \in \mathbb{Z}_+; L_2^{(0)} = L_2)$ будем понимать множество функций $f \in L_2$, производные $(r-1)$ -го порядка которых абсолютно непрерывны, а производные r -го порядка $f^{(r)} \in L_2$.

При решении экстремальных задач теории аппроксимации в L_2 вопросы отыскания точных констант

$$\mathcal{K}_{n,r,m}(t) = \sup \left\{ \frac{n^r E_{n-1}(f)}{\omega_m(f^{(r)}, t/n)} : f \in L_2^{(r)}, f \neq const \right\},$$

где $n, m \in \mathbb{N}, r \in \mathbb{Z}_+, t \in (0, 2\pi]$ в неравенствах типа Джексона-Стечкина

$$E_{n-1}(f) \leq n^{-r} \mathcal{K} \omega_m(f^{(r)}, t/n)$$

исследовались многими математиками (см, например, [1–11] и приведенную там литературу).

Пусть $s = 0, 1, \dots, r, r \in \mathbb{N}$. Дифференцируя s -раз ряд (1), получаем

$$f^{(s)}(x) = \sum_{k=1}^{\infty} k^s \left(a_k(f) \cos\left(kx + \frac{s}{2}\right) + b_k(f) \sin\left(kx + \frac{s}{2}\right) \right).$$

Отсюда имеем

$$\begin{aligned} f^{(s)}(x) - S_{n-1}^{(s)}(f, x) &= f^{(s)}(x) - S_{n-1}(f^{(s)}, x) = \\ &= \sum_{k=n}^{\infty} k^s \left(a_k(f) \cos\left(kx + \frac{s}{2}\right) + b_k(f) \sin\left(kx + \frac{s}{2}\right) \right). \end{aligned} \tag{4}$$

В теории аппроксимации функций $f \in L_2$ весьма важным является задача наилучшей совместной полиномиальной аппроксимации функции f и её последовательных производных $f^{(s)} (s = 1, 2, \dots, r)$ в L_2 , то есть требуется найти точное значение величины

$$E_{n-1}(f^{(s)})_2 := \inf \{ \|f^{(s)} - T_{n-1}^{(s)}\| : T_{n-1} \in \mathcal{T}_{2n-1} \} \tag{5}$$

на классе $L_2^{(r)}$ или на некотором подклассе $\mathfrak{M}^{(r)} \subset L_2^{(r)}$.

Легко доказать, что для любого $s = 0, 1, \dots, r$ с учетом равенства (4) имеет место равенство

$$E_{n-1}(f^{(s)})_2 = \sum_{k=n}^{\infty} k^{2s} (a_k^2(f) + b_k^2(f)) = \sum_{k=n}^{\infty} k^{2s} \rho_k^2(f). \tag{6}$$

Условимся всюду далее в соотношениях общего характера при вычислении верхней грани по всем функциям $f \in L_2^{(r)}$ предполагать, что $f \neq const$.

При решении некоторых задач теории приближения вместо классического модуля непрерывности m -го порядка (3) функции $f \in L_2$ иногда удобнее использовать следующую эквивалентную характеристику

$$\Omega_m(f, t)_2 = \left\{ \frac{1}{t^m} \int_0^t \dots \int_0^t \|\Delta_h^m f\|^2 dh_1 \dots dh_m \right\}^{1/2}, \quad t > 0, \tag{7}$$

где $h = (h_1, \dots, h_m)$, $\Delta_h^m = \Delta_{h_1}^1 \circ \dots \circ \Delta_{h_m}^1$. Подобная усредненная характеристика гладкости функции в ходе исследования некоторых вопросов конструктивной теории функций в метрическом пространстве L_p ($0 < p < 1$) рассматривалась К.В.Руновским [12] и Э.А.Стороженко, В.Г.Кротовым и П.Освальдом [13], где также доказано, что $\Omega_m(f, t)_2 \asymp \omega_m(f, t)$.

Поэтому, с нашей точки зрения, весьма важным является отыскание точной константы

$$\mathcal{H}_{n,m,r,s}(t) := \sup_{f \in L_2^{(r)}} \frac{n^{r-s} E_{n-1}(f^{(s)})_2}{\Omega_m(f^{(r)}, t)_2} \tag{8}$$

в неравенствах типа Джексона-Стечкина для наилучшего совместного приближения функции $f \in L_2$ следующего вида

$$E_{n-1}(f^{(s)})_2 \leq Kn^{-(r-s)} \Omega_m(f^{(r)}, t/n), \quad s = 0, 1, \dots, r.$$

Теорема 1. Пусть $n, m \in \mathbb{N}, r, s \in \mathbb{Z}_+, r \geq s$. Тогда для любых чисел $t \in (0, \pi/2]$ справедливы равенства

$$\mathcal{H}_{n,m,r,s}(t) = \left\{ 2 \left(1 - \frac{\sin t}{t} \right) \right\}^{-m/2}. \tag{9}$$

Доказательство. Используя формулу Эйлера, представим ряд Фурье функции $f \in L_2$ в комплексной форме

$$f(x) \sim \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k(f) e^{ikx},$$

где $c_k(f)$ и $c_{-k}(f)$ – взаимно сопряженные числа. Так как функции $\{e^{ikx}\}_{k=-\infty}^{+\infty}$ образуют на $[0, 2\pi]$ ортогональную систему, то, используя равенство Парсеваля, запишем

$$\begin{aligned} \|\Delta_h^m f^{(r)}\|^2 &= \left\| \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (ik)^r c_k(f) \Delta_h^m e^{ikx} \right\|^2 = \\ &= 2^m \sum_{k=1}^{\infty} k^{2r} \rho_k^2(f) \prod_{v=1}^m (1 - \cos kh_v). \end{aligned} \tag{10}$$

Подставляя формулу (10) в правую часть равенства (7), учитывая (2) и тот факт, что [2, с.435]

$$\begin{aligned} \max \left\{ \left| \frac{\sin u}{u} \right| : u \geq nt \right\} &= \frac{\sin(nt)}{nt} \quad (0 < nt \leq \pi/2), \\ \min \left\{ \left(1 - \frac{\sin kt}{kt}\right)^m : k \geq n \right\} &= \left(1 - \frac{\sin nt}{nt}\right)^m \quad (0 < nt \leq \pi/2), \end{aligned}$$

будем иметь

$$\begin{aligned} \Omega_m^2(f^{(r)}, t)_2 &\geq 2^m \sum_{k=n}^{\infty} k^{2r} \rho_k^2(f) \left(1 - \frac{\sin kt}{kt}\right)^{2m} = \\ &= 2^m \sum_{k=n}^{\infty} k^{2(r-s)} \cdot k^{2s} \rho_k^2(f) \left(1 - \frac{\sin kt}{kt}\right)^m \geq \\ &\geq n^{2(r-s)} \left\{ 2 \left(1 - \frac{\sin nt}{nt}\right) \right\}^m \cdot E_{n-1}(f^{(s)}). \end{aligned} \tag{11}$$

В силу известного соотношения [14]

$$\sup_{f \in L_2^{(r)}} \frac{E_{n-1}(f^{(s)})_2}{E_{n-1}(f^{(r)})_2} = \frac{1}{n^{r-s}}, \quad s = 0, 1, \dots, r$$

из (11) для любой $f \in L_2^{(r)}, f \neq const$ имеем

$$\sup_{f \in L_2^{(r)}} \frac{n^{r-s} E_{n-1}(f^{(s)})_2}{\Omega_m(f^{(r)}, t)_2} \leq \left\{ 2 \left(1 - \frac{\sin nt}{nt}\right) \right\}^{-m/2}.$$

Полагая здесь $\tau = nt$ и используя определение величины $\mathcal{H}_{n,m,r,s}(t)$, запишем оценку сверху

$$\mathcal{H}_{n,m,r,s}(t) \leq \left\{ 2 \left(1 - \frac{\sin \tau}{\tau}\right) \right\}^{-m/2} \tag{12}$$

С целью получения оценки снизу указанной величины рассмотрим в L_2 функцию $f_0(x) = \cos nx$, поскольку $f_0^{(s)}(x) = n^s \cos\left(nx + \frac{s\pi}{2}\right)$, $E_{n-1}(f_0^{(s)}) = n^s$ и $\Omega_m(f_0^{(r)}, t/n) = n^r \left\{2\left(1 - \frac{\sin t}{t}\right)\right\}^{m/2}$, то мы имеем

$$\mathcal{H}_{n,m,r,s}(t) \geq \frac{n^{r-s} E_{n-1}(f_0^{(s)})_2}{\Omega_m(f_0^{(r)}, t/n)_2} = \left\{2\left(1 - \frac{\sin t}{t}\right)\right\}^{-m/2}. \tag{13}$$

Сопоставив оценку сверху (12) с оценкой снизу (13), приходим к равенству (9), чем и завершаем доказательство теоремы 1.

Следствие 1. В условиях теоремы 1 при любом $s = 0, 1, \dots, r$ справедливо равенство

$$\mathcal{H}_{n,m,r,s}\left(\frac{\pi}{2}\right) = \left(\frac{\pi}{2(\pi-2)}\right)^{m/2}. \tag{14}$$

Нахождение точного значения величины (8) играет важную роль при решении некоторых экстремальных задач наилучших совместных приближений классов функций, задаваемых модулями непрерывности. Используя определение обобщенного модуля непрерывности, введем в L_2 следующий класс функций. Пусть $\Phi(t)$, $t \geq 0$ – есть произвольная возрастающая функция такая, что $\Phi(t) > 0$ при $t > 0$ и $\lim\{\Phi(t) : t \rightarrow 0\} = \Phi(0) = 0$. Под $W^{(r)}(\Omega_m, \Phi) (r \in \mathbb{Z}_+, m \in \mathbb{N})$ понимаем множество функций $f \in L_2^{(r)}$, у которых r -е производные $f^{(r)}$ удовлетворяют ограничению

$$\Omega_m(f^{(r)}, t) \leq \Phi(t), \quad \forall t > 0. \tag{15}$$

Требуется найти величину совместного приближения класса $W^{(r)}(\Omega_m, \Phi)$, то есть требуется найти точное значение величины

$$\mathcal{E}_{n-1}^{(s)}(W^{(r)}(\Omega_m, \Phi)) = \sup\{E_{n-1}(f^{(s)}) : f \in W^{(r)}(\Omega_m, \Phi)\}. \tag{16}$$

Теорема 2. Пусть при некотором $n \in \mathbb{N}$ мажорирующая функция $\Phi(t)$ удовлетворяет условию

$$\frac{\Phi^2(\pi t / (2n))}{\Phi^2(\pi / (2n))} \geq \left(\frac{\pi}{\pi-2}\right)^m \cdot \begin{cases} (1 - 2\sin(\pi t / 2) / (\pi t))^m, & \text{если } 0 < t \leq 2, \\ 2^m (1 - 1/t)^m, & \text{если } 2 \leq t < \infty. \end{cases} \tag{17}$$

Тогда справедливо равенство

$$\mathcal{E}_{n-1}^{(s)}(W^{(r)}(\Omega_m, \Phi)) = \left\{\frac{\pi}{2(\pi-2)}\right\}^{m/2} \cdot \frac{1}{n^{r-s}} \cdot \Phi\left(\frac{\pi}{2n}\right). \tag{18}$$

Доказательство. В самом деле, из неравенства (11) для произвольной функции $f \in L_{2,\rho}^{(r)}(\mathbb{R})$ получаем

$$E_{n-1}(f^{(s)}) \leq \frac{1}{n^{r-s}} \cdot \left\{ 2 \left(1 - \frac{\sin nt}{nt} \right) \right\}^{m/2} \cdot \Omega_m(f^{(r)}, t). \tag{19}$$

Полагая в (19) $t = \pi / (2n)$ в предположении $f \in W^{(r)}(\Omega_m, \Phi)$, получаем оценку сверху величины, стоящей в левой части равенства (18):

$$\mathcal{E}_{n-1}^{(s)}(W^{(r)}(\Omega_m, \Phi)) \leq \left\{ \frac{\pi}{2(\pi-2)} \right\}^{m/2} \cdot \frac{1}{n^{r-s}} \cdot \Phi\left(\frac{\pi}{2n}\right). \tag{20}$$

С целью получения оценки снизу введем в рассмотрение функцию

$$f_1(x) := \left\{ \frac{\pi}{2(\pi-2)} \right\}^{m/2} \cdot \Phi\left(\frac{\pi}{2n}\right) \cdot \frac{1}{n^r} \cos nx. \tag{21}$$

Для этой функции находим

$$f_1^{(s)}(x) = \left\{ \frac{\pi}{2(\pi-2)} \right\}^{m/2} \cdot \Phi\left(\frac{\pi}{2n}\right) \cdot \frac{1}{n^{r-s}} \cdot \cos\left(nx + \frac{s\pi}{2}\right), s = 0, 1, \dots, r.$$

Кроме того, легко убедиться, что

$$E_{n-1}(f^{(s)}) = \left\{ \frac{\pi}{2(\pi-2)} \right\}^{m/2} \cdot \frac{1}{n^{r-s}} \cdot \Phi\left(\frac{\pi}{2n}\right).$$

В [7] доказано, что шар

$$\mathbb{B}^* := \left\{ T_n(x) \in \mathcal{T}_{2n-1} : \|T_n\| \leq \left(\frac{\pi}{2(\pi-2)}\right)^{m/2} \frac{1}{n^r} \cdot \Phi\left(\frac{\pi}{2n}\right) \right\}$$

при выполнении ограничения (17) принадлежит классу $W^{(r)}(\Omega_m, \Phi)$, и так как функция $f_1 \in \mathcal{T}_{2n-1}$ и мажоранта Φ удовлетворяют ограничению (17), то функция $f_1 \in W^{(r)}(\Omega_m, \Phi)$ и мы приходим к оценке снизу

$$\mathcal{E}_{n-1}^{(s)}(W^{(r)}(\Omega_m, \Phi)) \geq E_{n-1}(f_1^{(s)}) = \left\{ \frac{\pi}{2(\pi-2)} \right\}^{m/2} \cdot \frac{1}{n^{r-s}} \cdot \Phi\left(\frac{\pi}{2n}\right). \tag{22}$$

Сопоставив неравенства (20) и (22), получим равенство (18). В [7] доказано, что функция $\Phi_0(t) = t^{m/(\pi-2)}$, $m \in \mathbb{N}$ удовлетворяет ограничениям (17) при любом $n \in \mathbb{N}$.

Поступило 17.12.2021 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Черных Н.И. О наилучшем приближении периодических функций тригонометрическими полиномами в L_2 . – Матем. заметки, 1967, т.2, №5, с. 513-522.
2. Тайков Л.В. Неравенства, содержащие наилучшие приближения и модуль непрерывности функций из L_2 . – Матем. заметки, 1976, т.20, №3, с. 433-438.
3. Тайков Л.В. Наилучшее приближение дифференцируемых функций в метрике пространства L_2 . – Матем. заметки, 1977, т.22, №4, с. 535-542.
4. Тайков Л.В. Структурные и конструктивные характеристики функций из L_2 . – Матем. заметки, 1979, т.25, №2, с. 217-223.
5. Иванов В.И., Смирнов О.И. Константы Джексона и константы Юнга в пространствах L_p . – Тула: ТулГУ, 1995.
6. Бабенко А.Г. О точной константе в неравенстве Джексона в L_2 . – Матем. заметки, 1986, т.39, №5, с. 651-664.
7. Вакарчук С.Б. Точные константы типа Джексона и точные значения поперечников функциональных классов из L_2 . – Матем. заметки, 2005, т.78, №5, с. 792-796.
8. Шабозов М.Ш. Поперечники некоторых классов периодических дифференцируемых функций в пространстве $L_2 [0,2\pi]$. – Матем. заметки, 2010, т.87, №4, с. 616-623.
9. Шабозов М.Ш., Вакарчук С.Б. О наилучшем приближении периодических функций тригонометрическими полиномами и точных значениях поперечников функциональных классов в L_2 . – Analysis Mathematica, 2012, v.38, pp. 147-159.
10. Shabozov M.Sh., Yusupov G.A. Widths of certain classes of periodic functions in L_2 . – J. of Approximation Theory, 2012, v.164, №1, pp. 869-878.
11. Вакарчук С.Б., Шабозов М.Ш., Забутная В.И. Структурные характеристики функций из L_2 и точные значения поперечников некоторых функциональных классов. – Украинск.матем. вісник, 2014, т.11, №3, с. 417-441.
12. Руновский К.В. О приближении семействами полиномиальных операторов в пространствах L_p , $0 < p < 1$. – Матем. сборник, 1984, т.185, №8, с. 81-102.
13. Стороженко Э.А., Кротов В.Г., Освальд П. Прямые и обратные теоремы типа Джексона в пространствах L_p , $0 < p < 1$. – Матем. сборник, 1975, т.98(140), №3(11), с. 395-415.
14. Раимзода Фарахноз. Об одновременном приближении функции и ее производных тригонометрическими в L_2 . – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и тех.н., 2020, №1(178), с. 29-36.

М.Ш.Шабозов, С.А.Шамсиддинов

**ДОИМИҶОИ САҲЕҲ ДАР НОБАРОБАРИИ НАМУДИ ЧЕКСОН-СТЕЧКИН
БАРОИ НАЗДИККУНИИ БЕҲТАРИНИ МУШТАРАКИ ФУНКСИЯ ВА
НАЗДИККУНИИ ПАЙДАРПАЙ ДАР ФАЗОИ L_2**

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон,

Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи С.Айнӣ

Дар кори мазкур доимиҳои саҳеҳ дар нобаробарии навъи Чексон-Стечкин байни наздиккунии беҳтарини муштаракӣ функсия ва ҳосилаҳои пайдарпайи он ва модули бефосилаи умумикардашудаи тартиби r -ум барои функсия дар фазои L_2 ёфта шудааст. Инчунин қимати саҳеҳи наздиккунии муштарак дар синфи функсия ёфта шудааст.

Калимаҳои калидӣ: қатори Фурье, наздиккунии беҳтарин, модули бефосилагӣ, доимиҳои саҳеҳ.

M.Sh.Shabozov, S.A.Shamsiddinov

**EXACT CONSTANTS IN JACKSON-STECHKIN TYPE INEQUALITIES FOR
THE BEST JOINT APPROXIMATION OF THE FUNCTIONS AND ITS SERIAL
APPROXIMATIONS IN L_2**

Tajik National University,

S.Aini Tajik State Pedagogical University

In this work, exact constants are found in the Jackson-Stechkin type inequality between the best joint approximation of a function and its successive derivatives and the generalized modulus of continuity of the r -th derivative of the function in L_2 . The exact value of the joint approximation on classes of functions is also found.

Key words: Fourier series, best approximation, modulus of continuity, exact constants.

УДК 517.5

М.А.Мавлоназаров

НЕКОТОРЫЕ ТОЧНЫЕ НЕРАВЕНСТВА МЕЖДУ НАИЛУЧШИМИ ПРИБЛИЖЕНИЯМИ И ИНТЕГРАЛАМИ, СОДЕРЖАЩИМИ СПЕЦИАЛЬНЫЕ МОДУЛИ НЕПРЕРЫВНОСТИ

Хорогский государственный университет им. М.Назаршоева

(Представлено академиком НАН Таджикистана М.Ш.Шабозовым 18.02.2022 г.)

Получены точные неравенства между наилучшими приближениями и интегралами от специальных обобщенных модулей непрерывности m -го порядка в пространстве L_2 . Для классов функций, определенных при помощи указанного модуля непрерывности, найдены точные значения верхних граней некоторых аппроксимационных характеристик.

Ключевые слова: наилучшее приближение, обобщенный модуль непрерывности, верхние грани, аппроксимационная характеристика.

Пусть $L_2 := L_2[0, 2\pi]$ – пространство измеримых и суммируемых с квадратом по Лебегу 2π -периодических функций с нормой

$$\|f\|_2 := \|f\|_{L_2[0, 2\pi]} = \left(\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} |f(x)|^2 dx \right)^{1/2} < \infty.$$

Подпространство, состоящее из всевозможных тригонометрических полиномов

$$T_{n-1}(x) = \alpha_0 + \sum_{k=1}^{n-1} (\alpha_k \cos kx + \beta_k \sin kx)$$

порядка $n-1$, обозначим символом \mathcal{T}_{n-1} . Хорошо известно, что для произвольной функции $f \in L_2$, имеющей формальное разложение в ряд Фурье

$$f(x) \sim \frac{a_0(f)}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k(f) \cos kx + b_k(f) \sin kx), \quad (1)$$

величина ее наилучшего приближения тригонометрическими полиномами $T_{n-1} \in \mathcal{T}_{n-1}$ равна

$$\begin{aligned} E_{n-1}(f)_2 &= \inf \{ \|f - T_{n-1}\|_2 : T_{n-1}(x) \in \mathcal{T}_{n-1} \} = \\ &= \|f - S_{n-1}(f)\|_2 = \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} (a_k^2(f) + b_k^2(f)) \right\}^{1/2}, \end{aligned} \quad (2)$$

где

Адрес для корреспонденции: Мавлоназаров Марамбек Абдулназарович. 736000, Республика Таджикистан, г.Хорог, ул.Ш.Шохтемурра, 109, Хорогский государственный университет. E-mail: marambek78@mail.ru

$$S_{n-1}(f, x) = \frac{a_0(f)}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} (a_k(f) \cos kx + b_k(f) \sin kx)$$

– частичная сумма $(n-1)$ -го порядка ряда (1) функции $f \in L_2$, $a_k(f), b_k(f)$, $k \in \mathbb{N}$ – косинус- и синус-коэффициенты Фурье функции $f \in L_2$. Полагая, ради краткости, $a_k^2(f) + b_k^2(f) := \rho_k^2(f)$, далее равенство (2) используем в виде

$$E_{n-1}(f)_2 = \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} \rho_k^2(f) \right\}^{1/2}. \tag{3}$$

При решении ряда экстремальных задач теории полиномиального приближения в пространстве L_2 вместо обычного модуля непрерывности m -го порядка

$$\omega_m(f; t)_2 := \sup_{|h| \leq t} \left\{ \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \left| \sum_{k=0}^m (-1)^{m-k} \binom{m}{k} f(x+kh) \right|^2 dx \right\}^{1/2}$$

использовалась следующая усредненная характеристика гладкости [1-5]

$$\Omega_m(f; t)_2 = \left\{ \frac{1}{t^m} \int_0^t \dots \int_0^t \|\Delta_{\bar{h}}^m f(\cdot)\|_2^2 dh_1 \dots dh_m \right\}^{1/2}, \tag{4}$$

где $t > 0$, $\bar{h} := (h_1, \dots, h_m)$, $\Delta_{\bar{h}}^m = \Delta_{h_1}^1 \circ \dots \circ \Delta_{h_m}^1$; $\Delta_{h_j}^1 f(x) := f(x+h_j) - f(x)$, $j = \overline{1, m}$. Следует отметить, что подобного рода усредненная характеристика гладкости ранее рассматривалась в работах К.В.Руновского [6,7] и Э.А.Стороженко, В.Кротова, П.Освальда [8], но основные структурные свойства характеристики гладкости (4) изучены в работе [5].

Используя формулы Эйлера, представим ряд Фурье функции $f \in L_2$ в комплексной форме

$$f(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k(f) e^{ikx}, \tag{5}$$

где $c_k(f)$ и $c_{-k}(f)$ – взаимно сопряженные числа и, так как функции $\{e^{ikx}\} (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$ образуют на $[0, 2\pi]$ ортогональную систему, то, применяя равенство Парсеваля к соотношению (5), запишем

$$\|\Delta_{\bar{h}}^m f(x)\| = \left\| \sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k(f) \Delta_{\bar{h}}^m(e^{ikx}) \right\|_2^2 = 2^m \sum_{k=1}^{\infty} \rho_k^2(f) \prod_{\nu=1}^m (1 - \cos kh_{\nu}). \tag{6}$$

Подставляя полученное выражение (6) в правую часть (4), получаем

$$\Omega_m^2(f, t)_2 = 2^m \sum_{k=1}^{\infty} \rho_k^2(f) (1 - \sin kt)^m, \tag{7}$$

где

$$\operatorname{sinct} := \begin{cases} \frac{\sin t}{t}, & \text{если } t \neq 0; \\ 1, & \text{если } t = 0 \end{cases}.$$

Для произвольной функции $f \in L_2^{(r)}$, пользуясь равенством

$$f^{(r)}(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (ik)^r c_k(f) e^{ikx},$$

в силу (7) запишем

$$\Omega_m^2(f^{(r)}, t)_2 = 2^m \sum_{k=1}^{\infty} k^{2r} \rho_k^2(f) (1 - \operatorname{sinct} kt)^m. \tag{8}$$

Учитывая равенство (3) и тот факт, что [9, с.435]

$$\max\{|\operatorname{sinc} u| : u \geq nt\} = \operatorname{sinct} nt, \quad 0 < nt \leq 3\pi/4,$$

будем иметь

$$\min\{|1 - \operatorname{sinc} u| : u \geq nt\} = 1 - \operatorname{sinct} nt, \quad 0 < nt \leq 3\pi/4.$$

Воспользовавшись последним равенством, получаем [9]

$$\begin{aligned} \Omega_m^2(f^{(r)}, t)_2 &\geq 2^m \sum_{k=n}^{\infty} k^{2r} \rho_k^2(f) (1 - \operatorname{sinct} kt)^m \geq \\ &\geq 2^m n^{2r} (1 - \operatorname{sinct} nt)^m \sum_{k=n}^{\infty} k^{2r} \rho_k^2(f) = 2^m n^{2r} (1 - \operatorname{sinct} nt)^m E_{n-1}^2(f)_2. \end{aligned} \tag{9}$$

Полученным неравенством будем пользоваться чуть позже.

Условимся под весовой функцией на отрезке $[0, h]$ понимать неотрицательную суммируемую функцию q , неэквивалентную нулю на этом же отрезке.

Введём в рассмотрение следующую экстремальную аппроксимационную характеристику

$$\chi_{m,n,r,p}(q, h)_2 := \sup_{\substack{f \in L_2^{(r)} \\ f \neq \text{const}}} \frac{2^{m/2} E_{n-1}(f)_2}{\left(\int_0^h \Omega_m^p(f^{(r)}, t)_2 q(t) dt \right)^{1/p}}, \tag{10}$$

где $m, n \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $0 < p \leq \infty$, $0 < nh \leq 3\pi/4$, $q \geq 0$ – весовая на отрезке $[0, h]$ функция.

В [5] доказано, что если $m, n \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $0 < p \leq 2$, $0 < h \leq \pi/n$, q – весовая на $[0, h]$ функция, то имеет место двойное неравенство

$$\left\{ \mathcal{B}_{n,h,p}^{r,m}(q) \right\}^{-1} \leq \chi_{m,n,r,p}(q, h)_2 \leq \left\{ \inf_{n \leq k < \infty} \mathcal{B}_{k,h,p}^{r,m}(q) \right\}^{-1}, \tag{11}$$

где

$$\mathcal{B}_{k,h,p}^{r,m}(q) = \left(k^{rp} \int_0^h (1 - \operatorname{sinc} kt)^{mp/2} q(t) dt \right)^{1/p}.$$

При этом требовалось выяснить условия, при выполнении которых имеет место равенство

$$\inf_{n \leq k < \infty} \mathcal{B}_{k,h,p}^{r,m}(q) = \mathcal{B}_{n,h,p}^{r,m}(q). \tag{12}$$

Там же доказано, что если весовая функция $q \in C^{(1)}[0, h]$ и при всех $1/r < p \leq 2$, $r \in \mathbb{N}$ и $0 < t \leq h$ выполняется дифференциальное неравенство

$$(rp - 1)q(t) - tq'(t) \geq 0, \tag{13}$$

то имеет место равенство (12). Ясно, что класс весовых функций, удовлетворяющих неравенство (13), является весьма узким, а потому оно используется в редких случаях. Здесь мы докажем условие (13) без предположения дифференцируемости весовой функции при всех $0 < p \leq \infty$.

Имеет место следующая

Теорема 1. Пусть $m, n \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $0 < p \leq \infty$, $0 < h \leq 3\pi/4$, q – весовая на отрезке $[0, h]$ функция. Тогда

$$\chi_{m,n,r,p}(q, h)_2 = \left\{ n^{rp} \int_0^h (1 - \operatorname{sinc} nt)^{mp/2} q(t) dt \right\}^{-1/p}. \tag{14}$$

Доказательство. Прежде всего отметим, что в равенстве (10) для параметра p , удовлетворяющего условию $0 < p \leq \infty$, функционал $\|\Omega_m\|_p$ определен соотношениями

$$\|\Omega_m\|_p = \left(\int_0^h \Omega_m^p(f^{(r)}, t)_2 q(t) dt \right)^{1/p}, \quad 0 < p < \infty,$$

$$\|\Omega_m\|_\infty = \lim_{p \rightarrow \infty} \|\Omega_m q^{1/p}\|_p = \max\{\Omega_m(f^{(r)}, t)_2 : t \in (0, h), 0 < h \leq 3\pi/4\}.$$

При этом указанный функционал лишь при $1 \leq p \leq \infty$ является нормой. Переходим к доказательству равенства (14). Для случая $0 < p \leq 2$ при любых $m, n \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $0 < p \leq 2$, $0 < h \leq 3\pi/4$ доказательство (14) приведено в [5, стр.7, следствие 1]. Поэтому приводим доказательство соотношения (14) в случае $2 \leq p \leq \infty$. С этой целью обе части неравенства (9) возведем в степень $p/2$ ($2 \leq p \leq \infty$), для $0 < nt \leq 3\pi/4$ будем иметь

$$\Omega_m^p(f^{(r)}, t)_2 \geq 2^{mp/2} n^{rp} (1 - \operatorname{sinc} kt)^{mp/2} E_{n-1}^p(f)_2. \tag{15}$$

Умножая обе части полученного неравенства (15) на вес q и интегрируя по отрезку $[0, h]$, $0 < h \leq 3\pi/(4n)$, получаем

$$\int_0^h \Omega_m^p(f^{(r)}, t)_2 q(t) dt \geq 2^{mp/2} n^{rp} E_{n-1}^p(f)_2 \int_0^h (1 - \text{sinc}nt)^{mp/2} q(t) dt. \tag{16}$$

Так как неравенство (16) имеет место для произвольной функции $f \in L_2^{(r)}$, то запишем

$$\sup_{\substack{f \in L_2^{(r)} \\ f \neq \text{const}}} \frac{2^{m/2} E_{n-1}(f)_2}{\left(\int_0^h \Omega_m^p(f^{(r)}, t)_2 q(t) dt \right)^{1/p}} \leq \frac{1}{\left(n^{rp} \int_0^h (1 - \text{sinc}nt)^{mp/2} q(t) dt \right)^{1/p}},$$

или, что то же

$$\chi_{m,n,r,p}(q, h)_2 \leq \left\{ n^{rp} \int_0^h (1 - \text{sinc}nt)^{mp/2} q(t) dt \right\}^{-1/p} \tag{17}$$

и оценка сверху для величины, расположенной в левой части равенства (10) получена. С целью получения соответствующей оценки снизу указанной величины, введём в рассмотрение функцию $f_0(x) = \cos nx \in L_2^{(r)}$, для которой

$$f_0^{(r)}(x) = n^r \cos\left(nx + \frac{r\pi}{2}\right),$$

и в силу формул (3) и (8) запишем

$$E_{n-1}(f_0)_2 = 1, \quad \Omega_m(f_0^{(r)}, t)_2 = 2^{m/2} n^r (1 - \text{sinc}nt)^{m/2}, \tag{18}$$

$$\left(\int_0^h \Omega_m^p(f_0^{(r)}, t)_2 q(t) dt \right)^{1/p} = 2^{m/2} n^r \left(\int_0^h (1 - \text{sinc}nt)^{mp/2} q(t) dt \right)^{1/p}. \tag{19}$$

Пользуясь равенствами (18) и (19), получаем оценку снизу

$$\begin{aligned} \chi_{m,n,r,p}(q, h)_2 &\geq \sup_{\substack{f \in L_2^{(r)} \\ f \neq \text{const}}} \frac{2^{m/2} E_{n-1}(f_0)_2}{\left(\int_0^h \Omega_m^p(f_0^{(r)}, t)_2 q(t) dt \right)^{1/p}} = \\ &= \frac{2^{m/2} \cdot 1}{2^{m/2} \left(n^{rp} \int_0^h (1 - \text{sinc}nt)^{mp/2} q(t) dt \right)^{1/p}} = \\ &= \left\{ n^{rp} \int_0^h (1 - \text{sinc}nt)^{mp/2} q(t) dt \right\}^{-1/p}. \end{aligned} \tag{20}$$

Требуемое равенство (14) получаем из сопоставлении неравенств (17) и (20). Теорема 1 доказана.

Хорошо известно, что для функции $f \in L_2^{(r)}$ ее промежуточные производные $f^{(\nu)}$ ($\nu = 1, 2, \dots, r-1; r \in \mathbb{N}, r \geq 2, f^{(0)} \equiv f$) также принадлежат пространству L_2 , а потому представляет определенный интерес изучение поведения величины $E_{n-1}(f^{(\nu)})_2$ на самом классе $L_2^{(r)}$ или на некотором подклассе ${}^{(r)} \subseteq L_2^{(r)}$, то есть требуется найти точное значение величины

$$E_{n-1}^{(\nu)}({}^{(r)})_2 := \sup\{E_{n-1}(f^{(\nu)})_2 : f \in {}^{(r)}\}. \tag{21}$$

Нам понадобится следующее утверждение, вытекающее как следствие из результата теоремы 1.

Теорема 2. Пусть $m, n \in \mathbb{N}$, $0 < p \leq \infty$, $0 < h \leq 3\pi / (4n)$, $r, \nu \in \mathbb{Z}_+$, $\nu = \overline{0, r}$, q – весовая на $[0, h]$ функция. Тогда имеет место равенство

$$\sup_{\substack{f \in L_2^{(r)} \\ f \neq \text{const}}} \frac{2^{m/2} n^{r-\nu} E_{n-1}(f^{(\nu)})_2}{\left(\int_0^h \Omega_m^p(f^{(r)}, t)_2 q(t) dt \right)^{1/p}} = \left(\int_0^h (1 - \text{sinc} nt)^{mp/2} q(t) dt \right)^{-1/p}. \tag{22}$$

Доказательство. Действительно, если в левой части равенства (22) ввести обозначение $f^{(\nu)} \equiv g$, то из того, что $f \in L_2^{(r)}$ следует $f^{(r)} = g^{(r-\nu)} \in L_2$, то есть функция $g \in L_2^{(r-\nu)}$, а потому в силу равенства (14) имеем

$$\begin{aligned} & \sup_{\substack{f \in L_2^{(r)} \\ f \neq \text{const}}} \frac{2^{m/2} n^{r-\nu} E_{n-1}(f^{(\nu)})_2}{\left(\int_0^h \Omega_m^p(f^{(r)}, t)_2 q(t) dt \right)^{1/p}} = \\ & = \sup_{\substack{g \in L_2^{(r-\nu)} \\ g \neq \text{const}}} \frac{2^{m/2} n^{r-\nu} E_{n-1}(g)_2}{\left(\int_0^h \Omega_m^p(g^{(r-\nu)}, t)_2 q(t) dt \right)^{1/p}} = \left\{ \int_0^h (1 - \text{sinc} nt)^{mp/2} q(t) dt \right\}^{-1/p}, \end{aligned}$$

чем и завершаем доказательство теоремы 2.

Неубывающая на $\mathbb{R}_+ := [0, +\infty)$ функция Φ называется k -мажорантой [10, стр.23], если функция $t^{-k} \Phi(t)$, $k \in \mathbb{N}$ не возрастает на \mathbb{R}_+ , $\Phi(0) = 0$ и $\Phi(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow 0$. При $k = 1$ функция Φ называется просто мажорантой.

Через $W_{p,m}^{(r)}(\Phi) := W_p^{(r)}(\Omega_m, \Phi)$ ($r \in \mathbb{Z}_+, 0 < p \leq +\infty$) обозначим множество функций $f \in L_2^{(r)}$, у которых производная r -го порядка $f^{(r)}$ при любом $t \in [0, 2\pi]$ удовлетворяет условию

$$\int_0^t \Omega_m^p(f^{(r)}, \tau) d\tau \leq \Phi^p(t).$$

Следуя работам [1-4], обозначим через t_* величину аргумента $t \in (0, \infty)$ функции sinct , при котором она достигает своего наименьшего значения. Очевидно, что t_* есть наименьший из положительных корней уравнения $t - t = 0$ ($4,49 < t_* < 4,51$). При этом полагаем

$$(1 - \text{sinct})_* := \{1 - \text{sinct}, \text{ если } 0 < t \leq t_*; 1 - \text{sinct}_*, \text{ если } t \geq t_*\}.$$

Также введём обозначения

$$E_{n-1}(W_{p,m}^{(r)}(\Phi))_2 := E_{n-1}^{(0)}(W_{p,m}^{(r)}(\Phi))_2 = \sup\{E_{n-1}(f)_2 : f \in W_{p,m}^{(r)}(\Phi)\}.$$

В этих обозначениях в [4, стр.431] доказано, что если при любых $m, n \in \mathbb{N}$, $0 < p \leq \infty$ и $t \in (0, 2\pi]$ мажоранта Φ удовлетворяет условию

$$\frac{\Phi^p(t)}{\Phi(\pi/n)} \geq \frac{\int_0^t (1 - \text{sinct}\tau)_*^{mp/2} d\tau}{\int_0^{\pi/n} (1 - \text{sinct}\tau)^{mp/2} d\tau}, \tag{23}$$

то справедливы равенства

$$\begin{aligned} \lambda_{2n}(W_{p,m}^{(r)}(\Phi), L_2) &= \lambda_{2n-1}(W_{p,m}^{(r)}(\Phi), L_2) = E_{n-1}(W_{p,m}^{(r)}(\Phi)) = \\ &= 2^{-m/2} n^{-r} \left\{ \int_0^{\pi/n} (1 - \text{sinct}t)^{mp/2} dt \right\}^{-1/p} \Phi\left(\frac{\pi}{n}\right), \end{aligned} \tag{24}$$

где $\lambda_n(\cdot)$ – любой из n -поперечников: Бернштейна $b_n(\cdot)$, Гельфанда $d_n(\cdot)$, Колмогорова $d^n(\cdot)$, линейного $\delta_n(\cdot)$, проекционного $\Pi_n(\cdot)$ (см., например, [11, 12]). При этом множество мажорант Φ , удовлетворяющих условию (23), не пусто.

Здесь, опираясь на результат работы [5], мы решим задачу (21) в случае $\mathfrak{M}^{(r)} = W_{p,m}^{(r)}(\Phi)$.

Имеет место следующая

Теорема 3. Пусть Φ – мажоранта, определяющая класс функций $W_{p,m}^{(r)}(\Phi)$, где $m, n \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $0 < p \leq \infty$. Тогда для произвольного $v = \overline{0, r}$ имеет место равенство

$$E_{n-1}^{(v)}(W_{p,m}^{(r)}(\Phi))_2 = 2^{-m/2} n^{-(r-v)} \left\{ \int_0^{\pi/n} (1 - \text{sinct}t)^{mp/2} dt \right\}^{-1/p} \Phi\left(\frac{\pi}{n}\right). \tag{25}$$

Доказательство. Прежде всего заметим, что из формулы (22), которая, в силу работы [4, стр.341], верна также при $h = \pi/n$, вытекает неравенство

$$E_{n-1}(f^{(\nu)})_2 \leq \frac{1}{2^{m/2} n^{r-\nu}} \left\{ \frac{\int_0^h \Omega_m^p(f^{(r)}, t)_2 q(t) dt}{\int_0^{\pi/n} (1 - \operatorname{sinc} nt)^{mp/2} q(t) dt} \right\}. \quad (26)$$

Отсюда при $q(t) = 1$, пользуясь определением класса $W_{p,m}^{(r)}(\Phi)$, запишем оценку сверху

$$E_{n-1}^{(\nu)}(W_{p,m}^{(r)}(\Phi))_2 \leq \frac{1}{2^{m/2} n^{r-\nu}} \cdot \frac{\Phi(\pi/n)}{\int_0^{\pi/n} (1 - \operatorname{sinc} nt)^{mp/2} dt}. \quad (27)$$

С целью получения оценки снизу введем в рассмотрении функцию

$$f_1(x) = 2^{-m/2} n^{-r} \Phi(\pi/n) \left(\int_0^{\pi/n} (1 - \operatorname{sinc} nt)^{mp/2} dt \right)^{-1/p} \cos nx$$

и так как

$$\|f_1\|_2 = 2^{-m/2} n^{-r} \Phi(\pi/n) \left(\int_0^{\pi/n} (1 - \operatorname{sinc} nt)^{mp/2} dt \right)^{-1/p},$$

то функция f_1 принадлежит шару

$$\mathcal{B}_{2n+1} := \left\{ T_n \in \mathcal{T}_{2n+1} : \|T_n\|_2 = 2^{-m/2} n^{-r} \left(\int_0^{\pi/n} (1 - \operatorname{sinc} nt)^{mp/2} dt \right)^{-1/p} \Phi\left(\frac{\pi}{n}\right) \right\},$$

введённому при доказательстве теоремы 2 из [5], а значит и принадлежит классу $W_{p,m}^{(r)}(\Phi)$. Поскольку при всех $\nu = 0, 1, \dots, r$

$$f_1^{(\nu)}(x) = 2^{-m/2} n^{-(r-\nu)} \Phi(\pi/n) \left(\int_0^{\pi/n} (1 - \operatorname{sinc} nt)^{mp/2} dt \right)^{-1/p} \cos(nx + \nu\pi/2),$$

то в силу равенства (2) имеем

$$E_{n-1}(f^{(\nu)})_2 = 2^{-m/2} n^{-(r-\nu)} \Phi(\pi/n) \left(\int_0^{\pi/n} (1 - \operatorname{sinc} nt)^{mp/2} dt \right)^{-1/p}. \quad (28)$$

Пользуясь равенством (28), запишем оценку снизу указанной величины

$$\begin{aligned} E_{n-1}^{(\nu)}(W_{p,m}^{(r)}(\Phi))_2 &\geq E_{n-1}(f^{(\nu)})_2 = \\ &= 2^{-m/2} n^{-(r-\nu)} \Phi(\pi/n) \left(\int_0^{\pi/n} (1 - \operatorname{sinc} nt)^{mp/2} dt \right)^{-1/p}. \end{aligned} \quad (29)$$

Сопоставляя соотношения (27) и (29), получаем требуемое равенство (25). Теорема 3 доказана.

Поступило 18.02.2022 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Vakarchuk S.B. Exact constant in an inequality of Jackson type for L_2 approximation on the line and exact values of mean widths of functional classes. – East Journal on Approx., 2004, v.10, №1-2, pp. 27-39.
2. Vakarchuk S.B., Zabutna V.I. Widths of function classes from L_2 and exact constants in Jackson type inequalities. – East Journal on Approximation. Bulgarian Academy of Sciences: Sofia, 2008, v.14, №4, pp. 411-421.
3. Вакарчук С.Б. Точные константы в неравенствах типа Джексона и точные значения поперечников функциональных классов из L_2 . – Матем. заметки, 2005, т.78, №5, с. 792-796.
4. Шабозов М.Ш., Вакарчук С.Б., Забутная В.И. Точные неравенства типа Джексона – Стечкина для периодических функций в L_2 и значения поперечников классов функций. – ДАН России, 2013, т.451, №6, с. 625-628.
5. Vakarchuk S.B., Shabozov M.Sh., Zabutna V.I. Structural characteristics of functions from L_2 and the exact values of widths of some functional classes. – Journal of Mathematical Sciences, 2015, v.206, №1, pp. 97-114.
6. Руновский К.В. О приближении семействами линейных полиномиальных операторов в пространствах L_p , $0 < p < 1$. – Мат. сборник, 1994, т.185, №8, с. 81-102.
7. Руновский К.В. Об одной оценке для интегрального модуля гладкости. – Изв. вузов. Матем., 1992, №1, с. 78-80.
8. Стороженко Э.А., Кротов В.Г., Освальд П. Прямые и обратные теоремы типа Джексона в пространствах L_p , $0 < p < 1$. – Мат. сборник, 1975, т.98(140), №3(11), с. 395-415.
9. Тайков Л.В. Неравенства, содержащие наилучшие приближения и модуль непрерывности функций из L_2 . – Мат. заметки, 1976, т.20, №3, с. 433-438.
10. Шевчук И.А. Приближение многочленами и следы непрерывных на отрезке функций. – Киев, Наукова думка, 1992, 227 с.
11. Тихомиров В.М. Некоторые вопросы теории приближений. – М.: МГУ, 1976, 325 с.
12. Pinkus A. n -Widths in Approximation Theory. – Berlin: Springer-Verlag. Heidelberg. New York, Tokyo, 1985, 252 p.

М.А.Мавлоназаров

**БАЪЗЕ НОБАРОБАРИҶОИ АНИҚ БАЙНИ НАЗДИККУНИИ БЕҲТАРИН ВА
ИНТЕГРАЛҶОЕ, КИ МОДУЛИ БЕФОСИЛАГИИ МАХСУСРО ДАРБАР
МЕГИРАНД***Донишгоҳи давлатии Хоруғ ба номи М.Назаршоев*

Дар мақола нобаробариҳо байни наздиккунии беҳтарин ва интегралҳо аз модули бефосилагии махсуси умумикардашудаи тартиби m -ум дар фазои L_2 ёфта шуданд. Барои синфи функсияҳо, ки ба воситаи модули бефосилагии умумикардашудаи нишондодашуда муайян карда мешаванд, қимати аниқи сарҳади болоии баъзе характеристикаҳои аппроксимативӣ ҳисоб карда шудаанд.

Калимаҳои калидӣ: наздиккунии беҳтарин, модули бефосилагии умумикардашуда, сарҳади болоӣ, характеристикаи аппроксимативӣ.

М.А.Mavlonazarov

**SOME EXACT INEQUALITIES BETWEEN THE BEST APPROXIMATIONS AND
INTEGRALS CONTAINING SPECIAL MODULES OF CONTINUITY***Khorog State University name after M.Nazarshoev*

Exact inequalities are obtained between the best approximations and integrals of special generalized m^{th} order moduli of continuity in the space L_2 . For the defined classes of functions, using the specified modulus of continuity, the exact values of the upper bounds of some approximation characteristics are found.

Key words: best approximation, generalized modulus of continuity, upper bounds, approximation characteristic.

УДК 517:948.9:669.548.55

Член-корреспондент АН Республики Таджикистан И.Курбонов, С.И.Игболов*

ПОСТРОЕНИЕ ПРИБЛИЖЕННЫХ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ЭЛЕКТРОМАГНИТОУПРУГОСТИ ДЛЯ СРЕД С ПАМЯТЬЮ

*Российско-Таджикский (Славянский) университет,***Таджикский технический университет им. акад. М.С.Осими*

Рассмотрены вопросы построения приближенных решений нелинейных задач для сред с памятью. Приведены постановки краевых задач для полученных систем нелинейных интегродифференциальных уравнений в частных производных. Их приближенные периодические во времени решения разыскиваются по методу эквивалентной линеаризации.

Ключевые слова: *среда с памятью, однородные и неоднородные среды, линеаризация, нелинейная среда.*

Исследованию нелинейных краевых задач электромагнитоупругости посвящён ряд работ [1-3].

Нелинейные краевые задачи для сред с памятью были изучены в [4,5].

Целью настоящей работы является построение приближенных решений нелинейных краевых задач электромагнитоупругости для сред с памятью.

1. Предположим, что в однородном полупространстве $x > 0$, среда обладающих свойствами памяти под действием электромагнитного поля, находится полуограниченный вязкоупругий стержень, в котором распространяются упругие волны. Требуется определить электромагнитные поля $H(x,t)$ и $E(x,t)$ в полупространстве и движение вязкоупругого $u(x,t)$ стержня, если задана напряженность магнитного поля $H(0,t)$

$$\begin{aligned} H(0,t) = H(t) = H(t+T), \lim_{x \rightarrow \infty} H(x,t) = 0, \\ u(x,t+T) = u(x,t), \lim_{x \rightarrow \infty} u(x,t) = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где T – период изменения во времени.

Определение. $H(x,t)$, $E(x,t)$ и $u(x,t)$ приводит к отысканию периодических по t решений следующей нелинейной краевой задачи неявного вида [6]:

Адрес для корреспонденции: Курбонов Икром. 734031, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. М.Турсунзода, 30, Российско-Таджикский (Славянский) университет. E-mail: hudson@gmail.ru; Игболов Саймухаммад Иброхимович. 734042, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. академиков Раджабовых, 10, Таджикский технический университет. E-mail: igbolov82@mail.ru

$$\begin{aligned}
 -\frac{\partial H}{\partial x} &= \frac{\partial D(E)}{\partial t} + J(E), \\
 \frac{\partial E}{\partial x} &= -\frac{\partial B(H)}{\partial t}, \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0,
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

с общими определяющими уравнениями

$$\begin{aligned}
 D(E) &= D(E(\tau), \varepsilon_x(\tau), \tau \leq t), \\
 B(H) &= B(H(\tau), \varepsilon_x(\tau), \tau \leq t), \\
 J(E) &= J(E(\tau), \varepsilon_x(\tau), \tau \leq t), \\
 \sigma_x(\varepsilon_x) &= \sigma(\varepsilon_x(\tau), E(\tau), H(\tau), \tau \leq t), \\
 \varepsilon_x(u) &= \varepsilon(u(\tau), \tau \leq t),
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

где $D(E)$ – электрическая индукция, $B(H)$ – магнитная индукция, $J(E)$ – ток проводимости, σ_x – упругие напряжения, ε_x – упругие деформации, $u(x, t)$ – перемещения.

Ниже мы остановимся на определении электромагнитного поля и движения вязкоупругого стержня в поставленной выше задаче для конкретных определяющих уравнений (3), то есть на отыскании приближенных периодических решений нелинейных краевых задач (1), (2).

2. В простейшем случае определяющие уравнения (3) для изотропной пьезоэлектрической среды с памятью имеют вид [7]:

$$\begin{aligned}
 D(E) &= \varepsilon E + \int_{-\infty}^t \varphi(t-\tau) E(\tau) d\tau, \\
 B(H) &= \mu H + \int_{-\infty}^t \psi(t-\tau) H(\tau) d\tau, \\
 \sigma_x(\varepsilon_x) &= \bar{E} \varepsilon_x - \bar{\varepsilon} E + \int_{-\infty}^t \Gamma(t-\tau) \varepsilon_x(\tau) d\tau - \int_{-\infty}^t K(t-\tau) E(\tau) d\tau \\
 \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, J(E) = \sigma E + \int_{-\infty}^t X(t-\tau) E(\tau) d\tau,
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

где $\bar{E}, \bar{\varepsilon}, \sigma, \varepsilon, \mu$ – электромагнитоупругие постоянные, $\varphi(t-\tau), \psi(t-\tau), \Gamma(t-\tau), X(t-\tau)$ – ядра последдействия.

Подставляя (4) в систему (2), получаем системы интегро-дифференциальных уравнений в частных производных

$$\begin{aligned}
 \bar{E} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \int_{-\infty}^t \Gamma(t-\tau) \frac{\partial^2 u(\tau)}{\partial x^2} d\tau - \varepsilon \frac{\partial E}{\partial x} - \int_{-\infty}^t K(t-\tau) \frac{\partial E(\tau)}{\partial x} d\tau &= 0, \\
 -\frac{\partial H}{\partial x} &= \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{-\infty}^t \varphi(t-\tau) E(\tau) d\tau \right) + \sigma E + \int_{-\infty}^t X(t-\tau) E(\tau) d\tau, \\
 \frac{\partial E}{\partial x} &= -\mu \frac{\partial H}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{-\infty}^t \psi(t-\tau) H(\tau) d\tau \right).
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Периодические решения краевых задач (1)-(4) в этом случае выписываются в виде

$$U(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n \exp[-K_{1n}x] \cos(K_{2n}x - n\omega t + \bar{\varphi}_n),$$

$$E(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} E_n \exp[-K_{1n}x] \cos(K_{2n}x - n\omega t + \bar{\psi}_n),$$

$$H(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} H_n \exp[-k_{1n}x] \cos(k_{2n}x - n\omega t + \bar{\varphi}_n).$$

Здесь $\omega = 2\pi/T$ – минимальная частота, H_n и φ_n – амплитуда и фаза n -й гармоники напряженности

$$H(t) = \sum_{n=1}^{\infty} H_n \cos(\varphi_n - n\omega t). \tag{6}$$

Определим постоянные $k_{1n}, k_{2n}, E_n, u_n, \psi_n$ и $\bar{\varphi}_n$ по методу эквивалентной линеаризации [1,3].

В результате получаем систему нелинейных алгебраических уравнений

$$u_n \left[(\bar{E} + \Gamma_{cn})(k_{1n}^2 - k_{2n}^2) + 2\Gamma_{sn}k_{1n}k_{2n} + \rho n^2 \omega^2 \right] + E_n \left[E_1(k_{1n}, k_{2n}) \cos(\psi_n - \bar{\varphi}_n) + F_2(k_{1n}, k_{2n}) \sin(\psi_n - \varphi_n) \right] = 0, \tag{7}$$

$$u_n \left[(\bar{E} + \Gamma_{cn})2K_{1n}K_{2n} - 2(k_{1n}^2 - k_{2n}^2)\Gamma_{sn} \right] + E_n \left[F_3(k_{1n}, k_{2n}) \times \sin(\psi_n - \bar{\varphi}_n) - F_4(k_{1n}, k_{2n}) \cos(\psi_n - \bar{\varphi}_n) \right] = 0,$$

$$H_n \left[k_{1n} \cos(\psi_n - \varphi_n) - k_{2n} \sin(\psi_n - \varphi_n) \right] = E_n (\tau + n\omega \varphi_{sn} + X_{cn}),$$

$$H_n \left[k_{1n} \sin(\psi_n - \varphi_n) + k_{2n} \cos(\psi_n - \varphi_n) \right] = E_n (n\omega \varepsilon + n\omega \varphi_{cn} - X_{sn}),$$

$$E_n \left[-k_{1k} \sin(\psi_n - \varphi_n) + k_{2n} \sin(\psi_n - \varphi_n) \right] = n\omega H_n (\mu + \psi_{cn}),$$

$$E_n \left[k_{1k} \cos(\psi_n - \varphi_n) + k_{2n} \sin(\psi_n - \varphi_n) \right] = n\omega H_n \psi_{sn},$$

где

$$F_1 = F_1(k_{1n}, k_{2n}) = (\bar{\varepsilon} + K_{cn})k_{1n} + k_{sn}k_{2n},$$

$$F_2 = F_2(k_{1n}, k_{2n}) = (\bar{\varepsilon} + K_{cn})k_{2n} - k_{sn}k_{1n},$$

$$F_3 = F_3(k_{1n}, k_{2n}) = (\bar{\varepsilon} - k_{cn})k_{1n} - K_{sn}k_{2n},$$

$$F_4 = F_4(k_{1n}, k_{2n}) = (\bar{\varepsilon} + k_{cn})k_{2n} - k_{sn}k_{1n},$$

$$\begin{Bmatrix} \Gamma_{cn} \\ K_{cn} \\ \varphi_{cn} \\ \psi_{cn} \\ X_{cn} \end{Bmatrix} = \int_0^\infty \begin{Bmatrix} \Gamma(S) \\ K(S) \\ \varphi(S) \\ \psi(S) \\ X(S) \end{Bmatrix} \cos nwsds, \quad \begin{Bmatrix} \Gamma_{sn} \\ K_{sn} \\ \varphi_{sn} \\ \psi_{sn} \\ X_{sn} \end{Bmatrix} = \int_0^\infty \begin{Bmatrix} \Gamma(S) \\ K(S) \\ \varphi(S) \\ \psi(S) \\ X(S) \end{Bmatrix} \sin nwsds.$$

Из пятого и шестого уравнений полученной системы (7) сразу находим:

$$\varphi_n = \psi_n + \operatorname{arctg} \left(\frac{(\mu + \psi_{cn})k_{1n} - \psi_{sn}k_{2n}}{\psi_{sn}K_{1n} + (\mu + \psi_{cn})k_{2n}} \right)$$

$$E_n = \frac{nwH_n}{\sqrt{k_{1n}^2 + k_{2n}^2}} \sqrt{\psi_{sn}^2 + (\mu + \psi_{cn})^2}. \tag{8}$$

Из третьего и четвертого уравнений системы (7) с помощью (8) получаем систему алгебраических уравнений для определения k_{1n} и k_{2n} :

$$k_{1n}^2 - k_{2n}^2 = f_{1n}, \quad 2k_{1n}k_{2n} = f_{2n}, \tag{9}$$

где

$$f_{1n} = nw \left[\psi_{sn} (\tau + nw\varphi_{sn} + X_{cn}) - (\mu + \psi_{cn})(nw\varepsilon + nw\psi_{cn} - XS_n) \right],$$

$$f_{2n} = nw \left[(\mu + \psi_{cn})(\tau + nw\varphi_{sn} + X_{cn}) - \psi_{cn}(nw\varepsilon + nw\varphi_{cn} - XS_n) \right].$$

Решив систему (9), находим k_{1n} и k_{2n} . Единственные положительные корни этих уравнений выписываются соответственно в виде

$$K_{1n}, K_{2n} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\sqrt{f_{1n}^2 + f_{2n}^2} \pm f_{1n} \right)}. \tag{10}$$

Следовательно, из первых двух уравнений системы (7) можно найти u_n и $\bar{\varphi}_n$:

$$\bar{\varphi}_n = \varphi_n -$$

$$-\operatorname{arctg} \left(\frac{\left[\left[(\bar{E} + \Gamma_{cn})f_{1n} - \Gamma_{cn}f_{2n} \right] F_1 + \left[\left[(\bar{E} + \Gamma_{cn})f_{1n} - \Gamma_{cn} + \rho w^2 n^2 \right] F_4 \right]}{\left[\left[(\bar{E} + \Gamma_{cn})f_{1n} - \Gamma_{sn}f_{2n} + n^2 \rho w^2 \right] F_3 - \left[(\bar{E} + \Gamma_{cn})f_{2n} - \Gamma_{sn}f_{1n} \right] F_4 \right]} \right),$$

$$u_n = \frac{E_n \sqrt{F_3^2 + F_4^2}}{\left(\bar{E} + \Gamma_{cn} \right) f_{2n} - \Gamma_{cn} f_{1n}} \sin \left(\psi_n - \bar{\varphi}_n - \operatorname{arctg} \frac{F_4}{F_3} \right).$$

3. Рассмотрим существенно нелинейные определяющие уравнения. Если проводящее пространство является ферромагнитным, то

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \bar{E}\varepsilon_x - \bar{\varepsilon}E + \int_{-\infty}^t \Gamma(t-\tau)\varepsilon_x(\tau)d\tau, \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \\ D(E) &= \varepsilon E + \bar{\varepsilon}\varepsilon_x + \int_{-\infty}^t \varphi(t-\tau)E(\tau)d\tau, \\ J(E) &= \tau E + \int_{-\infty}^t X(t-\tau)E(\tau)d\tau, \\ B(H) &= \mu(|H|)H. \end{aligned} \tag{11}$$

Подставляя (11) в систему (2), получаем систему нелинейных интегро-дифференциальных уравнений с частными производными

$$\begin{aligned} \bar{E} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \int_{-\infty}^t \Gamma(t-\tau)\varepsilon_x(\tau)d\tau - \\ - \frac{\partial H}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial E}{\partial t} + \bar{\varepsilon} \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} + \tau E + \\ + \frac{\partial}{\partial t} \left(\int_{-\infty}^t \varphi(t-\tau)E(\tau)d\tau + \int_{-\infty}^t H(t-\tau)E(\tau)d\tau \right), \\ \frac{\partial E}{\partial x} = - \frac{\partial}{\partial t} \left[\mu(|H|)H \right]. \end{aligned} \tag{12}$$

Их решения должны удовлетворять краевому условию (1), правую часть которого мы будем рассматривать как периодическую функцию, изменяющуюся по гармоническому закону

$$P(t) = H_0 \cos(\varphi - wt). \tag{13}$$

В отличие от линейных постановок, уравнения (1), (12), (13) краевой задачи не допускают точного решения. Их периодическое во времени приближенное решение будем искать в таком же виде, как и в линейном случае:

$$\begin{aligned} u(x, t) &= u_0 \exp[-k_1 x] \cos(k_2 x - wt + \bar{\varphi}), \\ E(x, t) &= E_0 \exp[-k_1 x] \cos(k_2 x - wt + \psi), \\ H(x, t) &= H_0 \exp[-k_1 x] \cos(k_2 x - wt + \varphi). \end{aligned} \tag{14}$$

Приближенное решение этой системы, удовлетворяющее условию (13), находим по методу эквивалентной линеаризации в виде (14). Для определения $E_0, u_0, \psi, \bar{\varphi}, k_1$ и k_2 получаем систему нелинейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} u_0 \left[(\bar{E} + \Gamma_c)(k_1^2 - k_2^2) + \Gamma_s 2k_1 k_2 + \rho w^2 \right] + \bar{\varepsilon} E_0 \left[k_1 \cos(\psi - \bar{\varphi}) + k_2 \sin(\psi - \bar{\varphi}) \right] = 0, \\ u_0 \left[(\bar{E} + \Gamma_c) 2k_1 k_2 - \Gamma_s (k_1^2 - k_2^2) \right] + \bar{\varepsilon} E_0 \left[k_1 \sin(\psi - \bar{\varphi}) - k_2 \cos(\psi - \bar{\varphi}) \right] = 0, \end{aligned}$$

$$H_0 \left[-k_2 \sin(\psi - \varphi) + k_1 \cos(\psi - \varphi) \right] = E_0 (\tau + w\varphi_s + X_c) +$$

$$\begin{aligned}
 & +w\bar{\varepsilon}u_0 [k_1 \cos(\psi - \bar{\varphi}) + k_2 \sin(\psi - \bar{\varphi})], \\
 H_0 [-k_1 \sin(\psi - \varphi) + k_2 \cos(\psi - \varphi)] & = E_0 (w\varepsilon + w\varphi_s + X_s) + \\
 & +w\bar{\varepsilon}u_0 [k_1 \cos(\psi - \bar{\varphi}) + k_2 \sin(\psi - \bar{\varphi})], \tag{15} \\
 E_0 [-k_1 \sin(\psi - \varphi) + k_2 \cos(\psi - \varphi)] & = wH_0\bar{\mu}(|H_0|), \\
 k_1 \sin(\psi - \varphi) + k_2 \cos(\psi - \varphi) & = 0,
 \end{aligned}$$

где

$$Nc = Nc_1, Nc = Ns_1,$$

$$\bar{\mu} = \bar{\mu}(|H_0|) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \mu(|H_0 e^{-x} \cos \tau|) e^{-2x} \cos^2 \tau d\tau dx.$$

Из последних двух уравнений системы (15) определяем E_0 и ψ через k_1 и k_2 :

$$E_0 = \frac{wH_0\bar{\mu}(|H_0|)}{\sqrt{k_1^2 + k_2^2}}, \quad \psi = \varphi - \arctg \frac{k_1}{k_2}. \tag{16}$$

Исключая разность фаз $\psi - \varphi$ из третьего и четвертого уравнений системы (15), находим u_0 и $\bar{\varphi}$

$$\begin{aligned}
 \varphi & = \psi - \arctg F(k_1, k_2) \\
 u_0 & = \frac{H_0 [2k_1 k_2 - w\bar{\mu}(w\varepsilon + w\varphi_c - X_s)]}{w\bar{\varepsilon} \sqrt{k_1^2 + k_2^2} [k_1 \sin(\psi - \bar{\varphi}) - k_2 \cos(\psi - \bar{\varphi})]} = \tag{17} \\
 & = \frac{H_0 [2k_1 k_2 - w\bar{\mu}(w\varepsilon + w\varphi_c - X_s)]}{w\bar{\varepsilon} (k_2 F(k_1, k_2) - k_1)} \sqrt{\frac{1 + F^2(k_1, k_2)}{k_1^2 + k_2^2}},
 \end{aligned}$$

где

$$F(k_1, k_2) = \frac{k_1 [k_1^2 - k_2^2 + w\bar{\mu}(\tau + w\varphi_s + X_c)] - k_2 [2k_1 k_2 + w\bar{\mu}(\tau + w\varphi_s + X_c)]}{k_1 [2k_1 k_2 + w\bar{\mu}(w\varepsilon + w\varphi_c + X_s)] + k_2 [k_1^2 - k_2^2 + w\bar{\mu}(\tau + w\varphi_s + X_c)]}.$$

Исключив u_0, E_0, ψ и $\bar{\varphi}$ из первых двух уравнений системы (15) с помощью (16) и (17), получим систему двух уравнений для определения k_1 и k_2 :

$$k_1^2 - k_2^2 = \bar{F}_1(k_1, k_2), \quad 2k_1 k_2 = \bar{F}_2(k_1, k_2), \tag{18}$$

где

$$\bar{F}_1(k_1, k_2) = \frac{\Gamma_s(k_1 F(k_1, k_2) - k_2) - (\bar{E} + \Gamma_c)(k_1 + k_2 F(k_1, k_2) + \rho w^2 \sqrt{1 + F^2(k_1, k_2)})}{\Delta \sqrt{1 + F^2(k_1, k_2)}}$$

$$\bar{F}_2(k_1, k_2) = \frac{(\bar{E} + \Gamma_s)(k_1 F(k_1, k_2) - k_2) + \Gamma_s(k_2 F(k_1, k_2) + \rho w^2 \sqrt{1 + F^2(k_1, k_2)})}{\Delta \sqrt{1 + F^2(k_1, k_2)}}$$

$$\Delta = \Gamma_s^2 + (\bar{E} + \Gamma_c)^2.$$

Итак, определение постоянных в приближенном решении (14) сводится к нахождению положительных корней k_1 и k_2 системы (18). Через них, согласно (16) и (17), определяются постоянные E_0, ψ и φ . К сожалению, в общем случае для системы (18) нельзя получить точное решение. Приближенное решение этой системы можно получить с помощью ЭВМ.

Для получения приближенных аналитических решений перепишем систему (18) в виде

$$k_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{2} \sqrt{F_1^2(k_1, k_2) + F_2^2(k_1, k_2) + F_1(k_1, k_2)}},$$

что позволяет использовать метод последовательных приближений. При этом в качестве нулевых значений для k_1 и k_2 можно принять выражение (10) линейной задачи с $\mu = \mu(H_0)$, $n = 1$.

Полученные виды приближенных аналитических выражений для $H(x, t), E(x, t), u(x, t)$ трансформируются в точные решения соответствующей линейной задачи, если $n = 1$, $H_1 = H_0$, $E_1 = E_0$, $u_1 = u_0$, $\varphi_1 = \varphi$, $\psi_1 = \psi$, $\bar{\varphi}_1 = \bar{\varphi}$ и $\mu(|H|) = \mu = const$.

4. В случае определяющих уравнений вида

$$\sigma_x = \bar{E} \varepsilon_x - \bar{\varepsilon} E + \int_{-\infty}^t \Gamma(t - \tau) \varepsilon_x(\tau) d\tau,$$

$$D(E) = \varepsilon(|E|E) + \varepsilon \bar{\varepsilon}_x, J(E) = \tau(|E|E),$$

$$B(H) = \mu(|E|E)$$

приходим к системе нелинейных интегро-дифференциальных уравнений

$$\bar{E} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \varepsilon \frac{\partial E}{\partial x} + \int_{-\infty}^t \Gamma(t - \tau) \frac{\partial^2 u(x, \tau)}{\partial x^2} d\tau,$$

$$-\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} [\varepsilon(|E|E)] + \tau(|E|)E + \bar{\varepsilon} \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x}, \tag{19}$$

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} [\mu(|H|)H],$$

которую надлежит интегрировать при краевом условии (1) и условии (13).

Приближенное решение нелинейной краевой задачи (1), (13) и (19) будем искать в виде (14) посредством определения постоянных k_1, k_2, u_0, E_0, ψ и φ . Для этого запишем систему нелинейных алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} u_0 \left[(\bar{E} + \Gamma_c)(k_1^2 - k_2^2) + 2\Gamma_s k_1 k_2 + \rho w^2 \right] + \bar{\varepsilon} E_0 \left[k_1 \cos(\psi - \bar{\varphi}) + k_2 \sin(\psi - \bar{\varphi}) \right] &= 0, \\ u_0 \left[2(\bar{E} + \Gamma_c)k_1 k_2 - \Gamma_s(k_1^2 - k_2^2) \right] + \bar{\varepsilon} E_0 \left[k_1 \sin(\psi - \bar{\varphi}) - k_2 \cos(\psi - \bar{\varphi}) \right] &= 0, \\ H_0 \left[k_1 \cos(\psi - \varphi) + k_2 \sin(\psi - \varphi) \right] &= E_0 \bar{\tau}(|E_0|) + \\ &+ w \bar{\varepsilon} u_0 \left[k_1 \sin(\psi - \bar{\varphi}) - k_2 \cos(\psi - \bar{\varphi}) \right], \\ H_0 \left[k_1 \sin(\psi - \varphi) + k_2 \cos(\psi - \varphi) \right] &= w E_0 \bar{\varepsilon}(|E_0|) + \\ &+ w \bar{\varepsilon} u_0 \left[k_2 \sin(\psi - \bar{\varphi}) - k_1 \cos(\psi - \bar{\varphi}) \right], \\ E_0 \left[-k_1 \sin(\psi - \varphi) + k_2 \cos(\psi - \varphi) \right] &= w H_0 \bar{\mu}(|H_0|), \\ k_1 \cos(\psi - \varphi) + k_2 \sin(\psi - \varphi) &= 0, \end{aligned} \tag{20}$$

где

$$\begin{cases} \bar{\tau}(|E_0|) = \bar{\tau} \\ \bar{\varepsilon}(|E_0|) = \bar{\varepsilon} \\ \bar{\mu}(|E_0|) = \bar{\mu} \end{cases} = \frac{2}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \begin{cases} \tau(|E_0 e^{-x} \cos \tau|) \\ \varepsilon(|E_0 e^{-x} \cos \tau|) \\ \mu(|E_0 e^{-x} \cos \tau|) \end{cases} e^{-2x} \cos^2 \tau d\tau.$$

Последние два уравнения определяют ψ и E_0 через k_1 и k_2

$$\psi = \varphi - \arctg \frac{k_1}{k_2}, E_0 = \frac{w \bar{\mu} H_0}{\sqrt{k_1^2 + k_2^2}}. \tag{21}$$

Исключая разность фаз $\psi - \varphi$ из третьего и четвертого уравнений системы (20), получаем

$$\bar{\varphi} = \psi - \arctg \bar{F}(k_1, k_2), u_0 = \frac{H_0 (2k_1 k_2 - w \bar{\varepsilon} \bar{\mu})}{w \bar{\varepsilon} (k_2 \bar{F}(k_1, k_2) - k_1)} \sqrt{\frac{1 + \bar{F}^2(k_1, k_2)}{k_1^2 + k_2^2}}. \tag{22}$$

Здесь

$$\bar{F}(k_1, k_2) = \frac{-k_2(2k_1k_2 - w\bar{\varepsilon}\bar{\mu})}{k_1(2k_1k_2 - w\bar{\varepsilon}\bar{\mu}) + k_2(k_1^2 - k_2^2 + w\bar{\varepsilon}\bar{\mu})}.$$

Исключив $E_0, u_0, \bar{\psi}$ и $\bar{\varphi}$ из первых двух уравнений системы (20) посредством (21) и (22), находим систему двух уравнений для определения постоянных k_1 и k_2 :

$$k_1^2 - k_2^2 = \bar{F}_1(k_1, k_2), 2k_1k_2 = \bar{F}_2(k_1, k_2), \tag{23}$$

$$\bar{F}_1(k_1, k_2) = \frac{\Gamma_s(k_1\bar{F}(k_1, k_2) - k_2) - (\bar{E} + \Gamma_s)(k_1 + k_2\bar{F}(k_1, k_2) + \rho w^2\sqrt{1 + \bar{F}^2(k_1, k_2)})}{\Delta\sqrt{1 + \bar{F}^2(k_1, k_2)}},$$

$$\bar{F}_2(k_1, k_2) = \frac{\Gamma_s(k_1\bar{F}(k_1, k_2) + k_1 + \rho w^2\sqrt{1 + \bar{F}^2(k_1, k_2)}) + (\bar{E} + \Gamma_c)(k_1k_2 - k_2)}{\Delta\sqrt{1 + \bar{F}^2(k_1, k_2)}}.$$

Решив систему (23) относительно k_1 и k_2 , находим

$$k_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{F}^2(k_1, k_2) + \bar{F}^2(k_1, k_2) \pm \bar{F}_1(k_1, k_2))}$$

Приближенные его решения можно найти методом последовательных приближений.

Поступило 01.03.2022 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Карнаухов В.Г., Киричек И.Ф. Механика связанных полей в элементах конструкции. – Киев: Наукова думка, 1988, 319 с.
2. Карнаухов В.Г. Связанные задачи термовязкоупругость. – Киев: Наукова думка, 1982, 260с.
3. Березовский А.А., Курбонов И. – Краевые задачи электродинамики проводящих сред. – Киев: Институт математики АН УССР, 1976, с. 37-57.
4. Митропольский Ю.А., Курбонов И. О разрешимости краевых задач электромагнитоупругости с памятью. – ДАН СССР, 1991, т.317, №1, с. 35-39.
5. Курбонов И. Разрешимости нелинейных краевых задач электродинамики с памятью. – ДАН СССР, 1991, т.318, №5, с.1068-1071.
6. Курбонов И., Игболов С.И. Волны в однородных и неоднородных нелинейных средах. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. наук, 2010, №3 (140), с. 25-33.
7. Курбонов И., Игболов С.И. Вопросы качественного исследования нелинейных краевых задач электромагнитоупругости с памятью. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. наук, №1 (154), 2014, с. 43-51.

И.Курбонов, С.И.Игболов*

**СОХТАНИ ХАЛҲОИ ТАҚРИБИИ МАСЪАЛАҲОИ КАНОРИИ ГАЙРИҲАТТИ
БАРОИ МУҲИТҲОИ ДОРОИ ХОТИРА**

Донишгоҳи (Славянии) Россияи Тоҷикистон,

**Донишгоҳи техникии Тоҷикистон ба номи академик М.С.Осимӣ*

Масъалаҳои сохтани ҳалли тахминии масъалаҳои ғайриҳаттӣ барои муҳитҳо бо хотира баррасӣ карда мешаванд. Изҳороти масъалаҳои сарҳадӣ барои системаҳои ғайриҳаттии ҳосилшудаи муодилаҳои интегро-дифференсиалӣ бо ҳосилаҳои хусусӣ оварда шудаанд. Ҳалли тахминии даврии онҳо дар вақташ бо усули эквивалентии ҳаттӣсозӣ ҷустуҷу карда мешаванд.

Калимаҳои калидӣ: *муҳитҳо бо хотира, муҳитҳои якҷинса ва ғайриякҷинса, ҳаттиқунонӣ, муҳитҳои ғайриҳаттӣ.*

I.Kurbonov, S.I.Igbolov*

**CONSTRUCTION OF APPROXIMATE SOLUTIONS OF NONLINEAR
BOUNDARY PROBLEM OF ELECTROMAGNETOELASTICITY FOR MEDIA
WITH MEMORY**

Russian-Tajik (Slavonic) University,*

Tajik Technical University named after academician M.S.Osimi

The questions of constructing approximate solutions of nonlinear problems for media with memory are considered. Statements of boundary value problems for the obtained systems of nonlinear integro-differential equations in partial derivatives are given. Their approximate time-periodic solutions are sought by the method of equivalent linearization.

Key words: *medium with memory, homogeneous and inhomogeneous media, linearization, non-linear media.*

УДК 517.968.220

Ф.М.Ахмадов

**О НЕКОТОРЫХ СЛУЧАЯХ РЕШЕНИЯ ДВУМЕРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО
УРАВНЕНИЯ ТИПА ВОЛЬТЕРРА С ГРАНИЧНОЙ ОСОБОЙ И
СИЛЬНО-ОСОБОЙ ЛИНИЯМИ, КОГДА КОРНИ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ
УРАВНЕНИЙ ВЕЩЕСТВЕННЫЕ, РАЗНЫЕ И
КОМПЛЕКСНО-СОПРЯЖЕННЫЕ**

Институт туризма, предпринимательства и сервиса

(Представлено академиком НАН Таджикистана Н.Раджабовым 12.01.2022 г.)

В зависимости от корней характеристического уравнения и знака параметров уравнения получены явные представления многообразия решений через произвольные функции, определен случай, когда решение единственно.

Ключевые слова: *двумерное интегральное уравнение, особая линия, сильно-особая линия, характеристическое уравнение, произвольные непрерывные функции.*

Пусть D – прямоугольник $D = \{(x, y) : a < x < a_1, b < y < b_1\}$ с граничными линиями: $\Gamma_1 = \{y = b, a < x < a_1\}$, $\Gamma_2 = \{x = a, b < y < b_1\}$.

Рассмотрим в прямоугольнике D двумерное интегральное уравнение:

$$\begin{aligned}
 u(x, y) + \int_a^x \left[p + q \ln \left(\frac{x-a}{t-a} \right) \right] \frac{u(t, y)}{t-a} dt + \int_b^y \left[\lambda + \mu (\omega_b^\beta(s) - \omega_b^\beta(y)) \right] \frac{u(x, s)}{(s-b)^\beta} ds + \\
 + \int_a^x \left[p_1 + q_1 \ln \left(\frac{x-a}{t-a} \right) \right] \frac{dt}{t-a} \int_b^y \left[\lambda_1 + \mu_1 (\omega_b^\beta(s) - \omega_b^\beta(y)) \right] \frac{u(t, s)}{(s-b)^\beta} ds = f(x, y).
 \end{aligned} \tag{1}$$

В уравнении (1) $p, q, \lambda, \mu, p_1, q_1, \lambda_1, \mu_1$ – заданные постоянные числа, $f(x, y)$ – заданная, $u(x, y)$ – искомая функции,

$$\omega_b^\beta(y) = [(\beta-1)(y-b)^{\beta-1}]^{-1}, \quad \beta > 1.$$

Н.Раджабовым в [1,2] изучены одномерные интегральные уравнения типа Вольтерра со сверхсингулярной точкой, также получены многообразия решений одномерного интегрального уравнения с сингулярной и логарифмической особенностью в ядре. В работах Л.Н.Раджабовой [3-5] изучены двумерные интегральные уравнения с особыми, сильно-особыми граничными линиями типа Вольтерра, также двумерные интегральные уравнения типа Вольтерра с граничной особенностью и логарифмической особенностью в ядре.

Адрес для корреспонденции: Ахмадов Фарвариддин Муфазалович. 734055, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Фирдавси, 48/5, Институт туризма, предпринимательства и сервиса. E-mail: farvar90@gmail.com

В работах Л.Н.Раджабовой, А.Ф.Ахмадова [6-9] изучено двумерное интегральное уравнение типа Вольтерра (1) в случаях, когда корни характеристических уравнений являлись вещественными и разными, а также вещественными и равными. В данной работе исследуем случай, когда корни характеристических уравнений являются вещественными разными и комплексно-сопряженными.

Решение интегрального уравнения (1) будем искать в классе непрерывных функций $u(x, y) \in C(\bar{D})$, обращающихся в нуль при $x \rightarrow a, y \rightarrow b$ с асимптотическими поведением:

$$u(x, y) = o[(x - a)^\varepsilon], \varepsilon > 0 \text{ при } x \rightarrow a,$$

$$u(x, y) = o[(y - b)^\nu], \nu > 2(\beta - 1) \text{ при } y \rightarrow b.$$

Рассмотрим случай, когда параметры уравнения (1) связаны между собой равенствами:

$$p = p_1, \quad q = q_1, \quad \lambda = \lambda_1, \quad \mu = \mu_1. \tag{2}$$

Тогда уравнение (1) при помощи интегральных операторов представим в виде:

$$\Pi_{\lambda, \mu}^y (T_{p, q}^x (u)) = f(x, y),$$

где

$$T_{p, q}^x (u) = u(x, y) + \int_a^x \left[p + q \ln \left(\frac{x - a}{t - a} \right) \right] \frac{u(t, y)}{t - a} dt, \tag{3}$$

$$\Pi_{\lambda, \mu}^y (\psi) = \psi(x, y) + \int_b^y \left[\lambda + \mu (\omega_b^\beta(s) - \omega_b^\beta(y)) \right] \frac{\psi(x, s)}{(s - b)^\beta} ds. \tag{4}$$

В случае, когда $\lambda < 0, \mu > 0, \lambda^2 - 4\mu > 0$ [1] и если решение интегрального уравнения (4) существует, тогда оно представимо в виде:

$$\begin{aligned} \psi(x, y) = & \varphi_1(x) e^{\eta_1 \omega_b^\beta(y)} + \varphi_2(x) e^{\eta_2 \omega_b^\beta(y)} + f(x, y) + \\ & + \frac{1}{\sqrt{\lambda^2 - 4\mu}} \int_b^y \left[(\eta_2)^2 e^{\eta_2 (\omega_b^\beta(y) - \omega_b^\beta(s))} - (\eta_1)^2 e^{\eta_1 (\omega_b^\beta(y) - \omega_b^\beta(s))} \right] \frac{f(x, s)}{(s - b)^\beta} ds. \end{aligned} \tag{5}$$

Соответственно, если решение интегрального уравнения (3) при $p < 0, p^2 - 4q < 0$ существует, то, согласно [2], оно имеет вид:

$$\begin{aligned} u(x, y) = & (x - a)^{-\frac{p}{2}} \left[\cos \left(\frac{\sqrt{4q - p^2}}{2} \ln(x - a) \right) \theta_1(y) + \sin \left(\frac{\sqrt{4q - p^2}}{2} \ln(x - a) \right) \theta_2(y) \right] + \\ & + \frac{1}{\sqrt{4q - p^2}} \int_a^x \left(\frac{x - a}{t - a} \right)^{-\frac{p}{2}} \left[(p^2 - 4q) \sin \left(\frac{\sqrt{4q - p^2}}{2} \ln \left(\frac{x - a}{t - a} \right) \right) - \right. \end{aligned}$$

$$-p\sqrt{4q-p^2} \cos\left(\frac{\sqrt{4q-p^2}}{2} \ln\left(\frac{x-a}{t-a}\right)\right) \left] \frac{\psi(t,y)}{t-a} dt. \tag{6}$$

Вместо функции $\psi(x, y)$ в равенстве (6) подставим её значение из равенства (5), решение интегрального уравнения (1) получим в виде:

$$u(x, y) = (x-a)^{-\frac{p}{2}} \left[\cos\left(\frac{\sqrt{4q-p^2}}{2} \ln(x-a)\right) \theta_1(y) + \sin\left(\frac{\sqrt{4q-p^2}}{2} \ln(x-a)\right) \theta_2(y) \right] +$$

$$+ e^{\eta_1 \omega_b^\beta(y)} \Phi_1(x) + e^{\eta_2 \omega_b^\beta(y)} \Phi_2(x) + K_{p,q,\lambda} [f(x, y)] =$$

$$= M_{p,\lambda,\mu} [\varphi_1(x), \varphi_2(x), \theta_1(y), \theta_2(y), f(x, y)], \tag{7}$$

где

$$\Phi_1(x) = \varphi_1(x) +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{4q-p^2}} \int_a^x \left(\frac{x-a}{t-a}\right)^{-\frac{p}{2}} \left[(p^2 - 4q) \sin\left(\frac{\sqrt{4q-p^2}}{2} \ln\left(\frac{x-a}{t-a}\right)\right) - \right.$$

$$\left. - p\sqrt{4q-p^2} \cos\left(\frac{\sqrt{4q-p^2}}{2} \ln\left(\frac{x-a}{t-a}\right)\right) \right] \frac{\varphi_1(t)}{t-a} dt,$$

$$\Phi_2(x) = \varphi_2(x) +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{4q-p^2}} \int_a^x \left(\frac{x-a}{t-a}\right)^{-\frac{p}{2}} \left[(p^2 - 4q) \sin\left(\frac{\sqrt{4q-p^2}}{2} \ln\left(\frac{x-a}{t-a}\right)\right) - \right.$$

$$p\sqrt{4q-p^2} \cos\left(\frac{\sqrt{4q-p^2}}{2} \ln\left(\frac{x-a}{t-a}\right)\right) \left] \frac{\varphi_2(t)}{t-a} dt, K_{p,q,\lambda} [f(x, y)] = f(x, y) + \frac{1}{\sqrt{4q-p^2}} \times$$

$$\times \int_a^x \left(\frac{x-a}{t-a}\right)^{-\frac{p}{2}} \left[(p^2 - 4q) \sin\left(\frac{\sqrt{4q-p^2}}{2} \ln\left(\frac{x-a}{t-a}\right)\right) - \right.$$

$$\left. - p\sqrt{4q-p^2} \cos\left(\frac{\sqrt{4q-p^2}}{2} \ln\left(\frac{x-a}{t-a}\right)\right) \right] \frac{f(t, y)}{t-a} dt +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{\lambda^2 - 4\mu}} \int_b^y \left[(\eta_2)^2 e^{\eta_2(\omega_b^\beta(y) - \omega_b^\beta(s))} - (\eta_1)^2 e^{\eta_1(\omega_b^\beta(y) - \omega_b^\beta(s))} \right] \frac{f(x, s)}{(s-b)^\beta} ds +$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{\sqrt{(\lambda^2 - 4\mu)(4q - p^2)}} \int_b^y \left[(\eta_2)^2 e^{\eta_2(\omega_b^\beta(y) - \omega_b^\beta(s))} - (\eta_1)^2 e^{\eta_1(\omega_b^\beta(y) - \omega_b^\beta(s))} \right] \frac{ds}{(s-b)^\beta} \times \\
 & \times \int_a^x \left(\frac{x-a}{t-a} \right)^{\frac{p}{2}} \left[(p^2 - 4q) \sin \left(\frac{\sqrt{4q - p^2}}{2} \ln \left(\frac{x-a}{t-a} \right) \right) - p\sqrt{4q - p^2} \cos \left(\frac{\sqrt{4q - p^2}}{2} \ln \left(\frac{x-a}{t-a} \right) \right) \right] \frac{f(t, s)}{t-a} dt.
 \end{aligned}$$

На основе вышеизложенных рассуждений, справедливы следующие утверждения.

Теорема 1. Пусть в интегральном уравнении (1) параметры и правая часть удовлетворяют условиям (2), а также

1. $\Delta_1 = \lambda^2 - 4\mu > 0, \lambda < 0, \mu > 0,$
2. $\Delta_2 = p^2 - 4q < 0, p < 0,$
3. $f(x, y) \in C(\bar{D}), f(a, b) = 0$ с асимптотическим поведением на Γ_1 и Γ_2 :

$$f(x, y) = o[(x-a)^{\delta_1}], \delta_1 > \frac{|p|}{2} \text{ при } x \rightarrow a,$$

$$f(x, y) = o[e^{\eta_2 \omega_b^\beta(y)} (y-b)^{\nu_1}], \nu_1 > \beta - 1 \text{ при } y \rightarrow b.$$

Тогда двумерное интегральное уравнение (1) в классе непрерывных функций, обращающихся в нуль при $x \rightarrow a, y \rightarrow b$, всегда разрешимо. Явное решение интегрального уравнения (1) представимо в виде (7), где $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \theta_1(y), \theta_2(y)$ – произвольные непрерывные функции на Γ_1 и Γ_2 , обращающиеся в нуль при $x \rightarrow a, y \rightarrow b$ с асимптотическими поведением:

$$\varphi_i(x) = o[(x-a)^{\delta_2}], \delta_2 > \frac{|p|}{2}, x \rightarrow a, i = (1, 2),$$

$$\theta_j(y) = o[(y-b)^{\nu_2}], \nu_2 > 2(\beta - 1), y \rightarrow b, (j = 1, 2),$$

$$\eta_1 = \frac{\lambda + \sqrt{\Delta_2}}{2} < 0, \eta_2 = \frac{\lambda - \sqrt{\Delta_2}}{2} < 0, (\eta_1 - \eta_2 > 0).$$

Следствие 1. Если выполнены условия теоремы 1, тогда любое решение уравнения (1) из класса $u(x, y) \in C(\bar{D})$ обращается в нуль при $x \rightarrow a, y \rightarrow b$ с асимптотическим поведением:

$$u(x, y) = o[(x-a)^{\frac{|p|}{2}}], x \rightarrow a,$$

$$u(x, y) = o[(y-b)^{\nu_3}], \nu_3 > 2(\beta - 1), y \rightarrow b.$$

Теорема 2. Пусть в интегральном уравнении (1) параметры и правая часть удовлетворяют условиям (2), а также

1. $\Delta_1 = \lambda^2 - 4\mu > 0, \lambda < 0, \mu > 0,$
2. $\Delta_2 = p^2 - 4q < 0, p > 0,$
3. $f(x, y) \in C(\bar{D}), f(a, b) = 0$ с асимптотическим поведением на Γ_1 и Γ_2 :

$$f(x, y) = o[(x-a)^\varepsilon], \varepsilon > 0 \text{ при } x \rightarrow a,$$

$$f(x, y) = o[e^{\eta_2 \omega_b^\beta(y)} (y-b)^{\nu_4}], \nu_4 > \beta - 1 \text{ при } y \rightarrow b.$$

Тогда двумерное интегральное уравнение (1) в классе непрерывных функций, обращающихся в нуль при $x \rightarrow a, y \rightarrow b$, всегда разрешимо. Явное решение интегрального уравнения (1) представимо в виде:

$$\begin{aligned} u(x, y) &= e^{\eta_1 \omega_b^\beta(y)} \Phi_1(x) + e^{\eta_2 \omega_b^\beta(y)} \Phi_2(x) + K_{p,q,\lambda} [f(x, y)] = \\ &= M_{p,\lambda,\mu} [\varphi_1(x), \varphi_2(x), 0, 0, f(x, y)], \end{aligned}$$

где $\varphi_1(x), \varphi_2(x)$ – произвольные непрерывные функции на Γ_1 , обращающиеся в нуль при $x \rightarrow a$, с асимптотическими поведением:

$$\varphi_i(x) = o[(x-a)^\varepsilon], \varepsilon > 0 \text{ при } x \rightarrow a, i = (1, 2).$$

$$\eta_1 = \frac{\lambda + \sqrt{\Delta_2}}{2} < 0, \eta_2 = \frac{\lambda - \sqrt{\Delta_2}}{2} < 0, (\eta_1 - \eta_2 > 0).$$

Следствие 2. Если выполнены условия теоремы 2, тогда любое решение уравнения (1) из класса $u(x, y) \in C(\bar{D})$ обращается в нуль при $x \rightarrow a, y \rightarrow b$ с асимптотическим поведением:

$$u(x, y) = o[(x-a)^\varepsilon], \varepsilon > 0, x \rightarrow a,$$

$$u(x, y) = o[(y-b)^{\nu_5}], \nu_5 > 2(\beta - 1), y \rightarrow b.$$

Теорема 3. Пусть в интегральном уравнении (1) параметры и правая часть удовлетворяют условиям (2), а также

$$1. \Delta_1 = \lambda^2 - 4\mu > 0, \lambda > 0, \mu < 0,$$

$$2. \Delta_2 = p^2 - 4q < 0, p < 0,$$

$$3. f(x, y) \in C(\bar{D}), f(a, b) = 0 \text{ с асимптотическим поведением на } \Gamma_1 \text{ и } \Gamma_2:$$

$$f(x, y) = o[(x-a)^{\delta_3}], \delta_3 > \frac{|p|}{2} \text{ при } x \rightarrow a,$$

$$f(x, y) = o[e^{\eta_2 \omega_b^\beta(y)} (y-b)^{\nu_6}], \nu_6 > \beta - 1 \text{ при } y \rightarrow b.$$

Тогда двумерное интегральное уравнение (1) в классе непрерывных функций, обращающихся в нуль при $x \rightarrow a, y \rightarrow b$, всегда разрешимо. Явное решение интегрального уравнения (1) представимо в виде:

$$\begin{aligned} u(x, y) &= (x-a)^{-\frac{p}{2}} \left[\cos \left(\frac{\sqrt{4q-p^2}}{2} \ln(x-a) \right) \theta_1(y) + \sin \left(\frac{\sqrt{4q-p^2}}{2} \ln(x-a) \right) \theta_2(y) \right] + \\ &+ e^{\eta_2 \omega_b^\beta(y)} \Phi_2(x) + K_{p,q,\lambda} [f(x, y)] = M_{p,\lambda,\mu} [0, \varphi_2(x), \theta_1(y), \theta_2(y), f(x, y)], \end{aligned}$$

где $\varphi_2(x), \theta_1(y), \theta_2(y)$ – произвольные непрерывные функции на Γ_1 и Γ_2 , обращающиеся в нуль при $x \rightarrow a, y \rightarrow b$ с асимптотическими поведением:

$$\varphi_2(x) = o[(x-a)^{\delta_4}], \delta_4 > \frac{|p|}{2} \text{ при } x \rightarrow a,$$

$$\theta_j(y) = o[(y-b)^{\nu_j}], \nu_j > 2(\beta-1) \text{ при } y \rightarrow b, (j= 1,2),$$

$$\eta_1 = \frac{\lambda + \sqrt{\Delta_2}}{2} > 0, \eta_2 = \frac{\lambda - \sqrt{\Delta_2}}{2} < 0, (\eta_1 - \eta_2 > 0).$$

Следствие 3. Если выполнены условия теоремы 3, тогда любое решение уравнения (1) из класса $u(x, y) \in C(\overline{D})$ обращается в нуль при $x \rightarrow a, y \rightarrow b$ с асимптотическим поведением:

$$u(x, y) = o[(x-a)^{\frac{|p|}{2}}], x \rightarrow a,$$

$$u(x, y) = o[(y-b)^{\nu_8}], \nu_8 > 2(\beta-1), y \rightarrow b.$$

Теорема 4. Пусть в интегральном уравнении (1) параметры и правая часть удовлетворяют условиям (2), а также

$$1. \Delta_1 = \lambda^2 - 4\mu > 0, \lambda > 0, \mu < 0,$$

$$2. \Delta_2 = p^2 - 4q < 0, p > 0,$$

$$3. f(x, y) \in C(\overline{D}), f(a, b) = 0 \text{ с асимптотическим поведением на } \Gamma_1 \text{ и } \Gamma_2:$$

$$f(x, y) = o[(x-a)^\varepsilon], \varepsilon > 0 \text{ при } x \rightarrow a,$$

$$f(x, y) = o[e^{n_2 \omega_b^\beta(y)} (y-b)^{\nu_9}], \nu_9 > \beta-1 \text{ при } y \rightarrow b.$$

Тогда двумерное интегральное уравнение (1) в классе непрерывных функций, обращающихся в нуль при $x \rightarrow a, y \rightarrow b$, всегда разрешимо. Явное решение интегрального уравнения (1) представимо в виде:

$$\begin{aligned} u(x, y) &= e^{n_2 \omega_b^\beta(y)} \Phi_2(x) + K_{p,q,\lambda} [f(x, y)] = \\ &= M_{p,\lambda,\mu} [0, \varphi_2(x), 0, 0, f(x, y)], \end{aligned}$$

где $\varphi_2(x)$ – произвольная непрерывная функция на Γ_1 , обращающаяся в нуль при $x \rightarrow a$, с асимптотическим поведением:

$$\varphi_2(x) = o[(x-a)^\varepsilon], \varepsilon > 0 \text{ при } x \rightarrow a,$$

$$\eta_1 = \frac{\lambda + \sqrt{\Delta_2}}{2} > 0, \eta_2 = \frac{\lambda - \sqrt{\Delta_2}}{2} < 0, (\eta_1 - \eta_2 > 0).$$

Следствие 4. Если выполнены условия теоремы 4, тогда любое решение уравнения (1) из класса $u(x, y) \in C(\overline{D})$ обращается в нуль при $x \rightarrow a, y \rightarrow b$ с асимптотическим поведением:

$$u(x, y) = o[(x-a)^\varepsilon], \varepsilon > 0, x \rightarrow a,$$

$$u(x, y) = o[(y-b)^{\nu_{10}}], \nu_{10} > 2(\beta-1), y \rightarrow b.$$

Теорема 5. Пусть в интегральном уравнении (1) параметры и правая часть удовлетворяют условиям (2), а также

$$1. \Delta_1 = \lambda^2 - 4\mu > 0, \lambda < 0, \mu < 0,$$

$$2. \Delta_2 = p^2 - 4q < 0, p < 0,$$

$$3. f(x, y) \in C(\overline{D}), f(a, b) = 0 \text{ с асимптотическим поведением на } \Gamma_1 \text{ и } \Gamma_2:$$

$$f(x, y) = o[(x - a)^{\delta_5}], \delta_5 > \frac{|p|}{2} \text{ при } x \rightarrow a,$$

$$f(x, y) = o[e^{\eta_2 \omega_b^\beta(y)} (y - b)^{\nu_{11}}], \nu_{11} > \beta - 1 \text{ при } y \rightarrow b.$$

Тогда двумерное интегральное уравнение (1) в классе непрерывных функций, обращающихся в нуль при $x \rightarrow a$, $y \rightarrow b$, всегда разрешимо. Явное решение интегрального уравнения (1) представимо в виде:

$$\begin{aligned} u(x, y) &= (x - a)^{-\frac{p}{2}} \left[\cos \left(\frac{\sqrt{4q - p^2}}{2} \ln(x - a) \right) \theta_1(y) + \sin \left(\frac{\sqrt{4q - p^2}}{2} \ln(x - a) \right) \theta_2(y) \right] + \\ &+ e^{\eta_2 \omega_b^\beta(y)} \Phi_2(x) + K_{p,q,\lambda} [f(x, y)] = \\ &= M_{p,\lambda,\mu} [0, \varphi_2(x), \theta_1(y), \theta_2(y), f(x, y)], \end{aligned}$$

где $\varphi_2(x), \theta_1(y), \theta_2(y)$ – произвольные непрерывные функции на Γ_1 и Γ_2 , обращающиеся в нуль при $x \rightarrow a$, $y \rightarrow b$, с асимптотическими поведением:

$$\varphi_2(x) = o[(x - a)^{\delta_6}], \delta_6 > \frac{|p|}{2}, x \rightarrow a,$$

$$\theta_j(y) = o[(y - b)^{\nu_{12}}], \nu_{12} > 2(\beta - 1), y \rightarrow b, (j = 1, 2),$$

$$\eta_1 = \frac{\lambda + \sqrt{\Delta_2}}{2} > 0, \eta_2 = \frac{\lambda - \sqrt{\Delta_2}}{2} < 0, (\eta_1 - \eta_2 > 0).$$

Следствие 5. Если выполнены условия теоремы 5, тогда любое решение уравнения (1) из класса $u(x, y) \in C(\overline{D})$ обращается в нуль при $x \rightarrow a$, $y \rightarrow b$ с асимптотическим поведением:

$$u(x, y) = o[(x - a)^{\frac{|p|}{2}}], x \rightarrow a,$$

$$u(x, y) = o[(y - b)^{\nu_{13}}], \nu_{13} > 2(\beta - 1), y \rightarrow b.$$

Теорема 6. Пусть в интегральном уравнении (1) параметры и правая часть удовлетворяют условиям (2), а также

$$1. \Delta_1 = \lambda^2 - 4\mu > 0, \lambda < 0, \mu < 0,$$

$$2. \Delta_2 = p^2 - 4q < 0, p > 0,$$

$$3. f(x, y) \in C(\overline{D}), f(a, b) = 0 \text{ с асимптотическим поведением на } \Gamma_1 \text{ и } \Gamma_2:$$

$$f(x, y) = o[(x - a)^\varepsilon], \varepsilon > 0 \text{ при } x \rightarrow a,$$

$$f(x, y) = o[e^{\eta_2 \omega_b^\beta(y)} (y - b)^{\nu_{14}}], \nu_{14} > \beta - 1 \text{ при } y \rightarrow b.$$

Тогда двумерное интегральное уравнение (1) в классе непрерывных функций, обращающихся в нуль при $x \rightarrow a$, $y \rightarrow b$, всегда разрешимо. Явное решение интегрального уравнения (1) представимо в виде:

$$u(x, y) = e^{\eta_2 \omega_b^\beta(y)} \Phi_2(x) + K_{p,q,\lambda} [f(x, y)] = M_{p,\lambda,\mu} [0, \varphi_2(x), 0, 0, f(x, y)],$$

где $\varphi_2(x)$ – произвольная непрерывная функция на Γ_1 , обращающаяся в нуль при $x \rightarrow a$, с асимптотическим поведением:

$$\varphi(x) = o[(x-a)^\varepsilon], \varepsilon > 0 \text{ при } x \rightarrow a,$$

$$\eta_1 = \frac{\lambda + \sqrt{\Delta_2}}{2} > 0, \eta_2 = \frac{\lambda - \sqrt{\Delta_2}}{2} < 0, (\eta_1 - \eta_2 > 0).$$

Следствие 6. Если выполнены условия теоремы 6, тогда любое решение уравнения (1) из класса $u(x, y) \in C(\bar{D})$ обращается в нуль при $x \rightarrow a, y \rightarrow b$ с асимптотическим поведением:

$$u(x, y) = o[(x-a)^\varepsilon], \varepsilon > 0, x \rightarrow a,$$

$$u(x, y) = o[(y-b)^{\nu_{15}}], \nu_{15} > 2(\beta-1), y \rightarrow b.$$

Теорема 7. Пусть в интегральном уравнении (1) параметры и правая часть удовлетворяют условиям (2), а также

1. $\Delta_1 = \lambda^2 - 4\mu > 0, \lambda > 0, \mu > 0,$
2. $\Delta_2 = p^2 - 4q < 0, p < 0,$
3. $f(x, y) \in C(\bar{D}), f(a, b) = 0$ с асимптотическим поведением на Γ_1 и Γ_2 :

$$f(x, y) = o[(x-a)^{\delta_7}], \delta_7 > \frac{|p|}{2} \text{ при } x \rightarrow a,$$

$$f(x, y) = o[(y-b)^{\nu_{16}}], \nu_{16} > 2(\beta-1) \text{ при } y \rightarrow b.$$

Тогда двумерное интегральное уравнение (1) в классе непрерывных функций, обращающихся в нуль при $x \rightarrow a, y \rightarrow b$, всегда разрешимо. Явное решение интегрального уравнения (1) представимо в виде:

$$u(x, y) = (x-a)^{\frac{p}{2}} \left[\cos \left(\frac{\sqrt{4q-p^2}}{2} \ln(x-a) \right) \theta_1(y) + \sin \left(\frac{\sqrt{4q-p^2}}{2} \ln(x-a) \right) \theta_2(y) \right] +$$

$$+ K_{p,q,\lambda} [f(x, y)] = M_{p,\lambda,\mu} [0, 0, \theta_1(y), \theta_2(y), f(x, y)],$$

где $\theta_1(y), \theta_2(y)$ – произвольные непрерывные функции на Γ_2 , обращающиеся в нуль при $y \rightarrow b$ с асимптотическим поведением: $\theta_j(y) = o[(y-b)^{\nu_{17}}], \nu_{17} > 2(\beta-1)$ при $y \rightarrow b, (j= 1, 2),$

$$\eta_1 = \frac{\lambda + \sqrt{\Delta_2}}{2} > 0, \eta_2 = \frac{\lambda - \sqrt{\Delta_2}}{2} > 0, (\eta_1 - \eta_2 > 0).$$

Следствие 7. Если выполнены условия теоремы 7, тогда любое решение уравнения (1) из класса $u(x, y) \in C(\bar{D})$ обращается в нуль при $x \rightarrow a, y \rightarrow b$ с асимптотическим поведением:

$$u(x, y) = o[(x-a)^{\frac{|p|}{2}}], x \rightarrow a,$$

$$u(x, y) = o[(y-b)^{\nu_{18}}], \nu_{18} > 2(\beta-1), y \rightarrow b.$$

Теорема 8. Пусть в интегральном уравнении (1) параметры и правая часть удовлетворяют условиям (2), а также

1. $\Delta_1 = \lambda^2 - 4\mu > 0, \lambda > 0, \mu > 0,$
2. $\Delta_2 = p^2 - 4q < 0, p > 0,$
3. $f(x, y) \in C(\bar{D}), f(a, b) = 0$ с асимптотическим поведением на Γ_1 и Γ_2 :
 $f(x, y) = o[(x-a)^\varepsilon], \varepsilon > 0$ при $x \rightarrow a,$
 $f(x, y) = o[(y-b)^{\nu_{19}}], \nu_{19} > 2(\beta-1)$ при $y \rightarrow b.$

Тогда двумерное интегральное уравнение (1) в классе непрерывных функций, обращающихся в нуль при $x \rightarrow a, y \rightarrow b,$ всегда разрешимо. Единственное решение интегрального уравнения (1) представимо в виде:

$$u(x, y) = K_{p,q,\lambda} [f(x, y)] = M_{p,\lambda,\mu} [0, 0, 0, 0, f(x, y)],$$

где

$$\eta_1 = \frac{\lambda + \sqrt{\Delta_2}}{2} > 0, \eta_2 = \frac{\lambda - \sqrt{\Delta_2}}{2} > 0, (\eta_1 - \eta_2 > 0).$$

Следствие 8. Если выполнены условия теоремы 8, тогда любое решение уравнения (1) из класса $u(x, y) \in C(\bar{D})$ обращается в нуль при $x \rightarrow a, y \rightarrow b$ с асимптотическим поведением:

$$u(x, y) = o[(x-a)^\varepsilon], \varepsilon > 0, x \rightarrow a,$$

$$u(x, y) = o[(y-b)^{\nu_{20}}], \nu_{20} > 2(\beta-1), y \rightarrow b.$$

Поступило 24.01.2022 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Раджабов Н. Об одном классе модельного сверхсингулярного интегрального уравнения, обобщающего одномерное интегральное уравнение Вольтерра с левой граничной сверхсингулярной точкой в ядре. – Мат-лы III междунар. конф. “Проблемы дифференциальных уравнений, анализа и алгебры”. – Актобе, 2015, с.202-206.
2. Раджабов Н. Об одном классе модельного сингулярного интегрального уравнения, обобщающего одномерное интегральное уравнение Вольтерра с левой граничной сингулярной точкой в ядре. – Вестник ТНУ, Серия естеств. н., 2012, №1, с.21-32.
3. Rajabova L. On some two dimensional Volterra type linear integral equation with super-singularity. – Mathematical Notes. – Miscolc, 2003, v.4, №1, pp. 65-76.
4. Раджабова Л.Н. Об одном общем двухмерном интегральном уравнении типа Вольтерра с особенностями на границе области. – Вестник ТНУ. – Серия естественных наук, 2007, №3(35), с.30-38.
5. Rajabova L. About a class of two dimensional Volterra type integral equations with singular boundary lines. – Correct Trends in analysis and its applications. Proceedings of the 9- th ISAAC Congress. – Krakow, pp.128-133.
6. Ахмадов Ф.М. О некоторых случаях решения двумерного интегрального уравнения типа Вольтерра с граничными особыми линиями, когда корни характеристических уравнений вещественные и равные. – Мат-лы междунар. конф. “Актуальные проблемы современной математики”. – Душанбе, 2021, с. 29-32.

7. Раджабова Л.Н., Ахмадов Ф.М. О явных решениях двумерных интегральных уравнений типа Вольтерра с граничной особой и сильно-особыми линиями, когда корни характеристических уравнений вещественные и равные. – Мат-лы междунар. научной конф. “Современные проблемы математики и физики”. – Стерлитамак, 2021, т. 1, с. 91-96.
8. Раджабова Л.Н., Ахмадов Ф.М. К теории двумерных интегральных уравнений типа Вольтерра с граничными особой и сильно-особыми линиями, когда корни характеристических уравнений вещественные и разные. – Вестник ТНУ. Серия естественных наук, 2021, №1, с. 78-88.
9. Раджабова Л.Н., Ахмадов Ф.М. О некоторых случаях решения двумерных интегральных уравнений типа Вольтерра с граничной особой и сильно-особой линиями. – ДНАНТ, 2021, т. 64, №5-6, с. 283-290.

Ф.М.Ахмадов

**ОИД БА ЯКЧАНД ҲОЛАТҲОИ МУОДИЛАҲОИ ИНТЕГРАЛИИ ДУЧЕНАКАИ
НАМУДИ ВОЛТЕРРА БО ХАТҲОИ МАХСУС ВА ФАВҚУЛМАХСУСИ
САРҲАДӢ, ДАР ҲОЛАТИ РЕШАҲОИ МУОДИЛАИ ХАРАКТЕРИСТИКӢ
ҲАҚИҚӢ, ГУНОГУН ВА КОМПЛЕКСИИ ҲАМРОҲШУДА БУДАН**

Донишқадаи сайёҳӣ, соҳибкорӣ ва хизмат

Дар мақолаи мазкур баъзе ҳолатҳои муодилаи интегралӣ дученакаи намуди Вольтерра бо хатҳои махсус ва фавқулмаҳсуси сарҳадӣ дар ҳолати решаҳои муодилаи характеристикӣ ҳақиқӣ, гуногун ва комплексии ҳамроҳшуда будан омӯхта шудаанд. Вобаста ба решаҳои муодилаҳои характеристикӣ ва аломати параметрҳои муодила тасвири ошқори бисёршаклаи ҳалҳо ба воситаи функцияҳои ихтиёрӣ муайян карда шудааст, ҳамчунон ҳолати ягона будани ҳалли муодилаи интегралӣ низ ошқор карда шудааст.

Калимаҳои калидӣ: муодилаи интегралӣ дученака, хати махсус, хати фавқулмаҳсус, муодилаи характеристикӣ, функцияҳои бифосилаи ихтиёрӣ.

F.M.Ahmadov

**ON SOME CASES OF SOLUTION OF A TWO-DIMENSIONAL VOLTERRA-TYPE
INTEGRAL EQUATION WITH A BOUNDARY SINGLE AND STRONGLY
SINGULAR LINES, WHEN THE ROOTS OF THE CHARACTERISTIC
EQUATIONS ARE REAL, DIFFERENT, AND COMPLEX CONJUGATE**

Institute of tourism, entrepreneurship and service

Some cases of a two-dimensional integral equation of the Volterra type with singular and strongly singular lines, when the roots of the characteristic equations are real, different and complex conjugate, are studied in this work. Depending on the roots of the characteristic equation and the sign of the parameters of the equation, explicit representations of the manifold of solutions in terms of arbitrary functions are obtained, and the case where the solution is unique is determined.

Key words: two-dimensional integral equations, special line, strong-special line, characteristic equation, arbitrary continuous functions .

УДК 81'322::811.222.8::519.25

А.А.Косимов

О ВЛИЯНИИ ПОРЯДКА БУКВЕННЫХ УНИГРАММ НА РАСПОЗНАВАНИЕ АВТОРА ПРОИЗВЕДЕНИЯ

Таджикский технический университет им. академика М.С.Осими

(Представлено академиком НАН Таджикистана З.Х.Рахмоновым)

На примере модельной коллекции, количественные описания произведений которой основываются на различных вариантах упорядочения буквенных униграмм (с учётом и без учёта пробелов), выявляются особенности применения γ -классификатора при распознавании автора текста.

Ключевые слова: *текст, таджикский язык, униграмма, упорядочение, γ -классификатор, эффективность, частотность, статистика.*

Согласно Рудману [1], современный исследователь может использовать около тысячи разнообразных признаков текста и каждому сопоставлять свой определенный цифровой портрет, формирующий количественный образ текста. В дальнейшем, нас будут интересовать специфические широко используемые в γ -классификаторах [2-8] портреты на основе распределения частотностей элементов текста.

Поясним некоторые понятия, используемые в статье [5].

Определение 1. Алфавит – упорядоченное множество элементов текста.

Примерами элементов текста могут служить буквы алфавита естественного языка, буквенные N -граммы и слоги, упорядоченные по алфавиту, длины слов и предложений, упорядоченные по возрастанию или убыванию длин, и т.д.

Определение 2. Цифровым портретом (ЦП) текста назовём распределение частотности элементов алфавита.

Примерами ЦП текста являются распределения частотностей символьных, буквенных и словоформных N -грамм, длин слов и предложений и т.д.

В настоящей статье на примерах модельных коллекций текстов устанавливаются особенности ЦП и γ -классификатора в зависимости от упорядочения алфавитных элементов. Отметим, что ранее аналогичный вопрос изучался, именно, для символьных (буквенных) униграмм, биграмм и триграмм с учетом пробела [8]. В предыдущих исследованиях из огромного количества всевозможных вариантов упорядоченного расположения элементов текста были рассмотрены только четыре: два из них – связанных с алфавитным порядком, и два других – с учётом частотности элементов. Существенным моментом в сравнении с нашим предыдущим исследованием является изучение вопроса с учётом всех допустимых вариантов.

1. Состав модельной коллекции текстов представлен следующими произведениями.

Классическая поэзия

- Н.Хисрав “Мунозира бо Худо” и “Саодатнома”;
- С.Шерозӣ “Ғазалиёт, қисми 1” и “Ғазалиёт, қисми 2”;
- У.Хайём “Рубоиёт, қисми 1” и “Рубоиёт, қисми 2”;
- Ҳ.Шерозӣ “Ғазалиёт, қисми 1” и “Ғазалиёт, қисми 2”;
- Ҷ.Румӣ “Маснавии Маънавӣ, Дафтари Аввал” и “Маснавии Маънавӣ, Дафтари Дуввум”.

Современная поэзия

- Л.Шералӣ “Куллиёт, қисми 1” и “Куллиёт, қисми 2”;
- М.Қаноат “Маҷмӯи шеърҳо, қисми 1” и “Маҷмӯи шеърҳо, қисми 2”;
- М.Миршакар “Қишлоқи тиллоӣ, қисми 1” и “Қишлоқи тиллоӣ, қисми 2”;
- М.Турсунзода “Мунтахаби Осор, қисми 1” и “Мунтахаби Осор, қисми 2”;
- Н.Қосим “Малика Тӯрондухт, қисми 1” и “Малика Тӯрондухт, қисми 2”.

Современная проза

- А.Зоҳир “Бозгашт” и “Завол”;
- Б.Фирӯз “Тору Пуд” и “Ҳикояҳо”;
- Г.Муҳаммадиева “Бӯи модар” и “Сафинаи муҳаббат”;
- С.Турсун “Нисфирӯзӣ” и “Повести Камони Рустам”;
- С.Айнӣ “Дохунда” и “Марги судхӯр”.

Таким образом, модельная коллекция составлена из 3-х частей: классической поэзией, современной поэзией, и современной прозой. В каждой части по 5 авторов, от каждого автора по 2 произведения.

2. Примеры текстовых элементов и их алфавитов. При изложении данного вопроса ограничимся рассмотрением простейших случаев, когда в качестве элементов текста выбираются буквенные униграммы (с учётом и без учёта пробелов).

Для униграмм естественных языков существующие алфавиты уже являются отсортированными в определенном порядке конечными множествами букв (также и с учётом пробела). Лексикографический порядок, аналогичный алфавитной сортировке, алфавитизирует также N -граммы ($n \geq 2$) и более сложные буквенно-символьные комбинации. Однако, в дополнение к сказанному, отметим, что такие комбинации, упорядоченные каким-либо другим способом, будут также называться алфавитными элементами текста. Как будет отмечено в п.4, расстояние между цифровыми портретами текстов зависит от порядка элементов алфавита, и поэтому не ясно, какому из допустимых алфавитов следует отдать предпочтение. Поскольку таджикский алфавит состоит из 35 букв, то множество различных упорядочений элементов будет равно $35! \approx 1.03 \cdot 10^{40}$, а для расширенного алфавита с учетом пробела – $36! \approx 3.72 \cdot 10^{41}$. Общее количество упорядочений алфавитных элементов называется генеральной совокупностью. Количество упорядочений очень много и их рассмотрение достаточно трудоёмко, поэтому, случайным образом выбирается 100 упорядочений для получения результатов, а 10 – для тестирования. Если выбранные 10 случаев упорядочений для тестирования совпали (эффектив-

ность и гамма) со 100 случаями упорядочениями, то по выборке можно сделать выводы о свойствах всей генеральной совокупности, то есть она должна быть представительной (репрезентативной).

3. Цифровой портрет текстов и расстояние между ними. После выбора фиксированного алфавита цифровой портрет текста T удобно представлять в табличной форме:

$$\begin{aligned} \bar{N} &: 1 \quad 2 \quad \dots \quad m \\ P &: p_1 \quad p_2 \quad \dots \quad p_m, \end{aligned} \tag{1}$$

в которой m – число элементов алфавита, строка \bar{N} указывает номера упорядоченных элементов алфавита, а строка P – их относительные частоты встречаемости в T , причём

$$\sum_{k=1}^m p_k = 1.$$

Цифровой портрет можно задавать также дискретной функцией

$$F(s) = \sum_{k=1}^s p_k \quad (s = 1, \dots, m),$$

характеризующей распределение в тексте частот встречаемости элементов алфавита.

Определение 3. *Расстоянием между двумя текстами, называется расстояние между их цифровыми портретами, отнесенными к единому алфавиту.*

Пусть T_1, T_2 – произвольная пара текстов из коллекции \mathbb{T} и

$$F^{(\alpha)}(s) = \sum_{k=1}^s p_k^{(\alpha)} \tag{2}$$

соответствующие им дискретные функции, $\alpha = 1, 2$ и $s = 1, \dots, m$.

Определение 4. *Расстоянием между текстами T_1 и T_2 называется положительное число $\rho(T_1, T_2)$, определяемое по формуле*

$$\rho(T_1, T_2) = \sqrt{m/2} \max_s |F^{(1)}(s) - F^{(2)}(s)|, \tag{3}$$

то есть расстояние между двумя текстами вычисляется как максимальное расстояние по оси ординат между их дискретными функциями $F^{(1)}(s)$ и $F^{(2)}(s)$, помноженное на весовой коэффициент $\sqrt{m/2}$.

Замечание. Условие $\rho(T_1, T_2) = 0$ означает тождество цифровых портретов текстов, то есть $\text{ЦП}T_1 = \text{ЦП}T_2$, но не $T_1 = T_2$, то есть идентичность текстов.

4. Обработка данных коллекционного материала, представленного в п.1, состояла из 3 этапов.

Этап 1. Использование для всех произведений трёх частей коллекции двух типов текстовых элементов:

- униграмм без учёта пробелов (в таджикском языке 35 букв алфавита);
- униграмм с учетом пробела (число таковых 36).

Множества униграмм в зависимости от упорядочения своих элементов рассматриваются в 100, случайным образом выбранных вариантах.

Этап 2. Для каждого из 100 вариантов упорядочения униграмм путём автоматической обработки формируются в табличном виде (1) цифровые портреты всех произведений коллекции, и затем по формулам (2) и (3) вычисляются расстояния между парами текстов на таджикском языке по отдельности из классической поэзии, современной поэзии и современной прозы. Из-за большого количества расстояний (таковых $27000 = 2 \times 3 \times 100 \times 45$) мы не приводим итоговых результатов, однако обращаем внимание на тот факт, что расстояния, вычисляемые между любыми двумя текстами для различных вариантов расположения алфавитных элементов, оказываются в общем случае различными. В этом можно убедиться на простых примерах.

Этап 3. Настройка γ -классификатора – алгоритма, зависящего от одного вещественного параметра γ и устанавливающего в пределах модельной коллекции соответствие между текстами и их авторами. Сущность настройки заключается в определении такого значения γ , при котором произведения одного автора “ γ -однородны”, а разных авторов – “ γ -неоднородны”. Однородность всех текстов одного автора в рамках математической модели означает справедливость неравенства

$$\rho(T_1, T_2) \leq \gamma, \quad (4)$$

а неоднородность любых двух текстов разных авторов – справедливость неравенства

$$\rho(T_1, T_2) > \gamma. \quad (5)$$

Ошибки в настройке γ -классификатора выявляются в случае, когда для каких-то пар текстов одного и того же автора вместо неравенства (4) имеет место неравенство (5), а также в случае, когда какие-то два произведения двух различных авторов удовлетворяют неравенству (4) вместо того, чтобы выполнялось неравенство (5).

Суммарное количество $\tau = \tau(\gamma)$ допущенных ошибок одновременно в двух случаях позволяет подсчитать величину π эффективности γ -классификатора при распознавании авторов текста по формуле

$$\pi = 1 - \tau(\gamma) / L, \quad (6)$$

где $L = 45$ – число взаимных расстояний между всеми парами произведений из классической и современных поэзий, а также из современной прозы. Детальное описание алгоритма для нахождения оптимального значения γ , при котором π принимает максимальное значение, содержится в статьях [2-5].

Итоги применения трёх этапов автоматической обработки модельной коллекции текстов показаны в табл. 1, соответственно для 3-х частей коллекции.

Таблица 1

Значения π и γ в зависимости от 100 случайно выбранных упорядочений алфавитных элементов для произведений трех коллекции

Элементы текста	Число элементов алфавита	π	Классическая поэзия		Современная поэзия		Современная проза	
			Частота π	γ	Частота π	γ	Частота π	γ
униграммы	35	0.87	0	[0.0136; 0.0703]	12	[0.0137; 0.0514]	1	[0.0079; 0.0412]
		0.89	0		11		3	
		0.91	12		36		39	
		0.93	43		31		31	
		0.96	29		9		24	
		0.98	13		1		2	
		1	3		0		0	
	36	0.87	0	[0.0097; 0.0590]	3	[0.0117; 0.0492]	0	[0.0075; 0.0346]
		0.89	0		3		2	
		0.91	14		29		33	
		0.93	38		29		41	
		0.96	33		28		17	
		0.98	12		6		6	
		1	3		2		1	

В этой табл. и в табл. 2, в 1-м столбце показаны элементы текста, во 2-м столбце – число элементов алфавита, в 3-м столбце – эффективность, полученная во время выборки упорядочения алфавитных элементов. Затем, следуют три блока (по два столбца в каждом), указывающие результаты для произведений из классической поэзии, современной поэзии и современной прозы. Первый и второй столбцы в блоках отмечают частоту встречаемости эффективности π в выборке и оптимальное значение γ . Сумма столбец частота встречаемости эффективности π в зависимости от выбора элемента текста равно 100, это количество выборки. Значение эффективности π для всех трех коллекций принимается в диапазоне от 87% до 100%, а γ оптимальный, также достаточно близкий.

5. Тестирование классификатора

После того, как за счёт выбора 100 случайным образом упорядоченных элементов алфавита определена эффективность π и оптимальное значение γ , возникает естественный вопрос, а каковы будут результаты уже других 10 выборов, случайным образом упорядочений алфавитных элементов, соответствует ли значение π и γ .

Для тестирования классификатора выбраны случайным образом 10 упорядочений алфавитных элементов. Каждое упорядочение алфавита так же, как это было сделано для 100 выборов, применяется для трех коллекций. Результаты показаны в табл. 2.

Таблица 2

Значения π и γ в зависимости от 10 случайно выбранных упорядочений алфавитных элементов для произведений трех коллекции

Элементы текста	Число элементов алфавита	π	Классическая поэзия		Современная поэзия		Современная проза	
			Частота π	γ	Частота π	γ	Частота π	γ
униграммы	35	0.87	0	[0.0255; 0.0570]	0	[0.0168; 0.0398]	0	[0.0099; 0.0298]
		0.89	0		2		0	
		0.91	0		2		3	
		0.93	5		3		3	
		0.96	5		3		4	
		0.98	0		0		0	
		1	0		0		0	
	36	0.87	0	[0.0247; 0.0515]	1	[0.0190; 0.0385]	0	[0.0136; 0.0359]
		0.89	0		0		0	
		0.91	0		3		3	
		0.93	5		2		3	
		0.96	3		2		2	
		0.98	2		2		2	
		1	0		0		0	

Полученный результат показывает, что совпали значения π и γ .

6. Заключение. Из представленных результатов вычислений получаем следующие выводы:

1. Символьные униграммы являются вполне приемлемыми количественными характеристиками для решения проблемы идентификации авторов текстов.
2. Учёт пробелов в униграммах повышает точность классификации.
3. γ -классификатор показал высокий уровень идентификации авторов от 87% до 100%.
4. По мере увеличения числа случайно выбранных упорядочений алфавита повышается эффективность идентификации.

Из огромного количества возможных вариантов упорядочения расположения элементов текста были рассмотрены только 110, из которых 100 – для получения результатов, 10 – для тестирования результатов. Другие допустимые варианты можно не рассматривать, потому что результаты 10 случайно выбранных упорядочений алфавита для тестирования совпала с результатами 100 упорядочений.

Таким образом, математическая триада в составе цифрового портрета (ЦП) текстов, представляемых распределениями частотности униграмм, формул (1) - (3) для вычисления расстояний между текстами и алгоритма для выявления однородных текстов оказалась подходящей для эффективного решения поставленной задачи.

Авторы выражают уверенность в том, что еще увеличение объема исходной коллекции текстов не станет препятствием для успешного применения γ -классификатора не только для распознавания авторов, но также и для самых разнообразных однородностей текстовых документов.

Поступило 04.02.2022 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Rudman, J. The state of authorship attribution studies: Some problems and solutions – Computers and the Humanities, 1998, Vol. 31, pp. 351-365.
2. Усманов З.Д. Классификатор дискретных случайных величин. – ДАН РТ, 2017, т.60, № 7-8, с. 291-300.
3. Усманов З.Д. Алгоритм настройки кластеризатора дискретных случайных величин. – ДАН РТ, 2017, т.60, № 9, с. 392-397.
4. Усманов З.Д. N-граммы в распознавании однородных текстов. – Материалы 20 научно-практического семинара "Новые информационные технологии в автоматизированных системах" – Москва, 2017, № 20, с. 52-54.
5. Усманов З.Д. Оценка эффективности применения γ -классификатора для атрибуции печатного текста. – ДАН РТ, 2020, т. 63, № 3-4, с.172-179.
6. Усманов З.Д. Особенности применения γ -классификатора для распознавания однородных объектов. – Вестник Филиала Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова в городе Душанбе, 2021, № 1 (17), с. 20-22.
7. Усманов З.Д. Обзор результатов по применению гамма-классификатора. – Известия Национальной академии наук Таджикистана. Отделение физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2021, № 3 (184), с. 62-73.
8. Усманов З.Д., Косимов А.А. О влиянии цифрового портрета текста на распознавание автора произведения. Известия АН РТ, Отделение физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2020, № 3 (180), с. 36-42.

А.А.Косимов

**ОИД БА ТАЪСИРИ ТАРТИБИ УНИГРАММАИ ҲАРФӢ БАРОИ
МУАЙЯНКУНИИ МУАЛЛИФИ АСАР**

Донишгоҳи техникии Тоҷикистон ба номи академик М.С.Осимӣ

Дар мисоли амсилаи маҷмӯъ, тавсифи миқдории асарҳо, ки дар вариантҳои гуногун ба тартиб овардашудаи униграммаи ҳарфӣ (бо ва бе ҳисобгирии фосила) асос ёфтаанд, хусусиятҳои истифодаи γ -таснифкунанда ҳангоми шинохти муаллифи матн ошкор гардид.

Калимаҳои калидӣ: матн, забони тоҷикӣ, униграмма, батартибоварӣ, γ -таснифгар, самаранокӣ, чандомад, омор.

A.A.Kosimov

**ON THE INFLUENCE OF THE ORDER OF LETTER UNIGRAMS ON
RECOGNITION OF THE AUTHOR OF A WORK**

Tajik Technical University named after academician M.S.Osimi

On the example of a model collection, quantitative descriptions of works of which are based on various ordering options for letter unigrams (with and without spaces), the features of the use of the γ -classifier in recognizing the author of the text are revealed.

Key words: text, Tajik language, unigram, order, γ -classifier, efficiency, frequency, statistics.

УДК 536.46

М.М.Кабиров

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТЕПЛООВОГО ВОСПЛАМЕНЕНИЯ СМЕСИ ГАЗОВ В ИНЕРТНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ*Российско-Таджикский (Славянский) университет**(Представлено академиком НАН Таджикистана М.И.Илоловым 14.01.2022 г.)*

Исследована двухтемпературная модель теплового воспламенения смеси газов в инертной пористой среде в адиабатической постановке. Получено аналитическое решение задачи.

Ключевые слова: волна горения, смесь, скорость воспламенения, модель, пористая среда.

Настоящая работа посвящена тепловому воспламенению реакционной смеси, находящейся в инертной пористой среде, и представляет практический интерес. Распространение теплового фронта при фильтрации горючей смеси газов через инертную пористую среду во многом подобно процессу распространения теплового фронта в слое катализатора [1-5]. Например, расчёт критических параметров важен для безопасной организации высокотемпературных процессов в реакторах со стационарным зернистым слоем и пожаро- и взрывобезопасности техники, сооружений и систем транспортировки и хранения топливно-воздушных смесей. Закономерности такого типа воспламенения используются при анализе механизма распространения волн горения и детонации в пористой среде [6,7]. Особенность самовоспламенения в инертной пористой среде заключается в наличии внутреннего межфазного теплообмена и возможности нагрева пористой среды [8]. Условие теплового воспламенения реакционной смеси получено в виде критерия подобия в [9], представляющего собой отношение времён теплообмена между фазами протекания химической реакции. Инициирование химической реакции горения смеси газов в инертной пористой среде в однотемпературной и одномерной постановке рассмотрено в [10] в предположении равенства потоков тепла, «уходящего» в окружающее пространство и выделяющегося в зоне горения. В работе [11], в результате теоретического исследования и предположения, что реагирующий компонент не расходуется до достижения смеси температуры воспламенения, получена формула определения температуры воспламенения смеси газов, содержащая физико-химические константы пористой среды и смеси газов. В отличие от работы [11] в данной работе за температуру воспламенения принимается равновесная температура, при которой происходит неполное выгорание реагента [12]. Вопросам аналитического и численного описания процессов фильтрационного горения посвящено большое количество работ, ссылки на которые можно найти в [7,13-15].

Целью настоящей работы является теоретическое определение профилей температур газа, пористой среды и недостающего компонента смеси, а также стационарной скорости волны, время и толщины зоны горения в зависимости от физико-химических констант пористой среды и смеси газов.

Адрес для корреспонденции: Кабилов Маруф Махмудович. 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, ул. М.Турсун-заде, 30, Российско-Таджикский (Славянский) университет. E-mail: maruf1960@mail.ru

Математическая модель рассматриваемой задачи состоит из уравнений сохранения энергии фаз и массы недостающего компонента и смеси в целом, а также уравнения состояния идеального газа [7,9].

$$\begin{aligned}
 \rho_1 c_p \frac{\partial T_1}{\partial t} + \rho_1 c_p v_1 \frac{\partial T_1}{\partial l} &= -\alpha_c S_c (T_1 - T_2) + \rho_1 Q J, \quad J = \eta k_0 \exp(-E/RT_1), \\
 \rho_2 c_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} &= \alpha_2 \lambda_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial l^2} + \alpha_c S_c (T_1 - T_2), \\
 \rho_1 \frac{\partial \eta}{\partial t} + \rho_1 v_1 \frac{\partial \eta}{\partial l} &= -\rho_1 J, \quad \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 v_1}{\partial l} = 0, \quad \rho_1 T_1 = \rho_{10} T_0, \\
 \alpha_c &= \frac{Nu \cdot \lambda_1}{d_{eff}}, \quad S_c = \frac{6\alpha_2}{d}, \quad Nu = 0.395 Re^{0.64} Pr^{1/3}, \\
 Re &= \frac{v_1 d_{eff} \rho_1}{\mu_1 \alpha_1}, \quad Pr = \frac{c_p \mu_1}{\lambda_1}, \quad d_{eff} = \frac{2\alpha_1 d}{3\alpha_2},
 \end{aligned} \tag{1}$$

с начальными и граничными условиями

$$\begin{aligned}
 t = 0: \quad T_1 &= T_*, \quad T_2 = T_2(l), \quad \eta = \eta(l), \\
 l = 0: \quad T_1 &= T_{1*}(t), \quad T_2 = T_{2*}(t), \quad \eta = \eta(t), \\
 l = L: \quad \frac{\partial T_1}{\partial l} &= 0, \quad \frac{\partial T_2}{\partial l} = 0, \quad \frac{\partial \eta}{\partial l} = 0.
 \end{aligned}$$

Здесь T_1, T_2 – температуры газа и пористой среды; η – массовая концентрация недостающего компонента; v_1 – скорость газа; ρ_{10}, c_p – приведённая плотность и теплоёмкость смеси газов; ρ_2, c_2 – те же величины для пористой среды; λ_1, λ_2 – коэффициенты теплопроводности газовой и твёрдой фаз; α_1, α_2 – объёмные содержания фаз; α_c – поверхностный коэффициент межфазного теплообмена; S_c – удельная поверхность пористой среды; Q – тепловой эффект реакции; J – скорость химической реакции; E – энергия активации; R – универсальная газовая постоянная; d – диаметр частиц твёрдой фазы; d_{eff} – эффективный диаметр пор; k_0 – предэкспонент; Nu – число Нусельта, γ, β – безразмерные параметры.

Система уравнений (1), описывающая процесс самовоспламенения реакционной смеси в инертной пористой среде, представляет собой адиабатическую модель волн ФГГ без учёта диффузии и теплопроводности в газе. Поэтому в системе (1) отсутствуют члены:

$\alpha_1 \lambda_1 \frac{d^2 T}{dx^2}, \rho_1 D \frac{d^2 n}{dx^2}, \alpha_{0,e} (T_0 - T_2)$, выражающие соответственно теплопроводность, диффузию и теплоотдачу. Заметим, что для изучения стационарных волн ФГГ систему (1) записывают в подвижной (со скоростью волны) системе координат (2) и анализируют стационарные решения на бесконечном интервале времени ($t \rightarrow \infty$)[6,7]. В настоящей работе решения системы (2) анализируются на относительно узком температурном и пространственном интервале, что выражает изменение

температуры фаз в околоравновесной температуре и постоянство плотности смеси по разные стороны фронта горения, то есть исследуется околостационарная стадия волны ФГГ. Система уравнений (2) получена из (1) посредством замены переменных $x = l - ut + const$, где u - постоянная скорость волны

$$\begin{aligned} \rho_1 c_p \frac{\partial T_1}{\partial t} + \rho_1 c_p (v_1 - u) \frac{\partial T_1}{\partial x} &= -\alpha_c S_c (T_1 - T_2) + \rho_1 QJ, \quad J = \eta k_0 \exp(-E/RT_1), \\ \rho_2 c_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} - \rho_2 c_2 u \frac{\partial T_2}{\partial x} &= \alpha_2 \lambda_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + \alpha_c S_c (T_1 - T_2), \\ \rho_1 \frac{\partial \eta}{\partial t} + \rho_1 (v_1 - u) \frac{\partial \eta}{\partial x} &= -\rho_1 J, \quad \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 (v_1 - u)}{\partial x} = 0, \quad \rho_1 T_1 = \rho_{10} T_0. \end{aligned} \quad (2)$$

По предположению, перед фронтом горения полагаем $\rho_1 = \rho_{10}$ и из уравнения неразрывности смеси в целом (2) следует $G = \rho_1 (v_1 - u) = \rho_{10} (v_{10} - u)$.

В результате система уравнений (2) получит вид

$$\begin{aligned} \rho_{10} c_p \frac{\partial T_1}{\partial t} + \rho_{10} c_p (v_{10} - u) \frac{\partial T_1}{\partial x} &= -\alpha_c S_c (T_1 - T_2) + \rho_{10} QJ, \quad J = \eta k_0 \exp(-E/RT_1), \\ \rho_2 c_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} - \rho_2 c_2 u \frac{\partial T_2}{\partial x} &= \alpha_2 \lambda_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + \alpha_c S_c (T_1 - T_2), \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} + (v_{10} - u) \frac{\partial \eta}{\partial x} &= -J, \quad \rho_1 (v_1 - u) = \rho_{10} (v_{10} - u), \quad \rho_1 T_1 = \rho_{10} T_0. \end{aligned} \quad (3)$$

Введём безразмерные переменные и параметры:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{x}{L}; \quad L = \frac{v_{10}}{k_0 \exp(-E/RT_*)}; \quad \bar{t} = k_0 \exp(-E/RT_*) \cdot t, \\ \theta_1 &= \frac{E}{RT_*^2} (T_1 - T_*); \quad \theta_2 = \frac{E}{RT_*^2} (T_2 - T_*); \quad n = \frac{\eta}{\eta_0}, \\ \gamma_1 &= \frac{RT_*^2 c_p}{EQ\eta_0}; \quad \gamma_2 = \gamma_1 \varphi; \quad \varphi = \frac{\rho_2 c_2}{\rho_{10} c_p}; \quad \beta = \frac{RT_*}{E}, \\ \alpha' &= \frac{\alpha_c S_c}{\rho_{10} c_p k_0 \exp(-E/RT_*)}; \quad \Lambda = \frac{\alpha_2 \lambda_2}{L^2 \rho_{10} c_p k_0 \exp(-E/RT_*)}. \end{aligned}$$

Скорость химической реакции преобразуем в соответствии с заменой переменных и параметров [8,11]

$$J = nk_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_1}\right) = nk_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_*}\right) \exp\left(\frac{\theta_1}{1 + \beta\theta_1}\right).$$

Тогда система уравнений (3) примет вид

$$\begin{aligned} \gamma_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial \bar{t}} + \gamma_1 \left(1 - \frac{1}{u_0}\right) \frac{\partial \theta_1}{\partial \bar{x}} &= -\alpha' \gamma_1 (\theta_1 - \theta_2) + n \exp\left(\frac{\theta_1}{1 + \beta \theta_1}\right), \\ \gamma_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial \bar{t}} - \frac{\gamma_2}{u_0} \frac{\partial \theta_2}{\partial \bar{x}} &= \gamma_1 \Lambda \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \bar{x}^2} + \alpha' \gamma_1 (\theta_1 - \theta_2), \\ \frac{\partial n}{\partial \bar{t}} + \left(1 - \frac{1}{u_0}\right) \frac{\partial n}{\partial \bar{x}} &= -n \exp\left(\frac{\theta_1}{1 + \beta \theta_1}\right). \end{aligned} \tag{4}$$

Проведём алгебраические преобразования относительно уравнений системы (4), то есть построим эквивалентную систему. Первое уравнение системы (4) заменим суммой всех уравнений системы (4). Второе уравнение системы оставим без изменений. Вместо третьего уравнения системы (4) используем суммы первого и третьего уравнений. Следовательно, вместо системы уравнений (4) имеем следующую систему

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\gamma_1 \theta_1 + \gamma_2 \theta_2 + n)}{\partial \bar{t}} + \left(1 - \frac{1}{u_0}\right) \frac{\partial(\gamma_1 \theta_1 + \gamma_2 \theta_2 + n)}{\partial \bar{x}} - \frac{\partial \gamma_2 \theta_2}{\partial \bar{x}} &= \gamma_1 \Lambda \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \bar{x}^2}, \\ \gamma_2 \frac{\partial \theta_2}{\partial \bar{t}} - \frac{\gamma_2}{u_0} \frac{\partial \theta_2}{\partial \bar{x}} &= \gamma_1 \Lambda \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \bar{x}^2} + \alpha' \gamma_1 (\theta_1 - \theta_2), \\ \frac{\partial(\gamma_1 \theta_1 + n)}{\partial \bar{t}} + \left(1 - \frac{1}{u_0}\right) \frac{\partial(\gamma_1 \theta_1 + n)}{\partial \bar{x}} &= -\alpha' \gamma_1 (\theta_1 - \theta_2). \end{aligned} \tag{5}$$

Для нахождения решения системы уравнений (5) сделаем следующее предположение. Вдоль характеристики

$$\frac{d\bar{x}}{d\bar{t}} = 1 - \frac{1}{u_0}, \tag{6}$$

следующее выражение, постоянная величина [8]

$$\gamma_1 \theta_1 + \gamma_2 \theta_2 + n = const, \tag{7}$$

тогда первое уравнение системы (5) будет иметь вид

$$\frac{\partial}{\partial \bar{x}} \left(\gamma_2 \theta_2 + \gamma_1 \Lambda \frac{\partial \theta_2}{\partial \bar{x}} \right) = 0. \tag{8}$$

Решение уравнения (8) представим в виде (9), так как θ_2 – функция времени и координат

$$\gamma_2 \theta_2 + \gamma_1 \Lambda \frac{\partial \theta_2}{\partial \bar{x}} = C(t). \tag{9}$$

Решение уравнения (9) ищем в виде $\theta_2 = C(\bar{t}) \cdot f(\bar{x})$ и, подставляя её в (9) находим функцию $f(\bar{x})$.

В итоге

$$\theta_2 = C(\bar{t}) \cdot \left(\frac{1}{\gamma_2} + c_f \exp\left(-\frac{\varphi \cdot \bar{x}}{\Lambda}\right) \right). \quad (10)$$

Функцию безразмерной температуры пористой среды (10) подставим во второе уравнение системы (5) и находим функцию

$$\theta_1(\bar{t}, \bar{x}) = C(t) \cdot \left[\frac{1}{\gamma_2} + c_f A \cdot \exp\left(-\frac{\varphi \cdot \bar{x}}{\Lambda}\right) \right] + \frac{dC(t)}{dt} \cdot \frac{\varphi}{\alpha'} \cdot \left(\frac{1}{\gamma_2} + c_f \cdot \exp\left(-\frac{\varphi \cdot \bar{x}}{\Lambda}\right) \right). \quad (11)$$

Заметим, что при известных функциях (10), (11) и постоянстве выражения (7) уравнения системы (5) выполняются тождественно.

Для определения функции $C(\bar{t})$ и соотношения для скорости волны u используем условие точки экстремума функции θ_1 , то есть максимум функции достигается вдоль характеристики (6). В результате подстановки функции θ_1 из (11) в следующее уравнение

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \bar{t}} + \left(1 - \frac{1}{u_0} \right) \frac{\partial \theta_1}{\partial \bar{x}} = 0,$$

получим два дифференциальных уравнения

$$\begin{aligned} \frac{\varphi}{\alpha'} \cdot \frac{d^2 C(\bar{t})}{d\bar{t}^2} + \left[1 + \frac{\varphi^2}{\Lambda \alpha'} \left(\frac{1}{u_0} - 2 \right) \right] \frac{dC(\bar{t})}{d\bar{t}} + \left[1 - \frac{\varphi^3}{\Lambda^2 \alpha'} \left(\frac{1}{u_0} - 1 \right) \right] C(\bar{t}) &= 0, \\ \frac{\varphi^2}{\alpha'} \frac{d^2 C(\bar{t})}{d\bar{t}^2} + \frac{1}{\varphi} \frac{dC(\bar{t})}{d\bar{t}} &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Первое уравнение (12) используется для нахождения функции

$$C(\bar{t}) = \exp(-a\bar{t}), \quad (13)$$

где a – положительный корень характеристического уравнения. После подстановки функции $C(\bar{t})$ из (13) во второе уравнение (12) получим уравнение для определения скорости волны

$$\frac{\varphi^2 a}{\alpha'} - \frac{1}{\varphi} = 0.$$

В итоге имеем следующие решения системы (4) и (5)

$$\begin{aligned} \theta_2 &= C(\bar{t}) \cdot \left(\frac{1}{\gamma_2} + c_f \exp\left(-\frac{\varphi \cdot \bar{x}}{\Lambda}\right) \right) \\ \theta_1(\bar{t}, \bar{x}) &= C(t) \cdot \left[\frac{1}{\gamma_2} + c_f A \cdot \exp\left(-\frac{\varphi \cdot \bar{x}}{\Lambda}\right) \right] + \frac{dC(t)}{dt} \cdot \frac{\varphi}{\alpha'} \cdot \left(\frac{1}{\gamma_2} + c_f \cdot \exp\left(-\frac{\varphi \cdot \bar{x}}{\Lambda}\right) \right) \\ n &= 1 + \gamma_1(\theta_0 - \theta_1) + \gamma_2(\theta_0 - \theta_2) \end{aligned}$$

Так как при $x=0$, $\theta_2 = \theta_{2*} = 0$, $\theta_1 = \theta_{1*}$, то следует, что $c_f = -1/\gamma_2$.

$$\theta_{1*} = \frac{1}{\gamma_2} C(\bar{t})(1-A), \quad A = 1 - \frac{\varphi^2}{\Lambda \alpha'} \left(1 - \frac{1}{u_0} \right).$$

Поступило 21.01.2022 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Rhee H.K., Lewis R.P., Amundson N.R. Creeping Profiles in Catalytic Bed Reactors/ Continuous Models. – Ind.Eng.Chem. Fundam., 1974, v.13, N 4, p.317-323.
2. Puszinski J., Hlavacek V. Experimental study of traveling waves in nonadiabatic fixed bed reactors for the oxidation of carbon monoxide. – Chem. Eng. Sci., 1980, v.35, N 5, p.1769-1774.
3. Rathonsky J., Kira E., Hlavacek V. Experimental observation of complex dynamic behavior in the catalytic oxidation of CO on Pt/alumina catalyst. – Chem. Eng. Sci., 1981, v.36, N 4, p.776-780.
4. Киселев О.В., Матрос Ю.Ш. Распространение фронта экзотермической реакции по неподвижному слою катализатора. – В сб. Математическое моделирование химических реакторов. – Новосибирск: Наука, СО, 1984, с.25-43.
5. Киселев О.В., Матрос Ю.Ш., Чумаков Н.А. Явление распространения теплового фронта в слое катализатора. – В сб. Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. – Новосибирск: Наука, 1988, с.145-203.
6. Бабкин В.С., Лаевский Ю.М. Фильтрационное горение газов. – Физика горения и взрыва, 1987, т. 23, №5. с. 27-44.
7. Лаевский Ю.М., Бабкин В.С. Фильтрационное горение газов. – В сб. Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. – Новосибирск: Наука, 1988, с.108-145.
8. Бабушок В.И. Гольдштейн В.М., Романов А.С., Бабкин В.С. Тепловое воспламенение в инертной пористой среде. – Физика горения и взрыва, 1992, т.11, №4, с.3-9.
9. Кабилов М.М., Халимов И.Х. Тепловое инициирование химической реакции в инертной пористой среде. – ДАН РТ, 2013, т.56, №5, с.376-380.
10. Кабилов М.М., Халимов И.Х. Температура инициирования химической реакции в волне фильтрационного горения газов при наличии теплоотвода. – ДАН РТ, 2013, т.56, №6, с.445-449.
11. Кабилов М.М. Тепловое воспламенение смеси газов в инертной пористой среде. – ДАН РТ, 2022, т.65, №1-2, с.45-50.
12. Фролов С.М. Наука о горении и проблемы современной энергетики. – Российский химический журнал, 2008, т.52, №6. с.129-134.
13. Babkin V.S., Korzhavin A.A., Bunev V.A. Propagation of Premixed Gaseous Explosion Flames in Porous Media. – Comb. Flame, 1991, vol. 87, p. 182-190.
14. Fateev G.A., Rabinovich O.S. Interaction of Superadiabatic Combustion and Heat Conversion Waves in a Porous Medium with Incorporated Metal Hydride Elements. – 27th Symp. (Int.) on Combustion. Pittsburgh, PA. The Combustion Institute, 1998, p. 2451-2458.
15. Dobrego K.V., Zhdanok S.A., Zaruba A.I. Experimental and Analytical Investigation of the Gas Filtration Combustion Inclination Instability. – Int. J. Heat and Mass Transfer, 2001, vol.44, № 11, p. 2127-2136.

М.М.Қобиров

**ҲАЛЛИ АНАЛИТИКИИ МОДЕЛИ МАТЕМАТИКИИ ОТАШГИРИИ
ОМЕХТАИ ГАЗҲО ДАР МУҲИТИ КОВОКИ ИНЕРТӢ***Донишгоҳи (Славянии) Россия ва Тоҷикистон*

Дар мақола модели математикии духароратаи аз гармӣ оташгирии омехтаи газҳо дар муҳити ковоки инертӣ дар гузориши адиабатӣ таҳлил карда шудааст. Ҳалли аналитикии масъала ёфта шудааст.

Калимаҳои калидӣ: мавҷ, сӯзиш, омехта, суръат, оташгирӣ, модел, муҳити ковок.

M.M.Kabilov

THERMAL IGNITION OF A MIXTURE OF GAS IN AN INERT POROUS MEDIUM*Russian-Tajik (Slavonic) University*

A two-temperature model of thermal ignition of a mixture of gases in an inert porous medium is investigated in the adiabatic formulation. An analytic solution of the problem is obtained.

Key words: wave, combustion, mixture, velocity, ignition, model, porous medium.

УДК 523. 532

Член-корреспондент АН Республики Таджикистан Г.И.Кохирова,
Ф.Дж.Рахматуллаева, С.А.Борисенко*
**МОРФОЛОГИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ КОМЕТЫ
29P/ШВАССМАНА-ВАХМАНА 1 ПО НАБЛЮДЕНИЯМ
В ОБСЕРВАТОРИИ САНГЛОХ В 2021 Г.**

*Институт астрофизики НАН Таджикистана,
Главная астрономическая обсерватория НАН Украины

Приведены результаты исследования кометы 29P/Швассмана-Вахмана 1, принадлежащей к группе кентавров, по наблюдениям, проведенным в Международной астрономической обсерватории Санглох (МАОС) Института астрофизики НАНТ в 2021 г. В этот период у кометы происходила очередная вспышечная активность. Измерен видимый и абсолютный блеск в фильтрах BVR, определены показатели цвета, применение цифровых фильтров к изображениям позволило выявить морфологические особенности кометы 29P в виде короткого хвоста и двух мощных джетов. Новые данные свидетельствуют о более мощной по интенсивности вспышечной активности по сравнению с 2017 г. и схожести ее характера с предыдущими явлениями. Эти факты подтверждают реальность механизма, ответственного за кометную активность на далеких гелиоцентрических расстояниях.

Ключевые слова: комета, фотометрия, блеск, морфология, джет.

Комета 29P/Швассмана-Вахмана 1, далее по тексту 29P, продолжает являться объектом пристального внимания астрономов. Основной мотивацией этого являются следующие факты. По динамическим параметрам (период обращения, параметр Тиссерана и др.) она является короткопериодической кометой. С другой стороны, перигелийное расстояние $q=5.736$ а.е. и большая полуось $a=5.999$ а.е. [1] орбиты кометы расположены между орбитами Юпитера (на гелиоцентрическом расстоянии 5.2 а.е.) и Нептуна (на расстоянии 30 а.е.), что характерно для орбит кентавров [2]. По этой причине 29P была отнесена к группе кентавров [3]. Другой факт актуальности изучения кометы связан с ее вспышечной активностью, происходящей на далеких гелиоцентрических расстояниях, превышающих т.н. «снеговую линию», которую условно принято считать гелиоцентрическое расстояние орбиты Юпитера (около 5 а.е.). На таких далеких от Солнца расстояниях температура поверхности ядра кометы ниже температуры сублимации водяного льда и проблема активности до сих пор требует своего решения. Вспышки блеска происходят внезапно и часто, однако четкой периодичности в появлении вспышек нет, что подтверждает непредсказуемость активности этой кометы [4-7].

Кроме того, двойственность кометы связана также с очень малым значением эксцентриситета ($e=0.044$), вследствие чего она движется вокруг Солнца по почти круговой орбите, нехарактерной для

Адрес для корреспонденции: Кохирова Гулчехра Исроиловна. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни 299/5, Институт астрофизики НАНТ. E-mail: kokhirova2004@mail.ru

комет – такие орбиты обычно имеют астероиды и планеты. К тому же и физические свойства говорят о двойственности кометы. В частности, геометрическое альbedo 29P нетипично для кометных ядер, а свойственно объектам группы Кентавров [8].

В период очередной вспышечной активности кометы 29P в июле-августе 2017 г. нами был выполнен сеанс наблюдений в Международной астрономической обсерватории Санглох (МАОС) Института астрофизики НАНТ. Результаты опубликованы в [7,9] и будут использованы здесь для сопоставительного анализа с данными новых наблюдений кометы 29P.

Наблюдения, обработка, результаты

Осенью 2021 г. весь мир облетела весть об очередной вспышечной активности кометы 29P. Нами проведены ее наблюдения на телескопе Цейсс-1000 обсерватории Санглох в течение двух ночей 1-2 октября. Регистрация объекта выполнялась с помощью ПЗС-камеры FLI 16803 серии ProLine с использованием широкополосных фотометрических фильтров системы Джонсона-Козинса – BVR, при этом экспозиции составляли 5-10 секунд. Основные параметры телескопа и матрицы ПЗС-камеры приведены в работе [10]. Для уменьшения уровня шумов ПЗС камеры аппаратура была охлаждена до температуры -200°C . Получено почти 450 кадров, их первичная обработка проводилась по стандартной процедуре, в которой для учета темнового сигнала, выравнивания поля снимков и ошибок матрицы ПЗС-камеры использовались кадры «Dark», «Flat» и «Bias», экспонированные в наблюдательные ночи. Масштаб снимков составил $0.29''/\text{пиксел}$. Положение орбиты кометы во время мониторинга и детали выполненных экспозиций приведены в табл.1, где r и Δ – расстояния кометы от Солнца и Земли, α – фазовый угол [11], $PsAMV$ – направление против движения кометы, $PsAng$ – направление Солнце – объект (противосолнечное направление), N и t – количество и время экспозиций. Величины $PsAMV$ и $PsAng$ рассчитаны с помощью интернет-сервиса [1].

Таблица 1

Сводка наблюдений кометы 29P/Швассмана - Вахмана 1 в обсерватории Санглох

Дата, 2021	Фильтр	$N \times t, \text{c}$	$r, \text{a.e.}$	$\Delta, \text{a.e.}$	$\alpha, \text{град.}$	$PsAMV, \text{град.}$	$PsAng, \text{град.}$
01 октября	B	64×10	5.918	5.475	9.0	269	260
	V	63×5					
	R	63×5					
02 октября	B	86×10	5.918	5.460	9.0	269	260
	V	88×5					
	R	84×5					

Первичная обработка (учет темновых токов, байеса и плоских полей) и сложение снимков проведено с использованием программного обеспечения Astroart 4.0 [12]. Для апертурной фотометрии кометы и опорных звезд использовалась утилита ATV под IDL для Windows [13]. Для отождествления опорных звезд использовался каталог APASS (DR9) [14]. Каталог включает в себя звезды примерно до 17-й звездной величины в фильтрах B, V, а также специальных кометных фильтрах системы Слоан g' , r' , i' . Блеск каталожных звезд определен с точностью 0.07^m для полосы B, 0.05^m для V и менее 0.03^m для r' [14]. Для перехода от r' к Rc звездным величинам использовалась формула из [15]. Фотометрические стандарты от 13 до 16 зв. величины в количестве 5 звезд сравнения отбирались для каждой ночи наблюдений при помощи онлайн сервиса Aladin [16]. Комета была очень яркой во время

мониторинга, поэтому измерения изображений выполнены апертурой радиусом $\rho=5''$, проекция которого на картинную плоскость объекта соответствует 21486 км, последняя величина рассчитана по соотношению $\rho=\Delta \cdot tg(\rho)$. Средние значения видимых звездных величин кометы, полученные в разных фильтрах, для каждой ночи наблюдений даны в табл. 2.

Таблица 2

Видимый m и абсолютный $m_a(1,1,0)$ (зв. вел.) блеск кометы 29P по наблюдениям в МАОС в 2021 г.

Дата	mB	mV	mR	$mB(1,1,0)$	$mV(1,1,0)$	$mR(1,1,0)$
1.92 окт.	14.64±0.02	13.78±0.04	13.54±0.07	6.76±0.03	5.90±0.07	5.66±0.04
2.98 окт.	14.78±0.07	13.93±0.07	13.67±0.05	6.91±0.05	6.06±0.07	5.80±0.02

Видимый блеск m_a конвертировался в абсолютную яркость ядра кометы $m_a(1,1,0)$ с использованием известного эмпирического соотношения, приведенного в [7]. Абсолютный блеск кометы (средние значения за две ночи) приведен в табл. 2. Как видно, в период мониторинга абсолютный блеск кометы имел тенденцию к снижению. Сравнивая новые данные с данными, полученными в 2017 г., а также с эфемеридной величиной общей яркости кометы 8.6^m [17] можно заключить, что в начале октября 2021 г. мы наблюдали более мощную по интенсивности вспышку. Аналогичные по силе вспышки отмечены в работе [18].

Показатели цвета кометы по нашим наблюдениям приведены в табл.3. Как видно, показатель цвета (B-V) по наблюдениям в МАОС хорошо согласуется со средним колор-индексом для активных объектов группы кентавров [19]. Колор-индекс (V-R) против средней величины для активных кентавров (V-R)=0.50 [19] указывает на сильное смещение максимума излучения в красную часть спектра, большее, чем наблюдалось в 2017 г. [7], что говорит о преобладающем вкладе пылевых частиц в образовании комы. В работе [18] было показано, что кома 29P непрерывно пополняется мелкой пылью, отделяемой с поверхности ядра, систематичность этого процесса подтверждают наблюдения космического телескопа Spitzer, с помощью которого зарегистрированы джеты в период отсутствия вспышек кометы [20]. Колор-индекс (B-R), среднее значение которого для активных кентавров (B-R)=1.29 [19], указывает на наличие в коме определенного вклада газовой компоненты, причем большего, чем наблюдалось в 2017 г. [7].

Таблица 3

Показатели цвета кометы 29P по наблюдениям в МАОС в 2021 г.

Дата	B-V	V-R	B-R
1.92 окт.	0.86	0.24	1.10
2.98 окт.	0.85	0.26	1.11

Морфология кометы 29P

Как было отмечено, комета 29P проявляет вспышечную активность с большим количеством структур в коме [21,22,4,6,23,18]. В частности, по наблюдениям в 2017 г. нами были выявлены две пылевые структуры в коме кометы [7]. Новые наблюдения проведены в период вспышечной активности и поэтому мы поставили задачу выявить структуру комы кометы и проследить за ее изменением за временной период в 2 суток. Для этого наши изображения, полученные в фильтре R, были обработаны с помощью программы Астроарт [12], оснащенной рядом цифровых фильтров, в том числе

фильтр Ларсона-Секанины [24] и фильтр радиально-взвешенной модели (Radial Weighted Model filter) [25]. Перед применением фильтрации изображения были очищены от звезд поля вокруг кометного ядра и комы. На рис.1 показаны первоначальное в фильтре R изображение кометы (а), и обработанные кадры с использованием цифрового фильтра Ларсона-Секанины с радиальным градиентом 8 пикселей и вращательным градиентом 30° (б) и фильтра радиально-взвешенной модели (в). Здесь на каждом кадре указаны северное (N), восточное (E) и солнечное (Sun) направления, а также обратное направление вектора скорости (-V).

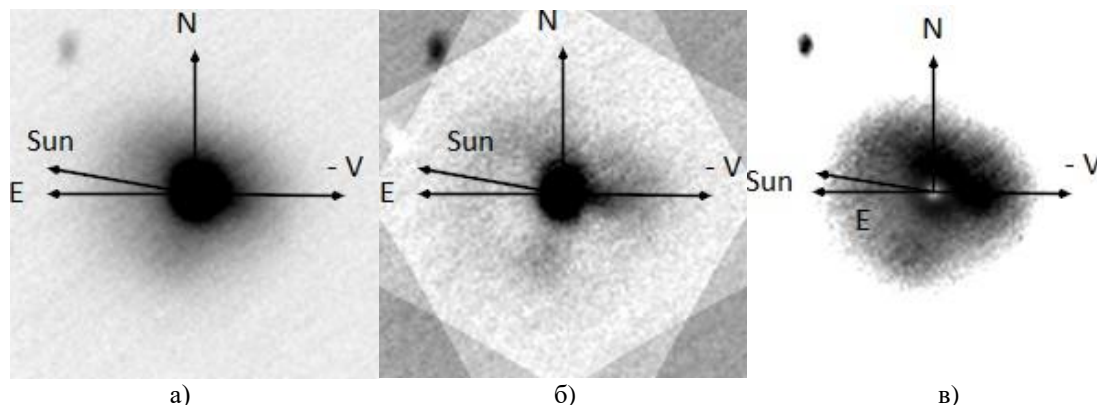


Рис. 1. Изображение кометы 29P, полученное 2 октября 2021 года. Кадр (а) показывает прямое изображение 29P в R фильтре, кадры (б) и (в) представляют интенсивность изображения, к которому были применены цифровые фильтры Ларсона-Секанины и радиально-взвешенной модели.

Результаты применения данных цифровых фильтров к изображениям, полученным в BVR фильтрах в течение двух ночей наблюдений, представлены на рис. 2 и 3. Как видно из рис. 2 и 3, кома кометы является более конденсированной в R фильтре, чем в двух других. После обработки изображений цифровыми фильтрами на фоне бесструктурной комы кометы 29P наблюдаются короткий хвост длиной около $15''$ (64 458 км), направленный от фотометрического центра кометы в сторону противоположную от Солнца, и два мощных джета. Диаметр яркой комы составляет около $16''$ (68 756 км), кома заметно вытянута в северном и южном направлении из-за наличия джетов на видимой северной и южной стороне. Активные структуры четко наблюдаются на кадрах в течение двух ночей, но изображения, полученные 2 октября, показывают снижение интенсивности, кома стала более разреженной, чем на кадрах от 1 октября (рис.2,3). Это наряду с уменьшением блеска в эти две ночи говорит о плавном снижении активности кометы. При этом нужно учитывать, что качество видимости (seeing) 1 октября составляло порядка $2.3''$ (частично из-за не совсем точной фокусировки изображения), тогда как 2 октября качество видимости составляло около $1''$.

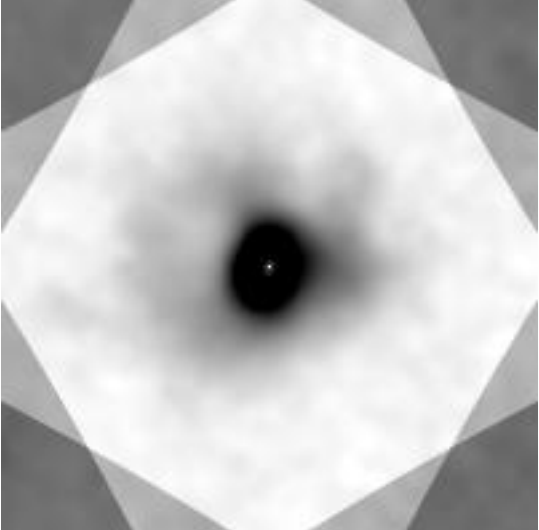
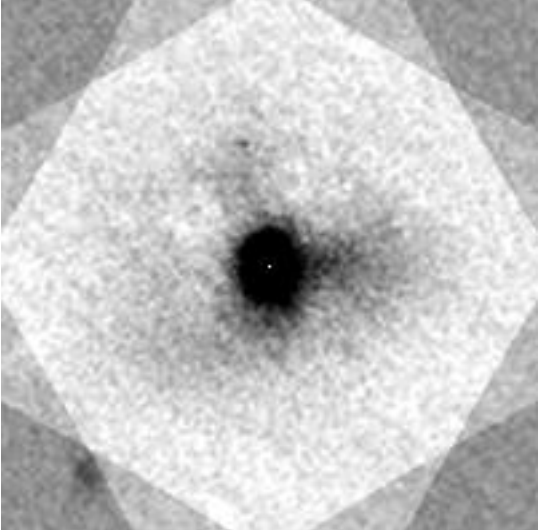
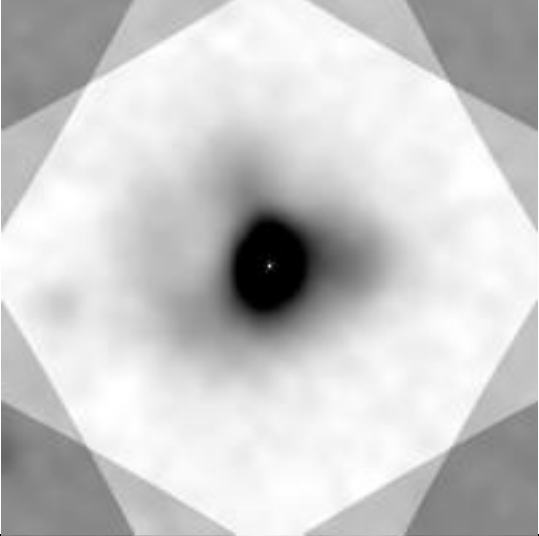
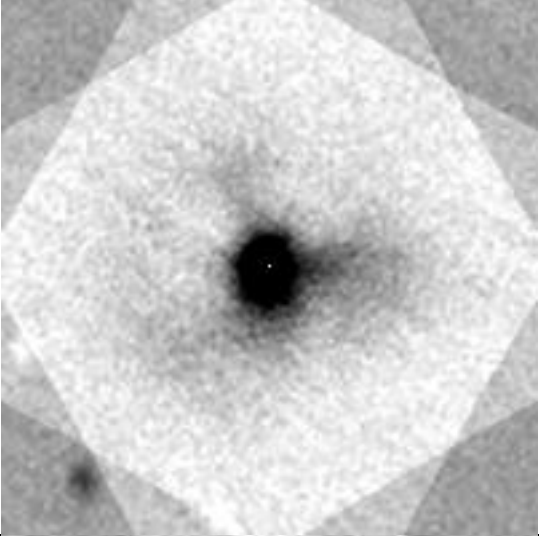
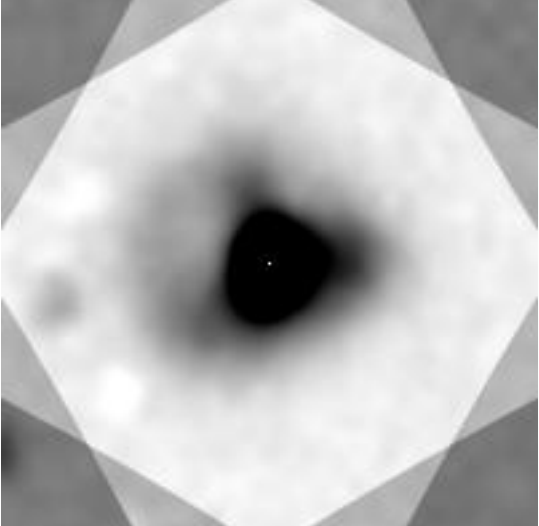
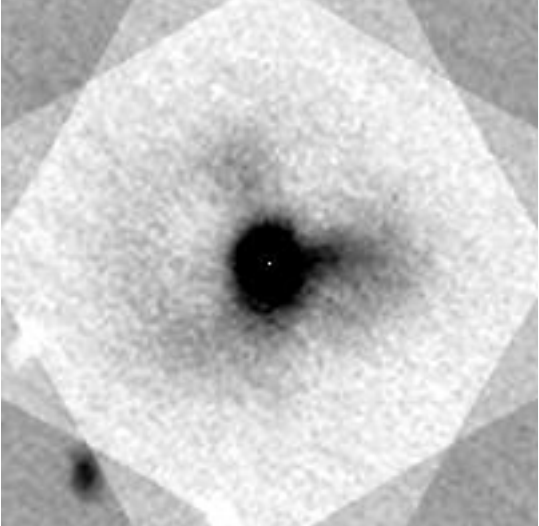
Filter	01 окт.	02 окт.
B		
V		
R		

Рис. 2. Изображения кометы 29P (1-2 октября 2021 г., МАОС), к которым был применен цифровой фильтр Ларсона-Секанины ($\Delta R = 8$ пикселей, $\alpha = 30^\circ$).

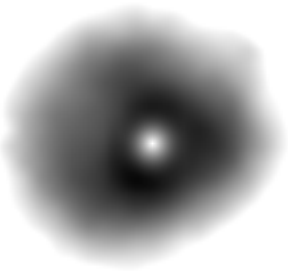
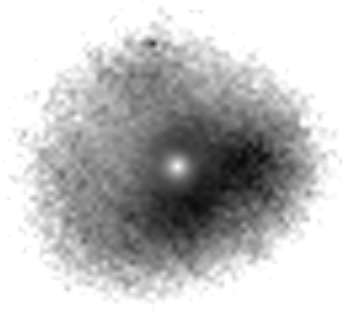
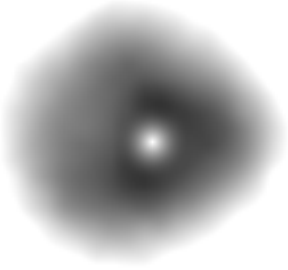
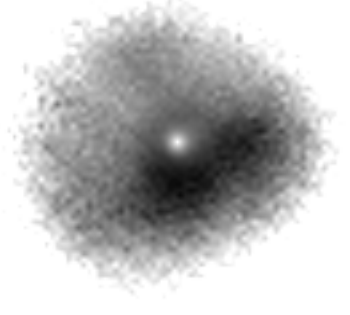
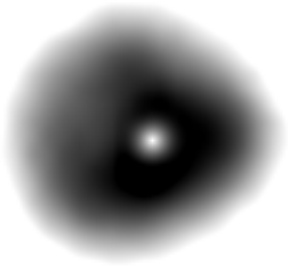
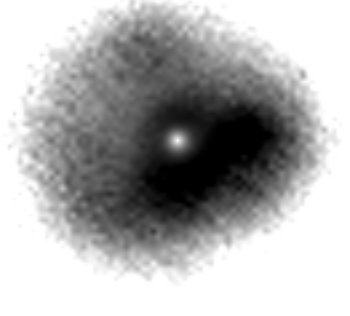
Filter	01 окт.	02 окт.
B		
V		
R		

Рис. 3. Изображения кометы 29P (1-2 октября 2021 г., МАОС), к которым был применен цифровой фильтр радиально-взвешенной модели.

Об обнаружении слабых или низкоконтрастных пылевых структур (джетов или оболочек) в коме кометы 29P по наблюдениям на гелиоцентрических расстояниях более 5 а.е. уже сообщалось в опубликованных работах [4,6]. В частности, по наблюдениям в 2008-2209 гг. в коме кометы обнаружены три активные структуры [23], в 2017 г. - две пылевые структуры [7]. Там же отмечалась и направленность таких структур в сторону Солнца и в обратном направлении. Особенности морфологии комы кометы 29P по наблюдениям в 2021 г. заключаются в наличии хвоста в противоположном от Солнца направлении и двух джетов в северном и южном направлении. Изменение ориентации джетов в разные годы может быть вызвано как вращением ядра кометы, так и изменением положения кометы на своей орбите относительно Земли.

З а к л ю ч е н и е

По наблюдениям кометы 29P 1-2 октября 2021 г. в обсерватории Санглох определены видимый и абсолютный блеск кометы в фильтрах BVR. Показатель цвета (B-V) соответствует значению для активных объектов группы кентавров, величина (V-R) показывает, что в коме кометы усилен вклад пылевой компоненты, показатель (B-R) указывает на определенный вклад газового компонента. В структуре комы кометы выявлены короткий хвост в антисолнечном направлении и два мощных джета в северном и южном направлениях, хвост и две активные области наблюдались в течение двух ночей. Снижение абсолютного блеска и более разреженная структура комы свидетельствует о плавном спаде активности после 2 октября 2021 г.

Выявленная морфология комы кометы 29P на основе новых наблюдений позволяет сделать заключение о том, что вспышечная активность осенью 2021 г. была одной из самых мощных, кроме того имеются схожести в структуре комы во время вспышек, и, следовательно, в характере проявляемой активности кометы 29P. Эти может послужить в пользу подтверждения реальности механизма, ответственного за кометную активность на далеких гелиоцентрических расстояниях [7].

Поступило 04.04.2022 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. <https://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb.cgi#top>, 3.02.2022.
2. Bailey B., Malhotra R. Two dynamical classes of Centaurs. – Icarus, 2009, Issue 1, pp.155-163.
3. Jewitt D., Kalas P. Thermal observations of Centaur 1997 CU26. – The Astrophysical Journal, 1998, v.499, pp.103-106.
4. Иванова А.В., Корсун П.П., Афанасьев В.Л. Фотометрические исследования удаленных комет: C/2002 VQ94 (LINEAR) и 29P/Швассмана-Вахмана 1. – Астрон. вестник, 2009, т.43, № 5, с.470-480.
5. Whipple F. L. Rotation and outbursts of comet 29P/Schwassmann-Wachmann 1. – Astronomical Journal, 1980, v.85, pp.305-313.
6. Ivanova O.V., Luk'yanyuk I.V. Kiselev N.N. et al. Photometric and spectroscopic analysis of Comet 29P/Schwassmann-Wachmann 1 activity. – Planetary and Space Sci., v.121, 2016, pp.10-17.

7. Kokhirova G.I., Ivanova A.V., Rakhmatullaeva F. Dzh., Buriev A.M., Khamroev U.H. Astrometric and Photometric Observations of Comet 29P/Schwassmann-Wachmann 1 at the Sanglokh International Astronomical Observatory. - *Planetary and Space Sci.*, v.181, 2020, id:104794.
8. Barucci A.M., Doressoundiram A., Cruikshank D.P. Surface characteristics of transneptunian objects and Centaurs from photometry and spectroscopy. – *Comets II* (M.C. Festou et al., eds.), 2004, Univ. of Arizona Press, Tucson, pp.647-658.
9. Кохи́рова Г.И., Ива́нова А.В., Бу́риев А.М., Ха́мроев У.Х., Рахматуллаева Ф.Дж. Комплексные наблюдения кометы 29P/Швассмана-Вахмана 1 в обсерватории Санглох. - *ДАН РТ*, 2018, т.61, № 9–10, с.742–751.
10. Кохи́рова Г.И., Рахматуллаева Ф.Дж., Борисенко С.А. Результаты фотометрических наблюдений кометы P/2019 LD2 в обсерватории Санглох. – *Астроном. вестник*, 2021, т. 55, №5, с.408-415.
11. <http://www.minorplanetcenter.com>, 2021.
12. <http://www.msb-astroart.com>, 2021.
13. Barth A. ATV: An image-display tool for IDL - In: *ASP Conf. Ser., Astronomical Data Analysis Software and Systems X*, eds. F.R. Harnden, Jr., F.A. Primini, H.E. Payne. 2001. V. 238, San Francisco: ASP. pp. 385-387.
14. Henden A.A., Templeton M., Terrell D., Smith T.C., Levine S., Welch D. VizieR online data catalog: AAVSO photometric all sky survey (APASS) DR9 (Henden+, 2016). – *VizieR Online Data Catalog*, 2016, II-336.
15. Munari U., Henden A., Frigo A., Dallaporta S. APASS discovery and characterization of 180 variable stars in Aquarius. – *The Journal of Astron. Data*, 2014, v.20, 28 pp.
16. Aladin Sky Atlas, <http://www.aladin.u-strasbg.fr>, 2021.
17. https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb_lookup.html#/?sstr=29P, 2022.
18. Trigo-Rodriguez J.M. et al. Outburst activity in comets I. Continuous monitoring of comet 29P/Schwassmann-Wachmann 1. - *Astronomy and Astrophysics*, 2008, v.485, pp.599-606.
19. Jewitt D. Color systematics of comets and related bodies. – *Astronomical Journal*, 2015, v.150, Issue 6, pp.201-219.
20. Stansberry J.A. et al. Spitzer Observations of the Dust Coma and Nucleus of 29P/Schwassmann-Wachmann 1. – *The Astrophys. Journal Suppl.*, 2004, v.154, pp.463-468.
21. Berman L., Whipple F.L. Notes on comet J 1927. – *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 1928a, v.40, pp.34-38.
22. Berman L., Whipple F.L. Elements and ephemeris of comet J 1927 (Schwassmann-Wachmann). – In: *Lick Observatory Bull.*, 1928b, v.394. Univ. of California Press, pp.117–119.
23. Ivanova A.V., Afanasiev V.L., Korsun P.P., Baranskii A.R. et al. The rotation period of comet 29P/Schwassmann-Wachmann 1 determined from the dust structures (Jets) in the coma. – *Solar System Research*, 2012, 46, pp.313-319.
24. Larson S.M., Sekanina Z. Coma morphology and dust-emission pattern of periodic Comet Halley. I-High-resolution images taken at Mount Wilson. – *Astronomical Journal*, 1984, v.89, pp.571-578.
25. Bonev T., Jockers K. Spatial distribution of the dust color in comet C/LINEAR (2000 WM1). – *Proceedings of Asteroids, Comets, Meteors (ACM)*, 2002, Netherlands, pp.587-591.

Г.И.Қохирова, Ф.Ҷ.Раҳматуллоева, С.А.Борисенко*

ХУСУСИЯТҲОИ МОРФОЛОГИИ КОМЕТАИ 29P/ШВАССМАН-ВАХМАН 1 АЗ РӯИ МУШОХИДАҲОИ РАСАДХОНАИ САНГЛОХ ДАР СОЛИ 2021

Институти астрофизикаи АМИ Тоҷикистон,

**Саррасадхонаи астрономии АМИ Украина*

Натиҷаҳои таҳқиқоти кометаи 29P/Швассман-Вахман 1, ки ба гурӯҳи кентаврҳо тааллуқ дорад, дар асоси мушоҳидаҳои расадхонаи астрономии байналмилалии астрономии Санглох (РАБС)-и Институти астрофизикаи АМИТ дар соли 2021 оварда шудааст. Моҳи октябри соли 2021 комета боз як афрӯзиши шадидро аз сар гузаронида, ҷабҳаҳои зиёд гардид. Дар натиҷаи таҳқиқот, дурахшонии зоҳирӣ ва мутлақ дар филтрҳои BVR бо нишондиҳандаҳои рангҳо муайян карда шуданд ва татбиқи филтрҳои рақамӣ ба тасвирҳо имкон доданд, ки хусусиятҳои морфологии комета 29P дар шакли думи кӯтоҳ ва ду ҷараёни газҳои пуриктидор (ҷет) ошкор карда шаванд. Хулосаи натиҷаҳо нишон доданд, ки шакли думи кӯтоҳ ва ду газҳои пуриктидор дар муқоиса бо соли 2017 ҷабҳаҳои пурқувваттари афрӯзишӣ ва табиати ӯ бо рӯйдодҳои қаблӣ шабоҳат дорад. Ин далелҳо воқеияти механизми барои ҷабҳаҳои кометаҳо дар масофаҳои калони гелиосентрикиро тасдиқ менамояд.

Калимаҳои калидӣ: комета, фотометрия, дурахш, морфология, ҷет.

G.I.Kokhirova, F.Dzh.Rakhmatullaeva, S.A.Borysenko*

MORPHOLOGICAL FEATURES OF COMET 29P/SCHWASSMANN-WACHMANN 1 FROM OBSERVATIONS AT THE SANGLOKH OBSERVATORY IN 2021

Institute of Astrophysics, National Academy of Sciences of Tajikistan,

**Main Astronomical Observatory of NAS of Ukraine*

The results of a study of comet 29P/Schwassmann-Wachmann 1, which belongs to the group of centaurs, are presented based on observations which performed at the International Astronomical Observatory Sanglokh (IAOS) of the Institute of Astrophysics of the National Academy of Sciences in 2021. During this period, the comet had another outburst activity. The apparent and absolute magnitudes in the BVR filters were measured, the color indices were determined, the application of digital filters to the images made it possible to reveal the morphological features of comet 29P in the form of a short tail and two powerful jets. New data had indicated a more powerful outburst activity compared to 2017 and the similarity of its nature with previous events. These facts confirm the reality of the mechanism responsible for cometary activity at large heliocentric distances.

Key words: comet, photometry, brightness, morphology, jet.

УДК 523.6

А.А.Ибрагимов, Ф.Шокириён, Х.Г.Асоев, С.Амиралиев

КОЛЕБАНИЯ ПЛАЗМЕННОГО ХВОСТА КОМЕТЫ C/2019 Y4 (ATLAS) ПОД ДЕЙСТВИЕМ СОЛНЕЧНОГО ВЕТРА

Институт астрофизики НАН Таджикистана

(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана Г.И.Кохировой 05.03.2022 г.)

В работе на основе измерений отклонения плазменного хвоста кометы C/2019 Y4 от продолженного радиус-вектора определяется скорость солнечного ветра и рассматривается соответствие с данными космических аппаратов. Показано, что воздействие тангенциальной составляющей приводит к снижению корреляции сравниваемых данных.

Ключевые слова: *солнечный ветер, комета, плазменный хвост, тангенциальная скорость.*

Современные исследования малых тел Солнечной системы включают в себя различные аспекты, связанные с их формированием в протопланетном диске, динамической и химической эволюцией, проявлением активности в зависимости от расстояния до Солнца, с изучением их физических и динамических характеристик, включая вопросы взаимосвязи между ними [1]. Так, при взаимодействии солнечного ветра (СВ) с плазменным хвостом кометы выявляется один из ключевых параметров СВ – его скорость.

Отклонение плазменного хвоста кометы от продолженного радиус-вектора ε совершенно аналогично объяснению звездной аберрации, предложенному Брэдлием. Угол звездной аберрации определяется направлениями и величинами скорости Земли и скоростью света. Также, согласно Бирману [2], ориентация хвоста определяется относительными направлениями и значениями трансверсальной скорости кометы и радиальной скорости СВ. В [3], аналогично Альфвену [4] и Брандту [5], приводится зависимость угла аберрации от величин в кометоцентрических координатах:

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{w_{\eta} - u_{\eta}}{w_{\xi} - u_{\xi}}, \quad (1)$$

где w_{η} , u_{η} – проекции тангенциальной скорости СВ и трансверсальной скорости кометы на ось η , w_{ξ} , u_{ξ} – проекции радиальных скоростей СВ и кометы на ось ξ . Угол аберрации ε определяется отношением кометоцентрических координат оси плазменного хвоста кометы, измеряемые методом Штумпфа [6].

В данной работе анализируются значения скорости СВ (таблица), определенные по ряду наблюдений кометы C/2019 Y4 (рис. 1) с 19 по 23 апреля 2020 г. Начальным допущением при расчете радиальной скорости СВ по формуле (1) принимается $w_{\eta}=0$.

Адрес для корреспонденции: *Ибрагимов Алишер Абдуллоходжаевич. 734042, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Бухоро, 22, Институт астрофизики НАНТ. E-mail: a.ibragimov73@mail.ru*

Таблица

Определенные значения скоростей СВ по наблюдению кометы C/2019 Y4 в апреле 2020 г.
на гелиографической широте $b=13^\circ$

Дата	u_t , км/с	u_r , км/с	ϵ , градусы	w_r , км/с	w_{KA} , км/с
19.6952	18.970	35.025	4.0044	266.7	294.9
20.6994	19.316	35.249	4.4607	237	333.1
21.6652	19.657	35.465	1.6527	599.8	415
22.7132	20.067	35.719	3.1297	341.6	442.4
23.6326	20.455	35.953	3.4972	300.5	381.2

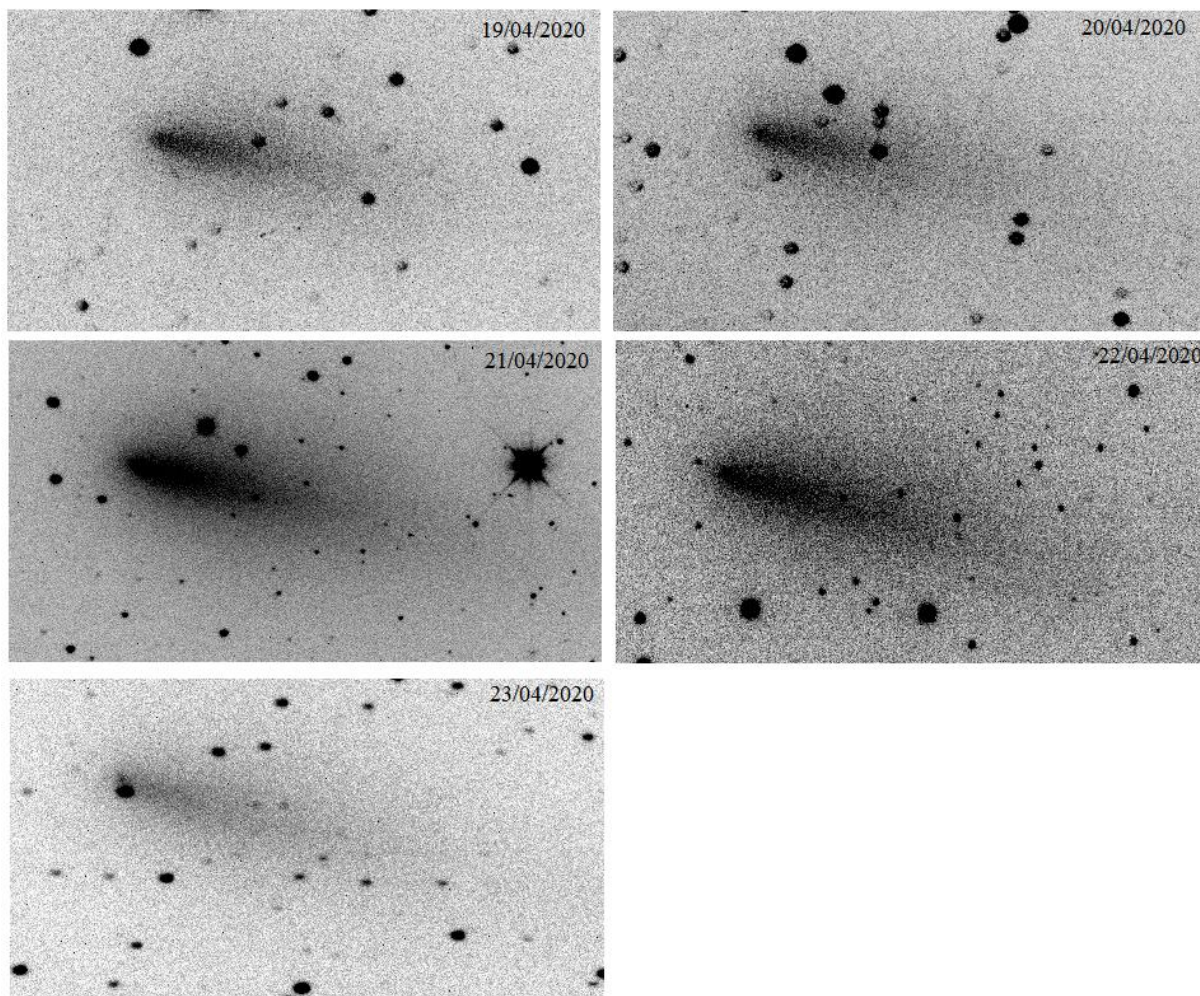


Рис. 1. Изображения кометы, полученные по наблюдениям на телескопе АЗТ-8 Гиссарской астрономической обсерватории в апреле 2020 г.

В последнем столбце таблицы приведены значения радиальной скорости СВ w_{KA} , измеренные экспериментально [10]. Сравнение результатов скорости, определенных по аберрации плазменного хвоста кометы C/2019 Y4, с данными космических аппаратов [10] показывают их соответствие с коэффициентом корреляции 0.6. Более наглядно это можно продемонстрировать в виде графика (рис. 2).

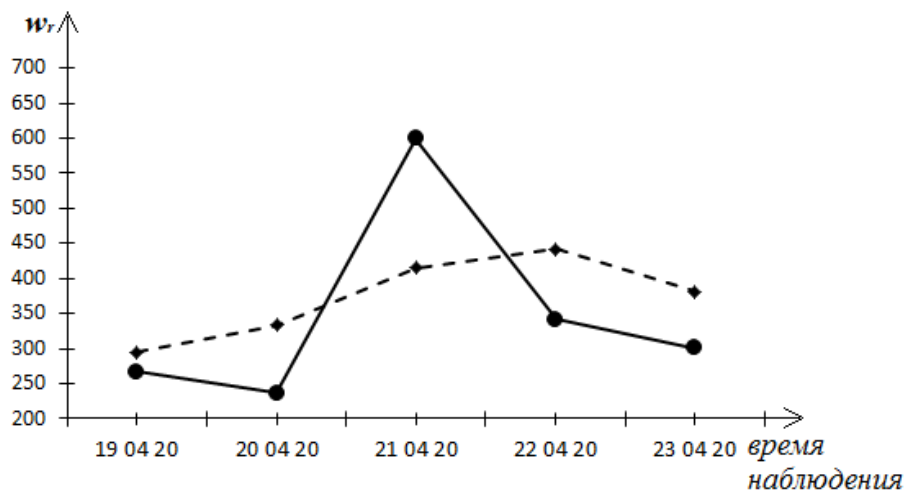


Рис. 2. График скорости СВ, определенный по абберации (сплошная линия) и измеренный с помощью КА (пунктирная линия).

Согласно гидродинамической модели Ю.Паркера [7], СВ это стационарное расширение солнечной короны. В этой модели магнитное поле короны явным образом не учитывается [8]. Значительное отклонение в профиле $w(r)$ от кривой в модели Паркера отмечено и в [9]. Если рассматривать скорость СВ как параметр, выражающий направление распространения корпускулярного потока, то необходимо рассмотреть наряду с радиальной компонентой и тангенциальную.

В работах [5, 11] по данным около 1600 наблюдений из [12] получено среднее значение для тангенциальной скорости СВ $w_t=8.4\pm 1.3$ км/с и отмечено, что в геомагнитноспокойные периоды эта скорость $w_t=4\pm 2$ км/с, а для возмущенных периодов намного больше. Тангенциальная составляющая СВ около Земли имеет скорость около 10 км/с и имеет направление, совпадающее с направлением вращения Солнца.

По данным прямых измерений автоматического спутника ACE в [10] показано, что тангенциальная (поперечная, трансверсальная, азимутальная - в зависимости от выбора системы отсчета) скорость может быть 35-60 км/с и выше. Направление может быть как в сторону вращения Солнца, так и против нее.

21 апреля 2020 г. (рис.2) наблюдается уменьшение угла абберации более чем в два раза, которое можно связать с действием тангенциальной составляющей СВ – w_t . Для вычисления значения w_t по формуле (1) обычно принимают значение радиальной скорости по данным космических аппаратов или по весу полученных значений по наблюдениям. Авторы предлагают в качестве значения радиальной скорости брать величину, при которой корреляция будет максимальной. Таким образом, радиальная скорость $w_r=365$ км/с дает максимальное значение коэффициента корреляции $k=0.89$ по данным таблицы. Такой выбор значения радиальной скорости СВ при максимальной корреляции учитывает и вес наблюдений, и данные космических аппаратов. Согласно формуле (1) и табличных данных имеем:

$$w_t = -u_t + (w_r + u_r) \operatorname{tg} \varepsilon = -10.1 \text{ км/с}.$$

Полученное значение тангенциальной скорости СВ, которая направлена по трансверсальному движению кометы, может быть причиной резкого уменьшения угла аберрации, и как следствие, высокого значения определяемой радиальной скорости. Полученные значения радиальной скорости СВ несколько занижены относительно экспериментальных данных и это отмечается многими авторами. В частности, Сизоненко [14] связывает систематическое занижение с тем, что в уравнении не учтены действия поперечных сил на плазменный хвост. Действие поперечных сил и количественные пределы угла аберрации рассмотрены в [3].

В работе [15] определены составляющие скорости СВ по единичному наблюдению кометы C/2019 Y4. Значение радиальной скорости данной работы совпадает со значением настоящего исследования, но выведенная тангенциальная скорость не может отразить реальную картину. Повидимому, различие экспериментальных и расчетных данных в работе [15] зависит от действия поперечных сил. Только многосуточные наблюдения могут наиболее достоверно отразить определяемые значения вычисляемых параметров.

В ы в о д ы

Вычисленные скорости СВ по наблюдениям кометы C/2019 Y4, которая находилась на низкой гелиографической широте, соответствуют параметрам спокойного СВ и экспериментальным данным. Только многосуточные наблюдения могут достоверно отразить колебания значений скорости СВ. Эпизодические же наблюдения могут дать информацию лишь о характере корпускулярного потока (спорадический, быстрый, спокойный). Действие тангенциального СВ имеет продолжительность до двух суток, является редким и непериодическим эффектом. Для вычисления тангенциальной составляющей скорости СВ в качестве радиальной составляющей целесообразно принимать значение с максимальной корреляцией сравниваемых данных.

Авторы приносят свою признательность члену-корреспонденту НАН Таджикистана д.ф.-м.н. Кохировой Г.И. за ценные советы и замечания.

Поступило 10.03.2022 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Иванова А.В. Малые тела солнечной системы, активные на больших гелиоцентрических расстояниях: исследования с помощью 6-м телескопа САО РАН – *Астрофизический бюллетень*, 2020, т. 75, № 1, с. 35-56.
2. Biermann L. Physical processes in comet tails and their relation to solar activity. – *La physique des cometes*, Louvain, 1953, 251 p.
3. Ибрагимов А.А. Об ориентации плазменных хвостов комет. – *Доклады НАНТ*, 2021, т. 64, №1-2, с. 64-70.
4. Alfvén H. On the Theory of Comet Tails – *Tellus*, 1957, v. 9, p. 92-96.
5. Брандт Дж. Солнечный ветер. – М.: Мир, 1973, 207 с.
6. Ибрагимов А.А. Определение скорости солнечного ветра по наблюдениям плазменных хвостов комет. – *ДАН РТ*, 2020, т. 63, №5-6, с. 343-349.
7. Parker E.N. Dynamics of the interplanetary gas and magnetic fields. – *Astrophis. J.*, 1958, vol. 128, № 2, pp. 249-274.

8. Чертков А.Д. Солнечный ветер и внутреннее строение Солнца. – М.: Наука, 1985, 200 с.
9. Khabarova O.V., Obridko V.N. et al. Evolution of the Solar Wind Speed with Heliocentric Distance and Solar Cycle. Surprises from Ulysses and Unexpectedness from Observations of the Solar Corona. – Plasma Physics Reports, 2018, v. 44, №9, pp. 840-853, DOI: 10.1134/S1063780 X18090064.
10. <https://www.swpc.noaa.gov/products/real-time-solar-wind-phase-ii>
11. Brandt J. C. Interplanetary gas. XIII. Gross plasma velocities from the orientations of ionic comet tails – ApJ, 1967, <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/ApJ...147..201B>.
12. Belton M. J. S., Brandt J. C. Interplanetary gas. XII. A catalogue of comet-tail orientations – ApJS, 1966, <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1966ApJS...13..125B/abstract>.
13. Scott C.J., Harrison R.G., Owens M.J., Lockwood M., Barnard L. Evidence for solar wind modulation of lightning. – Environmental Research Letters, 2012, v. 9, №5, <http://iopscience.iop.org/1748-9326/9/5/055004/article>.
14. Сизоненко Ю.В. Эволюция хвостов кометы C/2006 M4 (SWAN) – Кинематика и физика небесных тел, 2012, т. 28, № 1, с. 16-24.
15. Ибрагимов А.А. Определение скорости солнечного ветра по измерениям точек оси плазменного хвоста кометы C/2019 Y4 (ATLAS). – Изв. НАНТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2021, №2(183), с. 66-71.

А.А.Ибрагимов, Ф.Шокириён, Х.Г.Асоев, С.Амиралиев

ЛАППИШИ ДУМИ ПЛАЗМАВИИ КОМЕТАИ C/2019 Y4 (ATLAS) ТАҶТИ ТАЪСИРИ ШАМОЛИ ОФТОБӢ

Институтуи астрофизикаи АМИ Тоҷикистон

Дар асоси ченкунии майли думи плазмагии кометаи C/2019 Y4 аз радиус-вектори давомёфта, суръати шамоли офтобӣ ва мувофиқати он бо маълумотҳои киштиҳои кайхонӣ тадқиқ шудааст. Таъсири тангенсалии шамоли офтобӣ ҳамчун шартӣ камшавии дараҷаи мувофиқат пешкаш мешавад.

Калимаҳои калидӣ: шамоли офтобӣ, комета, думи плазмавӣ, суръати тангенсалиӣ.

A.A.Ibragimov, F.Shokiriyon, H.G.Asoev, S.Amiraliev

OSCILLATIONS OF PLASMA TAIL OF COMET C/2019 Y4 UNDER THE INFLUENCE OF THE SOLAR WIND

Institute of Astrophysics, National Academy of Sciences of Tajikistan

On the basis of measurements of the deviation of the plasma tail of comet C/2019 Y4 from the continued radius vector, the speed of the solar wind and its correspondence with the data of spacecraft are determined. Action of tangential component as condition of reduction of correlation of compared data is proposed.

Key words: solar wind, comet, plasma tail, tangential velocity.

УДК 541.64:539.2

С.Дж.Гафуров

ВЛИЯНИЕ КОМПЛЕКСА РЕНИЯ (V) НА СВЕТОСТАБИЛИЗАЦИЮ АЦЕТИЛЦЕЛЛЮЛОЗЫ

*Таджикский национальный университет**(Представлено академиком НАН Таджикистана Ф.Рахими 12.01.2022 г.)*

Исследовано влияние комплекса рения (V) на кинетику фотодеструкции ацетилцеллюлозы (АЦЦ). Изучена светостойкость полимера по зависимости разрывной прочности образцов АЦЦ от времени предварительного облучения монохроматическим УФ-светом. Показано, что предварительное УФ-облучение образцов во всех случаях приводит к падению их прочности. Обнаружена, что с возрастанием времени облучения степень повреждаемости образцов также возрастает. Установлено, что светостойкость стабилизированных образцов существенно зависит от концентрации и молекулярной массы стабилизатора.

Ключевые слова: *ацетилцеллюлоза, фотодеструкция, разрывное напряжение, стабилизатор, относительная прочность, молекулярная масса.*

Фотодеструкция материалов на основе целлюлозы изучалась довольно интенсивно [1-3]. Доказано, что первичным процессом, протекающим при облучении целлюлозы УФ-светом, является разрыв цепи. Эти процессы приводят к образованию ряда летучих продуктов, например таких как метанол, этанол, двуокись углерода и вода.

Облучение приводит к снижению способности полимера поглощать и удерживать воду. Эти результаты свидетельствуют о том, что в целлюлозе образуются устойчивые к действию воды поперечные связи.

Результаты, изложенные в [3,4], показывают, что под действием облучения в полимере происходит старение. Процессы химического старения необратимы, они приводят к разрыву химических связей, а иногда и к сшиванию макромолекул, изменению химической структуры, понижению или увеличению молекулярной массы.

В этой связи с целью сохранения устойчивости полимера к действию внешней среды, применяют методы стабилизации. Для защиты полимеров от светового старения применяют светостабилизаторы, действие которых основано как на поглощении солнечного света (УФ-абсорберы), так и на торможении темновых реакций деструкции, которые инициируются в полимере светом, но развиваются в его отсутствии. Такие светостабилизаторы известны как «тушители» возбужденных состояний и ингибиторы радикально-цепных процессов фотоокисления.

Светостабилизаторы-абсорберы предотвращают проникновение УФ-света в материал. Эффективность их защитного действия определяется способностью поглощать свет в той же области

Адрес для корреспонденции: Гафуров Сафархон Джурахонович. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: gafurovs.d@mail.ru

спектра, что и полимер, и не подвергаться при этом различным побочным реакциям, приводящим к их химическим превращениям и быстрому расходованию. Светостабилизаторы-«тушители» дезактивируют возбужденное состояние полимера по механизму межмолекулярного переноса энергии от возбужденной молекулы полимера (донора) к молекуле светостабилизатора (акцептора). Тушители представляют собой комплексные соединения различных переходных металлов, чаще никеля. Практически все они окрашивают полимер и имеют малую устойчивость к высоким температурам переработки и действию атмосферных газов.

В настоящее время накоплен большой материал по механизму старения полимеров, разработаны эффективные меры комплексной защиты их от всех видов разрушения. При оценке эффективности противостарителей учитывают не только их активность в химических реакциях, но и способность совмещаться с полимерами, доступность, дешевизну и токсические свойства. Понятно, что надежность защиты от старения и продолжительность срока эксплуатации будут обеспечены равномерным распределением и совместимостью всех стабилизаторов в массе этого полимера [5-6].

В настоящей работе с целью выяснения этого вопроса была сделана попытка изучить влияние комплекса $[\text{ReO}(\text{OH})\text{L}_2\text{Cl}_2]$ на светостабилизацию ацетилцеллюлозы. Светостойкость полимера, наполненного комплексом рения(V), оценивали по зависимости разрывной прочности и молекулярной массы образцов от времени предварительного облучения и концентрации вводимого в образцы стабилизатора.

Разрывное напряжение образцов определяли согласно методике, описанной в [5], со скоростью растяжения 2×10^{-4} м/с с одновременной регистрацией диаграммы растяжения. По диаграммам растяжения определяли светостойкость полимера как отношение разрывной прочности облученных к разрывной прочности исходных образцов с использованием уравнений для механического напряжения, указанной в [7].

Образцы облучали при комнатной температуре 293 К в свободном состоянии при постоянной интенсивности поглощенного света ($j=17$ Дж/м²·с) с использованием источника УФ-излучения ртутной лампы ДБ-30 с монохроматическим УФ-излучением $\lambda=254$ нм [7]. Интенсивность падающего излучения оценивали с помощью термоэлектрического актинометра АТ-50 и переносного потенциометра ПП-63, как показано в [8]. Показания переносного потенциометра в милливольтгах переводили в единицы интенсивности при помощи соотношения 700 Дж/м²·с \Rightarrow 6,26 мВ, приведенного в паспорте актинометра. Интенсивность поглощенного света $I_{\text{погл}}$ оценивали по соотношению [9]

$$I_{\text{погл}} = I_0(1 - T), \quad (1)$$

где I_0 – интенсивность падающего света, T – пропускание полимера.

Молекулярную массу полимера определяли вискозиметрически [10], с помощью видоизмененного вискозиметра типа ВПЖ-1, главным критерием которого является следующее соотношение между характеристической вязкостью $[\eta]$ разбавленного раствора полимера с его молекулярной массой M [11]:

$$[\eta] = KM^\alpha, \quad (2)$$

где K и α – постоянные, характеризующие систему полимер-растворитель.

Температура опытов поддерживалась благодаря термостатирующему устройству (термостат) ТВ-1. Опыты проводились как для исходных образцов, так и для образцов, содержащих различные концентрации комплекса рения (V).

Результаты исследования по влиянию продолжительности ультрафиолетового облучения, имеющего длину $\lambda=254$ нм, на изменение относительной разрывной прочности (светостойкости) образцов АЦЦ, содержащих различные концентрации комплекса $[\text{ReO}(\text{OH})\text{L}_2\text{Cl}_2]$, приведены на рис. 1.

Полученные результаты показывают, что предварительное УФ-облучение образцов во всех случаях приводит к падению их прочности, что свидетельствует о протекании необратимых фотохимических изменений, вызванных поглощением УФ-света. С возрастанием времени облучения степень повреждаемости образцов также возрастает. Введение в состав ацетилцеллюлозы комплекса $[\text{ReO}(\text{OH})\text{L}_2\text{Cl}_2]$ в концентрациях 1-3% от ее массы существенно не оказывает влияния на ее исходную разрывную прочность, однако при этом наблюдается определённый светостабилизирующий эффект добавки.

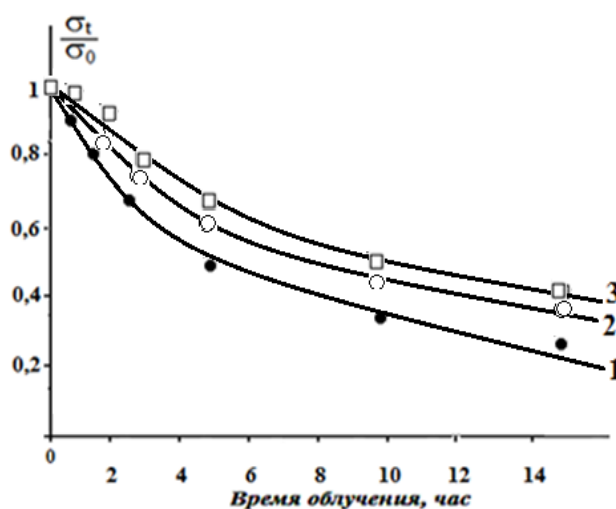


Рис. 1. Изменение относительной разрывной прочности образцов пленок АЦЦ, содержащих различные концентрации комплекса $[\text{ReO}(\text{OH})\text{L}_2\text{Cl}_2]$, от времени предварительного УФ-облучения: 1 – исходные образцы, 2 – АЦЦ+1% Re (V), 3 – АЦЦ+3% Re (V).

Так, для образцов АЦЦ, содержащих 3% комплекса рения (V) после 15-часового ультрафиолетового облучения светостойкость уменьшается в 2 раза, в то время как при облучении АЦЦ без добавки величина σ_t/σ_0 снижается в 3 раза. Эти данные позволяют делать вывод о том, что введение в АЦЦ комплекса $[\text{ReO}(\text{OH})\text{L}_2\text{Cl}_2]$ в интервале 0.5-3% приводит к увеличению его светостойкости в 1.4 раза. На основании данных рис. 1 можно заключить, что с увеличением концентрации $[\text{ReO}(\text{OH})\text{L}_2\text{Cl}_2]$ светостойкость образцов пленок АЦЦ к воздействию УФ-излучения возрастает. Эти данные свидетельствуют о стабилизирующем действии комплекса рения(V).

Светостойкость образцов пленок АЦЦ, подвергнутых фотостарению, также оценивали по изменению молекулярной массы полимера в диметилформамиде. Данные этих опытов приведены в таблице.

Таблица

Изменение молекулярной массы АЦЦ в зависимости от концентрации
3-этил-4метил-1,24-триазолтиола-5

№п/п	Концентрация Re (V) (%)	Молекулярная масса	
		До облучения	После облучения
1	0	10^5	100 000
2	0,5	10^5	96605
3	0,6	10^5	87096
4	0,7	10^5	79430
5	0,8	10^5	70335
6	1	10^5	67608

На основании данных таблицы можно прийти к выводу, что в зависимости от вводимого в образец стабилизатора, молекулярная масса полимера может иметь разное значение. Так, наибольшее значение имеет для образцов исходного и наполненного стабилизатором 0.5%. Это означает, что светостойкость стабилизированных образцов существенно зависит от концентрации и молекулярной массы стабилизатора. Это хорошо видно из рис. 2, где изображено относительное уменьшение прочности образцов после облучения в зависимости от молекулярной массы вводимого в образец стабилизатора.

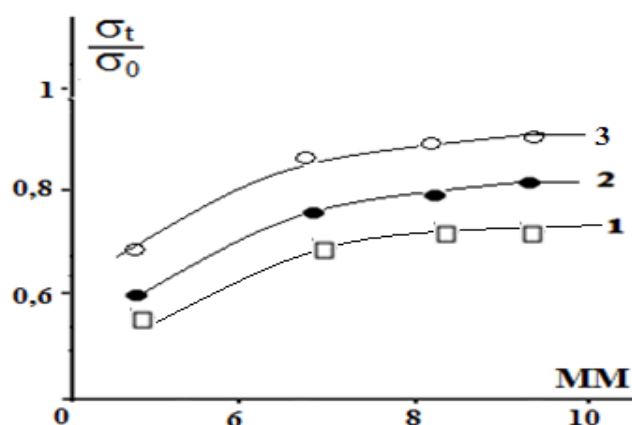


Рис. 2. Изменение относительной разрывной прочности облученных образцов АЦЦ в зависимости от молекулярной массы вводимого в полимерстабилизатора: 1 – исх.; 2 – 0.5%, 2 – 1%

Из рисунка видно, что при увеличении молекулярной массы стабилизатора, вводимого в полимер, процесс фотодеструкции замедляется и вместе с тем коэффициент, характеризующий светостойкость АЦЦ с повышением концентрации добавки, увеличивается.

Таким образом, на основании проведенных исследований можно заключить, что при введении в ацетилцеллюлозу комплекса рения (V) она проявляет светостабилизирующий эффект и повышает светостойкость полимера к воздействию УФ-облучения.

Посвящается светлой памяти Бобоева Тошбой Бобоевича известного таджикского учёного-физика, члена корреспондента НАНТ, профессора, доктора физико-математических наук.

Поступило 14.02.2022 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Ренби Б., Рабек Я. Фотодеструкция, фотоокисление, фотостабилизация полимеров. – М.: Мир, 1978, 678 с.
2. Аминджонов А.А., Сафармамадзода С.М., Кабиров Н.Г. Влияние 3-метил-4метил-1,2,4-триахолтиола-5 и комплекса рения (V) с ним на свето- и радиационную стойкость диацетатцеллюлозы. – Вестник казахского государственного университета им. Аль Фараби. Серия «Химическая». г. Алматы, 2005, №4 (40), с. 78-84.
3. Абдуназаров Т.Ф., Бобоев Т.Б., Дадоматов Х.Д. Всесоюзная конференция «Проблема физики прочности и пластичности полимеров». – Душанбе, 1986, с. 67.
4. Бобоев Т.Б., Истамов Ф.Х., Гафуров С.Дж. Законы фотохимии в полимерах – ДАН РТ, 2020, т.63, №1-2, с.85-88.
5. Бобоев Т.Б. Фотомеханическое разрушение полимеров. – Душанбе: Матбуот, 2000, 241с.
6. Аминджанов А.А. и др. Светостабилизация диацетата целлюлозы. Координационные соединения и аспекты их применения: Сборник научных трудов. – ТНУ – Душанбе, 1991, ч. 2, с. 106-111.
7. Бобоев Т.Б., Гафуров С. Дж., Истамов Ф.Х. Полимерные материалы и технологии. 2020, т.6, №1, с.95. (DOI: 10.32864/polymmattech-2020-6-1-95-102).
8. Гафуров С.Дж. Фотомеханическая деструкция полиэтилентерефталата и полистирола под действием монохроматического УФ-излучения: Дисс. на соискание ученой степени канд. физ.-мат наук. Душанбе, 2017, 101с.
9. Бобоев Т.Б., Истамов Ф.Х., Гафуров С.Дж. – Прикладная физика, 2020, № 1, с.32.
10. Цянь-Жень-Юань. Определение молекулярных весов полимеров. – М.: Иностранная литература, 1962, 234 с.
11. Козлов Г.В., Долбин И.В. Фрактальный вариант уравнения Марка-Куна-Хаувинка. – ВМС, серия Б, 2002, т. 44, с. 115-118.

С.Ч.Гафуров

**ТАЪСИРИ МАЧМЀИ РЕНИЙ (V) БА РЀШНОИТОБОВАРИИ
АТСЕТИЛСЕЛЛЮЛОЗА**

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Дар кори мазкур таъсири маҷмӯи рений Re (V) ба кинетикаи фотовайроншавии атсетилселлюлоза таҳқиқ карда шуд. Рӯшноитобоварии полимер аз рӯи вобастагии устувории намунаҳои атсетилселлюлоза ба қандашавӣ аз вақти нурборонкунии пешакӣ тавасути нури УБ-и монохроматӣ омӯхта шуд. Нишон дода шуд, ки нурборонкунии пешакӣ намунаҳо тавасути нури УБ дар ҳама ҳолатҳо ба пастшавии устувории онҳо оварда мерасонад. Муайян карда шуд, ки бо зиёдшавии вақти нурборонкунӣ дараҷаи вайроншавии намунаҳо низ меафзояд. Муқаррар карда шуд, ки рӯшноии устувории намунаҳои устуворкардашуда аз микдор ва массаи молекулаҳои стабилизатор хеле вобаста аст.

Калимаҳои калидӣ: атсетилселлюлоза, фотовайроншавӣ, шиддати тавилдиҳанда, стабилизатор, устувории нисбӣ, массаи молекулаӣ.

S.J.Gafurov

EFFECT OF RHENIUM (V) COMPLEX ON ACETYLCCELLULOSE LIGHT STABILIZATION

Tajik National University

The effect of the rhenium complex Re (V) on the kinetics of photodestruction of cellulose acetate has been studied. The light fastness of the polymer was studied according to the dependence of the breaking strength of cellulose acetate samples on the time of preliminary irradiation with monochromatic UV light.

It is shown that preliminary UV irradiation of samples in all cases leads to a decrease in their strength. It was found that with an increase in the irradiation time, the degree of damage to the samples also increases. It was found that the light fastness of stabilized samples depends significantly on the concentration and molecular weight of the stabilizer.

Key words: *cellulose acetate, photodestruction, breaking stress, stabilizer, relative strength, molecular weight.*

УДК 621.631.674

И.И.Икромов

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕХНИКИ КАПЕЛЬНО (МИКРОСТРУЙЧАТО)-БОРОЗДКОВОГО ПОЛИВА САДОВ*

*Таджикский аграрный университет им. Ш.Шохтемур**(Представлено академиком НАН Таджикистана З.Х.Рахмоновым 24.12.2021 г.)*

В статье приводятся результаты полевых исследований новой технологии – капельно (микроструйчато)-бороздкового полива садов, выявлена зависимость расхода микроводовыпуска от уклона поливного участка вдоль коротких борозд (или микроборозд). Выполнена идентификация проведенных опытно-экспериментальных исследований с использованием математических методов. Приводятся разработанные математические модели, на основании которых определены элементы техники предложенной технологии полива обеспечивающие 90-95%-ное равномерное увлажнение корнеобитаемого слоя почвы.

Ключевые слова: математические модели, элементы техники полива, капельно (микроструйчато)-бороздковый полив, короткая борозда (или микроборозда), глубина увлажнения, равномерное увлажнение корнеобитаемого слоя почвы.

Учеными-исследователями обоснованы значительные преимущества микроорошения сельскохозяйственных культур (дождевое, капельное, внутрипочвенное и др.) по сравнению с поверхностно-бороздковым поливом. [1-8]. К технологиям микроорошения относится также разработанная и рекомендованная нами капельно-бороздковая (или струйчато-бороздковая) технология полива, состоящая из комбинации капельного (струйчатого) и бороздкового поливов с применением коротких борозд [1, 3]. Вместо коротких борозд можно нарезать также и микроборозды.

Одним из основных показателей, оценивающих качество полива сельскохозяйственных культур, является равномерное увлажнение корнеобитаемого слоя почвы. При рекомендуемой технологии орошения, впрочем, как и при обычном бороздковом поливе, она зависит от правильного назначения элементов техники полива. К последним в данном случае относятся: расход микроводовыпусков (капельниц), продолжительность полива, длина коротких борозд (или микроборозд), расстояние между микроводовыпусками и короткими бороздами (или микробороздами) в рядах растений и уклон участка вдоль них. Перечисленные элементы техники полива, безусловно, взаимосвязаны с воднофизическими свойствами почвы. Они установлены нами на основе проведения многочисленных опытов на яблоневом саду ОПУ совхоза им. А.Шарипова Варзобского района при разных уклонах

* Автор выражает благодарность доктору технических наук, профессору М.А.Сатторову за помощь при разработке моделей.

Адрес для корреспонденции: Икромов Исломул Истамович. 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Рудаки, 146. Таджикский аграрный университет. E-mail: islom.ikromov1958@gmail.com

(0.005...0.20) местности. По результатам исследований, в частности, установлена зависимость между расходом микроводовыпуска (q_k) и уклоном (i) поливного участка вдоль коротких борозд в ряду для среднесуглинистых почв, который имеет следующий вид [1, 3]:

$$q_k = \frac{4.13}{i^{0.37}}, \text{ л/ч.} \quad (1)$$

Определяя расход микроводовыпуска и устанавливая глубины увлажнения почвы в зависимости от продолжительности полива, попытаемся выполнить идентификацию проведенных опытно-экспериментальных исследований с использованием математических методов. Для этого выберем следующую математическую модель, описывающую передвижение влаги в почву [9]:

$$m \frac{dz}{dt} = K \left(\frac{Z + H + h_k}{Z} \right)^\alpha. \quad (2)$$

Уравнение (2) решаем при $\alpha = 1$

$$\frac{Zdz}{Z + H + h_k} = \frac{K}{m} dt \quad (3)$$

$$\int \frac{Zdz}{Z + H + h_k} = \frac{K}{m} t + C \quad (4)$$

$$\int \frac{(Z + H + h_k) dz}{Z + H + h_k} - \int \frac{(H + h_k) dz}{Z + H + h_k} = \frac{K}{m} t + C.$$

Обозначив $H + h_k = A$ имеем:

$$Z - \int \frac{Adz}{Z + A} = \frac{K}{m} t + C. \quad (5)$$

Обозначим $Z + A = Y$ и $dz = dy$. Тогда (4) принимает следующий вид:

$$Z - A \int \frac{dy}{Y} = \frac{K}{m} t + C \quad (6)$$

или

$$Z - A \ln(Z + A) = \frac{K}{m} t + C.$$

Выражение (6) есть уравнение модели, по которой можно определить как продолжительность полива, обеспечивающую равномерное увлажнение корнеобитаемого слоя почвы, так и глубины увлажнения в момент времени t . Условные обозначения в (6) означают: t – продолжительность полива, обеспечивающая равномерное увлажнение почвы; m – пористость почвы (недостаток насыщения); K – коэффициент фильтрации; Z – глубина увлажнения в момент времени t ; H – глубина воды в начале микроборозды; h_k – капиллярная сила всасывания почвы.

Для определения t можно представить:

В начальный момент времени $t = 0$ и $Z = 0$. Тогда $C = -A \ln A$

$$Z - A \ln(Z + A) = \frac{K}{m}t - A \ln A$$

$$Z - A [\ln(Z + A) - \ln A] = \frac{K}{m}t$$

$$Z - A \ln \frac{Z + A}{A} = \frac{K}{m}t$$

$$Z - (H + h_k) \ln \frac{Z + H + h_k}{H + h_k} = \frac{K}{m}t$$

$$t = \frac{m}{k} Z - \frac{m(H + h_k)}{K} \ln \frac{Z + H + h_k}{H + h_k}. \tag{7}$$

На рис. 1 приведена зависимость глубины увлажнения почвы h от продолжительности полива t . Теоретическая кривая $h = f(t)$ построена на основе решения уравнения (7) при следующих исходных данных $m = 0,33$; $K = 0,2$ м/сутки; $H = 0,01$ м и $h_k = 0,35$ м.

Оценка связи между h и t проводилась по показателю корреляционного отношения (S_{ht}), который свидетельствует об их очень тесной связи: $S_{ht} = 0,98 \pm 0,04$.

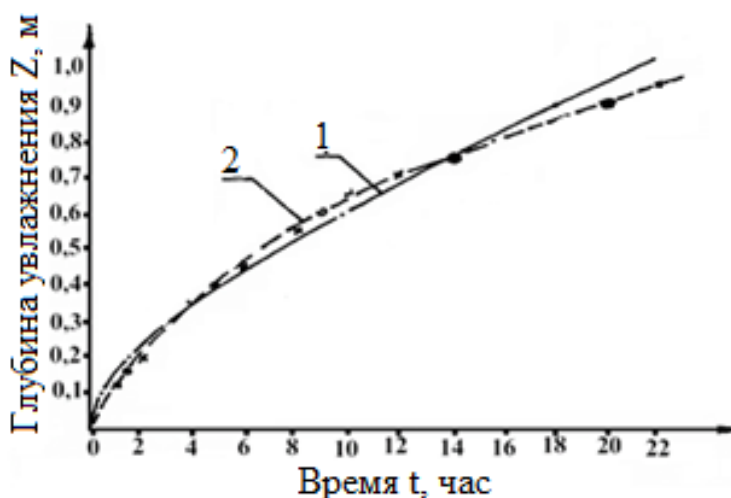


Рис. 1. График зависимости глубины увлажнения почвы h от продолжительности полива t :
1 – опытная и 2 – теоретическая кривые

Опытно-экспериментальными исследованиями установлено, что эпюра нижней границы влажности при струйчато-микробороздковом поливе садов по длине рядков растений имеет волнистый характер и она на 10-15 см, а иногда до 20 см глубже в местах установки микроводовыпусков, чем конечного участка коротких микроборозд. Опыты показали, что если в начале короткой микроборозды при оптимальном выборе её длины и расхода микроводовыпуска, глубина увлажнения составляет 0.9-1.0 м, то в конечной части она равняется до 0.80-0.85м.

Фрагмент фактического изменения нижней границы влажности по длине рядков растений на двенадцатиметровом участке, равном расстоянию между тремя микроводовыпусками показан на рис. 2 (кривая 1). Влажность почвы на участке между двух коротких микроборозд соединена штрихпунктирной линией, соответствующей участку между концевой ее частью и местом установки следующего микроводовыпуска. При этом разность между максимальной и минимальной глубиной увлажнения составляет всего ± 10...15 см, что говорит о высокой равномерности полива. Такое условие, благоприятно влияющее на рост и развитие растений, обеспечено благодаря разделению длины рядков растений на несколько коротких микроборозд длиной 5.0-5.5 м, при расстоянии между микроводовыпусками 6 м.



Рис. 2. Фрагмент изменения нижней границы увлажнения почвы по длине рядка растений при струйчато-микробороздковом поливе садов: 1 – экспериментальные кривые; 2 и 3 – теоретические кривые, рассчитанные по модели (8), соответственно при значениях $\alpha=2, \beta=1$ и $\alpha=1, \beta=1$.

* - места установки микроводовыпусков.

Следует отметить, что при такой технологии полива, как и при поливе по обычным бороздам, от начала полива $t = 0$ до момента достижения переднего фронта $X(t)$ струи воды (или влажности) концевого участка коротких микроборозд $L(t)$ проходит некоторое время t , которое зависит от степени водопроницаемости почвы и в течение которого начальные их участки успевают увлажняться на глубину до 10...15 см.

Для теоретического описания нижней границы влажности и ее оптимизации при поливе по данной технологии, выберем элементарные модели впитывания воды в почву при поливе по бороздам [10]:

$$\left[\frac{Z(x)}{Z(0,t)} \right]^\alpha + \left[\frac{X(t)}{l(t)} \right]^\beta = 1, \dots, 0 \leq X(t) \leq l(t), \dots, 0 \leq Z(t) \leq Z(0,t). \tag{8}$$

Интегрируя (8) при $\alpha = 1$ и $\beta = 1$ и заменяя $X(t)$ на $S(t)$, получим:

$$S(t) = Z(0,t) \int_0^{l(t)} \left(1 - \frac{\xi}{l(t)} \right) d\xi = Z(0,t) \left(\xi - \frac{\xi^2}{2l(t)} \right) \Big|_0^{l(t)} = Z(0,t) \left[l(t) - \frac{1}{2} l(t) \right] = \frac{Z(0,t) l(t)}{2},$$

где $S(t)$ – площадь эпюры влажности.

$$Z[X(t)] = 1 - \frac{X(t)}{\ell(t)} \cdot Z(0,t).$$

Имея в виду, что эпюра нижней границы увлажнения почвы, выявленная при экспериментальном исследовании, имеет вид части параболы, в выражении (8) принимаем значения $\alpha = 2$ и $\beta = 1$ и получим уравнение модели, описывающее параболу, то есть

$$\left[\frac{Z[X(t)]}{Z(0,t)} \right]^2 + \frac{X(t)}{l(t)} = 1. \tag{9}$$

Откуда,
$$Z[X(t)] = Z(0,t) \sqrt{1 - \frac{X(t)}{l(t)}}. \tag{10}$$

Далее, для выявления степени равномерности увлажнения на участке, равном длине коротких микроборозд, «допускаем», что часть воды уходит на «сброс», (она фактически впитывается в почву, а не сбрасывается) и вместо $l(t)$ принимаем $L(t)$, что больше последнего. Следует отметить, что $L(t)$ должна быть больше $l(t)$ на столько, чтобы в конце микроборозды обеспечивалась требуемая глубина увлажнения (не менее 0.75...0.80 м, при её значении в начальном участке – 0.90...1.0 м). Этого математически можно добиться с использованием уравнения (9).

При этом, задавая степень необходимой равномерности увлажнения, можно определить предполагаемую длину микроборозды. Например, принимая девяностопроцентную равномерность и заменяя $l(t)$ на $L(t)$ и $X(t)$ на $l(t)$, (9) преобразовываем в виде:

Задаваясь $\left[\frac{Z[X(t)]}{Z(0,t)} \right] = 0.9$ с учетом (9), имеем:

$$0.9^2 + \frac{l(t)}{L(t)} = 1 \text{ или } \frac{l(t)}{L(t)} = 0.19,$$

откуда
$$L(t) = \frac{l(t)}{0.19}. \tag{11}$$

Или же в случае принятия 95%-ной равномерности увлажнения (11) будет иметь вид:

$$L(t) = \frac{l(t)}{0.098}. \tag{12}$$

Из (11) и (12) следует, что для обеспечения 90 и 95%-ной равномерности увлажнения корнеобитаемого слоя почвы, предполагаемая длина микроборозд должна быть больше фактического их значения соответственно в 5 и 10 раз.

С учетом принятых выше замен, (10) можно записать:

$$Z[l(t)] = Z(0, t) \sqrt{1 - \frac{l(t)}{L(t)}}. \quad (13)$$

Теперь рассмотрим практическое применение выведенных зависимостей и их сходимость с данными экспериментальных исследований.

Для этого вначале по формуле (11) определяем предполагаемую длину микроборозды $L(t)$ для равномерного увлажнения поливного участка между двумя микроводовыпусками. Затем по модели (8) теоретически определяем глубину увлажнения почвы через каждые 4 м на расстоянии до $L(t) = l(t)/0,19 = 31,6$ м. Для нахождения наиболее подходящего выражения, математически более полно описывающего равномерность увлажнения корнеобитаемого слоя почвы (адекватной экспериментальным исследованиям), расчеты выполняем при различных значениях α и β . Графическое изображение проиллюстрировано на рис. 3.

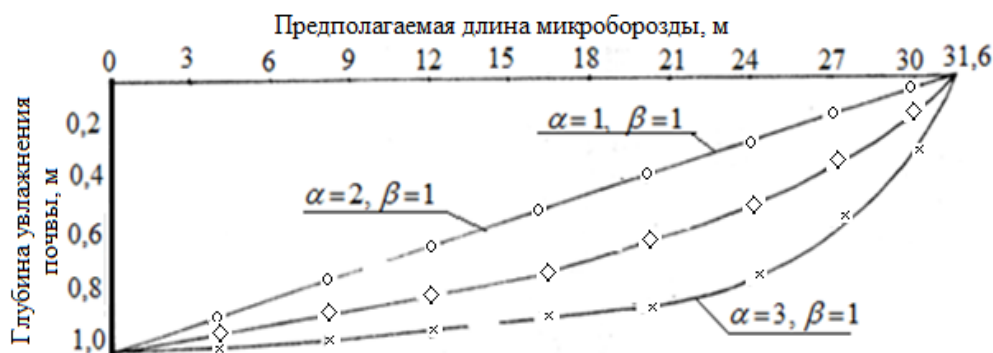


Рис. 3. Графики зависимости $h = f[L(t)]$ при разных значениях α и β

Как видно из рис. 3, согласно теоретическим расчетам, приблизительно одинаковая глубина и следовательно более равномерное увлажнение корнеобитаемого слоя почвы обеспечивается при значениях $\alpha=3$, $\beta=1$, так как при этом глубина распространения влаги в начале и в конце короткой микроборозды (6,0 м) почти одинаковая и равняется 0,98...1,0 м, а при $\alpha=2$, $\beta=1$ и $\alpha=1$, $\beta=1$, её значение на этом участке колеблется соответственно в пределах 1,0...0,93 м и 1,0...0,82 м. Анализируя приведенные данные можно отметить, что коэффициент равномерности увлажнения почвы при этом высокий и колеблется в пределах 90-95%.

Подставляя кривые, представленные на рис. 3 вычисленные при значениях $\alpha=2$, $\beta=1$ и $\alpha=1$, $\beta=1$, на рис. 2, сопоставим их с экспериментальными данными. Анализ показывает, что экспериментальные кривые расположены между двумя теоретическими (расчетными) кривыми, составленными по уравнению модели (8). Расхождение в глубине увлажнения между экспериментальными и теоретическими равняется 5-10 см. Это свидетельствует о высокой степени их сходимости. Из этого следует, что уравнение модели (8) при указанных значениях α и β с высокой точностью описывает глубины увлажнения почвы в любой точке по длине коротких микроборозд.

Анализируя вид расчетной кривой, составленной по этой модели, но со степенными коэффициентами $\alpha=3$, $\beta=1$, можно заметить, что она больше подходит для описания глубины увлажнения

почвы при относительно большем значении длины коротких микроборозд, например в пределах 10-15 м. Из этого следует, что, используя предложенную модель и кривые, представленные на рис. 2 и 3 можно назначать оптимальное значение одной из основных элементов техники полива – длины коротких микроборозд при уже установленном другом таком важном элементе – расходе микроводовыпуска.

З а к л ю ч е н и е

Анализируя вышеприведенные исследования, можно заключить, что предложенная технология микроорошения обеспечивает высокую равномерность распределения воды и равномерность увлажнения корнеобитаемого слоя почвы. Элементы техники полива данной технологии можно определить с достаточно высокой точностью по разработанным математическим зависимостям.

Поступило 24.12.2021 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Икромов И.И. Техника и технология микроорошения сельскохозяйственных культур в Таджикистане. – Душанбе, «Ирфон», 2005, 157 с.
2. Икромов И.И. Экономические аспекты и технические возможности микроорошения сельскохозяйственных культур. – Аграрная наука, 2004, № 7, с. 23-25.
3. Икромов И.И. Исследования систем капельно-бороздкового полива. – Мелиорация и водное хозяйство, 2004, №3, с. 49-50.
4. Рахматиллоев Р. Технология программированного урожая хлопчатника при различных способах орошения в Таджикистане. – Душанбе: «Статус», 2004. 94 с.
5. Ромащенко М.И. Совершенствование технологии и технических средств микроорошения сельскохозяйственных культур: Автореф. дис. ...д-ра. техн. наук. – М., 1995, 60 с.
6. Сайфуллоев Т. Низконапорная система капельного орошения виноградников на склоновых землях: Автореф. дис. ...канд. техн. наук. – Фрунзе, 1990, 25 с.
7. Walson K. Irrigation micro-irrigation has many advantages irapegrower wine taker, 1980, 195:15-16.
8. White J. Drip irrigation new to massive, 1000acre vineyard. // Irrigation. Age.1994, 18,8:24 V. 24W, 24K
9. Полубаринова-Кочина П.Я., Пряжинская В.Г., Эмих В.Н. Математические методы в вопросах орошения. – М.: Наука, 1969. 414 с.
10. Комилов О.К., Сатторов М.А. Освоение просадочных земель. – Душанбе: Ирфон, 1986. 63с. (на тадж. яз.).

И.И.Икромов

МОДЕЛҲОИ МАТЕМАТИКӢ БАРОИ МУАЙЯН КАРДАНИ ЧУЗӢИӢТИ ТЕХНИКАИ ОБМОНИИ ЧАКРАГӢ (МИКРОФАВРАКӢ) – ЧӢЯКИИ БОҒОТ

Донишгоҳи аграрии Тоҷикистон ба номи Ш.Шоҳтемур

Дар мақола натиҷаи таҳқиқоти саҳроии технологияи нави обёрии чакрагӣ (микрофаврақӣ)-чӯякии боғот оварда шуда, вобастагии сарфи микрооббаро аз нишебии қитъаи обмонӣ қад-қади чӯяқҳои (ё микрочӯяқҳои) кӯтоҳ муайян карда шудааст. Таҳқиқоти таҷрибавӣ бо тарзҳои математикӣ

хаммонанд карда шудааст. Моделҳои математикии қор карда баромадашуда пешниҳод гардида, дар асоси онҳо ҷузъиёти техникаи обмонӣ бо технологияи пешниҳодгардида муайян карда шудааст, ки он то 90-95% баробар намшавии қабати хоки решаҳои растаниро таъмин менамояд.

Калимаҳои калидӣ: моделҳои математикӣ, ҷузъиёти техникаи обмонӣ, обмони чакрагӣ (микрофаврагӣ)-ҷӯякии обмонӣ, ҷӯякҳои (ё микроҷӯякҳои) кӯтоҳ, ҷуқурии намшавӣ, баробар намшавии қабати хоки решаҳои растани.

I.I.Ikromov

MATHEMATICAL MODELS FOR DETERMINING THE ELEMENTS OF THE DRIP (MICRO-JET) TECHNIQUE – FURROW IRRIGATION OF GARDENS

Tajik Agrarian University named after Sh.Shokhtemur

In this article the results of field studies of a new technology and - drip (micro-jet) - beard irrigation of gardens, revealed the dependence of the flow rate of the micro-outlet on the slope of the irrigated area along short furrows (or micro-furrows) are presents. The identification of the experimental research carried out using mathematical methods is carried out. The developed mathematical models are given, on the basis of which the elements of the technique of the proposed irrigation technology are determined, providing 90-95% - uniform moisture of the root layer of the soil.

Key words: mathematical models, elements of irrigation technique, drip (micro-jet) - beard irrigation, short furrow (or micro-furrow), moisture depth, uniform wetting of the root layer of soil.

УДК 541.123.7

М.Т.Жумаев, Б.М.Ибрагимова, Л.Солиев

РАСТВОРИМОСТЬ В СИСТЕМЕ K_2SO_4 - $KHCO_3$ - KF - H_2O ПРИ $0^\circ C$ *Таджикский государственный педагогический университет им. С.Айни**(Представлено академиком НАН Таджикистана У.М.Мирсаидовым 08.01.2022 г.)*

Рассмотрены результаты изучения растворимости в системе K_2SO_4 - $KHCO_3$ - KF - H_2O при $0^\circ C$ и строение её диаграммы при данной температуре.

Ключевые слова: *растворимость, жидкая фаза, химический анализ, кристаллооптический анализ, диаграмма, геометрические образы.*

Четырёхкомпонентная система K_2SO_4 - $KHCO_3$ - KF - H_2O является составной частью более сложной шестикомпонентной системы $K, Ca//SO_4, CO_3, HCO_3, F-H_2O$. Состояние фазовых равновесий в ней и составляющих её пяти- и четырёхкомпонентных системах определяют условия утилизации жидких отходов алюминиевого производства, которые содержат фториды, карбонаты, гидрокарбонаты и сульфаты натрия, калия и кальция [1,2].

В настоящей работе рассмотрены результаты исследования системы K_2SO_4 - $KHCO_3$ - KF - H_2O при $0^\circ C$ методом растворимости с целью установления концентрационных параметров положения её геометрических образов и соотношения полей кристаллизации индивидуальных равновесных твёрдых фаз. Ранее [3] методом трансляции были установлены фазовые равновесия исследуемой системы и построена её фазовая диаграмма.

Экспериментальная часть

Равновесными твёрдыми фазами исследуемой системы при $0^\circ C$ являются: K_2SO_4 – арканит (Ар); $KHCO_3$ – калицинит (Кц) и KF – каробиит (Кб). Для опытов были использованы следующие реактивы: K_2SO_4 (х.ч.); $KHCO_3$ (ч.); KF (ч.). Опыты проводили согласно методу донасыщения [4].

Исходя из данных литературы [5,6], нами предварительно были приготовлены смеси осадков с насыщенными растворами, соответствующих неинвариантным точкам, составляющих исследуемую четырёхкомпонентную систему трёхкомпонентных систем: K_2SO_4 - $KHCO_3$ - H_2O ; K_2SO_4 - KF - H_2O и $KHCO_3$ - KF - H_2O при $0^\circ C$. Затем, исходя из схемы трансляции неинвариантных точек уровня трёхкомпонентного состава на уровень четырёхкомпонентного состава [3], приготовленные насыщенные растворы с соответствующими равновесными твёрдыми фазами, перемешивая, термостатировали при $0^\circ C$ до достижения равновесия.

Термостатирование проводили в ультратермостате U-8. Перемешивание смеси осуществляли с помощью магнитной мешалки PD-09 в течение 50-100 часов. Температура поддерживалась с точностью $\pm 0.1^\circ C$ с помощью контактного термометра. За кристаллизацией твёрдых фаз наблюдали с помощью микроскопа «ПОЛАМ-Р 311». После достижения равновесия в системе равновесные твёрдые фазы сфотографировали цифровым фотоаппаратом «SONY-DSC-S500». Достижение равновесия ус-

Адрес для корреспонденции: Жумаев Маъруфжон Тагаймуротович. 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 121, Таджикский государственный педагогический университет. E-mail: jumaev_m@bk.ru

танавливалось по неизменности фазового состава осадков. Отделение жидкой и твёрдой фазы осуществляли с помощью вакуумного насоса через обеззоленную (синяя лента) фильтровальную бумагу на воронке Бюхнера. Осадок после фильтрации промывали 96%-м этиловым спиртом и высушивали при 120°C.

Результаты и их обсуждения

Химический анализ жидкой фазы проводили по известным методикам [7-9] и результаты представлены в табл. 1.

Таблица 1

Растворимость в узловых (нонвариантных) точках системы K_2SO_4 - $KHCO_3$ - KF - H_2O при 0°C

№ точек	Состав жидкой фазы, масса %				Фазовый состав осадков
	K_2SO_4	$KHCO_3$	KF	H_2O	
e_1	6.78	-	-	93.22	Ар
e_2	-	18.69	-	81.31	Кс
e_3	-	-	30.8	69.2	Кб
E_1^3	3.36	29.43	-	67.21	Ар + Кс
E_2^3	4.16	-	18.03	77.81	Ар + Кб
E_3^3	-	16.45	12.17	71.38	Кс + Кб
E_1^4	10.32	18.53	24.90	46.25	Ар + Кс + Кб

Результаты кристаллооптического анализа [10] равновесных твёрдых фаз (микрофотографии) представлены на рис. 1.

На основании полученных данных построена диаграмма растворимости системы K_2SO_4 - $KHCO_3$ - KF - H_2O при 0°C, которая представлена на рис. 2. Положения нонвариантных точек уровня трёх- (E_n^3) и четырёхкомпонентного (E_n^4) составов, где n – номера точек, на диаграмме установлены по массцентрическому методу [11]. В связи с малой растворимостью солей в приведенных условиях, что сопровождается смещением положения фигуративных точек смесей к водному углу, концентрация воды взята в соотношении 1:5.

На рис. 2 отражено взаимное расоложение и относительные размеры полей кристаллизации соответствующих равновесных фаз. Как следует из рис. 2, при 0°C в исследуемой четырёхкомпонентной системе поле кристаллизации арканита (K_2SO_4) занимает её значительную часть, что характеризует малую растворимость этой соли в приведённых условиях (см. табл. 2).

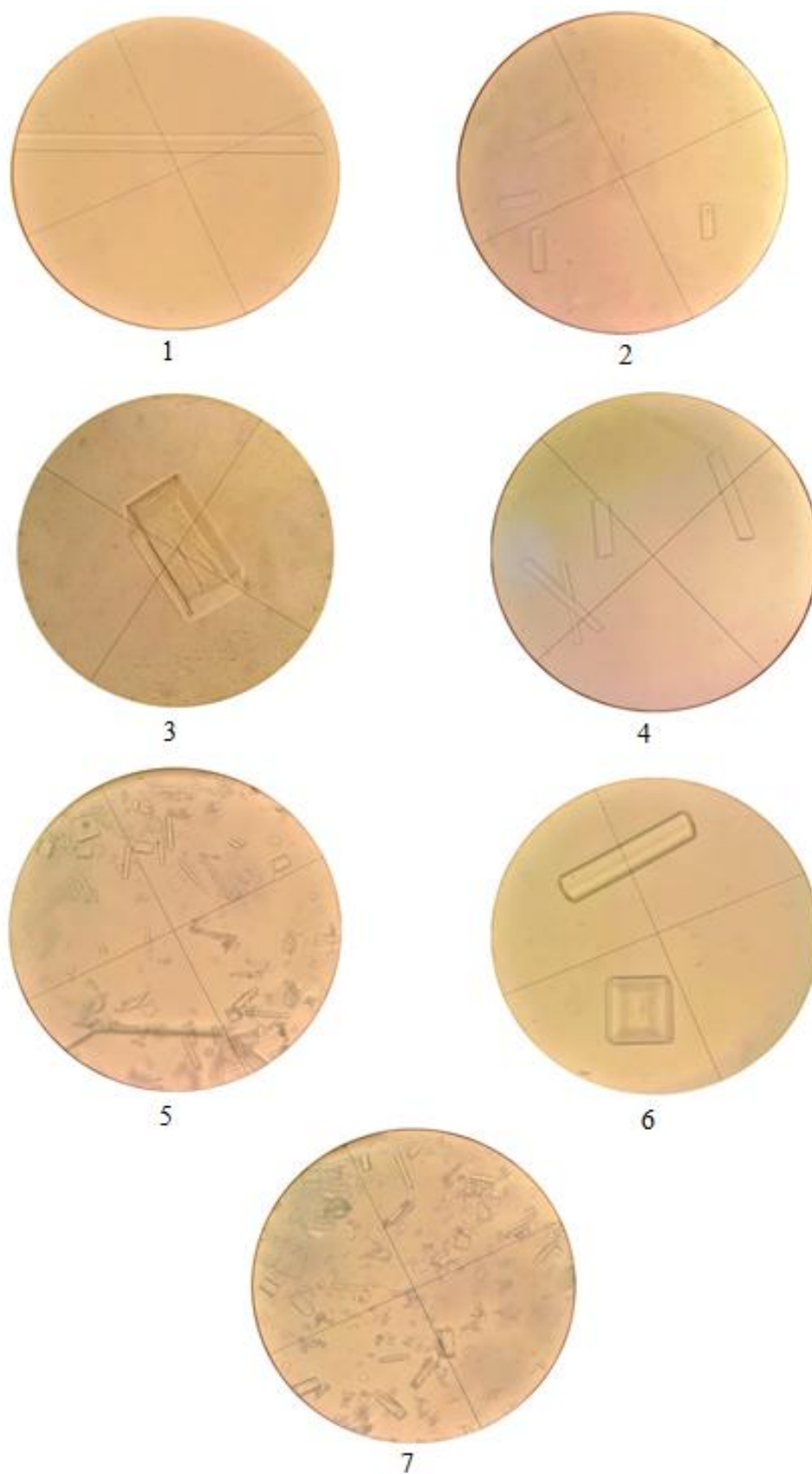


Рис. 1. Микрофотографии равновесных твёрдых фаз системы K_2SO_4 - $KHCO_3$ - KF - H_2O при $0^\circ C$:
 1 – Ar; 2 – Kц; 3 – Кб; 4 – Ar+Kц; 5 – Ar+Кб; 6 – Kц+Кб; 7 – Ar+Кб+Kц.

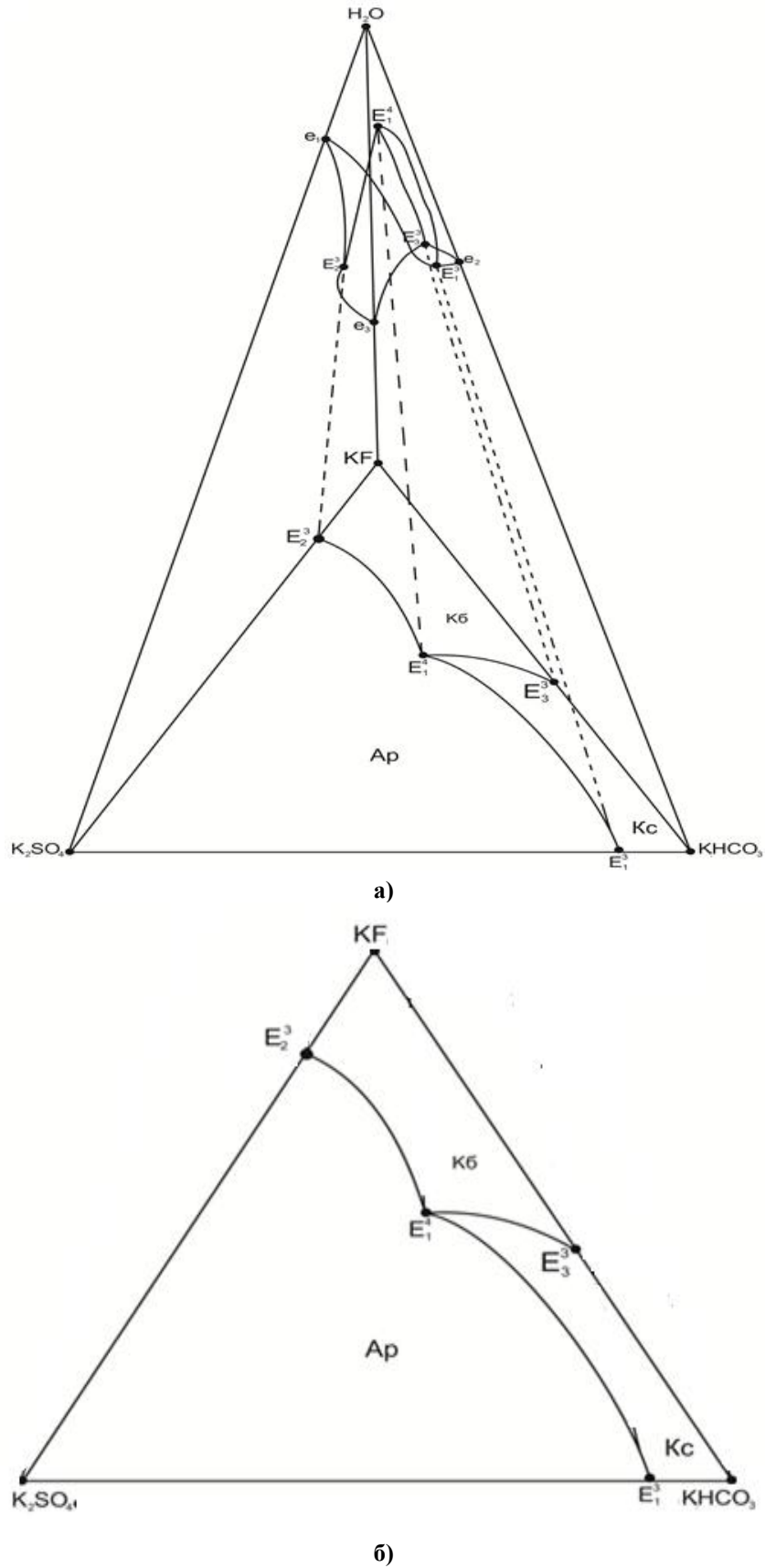


Рис. 2. Диаграммы растворимости системы K_2SO_4 - $KHCO_3$ - KF - H_2O при $0^\circ C$: а) общая; б) солевая часть.

Таблица 2

Описание содержания геометрических образов
(поля, кривые, точки) (см. рис. 2)

Обозначения геометрических образов	Расшифровка обозначений
e_1	Растворимость сульфата калия в воде
e_2	Растворимость гидрокарбоната калия в воде
e_3	Растворимость фторида калия в воде
E_1^3	Точка совместной кристаллизации Ар+Кс в системе K_2SO_4 - $KHCO_3$ - H_2O
E_2^3	Точка совместной кристаллизации Ар+Кб в системе K_2SO_4 - KF - H_2O
E_3^3	Точка совместной кристаллизации Кб+Кс в системе KF - $KHCO_3$ - H_2O
E_1^4	Точка совместной кристаллизации Ар+Кс+Кб в системе K_2SO_4 - $KHCO_3$ - KF - H_2O
$e_1-E_1^3$	Кривая кристаллизации Ар в системе K_2SO_4 - $KHCO_3$ - H_2O
$e_1-E_2^3$	Кривая кристаллизации Ар в системе K_2SO_4 - KF - H_2O
$e_2-E_1^3$	Кривая кристаллизации Кс в системе $KHCO_3$ - K_2SO_4 - H_2O
$e_2-E_3^3$	Кривая кристаллизации Кс в системе $KHCO_3$ - KF - H_2O
$e_3-E_2^3$	Кривая кристаллизации Кб в системе KF - K_2SO_4 - H_2O
$e_3-E_3^3$	Кривая кристаллизации Кб в системе KF - $KHCO_3$ - H_2O
$E_1^3-E_1^4$	Кривая совместной кристаллизации Ар+Кс в системе K_2SO_4 - $KHCO_3$ - H_2O
$E_2^3-E_1^4$	Кривая совместной кристаллизации Ар+Кб в системе K_2SO_4 - KF - H_2O
$E_3^3-E_1^4$	Кривая совместной кристаллизации Кс+Кб в системе $KHCO_3$ - KF - H_2O
$e_1-E_1^3-E_1^4-E_2^3$	Поле кристаллизации Ар в системе K_2SO_4 - $KHCO_3$ - KF - H_2O
$e_2-E_3^3-E_1^4-E_1^3$	Поле кристаллизации Кс в системе K_2SO_4 - $KHCO_3$ - KF - H_2O
$e_2-E_2^3-E_1^4-E_3^3$	Поле кристаллизации Кб в системе K_2SO_4 - $KHCO_3$ - KF - H_2O

Поступило 10.01.2022 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Морозова В.А., Ржечицкий Э.П. Растворимость в системе NaF - Na_2SO_4 - $NaHCO_3$ - H_2O при 0°C. – Журн. прикл. химии, 1976, т. 49, №5, с. 1152.
2. Морозова В.А., Ржечицкий Э.П. Растворимость в системе NaF - $NaHCO_3$ - H_2O , NaF - Na_2SO_4 - H_2O и NaF - Na_2CO_3 - H_2O при 0°C. – Журн. неорг. химии, 1977, т. 22, №3, с. 873.
3. Солиев Л., Худоёрбекова З.П., Низомов И.М. Фазовые равновесия системы K_2SO_4 - K_2CO_3 - $KHCO_3$ - H_2O при 25°C. – Доклады Академии наук Республики Таджикистан, 2016, т. 59, № 5-6, с. 236-241.
4. Горощенко Я.Г., Солиев Л., Горников Ю.И. Определение положения невариантных точек на диаграммах растворимости методом донасыщения. – Укр.хим.журн., 1987, т. 53, № 6, с. 568.
5. Справочник экспериментальных данных по растворимости многокомпонентных водно-солевых систем. т.1., кн. 1-2. – СПб.: Химиздат, 2003, 1151с.
6. Справочник экспериментальных данных по растворимости многокомпонентных водно-солевых систем. Т. II, кн. 1.-2 – СПб.: Химиздат, 2004, 1247 с.
7. Крешков А.П. Основы аналитической химии. – Л.: Химия, 1970, 456 с.
8. Анализ минерального сырья (под общей ред. Книпович Ю.Н., Морачевского Ю.В.). – Л.: Госхимиздат. 1959, 947 с.
9. Резников А.А., Муликовская Е.П., Соколов И.Ю. Методы анализа природных вод. – М.: Недра, 1970, 488 с.
10. Татарский В.Б. Кристаллооптика и иммерсионный метод анализа веществ. – Л.: ЛГУ, 1948, 268 с.

11. Горощенко Я.Г. Массцентрический метод изображения многокомпонентных систем. – Киев: Наукова думка, 1982, 264 с.

М.Т.Жумаев, Б.М.Ибрагимова, Л.Солиев

ҲАЛШАВАНДАГИИ СИСТЕМАИ K_2SO_4 - $KHCO_3$ - KF - H_2O ДАР ҲАРОРАТИ $0^\circ C$

Донишгоҳи давлатии омӯзгории Тоҷикистон ба номи С.Айнӣ

Дар натиҷаи тадқиқот ҳалшавандагии системаи K_2SO_4 - $KHCO_3$ - KF - H_2O барои ҳарорати $0^\circ C$ омӯхта шуда, диаграммаи ҳалшавандагии он барои ҳарорати додашуда, сохта шудааст.

Калимаҳои калидӣ: ҳалшавандагӣ, фазаи моеъ, таҳлили химиявӣ, таҳлили кристаллооптикӣ, диаграмма, элементҳои геометрӣ.

М.Т.Жумаев, Б.М.Ибрагимова, Л.Солиев

SOLUBILITY IN THE K_2SO_4 - $KHCO_3$ - KF - H_2O SYSTEM AT $0^\circ C$

S.Ayny Tajik State Pedagogical University

The paper considers the results of studying the dissipability in the K_2SO_4 - $KHCO_3$ - KF - H_2O system at $0^\circ C$ and the structure of its diagram at a given temperature.

Key words: solubility, liquid phase, chemical analysis, crystal optical analysis, diagram, geometric images.

УДК 664.6

М.Б.Шарипова

ВЛИЯНИЕ НЕТРАДИЦИОННЫХ ВИДОВ МУКИ НА ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МУЧНЫХ КОНДИТЕРСКИХ ИЗДЕЛИЙ

*Технологический университет Таджикистана**(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана Рахимовым И.Ф. 22.02.2022 г.)*

В статье рассмотрено использование нетрадиционных видов муки – льняной и гороховой муки в технологии мучных кондитерских изделий – кексов на химических разрыхлителях. Показано, что замена 10% традиционной пшеничной муки мукой из семян льна и гороха-нута не изменяет органолептические и физико-химические свойства кексов. Добавка данных видов муки приводит к улучшению физико-химических показателей кексов, определяющих их пищевую ценность, и к уменьшению времени их сушения. На примере кексов на химических разрыхлителях показана функциональность муки из семян льна и гороха-нута.

Ключевые слова: мучные кондитерские изделия, кексы, льняная мука, гороховая мука, органолептические и физико-химические показатели.

Проблема разработки и широкого использования функциональных продуктов питания приобрела огромное значение в эпоху развития глобального экологического кризиса. Повышение качества продуктов питания и улучшение их потребительских и функциональных свойств тесно связано с решением задач организации производства широкого ассортимента продуктов питания с применением нетрадиционного сырья. Проблема эффективного использования нетрадиционного экологически чистого растительного сырья в качестве пищевых добавок является актуальной задачей на сегодня, так как для поддержания здоровья человека первостепенное значение имеет полноценное питание. Состояние питания является одним из важнейших факторов, определяющих здоровье нации. Правительство Республики Таджикистан относит вопросы продовольственной безопасности населения к одному из трёх главных приоритетов развития страны [1]. Для решения задач, определенных в Национальной стратегии развития Республики Таджикистан на период до 2030 года, необходимо коренное совершенствование технологии получения традиционных продуктов с применением природных экологически чистых и безопасных ингредиентов. В связи с этим, нами исследуется возможность применения и разработка технологии мучных кондитерских изделий с использованием местного нетрадиционного сырья. В качестве объектов исследования нами выбраны кексы на химических разрыхлителях, а в качестве функциональных ингредиентов – мука из льняного семени и гороха нута.

Несомненно, кондитерские изделия нельзя считать продуктами, отвечающими принципам здорового и функционального питания из-за содержания большого количества жира, сахара и другой

Адрес для корреспонденции: Шарипова Мавзуна Бахриддиновна. 734061, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул.Н.Карабаява, 63/3, Технологический университет Таджикистана. E-mail: mavzuna-83@mail.ru

сдобы. Однако они имеют привлекательный внешний вид, высокие вкусовые качества и пользуются спросом среди значительной части населения и по этим показателям отвечают принципу обогащения функциональными ингредиентами, согласно которому, в первую очередь, необходимо обогащать продукты массового спроса, которыми пользуются широкие слои населения [2]. Выбор нетрадиционных льняной и гороховой муки, как обогащающих компонентов, обусловлен химическим составом данного сырья.

Белки семян льна по аминокислотному составу более полноценные, чем белки пшеничной и ржаной муки и могут дополнять их, повышая пищевую ценность хлебобулочных продуктов и кондитерских изделий [2]. Семена льна содержат растворимые полисахариды, которые обладают водосвязывающими и гелеобразующими свойствами, в связи с чем они могут оказывать протекторное действие на пищеварительную систему. Нерастворимые полисахариды льняного семени – пищевые волокна считаются важными функциональными ингредиентами, способствующими нормализации работы органов пищеварения. Не меньший практический интерес представляют также незаменимые полиненасыщенные жиры семейства омега-3 и омега-6, которые остаются в льняном семени после отжима масла и содержатся в количестве от 20 до 40% в составе льняной муки [3]. Горох-нут обладает целым рядом достоинств: содержит белки (20.1%), углеводы (46.1%), клетчатку (9.9%), витамины А (15 мкг%) и В₃ (3.3мг%), минеральные вещества. Особенно примечательным является содержание таких микроэлементов, как цинк, селен, медь, марганец. Следует отметить, что горох-нут обеспечивает суточную потребность организма по данным элементам соответственно на 24.52, 66 и 107% [4]. Как известно, белки зернобобовых культур, в том числе гороха-нута, являются более полноценными по сравнению с белками зерновых (пшеницы, ржи и т.д.), так как содержат повышенное количество незаменимых аминокислот – треонина, изолейцина, лейцина, валина, фенилаланина, лизина, триптофана. Например, содержание в горохе-нуте такой важной аминокислоты, как лизин, принимающей участие во многих биохимических процессах, составляет свыше 7% [5]. Важным функциональным показателем является содержание пищевых волокон. Горох-нут вполне отвечает этому требованию, так как содержание клетчатки в нём составляет почти 10%. Таким образом, химический состав обуславливает привлекательность гороха-нута и продуктов его переработки как обогащающего ингредиента в технологии функциональных продуктов.

При выборе указанных видов муки в качестве функционального ингредиента мы исходили из того, что введение их в рецептуру кексов на химических разрыхлителях взамен части традиционно используемой пшеничной муки высшего сорта будет способствовать обогащению кексов такими функциональными ингредиентами, как незаменимые аминокислоты, пищевые волокна и минеральные вещества.

Опытные и контрольные образцы кексов были изготовлены по известной технологии данного вида мучного кондитерского изделия [8] по рецептуре, приведенной в табл 1.

Таблица 1

Рецептура кексов на химических разрыхлителях

№	Ингредиенты	Количество, г		
		Контрольный образец	Опытный образец 1	Опытный образец 2
1	Мука пшеничная	200.0	180.0	180.0
2	Мука льняная	-	20.0	
3	Мука нутовая	-	-	20.0
4	Сметана	150.5	150.5	150.5
4	Масло сливочное	50.1	50.1	50.1
5	Сахар	150.2	150.2	150.2
6	Яйцо	2 шт	2 шт	
7	Ванилин	0.5	0.5	
8	Разрыхлитель	10.0 г	10.0 г	
9	Соль	0.5	0.5	

Результаты органолептического анализа опытных и контрольных образцов кексов показывают, что замена 10% пшеничной муки льняной и гороховой мукой из гороха-нута в целом не влияет на органолептические свойства изделий и эти свойства соответствуют ГОСТу на данные изделия.

Физико-химические показатели выпеченных изделий, такие как влажность, щелочность, содержание золы также соответствуют ГОСТу [6]. Полученные результаты представлены в табл. 2.

Таблица 2

Физико-химические показатели опытных и контрольных образцов кексов

№	Показатель	Контрольный образец	Показатели согласно ГОСТу 15052-2014	Опытный образец 1 (с льняной мукой)	Опытный образец 2 (с нутовой мукой)
1	Влажность, %	22.2	24.0-12.0	18.6	18.7
2	Щелочность, град.	1.46	Не более 2	1.05	0.85
3	Массовая доля золы, %	0.5	0.1	0.7	1.14
4	Активность воды A_w , %	0.89	0.9-0.6	0.67	0.76
5	Намокаемость, %	292.407	Не менее 150%	301.831	301.562

Полученные результаты показывают, что при замене части традиционной пшеничной муки льняной и нутовой мукой наблюдаются некоторые изменения в значениях физико-химических показателей у опытных и контрольных образцов. Так, в опытных образцах с льняной и нутовой мукой влажность уменьшается до 16.22 и 15.76% соответственно.

При уменьшении влажности пищевого продукта может снижаться также активность воды. Активность воды (A_w) характеризует степень активного участия воды пищевого продукта в химических реакциях – гидролитических процессах, окислении липидов, образовании меланоидинов и т.д. Данный показатель имеет важное значение также для микробиологических процессов, протекающих в пищевых продуктах. Так, для большинства патогенных микроорганизмов определены минимальные уровни активности воды, ниже которых они не могут развиваться. Для большинства бактерий предельное значения A_w составляет 0.9. Дрожжи и плесени могут расти при более низких значениях активности воды [7]. Снижение активности воды способствует предотвращению химических и микробиологических процессов, снижающих качество пищевых продуктов при хранении. Поэтому определение данного показателя имеет значение для установления сроков годности пищевого продукта.

Активность воды оказывает также большое влияние на органолептические свойства пищевых продуктов. Так, ряд исследователей отмечает, что существует определенный диапазон значений активности воды (0.35...0.50), при котором наблюдается ухудшение органолептических свойств – снижение хрупкости, рассыпчатости, усыхание и т.д. [8]. Этим обуславливают необходимость снижения активности воды в некоторых пищевых продуктах. В кондитерских мучных изделиях снижение активности воды достигается добавлением влагоудерживающих веществ. При этом следует отметить, что добавление некоторых влагоудерживающих веществ, например глицерина, приводит к появлению специфического вкуса и аромата у изделия, что не всегда является желательным. Активность воды в исследуемых кексах определялась нами по формуле [9]:

$$A_w = W / \%сах,$$

где A_w – активность воды, W – влажность изделия; $\%сах$ – общее содержание сахаров.

Полученные значения активности воды в опытных и контрольных образцах исследуемых кексов, представленные в табл. 3, показывают, что замена традиционной пшеничной муки льняной и нутовой мукой приводит к снижению активности воды в готовых кексах. Из этого следует, что данные образцы будут меньше подвержены микробиологической и биохимической порче и иметь более длительный срок хранения, чем изделия, изготовленные по традиционной рецептуре. Примечательно, что данный результат достигается без добавления дополнительных влагоудерживающих веществ, за счет повышения количества белков и полисахаридов, использованных нетрадиционных видов нутовой муки.

Вследствие использования химических разрыхлителей, кексы, как и другие мучные кондитерские изделия, в рецептуре которых применяются данные разрыхлители, обладают некоторой щелочностью, которая в пищевых продуктах нежелательна, так как она вызывает расход желудочного сока и ухудшает работу органов пищеварения. В связи с этим, максимально допустимое значение щелочности в мучных кондитерских изделиях согласно ГОСТу не должно превышать 2^0 . Наши исследования показали, что добавление муки из семян льна в рецептуру кексов уменьшает их щелочность на 0.11^0 или 7.5%, а при добавлении 10% муки из гороха-нута – на 0.61^0 или 41.78%. Такое изменение щелочности кексов способствует повышению пищевой ценности готовых кексов. Большее уменьшение щелочности кексов в случае применения гороховой муки связано, по-видимому, с большей её кислотностью.

В опытных образцах также увеличивается массовая доля золы. Содержание золы при внесении 10% льняной муки увеличивается до 0.7%, при внесении нутовой муки – до 1.14%, из чего следует, что в опытных образцах увеличивается содержание минеральных веществ.

Для оценки качества мучнисто-кондитерских изделий имеет большое значение намокаемость. Данный показатель связан с пористостью изделий, а также его усвояемостью. Намокаемость мучнисто-кондитерских изделий определяют путем замачивания его в воде в течение 2 минут и выражают как вычисленное в процентах отношение веса изделия до и после замочки. По ГОСТу она должна составлять не менее 150% для кексов.

Намокаемость изделий определялась по формуле [8]:

$$x = \frac{m - m_1}{m_1 - m_2} \cdot 100,$$

где m – масса камеры с намакшим изделием, г; m_1 – масса пустой камеры (после погружения в воду и вытирания внешней стороны), г; m_2 – масса камеры с сухим изделием, г.

Согласно результатам опытов, проведенных нами, при замене 10% традиционной пшеничной муки льняной и гороховой мукой, увеличивается намакаемость кексов: с льняной мукой – на 3.22%, гороховой мукой – на 3.09%.

С целью определения времени усыхания и установления сроков их годности определялось изменение массы изделий в течение 10 дней. Динамика изменения данного показателя приведена в табл. 3.

Таблица 3

Сохранение свежести кексов

№	№ образцов	Масса изделий (г) при хранении, дни					Потеря массы кексов при хранении, г
		1	4	6	8	10	
1	Контрольный образец № 1	33.013	29.29	28.63	28.51	28.51	7.503
2	Опытный образец № 2 (с льняной мукой)	33.00	30.164	30.00	29.75	26.41	6.19
3	Опытный образец № 3 (с нутовой мукой)	29.8	27.26	26.65	26.40	26.41	3.39

Как видно из данных табл. 3, уменьшение массы изделий вследствие потери влажности у опытных образцов меньше, чем у контрольных. Изменение массы контрольных образцов кексов при хранении в течение 10 дней составляет 22.72%, образцов с льняной мукой – 18.75%, образцов с гороховой мукой – 11.44%. Данные результаты вполне объяснимы с учетом химического состава гороховой муки. Как отмечалось выше, гороховая мука содержит большее количество белков, что приводит к увеличению ее водосвязывающей способности, обеспечивающей повышение сроков свежести кексов.

Таким образом, проведенные нами исследования показывают целесообразность использования нетрадиционных видов муки в технологии мучных кондитерских изделий, которая приводит к повышению пищевой и биологической ценности изделий.

Поступило 28.02.2022 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Национальная стратегия развития Республики Таджикистан на период до 2030 года. – 2016, с. 10-11.
2. Зубцов В.А., Миневич И.Э. Биологические и физико-химические основы использования льняной муки для разработки хлебобулочных изделий. - Хранение и переработка сельхозсырья, 2011, № 3, с. 10-13.
3. Казанцева И.Л. Научно-практическое обоснование и совершенствование технологии комплексной переработки зерна нута с получением ингредиентов для создания продуктов здорового питания. – Автореф. дисс. д.т.н. – Саратов, 2016, 47 с.

4. Новожилова Е.С., Рукшин Л.В., Логовская В.П. Исследование возможности использования гороховой муки в производстве сдобного печенья. – Научные труды УХТ, т.LIX, 2012, с.313-317.
5. Баранов, Б.А. Теоретические и прикладные аспекты показателя. – РЭА им. Плеханова. – СПб., 2000.
6. Ермолаев В.А., Изгарышев А.В. Активность воды как показатель хранимоспособности пищевых продуктов.гарышев. – Кемер. технол. ин-т пищевой пром-ти, 2009, с. 37-39.
7. Шалтумаев Т.Ш., Могильный М.П. Оценка качества новой кексовой продукции. – Труды КубГУ, №14, 2017, с. 86-95.
8. ГОСТ 15052-2014 – 2016. Межгосударственный стандарт. Кексы. Общие технические условия. – Москва: Изд-во стандартов, 2019. – 5 с. М.: Стандартиформ, 2019.

М.Б.Шарипова

ТАЪСИРИ ОРДҶОИ ҒАЙРИАНЪАНАВӢ БА ХОСИЯТҶОИ ФИЗИИКӢ-ХИМИЯВИИ МАҲСУЛОТИ ОРДӢ-ҚАННОДӢ

Донишгоҳи технологии Тоҷикистон

Дар мақолаи мазкур истифодаи орд аз тухми зағир ва аз нахӯд дар технологияи маҳсулоти қаннодии ордӣ (кексҳо) баррасӣ шудааст. Нишон дода шудааст, ки иловаи 10% орди зағир ҳангоми тайёр кардани кекс нишондодҳои физикию химиявии маҳсулоти тадқиқшавандаро мусбӣ тағйир медиҳад. Иловаи намӯдҳои орди ғайрианъанавӣ аз зироати зағир ва нахӯд ба афзоиши қимати ғизоии маҳсулоти тайёр ва мӯҳлати нигоҳдории тару тозагии он мусоидат менамояд.

Калимаҳои калидӣ: маҳсулоти қаннодии ордӣ, кекс, орд нахӯд, орд зағир, нишондодҳои сенсорӣ ва физикию химиявии маҳсулот.

M.B.Sharipova

INFLUENCE OF NON-TRADITIONAL TYPES OF FLOUR ON THE PHYSICAL AND CHEMICAL PROPERTIES OF FLOUR CONFECTIONERY PRODUCTS

Technological University of Tajikistan

The article considers the use of non-traditional types of bitches - flax and pea flour in the technology of flour confectionery – cakes on chemical baking powder. It is shown that the replacement of 10% of traditional wheat flour with flour from flax seeds and pea-chickpeas does not change the organoleptic and physico-chemical properties of cakes. The addition of these types of flour leads to an improvement in the physicochemical parameters of cakes, which determine their nutritional value, and to a decrease in their drying time. Using the example of cupcakes on chemical baking powder, the functionality of flour from flax seeds, peas and chickpeas is shown.

Key words: flour confectionery, cakes, pea flour, flax flour, organoleptic and physico-chemical parameters.

УДК 539.01

С.М.Бахронов

РАДИОНУКЛИДЫ В СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛАХ ТАДЖИКИСТАНА*Агентство по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности**НАН Таджикистана**(Представлено академиком НАН Таджикистана У.М.Мирсаидовым 28.02.2022 г.)*

В статье приведены результаты исследования минерально-сырьевой базы промышленности строительных материалов Республики Таджикистан природного и техногенного происхождения на содержание естественных радионуклидов. Определена суммарная удельная активность естественных радионуклидов в строительных материалах. Выявлено, что удельная активность строительных материалов колеблется в диапазоне от 1 до 320 Бк/кг.

Ключевые слова: *ионизирующие источники, строительные материалы, естественные радионуклиды, удельная активность.*

Многие виды строительных материалов, как импортруемых, так и местное сырьё, используемые в промышленности при производстве строительных материалов (камни, огнеупорные глины, тугоплавкие эмали, пигменты, граниты, цементы и др.) по содержанию природных радионуклидов имеют пороговые значения действующих норм радиационной безопасности.

В Республике Таджикистан начата работа по радиационному мониторингу строительных материалов, создаётся система эффективного радиационного контроля, и применяются неотложные меры по обеспечению радиационной безопасности работающих на всех этапах технологического процесса производств.

Поскольку население большую часть времени проводит внутри помещений, на дозу от природных источников ионизирующего излучения существенно влияют естественные радионуклиды (ЕРН), содержащиеся в материалах, а также особенности конструкций зданий. Любое минеральное сырьё, используемое в строительстве, содержит радиоактивные вещества в различных концентрациях. Это так называемая природная радиоактивность. Она присутствует как в сырьё (щебень, песок, цемент и пр.), так и в готовой продукции (кирпич, керамическая плитка, железобетонные конструкции, товарный бетон и растворы, искусственные камни, облицовочные плиты) [1].

Большинство строительных материалов непосредственно являются природными компонентами экосистемы и поэтому имеют свои специфические радиационные свойства. Например, все строительные материалы минерального состава содержат в различном количестве химические элементы, изотопы которых радиоактивны. Наиболее опасными в этом отношении могут быть строительные материалы из природного камня и материалы на основе минеральных вяжущих. Кроме того, необходимо знать, что для одного и того же вида материала показатели по радиоактивности могут отличаться

Адрес для корреспонденции: Бахронов Содиждихон Манонджонович. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр.удаки, 33, Агентство по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности НАНТ. E-mail: s.bahronov@cbrn.tj

ся в зависимости от местоположения месторождения, поэтому возможен некоторый разброс данных от средних фоновых значений [2].

Естественная радиоактивность строительных материалов обусловлена содержанием в них природных радионуклидов, а именно: Ra-226 (его продукты распада - Rn-222 и Tn-220), Th-232, K-40.

Объект и цель исследования

Объектом исследования является минерально-сырьевая база промышленности строительных материалов Республики Таджикистан природного и техногенного происхождения. *Предметом* исследования является радиоизотопный состав, совокупность излучений (удельная активность) долгоживущих природных радионуклидов.

Цель работы – рассмотреть сущность радионуклидов в строительных материалах, широко используемых в Республике Таджикистан, изучить требования ГОСТ и НРБ-06 с целью разработки необходимых мер по совершенствованию технологии производства, снижению и смягчению радиационного риска, своевременной и надежной защиты населения [3].

Исследования радиационных характеристик строительных материалов помещений, разработка методов, средств и рекомендаций по их снижению являются актуальной и своевременной задачей, поскольку при дальнейшем развитии промышленности радиоэкология и безопасность в системе «минеральное сырье - материалы и продукция - население» имеет тенденцию к дальнейшему ухудшению. Это связано с отсутствием теоретической базы снижения мощности дозы в помещениях с учётом эффективной удельной активности отделочных материалов.

Отбор проб

Отбор и подготовку проб проводили в соответствии с ГОСТ 30108-94 «Материалы и изделия строительные. Определение удельной эффективной активности естественных радионуклидов». Объём проб в геометрии сосуда Маринелли составлял 1000 см³. Масса проб определялась взвешиванием на электронных весах с точностью ±5 г, герметично укупоренные пробы выдерживались в течение 30 суток с целью достижения равновесия Ra-226 с дочерними продуктами распада.

Методика эксперимента

Исследования проб минерального сырья и готовой продукции на его основе проведены согласно нормативными документами: «Нормы радиационной безопасности (НРБ-06)» и ГОСТ 30108-94. В соответствии с данным ГОСТом, ЕРН - основные радиоактивные нуклиды природного происхождения, содержащиеся в строительных материалах: радий (Ra-226), торий (Th-232), калий (K-40) [2-5].

В стандарте прописаны способы измерения удельной эффективной активности радионуклидов и в зависимости от значений выделены классы строительных материалов.

Удельная эффективная активность ЕРН ($A_{эфф.}$) – суммарная удельная активность ЕРН в материале, определяемая с учётом их биологического воздействия на организм человека:

$$A_{эфф.} = A_{Ra} + 1.31A_{Th} + 0.085A_K,$$

где A_{Ra} и A_{Th} – удельная активность радия-226 и тория-232, находящихся в равновесии с остальными членами уранового и ториевого рядов; A_K – удельная активность калия-40, Бк/кг.

Стандарт устанавливает экспрессный и лабораторный методы определения удельной эффективной активности ЕРН в строительных материалах и изделиях.

Определение удельных активностей ЕРН в образцах проводилось с помощью многоканального полупроводникового гамма-спектрометра «CANBERRA» с детектором из особо чистого германия в свинцовой защите. Градуировка спектрометра по энергии и эффективность регистрации гамма-квантов с энергиями от 59.540 кэВ (Am-241) до 1836.030 кэВ (Y-88) выполнена с помощью стандартного набора образцовых гамма-источников типа CBSS-2, состоящего из 10 изотопов.

Обработка и оценка погрешности измерений Δ производилась в соответствии с методикой выполнения измерений отдельно для каждой навески и для каждого ЕРН. Абсолютную погрешность определения значений $A_{эфф.}$ вычисляли по формуле:

$$\Delta = \sqrt{\Delta_{Ra}^2 + 1.7 \cdot \Delta_{Th}^2 + 0.007 \cdot \Delta_K^2}$$

где Δ_j – погрешность определения удельной активности j -го радионуклида в пробе, оцениваемая в соответствии с методикой выполнения измерений [4].

За результат определения удельной эффективной активности ЕРН в контролируемом материале и установления класса материала принимали значение, определяемое по формуле:

$$A_{эфф.м} = A_{эфф} + \Delta.$$

Результаты и обсуждение

При проведении выборочного радиометрического анализа в работе исследовались некоторые виды строительных материалов, результаты анализа приведены в табл.1.

Анализ данных табл.1 указывает на то, что удельная активность строительных материалов колеблется в диапазоне от 1 до 320 Бк/кг. Наиболее высокими удельными активностями обладают строительные материалы из гранитных пород, пород вулканического происхождения; более низкими значениями удельной активности характеризуются карбонатные породы (известь, гипс).

Статистическая обработка результатов измерений позволила установить, что наименьшие значения удельной эффективной активности ЕРН наблюдаются у шпаклёвки (0.88 Бк/кг), кварцевого песка (7,73 Бк/кг), облицовочного гранита (7.62 Бк/кг), извести (31.44 Бк/кг), гипса (39.90 Бк/кг), красной глины (79.58 Бк/кг) и портландцемента (77.13 Бк/кг). Плиточные клеи (от 143.19 до 193.36 Бк/кг), керамический кирпич (116.85 Бк/кг), камень для облицовки (163.15 Бк/кг), строительный песок (213.45 Бк/кг), щебень (229.03 Бк/кг), керамическая плитка глазурованная (254.94 Бк/кг) и природный гранит (321 Бк/кг) имеют несколько повышенные значения $A_{эфф.}$

Повышенные значения $A_{эфф.}$ для плиточного клея обусловлены тем, что этот материал в основном содержит цемент и песок. По результатам исследования видно, что величины удельной активности разных товарных знаков плиточного клея отличаются друг от друга. Эти различия значений $A_{эфф.}$ зависят от соотношения цемента и песка в составе плиточного клея.

Как видно из табл. 1, самая наименьшая величина $A_{эфф.}$ ЕРН наблюдается у шпаклёвки, потому что она содержит в основном мел, а у мела значение удельной эффективной активности ЕРН очень низкое.

Изучение степени радиоактивного загрязнения магматических горных пород показало, что $A_{эфф}$ гранитов Шайданского месторождения в несколько раз выше активности гранита других месторождений Таджикистана. В силу генезиса и геохимических особенностей залегания магматических горных пород эффективная удельная активность в пределах месторождения и даже в пределах одной партии сырья может изменяться в широких пределах – от 66 до 445 Бк/кг и выше.

Таблица 1

Средняя удельная активность естественных радионуклидов в строительных материалах
Таджикистана

№	Наименование материала	Удельная активность, Бк/кг			$A_{эфф}$ Бк/кг	$\pm\Delta$, Бк/кг
		К-40	Ra-226	Th-232		
1	Клей плиточный «Oelfin», Душанбе, Таджикистан	514.74±21.46	65.46±5.94	35.02±0.74	154.09	6.28
2	Клей плиточный, Душанбе, Таджикистан	544.45±22.69	56.96±5.21	30.50±0.65	143.19	5.61
3	Клей плиточный «Laman», Душанбе, Таджикистан	591.03±24.96	89.08±8.36	41.25±1.04	193.36	8.72
4	Клей плиточный «Pufas», Душанбе, Таджикистан	595.2±25.26	77.15±7.54	38.54±1.05	178.23	7.95
5	Шпаклёвка «NG», Душанбе, Таджикистан	10.41±1.31	-	-	0.885	0.11
6	Шпаклёвка «Кристал», Душанбе, Таджикистан	12.54±1.64	-	-	1.066	0.13
7	Шпаклёвка «Арсенал», Душанбе, Таджикистан	16.57±1.50	-	-	1.408	0.12
8	Природный гранит белый, Таджикистан	701.98±29.14	117.20±33.02	108.53±1.87	319.04	33.20
9	Природный гранит красный, Таджикистан	587.57±24.41	170.17±14.92	77.11±1.36	321.13	15.16
10	Гранит облицовочный, Таджикистан	54.23±2.44	-	2.30±0.12	7.62	0.26
11	Кварцевый песок	-	6.25±3.33	1.13±0.074	7.73	3.33
12	Красная глина Ширкент, Таджикистан	373.30±21.51	-	36.53±2.77	79.58	4.04
13	Песок строительный, Душанбе	839.80±34.95	80.44±7.33	47.04±1.02	213.45	8.00
14	Щебень строительный, Душанбе, Таджикистан	739.22±31.62	100.47±10.06	50.17±1.38	229.03	10.56
15	Керамический кирпич, Душанбе, Таджикистан	580.13±24.30	5.54±0.49	42.75±0.89	110.85	2.39
16	Керамический кирпич, Турсунзаде, Таджикистан	347.10±15.54	54.22±9.8	25.29±1.68	116.85	10.12
17	Портландцемент М400, Таджикистан	155.21±6.58	43.70±10.23	15.45±0.34	77.13	10.25
18	Цемент «Хуаксин-Яван» М500, Яван, Таджикистан	138.81±10.26	94.71±8.52	-	106.51	8.56
19	Известь, Кизилкала, Таджикистан	25.72±1.86	29.25±14.40	-	31.44	14.40
20	Гипс	118.14±11.27	24.31±9.54	4.24±0.27	39.90	9.59
21	Цемент «Укоб» М400, Согдская область, Таджикистан	127.84± 5.51	49.20±12.54	19.98±0.48	86.24	12.56
22	Камень природный облицовочный	520.78±21.90	68.99±23.45	38.09±0.85	163.15	23.55
23	Плитка керамическая глазурованная	337.70±14.21	107.89±24.40	90.34±1.61	254.94	24.52

Повышенное содержание Ra-226 в цементе марки М-500 Яванского завода связано с вводом добавок при обжиге и помолу портландцементного клинкера, а также с обогащением сырьевых мате-

риалов радием в процессе высокотемпературной обработки за счёт диссоциации известняка и удаления воды из глинистых пород.

Низкая концентрация К-40 в цементах, в отличие от большинства строительных материалов, объясняется преобладанием в составе сырьевой шихты известняка (80%) и высокой температурой обжига, в процессе которого происходит улетучивание щелочей. При этом, как известно, калий является более летучим соединением из-за своего большего ионного радиуса (0.133 нм).

Наиболее перспективными для производства стройматериалов (с позиции радиационной гигиены) следует считать материалы, сырьём для которых являются карбонатные породы и гипсовый камень, имеющие меньшую удельную эффективную активность естественных радионуклидов. К этой группе можно отнести основные минеральные вяжущие вещества: цемент, строительные гипс и известь (изготовленные на основе природного сырья), а также материалы на их основе.

В табл. 2 приведены сравнительные данные эффективной удельной активности естественных радионуклидов цемента по ряду зарубежных стран.

Таблица 2

Сравнение удельной активности естественных радионуклидов цемента разных стран мира

№	Страна	Удельная активность, Бк/кг			$A_{эфф.}$ Бк/кг
		К-40	Ra-226	Th-232	
1	Таджикистан	155.21	43.70	15.45	77.13
2	Норвегия	241	30	18	74.07
3	Венгрия	149	26	18	62.25
4	Финляндия	241	44	26	98.54
5	Швеция	241	55	47	137.06
6	США	111	18	11	41.85
7	Великобритания	155	22	18	58.76
8	Россия	172.5	32.8	15.9	68.29
9	Украина	187.0	43.9	21.8	88.35
10	Белоруссия	147	15.7	12.4	44.44

З а к л ю ч е н и е

Полученные системные анализы на радиационное качество карьерных материалов и готовой продукции свидетельствуют о том, что исследованные строительные материалы являются низкорadioактивными объектами и согласно НРБ-06 и ГОСТ 30108-94 относятся к I классу опасности и могут использоваться в строительстве без ограничений.

Рост требований к экологически безопасному строительству связан не просто с созданием комфортной среды проживания в доме, но и с обеспечением полной безопасности жилища для здоровья человека. Установление класса материала по радиационной безопасности в настоящее время сводится только к определению эффективной удельной активности естественных радионуклидов (ЕРН). Однако ЕРН не в полной мере характеризует, например, опасность радоновыделения. Материалы, относящиеся к безопасным по ЕРН, могут оказаться крайне опасными по радону за счет его высокой эманулирующей способности.

Важность экологической оценки строительных материалов по показателю ослабления ими гамма-излучения связана с проблемами радиационного загрязнения отдельных территорий в городе и, следовательно, с возможным повышением радиационного фона на площадках нового строительства и реконструируемых зданий.

Радиационный контроль строительных материалов и изделий носит многоуровневый характер, он проводится как на местах добычи минерального сырья (на карьерах), так и на предприятиях, занятых изготовлением строительных материалов (производственный контроль). В соответствии с законодательством, в рассматриваемой сфере деятельности администрация предприятий-изготовителей строительных материалов должна обеспечить сплошной контроль входящего сырья и выборочный – для готовых изделий.

В целом следует отметить, что для строительного сырья и материалов характерен большой диапазон изменчивости активности ЕРН, однако, как установлено, нормируемая величина удельной эффективной активности в строительных смесях может быть легко рассчитана по известным значениям $A_{эфф.}$ сырьевых материалов с учётом их массовых вкладов и особенностей технологий производства. Это важное обстоятельство, свидетельствующее о возможности управления радиационным качеством строительной продукции путём исключения или сокращения доли высокорadioактивного сырья в строительных материалах и изделиях.

Поступило 01.03.2022 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Соколов П.Э., Сидельникова О.П., Козлов Ю.Д. Необходимость контроля радиоактивности строительных материалов. – Строительные материалы, 1995, №9, с.18-19.
2. Бровцын А.К., Силантьев А.Н., Силантьев К.А. Радиоэкология минералов и материалов. – Огнеупоры и техническая керамика, 1997, №6, с.25-27.
3. Нормы радиационной безопасности (НРБ-06). – Душанбе: Дониш, 2006, 172 с.
4. Радченко Ю.С., Чернушевич Г.А. Радионуклиды в строительстве и безопасность человека. – V Междунар. симпозиум «Актуальные проблемы дозиметрии». – Минск: МГЭУ им. А.Д.Сахарова, 2005, 332 с.
5. ГОСТ 30108-94 «Материалы и изделия строительные. Определение удельной эффективной активности естественных радионуклидов». – М. Стандартинформ, 2007, 11 с.

С.М.Бахронов

РАДИОНУКЛИДҲО ДАР МАВОДҲОИ СОХТМОНИИ ТОЧИКИСТОН

Агентии амнияти химиявӣ, биологӣ, радиатсионӣ ва ядроии

Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон

Дар мақола натиҷаҳои тадқиқоти маъданҳои ашёи хомӣ саноатии масолеҳи сохтмони Ҷумҳурии Тоҷикистон пайдоиши табиӣ ва техногенӣ дошта барои мавҷудияти радионуклидҳои табиӣ оварда шудааст. Фаъолнокии ҳоси умумии радионуклидҳои табиӣ дар масолеҳи сохтмонӣ муайян карда шудааст. Маълум карда шудааст, ки фаъолнокии ҳоси умумии радионуклидҳои табиӣ дар масолеҳи сохтмонӣ аз 1 то 320 Бк/кг-ро ташкил медиҳанд.

Калимаҳои калидӣ: *манбаъҳои ионофар, масолеҳи сохтмонӣ, радионуклидҳои табиӣ, фаъолнокии ҳос.*

S.M.Bahronov

RADIONUCLIDES IN BUILDING MATERIALS OF TAJIKISTAN

Chemical, Biological, Radiological and Nuclear Safety & Security Agency

National Academy of Sciences of Tajikistan

In this article the results of research the base of mineral resource industrial constructing materials of the Republic of Tajikistan natural and technogenic origin for the content of natural radionuclides are presents. The total specific activity of natural radionuclides in building materials has been determined. It was revealed that the specific activity of building materials ranges from 1 to 320 Bq/kg.

Key words: *ionizing sources, building materials, natural radionuclides, specific activity.*

УДК 549.328.1

С.Б.Ятимов

ГАЛЕНИТ ИЗ МЕСТОРОЖДЕНИЙ КАНСАЙСКОГО РУДНОГО ПОЛЯ (СЕВЕРНЫЙ ТАДЖИКИСТАН)

Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии НАН Таджикистана

(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана А.Р.Файзиевым 18.01.2022 г.)

Галенит является самым распространенным минералом месторождений Кансайского рудного поля и имеет важное практическое значение. Макроскопическое и микроскопическое исследования показывают, что он в парагенетической ассоциации встречается со сфалеритом и пиритом. Количество галенита в среднем равно 2-4%, падая до долей процента и местами поднимаясь до 50-55%. Кроме основных элементов (свинца и серы), галениты содержат Ag, Cu, Zn, Fe, Bi, Sb, Se, Te. Характерным элементом галенитов является серебро. Часть серебра входит в состав галенита изоморфно, а другая в виде механических примесей серебряных минералов.

Ключевые слова: галенит, рудное поле Кансай, месторождение, минерал, сфалерит, пирит, серебро.

Галенит в общих чертах описан на месторождениях Кансайского рудного поля многими исследователями [1-7]. По данным этих исследователей и автора, в галенитах наблюдаются многочисленные мельчайшие включения серебряных минералов, в частности аргентита, самородного серебра, прустита, пирсеита и др.

Минерал имеет важное практическое значение для всех месторождений Кансайской группы. По геологическому положению можно выделить несколько типов галенита. Главная его масса на основных месторождениях связана с минерализованными разломами, особенно с местами их пересечения и сопряжения, где галенит неравномерно распределён в виде серии рудных тел различной формы и размеров. В этих телах галенит всегда сопровождается другими минералами. Ассоциации его очень разнообразны. Минералами, ассоциирующими с галенитом, являются следующие: с одной стороны, это сфалерит, пирит, арсенипирит (рис.), редко магнетит (ассоциации в сплошных сульфидных рудах), а с другой – минералы скарнов (вкрапленные руды в скарнах). Реже встречается галенит с кварцем и еще реже в «тектонической глинке» хлоритового состава. Местами крупные зерна галенита ассоциируют с марганцовистым гроссуляр-андрадитом и манганокальцитом, образующими гнезда в сплошных рудах или в скарнах. Самым постоянным спутником галенита является сфалерит. Значительно меньшее количество галенита связано с кварцевыми или кварцево-баритово-флюоритовыми жилами. Так, на месторождении Янгикан вкрапленность галенита приурочена к сети кварцевых жил, секущих скарны. Редкая вкрапленность минерала известна в Вульфенитовой жиле на площади Кансая, состоящей из кварца, барита и флюорита. На месторождении Ташкескен галенит

Адрес для корреспонденции: Ятимов Содикджон Бакоходжаевич. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни 267, Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии НАНТ. E-mail: yatimov.s.b@mail.ru

приурочен к окварцованным зонам в эффузивах и сопровождается флюоритом. Небольшое количество галенита наблюдается в виде рассеянной вкрапленности в измененных изверженных породах, скарнах и известняках, без видимой связи с минерализованными разломами.

Если рассматривать все находки галенита в целом, то можно заметить, что формы его развития довольно разнообразны. С одной стороны, это крупные зернистые массы или скопления (как правило, совместные с другими сульфидами, особенно со сфалеритом), а с другой – гнёзда, прожилки или рассеянные зерна. Иногда по трещинам в тектонической глинке можно видеть пленки галенита.

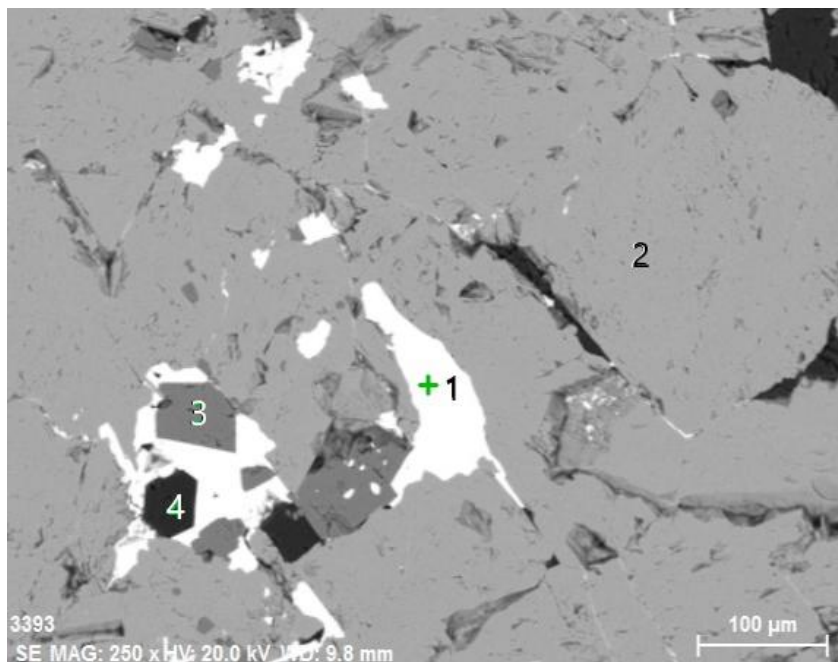


Рис. Галенит, пересекая арсенопирит, заполняет пространства между идиоморфными зернами пирита и кварца. Западный Кансай. 1 – галенит, 2 – арсенопирит, 3 – пирит, 4 – кварц.

Количество галенита в рудных телах колеблется в очень широких пределах. В среднем оно равно 2-4%, падая до долей процента и местами поднимаясь до 50-55%. Мономинеральные скопления галенита почти не встречаются, а если они и наблюдаются, то размеры их очень невелики.

Размеры отдельных зёрен галенита непостоянны. Наиболее крупные известны на Янгикане, где они образуют вкрапленность в жильном кварце, секущем скарны. Здесь известны отдельные индивиды до 6-7 сантиметров в поперечнике. В других месторождениях наиболее часто наблюдаются зерна в 3-5 мм, реже до 1 см. Значительно распространены мелкие зерна от 1-2 мм до мельчайших зёрен. В связи со сказанным можно выделить грубозернистый галенит (Янгикан), крупнозернистый, среднезернистый и мелкозернистый. Последние образования по своему типу приближаются к свинчаку.

Форма зёрен почти исключительно неправильная, иногда вытянутая. Края зерен извилистые. Ограненных кристаллов не наблюдалось, за исключением одного случая, когда очень небольшой кристалл октаэдрической формы был найден на Шевчуковском месторождении в виде вроска в грубозернистом манганокальците, давшем жилку в измененном скарне. Можно предположить, что отсутствие ограненных кристаллов связано с отсутствием друзовых пустот в рудах.

В краевых частях некоторых рудных тел (например Южное тело Восточного Камарса) зёрна галенита имеют сильно вытянутую форму и расположены параллельно друг другу, что придает текстуре этих образований струйчатый характер. Видимо, это связано с позднейшей перекристаллизацией вещества при подвижках ничтожной амплитуды.

Изучение галенита в полированных шлифах позволяет в большинстве случаев обнаружить присутствие в нем мельчайших вростков тетраэдрита, а иногда аргентита, галеновисмутина, буланжерита, прустита. Количество этих вростков очень невелико.

Физические свойства описываемого минерала всегда типичны. Цвет светло-серый, блеск сильный металлический. Как исключение наблюдались пленки галенита с тусклым блеском. Всегда хорошо заметна типичная спайность по кубу. В деформированных кристаллах наблюдается изогнутость по спайности.

Химический состав галенитов приводится многими исследователями (табл.). Как видно из этой таблицы, галениты могут содержать, кроме основных элементов (свинца и серы), Ag, Cu, Zn, Fe, Bi, Sb, Se, Te. Кроме того в образце 6 из Западного Канса обнаружен кадмий до 0.7 мас.%. Присутствие железа очевидно связано с пиритом, медь за счет примеси халькопирита, цинк - примеси сфалерита.

Ф.И.Вольфсоном [8] приводятся три химических анализа галенита из месторождений Окурдаван и Кансай (табл., обр. 6, 7, 10). Согласно ему в последнем случае галенит отличается большой чистотой. Наиболее интересны в нем примесь серебра (0.01-0.016%), теллура (0.017-0.02%) и висмута (0.01-0.02%).

Таблица

Химический состав галенитов, в мас. %

№№ пп	Месторождение. рудопроявление	Содержание элементов, мас.%											
		Pb	Ag	Cu	Zn	Fe	Bi	Sb	As	Te	Нераст. остатки	S	Сумма
1	Центральный Кансай	80.02	0.058	-	4.10	0.48	0.006	-	-	0.004	-	15.10	99.77
2		86.00	0.067	-	-	-	0.003	0.001	-	0.003	-	13.60	99.67
3		86.00	0.21	-	0.60	-	0.38	0.20	-	0.02	-	13.15	100.56
4		84.81	-	0.16	0.87	0.10	0.008	0.16	-	-	1.00	14.55	101.66
1	Кансай	85.25	-	0.07	0.18	0.40	0.01	-	-	-	0.16	13.69	99.76
1	Западный Кансай	86.67	0.016	0.035	-	0.40	0.025	-	-	0.02	0.085	13.40	101.35
2		86.21	-	-	-	0.09	0.01	-	-	0.017	-	13.39	99.70
3		85.68	0.45	-	-	-	-	-	0.70	-	-	12.96	99.34
4		86.31	0.058	-	-	-	-	-	0.81	-	-	12.24	99.36
1	Восточный Кансай	86.51	0.089	-	-	-	-	-	0.56	-	-	12.22	99.29
2		86.62	0.105	-	-	-	-	-	0.42	-	-	12.43	99.47
3		86.42	0.036	-	-	-	-	-	0.75	-	-	11.28	98.45
1	Шевчуковское	83.45	0.007	0.08	1.22	0.165	0.026	0.32	-	-	0.40	14.43	100.10
2		81.25	-	0.09	2.20	0.03	-	0.012	-	-	-	12.20	95.78
1	Окурдаван	86.27	0.01	-	-	-	-	-	-	0.02	-	13.40	99.68
2		85.56	0.15	0.18	0.19	0.042	0.46	0.13	-	0.006	1.09	14.08	101.88
3		84.54	0.15	0.18	0.19	0.04	0.046	0.13	-	0.006	1.09	13.08	99.45
4	Акташ	82.35	0.32	-	0.28	0.48	0.006	0.11	-	-	1.00	14.30	98.84
5	Южная Дарбаза	84.09	0.114	0.05	-	0.33	-	-	-	-	-	13.51	97.98

Примечание. Анализы 1-3 по В.С.Попову, 4, 13, 9, 16, 17 – по З.М.Протождяконовой, 5 – по В.Ф. Алявдину, Ю.А.Арапову, 8-12, 19 по автору, 6, 7, 15 – по Ф.И.Вольфсону, 18 – по В.Ф.Алявдину. В обр. 3 – 0.002, 10, 12 – 0.003, обр. 6 – 0.7 мас.% Cd.

В анализах мономинеральных фракций галенита из месторождения Кансай, сделанных нами методом мокрой химии и ICP-MS, обнаружено достаточно высокое содержание серебра (в среднем из восьми анализов 1144.8 г/т). Данные З.М.Протодьяконовой и В.С.Попова [4] также подтверждают сереброносность галенитов этого месторождения - 0.007-0.32%. Следует отметить, что часть серебра входит в состав галенита изоморфно, а другая в виде механических примесей серебряных минералов.

Поступило 25.01.2022 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Арапов Ю.А. Минералогия и геохимия Кансайского месторождения. – Труды ТПЭ 1934 г. – Л.: Изд. ТПЭ, 1936, 106 с.
2. Королева З.А. Парагенетические соотношения гипогенных минералов в некоторых рудопроявлениях Карамазара. – Ташкент: Фан, 1941, 164 с.
3. Дуброва И.В., Титов В.Н. Некоторые новые данные о минеральном составе руд свинцово-цинковых месторождений Кансайского рудного поля. – В сб.: Геология свинцово-цинковых месторождений Кансайского рудного поля. – М.: Наука, 1965, с. 90-114.
4. Протодьяконова З.М., Попов В.С. Минералогия месторождений. – Геология и минеральные комплексы Западного Карамазара. – М.: Недра, 1972, с. 147-192.
5. Файзиев Ф.А., Файзиев А.Р., Ятимов С.Б. О сереброносности скарново-полиметаллических месторождений Кансайского рудного поля (Северный Таджикистан). – Проблемы геологии и освоения недр: Труды XXI Междунар. симпозиума им. акад. М.А.Усова студентов и молодых ученых, посвященного 130-летию со дня рождения проф. М.И.Кучина, т. 3-7 апреля 2017 г. – Томск: Изд-во ТПУ, 2017, т. 1, с. 188-189.
6. Файзиев Ф.А., Файзиев А.Р., Ятимов С.Б. О сереброносности скарново-полиметаллических месторождений Западного Карамазара (Северный Таджикистан). – Изв.АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2018, №1 (170), с. 97-106.
7. Файзиев Ф.А. Галенит из серебряных и серебросодержащих месторождений Таджикистана. – Мат.-лы науч. конф., посвящ. 80-летию акад. ЕАЕН, чл.-корр. АН РТ, д. г.-м. н., проф. А.Р.Файзиева. – Душанбе: Дониш, 2018, с. 76-86.
8. Вольфсон Ф.И. Структура и генезис свинцово-цинковых месторождений Юго-Западного Карамазара. – М.: Изд-во АН СССР, 1951, 184 с.

С.Б.Ятимов

ГАЛЕНИТ АЗ КОНҲОИ МАЙДОНИ МАЪДАНИИ КОНСОЙ (ТОЧИКИСТОНИ ШИМОЛӢ)

*Институти геология, сохтмони ба заминчунбӣ тобовар ва сейсмологияи
Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон*

Галенит минерали паҳншудаи конҳои майдони маъдании Консой буда, аҳамияти калони амалӣ дорад. Таҳқиқоти макроскопӣ ва микроскопӣ нишон медиҳанд, ки он дар ассотсиатсияи парагенетикӣ бо сфалерит ва пирит воমেҳӯрад. Микдори галенит ба ҳисоби миёна 2-4%-ро ташкил дода, то ба 1%

кам мешавад ва дар баъзе ҷойҳои қисми маъдани ба 50-55% мерасад. Дар таркиби галенит ба ғайр аз элементҳои асосӣ (сурб ва сулфур) Ag, Cu, Zn, Fe, Bi, Sb, Se, Te дучор мешаванд. Нукра элементҳои хо- си галенит мебошад. Як қисми нукра ҳамчун элементҳои изоморфӣ ба таркиби галенит дохил шуда, қисми дигараш бошад, дар шакли омехтагиҳои механикии минералҳои нукрадор дида мешавад.

Калимаҳои калидӣ: *галенит, майдони маъдании Консой, кон, минерал, сфалерит, пирит, нукра.*

S.B.Yatimov

GALENA FROM DEPOSITS OF THE KONSOY ORE FIELD (NORTHERN TAJIKISTAN)

*Institute of Geology, Earthquake Engineering and Seismology,
National Academy of Sciences of Tajikistan*

Galena is the most widespread mineral of the Kansai ore field and is of great practical importance. Macroscopic and microscopic studies show that it is found in paragenetic association with sphalerite and pyrite. The amount of galena is on average 2-4%, falling to fractions of a percent and in some places rising to 50-55%. Galena contain, in addition to the basic elements (lead and sulfur), Ag, Cu, Zn, Fe, Bi, Sb, Se, Te. Silver is a characteristic element of galena. Part of the silver is isomorphically included in galena, and the other part is in the form of mechanical impurities of silver minerals.

Key words: *galena, Kansai ore field, deposit, mineral, sphalerite, pyrite, silver.*

УДК 556.5: 551.32

Дж.Б.Ниязов

ВКЛАД ЛЕДНИКОВОГО И ТАЛОГО СНЕГОВОГО ПИТАНИЯ В ГОДОВОЙ СТОК РЕКИ ФАНДАРЬЯ

*Институт водных проблем, гидроэнергетики и экологии НАН Таджикистана**(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана З.В.Кобулиевым 21.05.2021 г.)*

В статье приведена оценка основных компонентов стока (талого снегового, ледникового и грунтового) на реке Фандарья за период с 2000 по 2019 гг. Анализ объемов компонентов стока, периода таяния снежного покрова и ледников, доли источников питания в годовом стоке реки проводился по трём годам (маловодному, многоводному и среднему по водности). Проведенный анализ показал, что в маловодные годы объём ледникового стока в 1.7-2.4 раза меньше, чем соответственно в средний и в многоводный годы, а объём талого снегового стока в 1.5 раза меньше, чем в многоводный год, но на уровне среднего по водности года. В маловодные годы сток за счет таяния ледников и сезонного снега низкий, что может привести к гидрологической засухе и нехватке воды на орошение сельхозугодий в бассейнах рек Фандарья и Зеравшан.

Ключевые слова: *компоненты стока реки, водность, метеопараметры, бассейн реки Фандарья, Таджикистан.*

Бассейн реки Зеравшан расположен на территории двух стран Таджикистана и Узбекистана. Для этих стран водные ресурсы реки Зеравшан имеют важное водохозяйственное значение, так как используются для ирригации посевов хлопчатника в её нижнем течении. Протяженность магистральных каналов, забирающих воду из Зеравшана, составляет около 2500 км, причем крупнейшие из них имеют пропускную способность, превышающую расходы многих рек Центральной Азии [1].

Река Фандарья является крупнейшим притоком реки Зеравшан и отличается значительной межгодовой и внутригодовой изменчивостью стока, что осложняет перспективное планирование её водных ресурсов.

Бассейн реки Фандарья относится к Памиро-Алайской горной системе и находится на территории Таджикистана (68°1.803' E-69°39.996' E; 38°49.602'N-39°25.605'N) (рис. 1). Длина реки Фандарья составляет 24.5 км, площадь водосбора - 3230 км² [2]. Бассейн расположен в диапазоне высот от 1623 до 5219 м над ур.м. По расчетам, проведенным с применением Географических информационных систем (ГИС), средняя высота водосбора составила 3270 м над ур.м. Площадь оледенения в бассейне реки составляет 124 км² (3.8% общей площади бассейна) [3].

Адрес для корреспонденции: *Ниязов Джафар Баходурович. 734042, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 14 А, Институт водных проблем, гидроэнергетики и экологии НАНТ. E-mail: niyazovjafar@mail.ru*

Использованные данные и методика их обработки

Река Фандарья отличается большой изменчивостью стока, как межгодовой, так внутригодовой. В отдельные годы питание реки за счёт таяния ледников превышает сток за счёт таяния сезонных запасов снега и река относится к ледниково-снеговому типу питания. В другие годы, наоборот, река получает большую часть своего питания за счёт таяния снега, накопленного за холодный период (октябрь-март) и река относится к снегово-ледниковому типу питания [1].

Среднегодовой расход воды на реке Фандарья составляет $53.4 \text{ м}^3/\text{с}$, при этом средний расход воды в период половодья (апрель-сентябрь) составляет $91.9 \text{ м}^3/\text{с}$, а в период межени (октябрь-март) – $14.7 \text{ м}^3/\text{с}$, что в 6 раз меньше стока за период половодья.

Для расчёта основных компонентов стока реки Фандарья были использованы фондовые данные Таджгидромета (Агентства по гидрометеорологии Комитета охраны окружающей среды при Правительстве Республики Таджикистан) по гидропосту р. Фандарья – кишлак Пете за период с 2000 по 2019 гг. (высота гидропоста составляет 1605 м над ур. м.). Для определения дат начала таяния сезонного снега и ледников использовались данные о температуре воздуха по метеостанции Искандеркуль за период 2000-2019 гг. фондовых данных Таджгидромета [4]. Местоположение гидропоста и метеостанции обозначено на рис. 1.

В настоящей работе для оценки вклада основных источников питания в годовой сток реки Фандарья использовался метод генетического вертикального расчленения гидрографа стока [5, 6].

Метод генетического расчленения гидрографа на источники питания стока заключался в определении доли того или иного источника питания на генетические составляющие стока: сезонное снеговое, ледниковое, дождевое и грунтовое. По данным о среднесуточных расходах воды и среднесуточной температуре воздуха строился комплексный (совмещенный) график. На гидрографе стока (по ходу температуры воздуха) выделялись снеговой, ледниковый паводки и их продолжительность в днях.

В настоящей работе доля дождевого питания для р. Фандарья не определялась, так как, по данным предшествующих исследователей, она составляет для рек Памиро-Алая около 1% [7]. Гидрограф половодья – многомодальный (несколько пиков паводков): первый пик – снеговой от таяния сезонного снега, накопившегося в горах за холодный период (октябрь-март); второй – ледниковый – за счёт таяния ледников, где отмечаются отдельные пики за счет выпавших осадков теплого периода (июль-октябрь).

Величина каждого источника питания определялась в объёме стока в млн. м^3 . Среднесуточный расход воды переведен в объём стока.

Объём стока W (м^3 , км^3) – количество воды, стекающей с водосбора за какой-либо интервал времени (сутки, месяц, год и так далее), определяется по формуле

$$W = Q \cdot T, \quad (1)$$

где Q – средний расход воды за расчётный период времени, $\text{м}^3/\text{с}$, T – число секунд в том же периоде времени.

Рассчитанный объём стока по среднесуточным расходам воды затем просуммирован за период снегового (апрель-июнь) и ледникового (июль-сентябрь) половодья.

В последние годы метод генетического вертикального расчленения гидрографа широко используется для определения основных компонентов стока горных рек Центральной Азии в условиях изменения климата [8-10].

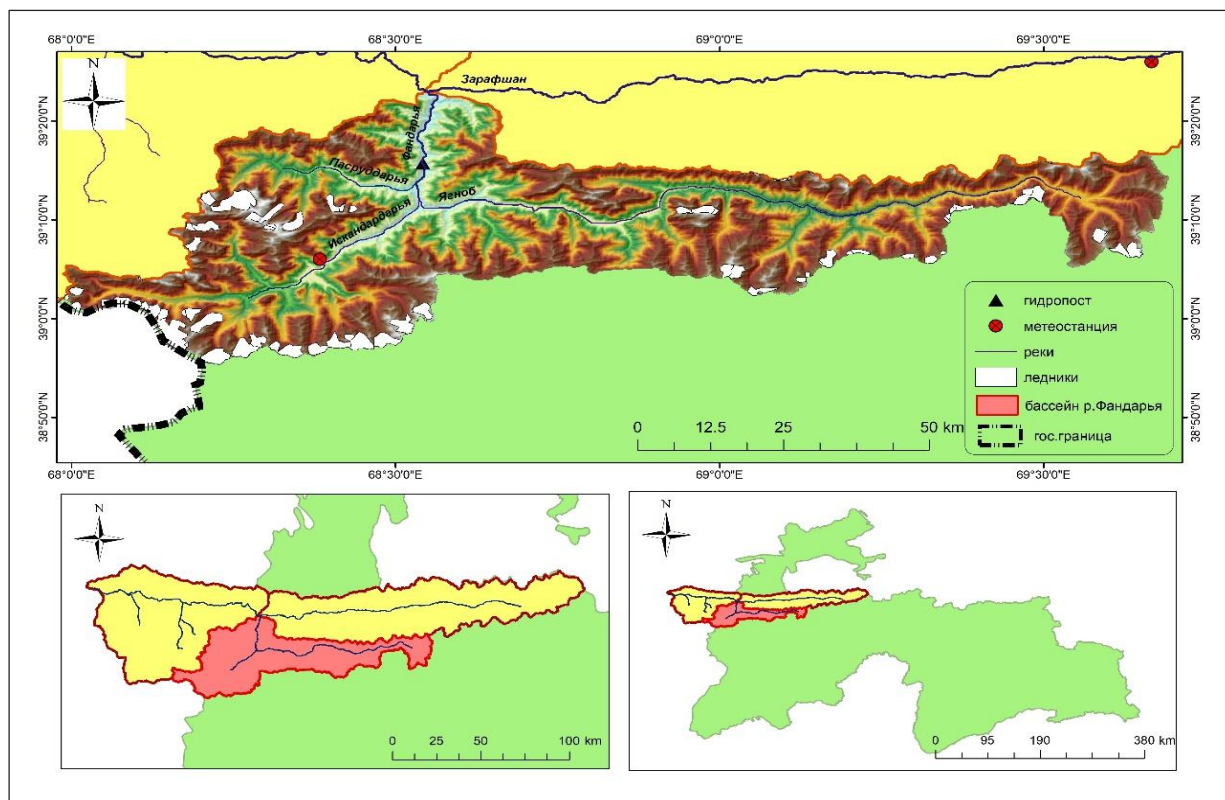


Рис. 1. Карта местоположения пунктов наблюдений Таджикгидромета в бассейне р.Фандарья.

Результаты исследований компонентов стока реки Фандарья

Гидрографы стока были построены для 3-х лет (многоводного, маловодного и среднего по водности). За маловодный год принят 2014 год, когда расходы воды за период половодья составили 79% нормы. При этом метеоситуация в бассейне реки была следующей: осадков за холодный период выпало 46% нормы, а за теплый – 60% нормы, температура воздуха в феврале была на 4°С ниже нормы.

За многоводный год был принят 2009 год, когда расходы воды были 128% нормы. При этом метеоситуация в бассейне реки сложилась следующая: осадков за холодный период выпало в пределах нормы, за теплый – 120% нормы, отмечалась температурная аномалия в апреле и сентябре, когда температура воздуха была на 4.3-5°С выше нормы. За средний год был взят 2015 год (расходы воды составляли 100% нормы) и климатическая ситуация была в норме.

Начало половодья, связанное с повышением температуры воздуха и началом таяния сезонного снега на реке Фандарья, отмечалось в апреле, а окончание половодья – в середине октября. Начало ледникового таяния наблюдается на реке Фандарья в конце июня-первой декаде июля (табл.1).

На гидрографе стока реки Фандарья и графике температур, по данным метеостанции Искандеркуль, выделен период снегового таяния (до открытия ледника) – это конец июня - первая декада

июля (29.06-8.07). В течение июня-июля на гидрографе отмечались два пика, которые синхронны с ходом температуры воздуха. Резкий спад стока, обусловленный истощением сезонного снегонакопления и открытием ледника, отмечался в маловодный год 7 июля (2014 г.), в многоводный год 6 июля (2009 г.) и в средний год 28 июня (2015 г.) (рис. 2, 3, 4).

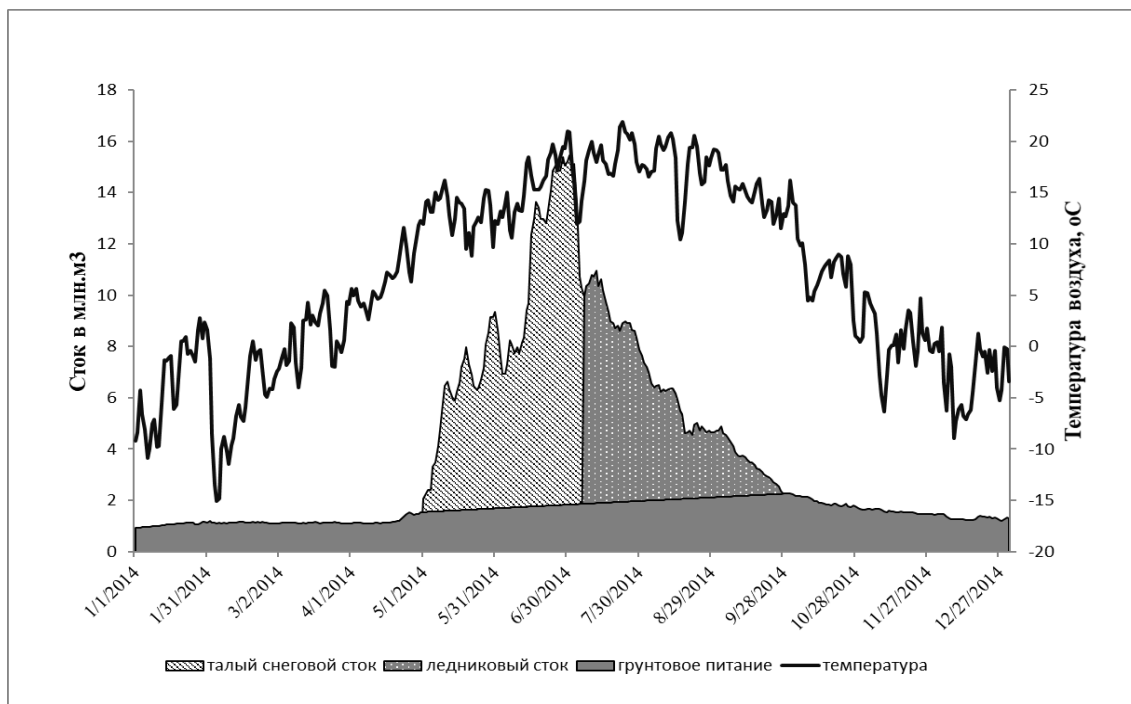


Рис. 2. Гидрограф реки Фандарья и температура воздуха по МС Искандеркуль за 2014 г. (маловодный год).

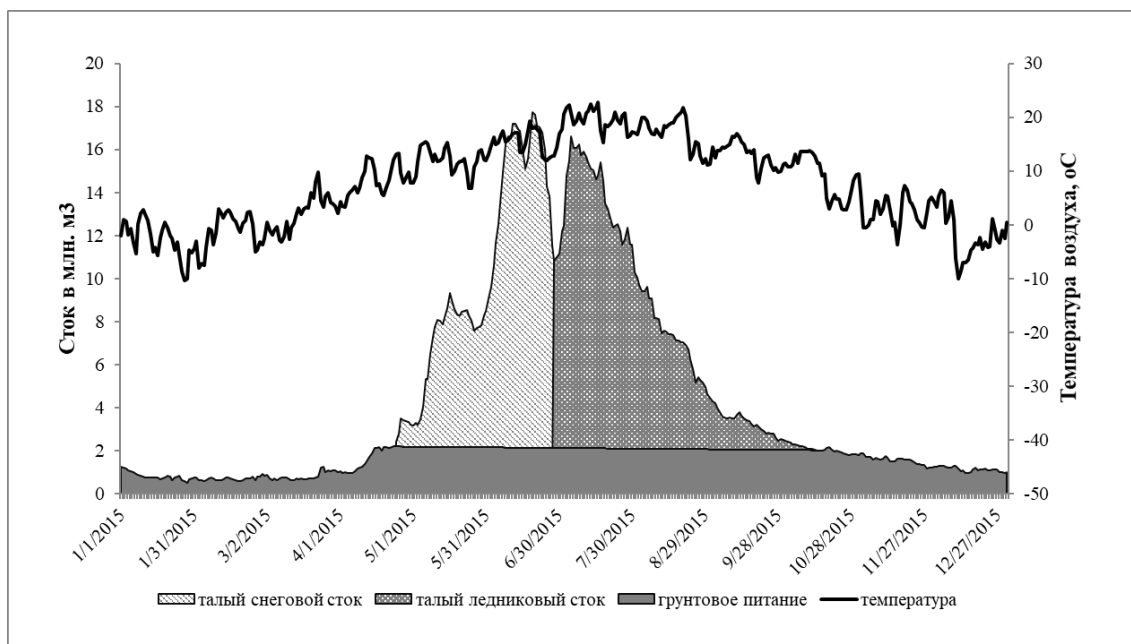


Рис. 3. Гидрограф реки Фандарья и температура воздуха по МС Искандеркуль за 2015 г. (средний по водности год).

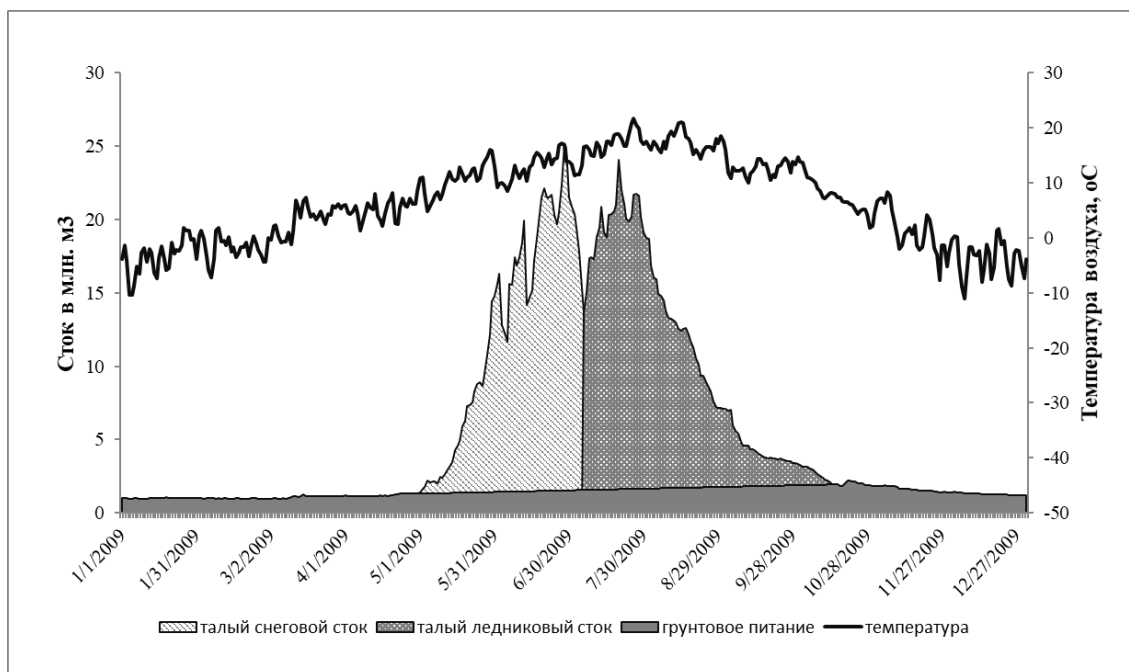


Рис. 4. Гидрограф реки Фандарья и температура воздуха по МС Искандеркуль за 2009 г. (многоводный год).

В конце апреля повышение температуры воздуха привело к началу половодья, связанного с таянием сезонного снега в бассейне реки. Генетическое расчленение гидрографа по трём годам показало, что продолжительность снегового питания составила 67-70 дней. С июля отмечался резкий подъём температуры воздуха и повышение стока, которое обозначило начало таяния (абляции) ледника (ледниковый сток). Продолжительность ледникового паводка составила в маловодный 2014 год 98 дней, в многоводной 2009 – 102 дня, в средний по водности 2015 – 109 дней.

За период снегового и ледникового паводка были просуммированы расходы воды и переведены в объем стока (млн. м³).

Доля ледникового стока реки Фандарья составила в маловодный год (2014) 25%, в средний год (2015) – 35% и в многоводный (2009) – 40% годового стока. Доля талого снегового стока составила в маловодный год (2014) 36%, в средний год (2015) – 29% и в многоводный (2009) – 35% годового стока. Грунтовое питание составило соответственно 39, 35 и 25% годового стока.

В таблице приведены данные расчетов источников питания в формировании стока.

Таблица

Вклад основных компонентов стока в годовой сток реки Фандарья

Годы	Объем стока основных источников питания						Годовой сток млн.м ³
	Грунтовый сток		Талый снеговой сток		Талый ледниковый сток		
	млн.м ³	%	млн.м ³	%	млн.м ³	%	
2014 мл.	540	39	506 (30.04-07.07)	36	353 (08.07-13.10)	25	1399
2009 мн.	521	25	741 (28.04-06.07)	35	856 (07.07-16.10)	40	2119
2015 ср.	582	35	487 (23.04-28.06)	31	583 (29.06-15.10)	35	1684

В ы в о д ы

Река Фандарья имеет значительную межгодовую и внутригодовую вариабельность стока. В различные годы в питании реки преобладает ледниковое или талое снеговое питание.

В средние по водности годы доля талого ледникового стока составляет 35%, талого снегового – 29% годового стока.

В многоводные годы река имеет ледниково-снеговое питание, доля ледникового питания составляет 40%, а талого – снегового – 35%.

В маловодные годы река имеет снегово-ледниковое питание. При этом доля снегового питания составляет 36%, а ледникового – 25% годового стока. Объем ледникового стока в 1.7-2.4 раза меньше, чем соответственно в средний и в многоводный годы. Объем талого снегового стока в 1.5 раза меньше, чем в многоводный год, но на уровне средних по водности лет.

Объем стока за счет грунтового питания изменяется незначительно.

В годы с низким накоплением осадков за холодный период на реке Фандарья отмечается маловодье, в летние месяцы сток за счёт таяния ледников низкий, что может привести к засухе и нехватке воды на орошение сельхозугодий в бассейнах рек Фандарья и Зеравшан.

В 2014 маловодный год ситуация осложнялась недостатком осадков в летний период и аномально низкими температурами воздуха в феврале.

Благодарности. Автор выражает благодарность специалистам Агентства по гидрометеорологии Комитета охраны окружающей среды при Правительстве Республики Таджикистан за предоставленные фондовые данные.

Поступило 15.09.2021 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Шульц В.Л. Реки Средней Азии. САНИГМИ. – Л.: Изд. ГИМИЗ, 1965, 680 с.
2. Многолетние данные о режиме и ресурсах поверхностных вод суши. Государственный водный кадастр, т. XII. – Л.: Гидрометеиздат, 1987.
3. Каталог ледников СССР. – Л.: Гидрометеиздат, т. 14, вып. 1-3, 1969-1980 гг.
4. Фонды Агентства по гидрометеорологии Комитета охраны окружающей среды при Правительстве Республики Таджикистан.
5. Кеммерих А.О. Роль ледников в стоке рек Средней Азии. – Мат-лы гляциологических исследований. – М.: АН СССР, 1972, вып. № 20, с.82-94.
6. Диких А.Н., Михайлова В.И. Режим ледников и водный баланс северного склона хребта Терской-Ала-Тау. – М.: Наука, 1976, 131 с.
7. Щеглова О.П. Питание рек Средней Азии. Труды. Новая серия, вып.167, географические науки, кн. 17. – Ташкент: Изд-во СамГУ, 1960, с.51-90.
8. Калашникова О.Ю., Аламанов С.К., Усубалиев Р.А. Оценка динамики компонентов стока рек ледникового питания в горах Тянь-Шаня в условиях глобального изменения климата (на примере реки Нарын). – Бишкек: Наука и новые технологии и инновации Кыргызстана. 2020, № 3, С. 8-13.
9. Калашникова О.Ю., Усубалиев Р.А., Аламанов С.К. Изменение объемов, составляющих стока на реке Нарын за многолетний период 1964-2017 гг. – Бишкек: Известия вузов Кыргызстана., 2020, № 2, с. 8-13.

10. Бажанова Л.В. Влияние изменений климата на гидрологический режим рек высокогорной зоны (на примере реки Кашка-Тор в бассейне озера Иссык-Куль). – Бишкек: Наука и новые технологии и инновации Кыргызстана, 2018, № 3, с. 186-191.

Ч.Б.Ниезов

САҲМИ БАҶОҶУЗОРИИ ЧУЗЪҶОИ АСОСИИ МАЧРОИ ОБ (БАҶФИ ОБШУДА, ПИРЯҶҶО ВА ЗАМИН) ДАР ДАРӢИ ФОНДАРӢ

Институти масалаҳои об, гидроэнергетика ва экология Академияи миллии илмии Тоҷикистон

Дар мақола баҳогузорию чузъҳои асосии маҷрои об (барфи обшуда, пиряхҳо ва замин) дар дарёи Фондарё дар давраи аз соли 2000 то 2019 оварда шудааст. Таҳлили ҳаҷми чузъҳои ҷараёни обӣ дар давраи обшавии қабати барф ва пиряхҳо, ҳиссаи манбаи ғизоӣ он дар маҷрои солони дарё. Нишондодҳо дар се сол (оби кам, оби баланд ва миқдори миёнаи об) гузаронида шуд. Таҳлили гузаронида нишон дод, ки дар солҳои камобӣ ҳаҷми обӣ пиряхи маҷро нисбат ба солҳои миёна 1.7-2.4 маротиба камтар аст ва ҳаҷми оби барфи обшуда назар ба соли сарбориш 1.5 маротиба камтар аст. Дар моҳҳои тобистон ғизои ҷараёни обӣ дарёи Фондарё аз ҳисоби обшавии пиряхҳо ташакул меёбад, ва барои обёрӣ истифода мешавад. Дар хушксолии ғизои оби маҷрои дарё аз ҳисоби пиряхҳо буда, сатҳи он кам мешавад, ки метавонад боиси хушксолии гидрологӣ ва норасоии об барои обёрии заминҳои кишоварзӣ дар ҳавзаҳои дарёҳои Фондарё ва Зарафшон гардад.

Калимаҳои калидӣ: чузъҳои маҷрои дарёҳо, обнокӣ дарё, параметрҳои метеорологӣ, ҳавзаи дарёи Фондарё, Тоҷикистон.

J.Niyazov

CONTRIBUTION OF GLACIAL AND MELTED SNOW RUNOFF IN THE ANNUAL FLOW OF THE FANDARYA RIVER

Institute of water problems, hydropower and ecology National Academy of Sciences Tajikistan

The article provides an assessment of the main runoff components (melted snow, glacial and ground) on the Fandarya River for the period from 2000 to 2019. The analysis of the river runoff components, the period of melting of snow cover and glaciers, as well as the proportions of the supply source in the annual runoff was carried out for three years (low-water, high-water, and average in water content). The analysis showed that in dry years the volume of glacial runoff is 1.7-2.4 times less than in average and high-water years, respectively. The volume of melted snow runoff is 1.5 times less than in a high-water year. In the summer months, the Fandarya River runoff is formed by melted glacial waters and is used for irrigation. In dry years, the runoff due to the melting of glaciers is low, which can lead to hydrological drought and a shortage of water for irrigating farmland in the basins of the Fandarya and Zeravshan rivers.

Key words: The river runoff components, water content, meteorological parameters, Fandarya river basin, Tajikistan.

УДК 582.26 (584.5)

М.Худжаев

ФЛОРИСТИЧЕСКИЕ НАХОДКИ ЗЕЛЁНЫХ ВОДОРОСЛЕЙ (CHLOROPHYTA) ИЗ РОГУНСКОГО ВОДОХРАНИЛИЩА И ЕГО ОКРЕСТНОСТЕЙ

Институт ботаники, физиологии и генетики растений НАН Таджикистана

(Представлено академиком НАН Таджикистана Х.Х.Хисориевым 02.02.2022 г.)

Приводятся новые флористические находки зеленых водорослей (*Chlorophyta*), обнаруженных в Рогунском водохранилище в первом году его заполнения водой р. Вахи, а также в водоёмах его окрестностей. Всего обнаружено 21 вид зеленых водорослей, среди которых 14 видов выявлено в Рогунском водохранилище и 15 в водоёмах его окрестностей. 5 видов (*Scenedesmus perforatus* Lemm., *Scenedesmus magnus* Meyen, *Scenedesmus falcatus* Chodat, *Actinastrum aciculare* Playfair, *Chlorohormidium tribonematoideum* (Skuja) Starmach) являются новыми флористическими находками для альгофлоры Таджикистана.

Ключевые слова: флористические находки, *Chlorophyta*, Рогунское водохранилище, Таджикистан.

В результате полевых исследований, проведенных в весенне-летнем периоде 2021-2022 гг. в Рогунском водохранилище в водоёмах его окрестностей, собрано более 150 образцов водорослей. Обработка материалов произведена с помощью микроскопа «Биолам»-НТ06175, а идентификация видовых и внутривидовых таксонов отдела зелёных водорослей (*Chlorophyta*) проведена по общепринятым методикам сбора и изучения пресноводных водорослей [1-6].

Полученные данные показывают, что в Рогунском водохранилище в первом году его заполнения р. Вахш, из-за высокой мутности (10-15 см прозрачности) и относительно низкой температуры воды (11-12°C – весной; 20-22°C – летом), зелёные водоросли не достигали высокого развития (см. табл. 1).

Таблица

Список зелёных водорослей, обнаруженных в Рогунском водохранилище
и водоёмах его окрестностей

№	Таксон	Водоохранилище	Встречаемость	Водоёмы окр. в-ща	Встречаемость
1	<i>Scenedesmus perforatus</i> Lemm.	+	1	+	2
2	<i>Scenedesmus magnus</i> Meyen	+	2	+	3
3	<i>Scenedesmus acutiformis</i> Schroder	+	3	+	3
4	<i>Scenedesmus falcatus</i> Chodat	+	2		
5	<i>Oocystis lacustris</i> Chod.			+	2
6	<i>Chlorohormidium tribonematoideum</i> (Skuja) Starmach	+	1		
7	<i>Ulotrix variabilis</i> Kütz.	+	3	+	4
8	<i>Ulotrix tenerrima</i> Kütz.			+	2

Адрес для корреспонденции: Худжаев Мухаммад. 734017, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Карамова, 27, Институт Ботаники, физиологии и генетики растений НАНТ. E-mail: khoja.1994@bk.ru

Продолжение таблицы

№	Таксон	Водохранилище	Встречаемость	Водоёмы окр. в-ща	Встречаемость
9	<i>Ulotrix tenuissima</i> Kütz.	+	1	+	3
10	<i>Ulotrix zonata</i> (Web. et Mohr.) Kütz.	+	3	+	4
11	<i>Actinastrum aciculare</i> Playfair	+	1		
12	<i>Tetrastrum elegans</i> Playfair	+	2		
13	<i>Monoraphidium contortum</i> (Thur.) Kom.-Legn.	+	1		
14	<i>Crucigenia fenestrata</i> (Schmidle) Schmidle			+	2
15	<i>Crucigenia tetrapedia</i> (Kirchn.) W. et G.S. West.			+	2
16	<i>Chlamydomonas globosa</i> Snow.			+	1
17	<i>Draparnaldia glomerata</i> (Vauch.) Ag.			+	2
18	<i>Draparnaldia plumose</i> (Vauch.) Ag.			+	2
19	<i>Stigeoclonium setigerum</i> Kütz.	+	2		
20	<i>Stigeoclonium tenue</i> (Ag.) Kütz.	+	1	+	2
21	<i>Stigeoclonium stagnatile</i> (Hazen) Collins	+	1	+	2
	Всего:	14		15	

*) **Примечание:** встречаемость таксона приводится по K.Starmach (1955), где 1 – редко; 2 – нередко; 3 – порядочно; 4 – много; 5 – массовое развитие.

Как видно из табл. 1, всего в исследованных водоёмах обнаружен 21 вид зелёных водорослей, которые относятся к трём классам (Chlorophyceae, Ulvophyceae, Trebouxiophyceae), 6 порядкам (Sphaeropleales, Prasiolales, Chlamydomonadales, Chaetopeltidales, Ulotrichales, Chlorelalles), 8 семействам и 11 родам. По видовому составу среди 8 семейств зелёных водорослей наиболее разнообразными являются семейства Scenedesmaceae и Ulotrichaceae, включающие по 4 вида каждый. Среди 11 родов по видовому составу ведущее положение занимают роды *Scenedesmus*, *Ulotrix* (по 4 вида каждый) и *Stigeoclonium* (3 вида). *Crucigenia* и *Draparnaldia* менее разнообразны и содержат соответственно по 2 вида (табл.).

Из 21 вида зелёных водорослей, обнаруженных в исследованных водоёмах, 5 видов, а именно: *Scenedesmus perforatus* Lemm., *Scenedesmus magnus* Meyen, *Scenedesmus falcatus* Chodat, *Actinastrum aciculare* Playfair и *Chlorohormidium tribonematoideum* (Skuja) Starmach, являются новыми флористическими находками для альгофлоры Таджикистана.

Ниже приводим краткое их биоморфологическое описание с указанием названия таксона на латинском и русском языках, места обитания и конкретное место обнаружения в исследованных водоёмах, а также общее распространение таксона.

1. *Scenedesmus perforatus* Lemm. – Сценедесмус продырявленный.

Ценобии из 4 клеток, линейные, перфорированные. Клетки 9.6 мкм длины, 3 мкм ширины, овально-цилиндрические с мелкими 1-2 зубчиками на них, и вогнутыми продольными сторонами, линейно-симметричными шипами у полюсов наружных клеток.

Места обитания. В толще воды, у дна, иногда на погруженных предметах озёр, водохранилищ, прудов, рек, пойменных водоёмов, очень редко.

Распространение: в мелководье правого берега водохранилища Рогун – очень редко (1), в ручье Дубеда – нередко (2).

Общее распространение (ареал): Азия, Америка, Африка, Европа.

2. *Scenedesmus magnus* Meyen – Сенедесмус крупный.

Ценобии из 4 клеток, линейные, плотные. Клетки 18 мкм длины, 6 мкм ширины, удлинено-овальные до цилиндрических, с закругленными полюсами, с косо стоящими субапикальными шипами, почти равными длине клетки.

Места обитания. В толще воды, иногда на погруженных предметах озёр, водохранилищ, прудов, единично.

Распространение: в мелководье правого берега водохранилища Рогун – нередко (2), в ручье Дубеда нередко (3)

Общее распространения (ареал): Азия, Америка, Европа.

3. *Scenedesmus falcatus* Chodat – Сенедесмус серповидный.

Ценобии из 4 клеток, плоские, линейные без слизи. Клетки 18 мкм длины, 4 мкм ширины, удлиненно веретеновидные, крайние – луновидно- или -серповидно изогнутые, средние – прямые, иногда слегка изогнутые, несколько меньшей длины, чем терминальные, постепенно суженные от центра к заостренным полюсам.

Места обитания. В толще воды в различных типах водоёмов. Является индикаторным организмом, как *олисапроб* и *β- мезосапроб*.

Распространение: В толще воды и среди других нитчатых и высших водных растений в правом берегу водохранилища Рогун, местность - Сичарог, порядочно (3).

Общее распространение (ареал): Азия, Америка, Европа.

4. *Chlorhormidium tribonematoideum* (Skuja) Starmach – Хлоргормидиум трибонемовидный

Нити длинные, прямые или слегка изогнутые. Клетки цилиндрические, иногда бочонковидные, у поперечных перегородок более или менее перетянутые, 15-28 мкм длины и 2.5-5 мкм ширины. Хлоропласт разных очертаний, с более или менее изрезанными краями, обычно с 1 пиреноидом, выступающий продольные стенки клеток наполовину. Зооспорангии по форме не отличаются от обычных вегетативных клеток, 4.7 мкм ширины, 15-17 мкм длины. Акинеты не обнаружены.

Места обитания. В толще воды стоячих водоёмов. Редкий, слабо изученный вид.

Распространение: в планктоне стоячего мелкого водоёма на правом берегу водохранилища Рогун – очень редко (1). Этот вид также найден в водоёмах бассейна р. Алдан в Южной Якутии [7].

Общее распространение (ареал): Европа, Азия.

5. *Actinastrum aciculare* Playfair – Актинаструм игольчатый

Ценобии звездчатые, лучистые, 8 клеточные, двухъярусные по 4 клетки в каждом. Клетки удлиненно-конусовидные, веретеновидные, изогнутые на дистальном, чаще всего заостренном конце, соединенные более широкими концами в центре ценобия. Хлоропласт пристенный, с 1 нередко трудно различимым центральным пиреноидом.

Места обитания. В толще воды, иногда у дна стоячих водоёмов, среди других нитчатых водорослей.

Распространение: В толще воды и среди других нитчатых и высших водных растений в правом берегу водохранилища Рогун, местность - Сичарог, редко (1).

Общие распространённые (ареал): Азия, Африка, Европа.

Поступило 09.02.2022 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Коршиков О.А. Визначник прісноводних водоростей Української РСР. (Підклас протококові (Protococcineae). – Киев: Вид-во АН УРСР, 1953, т. 5, 439 с.
2. Starmach K. Metodi badania planctonu. – Warszawa: PWN, 1955, 135 s.
3. Мошкова Н.О. Визначник прісноводних водоростей Української РСР. (Улотриксиви водорости – Ulotrichales. Кладофорови водорости – Cladophorales, т. 6. – Киев: Наукова думка, 1979, 499 с.
4. Мошкова Н.А., Голербах М.М. Определитель пресноводных водорослей, вып.10 (1). (Зеленые водоросли (Chlorophyta): Ulotrichophyceae, Ulotrichales). – Л.: Наука, 1986, 360 с.
5. Водоросли справочник (Под. ред. С.П.Воссера). – Киев: Наукова думка, 1989, с. 130-134.
6. Царенко П.М. Краткий определитель хлорококковых водорослей. – Киев: Наукова думка, 1990, 208 с.
7. Пшенникова Е.В., Копырина Л.И., Васильева И.И. – Кралина. Водоросли некоторых горных водоёмов бассейна реки Алдан (Южная Якутия). – Вестник СВФУ, 2012, т. 9, №4, с. 30-35.

М.Хучаев

БОЗЁФТҲОИ НАВИ ФЛОРАВИИ ОБСАБЗҲОИ САБЗ (CHLOROPHYTA) ДАР ОБАНБОРИ РОГУН ВА ГИРДУ АТРОФИ ОН

Институти ботаника, физиология ва генетикаи растани АМИТ

Маълумотҳои навин доир ба бозёфтҳои нави флоравии обсабзҳои сабз (Chlorophyta)-и обанбори Рогун ва обҳои гирду атрофи он, дар солҳои аввали чамъшавии оби дарёи Вахш оварда шудааст. Ҷамағи 21 намуд обсабзҳои сабз, ки 14 намуд дар ҳуди обанбор ва 15 намуд дар обҳои гирду атрофи он муайян гардид. Дар байни онҳо 5 намуд (*Scenedesmus perforatus* Lemm., *Scenedesmus magnus* Meyen, *Scenedesmus falcatus* Chodat, *Actinastrum aciculare* Playfair, *Chlorohormidium tribonematoideum* (Skuja) Starmach) ҳамчун бозёфтҳои нав барои алгофлораи Тоҷикистон муайян карда шудааст.

Калимаҳои калидӣ: бозёфтҳои флоравӣ, Chlorophyta, обанбори Рогун, Тоҷикистон.

M.Khudzhaev

**FLORAL FINDINGS OF GREEN ALGAE (CHLOROPHYTA)
FROM THE ROGUN RESERVOIR AND ITS SURROUNDINGS**

Institute of Botany, Physiology and Genetics of Plants National Academy of Sciences of Tajikistan

In this report new floristic findings of green algae (Chlorophyta) found in the Rogun reservoir in the first year of its filling with water from the Vakhsh river, as well as in the surrounding its water bodies. In total, 21 species of green algae were found, among which 14 species were found in the Rogun reservoir and 15 in other water bodies are presents. Among them 5 species (*Scenedesmus perforatus* Lemm., *Scenedesmus magnus* Meyen, *Scenedesmus falcatus* Chodat, *Actinastrum aciculare* Playfair, *Chlorohormidium tribonematoideum* (Skuja) Starmach) are new floristic findings for the algae flora of Tajikistan.

Key words: floristic finds, Chlorophyta, Rogun reservoir, Tajikistan.

УДК 631.8 (633.51632.7 (575.3))

Х.С.Хайров

**РАСПРОСТРАНЕНИЕ САРАНЧОВЫХ РОДА *PYRGOMORPHA* SERV.
В ЮГО-ЗАПАДНОМ ТАДЖИКИСТАНЕ***Институт зоологии и паразитологии им. Е.Н.Павловского НАН Таджикистана**(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана А.С.Саидовым 28.02.2022 г.)*

*В статье приводятся данные по распространению, экологии и морфологическим признакам представителей рода *Pyrgomorpha* в Юго-Западном Таджикистане.*

Ключевые слова: *Pyrgomorpha*, остроголовка, распространение, имаго, личинка, морфологические признаки, Юго-Западный Таджикистан.

В Юго-Западном Таджикистане саранчовые распределены крайне неравномерно, что связано с ландшафтными особенностями района исследований. В этом регионе горные и равнинные ландшафты соприкасаются вплотную друг с другом, что отражается на фауне прямокрылых. В равнинных растительных формациях (тугайных и пустынных) крайнего юга Таджикистана встречается большое количество видов, не проникающих выше 1000 м над ур. м., в горах, наоборот, присутствует много горных эндемиков, отсутствующих на равнинах. Они тесно связаны с экологическим местообитанием, кормовыми растениями, распространенными в равнинных, предгорных, горных ландшафтах и в различных вертикальных поясах. В горных степях, пустынях, а также в горных лесах встречаются некоторые виды, характерные для равнинных зон. Кроме того, в горах встречаются виды, характерные только для горных районов.

Представители рода *Pyrgomorpha* Serv. часто встречаются в сухих степях, в опустыненных низкогорьях, на подгорных равнинах, в пустынях, прибрежной растительности, на каменистых и песчаных берегах. Остроголовка считается одним из элементов тропической фауны, обитающим в Юго-Западном Таджикистане. Как у большинства других тропических видов саранчовых, у *Pyrgomorpha* не отмечается зимней эмбриональной диапаузы. Зимует в стадии имаго и личинок разных возрастов. Презимовавшие имаго весной спариваются, откладывают яйца, затем начинается летняя диапауза, а презимовавшие личинки окрыляются, спариваются, откладывают яйца, затем происходит диапауза и отрождение личинок. Личинки, у которых имеется фора во времени, успевают окрылиться и уходят на зимовку. Таким образом, завершается жизненный цикл.

Кубышки остроголовки не имеют стенок, крышечек и откладываются на небольшую глубину (5-6 мм). Длина кубышки составляет 25-30 мм, с диаметром 3.5-4.0 мм. Столбик белого ячеистого секрета над яйцами высотой 7-12 мм, очень непрочный. Яйца в количестве 30-54 шт. уложены плотно и не касаются стенок, скреплены между собой слабо, уложены по спирали и черепицеобразно налегают друг на друга [1] (рис. 1). После летней диапаузы начинается отрождение и развитие личинок. Часть личинок и успевшие окрылиться имаго уходят на зимовку.

Адрес для корреспонденции: Хайров Хурамджон Сайдамирович. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, п./я. 70, Институт зоологии и паразитологии НАНТ. E-mail: khayrov.80@mail.ru

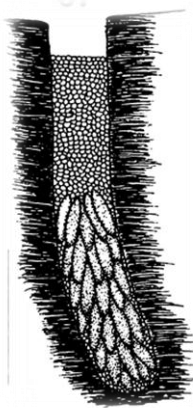


Рис. 1. Строение кубышек *P. bispinosa deserti* Bey-Bienko (по А.В.Лачининскому).

В работе использованы материалы, собранные автором с 2014 по 2022 гг. в Юго-Западном Таджикистане, и материалы из коллекционного фонда Института зоологии и паразитологии им. Е.Н.Павловского НАНТ А.А.Покивайловым в период 1982 -1988 гг. и И.И.Линдтом в 1968 г.

На этих территориях были обследованы предгорья, степные зоны, холмы и агроландшафты. Исследовались пустынные и тугайные ландшафты в долинах рек Пяндж, Кызылсу, Вахш и Кафирниган, а также в Нижне-Кафирниганской, Вахшской и Гиссарской долинах, полупустынные и степные ландшафты в низкогорьях хребтов Каратегинского, Вахшского, Хазратишох, Бабатаг, Туюнтау, Актау, Тереклитау, Санглок и Джилантау. На каждом участке профиля проводили учеты численности за определенный интервал времени (экз./ч) [2, 3].

Собрано и определено более 90 экз. саранчовых рода *Pyrgomorpha* разных возрастов. Определение саранчовых производили с использованием лупы и бинокулярного микроскопа МБС-1. Для определения собранного материала использовали монографические сводки «Саранчовые фауны СССР» [4] и «Саранчовые Казахстана, Средней Азии и сопредельных территорий» [1]. Для сравнения определённых экземпляров использована коллекция Института зоологии и паразитологии им. Е.Н.Павловского НАН Таджикистана.

Из литературных источников и наших исследований известно, что на территории Таджикистана из предоставленного рода *Pyrgomorpha* отмечается два подвида: *P. bispinosa bispinosa* F. Walker и *P. bispinosa deserti* V.-Bienko.

В 1934 г. Э.Ф.Мирам исследовала фауну прямокрылых и других отрядов насекомых Юго-Западного Таджикистана. Было отмечено, что подвид *P. bispinosa bispinosa* встречается на территории Сталинабада, Айвадж, устье Кафирнигана, Микоянабада и в Кой-пъяз-тау, вблизи Микоянабада [5].

В 1935 г. Л.Л.Мищенко описал сообщества прямокрылых насекомых Гиссарской долины. Был отмечен ряд интересных и важных факторов, касающихся распространения и распределения различных видов по стадиям. Подвид *P. bispinosa bispinosa* был зарегистрирован в гигрофитных и мезофитных стадиях, отмечались проникновения особей на поля хлопчатника, кукурузы, бахчевых и огородных культур. В ксерофитных стадиях с эфемеровой растительностью и в предгорных злаковых степях подвид встречался редко [6].

Ю.К.Антова с 1951 по 1953 гг. исследовала богарные посеы хлопчатника в районе Сталинабада, Файзабада и в Яванской долине. Автором установлены два подвида – *P. bispinosa bispinosa* и *P. bispinosa deserti*, а также отмечены единичные случаи повреждения богарного хлопчатника *P. bispinosa bispinosa*. В конце июля в Таджикской госселекстанции были зафиксированы единичные взрослые особи *P. bispinosa deserti*, питающиеся на посевах богарного хлопчатника [7].

В 1986-1991 гг. А.А.Покивайлов исследовал фауну прямокрылых (Orthoptera) Гиссарского и Дарвазского хребтов, Гиссарской долины и южных районов Вахшской долины. Автор в результате долгосрочных исследований и анализа экспедиционных материалов отметил, что подвид *P. bispinosa deserti* является ксерофильным и встречается в Юго-Западном Таджикистане почти повсеместно [8].

***Pyrgomorpha bispinosa bispinosa* F. Walker – Пустынная остроголовка**

Распространение: Южная Европа: Южная Франция и Таджикистан [5-7].

Разделяется на 4 подвида, два из которых отмечены в Таджикистане. Подвид *P. bispinosa bispinosa* обитает в Вахшской и Яванской долинах [7].

По характеру сезонного развития является весенне-летне-осенним. Часто встречается в речных долинах. Зимует под растительными остатками. В зависимости от местообитания, личинки и взрослые особи могут иметь зеленую, серую и желтую цветовые вариации. Взрослые особи наблюдаются, как на растениях, так и на почве [9]. В Юго-Западном Таджикистане распространен также подвид *Pyrgomorpha bispinosa deserti* В.-Vienko (рис. 2).



Рис. 2. Распространение *P. bispinosa bispinosa* и *P. b. deserti* на территории Юго-Западного Таджикистана.
Название пунктов: 1 – хр. Туянтау; 2 – Нижнекафирниганская дол.; 3, а – Вахшская дол.; 4, а – хр. Терикли-тау; 5, а – дол. р. Кызылсу; 6 – хр. Джилантау; 7, а, б, в – хр. Актау; 8 – хр. Санглок; 9 – Яванская долина; 10 – хр. Хазратишох; 11 – Дарвазский хр.; 12 – Вахшский хр.; 13 – хр. Каратау; 14 – хр. Бабатаг; 15 – Карате-гинский хр.; 16, а – Гиссарская дол.; 17 – Гиссарский хр.

Pyrgomorpha bispinosa deserti В.-Bienko, 1951

Распространение: Северный Афганистан, Иран, Северо-Западный Китай, Индия, Азербайджан, Армения, Казахстан, Таджикистан и другие регионы Центральной Азии [1, 7, 10].

По нашим данным, в Юго-Западном Таджикистане оба подвида распространены в долине реки Кызылсу, Нижне-Кафирниганской, Вахшской и Гиссарской долинах, в низкогорьях хребтов Каратегинского, Вахшского, Хазратишох, Бабатаг, Туянтау, Актау, Тереклитау, Санглок, Джилантау, отмечен на высотах от 400 до 1800 м над ур. м. (рис. 2). Зимует в стадиях нимфы и имаго [11].

По характеру сезонного развития подвид является весенне-летне-осенним. На крайнем юге Таджикистана имаго начинает встречаться со второй декады апреля, в Гиссарской долине, расположенной более севернее, первые особи окрыляются в третьей декаде мая. В каменистой пустыне южной части хребта Туянтау первые имаго отмечены во второй декаде апреля. Личинки и взрослые имеют зелёную, жёлтую и серую окраску. Зелёная окраска особей больше свойственна обитателям мезофитных стадий. Например, вдоль приарычных полос, поросших густой мезофитной растительностью, встречаются особи зелёного цвета, в предгорных пустынях на ксерофитной растительности в окрестностях хребта Бабатаг – имаго серого цвета. В конце первой декады мая в Гиссарской долине, вдоль арыков, на полях со злаковой растительностью были собраны личинки последнего возраста, имеющие зелёную окраску. В конце второй декады мая в предгорной равнине хребта Бабатаг, в окрестностях г. Турсунзаде на пастбищах обнаружены взрослые особи серого цвета. В условиях Юго-Западного Таджикистана взрослые особи встречаются до конца июля. В этот период имаго регистрировалось нами на полях однолетних культур (пшеница, бахчевые), а также в долине р. Пяндж и в предгорьях хребта Санглок. Численность популяции на равнинах и низкогорьях составляет от 12 до 18 экз./ч. В среднегорьях отмечено до 7 экз./ч.

В настоящее время в Юго-Западном Таджикистане подвид не образует высокой численности и регистрируется как обычный, не отмечены также повреждения сельскохозяйственных культур.

В связи с потеплением климата, время появления личинок подвидов после зимовки в некоторые годы отмечается в более ранние сроки. Проведенные нами исследования в 2016 и 2018 гг. в Хатлонской области (Вахшская долина, районы Дусти, Шахритуз, Джайхун, Пяндж, Вахш и Дангара) показывают, что выход личинок происходит в начале третьей декады февраля. В более теплую зиму и раннюю весну 2021-2022 гг. появление личинок отмечено в первой и во второй декадах февраля. Выявленные нами фенологические закономерности *Pyrgomorpha bispinosa* могут учитываться при мониторинге более вредоносных для сельскохозяйственных культур Таджикистана видов, таких как *Dociostaurus maroccanus*, *C. italicus* и др., на сезонное развитие которых также влияет потепление климата.

Таблица

Морфологические особенности *Pyrgomorpha bispinosa bispinosa* и *P. b. deserti*

Вид	Пол / Членики усики	Темя	Задний нижний угол	Место сбора	Автор/сборы
<i>P. bispinosa bispinosa</i>	Усики короткие, широкие, 13-члениковые (считая слабо разделенный 3-й членик за один)	Темя непосредственно перед передним краем глаз слегка перетянута	Заднее-нижний угол боковых лопастей перед-неспинки тупой, снизу без тупоугольного выступа		Бей-Биенко Г.Я. 1951
<i>P. bispinosa deserti</i>	Усики 15-16-члениковые, у ♀ явственно суживающиеся от расширенного основания к средней части	Темя у переднего края глаз без перетяжки	Заднее-нижний угол боковых лопастей перед-неспинки косо обрублен, снизу нередко с тупоугольным выступом		Бей-Биенко Г.Я. 1951, Лачинински А.В. и Сергеев М.Г. и др. 2002
	♀ 13	Слегка перетянута	А	21.07.1968. дол. реки Кызылсу, р-н Восе	Линдт И.И.
	♂ 15	Без перетяжки	Б	22.05.1982. южн. скл. Гиссарский хр. h-1300	Покивайлов А.А.
	♂ 16	Без перетяжки	Б	29.04.1987. Вахшская дол., заповедник «Тигровая балка»	Покивайлов А.А.
	♂ 15	Без перетяжки	В	29.04.1987, заповедник «Тигровая балка»	Покивайлов А.А.
	♀ 14	Слегка перетянута	В	25.07.1987. Вахшский хр., заказник «Сари-Хосор», h – 1000	Покивайлов А.А.
	♂ 17	Без перетяжки	В	28.04.1988. Вахшская дол., р-н. Кумсангир, вдоль арыков	Покивайлов А.А.
	♂ 17	Без перетяжки	Д	7.05.2014. Гиссарская дол., р-н Гиссар на пастбище	Хайров Х.С.
	♀ 15	Без перетяжки	Б	7.05.2014. Гиссарская дол., р-н Гиссар на пастбище	Хайров Х.С.
	♀ 15	Без перетяжки	Б	7.05.2014. Гиссарская дол., р-н Гиссар на пастбище	Хайров Х.С.
	♀ 15	Слегка перетянута	Д	7.05.2014. Гиссарская дол., р-н Гиссар на пастбище	Хайров Х.С.
	♀ 15	Слегка перетянута	Б	14.05.2014. хр. Бабатаг, р-н Турсунзода	Хайров Х.С.

Продолжение таблицы

Вид	Пол / Членики усики	Темя	Задний нижний угол	Место сбора	Автор/сборы
	♂ 16	Без перетяжки	Б	14.05.2014. хр. Бабатаг, р-н Турсунзода	Хайров Х.С.
	♀ 17	Слегка перетянута	А	18.06.2014. р-н Гиссар	Хайров Х.С.
	♀ 13	Слегка перетянута	А	3.07.2016. Дол. реки Пяндж, р-н Хамадони, уч. им. С.Гадои	Хайров Х.С.
	♂ 16	Слегка перетянута	В	3.07.2016. Дол. река Пяндж, р-н Хамадони, уч. им. С.Гадои	Хайров Х.С.
	♂ 16	Без перетяжки	Б	4.07.2016. Дол. реки Кызылсу, р-н Хамадони, прибрежный	Хайров Х.С.
	♀ 13	Без перетяжки	А	4.07.2016. дол. р. Кызылсу, р-н Хамадони, уч. Сафедоб	Хайров Х.С.
	♀ 16	Слегка перетянута	Б	13.04.2019. хр. Туюнтау, р-н Бешкент	Хайров Х.С.
	♀ 15	Слегка перетянута	Б	13.04.2019. хр. Туюнтау, р-н Бешкент	Хайров Х.С.
	♀ 14	Слегка перетянута	Б	25.04.2019. Вахш- ская дол., заповед- ник «Тигровая балка»	Хайров Х.С.
	♀ 16	Слегка перетянута	Б	25.04.2019. Вахш- ская дол., заповед- ник «Тигровая балка»	Хайров Х.С.
	♀ 14	Слегка перетянута	Г	6.05.2019. хр. Санглок, р-н Дангара	Хайров Х.С.
	♀ 16	Без перетяжки	Б	6.05.2019 хр. Санглок, р-н Дангара	Хайров Х.С.
	♀ 14	Без перетяжки	А	16.05.2019. хр. Тереклитау, р-н Дангара	Хайров Х.С.
	♀ 15	Без перетяжки	А	16.05.2019. хр. Тереклитау, р-н Дангара	Хайров Х.С.

Примечание: А – тупой, снизу без тупоугольного выступа; Б – косо обрублен, снизу с тупоугольным выступом; В – косо обрублен, снизу без тупоугольного выступа; Г – косо обрублен, снизу с тупоугольным выступом; Д – тупой, снизу с большим выступом.

Систематические замечания. Номинативный подвид *P. bispinosa* и ssp. *deserti* отличается по следующим признакам: по членикам усиков, форме темени и заднему-нижнему углу боковых лопасти переднеспинки (табл.). Следует отметить, что среди собранного нами материала (2014-2019 гг.),

а также материала, собранного А.А.Покивайловым (1982, 1987) и И.И.Линдтом (1968) – из коллекционного фонда Института зоологии и паразитологии им. Е.Н. Павловского НАНТ (17 самок и 8 самцов), изучены экземпляры, имеющие признаки обоих подвидов (табл.).

Из таблицы видно, что некоторые экземпляры имеют признаки обоих подвидов, а отдельные материалы совпадают с одним подвидом. Например, материал, собранный И.И.Линдтом в 1968 г. и нами в 2016 г. в долине рек Кызылсу и Пянджа, совпадает с *P. bispinosa bispinosa*. Материалы, собранные А.А.Покивайловым в 1982, 1987 гг. и нами в 2014, 2016, и 2019 гг., совпадают с подвидом *P. bispinosa deserti*, а также имеются экземпляры, не совпадающие ни с одним подвидом, которые имеют 14 и 17 члеников на усиках и задненижний угол боковых лопастей переднеспинки снизу имеет большой выступ (табл.).

Таким образом, для дальнейшего уточнения статуса обоих подвидов необходимо исследовать не только морфологические признаки, но также провести генетические исследования. Возможно оба подвида принадлежат к номинативным видам. Такой же точки зрения придерживается Г.Я.Бей-Биенко и Л.Л.Мищенко [4].

Поступило 28.02.2022 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лачининский А.В., Сергеев М.Г. и др. Саранчовые Казахстана, Средней Азии и сопредельных территорий. – Ларами, 2002, 387 с.
2. Gause G.F. Studies on the ecology of the Orthoptera. – Ecology, 1930, v. 11, № 2, pp. 307-325.
3. Лопаткин А.В. О возможном подходе к сопоставлению методов учета саранчовых. – Этологические проблемы экологии насекомых Сибири. – Новосибирск, 1977, с. 77-81.
4. Бей-Биенко Г.Я., Мищенко Л.Л. Саранчовые фауны СССР и сопредельных стран. – Определители по фауне СССР – М.: Л., 1951, ч. I, II, 667 с.
5. Мирам Э.Ф. Богомолы (Mantodea), привиденьевые (Phasmatodea) и прыгающие прямокрылые [Saltatoria (Orthoptera S. str.)] Таджикской ССР по сборам Паразитологической экспедиции Академии наук СССР 1934. – Тр. ЗИН АН СССР, 1949, т. 8, вып. 4, с. 714-719.
6. Мищенко Л.Л., Кожистокрылые (Dermaptera), таракановые (Blattodea), Богомолы (Mantodea), привиденьевые (Phasmatodea) и прыгающие прямокрылые [Saltatoria (Orthoptera S. str.)] Гиссарской долины (Таджикская ССР). – Тр. ЗИН АН СССР, 1949, т. 8, вып. 4, с. 735-749.
7. Антова Ю.К. Насекомые-вредители богарного хлопчатника в Таджикистане. – Сборник, посвященный памяти Б.В.Лотоцкого. – Сталинабад, 1958, с. 79-109.
8. Покивайлов А.А. Фауна прямокрылых насекомых (Orthoptera) Юго-Западного Таджикистана. – Энтомол. обозр., 2003, т. 82, вып. 3, с. 571-583.
9. Чильдебаев М.К., Казенас В.Л. Прямокрылые. – Алматы, 2013, 127 с.
10. Правдин Ф.Н. Экологическая география насекомых Средней Азии. – М., 1987, 260 с.
11. Хайров Х.С. Экология, распространение и хозяйственное значение саранчовых (Orthoptera, Acridoidea) Юго-Западного Таджикистана. – Дисс. Душанбе, 2021, 203 с.

Х.С.Хайров

**ПАҲНШАВИИ АВЛОДИ МАЛАХИ *PYRGOMORPHA* SERV.
ДАР ТОҶИКИСТОНИ ҶАНУБИ-ҒАРБӢ**

Институти зоология ва паразитологияи ба номи Е.Н.Павловский

Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон

Дар мақола оид ба экология, паҳншавӣ ва хусусиятҳои морфологии авлоди малахи *Pyrgomorpha* дар Тоҷикистони Ҷануб-Ғарбӣ маълумот оварда шудааст.

Калимаҳои калидӣ: *Pyrgomorpha*, сартезак, паҳншавӣ, фардҳои болиғ, кирмина, аломатҳои морфологӣ, Тоҷикистони Ҷануби-Ғарбӣ.

Kh.S.Khairov

**DISTRIBUTION OF LOCUST GENUS *PYRGOMORPHA* SERV.
IN SOUTH-WESTERN TAJIKISTAN**

E.N.Pavlovskii Institute of Zoology and Parasitology, National Academy of Sciences of Tajikistan

In this article data on the distribution, ecology and morphological features of representatives of the genus *Pyrgomorpha* in South-Western Tajikistan are presents.

Key words: *Pyrgomorpha*, spikehead, distridution, adults, larvae, morphological features, South-Western Tajikistan.

УДК 581.132 :631.52

Н.С.Диловарова,

член-корреспондент НАН Таджикистана К.Алиев,

член-корреспондент НАН Таджикистана Х.А.Абдуллаев

СОДЕРЖАНИЕ МАЛОНОВОГО ДИАЛЬДЕГИДА И АКТИВНОСТЬ ФЕРМЕНТОВ АНТИОКСИДАНТНОЙ СИСТЕМЫ У ХЛОПЧАТНИКА В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ФОРМЫ И ОКРАСКИ ЛИСТА

Институт ботаники, физиологии и генетики растений НАН Таджикистана

Исследованы содержание и активность ферментов про- и антиоксидантной системы у инбредных линий средневолокнистого хлопчатника, отличающиеся друг от друга по форме и окраске листа. Установлено, что среди изученных генотипов самая высокая активность антиоксидантного фермента супероксиддисмутазы (СОД) наблюдается у линии Л-549 с цельнокрайными листьями и тёмно-красной антоциановой окраской. У этой линии также обнаруживается самое высокое содержание малонового диальдегид. Показано, что линия Л-461 со светло-зелёными листьями и пальчаторассечённой формой имеет низкую активность ферментов: аскорбатпероксидазы и СОД. Обнаружено, что окраска листовой пластинки положительно коррелирует с активностью ключевого антиоксидантного фермента – супероксиддисмутазы ($r = 0.66$), отрицательно ($r = - 0.89$) с содержанием МДА, и почти не коррелирует с количеством аскорбатпероксидазы ($r = 0.04$). Между содержанием МДА и активностью СОД наблюдается довольно сильная положительная связь ($r = 0.957$), то есть существует почти функциональная зависимость.

Ключевые слова: хлопчатник, инбредные линии, прооксидантные и антиоксидантные ферменты, форма и окраска листа.

В предыдущих работах было показано, что содержание малонового диальдегида (МДА) и активность фермента антиоксидантной системы супероксиддисмутазы (СОД) повышается в условиях солевого стресса [1,2], засухи [3], *in vitro* и *ex vitro* [4].

В связи с этим интересно было выяснить меняется ли содержание МДА и активность фермента антиоксидантной системы супероксиддисмутазы в зависимости от формы и окраски листа у хлопчатника.

Цель работы – исследование содержания МДА и активности СОД у инбредных линий средневолокнистого хлопчатника, контрастных по окраске и форме листа.

Материал и методы исследований

Материалом для исследований служили инбредные линии средневолокнистого хлопчатника Л-461, Л-501, Л-549, Л-601 из генетической коллекции *Gossypium hirsutum* L. Ташкентского государ-

ственного университета им. Мирзо Улугбека (Узбекистан), контрастные по морфологическим признакам листовой пластинки.

Линия Л-461 имеет пальчаторассечённые листья светло-зелёной окраски. Характерной особенностью линий Л-501 и Л-549 является цельнокрайняя форма листовой пластинки с зелёной и тёмно-красной антоциановой окраской. Линия Л-601 имеет листья пальчатодольчатой формы тёмно-зелёной окраски.

Растения для опытов выращивали на экспериментальном участке Института ботаники, физиологии и генетики растений Национальной академии наук Таджикистана, расположенном в восточной части Гиссарской долины на высоте 830 м над ур. м., в одинаковых условиях, согласно агрорекомендациям по возделыванию сельскохозяйственных культур в Таджикистане [5]. Делянки опыта – четырёхрядковые, десятилуночные, по схеме посева – 60 x 30 x 1, биологическая повторность – трёхкратная, рендомизированная.

Интенсивность перекисного окисления липидов (ПОЛ) определяли по образованию окрашенного комплекса МДА в реакции с тиобарбитуровой кислотой при нагревании до 100°C [6,7]

Активность СОД определяли по ингибированию ферментом фотохимического восстановления нитросинего тетразолия, согласно методу, описанному в работах [8,9].

Активность аскорбатпероксидазы определяли, как описано в работе [10].

Оптическую плотность проб измеряли при длинах волн 532 нм и 600 нм на спектрофотометре LKB Biochrom Ultraspec 2 (Швеция).

Статистический анализ полученных данных проводили по Б.А.Доспехову [11] и с использованием программы *Microsoft Excel 2010*. В таблицах приведены среднеарифметические величины со стандартными ошибками трёх определений из трёх биологических повторностей. Достоверность различий определяли по *t*-критерию Стьюдента при числе степеней свободы $n^1(n_1+n_2) - 2=4$ и уровне значимости $P=0.01$ и $P=0.05$.

Результаты исследований и их обсуждение

Результаты анализа содержания ферментов оксидантной и антиоксидантной системы у инбредных линий средневолокнистого хлопчатника, контрастных по форме и окраске листовой пластинки, приведены в табл. 1 и 2.

Как видно из данных табл. 1 самое высокое содержание МДА обнаруживается у линии Л-549 с цельнокрайними листьями антоциановой тёмно-красной окраски, наименьшее – у линий Л-501 и Л-601, соответственно с зелёной и тёмно-зелёной окраской листа. Линия Л-461 с пальчаторассечёнными листьями светло-зелёной окраски по содержанию МДА занимает промежуточное положение. Эффективная защита от увеличения содержания МДА повышается у линии Л-549 с увеличением активности антиоксидантного фермента – супероксиддисмутазы (табл. 1). У этой линии высокая активность СОД сочетается с низким уровнем активности другого фермента антиоксидантной системы защиты – аскорбатпероксидазы.

Таблица 1

Содержание МДА и активность ферментов антиоксидантной системы у хлопчатника в зависимости от формы и окраски листа. Фаза бутонизация – цветение

Линия хлопчатника	Форма листа	Окраска листа	Содержание, мкмоль, мин/г сырой массы листа		Активность СОД, усл. ед./г сырой массы листа
			МДА	Аскорбатпероксидазы	
Л-461	Пальчато-рассечённая	Светло-зелёная	1.97±0.01	12.55±0.27	7.6
Л-501	Цельнолистная, округлая	Зелёная	1.44±0.01	18.62±0.68	12.8
Л-549	Цельнолистная, округлая	Антоциа-новая	6.17±0.04	8.91±0.32	38.2
Л-601	Пальчато-дольчатая	Тёмно-зелёная	1.47±0.05	26.07±0.022	13.7

Таблица 2

Содержание МДА и активность ферментов и антиоксидантной системы у хлопчатника в зависимости от формы и окраски листа. Фаза цветение – плодоношение

Линия хлопчатника	Форма листа	Окраска листа	Содержание, мкмоль, мин/г сырой массы листа		Активность СОД, усл. ед./г сырой массы листа
			МДА	Аскорбатпероксидазы	
Л-461	Пальчато-рассечённая	Светло-зелёная	2.80±0.02	13.13±0.11	8.58±0.10
Л-501	Цельнолистная, округлая	Зелёная	1.39±0.15	20.39±0.21	21.87±0.18
Л-549	Цельнолистная, округлая	Антоциа-новая	7.24±0.16	12.50±0.16	37.68±0.28
Л-601	Пальчато-дольчатая	Тёмно-зелёная	2.54±0.01	28.67±0.32	14.61±0.12

У исследованных нами линий самая высокая активность аскорбатпероксидазы наблюдается у линии Л-601 с пальчатодольчатыми листьями тёмно-зелёной окраски, что сопровождается значительным уменьшением содержания МДА (табл.1, четвертая колонка).

Аналогичный характер изменения содержания МДА и активности ферментов антиоксидантной системы в зависимости от формы и окраски листа обнаруживается и в генеративной стадии развития растений хлопчатника в фазе цветения-плодоношения (табл. 2).

Интересно было выяснить вопрос: зависит ли содержание МДА, аскорбатпероксидазы и активность СОД от окраски листа?

Исходя из того, что наблюдаемый цвет того или иного предмета соответствует определённым длинам волн солнечного света, который отражается с его поверхностью и воспринимается нами как цвет объекта, цифровые значения длины этих волн были использованы для вычисления коэффициентов корреляции между содержанием и активностью ферментов антиоксидантной системы защиты у хлопчатника и окраской листьев.

Проведенный анализ показал, что окраска листовой пластинки положительно коррелирует с активностью ключевого антиоксидантного фермента – супероксиддисмутазы ($r = 0.66$), отрицательно

($r = -0.89$) с содержанием малонового диальдегида и почти не коррелирует с количеством аскорбатпероксидазы ($r = 0.04$).

Из числа антиоксидантных ферментов только содержание аскорбатпероксидазы положительно коррелирует с формой листовой пластинки соответственно $r = 0.615$ и $r = 0.843$ по фазам развития растений хлопчатника.

В рамках выполненного исследования представлял интерес вопрос: существует ли связь между содержанием – МДА и активностью фермента антиоксидантной системы СОД?

Корреляционный анализ показал, что между количеством МДА и активностью СОД наблюдается довольно сильная положительная связь ($r = 0.957$), то есть имеется почти функциональная зависимость.

Таким образом, результаты наших исследований показали, что окраска листовой пластинки положительно коррелирует с активностью антиоксидантного фермента супероксиддисмутазы, отрицательно с содержанием малонового диальдегида.

Поступило 14.03.2022 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Киёмова З.С., Давлятназарова З.Б., Шукурова М.Х., Ашуров С.Х., Алиев К.А. Активность супероксиддисмутазы у разнотолерантных растений-регенерантов картофеля в условиях солевого стресса. – Изв. АН РТ. Отд. биол. и мед. н., 2013, №1 (182), с. 40-46.
2. Норкулов Н.Х., Норкулова З.Х., Солиева Б.А., Каспарова И.С., Ойзода Н.Х., Диловарова Н.С., Хакимова Р.Ш., Алиев К., Абдуллаев Х.А. Содержание малонового диальдегида и активность супероксиддисмутазы у хлопчатника при абиотическом стрессе. – ДАН РТ, 2019., т. 62, № 3-4, с. 242- 246.
3. Диловарова Н.С., Норкулов Н.Х., Давлятназарова З.Б., Каспарова И.С., Садриддинов М.Р., Алиев К. Индукция антиоксидантной системы растений картофеля *Solanum tuberosum* L. в условиях засухи. – Изв. АН РТ. Отд. биол. и мед. н., 2020, № 2 (209), с. 38-45.
4. Алиев К., Диловарова Н.С., Норкулов Н.Х., Шукурова М.Х., Норкулова З.Х. Органоспецифичность про- и антиоксидантной системы в условиях *in vitro* и *ex vitro* у картофеля. – Доклады НАНТ, 2021, т. 64, №5-6, с.341-345.
5. Ахмедов Х.М., Набиев Т.Н., Бухориев Т.А. (ред.). Научная система ведения сельского хозяйства Таджикистана (на тадж. яз.). – Душанбе: Матбуот, 2009, 766 с.
6. Kumar S., Pandey A.K. Chemistry and biological activities of flavonoids: an overview. – The Scientific World Journal, 2013, v. 10, pp, 1155.
7. Жиров В.К., Мерзляк М.Н., Кузнецов Л.В. Перекисное окисление мембранных липидов холодостойких растений при повреждении отрицательными температурами. – Физиология растений, 1982, т. 29, с. 1045-1052
8. Борисова Г.Г., Малева М.Ч., Некрасова Г.Ф., Чукина Н.В. Методы оценки антиоксидантного статуса растений – Екатеринбург: Изд-во УрГУ, 2012, с. 69.
9. Giannopolitis, C.N., Ries S.K. Superoxide dismutase. I. Occurrence in higher plants. – Plant Physiol, 1977, v. 59, pp. 309-314.
10. Verma. S., Dubey R.S. Lead toxicity induces Lipid peroxidation and alter the activities of antioxidant in growing rice plant. – Plant Sci., 2003, v.64, pp. 645-655.
11. Доспехов Б.А. Методика полевого опыта. – М.: Колос, 1985, 352 с.

Н.С.Диловарова., Қ.А.Алиев., Ҳ.А.Абдуллоев

МИҚДОРИ ДИАЛЬДЕГИДИ МАЛОНОВӢ ВА ФАЪОЛНОКИИ ФЕРМЕНТҲОИ СИСТЕМАИ АНТИОКСИДАНТИИ ПАХТА ВОБАСТА АЗ ШАКЛ ВА РАНГИ БАРГ

Институти ботаника, физиология ва генетикаи растани

Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон

Миқдор ва фаъолнокии ферментҳои системаи про- ва антиоксидантии линияҳои инбредии пахтаи миёнаҳа, ки аз ҳамдигар бо шакл ва ранги баргашон фарқият доранд, таҳқиқ карда шудааст. Муайян карда шудааст, ки дар байни генотипҳои таҳхис кардашуда аз ҷиҳати фаъолнокии ферменти антиоксидантии супероксиддисмутаза (СОД) линияи Л-549, ки дорои барги сурхи сияҳтоб аст, дар ҷои аввал меистад. Дар барги линияи зикр шуда миқдори зиёди диальдегиди малоновӣ (МДА) низ мушоҳида карда мешавад. Нишон дода шудааст, ки линияи Л-461, ки барги сабзи рӯшан дорад ва шакли баргаш панҷашакл аст, фаъолнокии сусти ферментҳои антиоксиданти: аскорбатпероксидаза ва СОД дорад. Муқаррар карда шудааст, ки ранги пластинкаи барг бо фаъолнокии ферменти калидии антиоксиданти СОД корреляции мусбӣ ($r = 0.66$), бо МДА алоқаи манфӣ ($r = -0.89$) ва бо миқдори аскорбатпероксидаза тамоман ҳамбастагӣ надорад ($r = 0.04$). Байни миқдори МДА ва фаъолнокии СОД робитаи ниҳоят қваии мусбӣ ($r = 0.957$) вучуд дорад, ки ин аз вобастагии функционалии ин ду фермент шаҳодат медиҳад.

Калимаҳои калидӣ: пахтаи миёнаҳа, линияҳои инбредӣ, ферментҳои прооксиданти ва антиоксиданти. шакл ва ранги барг

N.S.Dilovarova, K.A.Aliev, Kh.A.Abdullaev

THE CONTENT OF MALONIC DIALDEHYDE AND ACTIVITY OF ENZYMES OF ANTIOXIDANT SYSTEM IN COTTON, DEPENDING ON THE SHAPE AND COLOR OF THE LEAF

Institute of Botany, Physiology and Plant Genetics of the National Academy of Sciences of Tajikistan

The content and activity of enzymes of the pro- and antioxidant system in inbred lines of medium staple cotton, which differ from each other in the shape and color of the leaf, were investigated. It was established that among the investigated genotypes the highest activity of the antioxidant enzyme superoxide dismutase (SOD) is observed in the line L-549 with integri leaves and anthocyan dark red color. This line also has the highest content of malonic dialdehyde. It was shown that the line L-461 with light green leaves and palmately dissected form has a low activity of: ascorbate peroxidase and SOD. It was found that the color of the leaf correlated positively with the activity of the key antioxidant enzyme – superoxide dismutase ($r = 0.66$), negatively ($r = -0.89$) with the content of malonic dialdehyde (MDA), and almost does not correlate with the amount of ascorbate peroxidase ($r = 0.04$). Furthermore, a rather strong positive relationship is observed between the MDA content and SOD activity ($r = 0.957$) that show functional dependence.

Key words: cotton, inbred lines, prooxidant and antioxidant enzymes, leaf shape and color.

УДК 581.132.633.11

Х.Т.Шарипова

ВЛИЯНИЕ КОМБИНИРОВАННОГО ЗАСОЛЕНИЯ ПОЧВЫ НА СОДЕРЖАНИЕ ХЛОРОФИЛЛА У НЕКОТОРЫХ ЛИНИЙ МЯГКОЙ ПШЕНИЦЫ ИЗ МИРОВОЙ КОЛЛЕКЦИИ ВИР

Институт ботаники, физиологии и генетики растений НАН Таджикистана

(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана А.Абдуллаевым 04.04.2022 г.)

В статье приводятся экспериментальные данные по влиянию комбинированного засоления почвы на содержание зеленых пигментов в листьях различных линий мягкой пшеницы из мировой коллекции. Показано, что содержание хлорофиллов а и b у всех исследованных растений, начиная от фазы кущения, увеличивается, а в фазе молочно-восковой спелости этот показатель резко снижается. При засолении почвы содержание зеленых пигментов заметно уменьшается. Это происходит как за счёт хлорофилла а, так и хлорофилла b.

Ключевые слова: *изменение климата, стресс, засоление почвы, пшеница, зелёные пигменты, фазы развития.*

В последнее время мировое сообщество обеспокоено проблемой глобального изменения климата на земном шаре, так как это представляет серьезную угрозу для окружающей среды [1]. Изменение климата негативно влияет на жизнедеятельность всех живых организмов и может индуцировать дополнительные стрессовые факторы, которые могут сильно воздействовать на продукционные процессы сельскохозяйственных растений [2]. Одним из таких стрессовых факторов является засоление почвы, которое оказывает существенное влияние на рост, развитие и продуктивность сельскохозяйственных растений [3].

В связи с этим исследование физиологии устойчивости сельскохозяйственных растений к засолению почвы и поиски путей её повышения стали актуальной задачей современного растениеводства. Для детального изучения физиологии устойчивости растений к стрессовым факторам, индицируемые изменением климата, в круг исследований вовлекаются различные растительные объекты [4,5]. Исходя из этого, целью наших исследований явилось изучение влияния засоления почвы на содержание зеленых пигментов у некоторых линий мягкой пшеницы из мировой коллекции.

Материалы и методы исследования

Для проведения исследования были использованы некоторые картированные линии пшеницы из коллекции Всероссийского научно-исследовательского института растениеводства им. Н.И.Вавилова (Работа проведена на экспериментальном участке Института ботаники, физиологии и генетики растений Национальной академии наук Таджикистана, расположенном в восточной части Гиссарской долины на высоте 834 м над ур. моря. Растения выращивались в вегетационных сосудах,

Адрес для корреспонденции: Шарипова Хотира Турсуновна. 734017, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Каримова, 27, Институт ботаники, физиологии и генетики растений НАНТ. E-mail: khotirajon82@list.ru

которые заполнялись сульфатно-хлоридной засоленной почвой (22 кг почвы). Содержание хлорофилла определяли согласно методике, приведённой В.Е.Васильевой [6] с использованием 96% этилового спирта. Количественное определение суммы хлорофиллов в отфильтрованной вытяжке проводили на спектрофотометре Ultraspec II (Швеция). Содержание хлорофилла рассчитывали по формуле Вернона [7].

Результаты исследования и их обсуждение

В таблице представлены данные по содержанию хлорофиллов *a* и *b* и их суммы в листьях различных картированных линий пшеницы из коллекции ВИР. Как видно, самое высокое содержание хлорофиллов *a* и *b* в фазе трубкования в контрольном варианте наблюдается у линии ITMI-45, которое составляет 0.96 и 0.55 мг/г сырой массы соответственно, а у линий ITMI-55 и ITMI-77 их содержание было почти одинаковым.

Таблица

Влияние засоления почвы на содержание хлорофиллов у некоторых линий мягкой пшеницы из мировой коллекции

Линии	Фаза развития	Варианты опыта	Содержание хлорофилла, мг/г сырой массы			
			<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a + b</i>	<i>a/b</i>
ITMI-55	Трубкование	контроль	0.92±0.06	0.55±0.03	1.47±0.1	1.67±0.01
		опыт	0.64±0.03	0.43±0.01	1.07±0.04	1.48±0.06
	Колошение	контроль	1.16±0.04	0.67±0.02	1.83±0.05	1.73±0.01
		опыт	0.81±0.02	0.5±0.02	1.31±0.04	1.62±0.02
	Цветение	контроль	1.41±0.05	0.81±0.03	2.22±0.1	1.74±0.02
		опыт	0.99±0.03	0.59±0.01	1.58±0.04	1.68±0.01
	Созревание	контроль	1.09±0.04	0.59±0.03	1.67±0.05	1.85±0.1
		опыт	0.76±0.01	0.44±0.02	1.2±0.01	1.73±0.02
ITMI-6	Трубкование	контроль	0.83±0.05	0.5±0.03	1.33±0.07	1.66±0.01
		опыт	0.58±0.03	0.4±0.01	0.98±0.04	1.45±0.02
	Колошение	контроль	1.14±0.07	0.65±0.03	1.8±0.1	1.75±0.01
		опыт	0.77±0.05	0.47±0.02	1.24±0.04	1.64±0.05
	Цветение	контроль	1.53±0.04	0.92±0.05	2.45±0.12	1.66±0.06
		опыт	1.06±0.03	0.65±0.02	1.71±0.01	1.63±0.06
	Созревание	контроль	1.35±0.06	0.79±0.01	2.14±0.02	1.71±0.004
		опыт	0.94±0.02	0.57±0.03	1.51±0.03	1.65±0.01
ITMI-49	Трубкование	контроль	0.8±0.02	0.47±0.02	1.27±0.04	1.7±0.01
		опыт	0.56±0.01	0.34±0.04	0.9±0.01	1.65±0.02
	Колошение	контроль	1.46±0.03	0.84±0.02	2.3±0.05	1.74±0.01
		опыт	1.02±0.02	0.61±0.01	1.63±0.02	1.67±0.01
	Цветение	контроль	1.77±0.05	1.07±0.04	2.83±0.02	1.65±0.02
		опыт	1.24±0.03	0.79±0.04	2.03±0.04	1.57±0.02
	Созревание	контроль	1.63±0.04	0.96±0.02	2.59±0.01	1.7±0.02
		опыт	1.14±0.03	0.7±0.02	1.84±0.03	1.63±0.03
ITMI-43	Трубкование	контроль	0.72±0.04	0.42±0.02	1.14±0.06	1.71±0.01
		опыт	0.48±0.02	0.3±0.01	0.78±0.03	1.6±0.004
	Колошение	контроль	1.49±0.04	0.83±0.02	2.32±0.06	1.79±0.01
		опыт	1.03±0.04	0.6±0.02	1.63±0.05	1.72±0.1
	Цветение	контроль	1.72±0.05	1.02±0.02	2.74±0.2	1.69±0.05
		опыт	1.2±0.03	0.74±0.02	1.94±0.01	1.62±0.01
	Созревание	контроль	1.22±0.06	0.69±0.03	1.91±0.1	1.77±0.01
		опыт	0.85±0.02	0.51±0.02	1.36±0.01	1.67±0.02

Таблица (продолжение)

Линии	Фаза развития	Варианты опыта	Содержание хлорофилла, мг/г сырой массы			
			<i>a</i>	<i>b</i>	<i>a + b</i>	<i>a/b</i>
ITMI-45	Трубкавание	контроль	0.96±0.03	0.55±0.02	1.51±0.04	1.74±0.02
		опыт	0.67±0.02	0.4±0.02	1.07±0.02	1.67±0.04
	Колошение	контроль	1.15±0.01	0.63±0.01	1.78±0.02	1.82±0.004
		опыт	0.8±0.04	0.5±0.01	1.3±0.03	1.6±0.01
	Цветение	контроль	1.77±0.07	1.02±0.04	2.79±0.16	1.73±0.02
		опыт	1.22±0.03	0.73±0.01	1.95±0.03	1.67±0.03
Созревание	контроль	1.7±0.03	1.01±0.02	2.71±0.05	1.68±0.01	
	опыт	1.18±0.01	0.73±0.005	1.91±0.03	1.62±0.02	
ITMI-77	Трубкавание	контроль	0.93±0.01	0.52±0.01	1.45±0.01	1.79±0.01
		опыт	0.6±0.02	0.37±0.003	0.97±0.01	1.62±0.06
	Колошение	контроль	1.45±0.08	0.84±0.04	2.29±0.12	1.73±0.005
		опыт	1.01±0.03	0.61±0.03	1.62±0.03	1.65±0.02
	Цветение	контроль	1.76±0.05	0.96±0.03	2.72±0.08	1.83±0.01
		опыт	1.2±0.02	0.68±0.01	1.88±0.02	1.76±0.02
Созревание	контроль	1.24±0.08	0.71±0.06	1.95±0.12	1.75±0.01	
	опыт	0.88±0.03	0.53±0.01	1.41±0.03	1.66±0.01	

Анализ данных таблицы показывает, что независимо от генотипа линии мягкой пшеницы содержание хлорофилла *a* в листьях исследованных растений по сравнению с хлорофиллом *b* выше. Как следует из таблицы, в условиях засоления почвы содержание хлорофиллов *a* и *b* и их сумма в листьях уменьшается по сравнению с контролем приблизительно на 30%. Эти изменения происходили у всех исследуемых линий пшеницы.

Высокое содержание суммы хлорофиллов *a* и *b* наблюдается в фазе цветения. Максимальное их содержание отмечается у линии мягкой пшеницы ITMI-49 и составляет 2,83 мг/г сырой массы в контрольном варианте и 2.03 мг/г сырой массы в опытном. У линии ITMI-55 содержание суммы хлорофиллов было ниже, чем у других исследованных линий мягкой пшеницы во всех фазах развития, кроме фазы трубкавания.

В фазе цветения у всех исследуемых линий мягкой пшеницы содержание суммы хлорофиллов *a* и *b* увеличивается по сравнению с другими фазами развития. В условиях засоления почвы содержание хлорофиллов *a* и *b* в листьях данных растений было меньше, чем у контрольных.

У опытных растений также наблюдалось понижение содержания хлорофиллов *a* и *b* в фазе созревания, чем в фазах колошения и цветения. Результаты показывают, что независимо от линии пшеницы содержание хлорофилла *a* в листьях исследованных растений по сравнению с хлорофиллом *b* было выше.

Данные таблицы отчетливо показывают, что в контрольном варианте по сравнению с засолением почвы суммарное содержание зеленых пигментов в фазе цветения заметно увеличивается, как за счет хлорофилла *a*, так и хлорофилла *b*. Следует отметить, что ход динамики содержания пластидных пигментов в процессе развития у всех исследованных сортов идентичен.

Таким образом, изучение содержания пластидных пигментов в листьях у растений в зависимости от фазы их развития показало, что содержание хлорофиллов *a* и *b*, начиная от фазы трубкавания, увеличивается до фазы цветения, а затем в фазе созревания уменьшается. При засолении почвы

общее содержание хлорофилла заметно снижается за счёт уменьшения содержания хлорофиллов *a* и *b*. Эти изменения заметно наблюдались у всех исследуемых растений.

Поступило 11.04.2022 г.

ЛИТЕРАТУРА

1. Reyer C., Bachinger J., Bloch R. and et al. Climate change adaptation and sustainable regional development: a case study for the Federal State of Brandenburg, Germany. - Reg. Environ Change, 2012, № 12, pp. 523-542.
2. Habash D.Z., Kehel Z., Nachit M. Genomic approaches for designing durum wheat ready for climate change with a focus on drought. – J. Exptl. Botany, 2009, v.60, № 10, pp. 2805-2816.
3. Давлятназарова З.Б., Киёмова З.С., Алиев У.К., Шукурова М.Х., Каспарова И.С., Алиев К.А. Биохимические аспекты устойчивости разночувствительных генотипов картофеля к солевому стрессу. – Известия Академии наук Республики Таджикистан. Отделение биологических и медицинских наук, 2012, № 3(180), с. 43-49.
4. Scott Malcolm, Elizabeth Marshall, Marcel Aillery and et al. Agricultural Adaptation to a Changing Climate. – Economic Research Report, 2012, № 136, pp.18-56.
5. Сайдаминов Х.Х., Маниязова Н.А., Атоев М.Х., Абдуллаев А. Содержание хлорофилла у некоторых бобовых культур в условиях почвенной засухи. – ДАН РТ, 2016, т.59, № 9-10, с. 428-433.
6. Васильева В.Е. Пигменты. - Методы биохимического анализа растений. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1978, с.90-101.
7. Vernon L.F. Spectrophotometric determination of chlorophylls and phiopytins in plant ertrnota. – Analyt. Chem.,1960, v.32, № 9, pp. 1144-1448

Х.Т.Шарипова

ТАЪСИРИ ШЎРШАВИИ ОМЕХТАИ ХОК БА МИҚДОРИ ХЛОРОФИЛЛ ДАР БАЪЗЕ ЛИНИЯҲОИ ГАНДУМ АЗ КОЛЛЕКСИЯИ ЧАҲОНӢ

Институти ботаника, физиология ва генетикаи растани АМИТ

Дар мақолаи мазкур маълумот оид ба таъсири шӯршавии омехтаи хок ба таркиби пигментҳои сабз дар баргҳои линияҳои гуногуни гандуми мулоим аз коллексияи чаҳонӣ оварда шудааст. Нишон дода шудааст, ки миқдори хлорофиллҳои *a* ва *b* дар ҳамаи растаниҳои омӯхташуда аз давраи навдабандӣ зиёд мешавад, аммо дар давраи ҳосилбандӣ ин нишондод якбора кам мешавад. Дар вақти шӯр шудани замин миқдори пигментҳои сабз хеле кам мешаванд. Ин ҳам ба хлорофилл *a* ва ҳам ба хлорофилл *b* вобаста аст. Ин дигаргуниҳо дар ҳамаи линияҳои гандум мушоҳида карда шуд.

Калимаҳои калидӣ: тағирёбии иқлим, стресс, шӯршавии хок, пигментҳои сабзи гандум, марҳилаҳои рушд.

Kh.T.Sharipova

**THE INFLUENCE OF COMBINED SOIL SALINATION ON THE CONTENT OF
CHLOROPHYLL IN SOME VARIOUS LINES OF SOFT WHEAT FROM THE
WORLD COLLECTION**

Institute of Botany, Plant Physiology and Genetics of the National Academy of Sciences of Tajikistan

In this article the experimental data on the effect of combined soil salinity on the content of green pigments in the leaves of various lines of soft wheat from the world collection are presents. It is shown that the content of chlorophylls *a* and *b* in all the studied plants, starting from the stemming phase, increases, but in the fruiting phase this indicator sharply decreases. When the soil is salinized, the content of green pigments decreases markedly. This is due to both chlorophyll *a* and chlorophyll *b*. These changes occurred more markedly in all wheat lines.

Key words: *climate change, stress, soil salinization, wheat green pigments, development phases.*