

## СОДЕРЖАНИЕ

## МАТЕМАТИКА

- Ф.З.Рахмонов, П.З.Рахмонов, М.Ё.Гулов.** Условная схема Монте-Карло для расчёта стабильных коэффициентов чувствительности (греков) автокоррелируемых нот типа worst-of: многомерный случай.....719
- М.М.Миркалонова, А.А.Шабозова.** О наилучшем приближении аналитических в круге функций и поперечники в  $H_2$  классов функций, дифференцируемых в смысле Вейля.....702
- Ш.С.Шоинбекова.** Наилучшие приближения и значения некоторых классов функций в пространстве  $H_{q,p}$  .....710
- М.Т.Султонзода.** О гладкости решения вариационной задачи Дирихле для вырождающихся эллиптических операторов недивергентного вида во всем пространстве .....715
- Л.Н.Раджабова.** О решениях переопределенной системы интегральных уравнений типа Вольтерра с особыми граничными линиями в виде обобщенных степенных рядов .....721

## ИНФОРМАТИКА

- Б.С.Саидзода.** Об автоматическом распознавании УДК авторефератов на основе триграмм .....729

## АСТРОНОМИЯ

- Г.И.Кохирова, Ф.Дж.Рахматуллаева, М.Хусарик, А.В.Иванова, С.А.Борисенко.** Фотометрические свойства активного астероида 248370 (2005 QN173) по наблюдениям в Словакии и Таджикистане .....737

## ФИЗИКА

- Ш.И.Акназарова, Д.Рашидов, С.Х.Табаров, Ф.Содиков, А.И.Дустов, Ш.П.Исмаилов.** Анизотропия механических свойств фуллереннаполненного блоксополимера метилметакрилата со стиролом .....747

## ГИДРОЛОГИЯ И ВОДНЫЕ РЕСУРСЫ

- Ф.Рахими, О.Ш.Маджидов.** Об одной математической модели русловых процессов (на примере реки Пяндж, Таджикистан) .....752

## НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- А.М.Мадиномов, У.Раджабов, С.Г.Ёрмамадова, И.У.Камолова.** Соединения железа(II,III) с метионином .....761
- М.М.Тагоев, А.М.Исоев, К.И.Нематуллоев, С.К.Кодирзода, С.М.Досаев.** Термическая устойчивость минеральных руд Таджикистана, содержащих бор, алюминий и железо .....768

**А.М.Исоев, М.М.Тагоев, П.М.Ятимов, А.С.Курбонов, Р.С.Ёрмадов.** Особенности хлорирования отдельных минералов боросиликатных руд.....775

### **ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ**

**К.И.Кобраков, Д.Н.Кузнецов, Н.А.Тошходжаев, К.Г.Алексян, Н.Ю.Совостьянов, В.С.Селезнев, М.С.Мухамеджанов.** Синтез и некоторые свойства “небензидиновых” бисазокрасителей, содержащих фрагмент 2,4,6-тригидрокситолуола .....780

### **ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ**

**Н.М.Джамолов, Д.Х.Мирзоев, Т.Б.Холматов, А.М.Каюмов, У.М.Мирсаидов.** Кинетика разложения нефелиновых сиенитов месторождения Турпи смешанными минеральными кислотами .....788

**М.Н.Абдусалымова, С.С.Баротов, Ф.А.Махмудов, Э.Н.Шаймарданов.** Получение и исследование свойств наноструктурированного оксида гадолиния (III) .....792

**В.Д.Абулхаев, М.А.Балаев, Х.Х.Назарзода, Б.Д.Сайдалиев, С.О.Убайдов, И.Н.Ганиев.** Диаграмма состояния и электрофизические свойства твёрдых растворов системы  $Tb_4Sb_3-Pr_4Sb_3$ .....798

### **ЭКОЛОГИЯ**

**М.З.Ахмедов, Х.М.Назаров, Ш.А.Рахимбердиев, У.Мирсаидов.** Естественные радионуклиды в почвах на территории ареала хвостохранилища Адрасман.....803

**Указатель статей, опубликованных в 2022 г.**.....809

**Авторский указатель** .....819

## CONTENTS

## MATHEMATICS

- F.Z.Rakhmonov, P.Z.Rakhmonov, M.Yo.Gulov.** Conditional Monte-Carlo scheme for stable Greeks of worst-of autocallable notes: multi-asset case.....**689**
- M.M.Mirkalonova, A.A.Shabozova.** On the best approximation of functions analytical in the unit circle and widths in  $H_2$  classes of functions differentiable in the sense of Weil .....**702**
- Sh.S.Shoinbekova.** Best approximation and the value of some classes of functions in the space  $H_{q,\rho}$  .....**710**
- M.T.Sultonzoda.** On smoothness of a solution of variational Dirichlet problem for non-divergent degenerate elliptic operators in the hole space .....**715**
- L.N.Rajabova.** On solutions of the overdetermined system of Volterra-type integral equations with singular boundary lines in the form of generalized power series .....**721**

## INFORMATICS

- B.S.Saidzoda.** On automatic recognition of UDC author's abstracts based on trigrams .....**729**

## ASTRONOMY

- G.I.Kokhirova, F.Dzh.Rakhmatullaeva, M.Husarik, O.V.Ivanova, S.A.Borysenko.** Photometric properties of active asteroid 248370 (2005 QN173) from observations in Slovakia and Tajikistan.....**737**

## PHYSICS

- Sh.I.Aknazarova, D.Rashidov, S.Kh.Tabarov, F.Sodikov, A.I.Dustov, Sh.P.Ismatov.** Anisotropy of mechanical properties a fulleren-filled blockpolymer methyl methacrylate with styrene .....**747**

## HYDROLOGY AND WATER RESOURCES

- F.Rakhimi, O.Sh.Majidov.** About one mathematical model of channel processes (on the example of the Pyanj river, Tajikistan) .....**752**

## INORGANIC CHEMISTRY

- A.M.Madinomov, U.Radjabov, S.G.Yormamadova, I.U.Kamolova.** Iron(II,III) compounds with metionine .....**761**
- M.M.Tagoev, A.M.Isoev, K.I.Nematulloev, S.K.Kodirzoda, S.M.Dosaev.** Thermal stability of Tajikistan mineral ores, containing boron, aluminum and iron.....**768**
- A.M.Isoev, M.M.Tagoev, P.M.Yatimov, A.S.Kurbonov, R.S.Yormadov.** Features of chlorination of individual minerals of borosilicate ores .....**775**

**ORGANIC CHEMISTRY**

**K.I.Kobrakov, D.N.Kuznetsov, N.A.Toshkhodzhaev, K.G.Aleksanyan, N.Yu.Sovostyanov, V.S.Seleznev, M.S.Muchamedjanov.** Synthesis and some properties of “non-benzidine” biso dyes containing a 2,4,6-trihydroxytoluene fragmente .....780

**PHYSICAL CHEMISTRY**

**N.M.Jamolov, D.Kh.Mirzoev, T.B.Kholmatov, A.M.Kayumov, U.M.Mirsaidov.** Kinetics of decomposition of nepheline syenites from Turpi deposit by mixed mineral acids.....788

**M.N.Abdusalyamova, S.S.Barotov, F.A.Makhmudov, E.N.Shaimardanov.** Obtaining and properties of nanostructured gadolinium oxide .....792

**V.D.Abulkhaev, M.A.Balaev, Kh.Rh.Nazarov, B.D.Saydaliev, S.O.Ubaydov, I.N.Ganiev.** State diagram and electrophysical properties of solid solution of the  $Tb_4Sb_3$ - $Pr_4Sb_3$  system .....798

**ECOLOGY**

**M.Z.Akhmedov, Kh.M.Nazarov, Sh.A.Rahimberdiev, U.Mirsaidov.** Natural radionuclides in soils in the area of the Adrasman tailing dump.....803

**The index of clauses published in 2021** .....809

**The author’s index**.....819

УДК 511.325

Ф.З.Рахмонов, П.З.Рахмонов, М.Ё.Гулов

**УСЛОВНАЯ СХЕМА МОНТЕ-КАРЛО ДЛЯ РАСЧЁТА СТАБИЛЬНЫХ  
КОЭФФИЦИЕНТОВ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ (ГРЕКОВ)  
АВТОКОЛЛИРУЕМЫХ НОТ ТИПА WORST-OF: МНОГОМЕРНЫЙ СЛУЧАЙ**

*Институт математики им. А.Джураева НАН Таджикистана**(Представлена членом-корреспондентом НАН Таджикистана С.А.Исхоковым 05.10.2022 г.)*

В работе приводится схема Монте-Карло для расчёта цены и коэффициентов чувствительности (греков) автоколлируемой ноты типа worst-of. Предлагаемая схема использует особенности автоколлируемой ноты, имеет сниженную дисперсию по сравнению со стандартным методом Монте-Карло и может использоваться при оценке стоимости многомерных автоколлируемых нот с любым числом базовых активов, что позволяет вычислять устойчивые греки (Дельта, Гамма, Вега и другие), а также существенно снижает вычислительные затраты для получения требуемой точности.

**Ключевые слова:** Монте-Карло, автоколлируемые ноты, снижение дисперсии, коэффициенты чувствительности, греки.

В настоящее время, ввиду предлагаемых низких процентных ставок по депозитам, автоколлируемые структурные ноты имеют большую популярность в мире как современный производный финансовый инструмент с привлекательной повышенной доходностью для инвесторов. Финансовые институты зачастую открывают большие портфели из большого количества таких структурных нот, и проблематика быстрого расчета цен и коэффициентов чувствительности (греков) становится очень актуальной. Хорошо известно, что применение метода Монте-Карло при оценке производных финансовых инструментов со свойством досрочного погашения приводит к нестабильным коэффициентам чувствительности (грекам) и к большим погрешностям в схеме Монте-Карло [2].

В данной статье мы приводим схему Монте-Карло, которая использует особенности автоколлируемой ноты типа worst-of и воспроизводит стабильные коэффициенты чувствительности. Эта схема наглядно демонстрирует уменьшение дисперсии в схеме Монте-Карло и может использоваться при оценке стоимости многомерных автоколлируемых нот с любым числом базовых активов.

В этой статье мы разберём эффективность схемы для случая с 4 базовыми активами. Предлагаемый алгоритм позволяет вычислять устойчивые греки (Дельта, Гамма, Вега и другие) и существенно снижает вычислительные затраты для получения требуемой точности по сравнению со стандартной схемой Монте-Карло.

---

**Адрес для корреспонденции:** Рахмонов Фируз Заруллоевич, Рахмонов Парвиз Заруллоевич. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/4, Институт математики. E-mail: firuz.rakhmonov@gmail.com, parviz.msu@gmail.com

Дадим определение автоколлируемым нотам типа worst-of (“худшая из”). Пусть дан набор дат наблюдения  $0 < t_1 < \dots < t_n$ . Автоколлируемая нота типа worst-of определяется на корзине базовых активов (например, акций)  $S^{(1)}, \dots, S^{(d)}$ . В каждую дату наблюдения  $t_j$ , за исключением конечной даты наблюдения, данная нота имеет следующую структуру выплат

$$\begin{cases} Nc, & \text{if } \min_{i=1,d} \frac{S^{(i)}(t_k)}{S_a^{(i)}} < B \quad \forall k < j \quad \text{and} \quad C \leq \min_{i=1,d} \frac{S^{(i)}(t_j)}{S_a^{(i)}} < B, \\ N + Nc, & \text{if } \min_{i=1,d} \frac{S^{(i)}(t_k)}{S_a^{(i)}} < B \quad \forall k < j \quad \text{and} \quad \min_{i=1,d} \frac{S^{(i)}(t_j)}{S_a^{(i)}} \geq B. \end{cases} \quad (1)$$

На конечную дату наблюдения  $t_n$  выплата определяется следующим образом:

$$\begin{cases} N + Nc, & \text{if } \min_{i=1,d} \frac{S^{(i)}(t_k)}{S_a^{(i)}} < B \quad \forall k < n \quad \text{and} \quad C \leq \min_{i=1,d} \frac{S^{(i)}(t_n)}{S_a^{(i)}}, \\ N, & \text{if } \min_{i=1,d} \frac{S^{(i)}(t_k)}{S_a^{(i)}} < B \quad \forall k < n \quad \text{and} \quad L \leq \min_{i=1,d} \frac{S^{(i)}(t_n)}{S_a^{(i)}} < C, \\ Nq(S^{(1)}(t_n), \dots, S^{(d)}(t_n)), & \text{if } \min_{i=1,d} \frac{S^{(i)}(t_k)}{S_a^{(i)}} < B \quad \forall k < n \quad \text{and} \quad \min_{i=1,d} \frac{S^{(i)}(t_n)}{S_a^{(i)}} < L, \end{cases} \quad (2)$$

где  $N$  – это номинальная сумма (Notional amount),  $C$ ,  $B$  и  $L$  – определяют уровни купонного барьера (coupon barrier), автоколлируемого барьера (autocall barrier) и нижнего барьера (lower barrier) соответственно. Автоколлируемый (или верхний) барьер  $B$  определяет уровень, после пробития которого на дату наблюдения автоколлируемая нота перестает существовать (терминируется). Мы всегда предполагаем, что  $C < B$ , и  $c$  – это купонная ставка (coupon rate) для каждого периода наблюдения и она фиксируется при выпуске данной ноты.  $S_a^{(i)} := S^{(i)}(t_a)$ ,  $i = 1, \dots, d$  обозначают цену  $i$ -го базового актива из корзины на момент выпуска ноты  $t_a < t_0$  и используются для определения показателя относительных роста или снижения цены каждого базового актива. Таким образом,  $\frac{S^{(i)}(t_k)}{S_a^{(i)}}$  определяет рост или снижение стоимости (эффективность)  $i$ -го базового актива на момент времени  $t_k$ .

Функция  $q(S^{(1)}(t_n), \dots, S^{(d)}(t_n))$  определяет уменьшенную сумму, которая выплачивается держателю автоколлируемой ноты и обычно она равна  $\min_{i=1,d} \frac{S^{(i)}(t_n)}{S_a^{(i)}}$ , базовому активу с наихудшей эффективностью (доходностью). Это и объясняет устоявшееся название worst-of, что означает “худшая из”.

Другими словами, данный контракт выплачивает условный купон пока не наступает момент пробития верхнего барьера  $B$ , который определяется как первая дата наблюдения, при котором

базовый актив с наихудшей эффективностью превышает верхний барьер  $B$ . Если в одной из дат наблюдения происходит пробитие верхнего барьера  $B$ , номинальная сумма  $N$ , а также купон  $Nc$  выплачиваются и контракт перестает существовать. Однако, если этот барьер не пробивается и контракт “выживает” до конечной даты наблюдения, а также на эту конечную дату наихудший базовый актив в корзине меньше, чем нижний барьер  $L$ , в этом случае держателю ноты выплачивается сниженная сумма  $Nq(S^{(1)}(t_n), \dots, S^{(d)}(t_n))$ . Если наихудший базовый актив в корзине меньше, чем купонный барьер  $C$ , но больше нижнего барьера  $L$ , то номинальная сумма  $N$  выплачивается, но без купона.

Для простоты понимания, определим триггер-функцию  $I_j \triangleq \min_{i=1,d} \frac{S^{(i)}(t_j)}{S_a^{(i)}}$ .

Тогда безарбитражная стоимость  $V(0)$  определенной выше автоколлируемой ноты worst-of в момент времени 0 равна математическому ожиданию  $\mathbb{E}(\cdot) := \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}(\cdot)$  дисконтированных будущих денежных потоков, где  $\mathbb{Q}$  обозначает риск-нейтральную меру и  $\beta(\cdot)$  обозначает банковский депозитный счет с постоянным начислением (money-market account).

$$\begin{aligned}
 V(0) = & \mathbb{E} \left\{ \sum_{j=1}^{n-1} (\beta(t_j))^{-1} [Nc \prod_{k=1}^{j-1} \mathbb{I}_{I_k < B} \mathbb{I}_{C \leq I_j < B} + (N + Nc) \prod_{k=1}^{j-1} \mathbb{I}_{I_k < B} \mathbb{I}_{I_j \geq B}] + \right. \\
 & + (\beta(t_n))^{-1} [(N + Nc) \prod_{k=1}^{n-1} \mathbb{I}_{I_k < B} \mathbb{I}_{I_n \geq C} + N \prod_{k=1}^{n-1} \mathbb{I}_{I_k < B} \mathbb{I}_{L \leq I_n < C} + \\
 & \left. + Nq(S^{(1)}(t_n), \dots, S^{(d)}(t_n)) \prod_{k=1}^{n-1} \mathbb{I}_{I_k < B} \mathbb{I}_{I_k < L}] \right\}. \tag{3}
 \end{aligned}$$

Более детальное описание данной темы приведено в монографии [1]. Далее, используя идеи сглаживания разрывов, используемых в методах Монте-Карло, мы можем применить схему, которая описывается следующим предложением.

**Предложение.** *Стоимость автоколлируемой ноты типа worst-of с выплатой, определенной в (1) и (2), может быть вычислена следующим образом*

$$\begin{aligned}
 V(0) = & \tilde{\mathbb{E}} \left\{ \sum_{j=1}^{n-1} \beta^{-1}(t_j) (Nc\psi_{j,2} + (N + Nc)\psi_{j,1}) + \right. \\
 & \left. + \beta^{-1}(t_n) [(N + Nc)(\psi_{n,2} + \psi_{n,1}) + N\psi_{n,3} + Nq(S^{(1)}(t_n), \dots, S^{(d)}(t_n))\psi_{n,4}] \right\}, \tag{4}
 \end{aligned}$$

где

$$\psi_{j,1} = \mathbb{Q} \left( \bigcap_{k=1}^{j-1} \{I_k < B\} \cap \{I_j \geq B\} \right), \quad j = \overline{1, n},$$

$$\psi_{j,2} = \mathbb{Q} \left( \bigcap_{k=1}^{j-1} \{I_k < B\} \cap \{C \leq I_j < B\} \right), \quad j = \overline{1, n},$$

$$\psi_{n,3} = \mathbb{Q} \left( \bigcap_{k=1}^{n-1} \{I_k < B\} \cap \{L \leq I_n < C\} \right),$$

$$\psi_{n,4} = \mathbb{Q} \left( \bigcap_{k=1}^{n-1} \{I_k < B\} \cap \{I_n < L\} \right),$$

и внешнее математическое ожидание берется в специальной мере  $\tilde{\mathbb{Q}}$ , которая соответствует тем путям схемы Монте-Карло, которые приводят к “выживанию” (отсутствие пробития верхнего барьера  $B$ ) автоколлируемой ноты.

**1. Модель ценообразования.** Предположим, что динамика цен базовых активов  $S^{(1)}(t), \dots, S^{(d)}(t)$  определяется многомерным стохастическим процессом вида

$$dS^{(i)}(t) = \mu^{(i)}(t)dt + \sigma^{(i)}(t)dW^{(i)}(t), \quad i = \overline{1, d}, \tag{5}$$

где винеровские процессы  $W(t) = (W^{(1)}(t), \dots, W^{(d)}(t))$  взаимно коррелируют, имеют коэффициенты корреляций  $d\langle W^{(i)}(t), W^{(j)}(t) \rangle = \rho_{ij}dt$  и определяют корреляционную матрицу  $R \triangleq (\rho_{ij})_{i=1, j=1}^{d, d}$ . Коэффициенты (5) могут зависеть от  $S^{(i)}(t)$ , но для упрощения обозначений уберем переменную  $S^{(i)}$  из  $\mu^{(i)}$ ,  $\sigma^{(i)}$ . Мы будем использовать идеи Глассермана и Стаума [4] сглаживания разрывов и метод специальной выборки, описанный в [3], где используются только те пути в схеме Монте-Карло, которые оставляют “в живых” рассматриваемую автоколлируемую ноту, то есть не выходят за верхний барьер, где автоколлируемая нота перестает существовать. Другими словами триггер-функция  $I_j$  не пересекает верхний барьер  $B$  для *всех* наблюдаемых дат. Для этого рассмотрим временной промежуток  $[t_j, t_{j+1}]$  и будем использовать известную лог-Эйлерову схему дискретизации стохастического дифференциального уравнения (5) (см. [1] для более детального рассмотрения данного вопроса). Лог-Эйлерова схема дискретизации для (5), для  $i = \overline{1, d}$ , представляется в виде

$$0.9 S^{(i)}(t_{j+1}) = S^{(i)}(t_j) \exp \left\{ \left( \frac{\mu^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} - \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \right)^2 \right) \Delta t_j + \frac{\sigma^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \sqrt{\Delta t_j} Z^{(i)} \right\}, \tag{6}$$

где  $Z = (Z^{(1)}, \dots, Z^{(d)})$  –  $d$ -мерный вектор коррелирующих между собой случайных величин, имеющих стандартное нормальное распределение (гауссовский вектор), с корреляционной матрицей  $R$ . Используя разложение Холецкого для корреляционной матрицы  $R$ , выразим вектор  $Z$  в виде

$$Z = AY, \tag{7}$$

где  $AA^T = R$  и  $Y$  –  $d$ -мерный стандартный гауссовский вектор с независимыми координатами,  $Y \sim N(0, I)$ . Далее применим дополнительное ортогональное преобразование вектора  $Y$ :

$$Y = QX. \tag{8}$$



Как далее будет видно из формулы (11) стр.6, область “выживания” ноты в терминах переменной  $Z$  – это внешняя область сдвинутого положительного ортанта. Преобразование (7) переводит эту область во внешнюю область сдвинутого ортанта с неортогональными сторонами. И наконец, поворот (8) поворачивает этот сдвинутый ортант таким образом, что его проекцией на первые  $d-1$  координаты является  $\mathbb{R}^{d-1}$ . Таким образом, совместив (6), (7), (8), обновленная дискретизация для (5), для  $i = \overline{1, d}$ , имеет вид

$$S^{(i)}(t_{j+1}) = S^{(i)}(t_j) \exp \left\{ \left( \frac{\mu^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} - \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \right)^2 \right) \Delta t_j + \frac{\sigma^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \sqrt{\Delta t_j} (AQX)^{(i)} \right\},$$

где  $X \sim N(0, I)$  –  $d$ -мерный гауссовский вектор с независимыми координатами.

**2. Численная схема.** Предположим, что нота продолжает существовать (не терминирована) к моменту  $t_j$ . При переходе от момента времени  $t_j$  к моменту времени  $t_{j+1}$ , мы видим что нота терминируется если выполняется условие  $I_{j+1} = \min_{i=\overline{1, d}} \frac{S^{(i)}(t_{j+1})}{S_a^{(i)}} \geq B$ , то есть, если для  $i = \overline{1, d}$  имеем

$$\frac{S^{(i)}(t_j)}{S_a^{(i)}} \exp \left\{ \left( \frac{\mu^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} - \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \right)^2 \right) \Delta t_j + \frac{\sigma^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \sqrt{\Delta t_j} (AQX)^{(i)} \right\} \geq B,$$

$$\frac{\sigma^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \sqrt{\Delta t_j} (AQX)^{(i)} \geq \ln \left( \frac{BS_a^{(i)}}{S^{(i)}(t_j)} \right) - \left( \frac{\mu^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} - \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \right)^2 \right) \Delta t_j, \quad \forall i = \overline{1, d}.$$

$$(AQX)^{(i)} \geq \frac{\ln \left( \frac{BS_a^{(i)}}{S^{(i)}(t_j)} \right) - \left( \frac{\mu^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} - \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \right)^2 \right) \Delta t_j}{\frac{\sigma^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \sqrt{\Delta t_j}}, \quad \forall i = \overline{1, d}. \quad (9)$$

Введем обозначение  $X' = (X_1, \dots, X_{d-1}, 0)$  и

$$M = AQ. \quad (10)$$

Пусть  $M_i$  обозначает  $i$ -ю строку матрицы  $M$  и  $m_i$  обозначает последний элемент вектора  $M_i$  (мы не отразили зависимость  $M$  и  $m_i$  от индекса  $j$ ). Заметим, что проекцией области выживания ноты в первых  $d-1$  координатах является  $\mathbb{R}^{d-1}$ . Тогда условие выживания в (9) зависит от последней координаты  $X_d$ . Таким образом, триггер условие из (9) эквивалентно следующему выражению

$$m_i X_d \geq \frac{\ln\left(\frac{BS_a^{(i)}}{S^{(i)}(t_j)}\right) - \left(\frac{\mu^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} - \frac{1}{2} \frac{\sigma^{(i)}(t_j)^2}{S^{(i)}(t_j)}\right) \Delta t_j}{\frac{\sigma^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \sqrt{\Delta t_j}} - M_i X', \quad \forall i = \overline{1, d},$$

$$X_d \geq \frac{1}{m_i} \left\{ \frac{\ln\left(\frac{BS_a^{(i)}}{S^{(i)}(t_j)}\right) - \left(\frac{\mu^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} - \frac{1}{2} \frac{\sigma^{(i)}(t_j)^2}{S^{(i)}(t_j)}\right) \Delta t_j}{\frac{\sigma^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \sqrt{\Delta t_j}} - M_i X' \right\}, \quad \forall i = \overline{1, d}.$$

Отсюда имеем, что триггер-условие сводится к

$$X_d \geq \max_{i=\overline{1, d}} \frac{1}{m_i} \left\{ \frac{\ln\left(\frac{BS_a^{(i)}}{S^{(i)}(t_j)}\right) - \left(\frac{\mu^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} - \frac{1}{2} \frac{\sigma^{(i)}(t_j)^2}{S^{(i)}(t_j)}\right) \Delta t_j}{\frac{\sigma^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \sqrt{\Delta t_j}} - M_i X' \right\}.$$

**3. Выбор матрицы Q.** В соответствии со спецификацией (1)-(2), если автоколлируемая нота не успела терминироваться до даты  $t_{j+1}$ , то она также не будет терминирована на дату  $t_{j+1}$ , если

$$\min_{i=\overline{1, d}} \frac{S^{(i)}(t_j)}{S_a^{(i)}} \exp \left\{ \left( \frac{\mu^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} - \frac{1}{2} \frac{\sigma^{(i)}(t_j)^2}{S^{(i)}(t_j)} \right) \Delta t_j + \frac{\sigma^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \sqrt{\Delta t_j} Z^{(i)} \right\} < B.$$

Отсюда, условие терминирования выражается обратным неравенством

$$\min_{i=\overline{1, d}} \frac{S^{(i)}(t_j)}{S_a^{(i)}} \exp \left\{ \left( \frac{\mu^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} - \frac{1}{2} \frac{\sigma^{(i)}(t_j)^2}{S^{(i)}(t_j)} \right) \Delta t_j + \frac{\sigma^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \sqrt{\Delta t_j} Z^{(i)} \right\} \geq B,$$

которое эквивалентно следующему выражению

$$\frac{S^{(i)}(t_j)}{S_a^{(i)}} \exp \left\{ \left( \frac{\mu^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} - \frac{1}{2} \frac{\sigma^{(i)}(t_j)^2}{S^{(i)}(t_j)} \right) \Delta t_j + \frac{\sigma^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \sqrt{\Delta t_j} Z^{(i)} \right\} \geq B, \quad \forall i = \overline{1, d},$$

$$\frac{\sigma^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \sqrt{\Delta t_j} Z^{(i)} \geq \ln \left( \frac{BS_a^{(i)}}{S^{(i)}(t_j)} \right) - \left( \frac{\mu^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} - \frac{1}{2} \frac{\sigma^{(i)}(t_j)^2}{S^{(i)}(t_j)} \right) \Delta t_j, \quad \forall i = \overline{1, d}. \quad (11)$$

Таким образом, дополнение к области, определенной в (11) представляет собой область выживания на промежутке времени с даты  $t_j$  до даты  $t_{j+1}$ . Разделив обе части неравенства на

$$\frac{\sigma^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \sqrt{\Delta t_j} \neq 0, \text{ мы видим что областью выживания является внешняя область сдвинутого}$$

положительного ортанта. В терминах переменной  $Z$  границу области выживания представляют ортогональные гиперплоскости, параллельные к  $Z_i = 0, i = \overline{1, d}$ .

Данная область очевидно не является непрерывной по Липшицу<sup>1</sup>. Замена переменных  $Z = AY$ , индуцированная разложением Холецкого матрицы корреляций  $R$ , переводит область выживания в сдвинутый ортант, границу которого образуют гиперплоскости более не ортогональные. Граница в  $Y$ -переменных образует из себя гиперплоскости, параллельные к

$$a_{i1}Y_1 + \dots + a_{id}Y_d = 0, \quad i = \overline{1, d}, \tag{12}$$

где  $\{a_{ij}\}_{1 \leq i \leq j \leq d}$  элементы матрицы  $A$ .

Обозначим через  $\vec{n}^{(i)} \triangleq (a_{i1}, \dots, a_{id}) \in \mathbb{R}^d$  нормальный вектор гиперплоскости, определенной в (12), и пусть  $\vec{n}$  обозначает вектор, который образует равные углы с каждым из нормальных векторов  $\vec{n}^{(i)}, 1 \leq i \leq d$ . Предполагая что  $\vec{n}, \vec{n}^{(i)}$  имеют единичные длины,  $\vec{n}$  может быть найдено из соотношения

$$(\vec{n}^{(1)}, \vec{n}) = \dots = (\vec{n}^{(d)}, \vec{n}). \tag{13}$$

Эта система уравнений определяет множество линейных уравнений и определяет решение  $\vec{n}$  с точностью до его длины и направления. И в самом конце мы выбираем ортогональное преобразование  $Q$  таким образом, чтобы  $Q\vec{e}_d = \vec{n}$ , где  $\vec{e}_d = (0, 0, \dots, 0, 1)$  и  $\vec{n}$  указывает на наружную сторону области выживания (для этого достаточно взять первую координату  $\vec{n}$  равной 1 и нормировать решение (13)). Это гарантирует, что область выживания в  $X$ -переменных будет непрерывной по Липшицу.

Представим некоторые подробности выбора матрицы  $Q$ . Условие  $Q\vec{e} = \vec{n}$  автоматически подразумевает, что последним столбцом  $Q$  является вектор-столбец  $\vec{n}$ . Так как столбцы матрицы  $Q$  должны быть ортогональными, первые  $(d-1)$  столбцов могут быть найдены, например, с использованием процесса ортогонализации Грамма-Шмидта системы  $\{\vec{n}, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_d\}$ , с последующим удалением первого вектора. Заметим, что  $\{\vec{n}, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_d\}$  формирует базис в  $\mathbb{R}^d$ , так как  $n_1 = 1$ , поэтому  $\vec{n}$  не ортогонален к  $\vec{e}_1$ .

---

<sup>1</sup> Функция  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  называется непрерывной по Липшицу, если  $\exists K > 0 : \forall x, y \in \mathbb{R}^n \quad |f(x) - f(y)| \leq K |x - y|$ .

**4. Алгоритм.** Для полноты изложения приведем шаги алгоритма. Предположим, что процентные ставки детерминированы и постоянны.

1. Определить  $d$  – количество базовых активов в корзине,  $n$  – количество дат наблюдений,  $R$  – положительно определенная корреляционная матрица,  $\{S_a^{(1)}, \dots, S_a^{(d)}\}$  – первоначальные значения базовых активов, относительно которых будет производиться расчет,  $\{\sigma^{(1)}(t), \dots, \sigma^{(d)}(t)\}$  – детерминированные (не стохастические) функции волатильности,  $\{\mu^{(1)}(t), \dots, \mu^{(d)}(t)\}$  – функция, которая определяет снос (или дрейфт) (как было замечено ранее,  $\mu^{(i)}$  и  $\sigma^{(i)}$  могут зависеть от  $S^{(i)}$ , но мы для удобства не будем это писать).

2. Найти  $A: AA^T = R$ , то есть использовать разложение Холецкого.

3. Найти вектор-столбец  $\vec{n} \triangleq (n_1, \dots, n_d)^T$ , который удовлетворяет условиям

$$\begin{cases} n_1 = 1, \\ (n, n^{(1)}) = \dots = (n, n^{(d)}), \end{cases}$$

где  $\vec{n}^{(i)} \triangleq (a_{i1}, \dots, a_{id})^T$ ,  $i = 1, \dots, d$ . Нормировать  $\vec{n}$ , используя  $\vec{n} = \frac{\vec{n}}{\|\vec{n}\|}$ .

4. Применить процесс ортогонализации Грамма-Шмидта:  $\{\vec{n}, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_d\} \xrightarrow{\text{Грамм-Шмидт}} \{\vec{n}, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_d\}$ . Принять  $Q \triangleq (\vec{v}_d \dots \vec{v}_2 \vec{n})$ , то есть векторы-столбцы  $\vec{v}_d, \dots, \vec{v}_2, \vec{n}$  становятся столбцами матрицы  $Q$ .

5. Ввести  $w = 1$ , вероятность того, что нота не была терминирована, и установить  $V = 0$ . Далее, для  $j = 1, \dots, n$ :

(а) Пусть  $M$  обозначает матрицу (10), обозначим через  $M_i$   $i$ -ю строку матрицы  $M$  и через  $m_i$  последний элемент вектора  $M_i$ .

(б) Определим  $\Delta_t \triangleq t_j - t_{j-1}$  и для каждого  $i = 1, \dots, d$  определим

$$B_i = \left( \ln \left( \frac{BS_a^{(i)}}{S^{(i)}(t_j)} \right) - \left( \frac{\mu^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} - 0.5 \left( \frac{\mu^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \right)^2 \right) \Delta_t \right) \cdot \left( \frac{\sigma^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \sqrt{\Delta_t} \right)^{-1},$$

$$C_i = \left( \ln \left( \frac{CS_a^{(i)}}{S^{(i)}(t_j)} \right) - \left( \frac{\mu^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} - 0.5 \left( \frac{\mu^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \right)^2 \right) \Delta_t \right) \cdot \left( \frac{\sigma^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \sqrt{\Delta_t} \right)^{-1},$$

$$L_i = \left( \ln \left( \frac{LS_a^{(i)}}{S^{(i)}(t_j)} \right) - \left( \frac{\mu^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} - 0.5 \left( \frac{\mu^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \right)^2 \right) \Delta_t \right) \cdot \left( \frac{\sigma^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \sqrt{\Delta_t} \right)^{-1}.$$

(с) Сгенерировать  $X' \sim N(0, I)$ ,  $(d-1)$ -мерный гауссовский вектор с независимыми координатами, и определить

$$B_0 = \max_{i=1,\dots,d} \frac{B_i - M_i X'}{m_i}, \quad C_0 = \max_{i=1,\dots,d} \frac{C_i - M_i X'}{m_i}, \quad L_0 = \max_{i=1,\dots,d} \frac{L_i - M_i X'}{m_i},$$

$$p_B = \Phi(B_0), \quad p_C = \Phi(C_0), \quad p_L = \Phi(L_0).$$

(d) Сгенерировать  $U \sim \text{Unif}(0,1)$  и выбрать  $X_d = \Phi^{-1}(p_B U)$ . Объединить  $(d-1)$ -мерный гауссовский вектор  $X'$  с переменной  $X_d$ , то есть  $X = (X', X_d)$  и определить вектор  $Z \triangleq (Z_1, \dots, Z_d)^T$  by  $Z = A Q X$ .

(e) Использовать  $Z$  в лог-эйлеровой дискретизации, то есть

$$S^{(i)}(t_{j+1}) = S^{(i)}(t_j) \exp \left( \left( \frac{\mu^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} - 0.5 \left( \frac{\sigma^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \right)^2 \right) \Delta_t + \frac{\sigma^{(i)}(t_j)}{S^{(i)}(t_j)} \sqrt{\Delta_t} Z_i \right).$$

(f) Обновить  $0.9 V_p : V_p = V_p + w[(1 - p_B)(N + Nc) + (p_B - p_C)Nc] e^{-rt_j}$ .

(g) Обновить вес:  $w = p_B w$ .

6. Обновить  $V_p := V_p + w[(1 - p_C)(N + Nc) + (p_C - p_L)N + p_L N q(S^{(1)}(t_n), \dots, S^{(d)}(t_n))] e^{-rt_n}$ .

Повторяя шаги 2-6 достаточное количество раз, скажем  $P$ , мы формируем выборку  $V_1, \dots, V_P$

и оцениваем  $V(0)$  как выборочное среднее  $\bar{V}(0) = \frac{V_1 + \dots + V_P}{P}$ .

**5. Численные результаты.** Используем наш алгоритм для оценки стоимости автоколлируемых нот типа worst-of и расчета греков (коэффициентов чувствительности). Результат демонстрирует, что алгоритм, представленный в предыдущем разделе, вычисляет стабильные греки. В виду того, что мы избегаем разрывов, которые возникают вследствие пересечения верхнего барьера  $B$ , по сравнению с обычным методом Монте-Карло наш алгоритм демонстрирует значительное снижение дисперсии при вычислении коэффициентов чувствительности. Ниже мы приводим автоколлируемую ноту на корзину с 4 базовыми активами,  $d = 4$ . Мы предполагаем, что цены базовых активов следуют геометрическому броуновскому движению и порождаются 4-мерным броуновским движением,  $m = 4$ . Для тестирования нашего результата в качестве примера мы использовали контракт с параметрами, представленными в табл. 1.

Таблица 1

Параметры автоколлируемой ноты на корзину из четырех базовых активов

Даты наблюдений	$\{t_1, t_2, \dots, t_{12}\} = \{0.25, 0.5, 0.75, 1, \dots, 2.75, 3\}$
Ф-я сниженной выплаты	$q(S^{(1)}(t_{12}), \dots, S^{(4)}(t_{12})) = \min(S^{(1)}(t_{12}), \dots, S^{(4)}(t_{12}))$
Номинальная сумма	$N = 100$
Барьеры	$B = 1, C = 0.8, L = 0.6$
Купонная ставка	$c = 1\%$ (то есть 12% годовых)

В целях иллюстрации предположим, что цены базовых активов следуют геометрическому броуновскому движению  $dS^{(i)}(t) = S^{(i)}(t)\mu^{(i)}dt + S^{(i)}\sigma^{(i)}(t)dW^{(i)}(t), i = \overline{1, d}$ , безрисковая ставка постоянная и равна нулю, базовые активы не выплачивают дивиденды. Остальные параметры представлены в табл. 2.

Таблица 2

Рыночные данные для корзины из четырех базовых активов (БА).

Первоначальные значения БА:	$\{S_a^{(1)}, S_a^{(2)}, S_a^{(3)}, S_a^{(4)}\} = \{105, 110, 105, 110\}$
Безрисковая ставка	$r = 0\%$
Волатильности БА	$\sigma_1 = 30\%, \sigma_2 = 35\%, \sigma_3 = 35\%, \sigma_4 = 40\%$
Корреляционная матрица	$\begin{pmatrix} 1 & 0.7 & 0.5 & 0.3 \\ 0.7 & 1 & 0.6 & 0.4 \\ 0.5 & 0.6 & 1 & 0.5 \\ 0.3 & 0.4 & 0.5 & 1 \end{pmatrix}$

**6. Коэффициенты чувствительности.** Ниже приведем средние значения и стандартные отклонения стандартного метода Монте-Карло, а также приведенного нами алгоритма. Среднее значение и стандартное отклонение рассчитаны исходя из 10 независимых применений метода Монте-Карло.

**6.1. Дельта.** Оценим коэффициент чувствительности *дельта* по цене первого базового актива

$$\frac{\partial V}{\partial S^{(1)}(0)}, \text{ используя разность } \frac{\partial V}{\partial S^{(1)}(0)} \approx \frac{V(S^{(1)}(0) + \Delta_S) - V(S^{(1)}(0))}{\Delta_S}, \text{ где } \Delta_S = 1.$$

Таблица 3

Результаты вычисления дельты по цене первого базового актива  $S^{(1)}(0)$ .

# симуляции	Приведенный алгоритм		Стандартный подход	
	среднее	ст.ошибка	среднее	ст.ошибка
3000	$2.10 \cdot 10^{-1}$	$6.87 \cdot 10^{-3}$	$2.16 \cdot 10^{-1}$	$3.61 \cdot 10^{-2}$
5000	$2.09 \cdot 10^{-1}$	$8.38 \cdot 10^{-3}$	$2.04 \cdot 10^{-1}$	$5.64 \cdot 10^{-2}$
10000	$2.10 \cdot 10^{-1}$	$3.74 \cdot 10^{-3}$	$2.02 \cdot 10^{-1}$	$4.47 \cdot 10^{-2}$
20000	$2.09 \cdot 10^{-1}$	$4.04 \cdot 10^{-3}$	$2.13 \cdot 10^{-1}$	$2.73 \cdot 10^{-2}$
30000	$2.08 \cdot 10^{-1}$	$3.69 \cdot 10^{-3}$	$2.12 \cdot 10^{-1}$	$3.04 \cdot 10^{-2}$

Как видно из табл. 3, стандартное отклонение предлагаемой нами схемы Монте-Карло меньше почти в 10 раз. Таким образом, мы видим значительное снижение дисперсии в сравнении со стандартной схемой Монте-Карло.

**6.2. Вега.** Теперь оценим коэффициент чувствительности *вега* по волатильности первого

базового актива  $\frac{\partial V}{\partial \sigma_1}$  с использованием разности  $\frac{\partial V}{\partial \sigma_1} \approx \frac{V(\sigma_1 + \Delta_\sigma) - V(\sigma_1)}{\Delta_\sigma}$ , где  $\Delta_\sigma = 1\%$ .

Таблица 4

Результаты вычисления веги по волатильности первого базового актива  $\sigma_1$

# симуляции	Приведенный алгоритм		Стандартный подход	
	среднее	ст.ошибка	среднее	ст.ошибка
3000	$-2.60 \cdot 10^1$	$6.06 \cdot 10^{-1}$	$-3.02 \cdot 10^1$	$8.02 \cdot 10^0$
5000	$-2.63 \cdot 10^1$	$9.36 \cdot 10^{-1}$	$-2.69 \cdot 10^1$	$6.09 \cdot 10^0$
10000	$-2.60 \cdot 10^1$	$4.65 \cdot 10^{-1}$	$-2.64 \cdot 10^1$	$3.38 \cdot 10^0$
20000	$-2.61 \cdot 10^1$	$4.35 \cdot 10^{-1}$	$-2.61 \cdot 10^1$	$4.46 \cdot 10^0$
30000	$-2.61 \cdot 10^1$	$3.72 \cdot 10^{-1}$	$-2.55 \cdot 10^1$	$3.04 \cdot 10^0$

Как и в случае для дельты, в табл. 4 мы видим существенное снижение дисперсии при вычислении коэффициента чувствительности к волатильности (веги) по сравнению со стандартным методом Монте-Карло.

**6.3. Гамма.** И наконец, оценим коэффициент чувствительности *гамма* с использованием

разности  $\frac{\partial V}{\partial S^{(1)}(0)} \approx \frac{V(S^{(1)}(0) + \Delta_S) - 2V(S^{(1)}(0)) + V(S^{(1)}(0) - \Delta_S)}{(\Delta_S)^2}$ , где  $\Delta_S = 1$ .

Таблица 5

Результаты вычисления коэффициента чувствительности *гамма* по цене первого базового актива  $S^{(1)}(0)$

# симуляции	Приведенный алгоритм		Стандартный подход	
	среднее	ст.ошибка	среднее	ст.ошибка
3000	$-1.32 \cdot 10^{-2}$	$1.20 \cdot 10^{-3}$	$-1.79 \cdot 10^{-2}$	$1.68 \cdot 10^{-2}$
5000	$-1.33 \cdot 10^{-2}$	$1.09 \cdot 10^{-3}$	$-7.99 \cdot 10^{-3}$	$1.84 \cdot 10^{-2}$
10000	$-1.39 \cdot 10^{-2}$	$4.39 \cdot 10^{-4}$	$-1.94 \cdot 10^{-2}$	$1.08 \cdot 10^{-2}$
20000	$-1.38 \cdot 10^{-2}$	$3.38 \cdot 10^{-4}$	$-1.29 \cdot 10^{-2}$	$7.20 \cdot 10^{-3}$
30000	$-1.37 \cdot 10^{-2}$	$4.93 \cdot 10^{-4}$	$-1.41 \cdot 10^{-2}$	$4.05 \cdot 10^{-3}$

Как видно из табл. 5, стандартное отклонение предлагаемой нами схемы Монте-Карло ниже почти в 10 раз. Таким образом, мы видим значительное снижение дисперсии по сравнению со стандартной схемой Монте-Карло.

**7. Выводы.** Представив описание автокоррелируемой ноты типа worst-of на корзину любого количества базовых активов, мы построили схему Монте-Карло для эффективного расчета цен и коэффициентов риска этих нот. Как известно, разрывы в функциях выплат этих нот ведут к снижению стабильности расчетов коэффициентов чувствительности в стандартной схеме Монте-Карло. Переформулировав расчет цены, с учетом перехода к мере, где нота не терминируется, мы обошли проблемы, связанные с разрывами функции выплат. Если триггер-функция автокоррелируемой ноты достаточно гладкая, то существуют замечательные общие методы решения проблем с разрывами в функциях выплат (см [2]). Мы используем идеи сглаживания разрывов с использованием техники из [4], где принимается во внимание особенность структуры автокоррелируемой ноты типа worst-of и учитываются только те симуляции, которые находятся в зоне выживания и не ведут к

терминации финансового инструмента. Как видно из результатов, вычисление коэффициентов чувствительности к риску с использованием конечных разностей в представленной нами схеме, приводит к значительному снижению дисперсии по сравнению со стандартным методом Монте-Карло.

*Поступило 12.10.2022 г.*

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Andersen L.B.G., Piterbarg V.V. Interest rate modeling. – Atlantic Financial Press, 2010
2. Fries C.P., Joshi M.S. Perturbation Stable Conditional Analytic Monte-Carlo Pricing Scheme For Auto-Callable Products. – International Journal of Theoretical and Applied Finance, 2011, v.14(2), pp. 197-219.
3. Geveke J. Efficient Simulation from the Multivariate Normal and Student t-Distributions Subject to Linear Constraints. – Computing Science and Statistics: Proceedings of the 23rd symposium on the interface, 1991, pp. 571-578.
4. Glasserman P., Staum J. Conditioning on One-Step Survival for Barrier Option Simulation. – Operations Research, 1999, v.49(6), pp. 923-927.

**Ф.З.Раҳмонов, П.З.Раҳмонов, М.Ё.Гулов**

### **НАҚШАИ ШАРТИИ МОНТЕ-КАРЛО БАРОИ ҲИСОБ КАРДАНИ КОЭФФИЦИЕНТҲОИ УСТУВОРИ ҲАССОСИЯТИ АСБОБИ МОЛИЯВИИ WORST-OF AUTOCALLABLE NOTE: ҲАЛИ МАСЪАЛА ДОРОИ ЧЕНАКҲОИ ШУМОРААШ ДИЛҲОҲ**

*Институти математикаи Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон*

Дар мақола тарзи нави усули Монте-Карло барои ҳисоб кардани нарх ва коэффисиентҳои ҳассосияти асбоби молиявии автоколлшавандаи намуди worst-of оварда шудааст. Усули Монте-Карло пешниҳодшуда хусусиятҳои ин асбоби молиявиро истифода бурда, коэффисиентҳои устувори ҳассосиятро тавлид мекунад. Ин тарҳ камшавии дисперсияро дар усули Монте-Карло возеҳ нишон дода, барои баҳо додани нарх ва коэффисиентҳои (Делта, Гамма, Вега) ҳассосияти асбобҳои молиявии бисёрченакаи автоколлшаванда истифода бурда мешавад.

**Калимаҳои калидӣ:** *Монте-Карло, асбобҳои молиявӣ, нарх кардани дисперсия, коэффисиентҳои ҳассосият, юнионҳои асбобҳои молиявӣ.*



F.Z.Rakhmonov, P.Z.Rakhmonov, M.Yo.Gulov

## CONDITIONAL MONTE-CARLO SCHEME FOR STABLE GREEKS OF WORST-OF AUTOCALLABLE NOTES: MULTI-ASSET CASE

*A.Dzhuraev Institute of Mathematics, National Academy of Sciences of Tajikistan*

It is well known that the application of Monte-Carlo method in pricing of products with early termination feature results in a high Monte-Carlo error and unstable Greeks. We develop a Monte-Carlo scheme that utilizes a special structure of worst-of autocallable notes and produces stable Greeks. This scheme clearly demonstrates the variance reduction in Monte-Carlo scheme and can be used in pricing of multi-asset worst-of autocallable notes with any number of underlying assets. We suggest an algorithm and analyze its performance for an autocallable note on four assets. Suggested algorithm allows to calculate stable Greeks (Delta, Gamma, Vega and others) and substantially reduce the computational effort to achieve the desired accuracy in comparison to standard Monte-Carlo algorithm.

**Key words:** *Monte-Carlo, autocallable, variance reduction, sensitivities, greeks.*

УДК 517.5

М.М.Миркалонова, А.А.Шабозова

## О НАИЛУЧШЕМ ПРИБЛИЖЕНИИ АНАЛИТИЧЕСКИХ В КРУГЕ ФУНКЦИЙ И ПОПЕРЕЧНИКИ В $H_2$ КЛАССОВ ФУНКЦИЙ, ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ В СМЫСЛЕ ВЕЙЛЯ

Таджикский национальный университет

(Представлено академиком НАН Таджикистана М.Ш.Шабозовым 23.05.2022 г.)

На классах аналитических в единичном круге функций  $W^{(\alpha)}(\mathcal{H}_\beta, \Phi)$ , где  $\alpha, \beta \in (0, \beta)$ , определенных при помощи  $\mathcal{H}$ -функционалов  $\mathcal{H}_\beta$ , производных дробного порядка  $\alpha$  по аргументу в смысле Вейля и мажорант  $\Phi$ , вычислены точные значения  $n$ -поперечников в пространстве Харди  $H_2$ .

**Ключевые слова:** наилучшее приближение, аналитические функции, поперечники, пространство Харди.

1. Пусть  $U_\rho := \{z \in \mathbb{C} : |z| < \rho\}$ , где  $0 < \rho \leq 1$ ,  $U_1 := U$ ;  $A(U_\rho)$  – множество функций, аналитических в круге  $U_\rho$ ;  $H_q, q \geq 1$  – пространство Харди, состоящее из функций  $f \in A(U)$ , для которых

$$\|f\|_q := \|f\|_{H_q} = \lim_{\rho \rightarrow 1-0} M_q(f, \rho),$$

где

$$M_q(f, \rho) = \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |f(\rho e^{it})|^q dt \right\}^{1/q}.$$

Известно [1, с.78], что норма функции  $f \in H_q$  реализуется на ее угловых граничных значениях  $f(e^{it})$ , которые существуют почти для всех  $0 \leq t < 2\pi$ .

Полагаем

$$H_{q,\rho} := \{f \in A(U_\rho) : \|f(z)\|_{q,\rho} = \|f(\rho z)\|_q < \infty\}, \quad H_{q,1} \equiv H_q.$$

Для любых  $\alpha \in (0, \infty)$  запишем биномиальные коэффициенты

$$\binom{\alpha}{0} := 1, \quad \binom{\alpha}{1} := \alpha, \quad \binom{\alpha}{n} := \frac{\alpha(\alpha-1)\cdots(\alpha-n+1)}{n!}, \quad n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}.$$

Очевидно, что в случае  $\alpha = m, m \in \mathbb{N}$  полагают

$$\binom{m}{n} := \begin{cases} \frac{m!}{n!(m-n)!}, & \text{если } n = 0, 1, \dots, m; \\ 0, & \text{если } n = m+1, m+2, \dots \end{cases}$$

Так как  $\sum_{n=0}^{\infty} \binom{\alpha}{n} < \infty$  (см. напр., [3, с.279]), то разность дробного порядка  $\alpha$  функции  $f \in H_2$  с шагом  $h \in \mathbb{R}$

$$\Delta_h^\alpha f(e^{it}) := \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \binom{\alpha}{k} f(e^{i(t+kh)}) \tag{1}$$

определена почти всюду на  $\mathbb{R}$  и принадлежит  $H_2$ . Если для  $f \in H_2$  существует функция  $g \in H_2$ , такая, что

$$\lim_{h \rightarrow 0^+} \left\| \frac{\Delta_h^\alpha f(e^{it})}{h^\alpha} - g \right\|_2 = 0,$$

то функцию  $g$  называют сильной производной Лиувилля-Грюнвальда-Летникова порядка  $\alpha$  функции  $f$  и обозначают  $D^\alpha(f)$ . Через  $H_2^{(\alpha)}$ , где  $\alpha \in (0, \infty)$ , обозначим множество функций  $f \in H_2$ , для которых производная дробного порядка  $D^\alpha(f) \in H_2$ . Отметим, что для граничных значений  $f(e^{it})$  в силу  $2\pi$ -периодичности этой функции сильная производная Лиувилля-Грюнвальда-Летникова  $D^\alpha f(e^{it})$  почти всюду совпадает с дробной производной Вейля того же порядка по аргумента [3, с.263]. При этом

$$f_a^{(\alpha)}(e^{it}) = \sum_{k=1}^{\infty} (ik)^\alpha c_k(f) e^{ikt}, \tag{2}$$

где

$$c_k(f) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(e^{it}) e^{-ikt} dt.$$

Модулем непрерывности дробного порядка  $\beta \in (0, \infty)$  функции  $f \in H_2$  называют величину [3, 4]

$$\omega_\beta(f, t)_2 := \sup \{ \| \Delta_h^\beta f \|_2 : |h| \leq t \}, \tag{3}$$

где  $t > 0$ . Из (1) следует, что характеристика гладкости (3) при  $\beta \in \mathbb{N}$  является обычным модулем непрерывности соответствующего порядка.

В теории аппроксимации функций  $f \in H_2$  наряду с модулем непрерывности (3) применяются также  $\mathcal{K}$ -функционалы (см., напр. [2, 5]). В случае пространства  $H_2$  для произвольной  $f$  имеем

$$\mathcal{K}_\beta(f, t)_2 := \mathcal{K}(f, t; H_2, H_{2,a}^{(\beta)}) := \inf \{ \|f - g\|_2 + t \|f_a^{(\beta)}\|_2 \}. \tag{4}$$

Из результатов работы [2] следует, что между характеристиками (3) и (4) имеет место следующее соотношение

$$\omega_\beta(f, t)_2 \asymp \mathcal{K}_\beta(f, t^\beta), t > 0.$$

В работах [6, 7]  $\mathcal{K}$ -функционалы применяются для решения ряда экстремальных задач теории аппроксимации. Здесь аналогичные экстремальные задачи решаются в пространстве  $H_2$ .

Пусть  $\mathcal{P}_n$ , где  $n \in \mathbb{Z}_+$  – множество алгебраических полиномов степени не более  $n$  :

$$\mathcal{P}_n := \left\{ p_n(z) : p_n(z) = \sum_{k=0}^n a_k z^k, a_k \in \mathbb{C} \right\}.$$

Через

$$E_n(f)_2 := \inf \{ \|f - p_n\|_2 : p_n \in \mathcal{P}_n \}$$

обозначим величину наилучшего полиномиального приближения произвольной функции  $f \in H_2$  элементами подпространства  $\mathcal{P}_n$ .

Хорошо известно, что

$$E_n(f)_2 = \|f - T_n(f)\|_2 = \left\{ \sum_{k=n+1}^{\infty} |c_k(f)|^2 \right\}^{1/2}, \tag{5}$$

где

$$T_n(f, z) = \sum_{k=0}^n c_k z^k$$

– частная сумма  $n$ -го порядка ряда Маклорена функции  $f \in H_2$ . Всюду далее отношение  $0/0$  полагаем равным нулю и при вычислении верхней грани по всем функциям  $f \in H_{2,a}^{(\alpha)}$  подразумеваем, что  $f \neq const$ .

**Теорема 1.** Пусть  $\alpha, \beta \in (0, \infty), n \in \mathbb{Z}_+$ . Тогда имеет место равенство

$$\sup_{f \in H_{2,a}^{(\alpha)}} \frac{n^\alpha E_{n-1}(f)_2}{\mathcal{K}_\beta(f_a^{(\alpha)}, 1/n^\beta)_2} = 1. \tag{6}$$

**Доказательство.** Пусть  $f \in H_{2,a}^{(\alpha)}, f \neq const$ . Тогда в силу (2) и равенства  $c_k(f_a^{(\alpha)}) = (ik)^\alpha c_k(f)$  из (5) получаем

$$\begin{aligned}
 E_{n-1}(f)_2 &= \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} |c_k(f)|^2 \right\}^{1/2} = \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} \frac{1}{k^{2\alpha}} |c_k(f_a^{(\alpha)})|^2 \right\}^{1/2} \leq \\
 &\leq \frac{1}{n^\alpha} \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} |c_k(f_a^{(\alpha)})|^2 \right\}^{1/2} = \frac{1}{n^\alpha} E_{n-1}(f_a^{(\alpha)})_2 \leq \frac{1}{n^\alpha} \|f_a^{(\alpha)} - S_{n-1}(g)\|_2,
 \end{aligned} \tag{7}$$

где  $g$  – произвольная функция из множества  $H_{2,a}^{(\beta)}$ , а  $S_{n-1}(g)$  – частная сумма  $n$ -го порядка ее ряда Маклорена. Поскольку

$$\|g - S_{n-1}(g)\| \leq \frac{1}{n^\beta} E_{n-1}(g_a^{(\beta)}), \tag{8}$$

то из соотношений (7) и (8) для любых  $f \in H_{2,a}^{(\alpha)}$  и  $g \in H_{2,a}^{(\beta)}$  получаем

$$\begin{aligned}
 E_{n-1}(f)_2 &\leq \frac{1}{n^\alpha} \{ \|f_a^{(\alpha)} - g\|_2 + \|g - S_{n-1}(g)\|_2 \} \leq \\
 &\leq \frac{1}{n^\alpha} \left\{ \|f_a^{(\alpha)} - g\|_2 + \frac{1}{n^\beta} \|g_a^{(\beta)}\|_2 \right\}.
 \end{aligned} \tag{9}$$

Левая часть неравенства (9) не зависит от функции  $g \in H_{2,a}^{(\beta)}$ . Перейдя к вычислению нижней грани по всем  $g \in H_{2,a}^{(\beta)}$  от правой части указанного неравенства и применяя определение  $\mathcal{K}$ -функционала (4), запишем

$$E_{n-1}(f)_2 \leq \frac{1}{n^\alpha} \mathcal{K}_\beta \left( f_a^{(\alpha)}, \frac{1}{n^\beta} \right)_2.$$

Отсюда сразу следует оценка сверху

$$\sup_{f \in H_2^{(\alpha)}} \frac{n^\alpha E_{n-1}(f)_2}{\mathcal{K}_\beta(f_a^{(\alpha)}, 1/n^\beta)_2} \leq 1. \tag{10}$$

С целью получения аналогичной оценки снизу рассматриваемой экстремальной характеристики, применив формулу  $|c_k(f_a^{(\alpha)})|^2 = k^{2\alpha} |c_k(f)|^2$  к произвольному алгебраическому полиному  $p_n \in \mathcal{P}_n$ , будем иметь

$$\|p_{n,a}^{(\alpha)}\|_2 = \left\{ \sum_{k=1}^n k^{2\alpha} |a_k|^2 \right\}^{1/2} \leq n^\alpha \|p_n\|. \tag{11}$$

В соотношении (4), полагая  $g = 0$  и  $g \equiv p_n$ , в силу (11) получим

$$\mathcal{K}_\beta(p_n, t^\beta)_2 \leq \min \{ \|p_n\|; t^\beta \|p_{n,a}^{(\beta)}\| \}. \tag{12}$$

Рассмотрим функцию  $f_0(z) = z^n \in H_2^{(\alpha)}$ , для которой  $E_{n-1}(f_0) = 1$  и на основании (11) и (12) запишем

$$\mathcal{K}_\beta(f_{0,a}^{(\alpha)}, 1/n^\beta)_2 \leq \frac{1}{n^\beta} \|f_{0,a}^{(\alpha+\beta)}\|_2 = n^\alpha \|f_0\|_2 = n^\alpha. \tag{13}$$

Отсюда следует, что

$$\sup_{f \in H_{2,a}^{(\alpha)}} \frac{n^\alpha E_{n-1}(f)_2}{\mathcal{K}_\beta(f_a^{(\alpha)}, 1/n^\beta)_2} \geq \frac{n^\alpha E_{n-1}(f_0)_2}{\mathcal{K}_\beta(f_{0,a}^{(\alpha)}, 1/n^\beta)_2} \geq 1. \tag{14}$$

Требуемое равенство (6) вытекает из сопоставления неравенств (10) и (14). Теорема 1 доказана.

Пусть  $\mathcal{B}$  – единичный шар в  $H_2$ ;  $\mathcal{L}_n \subset H_2$  –  $n$ -мерное подпространство;  $\mathcal{L}^n \subset L_2$  – подпространство коразмерности  $n$ ;  $\Lambda: H_2 \rightarrow \mathcal{L}_n$  – непрерывный линейный оператор;  $\Lambda^\perp: H_2 \rightarrow \mathcal{L}_n$  – непрерывный оператор линейного проектирования;  $\mathfrak{N}$  – выпуклое центрально-симметричное множество из  $H_2$ . Величины

$$\begin{aligned} b_n(\mathfrak{N}; H_2) &:= \sup \{ \sup \{ \varepsilon > 0 : \varepsilon \mathcal{B} \cap \mathcal{L}_{n+1} \subset \mathfrak{N} \} : \mathcal{L}_{n+1} \subset H_2 \}, \\ d_n(\mathfrak{N}; H_2) &:= \inf \{ \sup \{ \inf \{ \|f - g\|_2 : g \in \mathcal{L}_n \} : f \in \mathfrak{N} \} : \mathcal{L}_n \subset H_2 \}, \\ \delta_n(\mathfrak{N}; H_2) &:= \inf \{ \inf \{ \sup \{ \|f - \Lambda f\|_2 : f \in \mathfrak{N} \} : \Lambda H_2 \subset \mathcal{L}_n \} : \mathcal{L}_n \subset H_2 \}, \\ d^n(\mathfrak{N}; H_2) &:= \inf \{ \inf \{ \|f\|_2 : f \in \mathfrak{N} \cap \mathcal{L}^n \} : \mathcal{L}^n \subset H_2 \}, \\ \Pi_n(\mathfrak{N}; H_2) &:= \inf \{ \inf \{ \sup \{ \|f - \Lambda^\perp f\|_2 : f \in \mathfrak{N} \} : \Lambda^\perp H_2 \subset \mathcal{L}_n \} : \mathcal{L}_n \subset H_2 \} \end{aligned}$$

называют соответственно *бернштейнговским*, *колмогоровским*, *линейным*, *гельфандовским*, и *проекционным*  $n$ -поперечникам множество  $\mathfrak{N}$  в  $H_2$ . Между перечисленными  $n$ -поперечниками в гильбертовом пространстве  $H_2$  имеют место следующие соотношения:

$$b_n(\mathfrak{N}; H_2) \leq d^n(\mathfrak{N}; H_2) \leq d_n(\mathfrak{N}; H_2) = \Pi_n(\mathfrak{N}; H_2) = \delta_n(\mathfrak{N}; H_2). \tag{15}$$

Неубывающую на  $[0, \infty)$  функцию  $\Phi(t)$  называют мажорантой, если  $\Phi(t)/t$  не возрастает на  $[0, \infty)$  и  $\lim_{t \rightarrow 0} \Phi(t) = \Phi(0) = 0$ . Примером мажоранты может служить произвольный выпуклый вверх модуль непрерывности.

Пусть  $\Phi$  – произвольная мажоранта. Символом  $W^{(\alpha)}(\mathcal{K}_\beta, \Phi)$ , где  $\alpha, \beta \in (0, \infty)$ , обозначим класс функций  $f \in H_{2,a}^{(\alpha)}$ , для которых производные  $f_a^{(\alpha)}$  удовлетворяют условию

$$\mathcal{K}_\beta(f_a^{(\alpha)}, t^\beta)_2 \leq \Phi(t^\beta), \quad 0 < t \leq 2\pi.$$

**Теорема 2.** Пусть  $\alpha, \beta \in (0, \infty)$ ,  $n \in \mathbb{Z}_+$ . Тогда имеют место равенства

$$\lambda_n(W^{(\alpha)}(\mathcal{K}_\beta, \Phi); H_2) = E_{n-1}(W^{(\alpha)}(\mathcal{K}_\beta, \Phi))_2 = \frac{1}{n^\alpha} \Phi\left(\frac{1}{n^\beta}\right), \tag{16}$$

где

$$E_{n-1}(W^{(\alpha)}(\mathcal{K}_\beta, \Phi))_2 = \sup\{E_{n-1}(f)_2 : f \in W^{(\alpha)}(\mathcal{K}_\beta, \Phi)\},$$

$\lambda_n(\cdot)$  – любой из  $n$ -поперечников, рассмотренных выше.

**Доказательство.** Применяя соотношения (10) и (15) получаем оценки сверху

$$\lambda_n(W^{(\alpha)}(\mathcal{K}_\beta, \Phi); H_2) \leq E_{n-1}(W^{(\alpha)}(\mathcal{K}_\beta, \Phi)) \leq \frac{1}{n^\alpha} \Phi\left(\frac{1}{n^\beta}\right). \tag{17}$$

Для получения оценок снизу рассматриваемых  $n$ -поперечников введем в рассмотрение шар полиномов

$$\mathcal{B}_{n+1}^* := \left\{ p_n \in \mathcal{P}_n : \|p_n\| \leq \frac{1}{n^\alpha} \Phi\left(\frac{1}{n^\beta}\right) \right\}$$

и докажем включение  $\mathcal{B}_{n+1}^* \subset W^{(\alpha)}(\mathcal{K}_\beta, \Phi)$ . Поскольку мажоранта  $\Phi$  удовлетворяет условию

$$\Phi(t_1)/t_1 \geq \Phi(t_2)/t_2, \quad 0 < t_1 < t_2 \leq 2\pi,$$

то отсюда получаем

$$\Phi(t_1^\beta)/\Phi(t_2^\beta) \geq (t_1/t_2)^\beta. \tag{18}$$

В силу неравенства (11) для любого  $p_n \in \mathcal{P}_n$  имеем

$$\|p_{n,a}^{(\alpha+\beta)}\|_2 \leq n^{\alpha+\beta} \|p_n\|_2. \tag{19}$$

Пусть сначала  $0 < t \leq 1/(n+1)$ . Применяя неравенство (18), в котором полагаем  $t_1 := t$  и  $t_2 := 1/n$ , а также формулы (12) и (19), для произвольного полинома  $p_n \in \mathcal{B}_{n+1}^*$  имеем

$$\mathcal{K}_\beta(p_{n,a}^{(\alpha)}, t^\beta)_2 \leq t^\beta \|p_{n,a}^{(\alpha+\beta)}\|_2 \leq t^\beta n^{\alpha+\beta} \|p_n\| \leq (t_n)^\beta \Phi\left(\frac{1}{n^\beta}\right) \leq \Phi\left(\frac{1}{n^\alpha}\right). \tag{20}$$

Пусть  $1/n \leq t \leq 2\pi$ . Тогда снова на основании неравенств (12) и (19) для любого  $p_n \in \mathcal{B}_{n+1}^*$  запишем

$$\mathcal{K}_\beta(p_{n,a}^{(\alpha)}, t^\beta)_2 \leq \|p_{n,a}^{(\alpha)}\|_2 \leq n^\alpha \|p_n\| \leq \Phi\left(\frac{1}{n^\beta}\right) \leq \Phi(t^\beta). \tag{21}$$

Следовательно, на основании (20) и (21) справедливо включение  $\mathcal{B}_{n+1}^* \subset W^{(\alpha)}(\mathcal{K}_\beta, \Phi)$ . Используя определение бернштейновского поперечника, имеем

$$\lambda_n(W^{(\alpha)}(\mathcal{K}_\beta, \Phi); H_2) \geq b_n(\mathcal{B}_{n+1}^*, H_2) \geq \frac{1}{n^\alpha} \Phi\left(\frac{1}{n^\beta}\right). \quad (22)$$

Утверждение теоремы 2 вытекает из сопоставления неравенств (17) и (22).

Поступило 25.05.2022 г.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Привалов И.И. Граничные свойства аналитических функций. – М: Мир, 1984, с. 256.
2. Butzer P.L., Dzyckhoff H., Gorlich E., Stens R.L. Best trigonometric approximation, fractional order derivatives and Lipschitz classes. – Canad. J. Math., 1977, v.29, 4, pp.781-793.
3. Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. – Минск.: Наука и техника, 1987, 688 с.
4. Tikhonov S. On moduli of smoothness of fractional order. – Real Analysis Exchange, 2004/2005, v.30(2), pp.507-518.
5. Пономаренко В.Г. Модули гладкости дробного порядка и наилучшие приближения в  $L_p(1 < p < \infty)$ . – Тр. Междунар. конф. по конструктивной теории функций. Варна, 1-5 июня 1981. – София, 1983, с. 129-133.
6. Вакарчук С.Б. Приближение функций в среднем на вещественной оси алгебраическими полиномами с весом Чебышева-Эрмита и поперечники функциональных классов. – Там же., 2014, т.95, №5, с. 666-684.
7. Шабозов М.Ш., Тухлиев К.  $\mathcal{K}$ -функционалы и точные значения  $n$ -поперечников некоторых классов функций в пространстве  $L_2((1-x^2)^{-1/2}; [-1,1])$ . – Изв. ТулГУ., 2014, 1, ч.1., с. 83-97.

М.М.Миркалонова, А.А.Шабозова

### ОИД БА НАЗДИККУНИИ БЕХТАРИНИ ФУНКСИЯҲОИ ДАР ДАВРАИ АНАЛИТИКӢ ВА $n$ -СИНФИ ФУНКСИЯ ДАР МАЪНОИ ВЕЙЛ ДИФФЕРЕНСИРОНДАШАВАНДА ДАР ФАЗОИ $H_2$

*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Барои синфи функсияҳои  $W^{(\alpha)}(\mathcal{K}_\beta, \Phi)$ ,  $\alpha, \beta \in (0, \beta)$  дар давраи воҳидӣ аналитикӣ, ки ба воситаи  $\mathcal{K}$ -функционали  $\mathcal{K}_\beta$ , ҳосилаҳои касрии  $\alpha$  дар маънои Вейл ва мажорантаи  $\Phi$  муайян шудааст, кимати аниқи  $n$ -қутрҳо дар фазои Харди  $H_2$  карда шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** наздиккунии беҳтарин, функсияҳои аналитикӣ, қутрҳо, фазои Хардӣ.



M.M.Mirkalonova, A.A.Shabozova

**ON THE BEST APPROXIMATION OF FUNCTIONS ANALYTICAL IN THE UNIT  
CIRCLE AND WIDTHS IN  $H_2$  CLASSES OF FUNCTIONS DIFFERENTIABLE IN  
THE SENSE OF WEIL**

*Tajik National University*

On classes of functions  $W^{(\alpha)}(\mathcal{K}_\beta, \Phi)$  analytic in the unit circle, where  $\alpha, \beta \in (0, \beta)$  defined by  $\mathcal{K}$ -functionals  $\mathcal{K}_\beta$ , fractional derivatives  $\alpha$  with respect to argument in the sense of Weyl and majorant  $\Phi$ , the exact values of  $n$ -widths in the Hardy space  $H_2$  are calculated.

**Key words:** *best approximation, analytic functions, widths, Hardy space.*

УДК 517.5

Ш.С.Шоинбекова

## НАИЛУЧШИЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ И ЗНАЧЕНИЯ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ ФУНКЦИЙ В ПРОСТРАНСТВЕ $H_{q,\rho}$

*Хорогский государственный университет им. М.Назаршоева*

*(Представлено академиком НАН Таджикистана М.Ш.Шабозовым 12.10.2022 г.)*

В работе найдены точные неравенства между наилучшими приближениями аналитических в круге  $U_R := \{z \in \mathbb{C}, |z| < R\}, R \geq 1$  функций и усредненными модулями непрерывности угловых граничных значений  $m$ -ых производных функций. Для классов  $W_{q,R,a}^{(r)}$  ( $r \in \mathbb{Z}_+, 1 \leq q \leq \infty, R \geq 1$ ), у которых производные  $r$ -го порядка  $f_a^{(r)}$  принадлежат пространству Харди  $H_{q,R}$ , вычислены значения бернштейновских и колмогоровских  $n$ -поперечников.

**Ключевые слова:** наилучшее приближение, пространство Харди, модуль непрерывности, мажорирующая функция,  $n$ -поперечники.

**1.** Вычислению точных значений различных  $n$ -поперечников классов аналитических в круге функций в различных нормированных пространствах, посвящено достаточно много работ (см, например, [1-5] и приведенную там литературу).

Целью данной работы является получение новых результатов, связанных с вычислением точных значений колмогоровских и бернштейновских  $n$ -поперечников классов функций, аналитических в круге радиуса  $R \geq 1$ .

Пусть  $U_R := \{z \in \mathbb{C} : |z| < R\}$  – круг радиуса  $R \geq 1$  в комплексной плоскости  $\mathbb{C}$ , а  $A(U_R)$  – множество аналитических в круге  $U_R$  функций. Для произвольной функции  $f \in A(U_R)$  при любом  $\rho \in (0, R)$  положим

$$M_q(f, \rho) = \begin{cases} \left( \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |f(\rho e^{it})|^q dt \right)^{1/q}, & \text{если } 1 \leq q < \infty; \\ \max_{0 \leq t < 2\pi} |f(\rho e^{it})|^q, & \text{если } q = \infty, \end{cases}$$

где интеграл понимается в смысле Лебега. Символом  $H_{q,R}, 1 \leq q \leq \infty, R \geq 1$  обозначим банахово пространство Харди, состоящее из функций  $f \in A(U_R)$ , для которых конечна норма

$$\|f\|_{H_{q,R}} = \lim_{\rho \rightarrow R-0} M_q(f, \rho).$$

**Адрес для корреспонденции:** Шоинбекова Шахноз Сарадбековна. 736000, Республика Таджикистан, г. Хорог, ул. Ш.Шотемур, 109, Хорогский государственный университет. E-mail: shahnozashoinbekova@gmail.com

Хорошо известно [6, с.279], что норма функции  $f \in H_{q,R}$  реализуется на ее угловых граничных значениях  $f(Re^{it})$ :

$$\|f\|_{q,R} = \begin{cases} \left( \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |f(Re^{it})|^q dt \right)^{1/q}, & 1 \leq q < \infty; \\ \operatorname{ess\,sup}_{0 \leq t < 2\pi} |f(Re^{it})|, & q = \infty. \end{cases}$$

В случае  $R=1$  обозначим  $U := U_1$ ,  $H_q := H_{q,1}$  и  $\|f\|_q := \|f\|_{q,1}$ . Полагаем  $H_{q,\rho} := \{f \in A(U_\rho) : \|f\|_{q,\rho} = \|f(\rho e^{i(\cdot)})\|_q < \infty\}$  и для  $r \in \mathbb{Z}_+$ ,

$$H_{q,\rho}^{(r)} := \{f \in A(U) : f_a^{(r)} \in H_{q,\rho}\}, \quad f_a^{(r)}(z) := \frac{d^r f(\rho e^{it})}{dt^r}.$$

Пусть  $\mathcal{P}_n$  – подпространство алгебраических комплексных полиномов степени  $\leq n$ .

Равенством

$$E_n(f)_{q,\rho} := \inf \{ \|f - P_n\|_{q,\rho} : P_n \in \mathcal{P}_n \} \tag{1}$$

определим наилучшее приближение функций  $f \in H_{q,\rho}$  элементами подпространства  $\mathcal{P}_n$ . Если  $\mathfrak{M} \in H_{q,\rho}^{(r)}$  есть некоторый подкласс функций  $f \in H_{q,\rho}^{(r)}$ , то положим

$$E_{n-1}(\mathfrak{M})_{q,\rho} := \sup \{ E_{n-1}(f)_{q,\rho} : f \in \mathfrak{M} \}. \tag{2}$$

В принятых выше обозначениях справедлива

**Теорема 1.** *Если для заданного  $r \in \mathbb{N}(r \geq 2)$ ,  $f_a^{(r)}(z) \in H_{q,R}$  ( $1 \leq q \leq \infty, R \geq 1$ ) и  $u \in (0, \pi / (2n)]$ , то для любых  $n \in \mathbb{N}$  и  $\rho \in (0, R)$  справедливо неравенство*

$$E_{n-1}(f)_{q,\rho} \leq \left(\frac{\rho}{R}\right)^n \frac{1}{2n^{r-1}} \int_0^u \omega(f_a^{(r)}, 2t)_{q,R} \left\{ 1 + \left[ \left(\frac{\pi}{2nu}\right) - 1 \right] \sin \frac{\pi t}{2u} \right\} dt \tag{3}$$

и знак равенства достигается на функции  $f(z) = z^n$ .

**Доказательство.** Из теоремы 1 работы Л.В.Тайкова и Н.Айнуллоева [7] вытекает, что для любой функции  $f(z) \in H_{q,R}$ , у которых  $f'_a(z) \in H_{q,R}$  ( $1 \leq q \leq \infty, R \geq 1$ ) и  $0 < u < \pi / (2n), n \in \mathbb{N}$  справедливо неравенство

$$E_{n-1}(f)_{q,R} \leq \frac{1}{2} \int_0^u \omega(f'_a, 2t)_{q,R} \left\{ 1 + \left[ \left(\frac{\pi}{2nu}\right)^2 - 1 \right] \sin \frac{\pi t}{2u} \right\} dt, \tag{4}$$

обращающееся в равенство для функции  $f(z) = z^n$ . Если теперь в неравенстве (4) функцию  $f$  заменим на производную  $f_a^{(r-1)}(z)$ , то приходим к неравенству

$$E_{n-1}(f_a^{(r-1)})_{q,R} \leq \leq \frac{1}{2} \int_0^u \omega(f_a^{(r)}, 2t)_{q,R} \left\{ 1 + \left[ \left( \frac{\pi}{2nu} \right)^2 - 1 \right] \sin \frac{\pi t}{2u} \right\} dt. \tag{5}$$

Применяя теперь легко доказываемое неравенство

$$E_{n-1}(f)_{q,\rho} \leq \left( \frac{\rho}{R} \right)^n \frac{1}{n^{r-1}} E_{n-1}(f_a^{(r-1)})_{q,R}$$

для  $0 < \rho \leq R, R \geq 1$  получаем

$$E_{n-1}(f)_{q,\rho} \leq \leq \left( \frac{\rho}{R} \right)^n \frac{1}{2n^{r-1}} \int_0^u \omega(f_a^{(r)}, 2t)_{q,R} \left\{ 1 + \left[ \left( \frac{\pi}{2nu} \right)^2 - 1 \right] \sin \frac{\pi t}{2u} \right\} dt,$$

откуда и следует утверждение теоремы 1.

Непосредственной проверкой убеждаемся, что неравенство (3) для функции  $f(z) = z^n$  обращается в равенство, чем и завершаем доказательство теоремы 1.

2. Пусть  $\Phi(u), u \geq 0$  – произвольная возрастающая непрерывная функция,  $\Phi(0) = 0$ . Для любого значения параметра  $\mu \geq 1$  и  $r \in \mathbb{N}$  определим класс аналитических функций

$$W_{q,R,a}^{(r)}(\Phi, \mu) := \{ f \in H_{q,R}^{(r)} : \frac{1}{2} \int_0^u \omega(f_a^{(r)}, 2t)_{q,R} \times \times [1 + (\mu^2 - 1) \sin \frac{\pi t}{2u}] dt \leq \Phi(u), 0 < u \leq \pi / 2 \}.$$

Введем обозначение

$$(\sin x)_* := \{ \sin x, \text{ если } 0 < x \leq \pi / 2; 1, \text{ если } x > \pi / 2 \}.$$

В этих обозначениях имеет место

**Теорема 2.** Если для заданного  $\mu \geq 1$  и любых  $0 < v \leq \pi / 2, u = \pi / (2n\mu), n \in \mathbb{N}$  функция  $\Phi$  удовлетворяет условию

$$\frac{\pi v}{2u\mu} \Phi(u) \int_0^1 \left( \sin \frac{\pi v\tau}{2u\mu} \right)_* \left\{ 1 + (\mu^2 - 1) \sin \frac{\pi}{2} \tau \right\} d\tau \leq \Phi(v),$$

то для любого  $n \in \mathbb{N}$  выполняется равенство

$$\begin{aligned}
 b_n(W_{q,R,a}^{(r)}(\Phi, \mu), H_{q,\rho}) &= d_n(W_{q,R,a}^{(r)}(\Phi, \mu), H_{q,\rho}) = \\
 &= E_{n-1}(W_{q,R,a}^{(r)}(\Phi, \mu))_{q,\rho} = \left(\frac{\rho}{R}\right)^n \Phi\left(\frac{\pi}{2\mu n}\right) \frac{1}{n^{r-1}},
 \end{aligned}$$

где

$$E_{n-1}(\mathfrak{M})_{q,R} := \sup\{E_{n-1}(f)_{q,R} : f \in \mathfrak{M}\},$$

а  $b_n(\cdot)$  и  $d_n$  – соответственно бернштейновский и колмогоровский  $n$ -поперечники.

Поступило 12.10.2022 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Шабозов М.Ш., Шабозов О.Ш. Поперечники некоторых классов аналитических функций в пространстве Харди  $H_2$ . – Матем. заметки, 2000, т.68, №5, с.796-800.
2. Шабозов М.Ш., Юсупов Г.А. Наилучшее приближение и значения поперечников некоторых классов аналитических функций. – Докл. РАН, 2002, т.382, №6, с.747-749.
3. Вакарчук С.Б., Шабозов М.Ш. О поперечниках классов функций, аналитических в круге. – Матем. сборник, 2010, т.201, №8, с.3-22.
4. Шабозов М.Ш., Юсупов Г.А., Заргаров Дж.Дж. О наилучшей совместной полиномиальной аппроксимации функций и их производных в пространстве Харди. – Труды ИММ УрО РАН, 2021, т.27, №4, с.239-254.
5. Шабозов М.Ш., Кадамшоев Н.У. Точные неравенства между наилучшими среднеквадратическими приближениями аналитических в круге функций и некоторыми характеристиками гладкости в пространстве Бергмана. – Матем.заметки., 2021, т.110, вып.2, с.266-281.
6. Смирнов В.И., Лебедев В.И. Конструктивная теория функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1964, 440 с.
7. Айнуллоев Н., Тайков Л.В. Наилучшее приближение в смысле А.Н.Колмогорова классов аналитических в единичном круге функций. – Матем. заметки, 1986, т.40, №3, с.341-351.

Ш.С.Шоинбекова

**НАЗДИККУНИИ БЕҲТАРИН ВА БАЪЗЕ ҚИМАТҲОИ СИНФИ ФУНКСИЯҲО  
ДАР ФАЗОИ  $H_{q,\rho}$**

*Донишгоҳи давлатии Хоруг ба номи М.Назаршоев*

Дар мақола нобаробариҳои аниқи байни наздиккунии беҳтарини функцияи аналитикӣ дар доираи  $U_R := \{z \in \mathbb{C}, |z| < R\}$ ,  $R \geq 1$  ва модули бефосилаи миёнакардашудаи қиматҳои худудии кунҷии ҳосилаи тартиби  $r$ -ум ёфта шудааст. Барои синфҳои  $W_{q,R,a}^{(r)}$  ( $r \in \mathbb{Z}_+, 1 \leq q \leq \infty, R \geq 1$ ), ки

тартиби  $r$ -уми  $f_a^{(r)}$  ба фазои Харди  $H_{q,p}$  тааллуқ дорад, қиматҳои  $n$ -қутрҳои бернштейнӣ ва колмогоровӣ ҳисоб карда шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** наздиккунии беҳтарини яқоя, фазои Харди, модули бефосилагӣ, функцияи мажорантӣ,  $n$ -қутрҳо.

Sh.S.Shoinbekova

## BEST APPROXIMATION AND THE VALUE OF SOME CLASSES OF FUNCTIONS IN THE SPACE $H_{q,p}$

*M.Nazarshoev Khorog state university*

In the paper, exact inequalities are found between the best analytic approximation in the circle  $U_R := \{z \in \mathbb{C}, |z| < R\}, R \geq 1$  of functions and averaged moduli of continuity angular boundary values of  $m$ -th derivatives of functions. For the classes  $W_{q,R,a}^{(r)}$  ( $r \in \mathbb{Z}_+, 1 \leq q \leq \infty, R \geq 1$ ) whose  $r$ -order  $f_a^{(r)}$  derivatives belong to the Hardy space  $H_{q,R}$ , the values of the Bernstein and Kolmogorov  $n$ -widths.

**Key words:** best approximation, Hardy space, modulus continuity, majorizing function,  $n$ -widths.

УДК 517.957

М.Т.Султонзода

## О ГЛАДКОСТИ РЕШЕНИЯ ВАРИАЦИОННОЙ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ ОПЕРАТОРОВ НЕДИВЕРГЕНТНОГО ВИДА ВО ВСЕМ ПРОСТРАНСТВЕ

*Институт математики им. А.Джураева НАН Таджикистана*

*(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана С.А.Исхоковым 06.09.2022 г.)*

*В работе изучается гладкость решения вариационной задачи Дирихле для эллиптических операторов недивергентного вида во всём пространстве в зависимости от гладкости правой части уравнения и коэффициентов соответствующего дифференциального оператора. Исследуемые эллиптические операторы имеют ненулевые дифференцируемые младшие коэффициенты и на бесконечности вырождаются степенным образом.*

**Ключевые слова:** эллиптический оператор, степенное вырождение, недивергентный вид, задача Дирихле, гладкость решения.

1. Разрешимость вариационной задачи Дирихле для вырождающихся эллиптических операторов недивергентного вида во всем пространстве ранее изучалась в работах [1, 2]. Продолжая исследования этих работ, здесь мы изучаем гладкость решения вариационной задачи Дирихле в зависимости от гладкости правой части уравнения и коэффициентов соответствующего дифференциального оператора. Аналогичные вопросы в случае операторов дивергентного вида ранее изучались в работе [3].

Отметим, что вырождающиеся эллиптические операторы хорошо изучены в случае, когда они имеют дивергентный вид (см., например, [4-7] и имеющуюся в них библиографию). Наша работа относится к малоизученному случаю, то есть, операторам недивергентного вида.

2. Пусть  $\mathbb{R}^n$  –  $n$ -мерное евклидово пространство точек  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $k = (k_1, k_2, \dots, k_n)$  – мультииндекс,  $|k| = k_1 + k_2 + \dots + k_n$  – длина мультииндекса  $k$ . Обозначим через  $u^{(k)}(x)$  обобщенную в смысле С.Л.Соболева производную функции  $u(x)$  мультииндекса  $k$ . Далее вводим обозначение  $d(x) = (1 + |x|^2)^{-1/2}$ .

Пусть  $r$  – некоторое натуральное и  $\beta$  – вещественное числа, и пусть  $p \in (1, +\infty)$ . В работе Л.Д.Кудрявцева [8] впервые было введено пространство  $W_{p;\beta}^r(\mathbb{R}^n)$  функций  $u(x)$ , определенных во всем пространстве  $\mathbb{R}^n$  и имеющих все обобщенные производные  $u^{(k)}(x)$ ,  $|k| \leq r$ , с конечной нормой

$$\|u; W_{p;\beta}^r(\mathbb{R}^n)\| =$$

**Адрес для корреспонденции:** Султонзода Мунзир Тошпулод. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/1, Институт математики НАНТ, E-mail: smunzir93@gmail.com

$$= \left\{ \sum_{|k|=r} \int d^{p\beta}(x) |u^{(k)}(x)|^p dx + \int_{K_R} |u(x)|^p dx \right\}^{1/p},$$

где  $K_R$  – шар достаточно большого радиуса  $R > 0$  с центром в начале координат. Здесь и далее, для удобства записи, во всех интегралах по всему пространству  $\mathbb{R}^n$  мы опускаем область интегрирования.

Пусть  $C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$  – класс бесконечно дифференцируемых в  $\mathbb{R}^n$  функций с компактным носителем. Замыкание  $C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$  по норме (1) обозначим через  $\dot{W}_{p,\beta}^r(\mathbb{R}^n)$ , а через  $\left(\dot{W}_{p,\beta}^r(\mathbb{R}^n)\right)'$  обозначим пространство антилинейных функционалов, определенных на  $\dot{W}_{p,\beta}^r(\mathbb{R}^n)$ , снабженное нормой сопряженного пространства. При этом действие функционала  $F \in \left(\dot{W}_{p,\beta}^r(\mathbb{R}^n)\right)'$  на функцию  $v \in \dot{W}_{p,\beta}^r(\mathbb{R}^n)$  обозначим через  $\langle F, v \rangle$ .

Со свойствами пространств  $W_{p,\beta}^r(\mathbb{R}^n)$  и  $\dot{W}_{p,\beta}^r(\mathbb{R}^n)$  более подробно можно ознакомиться в работах [1, 3, 4, 8].

С пространством Кудрявцева  $W_{p,\beta}^r(\mathbb{R}^n)$  тесно связано пространство  $V_{p,\beta}^r(\mathbb{R}^n)$ , норма которого определяется равенством

$$\|u; V_{p,\beta}^r(\mathbb{R}^n)\| = \left\{ \sum_{|k|\leq r} \int d^{p\beta}(x) |u^{(k)}(x)|^p dx \right\}^{1/p}.$$

Как отмечено в работе [3] при  $n/p - \beta \notin \{1, 2, \dots, r\}$  справедливо равенство

$$V_{p,\beta}^r(\mathbb{R}^n) = \dot{W}_{p,\beta}^r(\mathbb{R}^n).$$

Отметим, что в монографиях Х.Трибелья [9, 10] изучены другие весовые пространства дифференцируемых функций многих вещественных переменных во всем евклидовом пространстве, отличные от вышеприведенных пространств.

**3.** Пусть  $r$  – некоторое натуральное число. Рассмотрим дифференциальный оператор

$$L[u](x) = \sum_{|k|\leq 2r} a_k(x) u^{(k)}(x),$$

первоначально определённый для всех  $u \in C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$  и связанную с ним полуторалинейную форму

$$B[u, v] = \int L[u](x) \overline{v(x)} dx, u, v \in C_0^\infty(\mathbb{R}^n).$$



В работе [2] изучалась разрешимость следующей вариационной задачи Дирихле, связанной с оператором (3):

**Задача  $D_0$ .** Для заданного функционала  $F \in \left( \dot{W}_{2,\beta}^r(\mathbb{R}^n) \right)'$  требуется найти функцию

$U \in \dot{W}_{2,\beta}^r(\mathbb{R}^n)$ , удовлетворяющую уравнению

$$B[U, w] = \langle F, w \rangle \quad \forall w \in \dot{W}_{2,\beta}^r(\mathbb{R}^n).$$

Основным результатом работы [2] является следующая теорема:

**Теорема 1.** Пусть  $n/2 - \beta \notin \{1, 2, \dots, r\}$ , выполнены условия:

I) существует положительное число  $M_1$  такое, что

$$|a_k(x)| \leq M_1 d^{2\beta+2r-|k|}(x), \quad |k| \leq r,$$

для всех  $x \in \mathbb{R}^n$ ;

II) коэффициенты  $a_k(x), r+1 \leq |k| \leq 2r$ , оператора (3) имеют производные до порядка  $|k| - r$  включительно и удовлетворяют условию

$$|a_{k+l+l'}^{(l')}(x)| \leq M_2 d^{2\beta+r-|l'|}(x)$$

для всех  $x \in \mathbb{R}^n$ ;

III) существует положительное число  $\varkappa$ , такое, что

$$\operatorname{Re} B[u, u] \geq \varkappa \|u; W_{2,\beta}^r(\mathbb{R}^n)\|^2$$

для всех  $u \in C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$ .

Тогда для любого заданного функционала  $F \in \left( \dot{W}_{2,\beta}^r(\mathbb{R}^n) \right)'$  вариационная задача Дирихле  $D_0$

имеет единственное решение и при этом выполняется неравенство

$$\|U; W_{2,\beta}^r(\mathbb{R}^n)\| \leq C_0 \left\| F; \left( \dot{W}_{2,\beta}^r(\mathbb{R}^n) \right)' \right\|,$$

где число  $C_0 > 0$  не зависит от выбора функционала  $F$ .

Далее мы покажем, что при улучшении гладкости коэффициентов оператора (3) и правой части уравнения (4), улучшается и гладкость решения задачи  $D_0$ . Заметим, что для любого целого неотрицательного числа  $s$  имеет место следующее ограниченное вложение

$$V_{2;\beta-s}^{r+s}(\mathbb{R}^n) \rightarrow V_{2;\beta}^r(\mathbb{R}^n).$$

Отсюда в силу равенства (2) следует, что при  $n/2 - \beta \notin \{1, 2, \dots, r\}$  справедливо вложение

$$\overset{\circ}{W}_{2;\beta-s}^{r+s}(\mathbb{R}^n) \rightarrow \overset{\circ}{W}_{2;\beta}^r(\mathbb{R}^n)$$

для любого целого неотрицательного числа  $s$ . В силу принципа двойственности отсюда следует, что

$$\left( \overset{\circ}{W}_{2;\beta+s}^{r-s}(\mathbb{R}^n) \right)' \rightarrow \left( \overset{\circ}{W}_{2;\beta}^r(\mathbb{R}^n) \right)'$$

для любого целого неотрицательного числа  $s$ .

**4.** Теперь предположим, что коэффициенты оператора (3) обладают лучшими свойствами дифференцируемости, чем в пункте 3. Пусть существует натуральное число  $s_0$  такое, что выполнены следующие условия:

IV) коэффициенты  $a_k(x), |k| \leq r$ , имеют производные до порядка  $s_0$  включительно и существует положительное число  $M_3$  такое, что

$$|a_k^{(l)}(x)| \leq M_3 d^{2\beta+2r+|l|-|k|}(x)$$

для всех  $x \in \mathbb{R}^n$  и любого мультииндекса  $l: |l| \leq s_0$ ;

V) коэффициенты  $a_k(x), r+1 \leq |k| \leq 2r$ , оператора (3) имеют производные до порядка  $|k| + s_0 - r$  включительно и удовлетворяют условию

$$|a_{k+l}^{(l+l)}(x)| \leq M_4 d^{2\beta+r+|l|-|l'|}(x)$$

для всех  $x \in \mathbb{R}^n$  и любого мультииндекса  $l: |l| \leq s_0$ ;

Основным результатом настоящей работы является следующая теорема:

**Теорема 2.** Пусть  $n/2 - \beta \notin \{1, 2, \dots, r\}$ , выполнены условия III) - V). Тогда для любого

заданного элемента  $F \in \left( \overset{\circ}{W}_{2;\beta+s}^{r-s}(\mathbb{R}^n) \right)'$ , где целое число  $s$  такое, что  $0 \leq s \leq s_0$  решение

вариационной задачи Дирихле  $D_0$  существует, оно имеет все производные до  $(r+s)$ -того порядка,

принадлежит пространству  $\overset{\circ}{W}_{2;\beta-s}^{r+s}(\mathbb{R}^n)$ .

**Замечание.** Из теоремы 2 следует, что при улучшении свойства дифференцируемости коэффициентов  $a_k(x), |k| \leq 2r$  оператора (3) и правой части  $F$  уравнения (4), улучшается и дифференцируемость решения  $U$  вариационной задачи Дирихле  $D_0$ .

Поступило 06.09.2022 г.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Исоқов С.А., Куджмуродов А.Ё., Султонзода М. Вариационная задача Дирихле для вырождающихся эллиптических операторов во всем пространстве.– Доклады НАН Таджикистана, 2021, т. 64, №9-10, с. 524-529.
2. Султонзода М. О разрешимости вариационной задачи Дирихле для эллиптических операторов недивергентного вида в пространстве Кудрявцева. – Известия НАН Таджикистана. Отделение физико-математических, химических, геологических и технических наук, 2022, №3(188), с. 61-67.
3. Мирошин Н.В. Внешняя вариационная задача Дирихле для эллиптического оператора с вырождением.– Труды Математического института РАН, 1992, т. 194, с. 179-195.
4. Мирошин Н.В. Внешняя задача Дирихле для вырождающегося эллиптического оператора.– Труды Математического института им. В.А.Стеклова АН СССР. 1979, т. 150, с. 198-211.
5. Мирошин Н.В. Спектральные внешние задачи для вырождающегося эллиптического оператора. – Известия вузов. Математика, 1988, №8, с. 47-55.
6. Исоқов С.А., Рахмонов Б.А. О разрешимости и гладкости решения вариационной задачи Дирихле во всем пространстве, связанной с некоэрцитивной формой.– Уфимский математический журнал, 2020, т.12, №1, с. 13-29.
7. Рахмонов Б.А. О гладкости решения вариационной задачи Дирихле, связанной с некоэрцитивной формой во всем пространстве.– ДАН РТ, 2018, т. 61, №9-10, с. 736-741.
8. Кудрявцев Л.Д. Теоремы вложения для классов функций, определенных на неограниченных областях. – ДАН СССР, 1963, т. 153, с. 530-532.
9. Трибель Х. Теория интерполяции. Функциональные пространства. Дифференциальные операторы. – М.: Мир, 1980, 499 с.
10. Трибель Х. Теория функциональных пространств. – М.: Мир, 1986, 448 с.

М.Т.Султонзода

**ОИД БА СУФТАГИИ ҲАЛЛИ МАСЪАЛАИ ВАРИАЦИОНИИ ДИРИХЛЕ  
 БАРОИ ОПЕРАТОРҲОИ ЭЛЛИПТИКИИ ТАНАЗЗУЛЁБАНДАИ НАМУДИ  
 ҒАЙРИДИВЕРГЕНТӢ ДАР ТАМОМИ ФАЗО**

*Институти математикаи ба номи А.Қўраеви Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон*

Дар мақола суфтагии ҳалли масъалаи вариационии Дирихле барои оператори эллиптикии намуди ғайридивергентӣ дар тамоми фазо вобаста аз суфтагии тарафи ростӣ муодила ва коэффитсиентҳои оператори дифференсиалии мувофиқ омӯхта шудааст. Операторҳои таҳқиқшавандаи эллиптикӣ дорои коэффитсиентҳои хурди ғайринулии дифференсиронидашаванда буда дар беохирӣ ба тарзи дараҷагӣ таназзул меёбанд.

**Калимаҳои калидӣ:** *оператори эллиптикӣ, таназзул ёбии дараҷагӣ, намуди ғайридивергентӣ, масъалаи Дирихле, суфтагии ҳалл.*

M.T.Sultonzoda

**ON SMOOTHNESS OF A SOLUTION OF VARIATIONAL DIRICHLET PROBLEM  
FOR NON-DIVERGENT DEGENERATE ELLIPTIC OPERATORS  
IN THE HOLE SPACE**

*A.Dzhuraev Institute of Mathematics, National Academy of Sciences of Tajikistan*

In the paper, we study the smoothness of a solution of the Dirichlet variational problem for a non-divergent form elliptic operator in the hole space depending on smoothness of the right-hand side of the equation and of coefficients of the corresponding differential operator. The elliptic operators under investigation have nonzero differentiable lower coefficients and degenerate at the infinity as a power.

**Key words:** *elliptic operator, power degeneration, non-divergent form, Dirichlet problem, smoothness of solution.*

УДК 517.968.220

Л.Н.Раджабова

## О РЕШЕНИЯХ ПЕРЕОПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЫ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТИПА ВОЛЬТЕРРА С ОСОБЫМИ ГРАНИЧНЫМИ ЛИНИЯМИ В ВИДЕ ОБОБЩЕННЫХ СТЕПЕННЫХ РЯДОВ

*Таджикский национальный университет*

(Представлено академиком НАНТ З.Х.Рахмоновым 18.10.2022 г.)

В работе в прямоугольнике изучается переопределенная система интегральных уравнений типа Вольтерра с особыми линиями, которая состоит из двумерного интегрального уравнения типа Вольтерра с двумя граничными особыми линиями и одномерного интегрального уравнения типа Вольтерра с граничной особой линией. Определены условия совместности уравнений системы для не связанных между собой параметров системы уравнений. Установлено, что в данном случае решение переопределенной системы интегральных уравнений типа Вольтерра с особыми линиями в классе функций, представимых в виде обобщенных степенных рядов, единственно.

**Ключевые слова:** переопределенная система уравнений, интегральные уравнения типа Вольтерра, особые линии, условия совместности, обобщенный степенной ряд.

В прямоугольнике  $D = \{a < x < a_1, b_1 < y < b\}$  с границами  $\Gamma_1 = \{a < x < a_1, y = b\}$ ,  $\Gamma_2 = \{x = a, b_1 < y < b\}$  рассмотрим переопределенную систему интегральных уравнений типа Вольтерра с особыми граничными линиями вида

$$\begin{cases} u(x, y) + \lambda \int_a^x \frac{u(t, y)}{t-a} dt - \mu \int_y^b \frac{u(x, s)}{b-s} ds + \delta \int_a^x \frac{dt}{t-a} \int_y^b \frac{u(t, s)}{b-s} ds = f(x, y) \\ u(x, y) + \nu \int_a^x \frac{u(t, y)}{t-a} dt = g(x, y). \end{cases} \quad (1)$$

Решение системы уравнений (1) будем искать в классе функций  $u(x, y) \in C(\overline{D})$ , обращающихся в нуль при  $x \rightarrow a, y \rightarrow b$ .

Изучению сингулярных интегральных уравнений, ядра которых имеют слабую и сильные особенности, особенности степенного или логарифмического типа, с ядром Коши или когда интеграл понимается в смысле главного значения, посвящены работы [1-5], где для нахождения решения интегральных уравнений преимущественно используется численный метод.

Ранее в [6] были изучены переопределенные системы одномерных интегральных уравнений типа Вольтерра с сингулярными или сверхсингулярными точками в ядре, в [7,8] изучены одномерные

---

**Адрес для корреспонденции:** Раджабова Лутфия Нусратовна. 734025, Республика Таджикистан. г. Душанбе, ул. Буни Хисорак 17. Таджикский национальный университет. E-mail: lutfya62@mail.ru

и двумерные интегральные уравнения типа Вольтерра с особыми и сильно-особыми граничными линиями.

Для переопределенной системы интегральных уравнений (1), когда параметры первого уравнения системы связаны между собой, при наложении определенных условий на правые части и параметры уравнений, получены условия совместности уравнений системы, явные решения, которые могут содержать произвольные функции и произвольные постоянные, определены условия, при выполнении которых решение системы уравнений единственно и изучены свойства решений.

В данной работе изучается переопределенная система интегральных уравнений, когда параметры первого уравнения системы уравнений (1) не связаны между собой определенным образом.

Решение системы уравнений (1) будем искать в классе функций  $u(x, y) \in C(\bar{D})$ , обращающихся в нуль при  $x \rightarrow a, y \rightarrow b$ .

В случае, когда параметры первого уравнения системы интегральных уравнений (1) не связаны между собой, то есть  $\delta_1 = \delta + \lambda\mu \neq 0, \delta_1 > 0$ , решение переопределенной системы интегральных уравнений типа Вольтерра (1) будем искать в классе непрерывных функций, представимых в виде обобщенного степенного ряда:

$$u(x, y) = (x - a)^{-\lambda} (b - y)^\mu \sum_{n=0}^{\infty} (x - a)^{n+\gamma} u_n(x). \tag{2}$$

Согласно [8], решение первого уравнения системы интегральных уравнений типа Вольтерра (1) с граничными особыми линиями в классе функций, представимых в виде (2), имеет вид:

$$u(x, y) = (x - a)^{-\lambda} (b - y)^\mu \sum_{n=0}^{\infty} (x - a)^{n+\gamma} \left\{ (b - y)^{\frac{\delta_1}{n+\gamma}} c_n - \left(1 + \frac{\lambda}{n + \gamma}\right) f_n(y) + \right. \\ \left. + \left(\mu + \frac{\delta_1}{n + \gamma}\right) \left(1 - \frac{\lambda}{n + \gamma}\right) \int_y^b \left(\frac{b - y}{b - s}\right)^{\frac{\delta_1}{n+\gamma}} \frac{f_n(s)}{b - s} ds \right\}.$$

Подставляя данное равенство во второе уравнение системы, далее проведя некоторые вычисления, получим следующие утверждения:

**Теорема 1.** Пусть в системе интегральных уравнений (1)  $\lambda < 0, \mu > 0, \delta_1 = \delta + \lambda\mu \neq 0, \delta_1 > 0$ , функции  $f(x, y)$  и  $g(x, y)$  представимы в виде:

$$f(x, y) = (x - a)^{-\lambda} (b - y)^\mu \sum_{n=0}^{\infty} (x - a)^{n+\gamma} f_n(y), \\ g(x, y) = (x - a)^{-\lambda} (b - y)^\mu \sum_{n=0}^{\infty} (x - a)^{n+\gamma} g_n(y), \tag{3}$$

где  $f_n(y) \in C(\Gamma_2), g_n(y) \in C(\Gamma_2)$ , в точке  $y = b$  обращаются в нуль с асимптотическим поведением:

$$f_n(y) = o[(b-y)^{\gamma_2^1}], \gamma_2^1 > \frac{\delta_1}{n+\gamma} \text{ при } y = b,$$

$$g_n(y) = o[(b-y)^\varepsilon], \varepsilon > 0 \text{ при } y = b,$$

причем функции  $f_n(y)$  и  $g_n(y)$  связаны между собой условием совместности:

$$\begin{aligned} &-\frac{\delta_1}{n+\gamma} \cdot \frac{n+\gamma-\lambda}{n+\gamma-\lambda+\nu} (b-y)^{-\frac{\delta_1}{n+\gamma}-1} q_n(y) + (b-y)^{-\frac{\delta_1}{n+\gamma}} \left[ \frac{n+\gamma-\lambda}{n+\gamma-\lambda+\nu} \frac{\partial q_n(y)}{\partial y} - \frac{n+\gamma-\lambda}{n+\gamma} \frac{\partial f_n(y)}{\partial y} \right] + \\ &+ \left( \frac{n+\gamma-\lambda}{n+\gamma} \right) \left( \mu + \frac{2\delta_1}{n+\gamma} \right) (b-y)^{-\frac{\delta_1}{n+\gamma}-1} f_n(y) = 0, \quad n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Тогда неоднородная система интегральных уравнений типа Вольтерра (1) в классе функций, представимых в виде (2), имеет единственное решение, представимое в виде:

$$\begin{aligned} u(x, y) = &(x-a)^{-\lambda} (b-y)^\mu \sum_{n=0}^{\infty} (x-a)^{n+\gamma} \left\{ (b-y)^{\frac{\delta_1}{n+\gamma}} c_n - \left( 1 + \frac{\lambda}{n+\gamma} \right) f_n(y) + \right. \\ &\left. + \left( \mu + \frac{\delta_1}{n+\gamma} \right) \left( 1 - \frac{\lambda}{n+\gamma} \right) \int_y^b \left( \frac{b-y}{b-s} \right)^{\frac{\delta_1}{n+\gamma}} \frac{f_n(s)}{b-s} ds \right\}, \end{aligned}$$

где  $c_n$  определяется из равенства:

$$\begin{aligned} c_n = &\frac{n+\gamma-\lambda}{n+\gamma-\lambda+\nu} (b-y)^{-\frac{\delta_1}{n+\gamma}} q_n(y) - \left( 1 - \frac{\lambda}{n+\gamma} \right) (b-y)^{-\frac{\delta_1}{n+\gamma}} f_n(y) - \\ &- \left( 1 - \frac{\lambda}{n+\gamma} \right) \left( \mu + \frac{\delta_1}{n+\gamma} \right) \int_y^b (b-s)^{\frac{\delta_1}{n+\gamma}} \frac{f_n(s)}{b-s} ds \\ &n = 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

**Теорема 2.** Пусть в системе интегральных уравнений (1)  $\lambda < 0$ ,  $\mu > 0$ ,  $\delta_1 < 0$ ,  $\delta_1 = \delta + \lambda\mu \neq 0$ , функции  $f(x, y)$  и  $g(x, y)$  представимы в виде (3), где  $f_n(y) \in C(\Gamma_2)$ ,  $g_n(y) \in C(\Gamma_2)$ , в точке  $y = b$  обращаются в нуль с асимптотическим поведением:

$$f_n(y) = o[(b-y)^\varepsilon], \varepsilon > 0 \text{ при } y = b,$$

$$g_n(y) = o[(b-y)^\varepsilon], \varepsilon > 0 \text{ при } y = b,$$

причем функции  $f_n(y)$  и  $g_n(y)$  связаны между собой условием совместности:

$$q_n(y) = \frac{n + \gamma - \lambda + \nu}{n + \gamma - \lambda} \left\{ \frac{n + \gamma - \lambda}{n + \gamma} f_n(y) + \left( \frac{\delta_1 + \mu(n + \gamma)}{n + \gamma} \right) \left( \frac{n + \gamma - \lambda}{n + \gamma} \right) \int_y^b \left( \frac{b - y}{b - s} \right)^{n + \gamma} \frac{f_n(s)}{b - s} ds \right\} =$$

$$= \frac{n + \gamma - \lambda + \nu}{(n + \gamma - \lambda)(n + \gamma)} \left\{ n + \gamma - \lambda f_n(y) + \left( \frac{\delta_1 + \mu(n + \gamma)}{n + \gamma} \right) \left( \frac{n + \gamma - \lambda}{n + \gamma} \right) \int_y^b \left( \frac{b - y}{b - s} \right)^{n + \gamma} \frac{f_n(s)}{b - s} ds \right\}.$$

Тогда неоднородная система интегральных уравнений типа Вольтерра (1) в классе функций, представимых в виде:

$$u(x, y) = (x - a)^{-\lambda} (b - y)^\mu \sum_{n=0}^{\infty} (x - a)^{n + \gamma} u_n(x),$$

имеет единственное решение, представимое в виде:

$$u(x, y) =$$

$$= (x - a)^{-\lambda} (b - y)^\mu \sum_{n=0}^{\infty} (x - a)^{n + \gamma} \left\{ \left( 1 + \frac{\lambda}{n + \gamma} \right) f_n(y) + \left( \mu + \frac{\delta_1}{n + \gamma} \right) \left( 1 - \frac{\lambda}{n + \gamma} \right) \int_y^b \left( \frac{b - y}{b - s} \right)^{n + \gamma} \frac{f_n(s)}{b - s} ds \right\}.$$

**Теорема 3.** Пусть в системе интегральных уравнений (1)  $\lambda > 0$ ,  $\mu < 0$ ,  $\delta_1 > 0$ ,  $\delta_1 = \delta + \lambda\mu \neq 0$ , функции  $f(x, y)$  и  $g(x, y)$  представимы в виде:

$$f(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} (x - a)^{n + \gamma} f_n(y), \quad g(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} (x - a)^{n + \gamma} g_n(y),$$

где  $f_n(y) \in C(\Gamma_2)$ ,  $g_n(y) \in C(\Gamma_2)$ , в точке  $y = b$  обращаются в нуль с асимптотическим поведением:

$$f_n(y) = o[(b - y)^{\gamma_n^2}], \gamma_n^2 > \frac{\delta_1}{\lambda + n + \gamma} + \mu, \quad \frac{\delta_1}{\lambda + n + \gamma} > |\mu|, \quad \text{при } y \rightarrow b,$$

$$f_n(y) = o[(b - y)^\varepsilon], \varepsilon > 0 \text{ при } \frac{\delta_1}{\lambda + n + \gamma} < |\mu|, \text{ при } y \rightarrow b, \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

$$g_n(y) = o[(b - y)^\varepsilon], \varepsilon > 0, \text{ при } y \rightarrow b, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots,$$

причем функции  $f_n(y)$  и  $g_n(y)$  связаны между собой условием совместности:

$$\frac{q_n(y)}{b - y} + \frac{n + \gamma}{\nu + n + \gamma} \times$$

$$\times \left[ \frac{\partial g_n(y)}{\partial y} + \left( 1 + \mu + \frac{\delta_1}{\lambda + n + \gamma} \right) \frac{f_n(y)}{b - y} + \left( \mu + \frac{\delta_1}{\lambda + n + \gamma} \right) \frac{1}{b - y} \int_y^b \left( \frac{b - y}{b - s} \right)^{n + \gamma + \mu} \frac{f_n(s)}{b - s} ds \right] = 0.$$



Тогда неоднородная система интегральных уравнений типа Вольтерра (1) в классе функций, представимых в виде:

$$u(x, y) = (b - y)^\mu \sum_{n=0}^{\infty} (x - a)^{n+\gamma} u_n^2(x),$$

имеет единственное решение, представимое в виде:

$$u(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} (x - a)^{n+\gamma} \left\{ (b - y)^{\frac{\delta_1}{\lambda+n+\gamma} + \mu} c_n^2(y) + \left( 1 - \frac{\lambda}{\lambda+n+\gamma} \right) f_n(y) + \left( \mu + \frac{\delta_1}{\lambda+n+\gamma} \right) \left( 1 - \frac{\lambda}{\lambda+n+\gamma} \right) \int_y^b \left( \frac{b-y}{b-s} \right)^{\frac{\delta_1}{\lambda+n+\gamma} + \mu} \frac{f_n(s)}{b-s} ds \right\},$$

где  $c_n^2 = 0$ , когда  $\frac{\delta_1}{\lambda+n+\gamma} < |\mu|$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ ,

для значений  $\frac{\delta_1}{\lambda+n+\gamma} > |\mu|$   $c_n^2$  определяется из равенства:

$$c_n^2 = \frac{n+\gamma}{\nu+n+\gamma} (b-y)^{\frac{\lambda+n+\gamma}{\delta_1+\mu(\lambda+n+\gamma)}} \times \left[ g_n(y) - \frac{n+\gamma+\nu}{\lambda+n+\gamma} f_n(y) - \frac{n+\gamma+\nu}{\lambda+n+\gamma} \left( \mu + \frac{\delta_1}{\lambda+n+\gamma} \right) \int_y^b \left( \frac{b-y}{b-s} \right)^{\frac{\delta_1}{\lambda+n+\gamma} + \mu} \frac{f_n(s)}{b-s} ds \right].$$

**Теорема 4.** Пусть в системе интегральных уравнений (1)  $\lambda > 0$ ,  $\mu < 0$ ,  $\delta_1 < 0$ ,  $\delta_1 = \delta + \lambda\mu \neq 0$ , функции  $f(x, y)$  и  $g(x, y)$  представимы в виде:

$$f(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} (x - a)^{n+\gamma} f_n(y), \quad g(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} (x - a)^{n+\gamma} g_n(y),$$

где  $f_n(y) \in C(\Gamma_2)$ ,  $g_n(y) \in C(\Gamma_2)$ , в точке  $y = b$  обращаются в нуль с асимптотическими поведением:

$$f_n(y) = o[(b - y)^\varepsilon], \quad \varepsilon > 0, \quad \text{при } y \rightarrow b, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$g_n(y) = o[(b - y)^\varepsilon], \quad \varepsilon > 0, \quad y \rightarrow b, \quad n = 0, 1, 2, \dots,$$

причем функции  $f_n(y)$  и  $g_n(y)$  связаны между собой условием совместности:

$$q_n(y) = \frac{n + \gamma + \nu}{\lambda + n + \gamma} f_n(y) + \frac{n + \gamma + \nu}{\lambda + n + \gamma} \left( \mu + \frac{\delta_1}{\lambda + n + \gamma} \right) \int_y^b \left( \frac{b-y}{b-s} \right)^{\frac{\delta_1}{n+\gamma} + \mu} \frac{f_n(s)}{b-s} ds.$$

Тогда неоднородная система интегральных уравнений типа Вольтерра (1) в классе функций, представимых в виде:

$$u(x, y) = (b - y)^\mu \sum_{n=0}^{\infty} (x - a)^{n+\gamma} u(y),$$

имеет единственное решение, представимое в виде:

$$u(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} (x - a)^{n+\gamma} \left\{ \frac{n + \gamma}{\lambda + n + \gamma} f_n(y) + \left( \mu + \frac{\delta_1}{\lambda + n + \gamma} \right) \int_y^b \left( \frac{b-y}{b-s} \right)^{\frac{\delta_1}{n+\gamma} + \mu} \frac{f_n(s)}{b-s} ds \right\}.$$

**Следствие 1.** При выполнении условий теоремы 1, любое решение системы интегральных уравнений (1) из класса  $C(\overline{D})$  в точке  $(x, y) = (a, b)$ , на линиях  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  обращается в нуль с асимптотическим поведением:

$$u(x, y) = o[(x - a)^{|\lambda|} (b - y)^\mu], \text{ при } (x, y) = (a, b)$$

$$u(x, y) = o[(x - a)^{|\lambda|}] \text{ при } x \rightarrow a,$$

$$u(x, y) = o[(b - y)^\mu] \text{ при } y \rightarrow b.$$

**Следствие 2.** При выполнении условий теоремы 2, любое решение системы интегральных уравнений (1) из класса  $C(\overline{D})$  в точке  $(x, y) = (a, b)$ , на линиях  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  обращается в нуль с асимптотическим поведением:

$$u(x, y) = o[(x - a)^{|\lambda|} (b - y)^\mu], \text{ при } (x, y) = (a, b)$$

$$u(x, y) = o[(x - a)^{|\lambda|}] \text{ при } x \rightarrow a,$$

$$u(x, y) = o[(b - y)^\mu] \text{ при } y \rightarrow b.$$

**Следствие 3.** При выполнении условий теоремы 3, любое решение системы интегральных уравнений (1) из класса  $C(\overline{D})$  в точке  $(x, y) = (a, b)$ , на линиях  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  обращается в нуль с асимптотическим поведением:

$$u(x, y) = o[(x - a)^\gamma (b - y)^\epsilon], \text{ при } (x, y) = (a, b)$$

$$u(x, y) = o[(x - a)^\gamma] \text{ при } x \rightarrow a,$$

$$u(x, y) = o[(b - y)^\epsilon] \text{ при } y \rightarrow b.$$

**Следствие 4.** При выполнении условий теоремы 4, любое решение системы интегральных уравнений (1) из класса  $C(\overline{D})$  в точке  $(x, y) = (a, b)$ , на линиях  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  обращается в нуль с асимптотическим поведением:

$$u(x, y) = o[(x - a)^\gamma (b - y)^\epsilon], \text{ при } (x, y) = (a, b)$$

$$u(x, y) = o[(x - a)^\gamma] \text{ при } x \rightarrow a,$$

$$u(x, y) = o[(b - y)^\epsilon] \text{ при } y \rightarrow b.$$

Поступило 18.10.2022 г.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Довгий С.А., Лифанов И.К., Черний Д.И. Метод сингулярных интегральных уравнений и вычислительные технологии. – Киев: Изд-во «Юстон», 2016, 380 стр.
2. Корчевский Е.М., Фролов А.Г. Двумерные сингулярные и слабо-сингулярные интегральные уравнения в теории диэлектрических волноводов. – Казань, 2018.
3. Лифанов И.К. Метод сингулярных интегральных уравнений и численный эксперимент. Янус, Москва, 2018, 521 стр.
4. Расолько Г.А. Численное решение некоторых сингулярных интегральных уравнений с ядром Коши методом ортогональных многочленов. Часть 1. – Алгоритмы в MathCad. Минск, БГУ, 2017, 293 стр.
5. Плещинский Н. Сингулярные интегральные уравнения со сложной особенностью в ядре. – Казань, 2018, 160 стр.
6. Раджабов Н. Переопределенная линейная система интегральных уравнений и сингулярные, сверх-сингулярные интегральные уравнения типа Вольтерра третьего рода с логарифмическими и сверх-сингулярными ядрами и их приложения. – ТНУ, Душанбе, 2021, 320 с.
7. Раджабов Н. Интегральные уравнения типа Вольтерра с фиксированными граничными и внутренними сингулярными и сверх-сингулярными ядрами и их приложения. – Душанбе: Деваштич, 2007, 222с.
8. Раджабов Н., Раджабова Л.Н. Введение в теорию многомерных интегральных уравнений типа Вольтера с фиксированными сингулярными и сверхсингулярными ядрами и их приложение. – Saarbiicken: LAP LAMBERT, Academic Publishing, 2012, 502 с.
9. Раджабова Л.Н. К теории двумерных интегральных уравнений типа Вольтерра с двумя особыми линиями, когда параметры уравнения не связаны между собой. – ДАН РТ, 2020, том 63, №7-8, с. 450-460.
10. Раджабов Н., Раджабова Л.Н., Зарипов С.Б. Двумерные симметричные интегральные уравнения типа Вольтеррас сингулярными и сверх-сингулярными линиями. – Saarbiicken: LAP LAMBERT, Academic Publishing, 2019, 108 p.
11. Раджабова Л.Н., Шукурова Г.Н. Граничные задачи для симметричного двумерного интегрального уравнения типа Вольтерра с особенностью и логарифмической особенностью по одному переменному и особенностью по второму переменному. – Вестник Таджикского национального университета(серия естественных наук), № 4, 2019, с. 5-14.
12. Раджабова Л.Н., Хушвактов М.Б. О некоторых случаях немодельных двумерных интегральных уравнений типа Вольтерра с особой и слабо-особой линией на полосе. – ДАН РТ, 2019, том 62, №9-10, с. 533-540.

13. Раджабова Л.Н. К теории переопределенной системы интегральных уравнений типа Вольтерра с особыми линиями. Материалы международной научно-практической конференции, посвященной 20-летию развития естественных, точных и математических наук 2020-2040 годы. – Душанбе, 20-21 октября 2022 года, с.169-172.

**Л.Н.Рачабова**

**ОИД БА ҲАЛЛИ СИСТЕМАИ БАРЗИЁДМУАЙЯНШУДАИ МУОДИЛАҲОИ  
ИНТЕГРАЛИИ НАМУДИ ВОЛТЕРРА БО ХАТҲОИ МАХСУСИ САРҲАДӢ БА  
НАМУДИ ҚАТОРИ УМУМИКАРДАШУДАИ ДАРАЧАГӢ**

*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Дар кори мазкур дар росткунча системаи барзиёдмуайяншудаи муодилаҳои интегралӣ намуди Вольтерра бо хатҳои махсус, ки аз муодилаи дученакаи интегралӣ намуди Вольтерра бо ду хатҳои махсус ва муодилаи якченакаи намуди Вольтерра бо хати махсус иборат мебошад, омӯхта шудааст. Барои системаи муодилаҳои мазкур шартҳои ҳамчоягии муодилаҳои система дар ҳолате, ки параметрҳои муодилаи дученака байни новобастаанд, муайян шудааст. Дар ҳолати мазкурмуайян шудааст, ки ҳалли системаи барзиёдмуайяншудаи муодилаҳои интегралӣ намуди Вольтерра бо хатҳои махсус дар синфи функсияҳои ба намуди қаторҳои дараҷагии умумикардашуда ифодашаванда ягона мебошад.

**Калимаҳои калидӣ:** системаи муодилаҳои барзиёдмуайяншуда, муодилаҳои интегралӣ намуди Вольтерра, хати махсус, шартҳои ҳамчоягии, қаторҳои дараҷагии умумикардашуда.

**L.N.Rajabova**

**ON SOLUTIONS OF THE OVERDETERMINATED SYSTEM OF VOLTERRA-  
TYPE INTEGRAL EQUATIONS WITH SINGULAR BOUNDARY LINES IN THE  
FORM OF GENERALIZED POWER SERIES**

*Tajik National University*

In the work in a rectangle, we study an overdetermined system of Volterra-type integral equations with singular lines, which consists of a two-dimensional Volterra-type integral equation with two boundary singular lines and a one-dimensional Volterra-type integral equation with a boundary singular line. The conditions for the compatibility of the equations of the system for unrelated parameters of the system of equations are determined. It is established that in this case the solution of the overdetermined system of Volterra-type integral equations with singular lines in the class of functions representable as generalized power series is unique.

**Key words:** overdetermined system of equations, Volterra-type integral equations, singular lines, compatibility conditions, generalized power series.

УДК 81'322::811.222.8::519.25

Б.С.Саидзода

## ОБ АВТОМАТИЧЕСКОМ РАСПОЗНАВАНИИ УДК АВТОРЕФЕРАТОВ НА ОСНОВЕ ТРИГРАММ

*Таджикский технический университет им. академика М.С.Осими*

*(Представлено академиком НАН Таджикистан З.Х.Рахмоновым 25.07.2022 г.)*

*В работе на примере модельной коллекции из 10 авторефератов осуществляется настройка  $\gamma$ -классификатора для автоматической идентификации УДК (универсальная десятичная классификация) научной работы на основе частотности буквенных триграмм. Прогностические свойства настроенного классификатора тестируются на контрольных примерах.*

**Ключевые слова:** автореферат, текст, универсальная десятичная классификация, триграмм, частотность, классификатор.

С момента появления в 2017 г.,  $\gamma$ -классификатор [1, 2] широко используется при решении различных задач автоматического распознавания текста (см., например, [3-12]). В настоящей статье мы настраиваем его по прецедентам, то есть по экспертным оценкам о принадлежности текстов к тем или иным УДК специальности, подбираем оптимальное значение вещественного параметра  $\gamma$  таким образом, чтобы достичь максимально возможной точности совпадения экспертно-машинных результатов.

Для экспериментирования мы ограничились коллекцией из 10 авторефератов по пяти различным наукам, по каждому УДК были взяты по 2 автореферата:

УДК 338.2: (Экономика):

1. Шестаков Алексей Борисович “Механизм планирования устойчивого развития промышленного предприятия”, Москва-2009.

2. Шарова Анна Анатольевна “Совершенствование механизма реализации модернизационного потенциала экономики региона”, Тамбов-2013.

УДК 371: (Педагогика):

1. Кортиева Дина Викторовна “Формирование ценностных ориентаций подростков в процессе медиаобразования”, Пятигорск-2009.

2. Саттарова Альфия Фаритовна “Педагогические условия формирования правовой культуры учащихся в целостном педагогическом процессе школы”, Караганды-2009.

УДК 523.98: (Физика):

1. Мышьяков Иван Иванович “Восстановление пространственной структуры магнитного поля солнечных активных областей в нелинейном бессиловом приближении”, Иркутск-2012.

2. Кузьменко Ирина Владимировна “Исследование солнечных событий с “отрицательными радиовсплесками” с использованием данных радиометра Уссурийской обсерватории”, Иркутск-2011.

---

**Адрес для корреспонденции:** Саидзода Баходури Саидбеки. 734042, Республика Таджикистан, г.Душанбе, ул. академиков Раджабовых, 10, Таджикский технический университет. E-mail: bahodursaidov@gmail.com

УДК 614.253: (Стоматология):

1. Истомина Елена Владимировна “Деонтологическое поведение стоматолога-ортопеда в зависимости от характерологических особенностей пациентов”, Москва-2007.

2. Фёдоров Владимир Евгеньевич “Клинико-организационные особенности оказания стоматологической помощи на основе дентальной имплантации в частных стоматологических организациях”, Москва-2011.

УДК 658: (Экономика):

1. Матвеев Владимир Сергеевич “Разработка организационно-экономических методов и моделей управления промышленным предприятием на основе системы параметрического контроллинга”, Москва-2007.

2. Маликова Софья Гафуровна “Разработка организационно-экономических методов управления закупками на промышленных предприятиях (на основе методологии контроллинга)”, Москва-2006.

Совокупность 10 авторефератов будем называть *A-коллекцией (модельной)*.

В работе изучаются *две задачи*. *Первая* состоит в том, чтобы определить способность  $\gamma$ -классификатора (на базе распределения частотности буквенных триграмм) распознавать на обучающей выборке УДК текстов в соответствии с указаниями учителя. *Вторая задача* заключается в том, чтобы оценить возможности уже настроенного  $\gamma$ -классификатора безошибочно идентифицировать УДК для новых текстов.

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ 1.** Нам понадобится ряд определений.

**1.1. Цифровой портрет автореферата (ЦПА).** В качестве учётных элементов мы выбрали частоты встречаемости в авторефератах буквенных триграмм.

**Определение 1.** ЦПА назовем в нем частотное распределение буквенных триграмм.

ЦПА записывается в данном виде:

$$N : 1 \quad 2 \quad \dots \quad 35937$$

$$P : p_1 \quad p_2 \quad \dots \quad p_{35937}$$

где первая строка – это количество триграмм, расположенных в алфавитном порядке, а вторая – от-

носительная частота встречаемости триграмм, в автореферате  $T$ , причём  $\sum_{k=1}^{35937} p_k = 1$ .

ЦПА также представляется как дискретная функция

$$F(s) = \sum_{k=1}^s p_k \quad (s = 1, \dots, 35937). \tag{1}$$

**1.2. Расстояния между ЦП авторефератов.** Пусть произвольная пара авторефератов, характеризуемых на основе алфавита, и

$$F^{(\alpha)}(s) = \sum_{k=1}^s p_k^{(\alpha)} \tag{2}$$

– соответствующий цифровой портрет автореферата, представленный дискретными функциями,  $\alpha = 1, 2$ , и  $s = 1, \dots, 35937$ .

**Определение 2.** Расстоянием между авторефератами  $T_1$  и  $T_2$  называется положительное число  $\rho(T_1, T_2)$ , определяемое по формуле

$$\rho(T_1, T_2) = \sqrt{\frac{35937}{2}} \max_s |F^{(1)}(s) - F^{(2)}(s)|. \quad (3)$$

**1.3. Гипотеза III “однородности” авторефератов** привлекается с целью выделения характерной особенности авторефератов, предназначенных для построения математической модели распознавания УДК. Сформулируем это следующим образом.

ГИПОТЕЗА III. Авторефераты одного УДК “однородные”, а разных УДК – “неоднородные”.

Говоря об “однородности” авторефератов, мы имеем в виду их подобие, одинаковость, сходство, единообразие, родство и т.п.

**1.4. Математическая модель III-гипотезы.** Пусть  $\gamma$  - некоторое положительное число.

**Определение 3.** Авторефераты  $T_1, T_2$  называются  $\gamma$ -однородными (принадлежащими одному УДК), если

$$\rho(T_1, T_2) \leq \gamma, \quad (4)$$

и  $\gamma$ -неоднородными (принадлежащими различным УДК), если

$$\rho(T_1, T_2) > \gamma. \quad (5)$$

Неравенства (4) и (5) являются математической интерпретацией (моделью) гипотезы III.

**Определение 4.**  $\gamma$ -классификатор – в зависимости от одного вещественного параметра  $\gamma$  алгоритм принятия решения о присвоении паре авторефератов  $T_1$  и  $T_2$  к одному или двух разных УДК.

Очевидно, неоднородность или однородность любой пары авторефератов зависит от значения  $\gamma$  и, следовательно, уровня выполнимости гипотезы. Принадлежность двух текстов к одному УДК в рамках математической модели означает справедливость неравенства (4), а два разных УДК – справедливость неравенства (5). Гипотеза III может быть нарушена для некоторых пар текстов одного и того же УДК в том случае, когда вместо неравенства (4) имеет место неравенство (5), а также в случае, когда для каких либо двух текстов с разными УДК выполнялось неравенство (5).

Пусть  $\tau = \tau(\gamma)$  – общее количество нарушений гипотезы III одновременно в двух случаях: невыполнения неравенства “однородность” в случаях двух текстов, принадлежащих одному УДК, и невыполнения неравенства “неоднородность” в случае двух текстов, принадлежащих разным УДК. Тогда при фиксированном  $\gamma$  показатель выполнения гипотезы будет определяться значением  $\pi$ , задаваемым формулой

$$\pi = 1 - \tau(\gamma) / L,$$

где  $L$  – число взаимных расстояний между всеми парами авторефератов из (в нашем случае  $L = C_{10}^2 = 45$ ). Из этой формулы следует, что  $\pi$  может принимать значения из отрезка  $[0, 1]$ , причём  $\pi = 0$ , если  $\tau = L (= 45)$ , и  $\pi = 1$ , если  $\tau = 0$ . В первом случае гипотезу  $\mathbb{H}$  следует признать непригодной, а во втором – полностью соответствующей обучающей выборке.

Поскольку эффективность  $\gamma$ -классификатора зависит от параметра  $\gamma$ , представляет интерес найти такое его значение, при котором  $\pi$  является максимальным. В этом суть настройки  $\gamma$ -классификатора на данных исследуемой выборки.

**1.5. Окончательные результаты для примера коллекции моделей  $A$**  показаны ниже, однако предварительно выполняются следующие операции:

- вычисление цифровых портретов (частота буквенных триграмм) для 10 авторефератов коллекции моделей  $A$ ;
- расчет по формулам (1), (2) и (3) 45 парных расстояний  $\rho(T_1, T_2)$  между авторефератами коллекции  $A$  (результаты расчетов приведены в табл. 1).

Таблица 1

Расстояния между авторефератами коллекции  $A$

УДК (Авторефераты)	338.2		371		523.98		614.253		658	
	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
338.2	1									
	2	<b>5.4975</b>								
371	1	2.6550	3.6962							
	2	4.2218	3.7180	<b>2.6801</b>						
523.98	1	3.4422	4.8325	3.5701	4.3306					
	2	4.7868	2.1774	2.9107	3.1052	<b>4.1994</b>				
614.253	1	3.6527	3.1296	1.9482	2.9590	3.5794	3.2079			
	2	5.9982	3.5334	3.8930	4.0765	3.6363	2.8231	<b>3.0175</b>		
658	1	3.0328	4.3172	2.7228	4.3311	2.4663	4.0246	3.0036	5.2567	
	2	3.6490	3.3113	2.7822	2.9850	5.3139	2.7824	2.2838	3.8682	<b>3.6169</b>

- расчет с использованием алгоритма настройки  $\gamma$ -классификатора [1, 3], задающего оптимальный интервал значений  $\gamma$ , при котором значение  $\tau = \tau(\gamma)$  от общего числа случаев нарушения гипотезы  $\mathbb{H}$  достигает минимального значения и, следовательно, значение  $\pi$  показателя выполнения гипотезы  $\mathbb{H}$  принимает максимальное значение.

На основании данных табл. 1 были получены следующие результаты:

- набор всех пар расстояний находится на отрезке  $[1.9482, 5.9982]$ , при этом минимальное расстояние реализуется между УДК 371 “Автореферат-1” и 614.253 “Автореферат-1”, а максимальное – между УДК 338.2 “Автореферат-1” и 614.253 “Автореферат-2”;
- половина оптимального интервала значений  $\gamma$  находится в пределах

$$\gamma^{opt} \in [2.6801; 2.7228).$$



Применять этот факт для выяснения метрической близости пары авторефератов  $T_1$  и  $T_2$  необходимо следующим образом:

- если  $\rho(T_1, T_2) < 2.7228$ , то  $T_1$  и  $T_2$  однородные;
- если  $\rho(T_1, T_2) > 2.7228$ , то  $T_1$  и  $T_2$  не однородные.

В табл. 1 закрашенные серым цветом ячейки (в данном случае их 9) показывают нарушение сформулированной гипотезы для соответствующих пар авторефератов, и потому получено

$$\tau = \tau_{min} = 9,$$

- в результате показатель эффективности предложенной в данной работе математической модели распознавания УДК авторефератов оказался равным

$$\pi = \pi_{max} = 0.80.$$

**ЗАДАЧА 2 “ТЕСТИРОВАНИЕ”.** Итак, результаты предыдущего раздела показывают, что настройка (обучение)  $\gamma$ -классификатора для данной коллекции моделей  $A$  прошла успешно.

Для теста классификатора были выбраны следующие авторефераты:

УДК 371:

3. Умарова Бахора Хайдаровна “Педагогическая эффективность стимулирования мотивации учебной деятельности студентов в условиях кредитной технологии обучения”, Душанбе-2010.

4. Мухиддинов Кутбиддин “Теоретические основы системы управленческой мобилизующей деятельности по обеспечению инновационной профессиональной компетентности школьных педагогов”, Душанбе-2010.

УДК 523.98:

3. Анфиногентов Сергей Александрович “Исследование пространственно-спектральной структуры колебательных процессов в атмосфере над солнечными пятнами”, Иркутск-2012.

УДК 658:

3. Мельников Владимир Игоревич “Разработка методов и моделей управления организационно-экономическими факторами конкурентоспособности наукоемкого промышленного предприятия”, Москва-2009.

4. Кондрашова Александра Александровна “Разработка организационно-экономических методов и моделей управления диверсифицированным промышленным комплексом в условиях изменения внешней среды”, Москва-2010.

5. Даниш Александр Геннадьевич “Организационно-экономический инструментарий повышения конкурентоспособности предприятий на основе стоимостных методов и информационных систем”, Москва-2007.

После формирования цифрового портрета авторефератов, предназначенных для тестирования и расчета расстояний по формуле (3), была получена следующая таблица расстояний от каждого из протестированных авторефератов до всех 10 авторефератов исходной коллекции.

Таблица 2

Расстояния между авторефератами коллекции и тестируемыми авторефератами

УДК (Авторефераты)		371		523.98	658		
		3	4	3	3	4	5
338.2	1	2.9960	5.6434	4.1594	2.8955	4.0720	3.9794
	2	4.5886	2.8470	3.1517	4.2279	2.3200	6.3502
371	1	<b>2.5624</b>	<b>3.8617</b>	2.1959	4.0397	3.0341	5.0675
	2	<b>2.9357</b>	<b>3.5805</b>	2.7240	5.3363	4.7735	6.5999
523.98	1	4.0695	5.2900	<b>3.1942</b>	2.7389	5.2232	3.5192
	2	4.1960	2.6487	<b>1.8504</b>	4.6025	3.4611	6.8497
614.253	1	3.6965	3.1031	2.4138	3.6843	3.1063	5.5574
	2	4.3756	3.8301	3.1014	4.5210	3.7508	6.5352
658	1	4.1182	4.9890	2.9551	<b>1.8080</b>	<b>3.9031</b>	<b>3.7143</b>
	2	4.1741	3.9404	3.4070	<b>4.7245</b>	<b>3.0093</b>	<b>6.4333</b>

В табл. 2 серым цветом показана пара ячеек, соответствующих минимальным расстояниям от авторефератов тестируемых до авторефератов коллекции  $A$ .

Так для автореферата 371(3) ближайшим соседом оказался автореферат 371(1);

для автореферата 371(4) ближайшим соседом оказался автореферат 523.98(2);

для автореферата 523.98(3) ближайшим соседом оказался автореферат 523.98(2);

для автореферата 658(3) ближайшим соседом явился автореферат 658(1);

для автореферата 658(4) ближайшим соседом явился автореферат 338.2(2);

для автореферата 658(5) ближайшим соседом явился автореферат 523.98(1).

Таким образом, лишь для 3-х протестированных авторефератов ближайшими соседями оказались авторефераты с одинаковыми с ними УДК. В 3-х других случаях это не имело места.

Заключение.  $\gamma$ -классификатор с фиксированным значением  $\gamma = \gamma^{opt}$  был протестирован на случайных выборках авторефератов и подтвердил 80%-ую способность к распознаванию УДК различных наук. Что касается тестирования случайно выбранных авторефератов, то этот вопрос нуждается в дополнительном исследовании.

Поступило 27.07.2022 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Усманов З.Д. Классификатор дискретных случайных величин. – ДАН РТ, 2017, т.60, № 7-8, с. 291-300.
2. Усманов З.Д. N-граммы в распознавании однородных текстов. – Мат-лы 20 науч.-практ. семинара "Новые информационные технологии в автоматизированных системах". – М., 2017, № 20, с. 52-54.
3. Усманов З.Д. Алгоритм настройки кластеризатора дискретных случайных величин. – ДАН РТ, 2017, т.60, № 9, с. 392-397.
4. Усманов З.Д., Косимов А.А. О метризации произведений художественной литературы. – Мат-лы 21 науч.-практ. семинара "Новые информационные технологии в автоматизированных системах". – М., 2018, №21, с. 183-186.

5. Усманов З.Д., Косимов А.А. О применимости  $\gamma$ -классификатора к распознаванию авторства и тематики художественных произведений. – Мат-лы 22 науч.-практ. семинара "Новые информационные технологии в автоматизированных системах". – М., 2019, №22, с. 174-178.
6. Усманов З.Д., Косимов А.А. О влиянии цифрового портрета текста на распознавание автора произведения. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2020, № 3 (180), с. 36-42.
7. Усманов З.Д. Оценка эффективности применения  $\gamma$ -классификатора для атрибуции печатного текста. – ДАН РТ, 2020, т.63, № 3-4, с. 172-179.
8. Усманов З.Д., Косимов А.А. Об автоматическом распознавании языка произведений. – ДАН РТ, 2020, т.63, № 7-8, с. 461-466.
9. Usmanov Z.J., Kosimov A.A. About the automatic recognition of the languages of works based on the latin alphabet. – SCIENTIFIC COLLECTION «INTERCONF», THE ISSUE CONTAINS: Proceedings of the 8th International Scientific and Practical Conference SCIENCE AND PRACTICE: IMPLEMENTATION TO MODERN SOCIETY, Manchester, Great Britain, 26-28.12.2020, №3 (39), pp. 834-840.
10. Усманов З.Д., Косимов А.А. К вопросу об автоматическом распознавании авторства и стилей произведений таджикско-персидской художественной литературы. – ДАН РТ, 2020, т.63, № 1-2, с. 49-54.
11. Косимов А.А. Оценка эффективности использования униграмм при идентификации текста. – ДАН РТ, 2017, т.60, № 3-4, с. 132-137.
12. Усманов З.Д., Косимов А.А., Каюмов М.М. База данных  $\alpha\beta$ -кодов словоформ для определения автора незнакомого текста. – Свидетельство о государственной регистрации информационного ресурса, Республика Таджикистан, 07.06.2021, №1202100478.

Б.С.Саидзода

## ОИД БА ТАРЗИ АВТОМАТӢ ШИНОХТИ ТДУ-и АВТОРЕФЕРАТӢ ДАР АСОСИ ТРИГРАММАӢ

*Донишгоҳи техникии Тоҷикистон ба номи акад. М.С.Осимӣ*

Мақолаи зерин намунаи модели коллексияҳо аз 10 авторефератҳо, татбиқи  $\gamma$ -таснифгар барои шинохти автоматии КУД-ҳо дар асоси басомади триграммаи русӣ муқаррар карда шудааст. Хусусиятҳои таснифгар танзимшаванда дар намуди тести санчида мешаванд.

**Калимаҳои калидӣ:** автореферат, классификатсияи универсалии даҳӣ, матн, триграмм, басомад, классификатор.

**B.S.Saidzoda**

## **ON AUTOMATIC RECOGNITION OF UDC AUTHOR'S ABSTRACTS BASED ON TRIGRAMS**

*Tajik Technical University named after acad. M.S.Osimi*

In the work, using the example of a model collection of 10 abstracts, the  $\gamma$ -classifier is configured for automatic identification of the UDC (universal decimal classification) of a scientific work based on the frequency of trigram. The predictive properties of the tuned classifier are tested on test cases.

**Key words:** *abstract, text, universal decimal classification, trigram, frequency, classifier.*

УДК 523. 532

Член-корреспондент НАН Таджикистана Г.И.Кохирова, Ф.Дж.Рахматуллаева,

М.Хусарик\*, А.В.Иванова<sup>\*,\*\*,\*\*\*</sup>, С.А.Борисенко\*\***ФОТОМЕТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА АКТИВНОГО АСТЕРОИДА 248370  
(2005 QN173) ПО НАБЛЮДЕНИЯМ В СЛОВАКИИ И ТАДЖИКИСТАНЕ***Институт астрофизики НАН Таджикистана,**\*Астрономический институт Словацкой академии наук,**\*\*Главная астрономическая обсерватория НАН Украины,**\*\*\*Астрономическая обсерватория Киевского национального университета им. Т.Шевченко*

*В работе представлены результаты оптических наблюдений вспышки астероида 248370 (2005 QN173), произошедшей 7 июля 2021 г. Наблюдения проведены в обсерватории Скальнате Плесо в Словакии и в Международной астрономической обсерватории Санглох в Таджикистане в июле-августе 2021 г. Объект внезапно проявил признаки кометной активности в виде компактной комы и длинного пылевого хвоста и поэтому был отнесен к классу активных астероидов Главного пояса. Определен видимый и абсолютный блеск астероида в фильтрах BVR и показано, что в период наблюдений блеск астероида оставался стабильным. Вычислен параметр пылепродуктивности, величины которого свойственны для комет семейства Юпитера на далеких гелиоцентрических расстояниях. Диаметр астероида по нашим оценкам составил в среднем  $5.3 \pm 2$  км. Наши фотометрические данные подтверждают активную стадию астероида и соответствуют результатам других наблюдений этого периода.*

**Ключевые слова:** астероид, вспышка, фотометрия, блеск, диаметр.

**ВВЕДЕНИЕ**

Данная работа является продолжением цикла наших статей, посвященным исследованиям активных астероидов Главного пояса (ГП) – сравнительно недавно открытой новой группы малых тел Солнечной системы. В настоящее время это направление является одной из актуальнейших задач в астрономии, поскольку ее решение прольет свет на происхождение таких объектов и их генетические связи с другими малыми телами Солнечной системы. Эти объекты проявляют признаки активности в виде комы и хвостов, свойственной кометам, но имеют динамические свойства, характерные астероидам, вследствие чего их называли активными астероидами [1]. На сегодняшний день известно свыше 30 активных астероидов, большинство из них остаётся малоизученными [2]. Причины проявления активности астероидами ГП могут быть различными [3], и необходимо отдельно изучать каждое такое явление. Исследование таких объектов со временем позволит определить их истинную природу и происхождение, а также уточнить причины активности.

---

*Адрес для корреспонденции:* Кохирова Гулчехра Исроиловна. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/5, Институт астрофизики НАНТ. E-mail: kokhirova2004@mail.ru

**АКТИВНЫЙ АСТЕРОИД 248370 (2005 QN173)**

Астероид 248370 (2005 QN173) (далее по тексту 248370) открыт 29 августа 2005 г. в рамках автоматической поисковой программы NEAT в Паломарской обсерватории в Калифорнии [4]. Астероид находится во внешней области Главного пояса астероидов, его основные орбитальные характеристики [5] приведены в табл. 1, где  $a$  – большая полуось,  $q$ ,  $Q$  – перигелийное и афелийное расстояния,  $e$  – эксцентриситет,  $i$  – наклонение,  $\omega$  – аргумент перигелия,  $\Omega$  – долгота восходящего узла,  $T_j$  – критерий Тиссерана,  $P$  – период обращения. Как видно из табл.1, согласно критерию Тиссерана ( $T_j > 3.12$ ) астероид движется по типичной астероидной орбите. Этот факт и расположение астероида в ГП, как было принято считать до недавнего времени, однозначно подразумевают, что объект является истинным астероидом.

Таблица 1

Элементы орбиты астероида 248370 (2005 QN173)

Эпоха	$a$ , а.е.	$e$	$q$ , а.е.	$Q$ , а.е.	$i$ , град.	$\omega$ , град.	$\Omega$ , град.	$T_j$	$P$ , годы
21.01.2022	3.065	0.225	2.373	3.757	0.067	145.925	174.315	3.193	5.37

Однако 7 июля 2021 г. обзорный телескоп программы ATLAS зарегистрировал у астероида активность в виде длинного тонкого пылевого хвоста [6], затем наличие хвоста подтвердили наблюдения 4.3 м телескопа Лоувеловской обсерватории (Lowell Discovery Telescope (LDT)). Присутствие хвоста 11 июня 2021 г. выявлено из архивных наблюдений [7]. В июле 2021 г. длина хвоста составила более 720 тыс. км и ширина – 1.4 тыс. км [8]. В этот период астероид находился на гелиоцентрическом расстоянии 2.391 а.е. с истинной аномалией  $16^\circ.0$ , и совсем недавно 14 мая 2021 г. он прошел перигелий своей орбиты. Из-за внезапно проявленной активности объект, наряду с астероидным обозначением 248370, стал именоваться кометой 433P.

Первоначально считалось, что впервые кометная активность у астероида появилась 7 июля 2021 г. Однако позже, активность астероида выявлена из архивных снимков по наблюдениям 22 июля 2016 г. [9]. В тот период объект имел истинную аномалию  $56^\circ.5$  и совсем недавно, 3 января 2016 г., прошел перигелий орбиты.

Астероид 248370 движется по астероидной орбите, но проявляет признаки кометной активности, вследствие чего был отнесен к классу объектов, известных как активные астероиды [2]. К этому же классу относятся кометы ГП, для которых, с высокой вероятностью, сублимация летучих компонент ядра служит основной причиной активности, а также разрушенные астероиды, у которых активность происходит благодаря другим процессам, таким как столкновения или вращательная дестабилизация [10]. Для астероида 248370 надежный период вращения пока не установлен, поэтому невозможно утверждать о каком-либо вкладе вращательной дестабилизации в наблюдаемую активность, как это было подтверждено для АА 6478 (Gault) [11]. В то время как установление двух отдельных эпизодов проявления активности в районе перигелия служит сильным аргументом в пользу того, что причиной наблюдаемой активности может служить сублимационный процесс на поверхности астероида [10,12].

Таким образом, в настоящее время объект считается одновременно активным астероидом ГП 248370 и кометой ГП, названной 433Р.

Диаметр астероида составляет по оценкам [8]  $3.2 \pm 0.2$  км, по измерениям [13]  $3.6 \pm 0.2$  км. Согласно [5], абсолютная звездная величина астероида в фильтре  $V$  составляет  $H=15.53^m$  и его геометрическое альbedo в том же фильтре  $p_V=0.054$  [13].

В статье представлен анализ фотометрических наблюдений астероида, полученных в период заметной активности в июле-августе 2021 г., и сопоставительный анализ с другими опубликованными данными.

### НАБЛЮДЕНИЯ, ОБРАБОТКА И РЕЗУЛЬТАТЫ

Наблюдения астероида 248370 были проведены в течение 7 ночей – 16, 22-24 июля и 5-7 августа 2021 г. на 1.3-м телескопе обсерватории Скальнате Плесо (СП) Астрономического института Словацкой академии наук и на телескопе Цейсс-1000 Международной астрономической обсерватории Санглох (МАОС) Института астрофизики Национальной академии наук Таджикистана.

Телескоп Цейсс-1000 снабжен ПЗС камерой FLI Proline PL16803 (4096×4096 пикселей, размер пикселя 9 микрон). Объект был достаточно слабый во время наблюдений, поэтому использовался только фильтр  $R$  системы Джонсона-Козинса. Для увеличения показателя сигнал/шум изображений применялось бинирование  $4 \times 4$ , при этом масштаб снимков составил  $0.579''/\text{пиксель}$  при поле зрения размером  $10' \times 10'$ .

Для наблюдений на телескопе 1.3-м СП использовалась ПЗС камера FLI Proline 230, где масштаб снимков составил  $0.57''/\text{пиксель}$  при поле зрения размером  $10' \times 10'$ , для увеличения показателя сигнал/шум изображений применялось бинирование  $2 \times 2$ . Для наблюдений активного астероида использовали широкополосные BVR фильтры. Для уменьшения уровня шумов ПЗС камеры охлаждали до соответствующих температур.

Полученный фотометрический материал обрабатывался по стандартной процедуре с использованием кадров «Dark», «Flat» и «Bias». Фотометрическая обработка снимков проведена с использованием программ, написанных под программное обеспечение IDL. Для отождествления опорных звезд использовался каталог UCAC4 [14] и APASS [15]. Все опорные звезды проверялись на переменность. Измерения изображений, полученных на Цейсс-1000, выполнены апертурой радиусом  $\rho=3.0''$ , проекция которого на небесную сферу составляет 3860 км. Для анализа изображений, полученных на 1.3-м телескопе СП, использовалась апертура размером  $\rho=3''$ , что соответствует 4390 км.

Дата и время наблюдений астероида в долях суток мирового времени,  $r$ ,  $\Delta$  – гелио- и геоцентрические расстояния астероида,  $ph$  – фазовый угол астероида [16], количество экспозиций  $N$  в фильтрах  $B, V, R$  в СП и в фильтре  $R$  на МАОС и время экспозиции  $t$ , использованные телескопы в Скальнате Плесо, обозначенный как СП и на Санглохе – С, приведены в табл. 2. Суммарный снимок астероида 248370 в фильтре  $R$  приведен на рис.1.

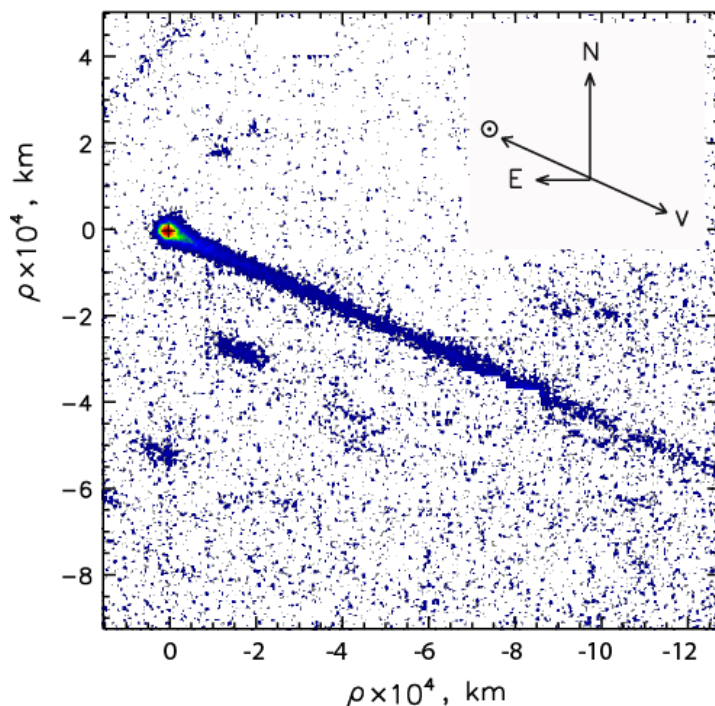


Рис. 1. Суммарное изображение астероида 248370 (2005 QN173), полученное в R фильтре 16 июля 2021 г. в обсерватории Скальнате Плесо.

Таблица 2

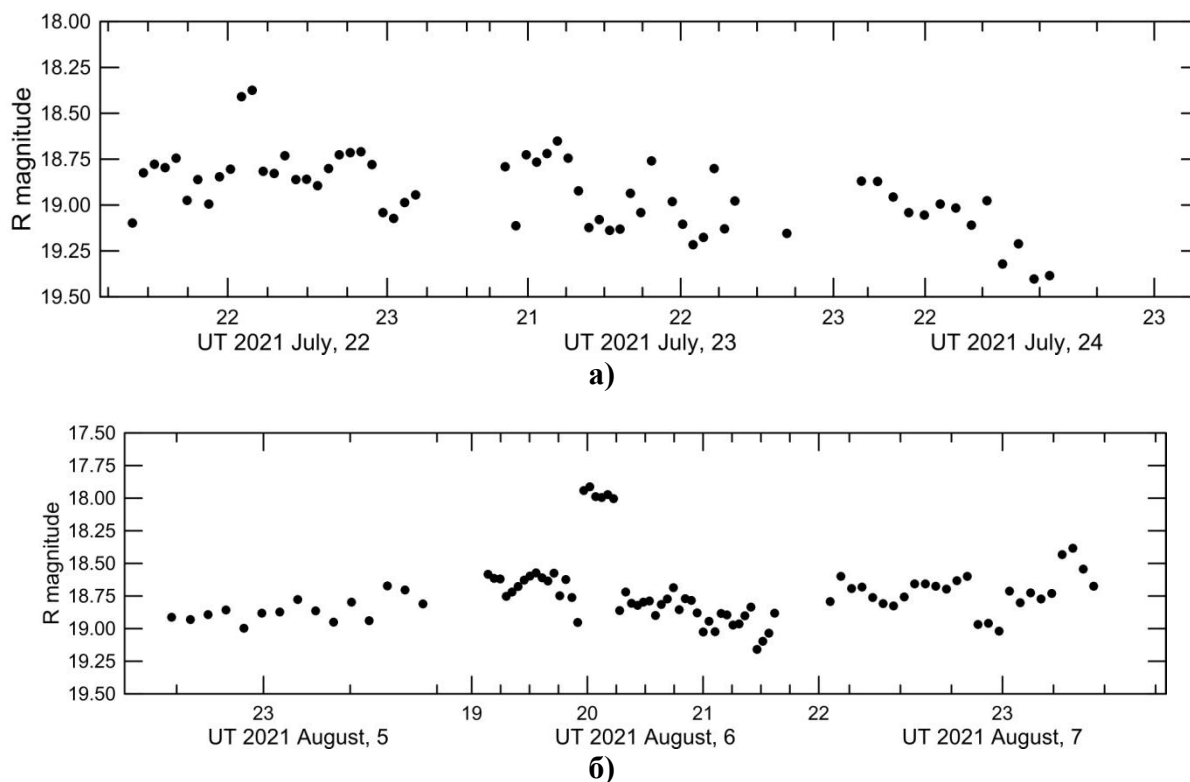
Журнал наблюдений астероида 248370 (2005 QN173) в 2021 г.  
и результаты фотометрических измерений

2021, УТ	<i>r</i> , а.е.	$\Delta$ , а.е.	<i>ph</i> , град.	<i>N x t</i> , сек.	<i>m</i> , зв.вел.	<i>H</i> , зв.вел.	<i>Afp</i> , см	<i>D</i> , км	Апертура, "	Теле-скоп
Июль 16.98	2.397	1.826	23.2	R:28 × 240 V:30 × 240 B:30 × 240	R:18.95±0.04 V: 19.35±0.02 B: 20.03±0.04	R:14.64±0.04 V: 15.04±0.02 B: 15.72±0.04	16±3	5.6±2	3.3	СП
Июль 22.71	2.402	1.767	22.2	R:28 × 240	R: 18.82±0.16	R:14.61±0.16 V: 15.00±0.16	17±3	5.7±2	3.0	С
Июль 23.72	2.403	1.759	22.2	R:28 × 240	R:18.96±0.18	R:14.76±0.18 V: 15.15±0.18	15±2	5.3±2	3.0	С
Июль 24.70	2.404	1.747	21.8	R:13 × 240	R:19.01±0.18	R:14.84±0.18 V: 15.23±0.18	14±2	5.1 ±2	3.0	С
Август 05.71	2.414	1.640	19.5	R:15 × 180	R:18.85±0.09	R:14.88±0.09 V: 15.27±0.09	16±3	5.0±2	3.0	С
Август 06.72	2.415	1.633	18.7	R:49 × 180	R:18.70±0.12	R:14.76±0.12 V: 15.15±0.12	18±3	5.3 ±2	3.0	С
Август 07.70	2.416	1.624	18.4	R:49 × 180	R:18.73±0.12	R:14.81±0.12 V: 15.20±0.12	17±3	5.2±2	3.0	С

В результате фотометрических измерений получен видимый блеск *m* астероида 248370 (в *B, V, R* фильтрах в СП и в фильтре *R* в МАОС), средние значения (за ночь наблюдений) которого представлены в табл. 2, где также указан размер апертуры в сек. дуги, использованный для измерений. Кривая блеска за три ночи наблюдений на Санглохе (22-24 августа 2021 г.) приведена на рис. 2, где по оси абсцисс указана дата в юлианских днях и по оси ординат – видимый блеск в фильтре *R*. Как видно из рис.2, вариации яркости астероида за три ночи в июле показывают несколько (четыре или



пять) пиков с малыми амплитудами. По наблюдениям в августе также выявлено наличие нескольких мелких пиков, однако 6 августа имеется резкое увеличение блеска с амплитудой в одну звездную величину. Небольшие кратковременные изменения яркости могут быть следствием вариаций альбедо и наличием крупных образований на поверхности. Вариация блеска 6 августа может быть обусловлена свежим единовременным (новым) локальным выбросом пыли.



**Рис. 2.** Кривая видимого блеска астероида 248370 (2005 QN173) в фильтре R по наблюдениям в обсерватории Санглох, а) – в июле, б) – в августе 2021 г.

Поскольку блеск астероида зависит от фазового угла [17], то видимый блеск  $m$  конвертировался в абсолютный  $H$  с использованием эмпирической модели [18] и по следующему соотношению [19], учитывающему изменение блеска астероида в диапазоне фазовых углов от  $0^\circ$  до  $120^\circ$ :

$$H = m - 5 \log(r\Delta) + 2.5 \log[(1-G)\Phi_1 + G\Phi_2],$$

$$\Phi_i = \exp\left[-A_i \left\{ \operatorname{tg}(\beta/2) \right\}^{B_i}\right], \quad i = 1, 2, \quad (1)$$

где  $G$  – параметр наклона, найденный лишь для небольшого числа астероидов, для остальных принято значение  $G=0.15$ ;  $\Phi_1, \Phi_2$  – функции угла фазы,  $A_1=3.33$ ,  $A_2=1.87$ ,  $B_1=0.63$  и  $B_2=1.22$  – коэффициенты, значения которых приведены в [18]. Абсолютный блеск астероида  $H$  (средние значения за ночь), вычисленный по формуле (1), в  $B, V, R$  фильтрах в СП и в  $R$  фильтре в МАОС приведен в табл. 2. Как видно из табл. 2, абсолютный блеск астероида в фильтре  $R$  по нашим измерениям находится в интервале от  $14.61^m \pm 0.16$  до  $14.88^m \pm 0.09$  и показывает слабую тенденцию к убыванию.

Мы также оценили уровень пылевой активности астероида, используя параметр  $Af\rho$ , который теоретически независим от времени и места наблюдений, а также выбранной апертуры измерений [20], по следующему выражению [21]

$$Af\rho = \frac{4r^2\Delta^2 10^{0.4(m_\odot - m_a)}}{\rho}, \quad (2)$$

где  $A$  – альbedo,  $f$  – коэффициент заполнения апертуры поля зрения,  $\rho$  – проекция радиуса фотометрической апертуры на небесную сферу в см,  $m_\odot$  и  $m_a$  – видимые звездные величины Солнца и кометы, соответственно, в определенном фильтре,  $r$  – гелиоцентрическое расстояние объекта в а.е. и  $\Delta$  – геоцентрическое расстояние в см. Параметр  $Af\rho$  вычислен с использованием изображений, полученных в фильтре  $R$  на Санглохе, и радиусом проекции апертуры  $\rho=3860$  км (3 угл. сек), и изображений, полученных в фильтре  $R$  в СП с радиусом апертуры  $\rho=4390$  км (3.3 угл. сек), для абсолютного блеска Солнца в фильтре  $R$  использована величина  $m_\odot=-27^m.15$  [21]. Полученные значения и их ошибки приведены в табл.2. Можно заключить, что величины параметра пылепродуктивности по сравнению с новыми долгопериодическими кометами [22] и с данными, полученными для активного астероида (6478) Gault [11] показывают низкий уровень активности объекта. При этом значения параметра близки к величинам для комет семейства Юпитера на больших гелиоцентрических расстояниях [23].

Хотя астероид находился в активном состоянии, мы оценили его диаметр  $D$ . Для этого использованы измерения его абсолютного блеска и принятое для комет соотношение, связывающее абсолютный блеск и эффективный радиус ядра кометы  $r_N$  в метрах [25-27]

$$A_V r_N^2 = 2.238 \cdot 10^{22} 10^{0.4(m_\odot - m_V(1,1.0))}, \quad (3)$$

где  $A_V$  – геометрическое альbedo и  $m_\odot = -26^m.76$  видимый блеск Солнца [22] в фильтре  $V$ . Поскольку в обсерватории Санглох наблюдения проведены только в фильтре  $R$ , то мы преобразовали блеск  $H_R$  в  $H_V$ , используя величину  $H_V - H_R = 0.39$ , найденную из наблюдений 16 июля в СП. Полученные таким методом  $H_V$  для МАОС приведены в табл.2. Результаты оценки диаметра объекта с величиной его альbedo  $A_V=0.054$  [13] приведены в табл. 2. Как видно, в среднем диаметр составляет  $5.3 \pm 2$  км. [8] на основе  $H_V=16.32^m \pm 0.10$ , найденного в период неактивной стадии, получили оценку диаметра  $3.2 \pm 0.2$  км, по измерениям [13] размер составляет  $3.6 \pm 0.2$  км. Полученная нами оценка размера астероида превышает размер, полученный из наблюдений в его неактивный период. Это подтверждает факт, что в период наших наблюдений он был активным, и его яркость возросла за счет вклада излучения комы. Это, соответственно, дало завышенную оценку размера.

В работе [8] видимые и абсолютные звездные величины астероида 248370 в фильтрах системы Слоан измерены с апертурным радиусом 5000 км по наблюдениям в 2021 г. Для сопоставления наших данных с результатами [8], мы трансформировали абсолютный блеск в фильтрах  $g'$  и  $r'$  системы Слоан в соответствующие величины в фильтрах  $V$  и  $R$  системы Джонсона-Козинса. В фильтре  $g'$  блеск измерен в течение 5 ночей с 9 по 15 июля, мы усреднили значения и получили  $g'_{cp}=15.^m19 \pm 0.02$ .

Измерения видимого и абсолютного блеска в фильтре  $g'$  имеются для 23 июля, 5 и 7 августа. Используя следующие формулы перехода из работы [27].

$$V = g' - 0.565(g' - r') - 0.016, \quad (4)$$

$$g' - r' = 1.646(V - R) - 0.139, \quad (5)$$

и измерения в фильтрах  $g'$  и  $r'$ , мы определили средние эквивалентные абсолютные зв. величины  $H_V$  и  $H_R$  в фильтрах  $V$  и  $R$  для наблюдений [8] (табл.3). Абсолютный блеск  $H_R$ , измеренный по нашим наблюдениям, а также  $H_V$ , найденный из соотношения  $H_V - H_R = 0.39$  (из наблюдений 16 июля в СП), также даны в табл.3. Здесь же приведены наши результаты для 16 июля, и хотя в работе [8] в эту ночь наблюдений не было, нами по нашим наблюдениям измерена  $H_V$ . Как видно из табл.3, результаты, полученные в одинаковые (и не совпадающие) даты, но в разных наблюдениях с различными телескопами и фильтрами, хорошо согласуются между собой в пределах ошибок измерений. Используя соотношение (4), а также архивные изображения астероида, полученные в 2004-2020 гг., когда он не был активным, в [8] нашли его среднюю эквивалентную абсолютную зв. величину в полосе  $V$   $H_V = 16.32^m \pm 0.10$ . Величины абсолютного блеска, измеренные по наблюдениям в июле-августе 2021 г. (табл.3), существенно выше этой величины, блеск астероида был ярче летом 2021 г. в результате появившейся у него активности в этот период.

Сравним теперь приведенные в табл.3 параметры пылепродуктивности по двум наблюдениям. Здесь первая величина  $A_{fp}$  вычислена с использованием абсолютного блеска в фильтре  $r'$  и с апертурным радиусом 5000 км и взята из работы [8]. В последнем столбце даны значения параметра, найденные из наших наблюдений в фильтре  $R$  и с апертурными радиусами 3860 км (МАОС) и 4390 км (СП), соответственно. Как видно, и здесь имеется хорошая сходимость измерений параметра пылепродуктивности. Пылевая активность астероида в отношении образования комы характеризуется довольно низким уровнем. К тому же необходимо учитывать, что в период мониторинга астероид уже прошел перигелий и если его активность связана с сублимационным процессом на поверхности, то удаление астероида от Солнца, несомненно, должно повлиять на уровень активности. Напомним, что нами отмечена слабая тенденция уменьшения абсолютного блеска астероида по наблюдениям в СП и МАОС.

Таблица 3

Фотометрические данные астероида 248370 (2005 QN173) по разным наблюдениям в 2021 г.

Дата наблюд. 2021 г. (UT)	Hsieh et al. (2021)					Данная работа		
	$r'$	$g'_{cp}$	$H_R$	$H_V$	$A_{fp}(r')$ , см	$H_R$	$H_V$	$A_{fp}(R)$ , см
17.07	-	-	-	-	-	$14.64 \pm 0.04$	$15.04 \pm 0.02$	$16 \pm 3$
23.07	$14.85 \pm 0.03$	$15.19 \pm 0.02$	$14.64 \pm 0.03$	$14.98 \pm 0.03$	$19 \pm 1$	$14.76 \pm 0.18$	$15.15 \pm 0.18$	$15 \pm 2$
5.08	$14.89 \pm 0.02$		$14.66 \pm 0.03$	$15.00 \pm 0.03$	$18 \pm 1$	$14.88 \pm 0.09$	$15.27 \pm 0.09$	$16 \pm 3$
7.08.	$14.87 \pm 0.01$		$14.65 \pm 0.03$	$14.99 \pm 0.03$	$19 \pm 1$	$14.81 \pm 0.11$	$15.20 \pm 0.11$	$17 \pm 3$

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате квазисинхронных оптических наблюдений активного астероида 248370 (2005 QN173), проведенных в Словакии и Таджикистане в июле-августе 2021 г., получены фотометриче-

ские параметры: видимый и абсолютный блеск, параметр пылепроизводительности, оценка верхнего предела диаметра астероида. Фотометрические данные нашего мониторинга, наряду с другими наблюдениями, подтверждают активное состояние астероида в этот период. Отметим хорошую совместимость результатов наших квазисинхронных наблюдений, проведенных различными телескопами, а также их соответствие результатам других наблюдений.

Новый активный астероид 248370 (2005 QN173) проявляет периодическую активность, подобную кометной, с образованием компактной комы и длинного хвоста. Такая периодическая активность может быть вызвана возможной сублимацией летучих компонентов [28] на поверхности при прохождении перигелия или бомбардировкой поверхности метеороидами во время возможного прохождения через метеороидный рой [11]. Другая возможная причина – столкновение с другим астероидом. В работе [29] по наблюдениям активного астероида 457175/362P выявлены систематические орбитальные отклонения, предшествующие появлению кометной активности. Показано, что за 200-215 суток до прохождения перигелия, орбиты почти 19 тысяч нумерованных и нenumерованных астероидов имели с орбитой астероида 457175 минимальное расстояние (MOID) – менее 0.010 а.е., поэтому очень высока вероятность столкновения астероида 457175 с каким-либо малым телом вблизи восходящего узла его орбиты, что обусловило затем появление у астероида кометной активности.

Так или иначе, такая двойственность в свойствах подобных объектов ведет к стиранию границы между тем, что ранее считалось двумя совершенно отдельными типами объектов – астероидами и кометами и является основной причиной того, что делает эти объекты такими интересными. Однако потребуются дальнейшие наблюдения известных активных астероидов и новых объектов, чтобы лучше понимать как механизмы их активности, так и их эволюцию и происхождение в Солнечной системе.

*Поступило 04.01.2022*

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Hsieh H., Jewitt D. Active asteroids: mystery in the Main Belt. – In: Asteroids, Comets, Meteors. Proceedings IAU Symposium No229, 2006a, pp. 425-437.
2. Jewitt D., Hsieh H., Agarwal J. The active asteroids. – In: Asteroids IV (P. Michel et al., eds.), 2015, University of Arizona Press, Tucson, pp. 221-241.
3. Jewitt D. The active asteroids. – The Astronomical Journal, 2012, v.143, Issue 3, article id.66, 14 pp.
4. [https://www.minorplanetcenter.net/db\\_search/show\\_object?object\\_id=248370,MPS 141787](https://www.minorplanetcenter.net/db_search/show_object?object_id=248370,MPS 141787).
5. [https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb\\_lookup.html#/?sstr=248370](https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb_lookup.html#/?sstr=248370).
6. Fitzsimmons A., Erasmus N., Thirouin A. et al. – Central Bureau Electronic Telegrams, 2021, 4995, 1.
7. Kelley M.S. Bolin B.T., Buzzi L. et al. – Central Bureau Electronic Telegrams, 2021, 4998, 1.
8. Hsieh H.H, Chandler C.O., Denneau L., et al. Physical Characterization of Main-belt Comet (248370) 2005 QN173. – The Astrophysical Journal Letters, 2021, v.922, Issue 1, id.6 L9, 10 pp.
9. Chandler C.O., Trujillo C. A., Hsieh H.H. – Central Bureau Electronic Telegrams 2021a, 5005 1.
10. Hsieh H., Yang B., Haghhighipour N. Optical and dynamical characterization of comet-like main-belt asteroid (596) Scheila. – The Astrophysical Journal, 2012, v.744, Issue 2, 9 pp.

11. Ivanova O., Skorov Yu., Luk'yanyk I., et al. Activity of (6478) Gault during January 13 – March 28, 2019. – *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society (MNRS)*, 2020, v.496, Issue 3, pp. 2636-2647.
12. Chandler C.O., Trujillo C.A., Hsieh H.H. Recurrent Activity from Active Asteroid (248370) 2005 QN173: A Main-belt Comet. – *The Astrophysical Journal Letters*, 2021, v.922, Issue 1, L8, 10 pp.
13. Mainzer A. K., Bauer J. M., Cutri R. M., et al. NEOWISE Diameters and Albedos V2.0. – *NASA Planetary Data System*, 2019, [https://sbn.psi.edu/pds/resource/doi/neowise\\_2.0.html](https://sbn.psi.edu/pds/resource/doi/neowise_2.0.html).
14. Zacharias N., Finch C.T., Girard T.M., et al. VizieR online data catalog: UCAC4 catalogue (Zacharias+, 2012). – *VizieR Online Data Catalog*. 2012 Jul: I-322A.
15. Henden A., Munari U. The APASS all-sky, multi-epoch BVgri photometric survey. – *Contrib. Astron. Obs. Skalnat Pleso*, 2014, v.43, pp.518-522.
16. <https://www.minorplanetcenter.net>, 2022.
17. Лупишко Д.Ф., Круглый Ю.Н., Шевченко В.Г. Фотометрия астероидов. – *Кинем. физ. неб. тел.*, 2007, т. 23. с. 235-244.
18. Penttila A., Shevchenko V.G., Wilkman O., Muinonen K.H. H,G1,G2 photometric phase function extended to low-accuracy data. – *Planetary and Space Science*, 2016, v.123. pp. 117-125.
19. Bowell E., Hapke B., Domingue D., et al. Application of photometric models to asteroids. – In: *Asteroids II; Proceed. of the Conf., Tucson, AZ, Mar. 8-11, 1988 (A90-27001 10-91)*, 1989, Tucson, AZ, University of Arizona Press, pp. 524-556.
20. A'Hearn M.F., Schleicher D.G., Millis R.L., Feldman P.D., Thompson D.T. Comet Bowell 1980b. – *Astron. J.*, 1984, v. 89, pp. 579-591.
21. Willmer N.A. The Absolute Magnitude of the Sun in Several Filters. – *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 2018, v.236, №2, 14 p.
22. Ivanova O., Rosenbush V., Kiselev N., Luk'Yanyk I., et al. Observations of distant comet C/2011 KP36 (Spacewatch): Photometry, spectroscopy, and polarimetry. – *Astronomy and Astrophysics*, 2021, v.651, A29, 22 p.
23. Snodgrass C., Lowry S.C., Fitzsimmons A. Optical observations of 23 distant Jupiter Family Comets, including 36P/Whipple at multiple phase angles. – *MNRAS*, 2008, v.385, Issue 2, pp.737-756.
24. Russel H.N. On the Albedo of the Planets and Their Satellites. – *The Astrophysical Journal.*, 1916, v.43, pp.173-196.
25. Jewitt D., Yang B., Haghhighipour N. Main belt of asteroids Comet P/2008 (Garradd). – *The Astronomical Journal*, 2009, v.137, pp. 4313-4321.
26. Solontoi M., et al. Ensemble properties of comets in the Sloan Digital Sky Survey. – *Icarus*, 2012, v.218, Issue 1, pp. 571-584.
27. Jordi K., Grebel E.K., Ammon K. Empirical color transformations between SDSS photometry and other photometric systems. – *Astronomy and Astrophysics*, 2006, v.460, Issue 1, pp. 339-347.
28. Kim Y., Agarwal J.; Jewitt D.; Mutchler M., et al. Sublimation origin of active asteroid P/2018 P3. – *Astronomy and Astrophysics*, 2022, v.666, A163, 8 p.
29. Чернетенко Ю.А. Причины активности астероида (457175) 2008GO98/362P. – *Астрофизический бюллетень*, 2022, т.78, №1, с.101-106.

Г.И.Қохирова, Ф.Қ.Раҳматуллоева, М.Хусарик\*, О.В.Иванова\*\*,\*\*\*, С.А.Борисенко\*\*

## ХУСУСИЯТҲОИ ФОТОМЕТРИИ АСТЕРОИДИ ФАЪОЛИ 248370 (2005 QN173) АЗ РҶИ МУШОҲИДАҲО ДАР СЛОВАКИЯ ВА ТОҶИКИСТОН

*Институти астрофизикаи АМИ Тоҷикистон,*

*\*Институти астрономияи АИ Словакия,*

*\*\*Саррасадхонаи астрономии АМИ Украина,*

*\*\*\*Расадхонаи астрономии ба номи Т.Шевченко ДМК*

Дар мақола натиҷаи мушоҳидаҳои оптикӣ афрӯзиши астероиди 248370 (2005 QN173), ки 7 июли соли 2021 рух додааст, ба назар гирифта шудааст. Мушоҳидаҳо моҳҳои июл-август соли 2021 дар расадхонаи Скалнате Плесо воқеъ дар Словакия ва расадхонаи байналмилалӣ астрономии Санглох воқеъ дар Тоҷикистон гузаронида шудаанд. Астероид ногаҳон аломатҳои фаъолияти кометаҳоро дар шакли комаи муназзам ва думи дарози чанг нишон дод ва аз ин лиҳоз ӯро ба синфи астероидҳои фаъоли Тасмаи асосӣ дохил намуданд. Дурахши зоҳирӣ ва мутлақи астероид дар филтрҳои BVR муайян карда шуданд. Маълум гардид, ки дурахшонии астероид дар давраи мушоҳида устувор боқӣ мондааст. Хусусиятҳои чангафзоии астероид ба ҳисоб расиданд. Аз рӯи ҳисобҳо маълум гардид, ки арзишҳои онҳо барои кометаҳои оилаи Муштарӣ дар масофаҳои калони гелиосентрикӣ хос мебошанд. Тибқи ҳисобҳои мо, қутри астероид ба ҳисоби миёна  $5.3 \pm 2$  км ташкил медиҳад. Аз инҷо бармеояд, ки маълумотҳои фотометрии мо марҳилаи фаъолнокии астероидро тасдиқ менамояд ва бо натиҷаҳои мушоҳидаҳои дигари ин давра мувофиқанд.

*Калимаҳои калидӣ: астероид, афрӯзиш, фотометрия, дурахш, қутр.*

G.I.Kokhirova, F.Dzh.Rakhmatullaeva, M.Husarik\*, O.V.Ivanova\*\*,\*\*\*, S.A.Borysenko\*\*

## PHOTOMETRIC PROPERTIES OF ACTIVE ASTEROID 248370 (2005 QN173) FROM OBSERVATIONS IN SLOVAKIA AND TAJIKISTAN

*Institute of Astrophysics of the National Academy of Sciences of Tajikistan,*

*\*Astronomical Institute of the Slovak Academy of Sciences,,*

*\*\*Main astronomical observatory of the National Academy of Sciences of Ukraine,*

*\*\*\*Astronomical Observatory named after T.Shevchenko Kiev National University*

The paper presents the results of optical observations of the outburst of asteroid 248370 (2005 QN173), which occurred on July 7, 2021. Observations were carried out at the Skalnate Pleso observatory in Slovakia and at the Sanglokh International Astronomical Observatory in Tajikistan in July-August 2021. The object suddenly showed signs of cometary activity in the form of a compact coma and a long dust tail, and therefore was assigned to the class of active asteroids of the Main belt. The apparent and absolute brightness of the asteroid was determined in the BVR filters, and it was shown that the brightness of the asteroid remained stable during the observation period. The dust production parameter is calculated, the values of which are typical for comets of the Jupiter family at large heliocentric distances. According to our estimates, the diameter of the asteroid was  $5.3 \pm 2$  km on average. Our photometric data confirmed the active stage of the asteroid and are consistent with the results of other observations of this period.

**Key words:** *asteroid, outbreak, photometry, brightness, diameter.*

УДК 53+54(575.3)

Ш.И.Акназарова, Д.Рашидов, С.Х.Табаров, Ф.Содиқов, А.И.Дустов, Ш.П.Исмаев

## АНИЗОТРОПИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ФУЛЛЕРЕННАПОЛНЕННОГО БЛОКСОПОЛИМЕРА МЕТИЛМЕТАКРИЛАТА СО СТИРОЛОМ

*Таджикский национальный университет**(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана Т.Х.Салиховым 13.06.2022 г.)*

*В настоящей работе изучено явление анизотропии механических свойств фуллереннаполненного сополимера метилметакрилата со стиролом. Показано, что в зависимости от технологии получения, характера распределения фуллерена  $C_{60}$  в матрице и его взаимодействия с молекулами сополимера возможно течение процесса текстурирования при формировании композитных пленок.*

**Ключевые слова:** *полимер, фуллерен, структура, композит, прочность, деформация, анизотропия.*

Определённо установлено, что структура и механические свойства неориентированных аморфных и кристаллизующихся полимеров в равновесных условиях при одноосном растяжении во всех пространственных направлениях одинаковы и не различаются [1-3]. Однако в неравновесных условиях, например при формовании изделий из полимеров под действием внешних факторов (температура, давление и др.) и возникающих в системе внутренних механических напряжений вследствие конформационных переходов макромолекул и их перегруппировки в некоторых направлениях проявляется анизотропия механических свойств и структуры [4]. Для большинства композиционных материалов (полимерные смеси, пластики, наполненные и модифицированные полимеры и др.) в зависимости от соотношения компонентов характерно проявление анизотропии свойств.

Механические характеристики неориентированных фуллереннаполненных полимерных композитов в условиях одноосного растяжения зависят как от концентрации наполнителя, так и направления предварительной механической деформации.

В предлагаемой работе сообщается о результатах исследования механических свойств плёнок композитов на основе аморфного блок-сополимера метилметакрилата со стиролом (СМС), наполненных добавками фуллерена  $C_{60}$  при одноосном растяжении в двух взаимно перпендикулярных направлениях попеременно (рис. 1).

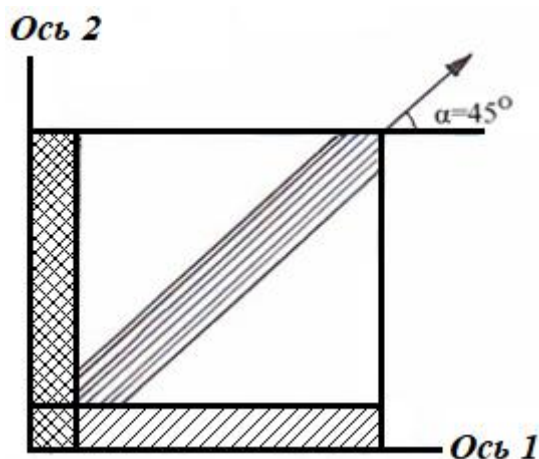


Рис. 1. Схема растяжения образцов композита СМС-С60.

Объектами исследования служили блоксополимер СМС с 30% содержанием мономера метилметакрилата и фуллерен  $C_{60}$  с химической чистотой 99.7%. Пленки композитов получали из смешанных растворов полимера и фуллерена  $C_{60}$  в бромбензоле при комнатных условиях. Концентрацию наполнителя варьировали в интервале  $C=1-5\%$  масс.%, толщина пленок составляла 70-80 мкм. Предварительный отжиг образцов производили при  $100^{\circ}C$  в течение 3 часов. Состояние поверхности образцов, распределение частиц наполнителя в них изучали на поляризационном микроскопе МИН-8. Термографические исследования проводили на установке DSC 204F1 фирмы Netzsch со скоростью нагрева и охлаждения 10 град /мин.

Механические свойства образцов изучали на стандартной разрывной машине РМ-1 при скорости движения нижнего зажима 12 мм/мин. Все испытания проводили при комнатных условиях. Исходное состояние образцов во всех испытаниях было неориентированное.

Исходные пленки СМС внешне были чистыми и прозрачными. С ростом концентрации фуллерена в интервале  $C=1-3\%$  происходит изменение цвета образцов со светло-розового до темно-фиолетового, что свидетельствует о диспергировании молекул фуллерена до молекулярного уровня. С дальнейшим ростом концентрации  $C_{60}$  наблюдается образование макроскопических структур типа дисков диаметром 5-6 см с исходящими лучами из центрального ядра, а также одиночных и двойных нитеподобных (длиной 0.1-0.9 см, диаметром 0.01см) параллельно упакованных линейчатых структур длиной 0.4-2 см. Кроме того, наряду с точечными кластерами фуллеренов наблюдаются супраструктуры, а также структуры сердцевидной формы (при  $C=5\%$ ) размером 10.5-15 см. При отжиге супраструктуры исчезают, остаются точечные кластеры фуллерена  $C_{60}$ , ориентированные вдоль взаимопересекающихся под углом  $30-45^{\circ}$  линий.

При анализе механических свойств композитов обращали внимание на общий вид деформационных кривых при одноосном растяжении на величины разрывной прочности  $\sigma_r$  и разрывного удлинения  $\epsilon_r$ . Опыты показали, что в зависимости от концентрации фуллерена наблюдается изменение механических свойств образцов в двух взаимно перпендикулярных направлениях растяжения: экстремальное изменение  $\sigma_r$  с максимумом в одном направлении (рис. 2, кривая 1) и с минимумом в другом (рис. 2, кривая 2).



Следует отметить, что механические испытания образцов СМС-С<sub>60</sub> также показывают заметное улучшение механических характеристик (разрывное напряжение  $\sigma_p$ ) при «косом» ( $\alpha=45^\circ$ ) растяжении (рис. 2а, кривая 3).

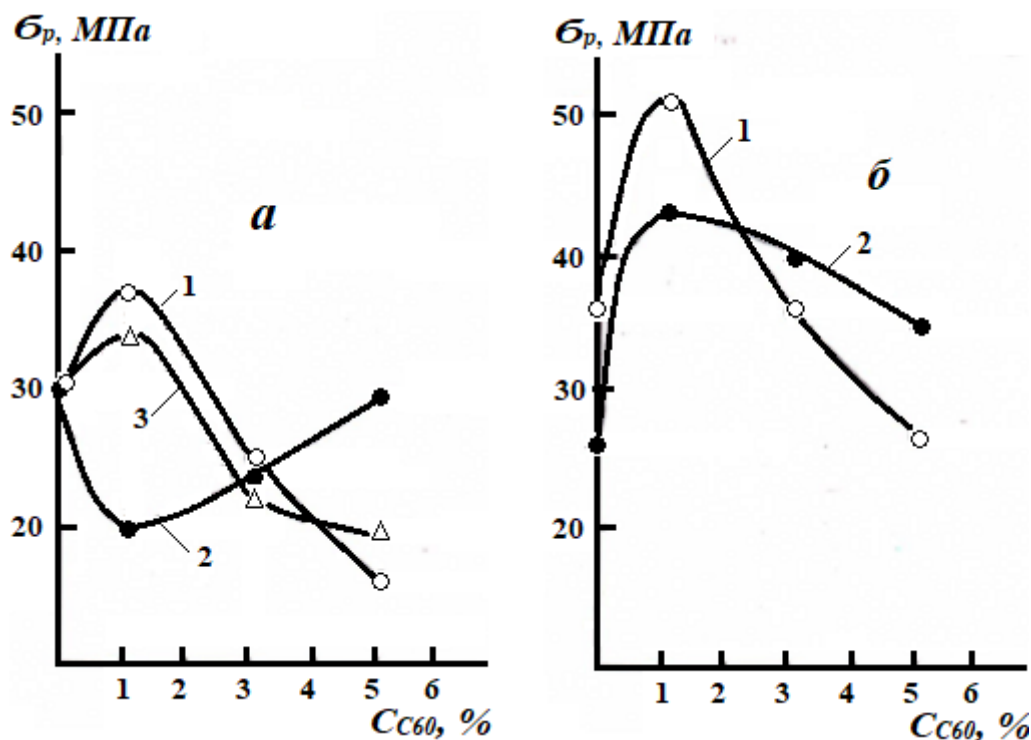


Рис. 2. Концентрационная зависимость прочности исходных (а) и отожжённых (б) образцов фуллеренсодержащего блоксополимера СМС: 1 – растяжение вдоль оси 1; 2 – то же вдоль оси 2; 3 – «косое» растяжение ( $\alpha=45^\circ$ ).

Отжиг указанных образцов при температуре  $100^\circ\text{C}$  в течение 3 часов (рис. 2б, кривые 1,2) также приводит к ещё экстремальному изменению разрывной прочности, как вдоль оси 1, так и вдоль оси 2, что, по-видимому, связано с самоупорядочением и самоориентацией структурных элементов. Поляризационно-оптические исследования этих образцов показали наличие явления двулучепреломления. Что касается разрывного удлинения  $\epsilon_p$ , то оно при всех концентрациях наполнения остается неизменным и колеблется на уровне 1-2%.

Анализ результатов испытаний механических свойств демонстрирует заметное улучшение механических характеристик полимера, которое позволяет косвенно предположить, что основной причиной таких изменений может быть текстурирование структурных элементов матрицы при формировании пленок.

Рентгенографические исследования пленок СМС-С<sub>60</sub> в разных направлениях показали, что увеличение содержания С<sub>60</sub> в пределах  $C=0-3\%$  не сопровождается изменением характера дифрактограмм, но при  $C=5\%$  происходит деформация контура отражений на углах  $2\theta=14-16^\circ$  с изменением их интенсивности, что свидетельствует об образовании кластеров фуллерена С<sub>60</sub> [5]. Следует отметить, что аналогичные изменения структуры (текстурирование) наблюдается для образцов наполненного 5% С<sub>60</sub> полиметилмет-акрилата, где происходит явное самоупорядочение и самоориентация структурных элементов матрицы [6].

Термографические исследования этих же композитов показали, что их концентрационные зависимости температуры стеклования (размягчения)  $T_g$  тоже носят экстремальный характер. Сначала происходит её снижение в интервале 0-3 %-го наполнения с 87.8 до 62°C, а при 5%-м наполнении происходит её рост до величины 72°C. Наблюдаемая экстремальная концентрационная зависимость  $T_g$ , по-видимому, связана с образованием т.н. «заготовок» структур с различной степенью порядка и совершенства.

Работа выполнена в рамках плана НИР ТНУ и гранта №22-116 МИЦНТ СНГ, за что авторы выражают свою искреннюю благодарность учредителям.

*Поступило 20.06.2022 г.*

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Аскадский А.А. Деформация полимеров. – М.: «Химия», 1973, 448 с.
2. Тугов И.И., Кострыкина Г.И. Физика и химия полимеров. – М.: «Химия», 1989, 368 с.
3. Ферри Дж. Вязкоупорные свойства полимеров. – М.: Химия, 1963, 378 с.
4. Гинзбург Б.М., Туйчиев Ш., Рашидов Д., Табаров С. Х., Суханова Т.Е., Вылегжанина М.Э., Кутин А.А., Уголков В.Л. Влияние фуллерена  $C_{60}$  на структуру и механические свойства полиэтилена: Технологический аспект. – Высокомолек. соед. Серия А, 2011, т.53, №6, с.1883-896.
5. Гинзбург Б.М., Малешевская Е.Ю., Новоселова А.В. и др. Структура фуллерена  $C_{60}$  в матрице полиметилметакрилата. – Высокомолек. соед. Серия А, 2004, т.46, №2, с.295-303.
6. Туйчиев Ш., Шоимов У., Рашидов Д., Туйчиев Л., Акназарова Ш. Эффекты самоупорядочения и ориентации в фуллеренсодержащих полимерах. – Вестник Таджикского национального университета. Серия естественных наук, 2016, №1/3(200), с.98-101.

**Ш.И.Акназарова, Д.Рашидов, С.Табаров, Ф.Содиков, А.И.Дустов, Ш.П.Исमतов**  
**АНИЗОТРОПИЯ И ХОСИЯТҶОИ МЕХАНИКИИ БЛОКСОПОЛИМЕРИ**  
**МЕТИЛМЕТАКРИЛАТ БО СТИРОЛИ ФУЛЛЕРЕНДОР**

*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Дар кори мазкур анизотропияи хосиятҳои механикии сополимери фуллерендори метилметакрилат бо стирол омӯхта шуданд. Нишон дода шудааст, ки вобаста ба технологияи ҳосилкунӣ, тавсифоти тақсимои фуллерен  $C_{60}$  дар матритсаи полимерӣ, табиати таъсироти мутақобила байни молекулаҳои матритса ва пуркунанда ба вучуд омадани ҳодисаи текстуриронӣ дар раванди ташаккули лавҳаҳои композитӣ ва номуназзамии шароити ҳосилшавии имконпазир аст.

**Калимаҳои калидӣ:** полимер, фуллерен, сохтор, композит, мустаҳкамӣ, деформатсия, анизотропия.

Sh.I.Aknazarova, D.Rashidov, S.Kh.Tabarov, F.Sodikov, A.I.Dustov, Sh.P.Ismatov  
**ANISOTROPY OF MECHANICAL PROPERTIES A FULLEREN-FILLED  
BLOCKPOLYMER METHYL METHACRYLATE WITH STYRENE**

*Tajik National University*

In this work, the phenomena of anisotropy of mechanical properties in a fullerene-containing copolymer of methyl methacrylate with styrene are studied. It is shown that, depending on the production technology, the distribution of C<sub>60</sub> fullerene in the matrix, its interaction with copolymer molecules, texturing phenomena may appear during the formation of composite films and uneven conditions for their production.

**Key words:** *polymer, fullerene, structure, composite, strength, deformation, anisotropy.*

УДК 551.482.2: 519.876 (575.3)

Академик НАН Таджикистана Ф.Рахими, О.Ш.Маджидов\*

**ОБ ОДНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РУСЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ  
(НА ПРИМЕРЕ РЕКИ ПЯНДЖ, ТАДЖИКИСТАН)***Физико-технический институт им. С.Умарова НАН Таджикистана,**\*Отдел географии и дистанционного зондирования НАН Таджикистана*

*В работе рассмотрен механизм формирования русловых процессов в притоках после разветвления на примере реки Пяндж. Применена математическая модель с учетом различных параметров и характеристик при расходе воды в реке под разными углами разветвления. Используемая модель хорошо согласуется с реальными параметрами русловых процессов реки Пяндж. Из результатов расчёта обнаружена корреляция между углами разветвления и количеством воды, протекаемой по протокам.*

**Ключевые слова:** *река Пяндж, моделирование разветвления русла, русловый процесс, поток, угол разветвления, канал, сечение, бифуркация.*

Горные реки, характеризуются сложными и неоднозначными русловыми процессами [1]. Эти процессы широко развиты на территории Таджикистана, но, как показывает анализ литературы, практически не изучены. Существует несколько подходов к исследованию разветвления реки или раздвоенного течения в открытом русле [2-4]. Разветвление реки – это сложный процесс, который определяет распределение стока, наносов и загрязняющих веществ вдоль нижних рукавов реки.

Существует несколько методов математического моделирования определения коэффициента расхода воды, теоретическая модель докритических течений с применением сохранения общей массы вместе с принципом импульса в продольном направлении течений [5, 6]. Построена физическая модель с особенностями меандрирования для исследования влияния углов отвода на распределение потока при разветвлении вогнутого канала [7].

Некоторыми исследователями разработана нестационарная математическая модель для прогнозирования деления потока на стыке прямоугольного открытого канала [8-11] и гидродинамическая модель для бифуркационного потока [12].

Отечественными исследователями на основе вероятного расхода, было рассмотрено шесть (6) случаев моделирования, на рассматриваемом участке [13]. Кроме того, таджикскими учёными математиками также разрабатывались математические модели по гидрологии и русловым процессам [14-16].

Однако перечисленные работы не анализируют влияние различных углов бифуркации на расход реки. Большинство существующих моделей рассчитано для каналов, разделяющихся под прямым углом. Поэтому ставится задача исследовать поведение речного стока под влиянием различных углов бифуркации с использованием математической модели.

Нами использована математическая модель, предложенная малазийскими учёными [17], для контроля распределения воды по протокам на р. Пяндж (на территории острова Даркад).

Отметим, что при выходе из гор р. Пяндж (на территории острова Даркад) разветвляется на многочисленные протоки, то есть наблюдается явление полифуркации. Эти горизонтальные деформации, то есть разветвления становятся причиной смыва берегов в сезон паводков и половодья. Каждый год принимаются меры по предотвращению затопления прибрежных зон (правобережной части) р. Пяндж на данном участке. Поэтому предлагаем математическую модель, которая контролирует количество воды в протоках и снижающую риск затопления берегов.

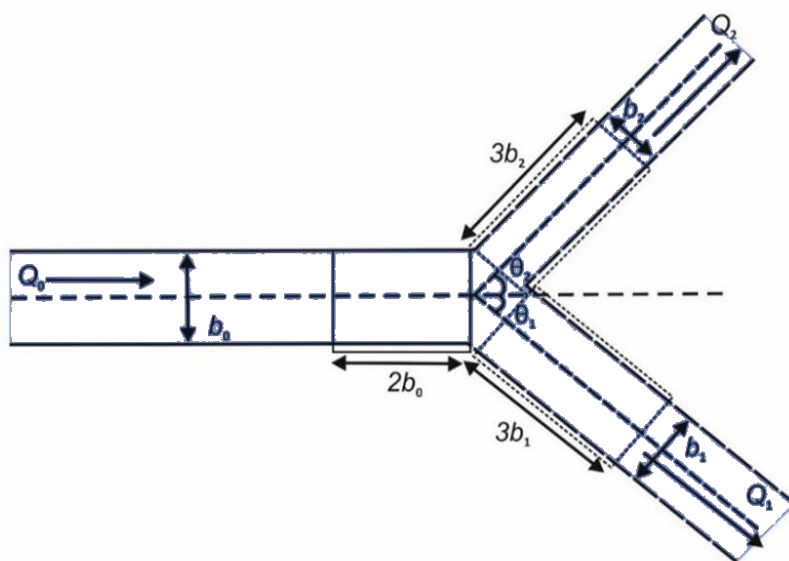
Особенность рассматриваемой модели заключается в том, что все выбранные нами гидравлические и геометрические параметры, совпадают с параметрами р. Пяндж на участке острова Даркад. На данном участке р. Пяндж разветвляется на многочисленные протоки и водоносность этих протоков различна. С каждым годом в сезон половодья и паводков количество протоков и их водоносность изменяются. Такие изменения приводят к различным русловым деформациям, то есть смыву берегов, перенаправлению протоков и т.д.

Суть рассматриваемой математической модели заключается в том, что процесс разветвления воды приводится к квадратному уравнению, где неизвестные являются относительные расходы воды разветвлённого канала к основному каналу. Основными параметрами этого квадратного уравнения являются гидравлические и геометрические показатели выбранного канала трапецевидного поперечного сечения.

При использовании данной модели были введены поправки в гидравлические и геометрические параметры. Некоторые геометрические и гидравлические параметры р. Пяндж сняты с крупномасштабных топографических карт. Другие параметры были вычислены с помощью существующих формул, некоторые из которых мы приведём ниже.

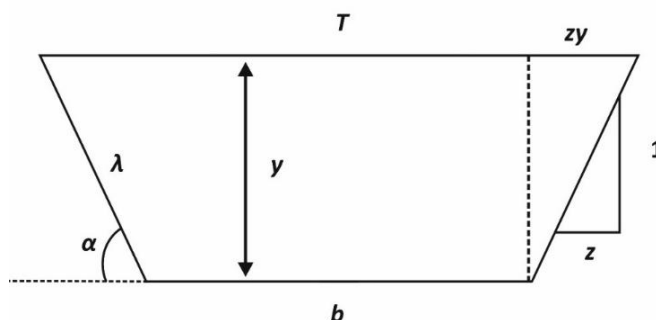
Учитываются характеристики разветвлённого открытого канала и его поперечного сечения для уравнения математической модели. Выбранные каналы имеют одинаковое поперечное сечение.

Метод моделирования заключается в подробном описании канала и в формулировке модели. Схематическое изображение раздвоенного канала показано на рис.1.



**Рис. 1.** Схема разветвлённого канала:  $Q$  – расход,  $b$  – ширина дна канала,  $\theta$  – углы бифуркации, 0 – основной канал, 1 – канал 1, 2 – канал 2 (рис. от [17]).

Чаще всего неправильное сечение открытого канала имеет трапецевидную форму, хотя существует много форм поперечного сечения. Типичное трапецевидное поперечное сечение показано на рис.2.



**Рис. 2.** Геометрические детали типичного трапецевидного поперечного сечения:  $\alpha$  – угол наклона стороны,  $b$  – ширина дна,  $y$  – глубина потока,  $\lambda$  – смоченная длина, измеренная вдоль стороны откоса,  $T$  – ширина сверху,  $Z$  – уклон бокового откоса (рис. от [17]).

Основной канал связан с двумя ответвленными каналами. Углы  $\theta_1$  и  $\theta_2$  на рис. 1. в разветвлённом стыке называются углами бифуркации. Для применения закона сохранения импульса мы рассматриваем границы контрольного объёма, показанные пунктирной линией. Гидравлика потока и обмен импульсом в прямых каналах существенно зависят от геометрических и гидравлических переменных. Площадь поперечного сечения  $A$  из рис.2 определяется по формуле

$$A = by + zy^2 .$$

Дополнительными параметрами для потока в открытом канале являются: смачиваемый периметр ( $P_w$ ), гидравлический радиус ( $R_H$ ) и гидравлическая глубина ( $D$ ).

Смачиваемый периметр –  $P_w = b + 2\lambda$  – длина линии контакта между водой и каналом, где  $\lambda$  – смачиваемая длина, определяемая следующим образом:  $\lambda = \sqrt{y^2 + (yz)^2}$  .

Гидравлический радиус  $R_H$  – это площадь, разделённая на периметр смачивания, то есть  $R_H = A / P_w$  .

Гидравлическая глубина – это площадь, разделённая на ширину верха:

$$D = A / T ,$$

где ширина верха  $T = b + 2zy$  .

Несмотря на то, что площади поперечного сечения основного русла и русла 1 предполагаются одинаковыми, способность канала транспортировать воду может варьироваться из-за углов разветвления.

Если расход воды в русле неизвестен, равномерная скорость движения реки ( $v$ ) по всему поперечному сечению определяется на основании формулы Маннинга (R.Manning) [18],

$$v = \frac{1}{n} R_H^{2/3} \sqrt{S} ,$$

где  $n$  – коэффициент шероховатости,  $S$  – средний наклон канала.

Безразмерное отношение сил инерции к силам гравитации, действующим на поток, представлено числом Фруда [19], величина  $F$  определяется, как:

$$F = \frac{v}{\sqrt{gD}} = \frac{Q}{A\sqrt{g(A/T)}}, \quad (1)$$

где  $g = 9.806 \text{ м/с}^2$  – ускорение свободного падения.

Число Фруда играет важную роль при анализе потока в открытом канале. Гидравлическое поведение потока в канале существенно меняется в зависимости от того, является ли поток критическим ( $F=1$ ), докритическим ( $F<1$ ) или сверхкритическим ( $F>1$ ).

Математическая модель основана на принципе сохранения импульса и массы воды. Для модели, представленной на рис. 1, справедливо следующее выражение

$$Q_0 = Q_1 + Q_2, \quad (2)$$

где  $Q_0 = A_0v_0$ ,  $Q_1 = A_1v_1$  и  $Q_2 = A_2v_2$ .

$Q_1$  и  $Q_2$  – показатели расхода воды,  $A_0$ ,  $A_1$  и  $A_2$  представляют собой трапециевидные площади поперечного сечения каналов, а  $v_0$ ,  $v_1$  и  $v_2$  – скорости воды в основном канале, канале 1 и канале 2, соответственно. Гидростатическая сила на площади поперечного сечения  $A$  будет равна

$$\gamma = \Delta P / A,$$

где  $\Delta P$  – сила давления и  $\gamma$  – плотность воды.

Следовательно, общую горизонтальную силу можно определить следующим образом:

$$P = \gamma \int_0^y (by + zy^2) dy = \gamma \left( \frac{by^2}{2} + \frac{zy^3}{3} \right).$$

Применяя уравнение неразрывности (2) и принцип количества движения в направлении потока основного канала, получаем:

$$\begin{aligned} P_0 - P_2 \cos \theta_2 - P_1 \cos \theta_1 - U_2 - U_1 - \Delta P &= \\ &= \frac{\gamma}{g} (Q_2 v_2 \cos \theta_2 + Q_1 v_1 \cos \theta_1 - Q_0 v_0). \end{aligned}$$

Условия передачи импульса от основного канала к ответвлённым каналам описываются в следующих выражениях:

$$U_1 = \rho Q_1 V_0 C \sin \theta_1 \text{ и } U_2 = \rho Q_2 V_0 C \sin \theta_2,$$

где  $C$  – постоянная величина, называемая коэффициентом сопротивления (коэффициентом Шези).

Применяя некоторые обозначения и преобразования, приведённые в [17], в итоге получим квадратное уравнение

$$\frac{1+k_0}{y_r} \frac{\cos\theta_2}{B_{r2}+k_0y_r} = A, \quad \frac{\cos\theta_2}{B_{r1}+k_0y_r} = B_1,$$

$$\xi_1 + 1 - C \sin\theta_2 = C_1, \quad C(\sin\theta_1 - \sin\theta_2) = D_1,$$

$$C_1 = A_1(1-q_r)^2 + B_1q_r^2 + q_rD_1 = A_1 + 2A_1q_r + A_1q_r^2 + B_1q_r^2 + q_rD_1.$$

Будем иметь

$$(A_1 + B_1)q_r^2 + (D - 2A_1)q_r + (A_1 - C_1) = 0.$$

Тогда получим алгебраическое уравнение

$$q_{r1} = \frac{-(D - 2A_1) + \sqrt{D}}{2(A_1 + B)}, \quad q_{r2} = \frac{-(D - 2A_2) - \sqrt{D}}{2(A_2 + B)}, \quad (3)$$

где  $Q_0 = 1000 \text{ м}^3 / \text{с}$ .

Вышеприведённые выражения являются общим аналитическим решением задачи о бифуркационном течении реки. В этой связи рассмотрим применимость данной модели на примере р. Пяндж у острова Даркад, где у северо-восточной части острова река разветвляется на многочисленные протоки.

Объём речного стока р. Пяндж составляет около  $1000 \text{ м}^3/\text{с}$  до бифуркации (соединения канала 1 и канала 2). Предполагается, что расход воды в основном канале составляет  $Q_0=1000 \text{ м}^3/\text{с}$ , а  $Q_1$  и  $Q_2$  – это расходы в каналах 1 и 2, соответственно. Ожидается, что критический расход в канале 1 равен  $Q_1 = 1000 \text{ м}^3/\text{с}$ . Если расход превышает это значение, в канале 1 произойдёт затопление. Следовательно, уравнение (3) может применяться для определения расхода в канале 1 и канале 2 с разными углами разветвления.

Также здесь надо учитывать коэффициент шероховатости, численно характеризующий сопротивление, оказываемое руслом протекающему потоку. Принято считать, что величина коэффициента уменьшается с увеличением глубины водного потока (до уровня выхода воды в пойму). Коэффициент шероховатости можно вычислить также по единичным измерениям расходов воды и уклонов, используя уравнение:

$$n = \frac{I^{1/2} H^{5/3} T}{Q}. \quad (4)$$

где  $I$  – уклон водотока (в формуле Манинга уклони канала обозначено через букву  $S$ ),  $H$  – средняя глубина канала.

Используя формулу (4), вычисляем коэффициент для рассматриваемого участка р. Пяндж



Другим параметром, который необходимо вычислить, является число Фруда. Используя формулу (1), определяем число Фруда для р. Пяндж.

$$F_r = \frac{v}{\sqrt{gD}} = \frac{Q}{A\sqrt{g(A/T)}}.$$

Поскольку число Фруда для основного канала составляет  $F=0.145$ , то поток является докритическим. Геометрические и гидравлические свойства раздвоенного канала, использованного в предлагаемой модели, представлены в таблице.

Таблица

Геометрические и гидравлические свойства раздвоенного канала

Основные гидравлические параметры	Обозначения	Основной канал
Угол наклона стороны	$\alpha$	$60^\circ$
Глубина, м	$y$	3.5
Канал бокового откоса, м	$z$	4.089
Верхняя ширина, м	$T$	300
Нижняя ширина, м	$b$	271.3
Площадь поперечного сечения, $m^2$	$A$	1000
Смоченная длина, м	$\lambda$	14.709
Смачиваемый периметр, м	$P_w$	301
Гидравлический радиус, м	$R_H$	3.3
Гидравлическая глубина, м	$D$	3.3

Углы бифуркации  $\theta_1$  и  $\theta_2$  в рассматриваемых нами случаях составляют 0, 15, 30, 45, 60, 75 и  $90^\circ$ .

График соотношений расходов воды  $q_r$  зависимость от угла разветвления  $\theta_2$ , где значения  $\theta_2$  находятся в диапазоне от  $0^\circ$  до  $90^\circ$ , показан на рис.3.

Количество  $Q_1$  меньше  $956 \text{ м}^3/\text{с}$ , когда  $\theta_1=0^\circ$ ,  $\theta_2=85^\circ$  и  $\theta_1=15^\circ$  и  $\theta_2=84^\circ$ , при других углах получаем значение меньше  $746 \text{ м}^3/\text{с}$ . Если  $\theta_1=30^\circ$ ,  $45^\circ$  и  $\theta_2=83^\circ$ , тогда  $Q_1$  имеет значение  $953 \text{ м}^3/\text{с}$ , в других случаях - меньше  $839 \text{ м}^3/\text{с}$ . Для  $\theta_1=60^\circ$  или  $75^\circ$  и  $\theta_2=82^\circ$  величина  $Q_1$  примет значение больше  $980 \text{ м}^3/\text{с}$ , в остальных случаях меньше  $872 \text{ м}^3/\text{с}$ . Если  $\theta_1=90^\circ$ , а  $\theta_2=80^\circ$  или  $82^\circ$ , тогда  $Q_1$  примет значение  $900$  и  $1000 \text{ м}^3/\text{с}$ , соответственно. Также можно заметить, что величина  $Q_1$  принимает значение меньше  $800 \text{ м}^3/\text{с}$ , когда  $\theta_1=60^\circ$  и  $\theta_2=75^\circ$  или  $90^\circ$ .

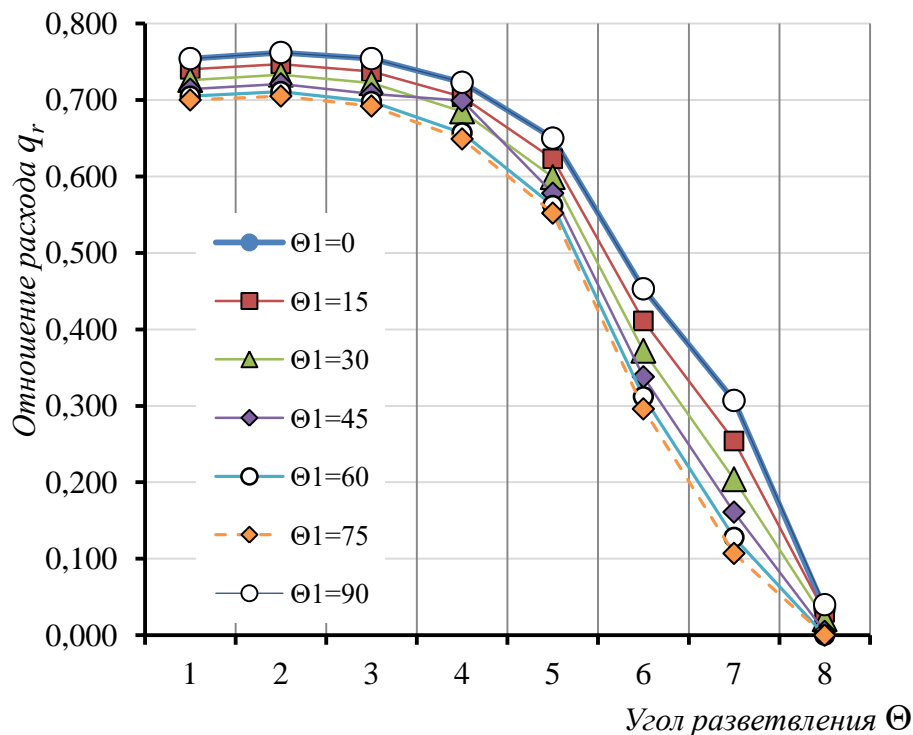


Рис. 3. График соотношений расходов  $q_r$  относительно  $\theta_2$ , когда:  $\theta_1=0, 15, 30, 45, 60, 75$  и  $85^\circ$ .

При углах  $\theta_1=60^\circ$  и  $\theta_2=60^\circ$  значения  $Q_1$  и  $Q_2$  будут почти равнозначными в обоих каналах.

Для любого  $\theta_1$  значение  $q_r$  приближается к критическому коэффициенту расхода, за исключением случая, когда  $\theta_2=90^\circ$ .

### В ы в о д ы

Рассмотрен механизм формирования русловых процессов в притоках после разветвления на примере реки Пяндж.

Использованная математическая модель с учетом различных геометрических и гидравлических параметров и характеристик, в реке под разными углами разветвления позволяет прогнозировать расход воды в процессе разветвления.

Использованная математическая модель распределения количества воды после разветвления адаптирована к гидрологическим параметрам р. Пяндж и даёт возможность оптимального распределения воды при разветвлении угла в  $60^\circ$ .

В результате расчёта обнаружена корреляция между углами разветвления и количеством воды, протекаемом по протокам.

Поступило 21.10.2022 г.

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Чалов Р.С. Русловедение: теория, география, практика, т. 1. Русловые процессы: факторы, механизмы, формы проявления и условия формирования речных русел. – М.: Изд-во ЛКИ, 2008, 608 с.

2. Hsu C.C., Tang C.J., Lee W.J., Shieh M.Y. Subcritical 90° Equal-Width Open-Channel Dividing Flow. – *Journal of Hydraulic Engineering*, 2002, v.128, № 7, pp. 716-720.
3. Kesserwani G., Vazquez J., Rivière N., Liang Q., Travin G., Mosé R.. New Approach for Predicting Flow Bifurcation at Right-Angled Open-Channel Junction. – *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 2010, pp. 662-668.
4. Ahmed Z., Tamer Gado., Rashwan I.M.H. Comparison between Numerical, Analytical, and Field Solutions with Experimental Data for 90° Open Channel Junctions. – *Engineering Research Journal, Faculty of Engineering, Tanta University*, 2019, v.3, pp. 1-6.
5. Ramamurthy A.S., Tran D.M., Carballada L.B. Dividing Flow in Open Channels. – *Journal of Hydraulic Engineering. ASCE*, 1990, v.116, № 3. pp. 449-455.
6. Rashwan I.M.H., Dynamic Model for Subcritical Dividing Flows in Open Channel Junction. – *Eight International Water Technology Conference*, 2004, pp. 511-520.
7. Obasi N.L., Agunwamba J.C., Egbuniwe N. Influence of Off-Take Angles on Flow Distribution Pattern at Concave Channel Bifurcation. – *Nigerian Journal of Technology*. 2008, v.27, №2, pp. 46-57.
8. Yang Y., Endreny T.A., Nowak D.J. Application of Advection-Diffusion Routing Model to Flood Wave Propagation: A Case Study on Big Piney River, Missouri USA. – *Journal of Earth Science*, 2016, v.27, №1, pp. 9-14.
9. Pandey A., Mishra R. Comparison of Flow Characteristics at Rectangular and Trapezoidal Channel Junctions. – *Journal of Physics Conference Series*. 2012, v.364, pp. 1-11.
10. Tholibon D.A., Ariffin J. Bifurcation Simulation Modeling Review. – *International Journal of Sciences: Basic and Applied Research*, 2013, v.8 №1, pp. 45-50.
11. Zahiri A., Dehghani A.A. Flow Discharge Determination in Straight Compound Channels using Anns. – *World Academy of Science, Engineering and Technology*. 2009, v.58, pp. 12-15.
12. Mirbagheri S.A., Abaspour M., Zamani K.H. Mathematical Modeling of Water Quality in River Systems. Case Study: Jajrood River in Tehran – Iran. *European Water*. 2009, v.27/28, pp. 31-41.
13. Изучение по предотвращению стихийных бедствий на реке Пяндж. Отчёт КЧС РТ, Японское агентство международного сотрудничества. – *СТИ Engineering International Co., Ltd*. 2007, 104 с.
14. Гольдина В.Д., Наботов Д.Н. Влияние шероховатости поверхности дна на турбулентные характеристики руслового потока. – *ДАН Тадж. ССР*, 1979, т. 22, №11, с. 660-662.
15. Наботов Д.Н., Гольдина В.Д. Влияние параметров руслового процесса на кинетическую энергию турбулентности. – *ДАН Тадж. ССР*, 1979, т. 22, №1, с. 30-34.
16. Наботов Д.Н., Гольдина В.Д., Джалолова Г.А. К расчёту параметров потока при зарегулировании русла реки. – *Изв. АН Тадж. ССР, Отд. физ.-мат, хим., геол. и техн. н.*, 1985, №3 (97), с. 14-18.
17. Iskandar S.M.Z., Nur L.A., Hazleen A., Badrul A.J., Nur A.H.N., Muhammad H.F.M.Y. Mathematical Modeling for Flood Mitigation: Effect of Bifurcation Angles in River Flowrates. – *Civil Engineering and Architecture*, 2019, №7(6A), pp. 50-57.
18. Manning R. On the flow of water in open channels and pipes Law S.W. – *Proceedings of the Institution of Civil Engineers of Ireland*, 1890, №20, pp. 161-206.
19. Фруда число: Физический энциклопедический словарь. – М.: Советская энциклопедия, 1983, 944 с.

Ф.Рахимӣ, О.Ш.Мачидов\*

**ДАР БОРАИ ЯК МОДЕЛИ МАТЕМАТИКИИ РАВАНДҲОИ МАЧРОИ  
(ДАР МИСОЛИ ДАРӢИ ПАНЧ, ТОҶИКИСТОН)**

*Институти физикаю техникаи ба номи С.У.Умарови АМИ Тоҷикистон,*

*\*Шуъбаи география ва зондкунии фосилавии АМИ Тоҷикистон*

Дар мақола механизми ташаккули равандҳои маҷроӣ дар шохобҳо (рудҳо) пас аз тақсимшавии маҷроӣ асосӣ дар мисоли дарӢи Панҷ барраси мегардад. Модели математикии пешниҳодгардида бо баҳисобгирии параметрҳо ва хarakterистикаҳои гуногун, ҳангоми таҳти кунҷҳои гуногун ҷорӣ шудани шохобҳо аз маҷроӣ асосӣ сохта шудааст. Нишондиҳандаҳои дар ин модели математики истифодашуда бо нишондиҳандаҳои аслии равандҳои дарӢи Панҷ мувофиқ гардонида шудааст. Натиҷаи ҳисобкунӣ нишон дод, ки байни кунҷҳои ба шохҳо тақсимшавӣ ва миқдори оби аз онҳо ҷоришаванда алоқамандӣ мавҷуд аст.

**Калимаҳои калидӣ:** дарӢи Панҷ, моделсозӣ, раванди маҷроӣ, маҷро, шохоб, кунҷи тақсимшавӣ, канал, буриш, бифуркатсия.

F.Rakhimi, O.Sh.Majidov\*

*S.U.Umarov Physical-Technical Institute of the NAS Tajikistan,*

*\*Geography and Remote Sensing of the National Academy Sciences of Tajikistan*

**ABOUT ONE MATHEMATICAL MODEL OF CHANNEL PROCESSES  
(ON THE EXAMPLE OF THE PYANJ RIVER, TAJIKISTAN)**

The paper considers the mechanism of formation of channel processes in tributaries after branching on the example of the Pyanj River. A mathematical model is proposed taking into account various parameters and characteristics, with water flow in the river at different branching angles. The proposed model is in good agreement with the actual parameters of the Pyanj river channel processes. From the results of the calculation, correlations were found between the angles of branching and the amount of water flowing through the channels.

**Key words:** Pyanj river, modeling, channel process, channel, flow, branching angle, channel, section, bifurcation.

УДК 541.49:546.72

А.М.Мадиномов, У.Раджабов, С.Г.Ёрмамадова\*, И.У.Камолова\*

## СОЕДИНЕНИЯ ЖЕЛЕЗА(II,III) С МЕТИОНИНОМ

*Таджикский государственный медицинский университет им. Абуали ибн Сино,**\*Таджикский национальный университет**(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана А.Бадаловым 18.10.2022 г.)*

На основании данных оксрeдметрии было показано, что в системе железа (II,III) – метионин – вода при ионной силе 0.1 моль/л ( $\text{Na}_2\text{SO}_4$ ) и температуре 310 K в водных растворах образуются следующие комплексы железа(II,III) с метионином:  $[\text{Fe(II)HL}]^+$ ,  $[\text{Fe(II)HLOH}]$ ,  $[\text{Fe(II)HL(OH)}_2]$ ,  $[\text{Fe(III)HL}]^{2+}$ ,  $[\text{Fe(III)(HL)}_2]^+$ ,  $[\text{Fe(III)HLOH}]^+$ ,  $[\text{Fe(III)Fe(II)(HL)}_2(\text{OH})_4]$ . Для установленных комплексов рассчитаны константы устойчивости и составлена диаграмма распределения.

**Ключевые слова:** железо(II,III), метионин, окислительный потенциал, окислительная функция.

В последнее время особенно важную роль в медицине и ветеринарии играют соединения переходных металлов с аминокислотами. Например, метионин применяется в качестве добавки как индивидуальное соединение, так и в форме комплексов с переходными металлами в рационах питания животных и птиц. Метионат меди является эффективным лечебным и профилактическим средством при алиментарной анемии овец, гипокупрозе свиней и по эффективности действия превосходит сульфат меди. Для коррекции рационов и восполнения недостающих жизненно необходимых микроэлементов перспективными являются комплексные соединения хелатной структуры, содержащие биометаллы и полидентатные лиганды, в частности аминокислоты [1,2]. Поэтому целью данной работы являлось исследование комплексообразования железа (II,III) в водных растворах аминокислот, в частности метионина, и на этой основе разработка и создание новых лекарственных веществ для ветеринарной практики. Исходя из этого, в данной работе рассматривается комплексообразование железа (II, III) в водных растворах метионина при температуре тела животных.

**Экспериментальная часть**

Работа выполнена методом окислительного потенциала при ионной силе 0.1 моль/л ( $\text{Na}_2\text{SO}_4$ ) и температуре 310 K. Данный метод позволил нам при совместном анализе экспериментально полученных зависимостей  $\varphi$  от активности ионов водорода, концентрации метионина и концентрации ионов железа (II, III) установить число и тип соединений, образующихся в системе, содержащей окисленную и восстановленную форму иона комплексообразователя. Состав и константа устойчивости координационных соединений железа (II, III) с метионином уточнены также с помощью окислительной функции Юсуфова [3].

**Адрес для корреспонденции:** Мадиномов Амриддин Мадикромович, Раджабов Умарали. 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 139, Таджикский государственный медицинский университет. E-mail: amriddin.m.93@gmail.com, umarali55@mail.ru; Ёрмамадова Саврибегим Гулмамадовна, Камолова Икшима Усмоновна. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: savri-2006@mail.ru, iklima.kamolova.94@mail.ru

Проведение экспериментальных измерений предусматривало выполнение следующих предварительных работ: подготовку и проверку хлорсеребряного электрода; калибровку стеклянных электродов. Известно, что сульфат ионы имеют огромное значение в медицине, поэтому исходными солями железа (II,III) были выбраны сульфаты. Метионин марки «ХЧ» применялся без дополнительной очистки. Соль  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  очищалась перекристаллизацией насыщенного водного раствора. Серная кислота марки «ХЧ» использовалась без предварительной очистки. Концентрация гидроксида натрия определялась методом прямого титрования 0.1 М раствором соляной кислоты в присутствии индикатора метилового оранжевого. Титр раствора  $\text{NaOH}$  устанавливался янтарной кислотой. Химическая посуда, используемая при выполнении экспериментальных работ, промывалась хромовой смесью, проточной водой, затем ополаскивалась дистиллированной водой. Хромовая смесь были приготовлены согласно соответствующим методикам [4,5].

### Результаты и их обсуждение

Исследования процессов комплексообразования иона железа (II,III) в водных растворах метионина при температуре 310 К позволили получить достоверные сведения о составе и устойчивости координационных соединений.

Процесс вычисления констант образования состоит из нескольких последовательных операций, включающих нахождение приближённых значений констант образования, вычисления их молярных долей и расчёт точных значений констант образования координационных соединений. Вычисления начинают с молярных долей или степеней накопления комплексных частиц, которые дают сведения не только об областях доминирования, но и позволяют определить равновесные концентрации всех существующих частиц в растворах. Если все подготовительные операции предварительно проведены достаточно точно методом итерации (последовательного приближения) после 8-10 итераций, то можно определить истинное значение констант образования комплексов. Все расчёты нами проводились на компьютере по программе Excel [3,6]. Найденные численные значения константы образования комплексов позволили графически представить влияние рН и концентрации комплексов на содержание соединений в изученных растворах.

Согласно теории метода оксидометрии [4], анализ зависимостей окислительного потенциала  $\varphi$  от рН позволяет определить приблизительную область существования координационных соединений железа (II,III) по шкале рН. Кроме того, по числу угловых коэффициентов можно определить общее число лигандов в комплексах. Кривые зависимости  $\varphi$  от рН могут дать качественную характеристику процесса комплексообразования в растворах окислительно-восстановительных систем. Когда состав образующихся координационных соединений будет установлен, кривые зависимости окислительного потенциала  $\varphi$  от рН можно использовать для расчета констант образования комплексов и построения их диаграмм распределения.

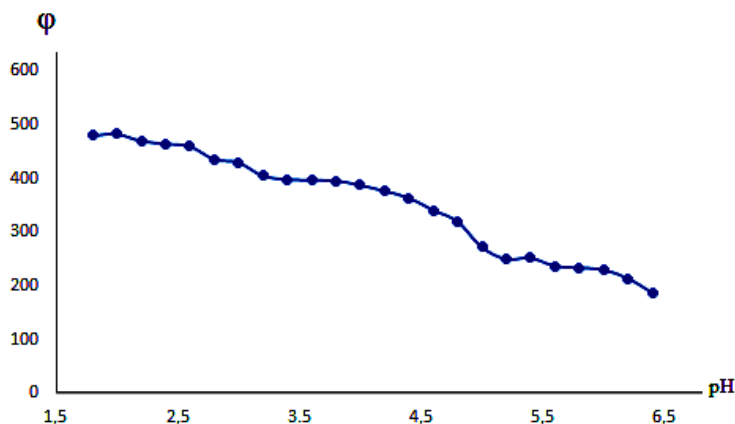


Рис. 1. Зависимость окислительного потенциала φ от рН при 310 К, J=0.1 моль/л; C<sub>Fe(II,III)</sub>=1·10<sup>-3</sup>, C<sub>Met</sub>=1·10<sup>-2</sup> моль/л.

На зависимости φ-рН (рис.1) при всех концентрациях метионина можно выделить формирование прямолинейных участков с угловыми коэффициентами, равными: 0, -ν, -2ν, -3ν, -ν. Сравнение экспериментально полученных угловых коэффициентов с теоретическими позволяет определить предположительный состав комплексов. Предполагаемый состав координационных соединений, образующихся в изученной системе и установленных из зависимости окислительного потенциала φ от рН, приводится в табл.1.

Таблица 1

Предполагаемый состав координационных соединений, образующихся в системе

Fe(II,III) - метионин - вода

№ п/п	Пределы рН	φ-рН	φ-рC <sub>Fe(II)</sub>	φ-рC <sub>Fe(III)</sub>	φ-рC <sub>Met</sub>	Состав комплексов	Константа образования
0	0.0-2.0	0	0	0	0	Fe(H <sub>2</sub> O) <sup>3+</sup> Fe(H <sub>2</sub> O) <sup>2+</sup>	β <sub>10000</sub> β <sub>01000</sub>
1	2.0-3.5	-ν	-ν	-	-	Fe(III)HL <sup>2+</sup>	β <sub>10110</sub>
2	3.5-4.5	-2ν	-ν	-ν	ν	Fe(II)HL <sup>+</sup> Fe(III)(HL) <sub>2</sub> <sup>+</sup> Fe(III)HLOH <sup>+</sup>	β <sub>01110</sub> β <sub>10120</sub> β <sub>10111</sub>
3	4.5-5.5	-3ν	-ν	-ν	2ν	Fe(II)HLOH, Fe(II)HL(OH) <sub>2</sub>	β <sub>01110</sub> β <sub>01120</sub>
4	5.5-6.5	-ν	-ν	-ν	-ν	Fe(III)Fe(II)(HL) <sub>2</sub> (OH) <sub>4</sub> <sup>-</sup>	β <sub>11124</sub>

Расчет равновесий комплексообразования осуществляется по уравнениям теоретической и экспериментальной окислительной функции [3]. Общая теоретическая окислительная функция выражается уравнением:

$$f_T^0 = \frac{C_r}{C_0} \cdot \frac{\left\{ \sum_0^q \sum_1^p \sum_0^s \sum_0^l \sum_0^k pq\beta_{qpslk}^{1/p} G_{qpslk}^{(p-1)/p} [H_s L^{n-}]^{l/p} h^{-k/p} [Me^{Z+}]^{q/p} \right\}}{\left\{ \sum_1^q \sum_0^p \sum_0^s \sum_0^l \sum_0^k qp\beta_{qpslk}^{1/q} G_{qpslk}^{(q-1)/q} [H_s L^{n-}]^{l/q} h^{-k/q} [Me^{(Z-e)+}]^{p/q} \right\}}. \quad (1)$$

В уравнении (1) приняты следующие обозначения:  $f_T^0$  – теоретическая окислительная функция;  $C_T$  – концентрация восстановленной формы металла;  $C_o$  – концентрация окисленной формы металла;  $q$  и  $p$  – число атомов окисленной и восстановленной форм, соответственно;  $s$  – число водородных ионов;  $l$  – число лиганда;  $k$  – число гидроксильных групп;  $\beta_{qpslk}$  – общая константа образования комплекса;  $G_{qpslk}$  – концентрация полиядерных форм;  $H$  – водород;  $L$  – лиганд;  $n$  – ступени ионизации поликарбоновой кислоты;  $Me$  – металл комплексообразователь;  $z$  – заряд металла или редокс лиганда;  $e$  – число электронов.

Экспериментальная окислительная функция  $f_{\xi}^0$  вычисляется по экспериментально измеренным значениям окислительного потенциала согласно следующему выражению:

$$f_{\xi}^0 = \frac{C_r}{C_o} \exp^{(\varphi - \varphi^0)n/\mathcal{S}} \tag{2}$$

В приведенном уравнении приняты следующие обозначения:  $\exp$  – основание натурального логарифма;  $\varphi$  – экспериментально измеряемое значение окислительного потенциала;  $\varphi^0$  – значение стандартного окислительного потенциала;  $n$  – число электронов, участвующих в окислительно-восстановительной реакции, а  $\mathcal{S} = RT/F \cdot 2.303$ .

Прежде чем приступить к расчету равновесий, по результатам найденных составов координационных соединений из зависимостей окислительного потенциала от рН (табл.1) была составлена стехиометрическая матрица, которая приведена в табл. 2, где приняты те же обозначения, что и в уравнении (1). Можно считать, что табл. 2 является химической моделью для расчета равновесий в системе Fe(II,III) - метионин - вода.

Таблица 2

Стехиометрическая матрица расчёта ионного равновесия системы Fe(II,III) -метионин - вода и логарифмы констант образования координационных соединений при 310 К,

$$J=0.1 \text{ моль/л; } C_{\text{Fe(II,III)}}=1 \cdot 10^{-3}, C_{\text{Mei}}=1 \cdot 10^{-2} \text{ моль/л}$$

№п/п	Fe(III)	Fe(II)	H <sup>+</sup>	L <sup>-</sup>	OH <sup>-</sup>	Состав комплексов	$\beta_{qslk}$
	q	p	s	l	k		
1	1	0	0	0	0	Fe(H <sub>2</sub> O) <sup>3+</sup>	$\beta_{10000}$
2	0	1	0	0	0	Fe(H <sub>2</sub> O) <sup>2+</sup>	$\beta_{01000}$
3	1	0	0	0	1	FeOH <sup>+</sup>	$\beta_{10001}$
4	1	0	1	1	0	Fe(III)HL <sup>2+</sup>	$\beta_{10110}$
5	0	1	1	1	0	Fe(II)HL <sup>+</sup>	$\beta_{01110}$
6	1	0	1	2	0	Fe(III)(HL) <sub>2</sub> <sup>+</sup>	$\beta_{10120}$
7	1	0	1	1	1	Fe(III)HLOH <sup>+</sup>	$\beta_{10111}$
8	0	1	1	1	0	Fe(II)HLOH	$\beta_{01110}$
9	0	1	1	2	0	Fe(II)HL(OH) <sub>2</sub>	$\beta_{01120}$
10	1	1	1	2	4	Fe(III)Fe(II)(HL) <sub>2</sub> (OH) <sub>4</sub> <sup>-</sup>	$\beta_{11124}$

Применение окислительной функции основано на приближении теоретической окислительной функции  $f_T^0$  методом итерации до совпадения с экспериментальной  $f_{\xi}^0$  окислительной функцией. Однако, прежде чем приступить к расчету констант равновесия или других ионных равновесий в исследуемой системе, необходимо рассчитать значения экспериментальной окислительной функции, которая вычисляется по уравнению (2). По расчетным значениям экспериментальной окислительной функции строится график зависимости  $f_{\xi}^0$  от рН, который используется для сравнения расчетных



значений  $f_T^0$  (рис.2). Расчеты считаются завершенными, когда теоретическая и экспериментальная зависимости окислительной функции от pH совпадают [3,6].

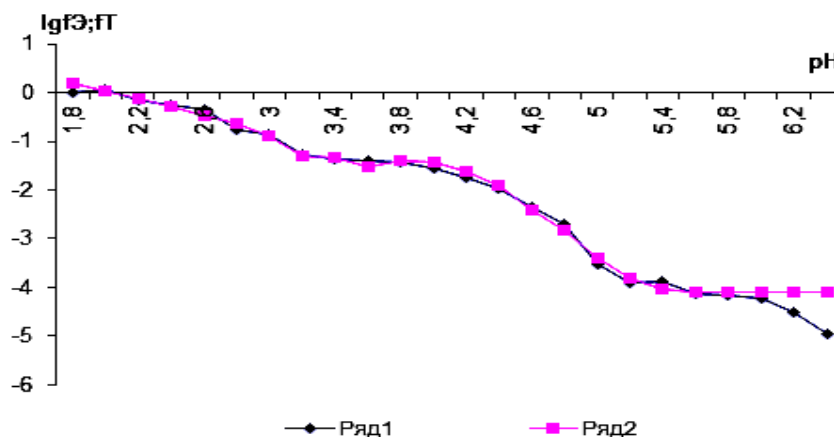


Рис. 2. Зависимость теоретической и экспериментальной окислительной функций от pH при 310 К,  $J=0.1$  моль/л;  $C_{Fe(II,III)}=1 \cdot 10^{-3}$  моль/л,  $C_{Met}=1 \cdot 10^{-2}$  моль/л

Таким образом, с помощью уравнений (1,2) в исследованной системе можно определить константы устойчивости всех комплексных форм в установленных равновесиях (табл. 3).

Таблица 3

Значения логарифмов констант образования, образующихся в системе Fe(II,III) - метионин - вода

№ n/n	Состав комплексов	Логарифмы константы образования
1	Fe(III) OH	-2.31 ± 0.02
2	Fe(III)HL	5.31 ± 0.04
3	Fe(III)(HL) <sub>2</sub>	7.75 ± 0.001
4	Fe(III)HLOH	-0.49 ± 0.04
5	Fe(II)HL	5.83 ± 0.001
6	Fe(II)HLOH	-0.83 ± 0.09
7	Fe(II)HL(OH) <sub>2</sub>	-0.89 ± 0.1
8	Fe(III)Fe(II)(HL) <sub>2</sub> (OH) <sub>4</sub>	10.4 ± 0.013

Молярные доли в виде диаграммы распределения свободных и связанных в координационные соединения в системе Fe(II,III)-метионин – вода приведены на рис.3 и 4.

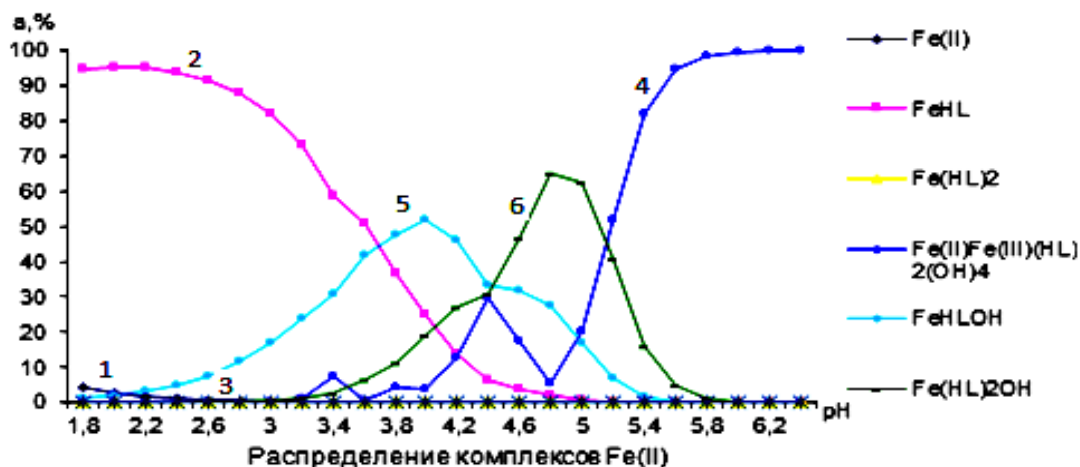


Рис. 3. Диаграммы распределения свободных и связанных в координационные соединения ионов Fe(II): 1 – Fe(II), 2 – [Fe(II)HL]<sup>+</sup>, 3 – [Fe(II)(HL)<sub>2</sub>]<sup>+</sup>, 4 – [Fe(III)Fe(II)(HL)<sub>2</sub>(OH)<sub>4</sub>], 5 – [Fe(II)HLOH], 6 – [Fe(II)(HL)<sub>2</sub>OH].

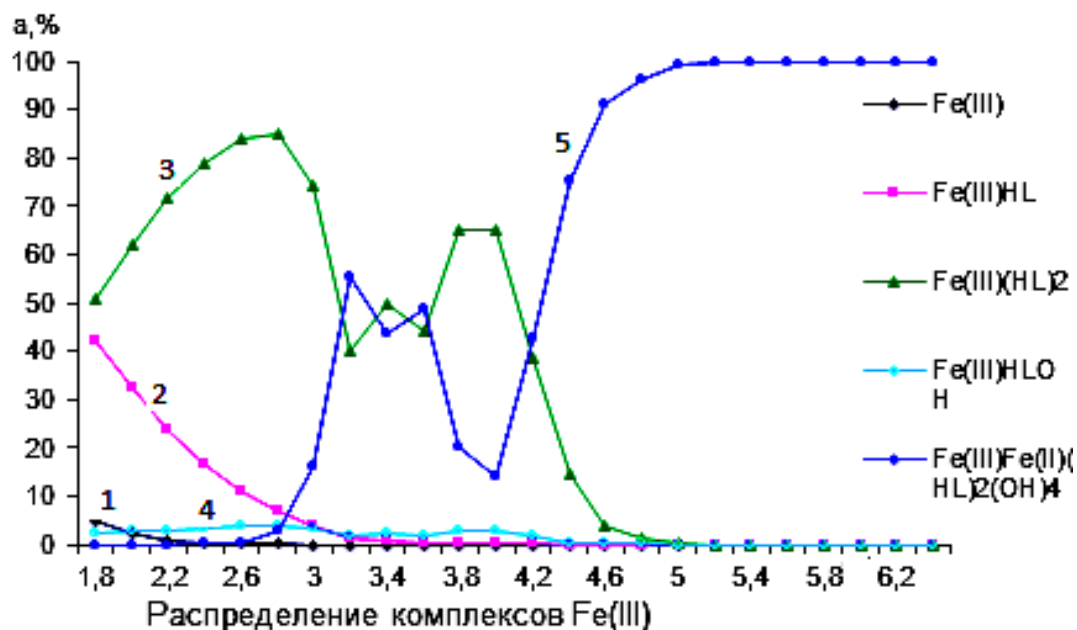


Рис. 4. Диаграммы распределения свободных и связанных в координационные соединения ионов Fe(III): 1 – Fe(III), 2 –  $[\text{Fe(III)HL}]^+$ , 3 –  $[\text{Fe(III)(HL)}_2]^+$ , 4 –  $[\text{Fe(III)HLOH}]$ , 5 –  $[\text{Fe(III)Fe(II)(HL)}_2(\text{OH})_4]^-$ .

Анализ представленной диаграммы распределения показывает, что при увеличении pH растворов в исследуемой системе постепенно формируются различные по составу, устойчивости и областям доминирования координационные частицы.

Таким образом, установлено, что в системе Fe(II,III) - метионин - вода в интервале pH 2.0÷6.0, при температуре 310 К, ионной силе 0.10 (моль/л) при ионном равновесии находятся следующие координационные частицы:  $[\text{Fe(II)OH}]^+$ ,  $[\text{Fe(III)HL}]^{2+}$ ,  $[\text{Fe(III)(HL)}_2]^+$ ,  $[\text{Fe(III)HLOH}]^+$ ,  $[\text{Fe(II)HL}]^+$ ,  $[\text{Fe(II)(HL)}_2\text{Fe(II)HLOH}]$ ,  $[\text{Fe(II)HL}(\text{OH})_2]$ ,  $[\text{Fe(III)Fe(II)(HL)}_2(\text{OH})_4]^-$

Состав новых координационных соединений установлен методами оксидметрии, а константы образования и области доминирования комплексов в системе Fe(II,III)-метионин - вода определены с помощью окислительной функции Юсуфова.

Поступило 25.10.2022 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Машковский М.Д. Лекарственные средства, т.1. – М.: Новая волна, 2000, с.123-124.
2. Комов В.П., Шведова В.Н. Биохимия. – М.: Дрофа, 2004, с. 26-28.
3. Юсупов З.Н. Применение оксидметрии к изучению гетеровалентного и гетероядерного комплексобразования. – Координационные соединения и аспекты их применения. – Душанбе: Сино, 1996, с. 5-10.
4. Никольский Б.П., Пальчевский В.В. Оксидметрия. – Л.: Химия, 1975, 304 с.
5. Шарло Г. Методы аналитической химии. Количественный анализ неорганических соединений. – М.: Химия, 1965, 930 с.
6. Раджабов У.Р., Рахимова Р.Н., Ёрмамадова С.Г. Азольные координационные соединения Fe и Zn, их биологические свойства. – Вестн.ТНУ. – Душанбе: Сино, 2014, 1/4(153), с. 62-66.

А.М.Мадиномов, У.Раджабов, С.Г.Ёрмамадова\*, И.У.Камолова\*

## ПАЙВАСТАГИҶОИ ОҶАН(II,III) БО МЕТИОНИН

*Донишгоҳи давлатии тиббии Тоҷикистон ба номи Абӯалӣ ибни Сино,*

*\*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Дар асоси маълумотҳои оксиметрия нишон дода шудааст, ки дар системаи оҳан(II,III) - метионин - об бо қувваи ионии 0,1 моль/л ( $\text{Na}_2\text{SO}_4$ ) ва ҳарорати 310 К оҳан(II,III) дар маҳлулҳои обӣ комплексҳои бо метионин ҳосил мешаванд:  $[\text{Fe(II)HL}]^+$ ,  $[\text{Fe(II)HLOH}]$ ,  $[\text{Fe(II)HL(OH)}_2]^-$ ,  $[\text{Fe(III)HL}]^{2+}$ ,  $[\text{Fe(III)(HL)}_2]^+$ ,  $[\text{Fe(III)HLOH}]^+$ ,  $[\text{Fe(III)Fe(II)(HL)}_2(\text{OH})_4]^-$ . Барои комплексҳои гузошташуда константаҳои устуворӣ ҳисоб карда, диаграмма тартиб дода шудаанд.

**Калимаҳои калидӣ:** оҳан(II,III), метионин, потенциали оксидкунанда, функсияи оксидони.

A.M.Madinomov, U.Radjabov, S.G.Yormamadova\*, I.U.Kamolova\*

## IRON(II,III) COMPOUNDS WITH METHIONINE

*Avicenna Tajik State Medical University,*

*\*Tajik National University*

On the basis of oximetry data, it was shown that in the iron(II,III) - methionine - water system at an ionic strength of 0.1 mol/l ( $\text{Na}_2\text{SO}_4$ ) and a temperature of 310 K, the following iron(II,III) complexes with methionine are formed in aqueous solutions:  $[\text{Fe(II)HL}]^+$ ,  $[\text{Fe(II)HLOH}]$ ,  $[\text{Fe(II)HL(OH)}_2]^-$ ,  $[\text{Fe(III)HL}]^{2+}$ ,  $[\text{Fe(III)(HL)}_2]^+$ ,  $[\text{Fe(III)HLOH}]^+$ ,  $[\text{Fe(III)Fe(II)(HL)}_2(\text{OH})_4]^-$ . For the installed complexes, the stability constants were calculated and a diagram was drawn up.

**Key words:** iron (II,III), methionine, oxidizing potential, oxidizing function.

### Сведения об авторах:

**А.М.Мадиномов** – соискатель кафедры фармацевтической и токсикологической химии Таджикского государственного медицинского университета им. Абуали ибн Сино;

**Раджабов Умарали** – доктор химических наук, профессор, заведующий кафедрой фармацевтической и токсикологической химии Таджикского государственного медицинского университета им. Абуали ибн Сино;

**Ёрмамадова Саврибегим Гулмамадовна** – кандидат химических наук, доцент кафедры прикладной химии Таджикского национального университета;

**Камолова Иlima Усмоновна** – докторант (PhD) кафедры физической и коллоидной химии Таджикского национального университета.

УДК 546+621.78

М.М.Тагоев, А.М.Исоев, К.И.Нематуллоев, С.К.Кодирзода, С.М.Досаев

## ТЕРМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ МИНЕРАЛЬНЫХ РУД ТАДЖИКИСТАНА, СОДЕРЖАЩИХ БОР, АЛЮМИНИЙ И ЖЕЛЕЗО

*Институт химии им. В.И.Никитина АН Республики Таджикистан*

*(Представлено академиком НАН Таджикистана У.М.Мирсаидовым 03.10.2022 г.)*

*В статье приведены результаты термического анализа борного алюмосиликатного и железосодержащего сырья (магнетита) Таджикистана.*

**Ключевые слова:** дифференциально-термический анализ, борное сырьё, алюмосиликатные руды, магнетит.

Термическая устойчивость отдельных видов борного и алюмосиликатного сырья изучена в работах [1-6].

Термограмма борного сырья Ак-Архарского месторождения с различными содержаниями  $B_2O_3$  имеет эндотермические эффекты при 780 и 950°C при скорости нагрева 7°C. Термическая устойчивость концентрата боросиликатного сырья имеет более сложный характер, по-видимому, это связано с увеличением доли некоторых минералов типа датолита, данбурита, кварца и др. [6].

Термограммы алюмосиликатных руд также отличаются друг от друга [7, 8]. Наиболее сложный характер имеет термограмма нефелиновых сиенитов месторождения Турпи [6], где наблюдаются процессы спекания минералов и фазовых превращений. При более высоких температурах наблюдается переход нефелина в корнегит.

В работах [8, 9] представлены термограммы аргиллита, каолина, сиаллита, которые имеют более простой вид, чем нефелиновые сиениты. Во всех указанных работах были использованы дериватографы с параметрами выпуска 1970-1980 гг., которые сильно зависели от скорости нагрева образцов.

В настоящей работе изучена термическая устойчивость минерального сырья Таджикистана: боросиликатов, алюмомагнетитов и магнетитов.

Характеристики минеральных руд приведены в табл.1-3.

Таблица 1

Химический состав борной руды Ак-Архарского месторождения

Содержание, мас%	Компоненты												
	$B_2O_3$	$SiO_2$	$Al_2O_3$	$Fe_2O_3$	FeO	CaO	MgO	$TiO_2$	MnO	$K_2O$	$Na_2O$	$P_2O_5$	П.п.п.
	10.4	59.8	1.27	2.2	1.39	19.6	0.75	0.15	0.29	0.1	0.03	0.11	3.91

В работе использован дериватограф Labsys Evo-1600 фирмы Setaram (рис.1). Ниже приводим полную характеристику прибора.

**Адрес для корреспонденции:** Тагоев Муродбек Махмадалиевич. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2, Институт химии НАНТ, E-mail: murodbek.tagoev@mail.ru

LabSys Evo — современный дериватограф (синхронный термический анализатор). Он совмещает в себе одновременное проведение термогравиметрии и дифференциальной сканирующей калориметрии (ТГА-ДТА/ДСК, TG-DTA/DSC) и обладает наилучшей чувствительностью и точностью анализа. LabSys Evo – дериватограф с TG весами точностью 0.01 мг и 3D (Calvet) DSC сенсором теплоты и печью с обогревом до 1600°C и водяным охлаждением. Чувствительность 3D сенсора 0.5 мВ/мВт, высокие скорости нагрева/охлаждения печи 100°C/мин (минимальный 0.1°C/мин), точность измерения Ср достигает значения 2% во всем температурном диапазоне. 3D Ср (Calvet) сенсор состоит из 10 термопар, полностью окружающих образец.

Таблица 2

Химический состав аргиллитов месторождений Зидды и Чашма-Санг,  
каолиновых и зелёных глин Чашма-Санга

	Содержание компонентов, мас%			
	Месторождение:			
	Зидды / Аргиллит	Чашма-Санг / Аргиллит	Чашма-Санг / Каолиновая глина	Чашма-Санг / Зелёная глина
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	19.75	31.6	24.8	20.38
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	4.99	8.74	10.98	11.97
SiO <sub>2</sub>	60	42.86	49.9	51.3
Na <sub>2</sub> O	0.1	0.1	0.3	1
K <sub>2</sub> O	1.2	2.95	2.65	2.45
CaO	1	1	1	0.5
MgO	1	1	1.1	1
Ti	0.6	0.6	1.8	1.8
Pb	-	0.001	-	-
Ba	0.3	0.3	-	0.3
Cu	0.01	0.01	0.01	0.03
Cr	0.03	0.03	-	0.003
Ni	0.001	0.003	-	-
V	0.01	0.01	0.01	0.01
Zn	0.3	0.3	0.01	0.03
П.п.п	10	10.5	6.3	8.4

Таблица 3

Минералогический состав аргиллитов месторождений Зидды и Чашма-Санг,  
каолиновых и зелёных глин Чашма-Санга

Зидды	Чашма-Санг	Чашма-Санг	Чашма-Санг	
Аргиллит	Аргиллит	Каолиновая глина	Каолиновая глина	
Каолинит	Каолинит	Каолинит	Каолинит	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ·2SiO <sub>2</sub> ·2H <sub>2</sub> O
Гематит	Гематит	Гематит	Гематит	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>
-	-	Гётит	Гётит	FeO(OH)
Кварц	Кварц	Кварц	Кварц	SiO <sub>2</sub>
Монтмориллонит	Монтмориллонит	Монтмориллонит	Монтмориллонит	M(OH)Si <sub>8</sub> Al <sub>4</sub> O <sub>20</sub> ·nH <sub>2</sub> O (M=Na, K, Ca)
Иллит	-	Иллит	Иллит	KAl <sub>2</sub> (OH) <sub>2</sub> [AlSi <sub>3</sub> O <sub>10</sub> ]·nH <sub>2</sub> O
-	-	Гидрар-гиллит	Гидрар-гиллит	Al(OH) <sub>3</sub>
-	-	Гидрослюда	Гидрослюда	(Na)Al <sub>2</sub> (AlSi <sub>3</sub> )· O10 [(OH) <sub>2</sub> · H <sub>2</sub> O]

Имеется возможность использовать корундовые и платиновые тигли объёмом 0.1 мл при различных газовых средах (воздух, азот, кислород, гелий, аргон, водород и другие или их смеси).

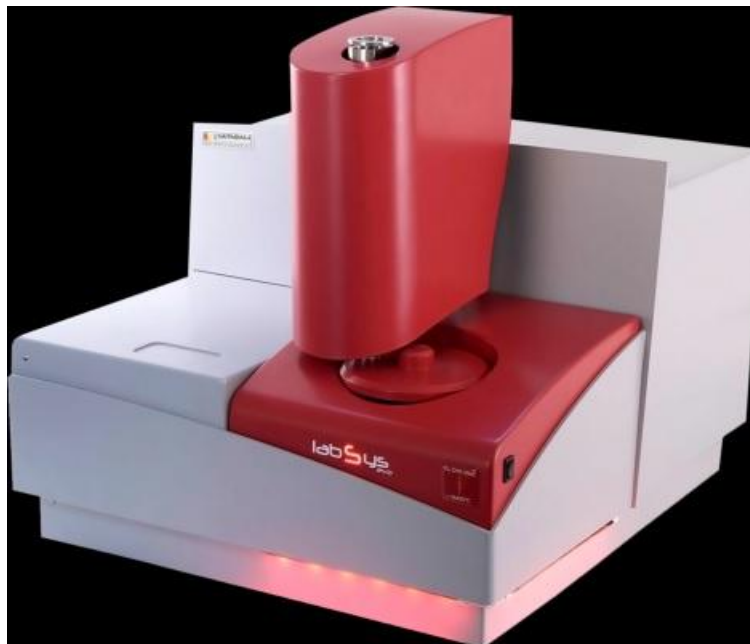


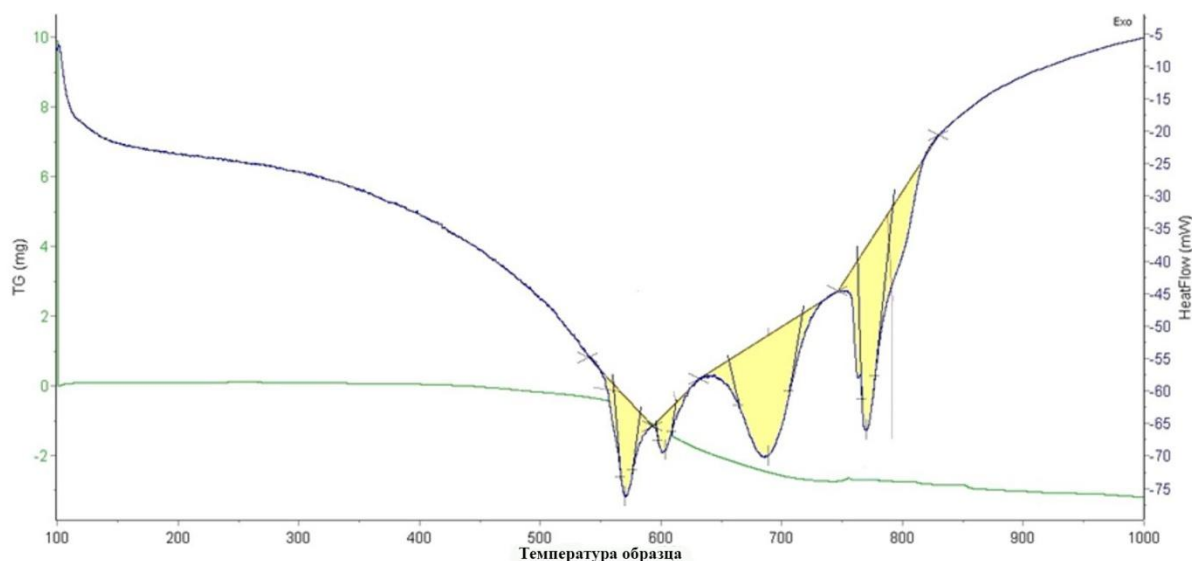
Рис. 1. Дериватограф LabSys Evo-1600 фирмы Setaram.

DSC (ДСК) - Дифференциальная сканирующая калориметрия.

Технические характеристики: температурный диапазон от комнатной до 1600°C; изотермальная точность  $\pm 1^\circ\text{C}$ , скорость изменения температуры от 0.01 до 100°C/мин; скорость охлаждения печи 32 мин (от 1600 до 50°C); максимальная нагрузка 20 г; диапазон взвешивания  $\pm 1000$  мг и  $\pm 200$  мг; точность взвешивания  $\pm 0.01\%$ ; чувствительность TG: 0.2 и 0.02 мг; пробоподатчик (опционально): 30 рабочих образцов и 6 образцов сравнения; разрешение DSC 0.4 мВт/10 мВт в зависимости от типа сенсора; точность измерения  $C_p$  (3D стержень) 2%; вакуум:  $<10^{-1}$  мбар; анализ газа (опционально): подключение MS и FTIR; газы: два входа для рабочих газов; опционально: два контроллера потока для точной подачи и смешения до 4 газов; питание: 220 В, габариты и вес: 56x53x58 см, 55 кг.

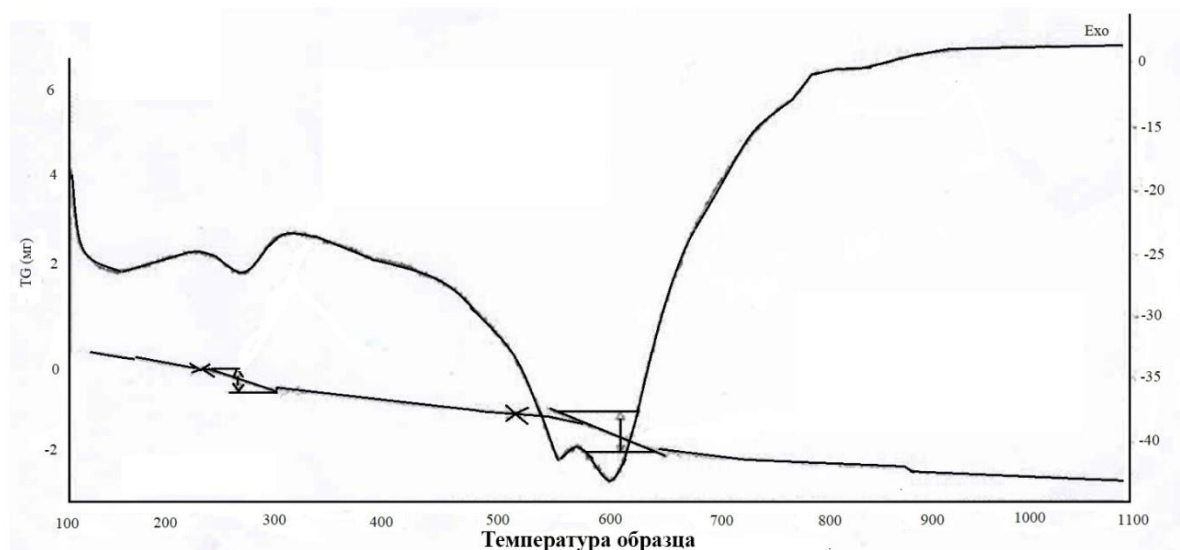
LabSys Evo позволяет использовать различные типы стержней для отдельных и одновременных измерений DSC, DTA, TG. DTA: 1200 или 1600°C, тигли 20, 100, 160 мл из алюминия,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , платины. DSC: 800 или 1600°C, тигли 75, 100, 110 мл из алюминия,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , платины. TG: 1600°C, тигли 400 и 500 мл из  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , платины.

Так как в составе борного сырья содержится 10-20% данбурита (или датолита) и устойчивость минерала в зависимости от состава сырья характеризуется широким температурным диапазоном и поэтому в термограмме наблюдается глубокий эндозффект при 570°C, который соответствует плавлению кварца (рис.2), и последующие эндозффекты, по-видимому, соответствуют плавлению минералов борного сырья (данбурита и датолита).



**Рис. 2.** Дериватограмма борного сырья Ак-Архарского месторождения с указанием тепловых эффектов (нагрев до 1000°C, при скорости 15 К/мин в течение 60 минут).

Термограмма магнетита ( $\text{Fe}_3\text{O}_4$ ) характеризуется эндозффектами при 225, 521 и 606°C (рис.3). Эндозффект при 225°C характеризуется удалением связанной гидратированной воды, а эндозффекты при 521 и 606°C характеризуются фазовыми превращениями магнетита, который теряет свои магнитные свойства. Сам минерал магнетит плавится при температуре свыше 1600°C.



**Рис. 3.** Магнетит (масса 86.68 мг,  $t=1100^\circ\text{C}$ , скорость нагрева 10 К/мин, 1 ч 40 мин).

На рис.4-6 представлены термограммы алюмосиликатных руд – зелёной глины, каолиновой глины, аргиллита.

На рис.4 представлена термограмма алюмосиликата – зелёной глины. Образец имеет зелёный цвет из-за присутствия в нём незначительных количеств кобальта. Термограмма образца снята при скорости нагрева 10°К/мин и наблюдается широкий эндозффект при 438-585°C, который свидетельствует о фазовом превращении каолинита. Термограммы других алюмосиликатных руд – каолиновой

глины (рис.5) и аргиллита (рис.6) также имеют глубокие эндоэффекты при 339-671°C (каолиновая глина) и 467-634°C (аргиллит).

Полученные данные по термическому анализу показывают, что при средней скорости нагрева 10 К/мин фиксируются основные эффекты бор- и алюмосиликатных руд. Распад магнетита имеет более сложный характер, что связано с фазовыми превращениями и изменением свойств магнетита.

Полученные результаты показывают, что метод ДТА может быть эффективен при выборе режимов спекания сырья с другими реагентами.

Исследование образцов сырья методом ДТА показало для всех образцов наличие эффекта при низких температурах, соответствующего удалению кристаллизационной воды, а эндоэффекты при более высоких температурах указывают на фазовые превращения и взаимодействие минералов в составе руды.

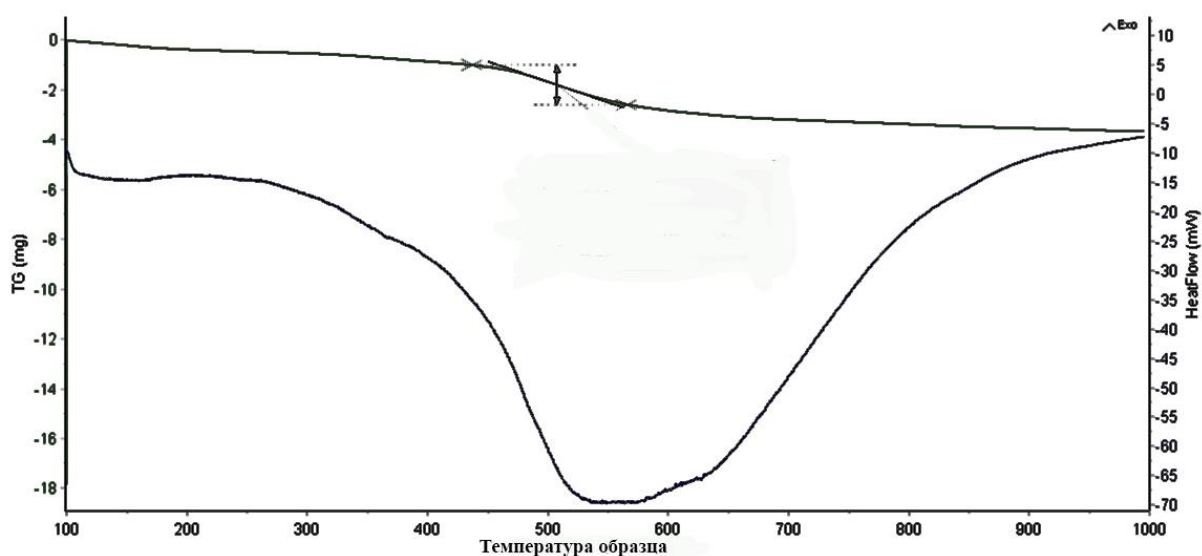


Рис. 4. Термограмма алюмосиликатного сырья – зелёной глины (масса 45.58 мг, t=1000°C).

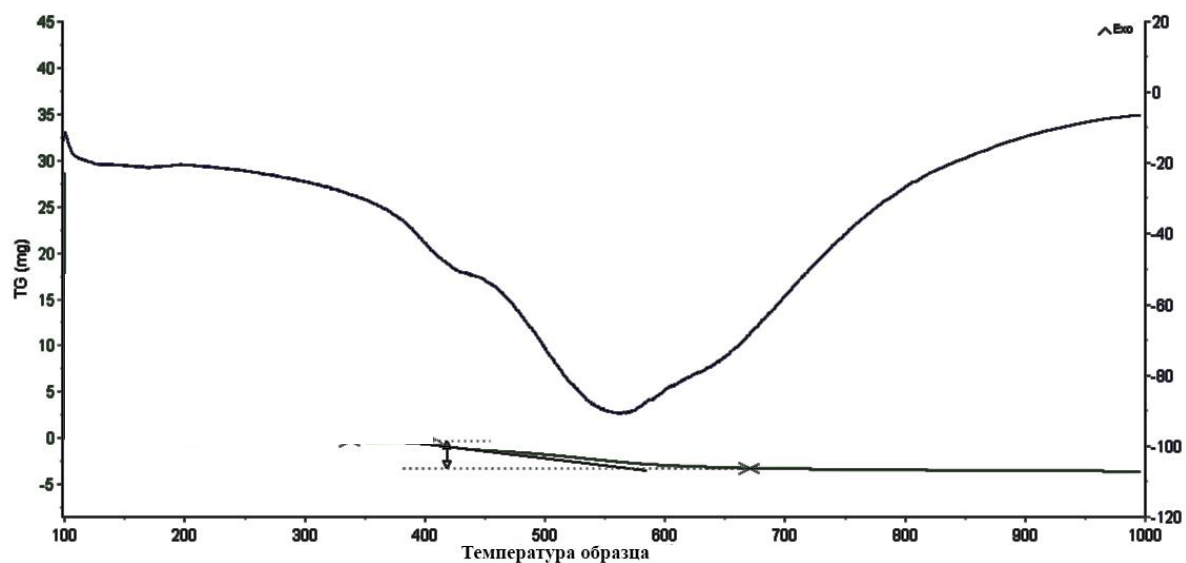


Рис. 5. Термограмма алюмосиликатной руды – каолиновой глины (масса 53.48 мг, t=1000°C).



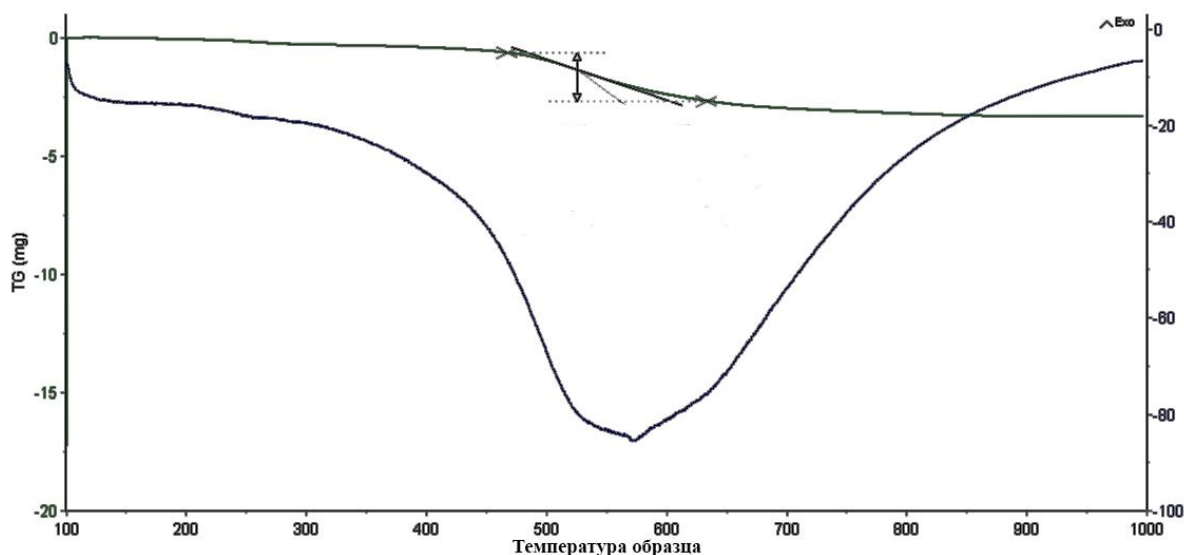


Рис. 6. Термограмма аргиллита месторождения Зидды (масса 54.23 мг,  $t=1000^{\circ}\text{C}$ ).

Поступило 03.10.2022 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лайнер Ю.А. Комплексная переработка алюминийсодержащего сырья кислотными способами. – М.: Наука, 1982, 208 с.
2. Китлер И.Н., Лайнер Ю.А. Нефелины – комплексное сырьё алюминиевой промышленности. – М.: Наука, 1962, 237 с.
3. Пономарев В.Д., Сажин В.С., Ни Л.П. Гидрохимический щелочной способ переработки алюмосиликатов. – М.: Metallurgy, 1964, 112 с.
4. Сажин В.С., Новые гидрохимические способы комплексной переработки алюмосиликатных и высококремнистых бокситов. – М.: Metallurgy, 1988, 213 с.
5. Ни Л.П., Райзман В.Л. Комбинированные способы переработки низкокачественного алюминиевого сырья. – Алма-Ата: Наука, 1988, 256 с.
6. Ткачев К.В., Плышевский Ю.С. Технология неорганических соединений бора. – Л.: Наука, 1983, 208 с.
7. Мирсаидов У.М., Мирзоев Д.Х., Бобоев Х.Э. Комплексная переработка аргиллитов и каолиновых глин Таджикистана. – Душанбе: Дониш, 2016, 92 с.
8. Мирсаидов У.М., Мирзоев Д.Х., Бобоев Х.Э. Комплексная переработка аргиллитов и каолиновых глин Таджикистана. – Душанбе: Дониш, 2016, 92 с.
9. Бобоев Х.Э. Кислотное разложение каолиновых глин и сиаллитов: Дисс. к.х.н. – Душанбе, 1996, 19 с.

М.М.Тағоев, А.М.Исоев, Қ.И.Нематуллоев, С.К.Кодирзода, С.М.Досаев

**УСТУВОРИИ ҲАРОРАТИИ МИНЕРАЛҲОИ КОНҲОИ ТОҶИКИСТОН,  
КИ ДАР ТАРКИБАШОН БОР, АЛЮМИНИЙ ВА ОҲАН ДОРАНД.**

*Институти химияи ба номи В.И.Никитини Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон*

Дар мақола натиҷаҳои таҳлили ҳароратии ашёи хоми алюмосиликати бор ва оҳандори (магнетит) Тоҷикистон оварда шудааст.

*Калимаҳои калидӣ: таҳлили дифференсиалии ҳароратӣ, ашёи хоми бордор, маъданҳои алюмосиликат, магнетит.*

M.M.Tagoev, A.M.Isoev, K.I.Nematulloev, S.K.Kodirzoda, S.M.Dosaev

**THERMAL STABILITY OF TAJIKISTAN MINERAL ORES, CONTAINING  
BORON, ALUMINUM AND IRON**

*V.I.Nikitin Institute of Chemistry of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

The article presents the results of thermal analysis of boron aluminum silicate and iron-containing (magnetite) raw materials of Tajikistan.

*Key words: differential thermal analysis, boron raw materials, aluminosilicate ores, magnetite.*

УДК 669.7:546.27

А.М.Исоев, М.М.Тагоев, П.М.Ятимов, А.С.Курбонов, Р.С.Ёрмадов

**ОСОБЕННОСТИ ХЛОРИРОВАНИЯ ОТДЕЛЬНЫХ МИНЕРАЛОВ  
БОРОСИЛИКАТНЫХ РУД***Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана**(Представлено академиком НАН Таджикистана У.М.Мирсаидовим 07.10.2022 г.)*

*В статье приводятся результаты хлорного разложения отдельных минералов боросиликатных руд Ак-Архарского месторождения Таджикистана. Найдены рациональные параметры процессы хлорирования данбурита и датолита. Показано, что данбурит хлорируется при более мягких условиях, чем датолит. Представлена схема установки для получения трёххлористого бора.*

**Ключевые слова:** хлорирование, данбурит, датолит, борная руда, степень извлечения, трёххлористый бор.

Для переработки борной руды наряду с кислотными методами [1-3] перспективным считается хлорная технология с получением трёххлористого бора - ценного продукта для химической промышленности.

Физико-химические свойства боратов, синтез боратов в водных растворах, технология получения неорганических соединений бора исследованы в работах [4-8].

В работах [9-12] определены условия хлорного разложения боросиликатных руд. В этих работах установлены наиболее рациональные параметры процесса: предварительный обжиг при температуре 950°C и продолжительности хлорирования 60 минут в присутствии восстановителя. Исследована кинетика процесса хлорирования борной руды хлором, вычислена энергия активации процесса и разработана принципиальная технологическая схема комплексной переработки борной руды месторождения Ак-Архар хлорным методом.

В настоящей работе исследовано хлорирование отдельных минералов Ак-Архарского месторождения Таджикистана.

Необходимым условием осуществления процесса хлорирования указанного сырья является присутствие углеродистого восстановителя. Высокие требования предъявляются к исходному сырью по содержанию влаги, поскольку её присутствие при хлорировании влечёт за собой дополнительный расход хлора. На процесс хлорирования существенное влияние оказывает минералогический состав сырья, температура, размер частиц.

Определенный научный и практический интерес представляет изучение условий хлорирования отдельных минералов, выделенных из состава боросиликатной руды. Выделение фракций минералов из состава борной руды осуществлялось в лаборатории ПО «Таджикгеология» и достоверность их подтверждена химическим, рентгенофазовым и кристаллооптическим методами. К основным ми-

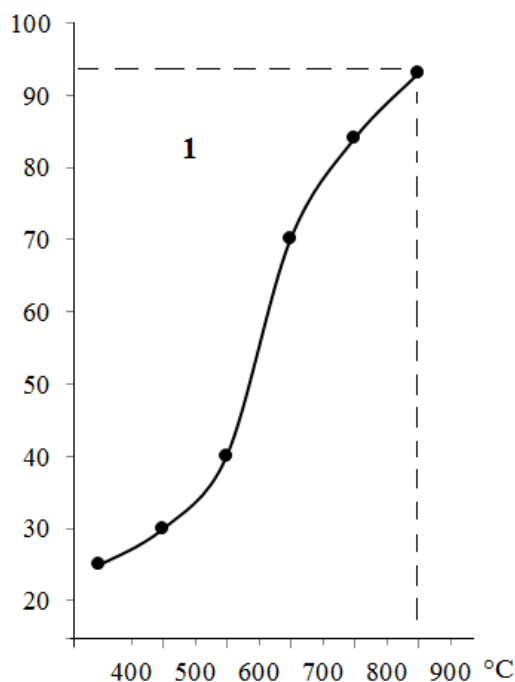
нералам, входящим в состав указанных боросиликатных руд относятся: данбурит, датолит, пироксен, кварц, кальцит, гранат.

При хлорировании борной руды ранее были найдены оптимальные условия хлорирования: содержание угля в шихте 50%, температура 800°C, продолжительность 1.5 часа, расход хлора 20-40 мл/мин, размер частиц 0.1 мм, при которых достигнута максимальная степень хлорирования оксидов (в%):  $V_2O_3$  – 92%,  $Fe_2O_3$  – 99%,  $Al_2O_3$  – 85%.

Хлорирование минералов, входящих в состав боросиликатных руд, проводили в интервале 400-900°C. Результаты анализов по извлечению боридов для данбурита и датолита приведены на рис.1 и 2.

Значения степени хлорирования минерала данбурита (рис.1) показывают, что хлорирование начинается при 400°C и увеличении температуры до 850°C, достигает 92% при продолжительности процесса 1.5 часа, содержании восстановителя 50% от веса руды.

Хлорирование датолита (рис.2) протекает при более высоких температурах от 450 до 950°C и степень извлечения оксидов составляет 85%.



**Рис. 1.** Зависимость степени извлечения  $VCl_3$  от температуры (продолжительность процесса 1.5 часа) для данбурита.

Как показывает опыты, датолит в отличие от данбурита является трудновскрываемым, так как, по-видимому, имеет жёсткую кристаллическую структуру.

Анализ степени хлорирования минералов, входящих в состав борной руды, указывает на более лёгкую вскрываемость данбурита, при которой значения степени извлечения достигают 92%.

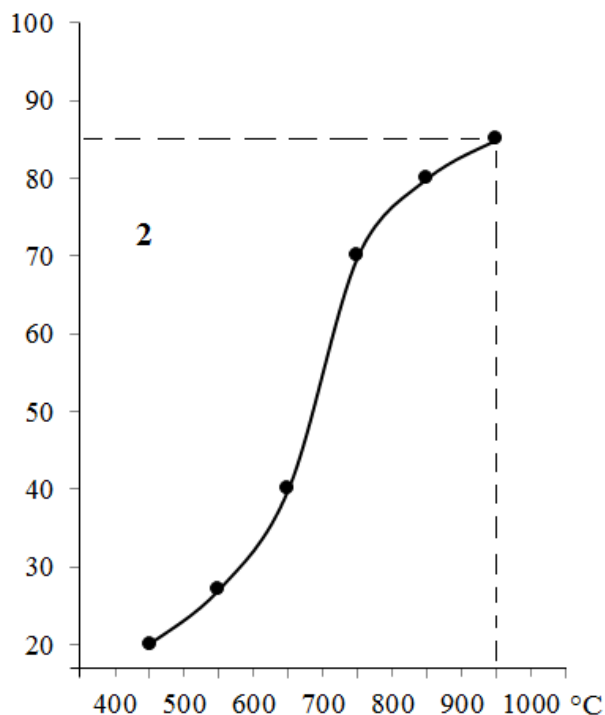


Рис. 2. Зависимость степень извлечения  $\text{BCl}_3$  от температуры: (продолжительность процесса 1.5 часа) для датолита.

Для хлорирования минералов боросиликатной руды Ак-Архарного месторождения использовали модернизированную схему (рис.3).



Рис. 3. Схема хлорирования данбурита и датолита.

Для получения  $\text{BCl}_3$  сначала проводили хлорирование при температуре  $350-450^\circ\text{C}$  для удаления  $\text{FeCl}_3$ , затем при более высоких температурах  $750-850^\circ\text{C}$  получали  $\text{BCl}_3$ .

Таким образом, на степень хлорирования компонентов, входящих в состав минералов, вероятно, оказывает влияние не только фазовый состав и кристаллическая структура исходного минерала, но и физико-химические свойства образующихся хлоридных соединений.

Поступило 10.10.2022 г.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Мирсаидов У.М., Курбонов А.С., Маматов Э.Дж. Кислотное разложение боросиликатных руд. – Душанбе: Дониш, 2015, 91 с.
2. Ашуров Н.А., Маматов Э.Дж., Курбонов А.С. Сернокислотное разложение данбурита. – ДАН РТ, 2008, т.51, №6, с.432-435.
3. Мирсаидов У.М., Курбонов А.С., Маматов Э.Дж. Изучение борного ангидрида из боросиликатных руд. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2015, №2(158), с.21-25.
4. Николаев А.В. Физико-химическое изучение природных боратов. – М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1947, 240 с.
5. Кешан А.Д. Синтез боратов водном растворе и их исследование. – Рига: Изд-во АН ЛатвССР, 1955, 240 с.
6. Kemp P.H. The Chemistry of the Borates. Pt. I. – London, 1956, 90 p.
7. Года Г.К. Синтез боратов. Ч.1. – Рига, 1971, 58 с.
8. Ткачев К.В., Плышевский Ю.С. Технология неорганических соединений бора. – Л.: Химия, 1983, 208 с.
9. Ашуров Н.А., Маматов Э.Дж., Курбонов А.С., Ятимов П.М., Мирсаидов У.М. Хлорирование данбурита месторождения Ак-Архар (Таджикистан). – ДАН РТ, 2009, т.52, №2, с.116-119.
10. Мирсаидов У.М., Ятимов П.М., Маматов Э.Дж., Кобулиев З.В., Назаров Ш.Б. Хлорирование предварительно обожжённого концентрата данбурита и расчёт кинетических параметров. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. наук, 2013, №2(151), с.79-84.
11. Мирсаидов У.М., Ятимов П.М., Маматов Э.Дж., Кобулиев З.В., Курбонбеков А. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2014, №1(154), с.84-87.
12. Ашуров Н.А., Ятимов П.М., Маматов Э.Дж. Хлорирование исходного данбурита месторождения Ак-Архар. – Вестник Таджикского национального университета, серия естественных наук, 2014, №3(134), с.120-124.

**А.М.Исоев, М.М.Тағоев, П.М.Ятимов, А.С.Қурбонов, Р.С.Ёрмадов**

**ХУСУСИЯТҲОИ ХЛОРОНИДАНИ МИНЕРАЛҲОИ АЛОҲИДАИ  
МАЪДАНҲОИ БОРОСИЛИКАТӢ**

*Институт химияи ба номи В.И.Никитии АМИ Тоҷикистон*

Дар мақола натиҷаҳои хлоронидани минералҳои алоҳидаи маъдани боросиликати кони Ак-Архари Тоҷикистон оварда шудааст. Параметрҳои рақсонии раванди хлоронидани данбурит ва датолит ёфт шудааст. Нишон дода шудааст, ки хлоронидани данбурит назар ба датолит дар шароитҳои нисбатан камтар меғузарад. Нақшаи кории ба даст овардани сеҳлориди бор пешниҳод шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** *хлоронидан, данбурит, датолит, маъдани бор дошта, дараҷаи ҷудошавӣ, сеҳлориди бор.*

A.M.Isoev, M.M.Tagoev, P.M.Yatimov, A.S.Kurbonov, R.S.Yormadov

## FEATURES OF CHLORINATION OF INDIVIDUAL MINERALS OF BOROSILICATE ORES

*V.I.Nikitin Institute of Chemistry of the National Academy of Sciences of Tajikistan*

In this article presents the results of chlorine decomposition of individual minerals of borosilicate ores of the Ak-Arkhar deposit in Tajikistan. Rational parameters for the processes of chlorination of danburite and datolite are found. It has been shown that danburite is chlorinated under lower conditions than datolite. A scheme of a plant for the production of boron trichloride is presented.

**Key words:** *chlorination, danburite, datolite, boron ore, extraction degree, boron trichloride*

УДК 663.28:667.662:32

К.И.Кобраков, Д.Н.Кузнецов, Н.А.Тошходжаев\*, К.Г.Алексамян, Н.Ю.Совостьянов,

В.С.Селезнев, М.С.Мухамеджанов\*\*

**СИНТЕЗ И НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА “НЕБЕНЗИДИНОВЫХ”  
БИСАЗОКРАСИТЕЛЕЙ, СОДЕРЖАЩИХ ФРАГМЕНТ  
2,4,6-ТРИГИДРОКСИТОЛУОЛА**

*Российский государственный университет им. А.Н.Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство),**\*Худжандский политехнический институт Таджикского технического университета**им. академика М.С.Осими,**\*\*Худжандский государственный университет им. академика Б.Гафурова**(Представлено академиком НАН Таджикистана Д.Х.Халиковым 18.10.2022 г.)*

Приведены данные по синтезу и некоторым свойствам серии бисазокрасителей “небензидинового” типа, содержащих в структуре фрагменты 2,4,6-тригидрокситолуола. Показана возможность и перспективы использования синтезированных соединений в качестве пигментов для колорирования текстильных материалов. Выявлена высокая термостабильность изученных азопигментов. Проведена оценка методом *in silico* химико-фармацевтических свойств и токсичности синтезированных соединений в сравнении с их бензидиновыми аналогами, а также обсуждается влияние на изученные свойства фрагмента 2,4,6-тригидрокситолуола.

**Ключевые слова:** 2,4,6-тригидрокситолуол, азокрасители, азопигменты, 3,4'-диаминобензофеноны, токсичность, термостойкость, фармакологические свойства.

Настоящая работа выполнена с целью оценки возможности дизайна и синтеза бисазосоединений, потенциальных азокрасителей и азопигментов, которые обладали бы колористическими и технологическими свойствами на уровне бензидиновых красителей, но имели меньшие по сравнению с последними токсические свойства.

Для синтеза целевых продуктов в качестве диазосоставляющей использовали диаминобензофеноны **1-5** и их структурные аналоги **6,7**, имеющие “мостиковые” группы, что, как известно, снижает канцерогенные свойства диаминов и их производных. Для красителей, полученных из подобных диаминов, даже появился термин “небензидиновые” красители [1].

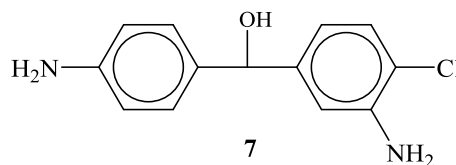
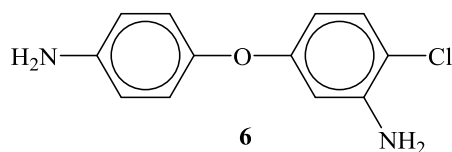
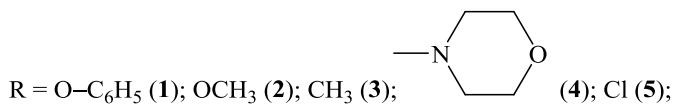
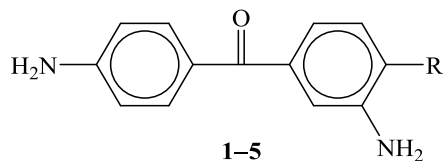
В качестве азосоставляющей нами использовался 2,4,6-тригидрокситолуол (ТГТ), ставший после разработки способа его получения в ИПХЭТ СО РАН из 2,4,6-тринитротолуола (ТНТ), доступным и недорогим прекурсором.

Ранее нами в процессе работ по превращению ТНТ в сырьё двойного назначения было показано, что ТГТ является перспективной базовой структурой для синтеза красителей и пигментов, обладающих комплексом практически важных свойств [2-4].

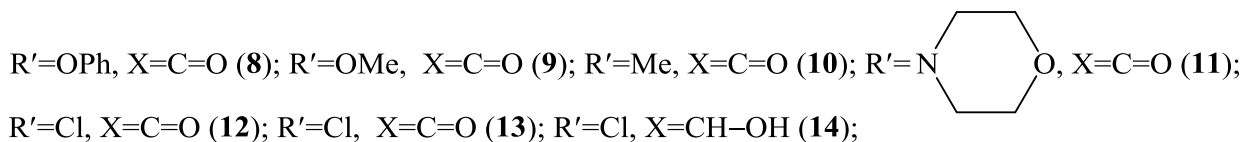
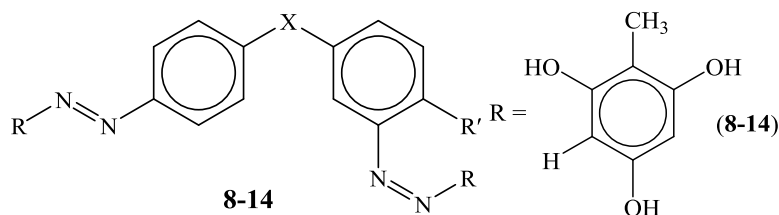
**Адрес для корреспонденции:** Тошходжаев Насимджон Азимович. 735700 Республика Таджикистан, г.Худжанд, ул. Ленина, 226, Худжандский политехнический институт Таджикского технического университета. E-mail: tnah@mail.ru



Использованные в работе 3,4'-диаминобензофеноны **1-5** синтезированы по методикам [5] диамины **6** и **7** - восстановлением соответствующих динитросоединений [6].



Реакции азосочетания солей диазония, полученных из диаминов **1-7** с использованием нитрозилсерной кислоты проводились по стандартным методикам в течение 0.5-1 ч. при температуре 20-25°C. Образующиеся азосоединения выпадали из реакционного раствора в виде окрашенных осадков и отфильтровывались.



Данные по выходам и спектральным характеристикам синтезированных соединений приведены в табл. 1.

Таблица 1

Выходы, R<sub>f</sub>, спектральные характеристики синтезированных бисазосоединений **8-14**

Соединения	Выход, %	ЭСП λ нм/IgE *	R <sub>f</sub> *	ИК-спектр V <sub>см</sub> <sup>-1</sup> /кВт
8	81	231.3(4.55)	0.68	1590 (N=N)
		291.1(3.89)		3440 (O-H)
		491.3(3.55)		1670 (C=O)
9	76	355.(1.25)	0.70	1590 (N=N)
		423.1(3.44)		3435 (O-H)
		431.9(3.44)		1670 (C=O)
10	72	349.6(1.25)	0.72	1590 (N=N)
		428.2(3.44)		3430 (O-H)
		432.4(3.45)		1670 (C=O)

Продолжение таблицы 1

11	86	299.6(3.82) 245.3(3.70) 493.3(3.52)	0.67	1590 (N=N) 3445 (O-H) 1670 (C=O)
12	78	241.3(4.12) 316.8(2.78) 430.4(3.49)	0.72	1590 (N=N) 3365 (O-H) 1670 (C=O)
13	73	278.7(4.96) 292.4(3.75) 341.7(3.79) 428.9.6(3.19)	0.70	1595 (N=N) 3365 (O-H) 1145 (C-O-C)
14	82	223.1(3.78) 268.9(3.76) 345.3(3.68) 424.2(3.50)	0.76	1590 (N=N) 3430 (O-H) 2850 (-CH <sub>3</sub> )

\* элюэнт - пропан-2-ол

Известно, что строение “мостиковой” группы влияет на сопряжение между бензольными ядрами, а следовательно, на положение  $\lambda_{\max}$ , то есть цвет красителя. Синтез и исследование свойств триады красителей **12-14** показали, что наиболее разобценная хромофорная система наблюдается у азосоединений с карбинольным мостиком **14**. Более глубокую окраску имеют азосоединения **12** и **13**, содержащие в качестве разобцающей группы карбонильную или атом кислорода, что согласуется с литературными данными по передаче электронных эффектов [7].

Азосоединения **8-14** проявили свойства пигментов и были испытаны для печати на хлопчатобумажной ткани [8,9]. Испытанные соединения дают яркую окраску бордово-красно-коричневой гаммы, причем полученные окраски проявляют высокую стойчивость к физико-химическим воздействиям. Испытания проводились в соответствии с ГОСТами 8733.4-83, 977.6-83, 9733.27-83 и результаты оценивались по шкале серых эталонов. Известно, что одной из важных характеристик красителей является их термостабильность. В частности, красители с высокими показателями термостабильности могут быть рекомендованы для крашения полимеров в процессе формования.

Термогравиметрический анализ бисазосоединений **8-11** проведен на анализаторе TGA Q50, результаты приведены в табл. 2.

Таблица 2

Термогравиметрический анализ бисазосоединений **8-11**

соединения	Потеря массы, %		Температура( $T_m$ ) соответствующая максимальной скорости разложения, °C	Потеря массы при $T_m$ , %
	при 250°C	при 270°C		
8	4.2	15.0	305	22.0
9	2.0	2.4	457	32.7
10	2.2	5.0	359	20.0
11	2.7	3.0	278	17.2

Оценка токсичности и фармакофорных свойств синтезированных азокрасителей **8-11** проводилась методом *in silico* с помощью системы PASS.

Таблица 3

Результаты оценки токсичности соединений 8-11

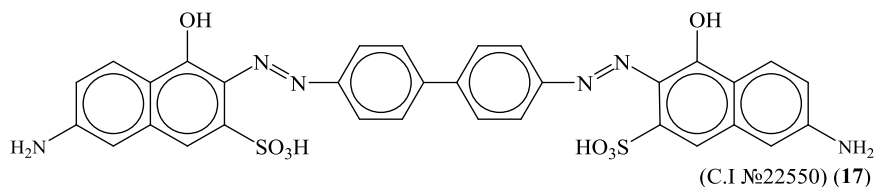
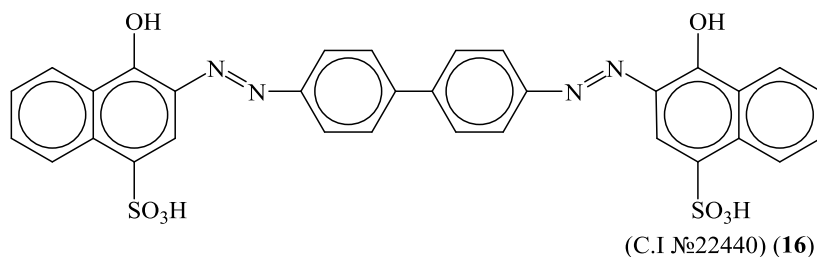
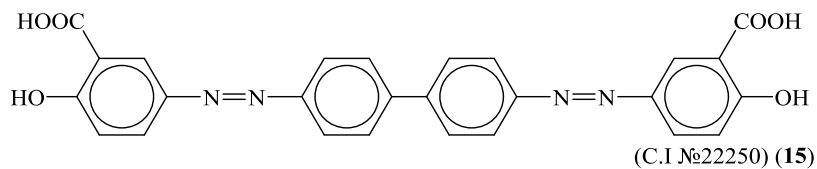
Соединения	Вид и уровень токсичности*				
	1	2 pa/pi	3 pa/pi	4 pa/pi	5 pa/pi
8	(5) LD50: 5000mg/k	0.302/0.196	0.449/0.022	0.622/0.005	0.351/0.079
9	(5)LD50: 4818mg/k	0.313/0.189	0.493/0.018	0.649/0.005	0.406/0.066
10	(5)LD50: 4818mg/k	0.517/0.086	0.616/0.011	0.711/0.004	0.529/0.045
11	(4)LD50: 1140mg/k	-	0.187/0.084	0.182/0.035	-

Примечания: 1 – класс токсичности (LD50 перорально), 2 – гематоксичность, 3 – канцерогенность, 4 – мутагенность, 5 – тератогенность.

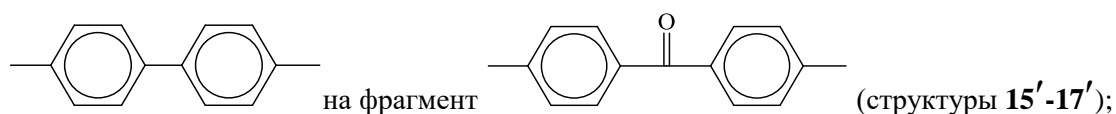
Из анализа результатов, приведенных в табл. 3, следует, что соединения **8-10** оцениваются как нетоксичные или малотоксичные – соединение **11**. При этом для соединения **11** прогнозируются очень низкие индексы канцерогенности и отсутствие гематоксичности и тератогенности. Для соединений **8-10** также маловероятны гематоксичность, канцерогенность и тератогенность (индексы менее 0.5), возможная мутагенность прогнозируется в интервале от 0.6 до 0.7.

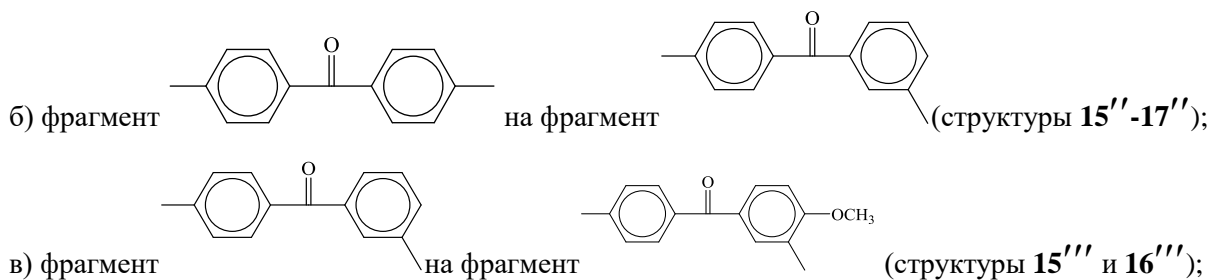
Для оценки влияния на токсичность и фармакофорные свойства элементов структуры соединения был проведен виртуальный эксперимент.

Первоначально проведена оценка токсичности трёх бензидиновых красителей, выбранных из справочника Color Index (**15-17**)

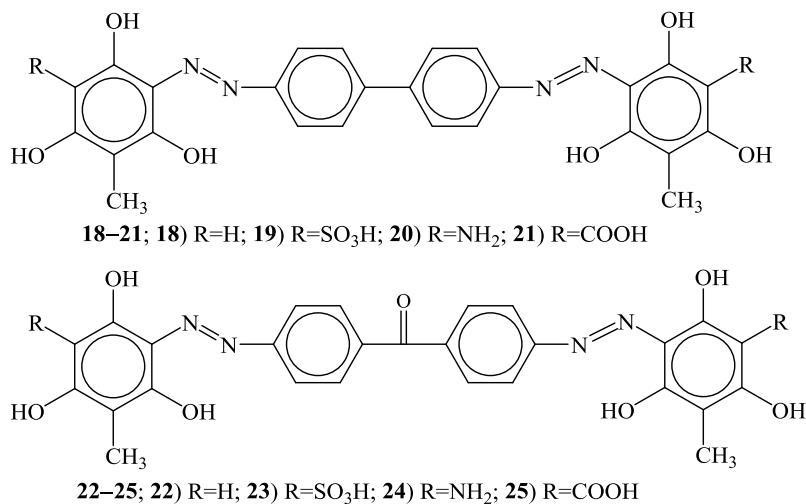


Затем в структурах красителей **15-17** были заменены последовательно: а) фрагмент





г) а затем были смоделированы структуры **18-21** и **22-25**, в которых в качестве азосоставляющей входят фрагмент ТГТ и некоторые его виртуальные производные.



Анализ полученных результатов (мы не приводим данных в виде таблицы по причине экономии места) позволил нам сделать выводы, что замена бензидинового фрагмента на бензофеноновый (соед. **15-17** и **15'-17'**) приводит к незначительному снижению токсических свойств, а введение в бензофеноновый фрагмент группы CH<sub>3</sub>O увеличивает канцерогенность и мутагенность.

В то же время замена ароматических радикалов азосоставляющих на фрагмент ТГТ заметно на 30-50% снижает показатели токсичности (соед. **18-25**) при этом наиболее значительное снижение наблюдается для структуры, в которой в радикале ТГТ содержится карбоксильная группа (соед. **25**).

Также с использованием программы PASS был проведен прогноз химико-фармацевтической активности как для синтезированных соединений **8-14**, так и для структур **15-25**.

С целью экономии места мы не приводим полученные данные в виде таблицы. Отметим все же, что при замене бензидинового фрагмента на бензофеноновый снижается антисептическая, антибактериальная и антивирусная активности, а также функция, стимулирующая работу почек.

При введении в структуру молекулы фрагмента ТГТ наблюдается повышение ряда вышеотмеченных показателей, а также для соединений **21** и **25**, содержащих карбоксильную группу, средний уровень активности как ингибитора 3С-подобной протеазы (коронавирус человека).

### В ы в о д ы

Анализ результатов настоящего исследования, а также ранее опубликованных работ [10-12] позволяет сделать некоторые выводы относительно влияния фрагментов ТГТ на ряд практически важных свойств синтезируемых соединений.

Так, наличие в структуре азокрасителей или азоксигментов радикала ТГТ обуславливает проявление этими соединениями таких свойств, как широкая цветовая гамма, высокие прочностные характеристики окрасок, термостабильность азосоединений, выраженную хелатирующую активность относительно ионов металлов, биологическую активность.

Проведённый впервые в настоящей работе сравнительный прогноз различных видов токсичности, а также фармакофорных свойств ТГТ-содержащих молекул показывает положительный эффект этого фрагмента на изучаемые свойства.

В целом можно констатировать, что введение в инструментарий фрагментарно-ориентированного дизайна органических соединений [13,14] фрагмента ТГТ представляется весьма перспективным при синтезе новых красителей и пигментов, прекурсоров фармацевтических препаратов и пестицидов, антиоксидантов и др.

Такой подход к проектированию органических соединений, по аналогии с комбинаторной химией, можно назвать “химией пазлов” или “пазловой химией”

*Поступило 25.10.2022 г.*

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Патент №93356 СРР, МКИ С 09. В 33/02 Прямой оранжевый небензидиновый краситель и способ его получения Havlink-Vaclav-Anrel, GageoneaDorin, TodoroDvga; заявл. 27.12.86, опубл. 31.12.87; патент №93386 СРР, МКИ С 09 В 33/02. Прямой черный небензидиновый краситель и способ его получения/ Havlink – VaclavAnrel, GageoneaDorin, TodoroDrga; YntepindereadeColorante “Colorom” №121426; Заявл 27.12.85. Опубл. 31.12.88
2. Ушкаров В.И., Кобраков К.И., Алафинов А.И., Шевелев С.А., Шахнес А.Х. Метилфлороглуцин – доступный полупродукт для синтеза азокрасителей. – Химическая технология, 2006, №8, с.5-8.
3. Ушкаров В.И., Кобраков К.И., Алафинова А.И., Станкевич Г.С., Шевелев С.А., Шахнес А.Х. Красители на основе метилфлороглуцина для химических волокон. – Хим. волокна, 2006, №3, с.8-10.
4. Алафинов А.И., Кобраков К.И., Кузнецов Д.Н., Дмитриева М.Б. Синтез новых азопроизводных метилфлороглуцина – потенциальных красителей и пигментов для текстильных материалов. – Бетлеровские сообщения, 2013, т.33, №3, с. 93-99.
5. Патент РФ RU 2318799 С1. Способ получения 3,4'-диамино-4-Р-безофенонов. Бегунов Р.С., Бродский И.И., Орлов В.Ю., Кобраков К.И., Станкевич Г.С., Алексанян. К.Г., 2006.
6. Mehta R.D. Salame P.A. and Comba R.N., Amer. Dyestuff Rep., 1990., v.38, p. 57.
7. Устинов В.Н., Миронов Г.С., Копейкин В.В., Титова Т.С., Толокнова И.Н., Москвин А.Ф. УФ-спектроскопия о проводимости и влиянии мостиковых групп на полосы поглощения хромофорных систем бифенильных соединений. Основной органический синтез и нефтехимия. – Ярославль, 1978, с. 125-132.
8. Кобраков К.И., Алексанян К.Г., Станкевич Г.С., Орлов В.Ю., Бегунов Р.С., Бродский И.И. Синтез и свойства аналогов бензидиновых красителей на основе диаминов ряда бензофенона. – Текстильная промышленности (альманах), 2007, №4, с. 24-28.
9. Сафонов В.В., Журавлёва Н.В., Третьякова А.Е. Практикум по химической технологии Текстильных материалов. – М.: МГТУ им. А.Н.Косыгина, 2007, 198 с.

10. Ушкаров В.И. Синтез и исследования свойств азосоединений на основе метилфлороглуцина: Дисс. ... к.х.н. – М., 2006, 140 с.
11. Алафинов А.Н. Синтез и исследования свойств производных метилфлороглуцина: Дисс. ... к.х.н. – М., 2006, 140 с.
12. Ромашкина Е.П. Синтез, строение и свойства комплексов переходных металлов, содержащих моно- и полигидроксифеноны: Дисс. ... к.х.н. – М., 2012, 176 с.
13. Тошходжаев Н.А. Синтез и некоторые химические превращения арилтрихлорпиридинов: Дисс. ... к.х.н. – М., 1993, 100 с.
14. Кузнецов Д.Н. Разработка методов синтеза и исследование свойств биоцидных гетарилсодержащих азосоединений. Дисс... к.х.н. – М., 2011, 192 с.

**К.И.Кобраков, Д.Н.Кузнецов, Н.А.Тошходжаев<sup>\*</sup>, К.Г.Алексанян, Н.Ю.Совостьянов,  
В.С.Селезнев, М.С.Мухамеджанов<sup>\*\*</sup>**

**СИНТЕЗ ВА БАЪЗЕ ХОСИЯТҲОИ БИСАЗОРАНГУБОРҲОИ  
“ҒАЙРИБЕНЗИДИНӢ”, ДОРОИ ФРАГМЕНТИ  
2,4,6-ТРИГИДРОКСИТОЛУОЛ**

*Донишгоҳи давлатии Русия ба номи А.Н.Косигин (Технология, Дизайн, Санъат),*

*\*Донишкадаи политехникии Донишгоҳи техникии Тоҷикистон ба номи академик М.С.Осимӣ  
дар шаҳри Хучанд,*

*\*\*Донишгоҳи давлатии Хучанд ба номи академик Б.Ғафуров*

Дар мақола маълумот дар бораи синтез ва баъзе хосиятҳои як қатор бисазорангуборҳои намуди “ғайрибензидинӣ”, ки дар таркибашон фрагменти 2,4,6-тригидрокситолуол доранд, оварда шудааст. Имконият ва дурнамои истифодаи пайвастагиҳои синтезшуда ҳамчун пигментҳо барои ранг кардани материалҳои насосҷӣ нишон дода шудааст. Устувории баланди термикии азопигментҳои тадқиқшуда муайян карда шудааст. Хосиятҳои химиявӣ фармасевтӣ ва захролудии пайвастагиҳои синтезшуда бо усули *in silico* дар муқоиса бо аналогҳои бензидинии онҳо баҳо дода шудааст, таъсири фрагменти 2,4,6-тригидрокситолуол ба хосиятҳои омӯхташуда баррасӣ карда шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** *2,4,6-тригидрокситолуол (ТГТ), азорангуборҳо, азопигментҳо, 3,4'-диаминобензофенонҳо, захронкӣ, тобоварӣ ба гармӣ, хосиятҳои фармакологӣ.*

К.И.Кобраков, D.N.Kuznetsov, N.A.Toshkhodzhaev\*, K.G.Aleksanyan, N.Yu.Sovostyanov,  
V.S.Seleznev, M.S.Muchamedjanov\*\*

**SYNTHESIS AND SOME PROPERTIES OF “NON-BENZIDINE” BISA DYES  
CONTAINING A 2,4,6-TRIHIDROXYTOLUENE FRAGMENTE**

*Russian State University named A.N. Kosygin (Technology. Design. Art),*

*\*M.S.Osimi Khujand Polytechnic Institute of the Tajik Technical University,*

*\*\*B.Gafurov Khujand State University*

In this article data on the synthesis and some properties of a series of non-benzidine-type bisazodyes containing a 2,4,6-trihydroxytoluene fragment in the structure are presented. The possibility and prospects of using the synthesized compounds as pigments for coloring textile materials are shown. The high thermal stability of the studied azo pigments was revealed. The chemical-pharmaceutical properties and toxicity of the synthesized compounds were evaluated by the in silico method in comparison with their benzidine analogs, and the influence of the 2,4,6-trihydroxytoluene fragment on the studied properties was discussed.

**Key words:** *2,4,6-trihydroxytoluene (THT), azo dyes, azo pigments, 3,4'-diaminobenzophenones, toxicity, heat resistance, pharmacological properties.*

УДК 541.1

Н.М.Джамолов, Д.Х.Мирзоев, Т.Б.Холматов, А.М.Каюмов,

академик НАН Таджикистана У.М.Мирсаидов

## КИНЕТИКА РАЗЛОЖЕНИЯ НЕФЕЛИНОВЫХ СИЕНИТОВ МЕСТОРОЖДЕНИЯ ТУРПИ СМЕШАННЫМИ МИНЕРАЛЬНЫМИ КИСЛОТАМИ

*Институт химии им.В.И.Никитина НАН Таджикистана*

*Изучена механизмы протекающих реакции при переработки нефелиновых сиенитов месторождения Турпи Таджикистана смесью азотной и ортофосфорной кислотой. Определено численное значение энергии активации, которое составило для  $Fe_2O_3$  23.3 кДж/моль, что свидетельствует о протекании процесса в смешанной, близкой к кинетической области. Кажущаяся энергия активации процесса разложения нефелиновых сиенитов смесью кислот  $HNO_3+H_3PO_4$  для  $Al_2O_3$  составила 16.3 кДж/моль.*

**Ключевые слова:** нефелиновые сиениты, разложение, кинетика, минеральные кислоты, энергия активации.

Как известно, химическая кинетика или кинетика химических реакций раздел физической химии, изучающий закономерности протекания химических реакций во времени, зависимости этих закономерностей от внешних условий, а также механизмы химических превращений.

Предметом химической кинетики является изучение всех факторов, влияющих на скорость, как суммарного процесса, так и всех промежуточных стадий [1, 2].

Кинетика разложения алюмосиликатных руд изучена в работах [3-7]. Кинетика разложения аргиллитов месторождения Чашма-Санг серной кислотой изучена в [3]. В работе [4] изучена кинетика разложения аргиллитов соляной кислотой. При разложении аргиллитов минеральными кислотами процесс разложения протекает в диффузионной области.

Кинетика азотнокислотного разложения аргиллитов изучена в работе [5]. В книге [7] обобщены кинетические аспекты разложения алюмосиликатных руд Таджикистана.

В настоящей работе приведены результаты изучения разложения нефелиновых сиенитов месторождения Турпи Таджикистана минеральными кислотами:  $HNO_3$  и  $H_3PO_4$ . Выбор указанных кислот обусловлен тем, что при комплексной переработке нефелиновых сиенитов наряду с другими компонентами можно получать комплексное удобрение.

Нефелиновые сиениты месторождения Турпи содержат в своем составе более 20% глинозёма и считаются низкокачественным сырьём [6]. Комплексная переработка этих руд с целью получения различных полезных компонентов является целесообразной.

---

*Адрес для корреспонденции:* Джамолов Нурмухаммад Махмаджонович. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2, Институт химии НАНТ. E-mail: nurmuhammadj1993@gmail.com



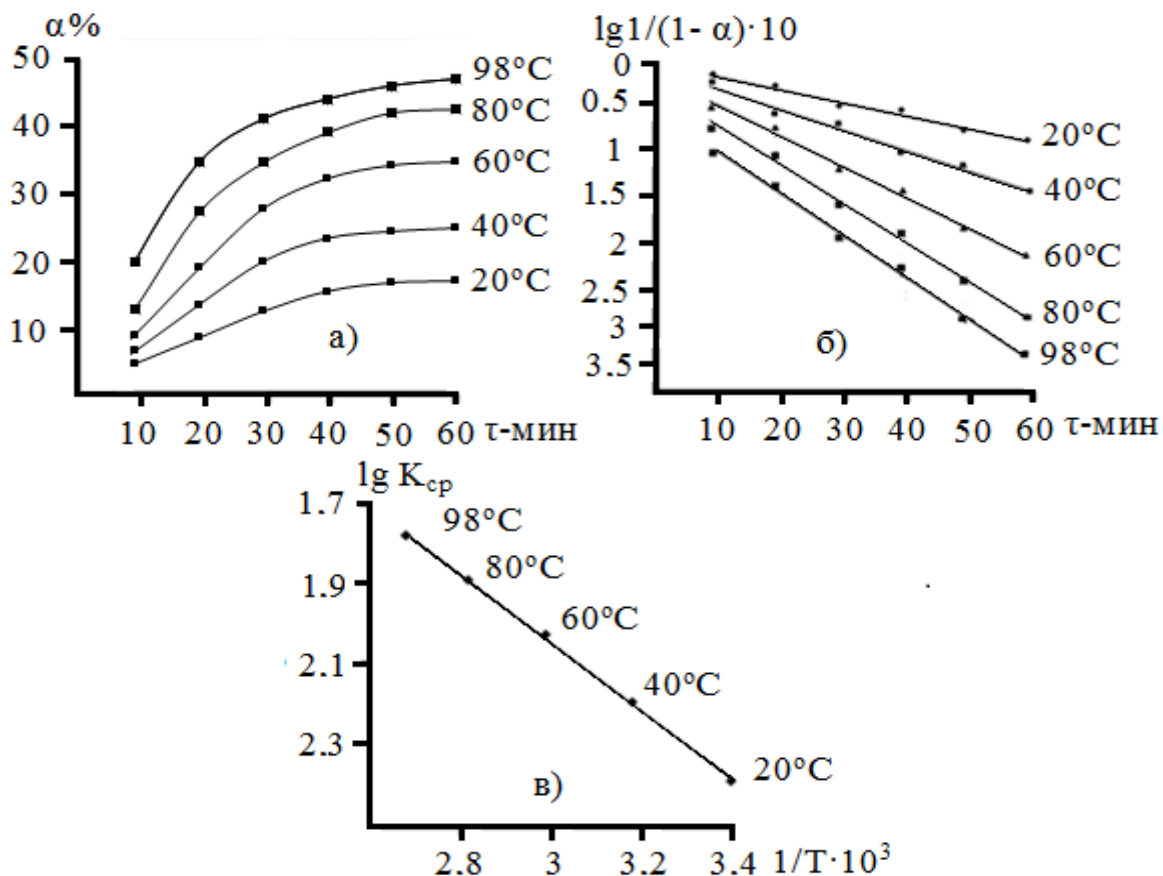
Учитывая, что в составе нефелиновых сиенитов содержится до 6% соединений калия, при их переработке можно получать калийные удобрения.

Кинетические кривые нефелиновых сиенитов изучены в интервале температур 20-98°C (рис.1а). С увеличением температуры извлечение  $Al_2O_3$  достигает 48% при 98°C.

Константы скорости разложения нефелиновых сиенитов рассчитывали, используя кинетическое уравнение первого порядка.

Построенный график зависимости  $\lg 1/(1-\alpha) \cdot 10$  от времени (рис.1б) представляет собой прямые линии, имеющие наклон, равный 33-35 градусов.

Изменение константы скорости разложения нефелиновых сиенитов со смешанными кислотами от температуры процесса подчиняется закону Аррениуса, что подтверждается линией зависимости  $\lg K_{cp}$  от  $1/T \cdot 10^3$  (рис.1в). Кажущуюся энергию активации процесса разложения нефелиновых сиенитов со смешанными кислотами рассчитывали по уравнению Аррениуса, которая составила 16.12 кДж/моль, что свидетельствует о протекании процесса в диффузионной, близкой к смешанной области.

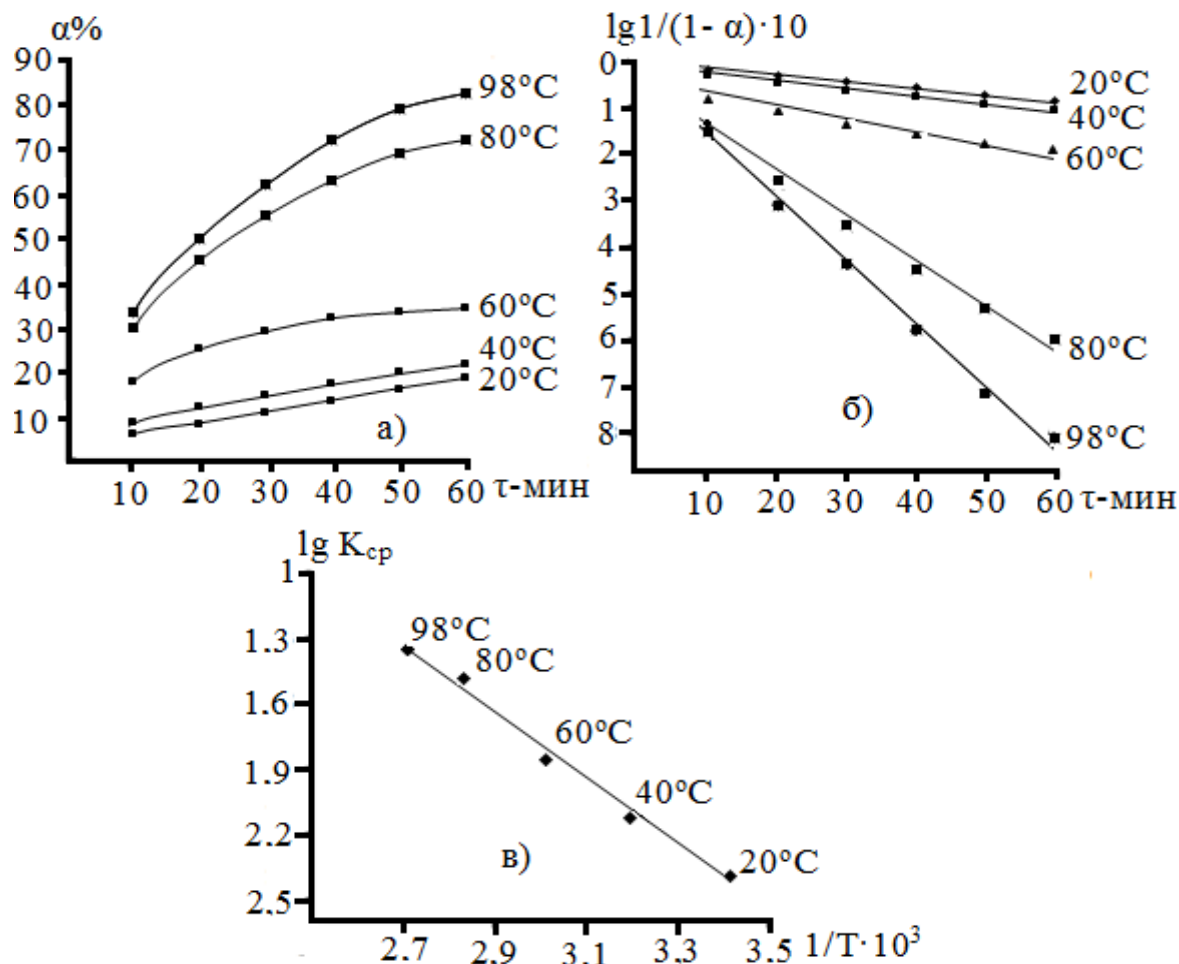


**Рис. 1.** Зависимость степени извлечения  $Al_2O_3$  из нефелиновых сиенитов месторождения Турпи со смешанными (40%  $HNO_3$  и 30%  $H_3PO_4$ ) кислотами от: продолжительности процесса разложения (а); зависимость  $\lg 1/(1-\alpha) \cdot 10$  от времени (б) и зависимость  $\lg K_{cp}$  от обратной абсолютной температуры  $1/T \cdot 10^3$  (в).

Характер кинетических кривых (рис.2а) разложения нефелиновых сиенитов со смешанными кислотами при извлечении в раствор оксида железа указывает на то, что разложение нефелиновых сиенитов при температуре 98°C и продолжительности 1 час протекает очень быстро, достигая выхода 82-83%.

Константы скорости разложения нефелиновых сиенитов для  $Fe_2O_3$  также рассчитывали, используя кинетическое уравнение первого порядка.

Построенный график зависимости  $lg1/(1-\alpha) \cdot 10$  от времени (рис.2б) представляет собой прямые линии, имеющие наклон 45-50 градусов, как и в случае с  $Al_2O_3$ .



**Рис. 2.** Зависимость степени извлечения  $Fe_2O_3$  из нефелиновых сиенитов месторождения Турпи со смешанными (40%  $HNO_3$  и 30%  $H_3PO_4$ ) кислотами от: продолжительности процесса разложения (а); зависимость  $lg1/(1-\alpha) \cdot 10$  от времени (б) и зависимость  $lgK_{cp}$  от обратной абсолютной температуры  $1/T \cdot 10^3$  (в).

Изменение константы скорости разложения нефелиновых сиенитов со смешанными кислотами ( $HNO_3$  и  $H_3PO_4$ ) от температуры подчиняется закону Аррениуса, что подтверждается линией зависимости  $lgK_{cp}$  от  $1/T \cdot 10^3$  (рис.2в). Кажущуюся энергию активации процесса разложения нефелиновых сиенитов со смешанными кислотами рассчитывали по уравнению Аррениуса, которая составила 23.33 кДж/моль, что свидетельствует о протекании процесса в смешанной, близкой к диффузионной области.

Таким образом, изучена кинетика разложения нефелиновых сиенитов месторождения Турпи со смешанными кислотами и выявлено, что процесс разложения протекает в смешанной, близкой к диффузионной области.

*Поступило 31.03.2022 г.*

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Кнорре Д.Г., Эмануил Н.М. Курс химической науки. 4-е изд. – М., 1984, 463 с.
2. Яблонский Г.С., Быков В.И., Горбань А.Н. Кинетические методы католитических реакций. – Новосибирск: Наука (СО), 1983, 255 с.
3. Мирзоев Д.Х., Бобоев Х.Э., Пулатов М.С., Мирсаидов У.М. Кинетика сернокислотного разложения аргиллитов месторождения Чашма-Санг. – ДАН РТ, 2005, т.48, №11-12, с. 60-63.
4. Мирзоев Д.Х., Каюмов А.М., Мирзоев М.Х., Худойкулов М.М., Пулатов М.С. Кинетика солянокислотного разложения аргиллитов месторождения Чашма-Санг. – ДАН РТ, 2012, т.55, №4, с.317-321.
5. Каюмов А.М., Мирзоев Д.Х., Баротов А.М. Кинетика азотнокислотного разложения аргиллитов месторождения Чашма-Санг. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2015, №2 (159), с.47-52.
6. Мирсаидов У.М., Сафиев Х. Комплексная переработка низкокачественного алюминийсодержащего сырья. – Душанбе, 1998, 238 с.
7. Мирсаидов У.М., Мирзоев Д.Х., Бобоев Х.Э. Комплексная переработка аргиллитов и каолиновых глин Таджикистана. – Душанбе: Дониш, 2016, 92 с.

Н.М.Чамолов, Д.Х.Мирзоев, Т.Б.Холматов, А.М.Қаюмов, У.М.Мирсаидов.

## КИНЕТИКА И ТАЧЗИЯ И СИЕНИТҲОИ НЕФЕЛИНИ КОНИ ТУРПИ БО ОМЕХТАИ КИСЛОТАҲОИ МИНЕРАЛӢ

*Институти кимиёи ба номи В.И.Никитини АМИ Тоҷикистон*

Механизми раванди гузариши реаксияҳо ҳангоми коркарди сиенитҳои кони Турпии Тоҷикистон бо омехтаи кислотаҳои нитрат ва ортофосфат омӯхта шудааст. Энергияи фаолгардони муайян карда шуд, ки барои  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  23.3 кҶ/молро, ташкил медиҳад аз раванди гузариш дар доираи омехта наздик ба кинетики гувоҳи медиҳад. Энергияи фаолшавии раванди таҷзияи сиенитҳои нефелини бо омехтаи кислотаҳои  $\text{HNO}_3 + \text{H}_3\text{PO}_4$  барои  $\text{Al}_2\text{O}_3$  – 16.3 кҶ/молро ташкил медиҳад  
**Калимаҳои калидӣ:** сиенитҳои нефелинӣ, таҷзия, кинетика, кислотаҳои минералӣ, энергияи фаолгардӣ.

N.M.Jamolov, D.Kh.Mirzoev, T.B.Kholmatov, A.M.Kayumov, U.M.Mirsaidov

## KINETICS OF DECOMPOSITION OF NEPHELINE SYENITES FROM TURPI DEPOSIT BY MIXED MINERAL ACIDS

*V.I.Nikitin Institute of chemistry of the National Academy of Sciences of Tajikistan*

In this article the mechanisms of the reactions occurring during the processing of nepheline syenites from the Turpi deposit in Tajikistan with a mixture of nitric and orthophosphoric acids were studied. The numerical value of the activation energy was determined, which was 23,3 kJ/mol for  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ , which indicates that the process occurs in a mixed, close to kinetic region. The apparent activation energy of the decomposition of nepheline syenites with a mixture of acids  $\text{HNO}_3 + \text{H}_3\text{PO}_4$  for  $\text{Al}_2\text{O}_3$  was 16,3 kJ/mol.

**Key words:** nepheline syenites, decomposition, kinetics, mineral acids, activation energy.

УДК 544-537

М.Н.Абдусалямова, С.С.Баротов, Ф.А.Махмудов, Э.Н.Шаймарданов

**ПОЛУЧЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ  
НАНОСТРУКТУРИРОВАННОГО ОКСИДА ГАДОЛИНИЯ (III)***Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана**(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана А.Б.Бадаловым 13.09.2021г.)*

*Наноструктурированный оксид гадолия (III) ( $Gd_2O_3$ ) был синтезирован методом шаблонов. Методом ИК установлено, что на поверхности образцов адсорбируется  $CO_2$  и  $H_2O$ . Рентгенографический анализ образцов оксида гадолия, полученных термическим разложением гидроксида гадолия на воздухе при 350 и 500°C, свидетельствует, что в обоих случаях присутствует только одна кристаллическая фаза  $Gd_2O_3$  со структурой биксбиита типа  $\alpha-Mn_2O_3$*

**Ключевые слова:** наноструктурированный оксид гадолия, РФС, ИК, структура.

Оксид гадолия сочетает одновременно высокую термическую стабильность и большой набор важных физико-химических свойств, он широко используется в химической промышленности (катализаторы), металлургии и ядерной энергетике (огнеупоры), оптике (люминофоры) [1,2].

В настоящее время появилась потребность в получении оксида гадолия в наноструктурированном состоянии [3,4]. В данной работе наноструктурированный оксид гадолия получен при разложении гидроксида и нитрата гадолия.

**Экспериментальная часть****Материал**

Исходными химикатами для синтеза оксида гадолия были металлический гадолий и х.ч. азотная кислота.

Высокодисперсные порошки полутонкого оксида гадолия были синтезированы двумя различными способами. Согласно первому гидроксид гадолия термически разлагался при различных температурах (350, 500, 650°C). Образцы здесь и далее названы GdO-I-0, GdO-I-500 и GdO-I-650, соответственно. Кроме того, гидратированные волокна целлюлозы (медицинской ваты) были пропитаны водным раствором нитрата гадолия с концентрацией в 5 раз меньше той, которая соответствует максимальному стехиометрическому значению, которое получается, когда металл гадолий растворяют в 63%-й азотной кислоте. Эти мокрые волокна сушили на воздухе при температуре 80°C в течение 3 часов, а затем прокачивали на воздухе в течение 5 часов при температуре 650°C. Выбор значения температуры обжига был связан с требованием, что это значение должно быть как можно ниже, так как при низких температурах синтеза формирование наноструктурированных частиц весь-

---

*Адрес для корреспонденции: Абдусалямова Махсуда Негматуллаевна, Баротов Самариддин Сабзалиевич, Махмудов Фарход Абдухоликович. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2, Институт химии НАНТ. E-mail: amaksuda@list.ru; barotov.ikai@mail.ru; farick85@mail.ru*

ма благоприятно и потому что полное термическое разложение целлюлозных волокон протекает при температуре выше 500°C.

### Методы исследования

Рентгенофазовый анализ проводили на дифрактометре ДРОН АДП-1, медное излучение. Микрофотографии исследуемых образцов получали с помощью сканирующего электронного микроскопа Zeiss LEO SUPRA 25. ИК-спектры измеряли с помощью Фурье-спектрометра Perkin Elmer Spectrum 100 с приставкой UATR в диапазоне 4000-670  $\text{см}^{-1}$ . Спектры комбинационного рассеяния (КР) в спектральном диапазоне 4350 – 100  $\text{см}^{-1}$  были получены на приборе Nicolet NXR FT-Raman 9610 с полупроводниковым лазером ( $\lambda = 976 \text{ нм}$ ).

Рентгеновский флуоресцентный спектр (РФС) оксидов гадолиния, полученных термическим разложением гидроксида (рис.1) при 350°C показывает отсутствие других редкоземельных металлов помимо гадолиния.

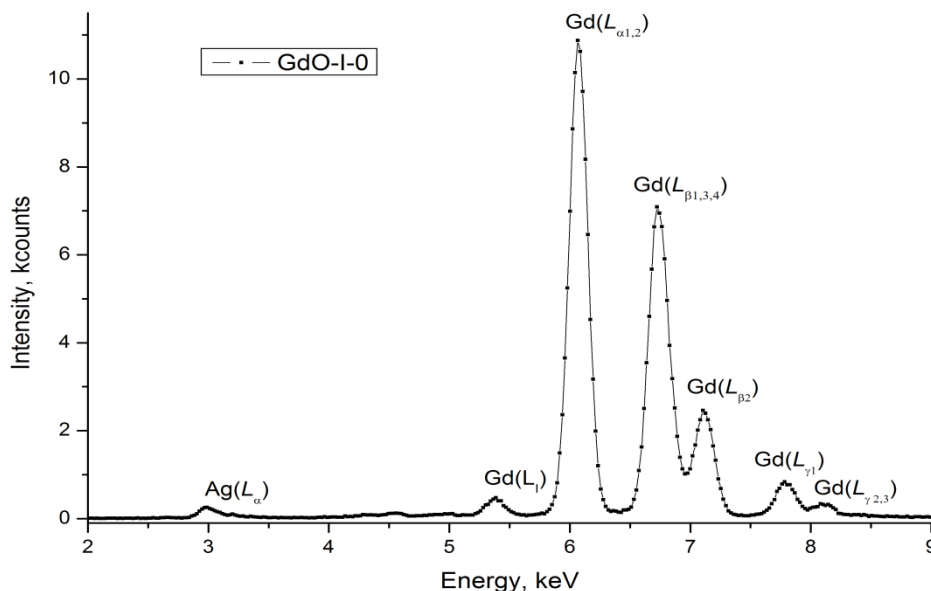


Рис. 1. Спектр рентгеновской флуоресценции оксида гадолиния.

### Порошковые рентгенограммы

Рентгенографический анализ образцов оксида гадолиния, полученных термическим разложением гидрохлорида гадолиния на воздухе при 350 и 500°C, свидетельствует (рис. 2), что в обоих случаях присутствует только одна кристаллическая фаза  $\text{Gd}_2\text{O}_3$  со структурой биксбиита типа  $\alpha\text{-Mn}_2\text{O}_3$ .

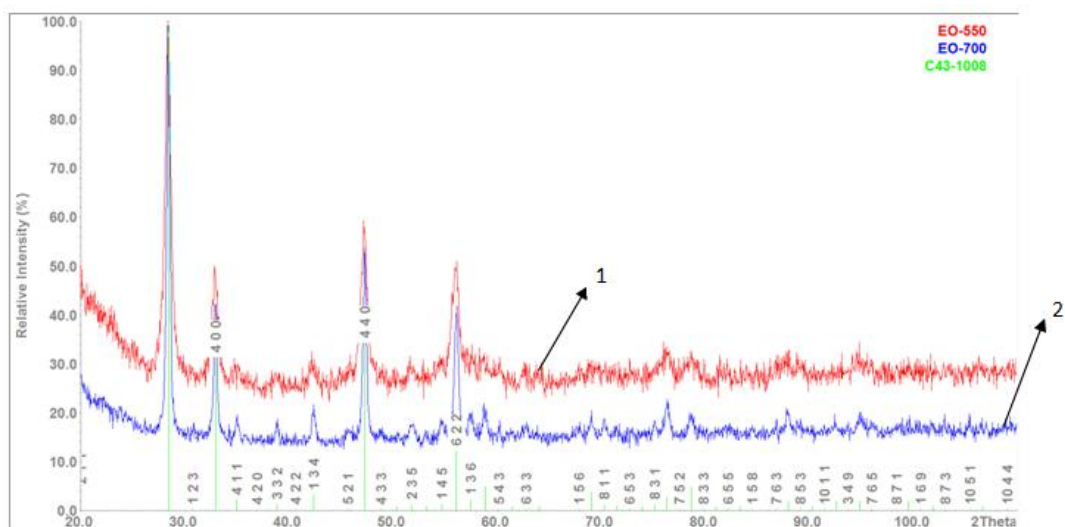


Рис. 2. Порошковая рентгеновская дифракция оксида гадолиния, полученного термическим разложением гидроксида гадолиния при 350°C (1) и 500°C (2).

При нагреве все соединения, как присутствующие в массиве образца, так и на поверхности (гидрохлориды и карбонаты), разлагаются, о чем свидетельствует элементный анализ образца, полученного термическим разложением гидрохлорида при 500°C (табл.), и термический анализ образцов оксида гадолиния (рис.3). Последние показывают существенное уменьшение веса при повышении температуры свыше 500°C.

Результаты элементного анализа, проведенного методом сжигания (для С и Н) и методом пиролиза (для О) оксида гадолиния, синтезированного на воздухе при 350 и 500°C

Таблица

Образец	С, масс.%	Н, масс.%	О, масс.%
Gd-I-0	0.20-0.01	0.43-0.03	3.2-0.6
Gd-I-500	0.14-0.01	0	0.7-0.3

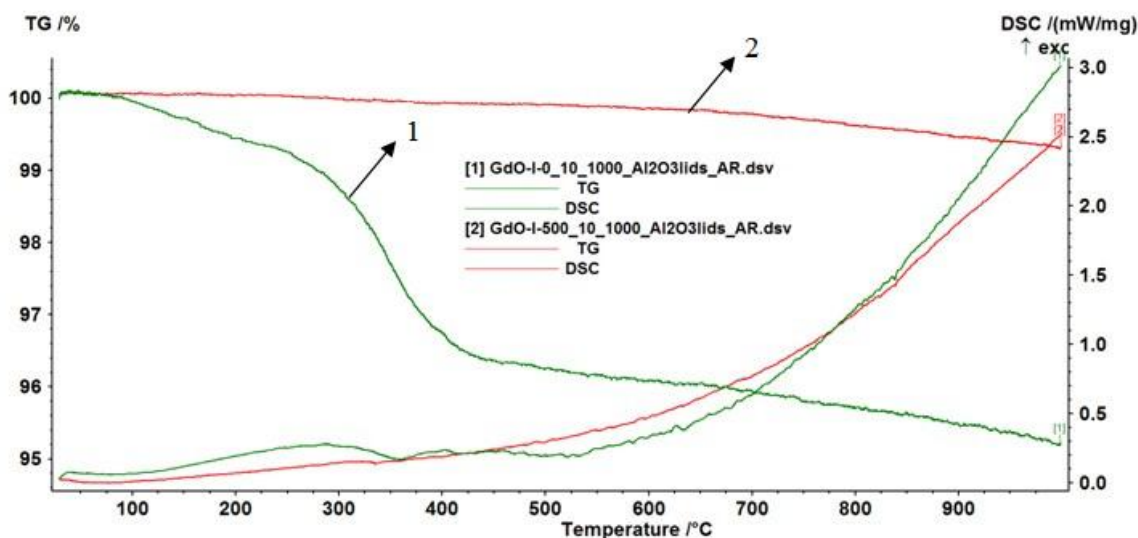
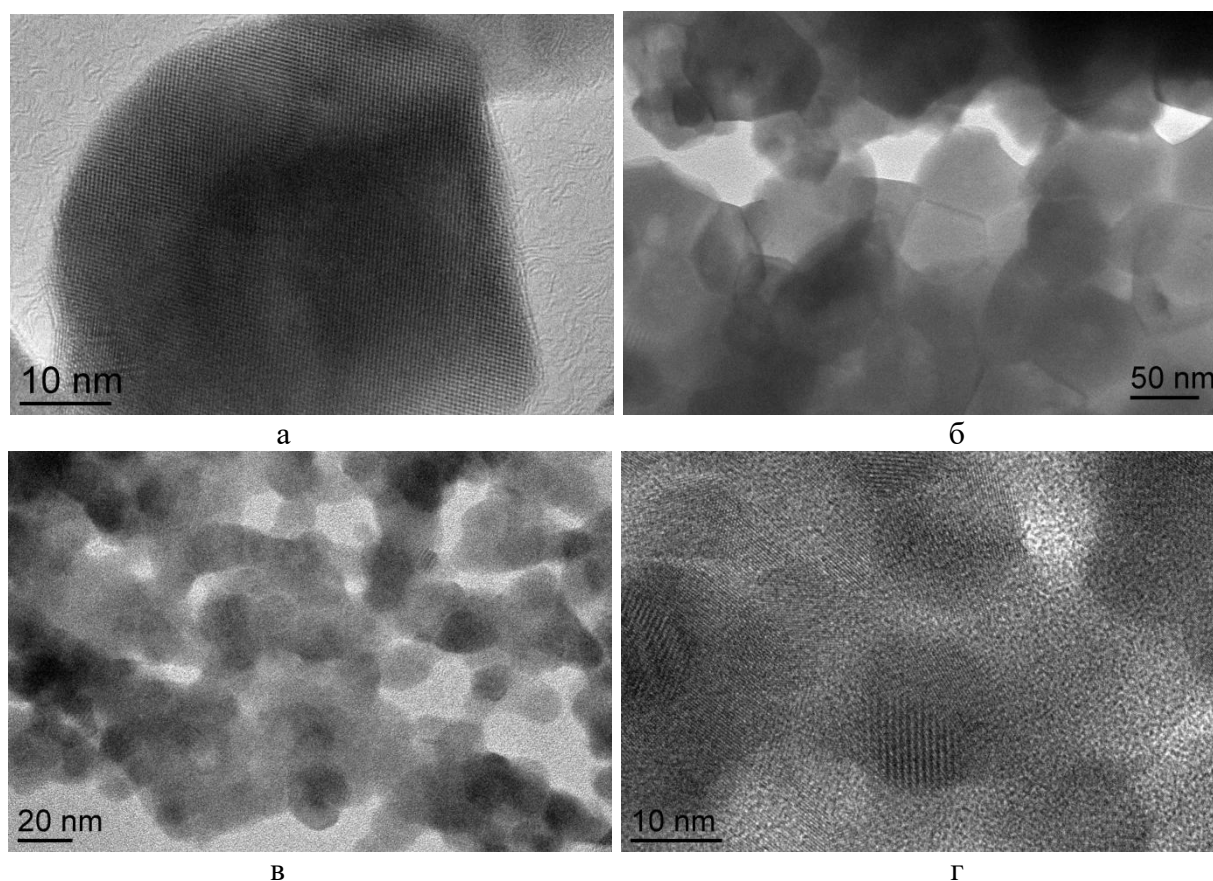


Рис. 3. Термический анализ (ТГ и ДСК) оксида гадолиния, синтезированного термическим разложением нитрата гадолиния на воздухе при 550 ( кривая 1 ) и 950°C ( кривая 2 ).



**Рис. 4.** Просвечивающая электронная микроскопия (ПЭМ) изображения оксидов гадолиния, полученных термическим разложением гидроксида (а) при 350°C, при 650°C (б) и нитратной соли (в, г).

ПЭМ изображения прямого разрешения решетки оксида гадолиния, полученного разложением гидроксида при 350°C (рис.4а) показывают, что кристаллиты довольно большие (50-100 нм), но что степень кристалличности низкая, что отражается в дополнительном уширении пиков на рентгенограммах. Увеличение температуры разложения до 650°C приводит к агрегации кристаллитов вследствие спекания (рис.4б), без изменения размера. Оксид гадолиния (III), полученный при термическом разложении гидроксида гадолиния, состоит из кристаллитов меньшего размера. При температуре 650°C размер кристаллитов составляет около 20 нм (рис.4 в,г).

Из ИК-спектров, которые представлены на рисунке 5а, следует, что в исследуемых образцах обоих типов присутствуют пики, содержащие связь С-О (полосы поглощения при приблизительно 1500 и 1400  $\text{см}^{-1}$ ). Происхождение таких групп мы связываем с адсорбцией  $\text{CO}_2$  на поверхности исследуемых образцов при их получении и хранении на воздухе. Концентрация этих групп после отжига при 650°C не очень высокая, как это следует из их интенсивности. Помимо оксида углерода образцы сорбируют также воду, о чем свидетельствуют полосы поглощения при 3400-3350  $\text{см}^{-1}$ .

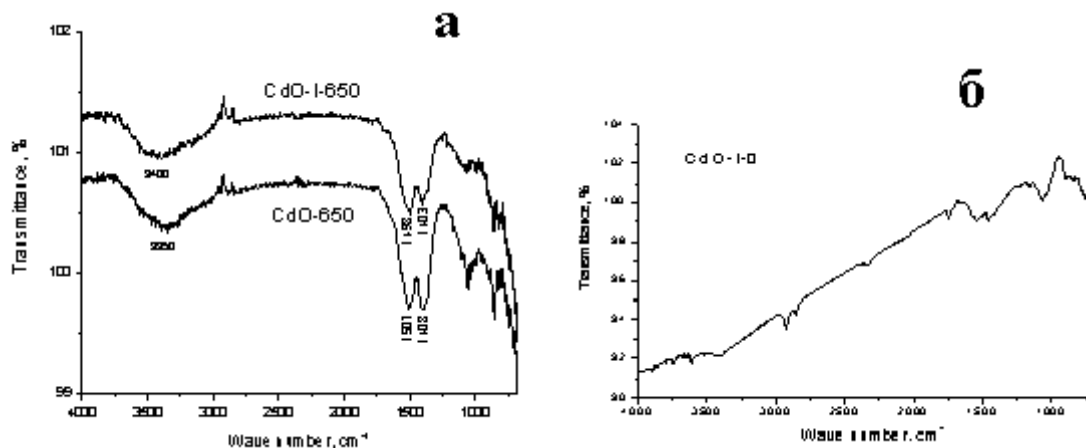


Рис. 5. ИК-спектры порошков оксидов гадолиния, полученных: а) термическим разложением гидроксида (верхняя кривая) и нитратной соли (нижняя кривая) при 650°C; б) термическим разложением гидроксида при 350°C.

Отметим также, что отжиг при более низких температурах соответствует более высокой степени загрязнения поверхности (рис.5б).

Поступило 10.09.2021 г.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. LeRoy Eyring. Chapter 27 The Binary Rare Earth Oxides. – In Non-metallic Compounds. Hand book on the Physics and Chemistry of Rare Earths, 1979, v.3, pp.337-399.
2. Kirchmayr H.R. Permanent Magnets and Hard Magnetic Materials. – Journal of Physics D: Applied Physics, 1996, v.29, №11, pp. 2763-2778.
3. Gin-ya Adachi, Nobuhito Imanaka. The Binary Rare Earth Oxides. – Chemical Reviews, 1998, v.98, №4, pp. 1479-1514.
4. Mohamed N., Rahaman I. “Ceramic Processing and Sintering”. 2nd Edition. – Marcel Dekker “Materials Engineering”, 2003, pp. 150-157.

М.Н.Абдусалямова, С.С.Баротов, Ф.А.Махмудов, Э.Н.Шаймарданов

### ҲОСИЛ НАМУДАН ВА ТАҲҚИҚИ ҲОСИЯТҲОИ НАНОЗАРАҲОИ ОКСИДИ ГАДОЛИНИЙ

*Институти кимиё ба номи В.И.Никитини Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон*

Нанозараҳои оксиди гадолиний (III) - ( $Gd_2O_3$ ) бо усули шаблонӣ синтез карда шудааст. Бо усули ИК, муайян карда шуд, ки  $CO_2$  ва  $H_2O$  дар қабати болоии намунаҳо ҷаббида мешаванд. Санҷишҳои рентгени дифрактограммаи намунаҳо, дар натиҷаи таҷзияи гармидиҳи оксиди гадолиний, ки дар ҳаво дар ҳарорати 350°C ва 500°C ба даст оварда шудааст дар ҳарду ҳолат мавҷуд будани фазаи ягонаи кристалии  $Gd_2O_3$  бо типии структури биксбиита  $\alpha-Mn_2O_3$  нишон медиҳад.

**Калимаҳои калиди:** *ҳосияти наноструктурии оксиди гадолиний, СРФ, ИК-структура.*



M.N.Abdusalyamova, S.S.Barotov, F.A.Makhmudov, E.N.Shaimardanov

## OBTAINING AND PROPERTIES OF NANOSTRUCTURED GADOLINIUM OXIDE

*V.I.Nikitin Institute of Chemistry National Academy of Sciences of Tajikistan*

Nanostructured gadolinium oxide ( $Gd_2O_3$ ) was synthesized by the template method. Using the IR method. It was found that  $CO_2$  and  $H_2O$  is adsorbed on the sample surface. Analysis of X-ray diffraction patterns of samples of gadolinium sesqui oxides obtained by thermal decomposition in air at  $350^\circ C$  and  $500^\circ C$  shows that in both cases there is only one crystalline  $Gd_2O_3$  phase with Bixbyite  $x-Mn_2O_3$  structural type.

**Key words:** nanostructured gadolinium, RFS, IR, structure.

УДК 546.662, 86:669.0.17.1

В.Д.Абулхаев, М.А.Балаев, Х.Х.Назарзода, Б.Д.Сайдалиев, С.О.Убайдов,

академик НАН Таджикистана И.Н.Ганиев

**ДИАГРАММА СОСТОЯНИЯ И ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА  
ТВЁРДЫХ РАСТВОРОВ СИСТЕМЫ  $Tb_4Sb_3-Pr_4Sb_3$** *Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана*

В статье приведены результаты исследования диаграммы состояния и электрофизические свойства твёрдых растворов системы  $Tb_4Sb_3 - Pr_4Sb_3$ . Кристаллохимический анализ показал, что твёрдые растворы  $Tb_{4-x}Pr_xSb_3$ , ( $x = 0.4 \div 3.6$ ) системы  $Tb_4Sb_3 - Pr_4Sb_3$  кристаллизуются в кубической структуре типа анти- $Th_3P_4$ . Определены электрофизические свойства (удельное электросопротивление и термо-э.д.с.) твёрдых растворов  $Tb_{4-x}Pr_xSb_3$  ( $x = 0.4 \div 3.6$ ) при 298 К.

**Ключевые слова:** сплавы, диаграмма состояния, твёрдые растворы, удельное электросопротивление, термо-э.д.с.

Диаграммы состояния систем Tb–Sb и Pr–Sb в полном диапазоне концентраций исследованы в [1, 2]. В данных системах установлено образование соединений  $Tb_5Sb_3$ ,  $Tb_4Sb_3$ ,  $TbSb$ ,  $Pr_2Sb$ ,  $Pr_5Sb_3$ ,  $Pr_4Sb_3$ ,  $PrSb$  и  $PrSb_2$ .

Соединения  $Tb_5Sb_3$ ,  $Tb_4Sb_3$ ,  $TbSb_2$ ,  $Pr_2Sb$ ,  $Pr_5Sb_3$ ,  $Pr_4Sb_3$  и  $PrSb_2$  при 1923, 2043, 1013, 1623, 1763, 1983 и 1348 К, соответственно, плавятся инконгруэнтно. При этом соединения  $TbSb$  и  $PrSb$  при 2433 и 2183 К, соответственно, плавятся конгруэнтно.

Установлено, что соединения  $Tb_5Sb_3$  и  $Tb_4Sb_3$  проявляют магнитные свойства [3].

Целью данной работы явилось исследование диаграммы состояния системы  $Tb_4Sb_3 - Pr_4Sb_3$  и электрофизических свойств твёрдых растворов  $Tb_{4-x}Pr_xSb_3$  ( $x = 0.4 \div 3.6$ ), образующихся в этой системе при температуре 298 К.

При синтезе твёрдых растворов в качестве исходных компонентов использовали предварительно синтезированные антимоиды  $Tb_4Sb_3$  и  $Pr_4Sb_3$ , которые получали прямым взаимодействием стружек тербия и празеодима с порошком сурьмы в герметизированных молибденовых тиглях. Нагревание тигля с веществом проводили со скоростью 20 град/мин до оптимальной температуры ( $1473 \pm 50$  К) с последующей выдержкой при этой температуре в течение  $2 \pm 0.5$  часов. После завершения синтеза тигель с веществом охлаждали до комнатной температуры со скоростью 40 град/мин.

Твёрдые растворы системы  $Tb_4Sb_3 - Pr_4Sb_3$  получали следующим образом. Порошки предварительно синтезированных соединений –  $Tb_4Sb_3$  и  $Pr_4Sb_3$ , отвечающие определенному химическому составу сплава  $Tb_{4-x}Pr_xSb_3$  ( $x = 0.4 \div 3.6$ ), смешивали, спрессовывали в штабик, помещали в герметизированный молибденовый тигель и нагревали (со скоростью 80 К/мин) Оптимальная температура синтеза составляла  $1573 \pm 50$  К. При этой температуре образцы выдерживали 2-3 ч. После чего тигель с

**Адрес для корреспонденции:** Абулхаев Владимир Джалолович. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2, Институт химии НАНТ. E-mail: abulkhaev-48@mail.ru

веществом охлаждали до комнатной температуры со скоростью 80 К/мин. Следует отметить, что при синтезе сплавов системы  $Tb_4Sb_3 - Pr_4Sb_3$  скорость нагревания и охлаждения не играет существенной роли. Существенное значение при синтезе имеют конечная температура синтеза и время выдержки реакционной смеси при этой температуре.

Твёрдые растворы системы  $Tb_4Sb_3 - Pr_4Sb_3$  синтезировали при одном и том же температурном и временном режиме, то есть при  $1573 \pm 50$  К и времени выдержки 2-3 ч.

Диagramму состояния системы  $Tb_4Sb_3 - Pr_4Sb_3$  исследовали методом дифференциального термического (ДТА), рентгенофазового (РФА) и металлографического анализов.

ДТА сплавов осуществляли на установке ВДТА-8МЗ при скоростях нагревания и охлаждения 40-80 град./мин. Погрешность в определении температур термических эффектов не превышала  $\pm 1\%$ .

РФА сплавов проводили на дифрактометре ДРОН-2 с использованием отфильтрованного  $CuK_{\alpha}$ -излучения (Ni-фильтр). Погрешность в определении параметров элементарной ячейки сплавов составляла  $\pm 0.0005$  нм.

Металлографический анализ сплавов выполняли на приборе «Neophot-21». Шлифы полировали алмазной пастой, нанесенной на нейлоновую ткань.

Микротвердость кристаллов измеряли на микротвердомере ПМТ-2.

Плотность сплавов определяли по стандартной методике.

Исследования удельного электросопротивления и термо-э.д.с. твердых растворов проводили при 298 К четырехзондовым методом [3]. Относительная погрешность измерения удельного электросопротивления составляла  $\pm 2.5$ , а термо-э.д.с.  $\pm 2\%$ .

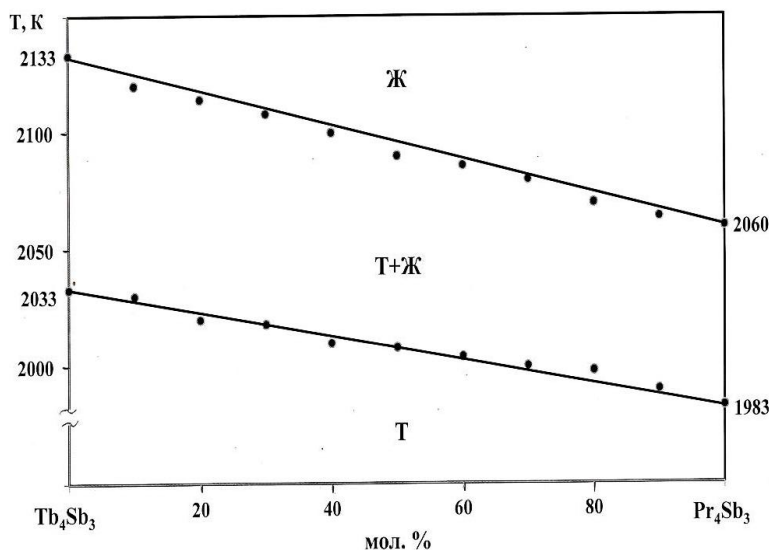


Рис. Диаграмма состояния системы  $Tb_4Sb_3 - Pr_4Sb_3$ .

Плотность твердых растворов определяли по стандартной методике.

Исследования удельного электросопротивления и термо-э.д.с. твердых растворов проводили при 298 К четырёхзондовым методом [3].

Диagramма состояния системы  $Tb_4Sb_3 - Pr_4Sb_3$ , построенная по совокупности экспериментальных данных, приведена на рисунке.

Из рисунка видно, что  $Tb_4Sb_3 - Pr_4Sb_3$  при  $2133 \pm 20$  и  $2060 \pm 20$  К, соответственно, плавятся конгруэнтно, что не противоречит данным [3]. Диаграмма состояния системы  $Tb_4Sb_3 - Pr_4Sb_3$  свидетельствует о неограниченной взаимной растворимости компонентов –  $Tb_4Sb_3$ ,  $Pr_4Sb_3$  как в жидком, так и в твердом состоянии. При этом РФА и металлографический анализ сплавов указывают на образование во всем исследованном диапазоне концентраций твердых растворов замещения  $Tb_{4-x}Pr_xSb_3$  ( $x = 0.4 \div 3.6$ ).

По данным РФА, твердые растворы  $Tb_{4-x}Pr_xSb_3$  ( $x = 0.4 \div 3.6$ ) изоструктурны с исходными компонентами –  $Tb_4Sb_3$ ,  $Pr_4Sb_3$  и кристаллизуются в кубической сингонии типа анти- $Th_3P_4$  с пространственной группой  $\bar{I}43d$  [4]. Из табл. 1 следует, что концентрационная зависимость параметра элементарной ячейки твердых растворов во всем исследованном диапазоне концентраций изменяется аддитивно. При этом наибольшую микротвердость (5250 МПа) показывает твердый раствор, содержащий 20 мол.%  $Pr_4Sb_3$ .

Рассчитана также теоретическая плотность кристаллов твердых растворов.

Таблица 1

Кристаллохимические характеристики антимонитдов  $Tb_4Sb_3$ ,  $Pr_4Sb_3$  и твердых растворов  $Tb_{4-x}Pr_xSb_3$  ( $x = 0.4 \div 3.6$ )

Антимониды $Tb_4Sb_3$ , $Pr_4Sb_3$ и твердые растворы	Параметр элементарной ячейки, $\pm 0.0005$ нм	Плотность, $кг/м^3$	
	a	расчет	эксперим.
$Tb_4Sb_3$	0.9165	8685	8678
$Tb_{3.6}Pr_{0.4}Sb_3$	0.9175	8594	8582
$Tb_{3.2}Pr_{0.8}Sb_3$	0.9224	8397	8392
$Tb_{2.8}Pr_{1.2}Sb_3$	0.9226	8333	8326
$Tb_{2.4}Pr_{1.6}Sb_3$	0.9228	8263	8258
$Tb_2Pr_2Sb_3$	0.9262	8112	8108
$Tb_{1.6}Pr_{2.4}Sb_3$	0.9287	7984	7978
$Tb_{1.2}Pr_{2.8}Sb_3$	0.9320	7842	7838
$Tb_{0.8}Pr_{3.2}Sb_3$	0.9325	7770	7752
$Tb_{0.4}Pr_{3.6}Sb_3$	0.9342	7669	7662
$Pr_4Sb_3$	0.9362	7561	7556

Таблица 2

Электрофизические свойства антимонидов  $Ln_4Sb_3$  ( $Ln = Tb, Pr$ ) и твердых растворов системы  $Tb_4Sb_3 - Pr_4Sb_3$  при 298 К

Антимониды и твердые растворы	Удельное электросопротивление, $\rho \times 10^6$ , Ом·м	Электропроводность, $\sigma \times 10^{-5}$ , $Ом^{-1} \cdot м^{-1}$	Термо-э.д.с. - $\alpha$ , мкВ/К
$Tb_4Sb_3$	$9.72 \pm 0.24$	1.02	$7.6 \pm 0.15$
$Tb_{3.6}Pr_{0.4}Sb_3$	$9.3 \pm 0.23$	1.07	$7.5 \pm 0.15$
$Tb_{3.2}Pr_{0.8}Sb_3$	$8.9 \pm 0.22$	1.12	$7.3 \pm 0.14$
$Tb_{2.8}Pr_{1.2}Sb_3$	$8.5 \pm 0.21$	1.17	$7.0 \pm 0.14$
$Tb_{2.4}Pr_{1.6}Sb_3$	$8.3 \pm 0.20$	1.20	$6.7 \pm 0.13$
$Tb_2Pr_2Sb_3$	$7.8 \pm 0.19$	1.28	$6.5 \pm 0.13$
$Tb_{1.6}Pr_{2.4}Sb_3$	$7.6 \pm 0.19$	1.31	$6.2 \pm 0.12$
$Tb_{1.2}Pr_{2.8}Sb_3$	$7.3 \pm 0.18$	1.36	$6.0 \pm 0.15$
$Tb_{0.8}Pr_{3.2}Sb_3$	$6.8 \pm 0.17$	1.47	$5.8 \pm 0.11$
$Tb_{0.4}Pr_{3.6}Sb_3$	$6.6 \pm 0.16$	1.52	$5.5 \pm 0.11$
$Pr_4Sb_3$	$6.2 \pm 0.15$	1.6	$5.3 \pm 0.1$

Выявлено, что как исходным компонентам – антимонидам  $\text{Ln}_4\text{Sb}_3$  ( $\text{Ln} = \text{Pr}, \text{Tb}$ ), так и твердым растворам системы  $\text{Tb}_4\text{Sb}_3 - \text{Pr}_4\text{Sb}_3$  свойственна металлическая проводимость. Об этом свидетельствуют значения удельного электросопротивления антимонидов и твердых растворов при 298 К (табл. 2).

Относительно низкая электропроводность, проявляемая антимонидами  $\text{Tb}_4\text{Sb}_3$ ,  $\text{Pr}_4\text{Sb}_3$  и твердыми растворами  $\text{Tb}_{4-x}\text{Pr}_x\text{Sb}_3$  ( $x = 0.4 \div 3.6$ ), с нашей точки зрения, объясняется вкладом магнитной составляющей удельного электросопротивления в общее удельное электросопротивление и влиянием химической связи.

*Поступило 02.11.2022 г.*

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Abdusalyamova M.N., Burnashev O.R., Mironov K.E. The terbium antimony alloy system. – J. Less-Comm. Metals, 1981, v.77, №1, pp.81-88.
2. Абулхаев В.Д., Бабков В.К., Ганиев И.Н. Диаграмма состояния системы  $\text{Pr} - \text{Sb}$ . – Изв. АН РТ. Отд. физ-мат., хим. и технич. наук, 1995, №3 (11), с.13-17.
3. Абдусалимова М.Н., Абулхаев В.Д., Гончарова Е.В. Электрические свойства антимонидов состава  $\text{Ln}_5\text{Sb}_3$  ( $\text{Ln} = \text{Nd}, \text{Sm}, \text{Gd}, \text{Tb}, \text{Dy}, \text{Ho}$ ). – Физика твердого тела, 1982, т.24, вып.3, с.752-756.
4. Миркин Л.И. Справочник по рентгеноструктурному анализу кристаллов. – М.: Физматгиз, 1961, 863 с.

**В.Д.Абулхаев, М.А.Балаев, Х.Х.Назарзода, Б.Д.Сайдалиев, С.О.Убайдов, И.Н.Ганиев**

### **ДИАГРАММАИ ҲОЛАТ ВА ХОСИЯТҲОИ ЭЛЕКТРОФИЗИКИИ МАҲЛУЛҲОИ САХТИ СИСТЕМАИ $\text{Tb}_4\text{Sb}_3\text{-Pr}_4\text{Sb}_3$**

*Институту химияи ба номи И.И.Никитини Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон*

Дар мақола натиҷаи таҳқиқоти диаграммаи ҳолат ва хосиятҳои электрофизикии маҳлулҳои сахти системаи  $\text{Tb}_4\text{Sb}_3 - \text{Pr}_4\text{Sb}_3$  оварда шудааст. Таҳлили кристаллохимиявӣ нишон дод, ки маҳлулҳои сахти  $\text{Tb}_{4-x}\text{Pr}_x\text{Sb}_3$ ,  $x = (0.4 \div 3.6)$  системаи  $\text{Tb}_4\text{Sb}_3 - \text{Pr}_4\text{Sb}_3$  дар структураи кубии намуди анти- $\text{Th}_3\text{P}_4$  кристаллизатсия мешаванд. Хосиятҳои электрофизикии (муқовимати хоси электрикӣ ва қувваи гармоэлектрорақатдиҳанда) маҳлулҳои сахти  $\text{Tb}_{4-x}\text{Pr}_x\text{Sb}_3$  ( $x = 0.4 \div 3.6$ ) дар ҳарорати 298 К муайян карда шуданд.

**Калимаҳои калидӣ:** *хӯлаҳо, диаграммаи ҳолат, маҳлулҳои сахт, муқовимати хоси электрикӣ, қувваи электрорақатдиҳанда.*

V.D.Abulkhaev, M.A.Balaev, Kh.Rh.Nazarov, B.D.Saydaliev, S.O.Ubaydov, I.N.Ganiev  
**STATE DIAGRAM AND ELECTROPHYSICAL PROPERTIES OF SOLID  
SOLUTION OF THE Tb<sub>4</sub>Sb<sub>3</sub>-Pr<sub>4</sub>Sb<sub>3</sub> SYSTEM**

*V.I.Nikitin Institute of Chemistry, Nation academy of Sciences of the Tajikistan*

In this article comprises the results of investigation of state diagram and electrophysical properties of solid solutions which have been formed in the Tb<sub>4</sub>Sb<sub>3</sub> – Pr<sub>4</sub>Sb<sub>3</sub> system. Crystallochemical investigations have shown, that solid solutions Tb<sub>4-x</sub>Pr<sub>x</sub>Sb<sub>3</sub>, x = (0.4÷3.6) of the Tb<sub>4</sub>Sb<sub>3</sub> – Pr<sub>4</sub>Sb<sub>3</sub> system crystallizes in cubic structural anti-Th<sub>4</sub>P<sub>4</sub> type. Electrophysical properties (specific electrical resistance, thermal electromotive force) of of solid solution of Tb<sub>4-x</sub>Pr<sub>x</sub>Sb<sub>3</sub> (x = 0.4÷3.6) at temperature 298 K was defined.

**Key words:** *alloys, state diagram, solid solutions, specific electrical resistance, thermal electromotive force.*

УДК 556.114.679+623.454.862

М.З.Ахмедов, Х.М.Назаров, Ш.А.Рахимбердиев,  
академик НАН Таджикистана У.Мирсаидов

## ЕСТЕСТВЕННЫЕ РАДИОНУКЛИДЫ В ПОЧВАХ НА ТЕРРИТОРИИ АРЕАЛА ХВОСТОХРАНИЛИЩА АДРАСМАН

*Агентство по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности  
НАН Таджикистана*

*В данной статье приводятся результаты исследования активности естественных радионуклидов в почвах, отобранных вокруг радиоактивного хвостохранилища Адрасман. Установлено, что активности радионуклидов в почве имеют связь с ландшафтами местностей и миграцией элементов из них.*

**Ключевые слова:** почва, анализ, радионуклид, миграция, удельная активность.

### В в е д е н и е

Почва является наиболее ёмким и самым инерционным звеном в цепочках переноса радионуклидов. Во все компоненты почвы входят естественные радионуклиды. Особое внимание уделяется определению таких естественных радионуклидов (ЕРН), как  $^{40}\text{K}$ ,  $^{226}\text{Ra}$ ,  $^{232}\text{Th}$ , так как именно эти радионуклиды вносят основной вклад в формирование фоновой нагрузки на организм человека [1-4].

В работах многих авторов [5-13] рассматривается проблема миграции ЕРН в различных почвах. Основное внимание уделяется формированию дозы излучения на поверхности вследствие влияния на неё природных радионуклидов.

Настоящая работа посвящена установлению особенностей распределения удельной активности естественных радионуклидов (ЕРН –  $^{40}\text{K}$ ,  $^{226}\text{Ra}$ ,  $^{232}\text{Th}$ ) в почвах вокруг радиоактивного хвостохранилища Адрасман.

Для отбора проб заранее определяли координаты точек и их месторасположения (рис.1). Радиоэкологические экспедиции проводились в тёплый сухой летне-осенний период (с июня по сентябрь 2022 г.).

Отбор проб почвы проводили согласно ГОСТ 17.4.3.01-2017 от поверхности земли до глубины 25 см [14, 15]. Каждую пробу в точке отбора очищали от камней, корней и других включений. Из общей массы методом квартования отбирали более 1 л образца. Почвы высушивали до воздушно-сухого состояния, измельчали на мельнице и просеивали через сито диаметром отверстий 2 мм.



Рис. 1. Точки отбора проб.

Для радиологического измерения проб использовали стандартный сосуд «Маринелли» объёмом 1 л. Радиологические измерения и анализ исследуемых проб проводились на гамма-спектрометре (CANBERA, программное обеспечение Genie-2000) в аккредитованной Лаборатории технических услуг Агентства по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности НАН Таджикистана. Радионуклидный состав представлен в табл.1 и 2.

Таблица 1

Содержание радионуклидов в материале Адрасманского хвостохранилища и почвах прилегающего к нему посёлка

Радионуклид	А <sub>уд.</sub> , Бк/кг			
	Хвостохранилище		Посёлок	
	минимум	максимум	минимум	максимум
<sup>40</sup> K	535	1812	963	1734
<sup>226</sup> Ra	2087	29677	114	4205*
<sup>232</sup> Th	30	342	-	-
<sup>238</sup> U	118	1271	-	47

Примечание: \*Аномальные значения связаны с хвостовым материалом, занесённым из тела хвостохранилища

Таблица 2

Суммарная активность ЕРН почв, отобранных вокруг хвостохранилища Адрасман

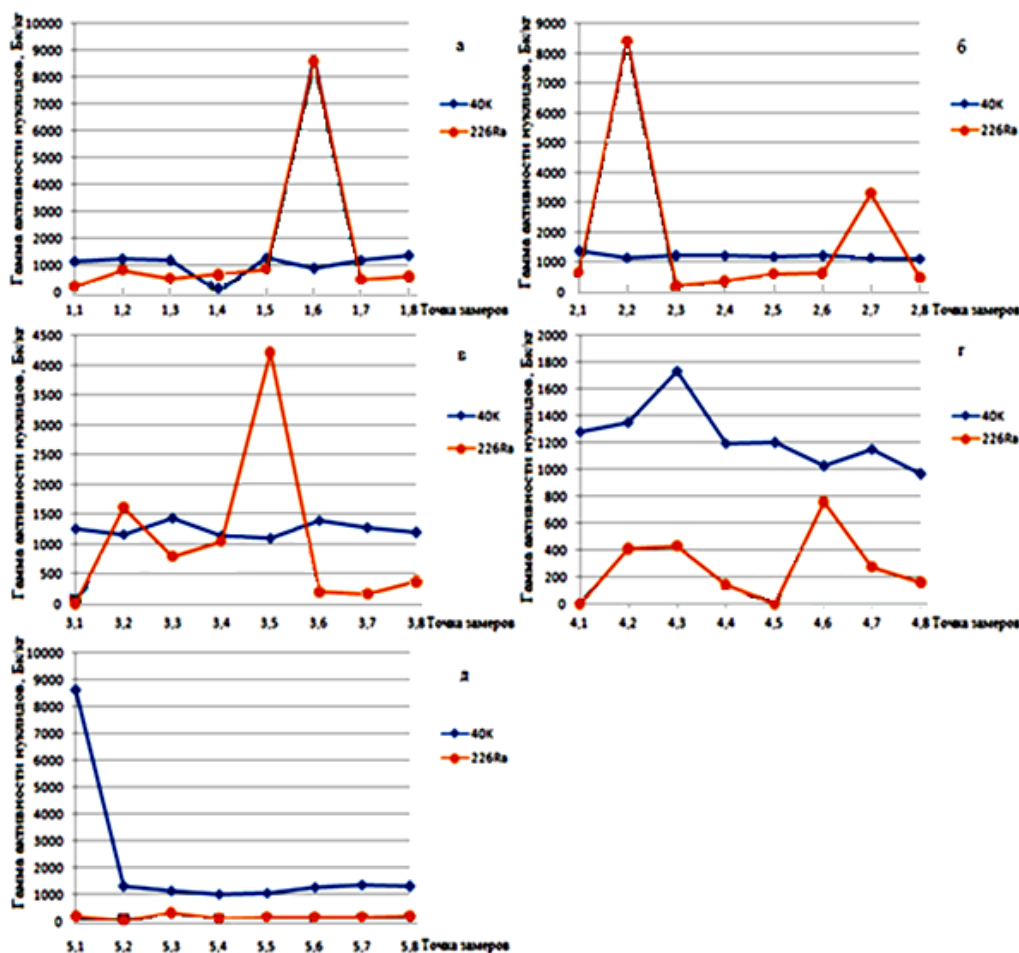
Дальность от центра хвостохранилища, м	Значение	Суммарная активность, Бк/кг		А <sub>уд.</sub> , Бк/кг			
		альфа	бета	<sup>40</sup> K	<sup>226</sup> Ra	<sup>228</sup> Th	<sup>238</sup> U
50	минимум	24,75	12,88	865,6	186,2	не обн.	не обн.
	максимум	161,31	143,48	1338,1	<b>8570,5</b>	<b>9697,3</b>	<b>811,1</b>
	средние	61,10	60,8	1024,19	1569,76	1335,96	116,21
100	минимум	26,57	16,76	1107,2	184,3	не обн.	не обн.
	максимум	162,66	88,91	1365,5	8386,2	7388,1	313,2
	средние	60,47	59,95	1197,5	1817,38	1309,73	39,15
200	минимум	35,69	28,40	1107,1	162,7	не обн.	не обн.
	максимум	<b>167,95</b>	147,08	1431,5	4205,5	2285,1	не обн.
	средние	86,05	82,40	1244,9	1048,5	285,63	не обн.
400	минимум	43,08	23,55	963,6	не обн.	не обн.	не обн.
	максимум	160,04	102,31	1734,0	756,7	499,4	47,1
	средние	91,71	67,97	1238,44	269,73	62,42	5,88
800	минимум	85,95	46,33	1021,4	114,1	не обн.	не обн.
	максимум	159,49	<b>149,73</b>	<b>8609,6</b>	293,9	не обн.	не обн.
	средние	124,0	92,0	2134,6	149,21	не обн.	не обн.



**Результаты и обсуждение**

При изучении особенностей активности естественных радионуклидов почвы вокруг радиоактивного хвостохранилища Адрасман особое внимание уделяли состоянию хвостохранилища. В некоторых его местах имеются нарушения поверхностного покрытия и места смыва.

Анализ содержания  $^{226}\text{Ra}$  в почвах исследуемой территории показал, что данный показатель варьирует в достаточно широких пределах (рис.2) и находится на уровне 149-8570 Бк/кг. При этом, обнаружены аномальные максимальные значения удельной активности  $^{226}\text{Ra}$  в почвах территорий близлежащих посёлков. Это связано со смывом хвостового материала из тела радиоактивного хвостохранилища Адрасман селевыми потоками.



**Рис. 2.** Удельные активности ЕРН в пробах почв, отобранных вокруг радиоактивного хвостохранилища Адрасман на различных расстояниях: а) 50 м; б) 100 м; в) 200 м; г) 400 м; д) 800 м от центра хвостохранилища.

Вариация значений удельной активности  $^{40}\text{K}$  во многом зависит от типов почв. В первичных горных породах его содержание наибольшее в кислых вулканических породах (граниты и др.). Из осадочных пород наибольшим содержанием  $^{40}\text{K}$  обладают сланцы и песчаники. В нашем случае данный показатель достигает до 8609,6 Бк/кг. В песках, аллювиальных и супесчаных почвах, как правило, содержание  $^{40}\text{K}$  минимально, также как и в почвах с промывным водным режимом.  $^{40}\text{K}$  легко окисляющийся щелочной металл, образующий хорошо растворимые соли.

На рис.3 приводятся суммарная альфа- и бета-активности проб почв, отобранных вокруг радиоактивного хвостохранилища Адрасман на различных расстояниях от центра хвостохранилища.

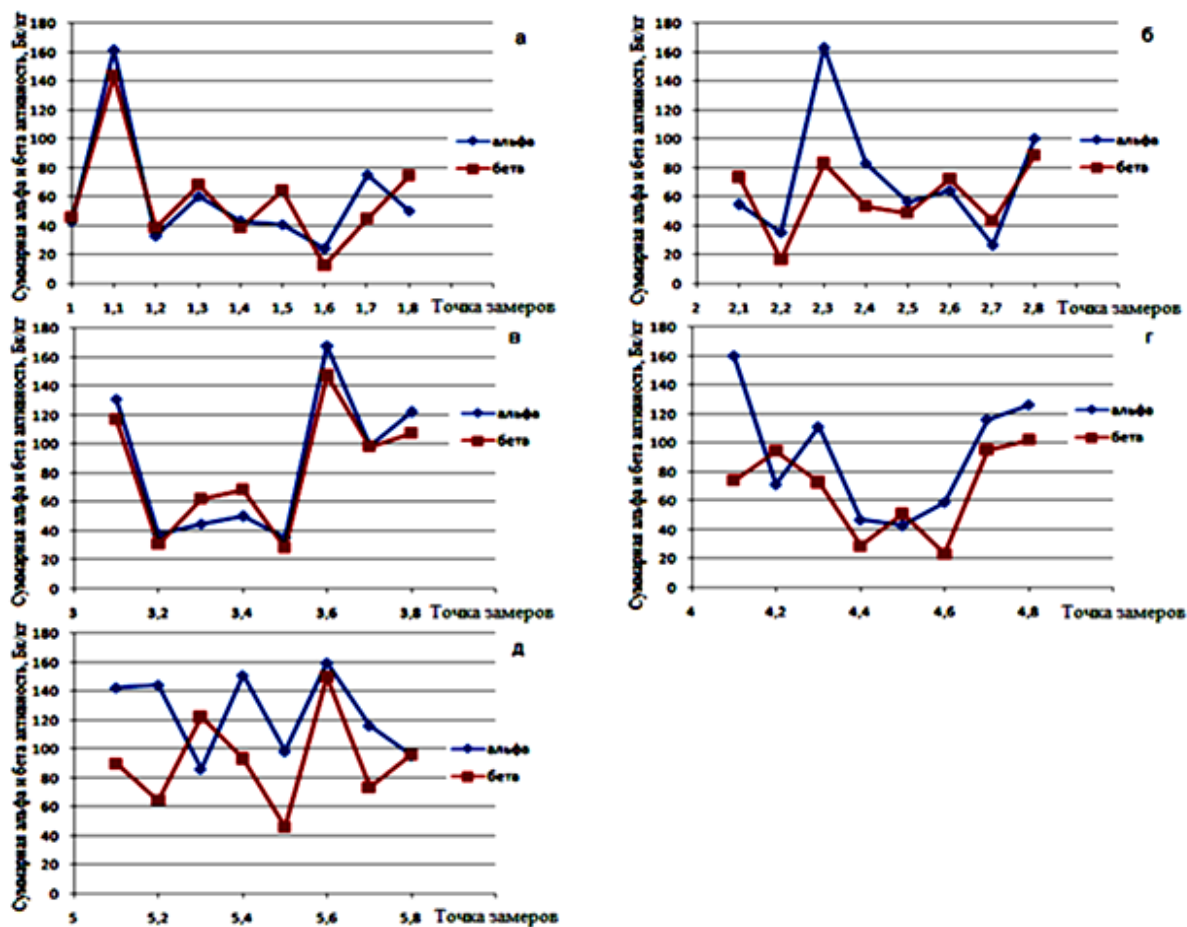


Рис. 3. Суммарная альфа- и бета-активности проб почв, отобранных вокруг радиоактивного хвостохранилища Адрасман на различных расстояниях: а) 50 м; б) 100 м; в) 200 м; г) 400 м; д) 800 м от центра хвостохранилища.

### В ы в о д ы

В целом, оценка содержания естественных радионуклидов в почвах в первую очередь необходима для прогноза последствий миграции радионуклидов из радиоактивного хвостохранилища в окружающую среду, а также для расчёта доз облучения населения от природных источников ионизирующего излучения.

*Поступило 16.11.2022 г.*

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Бураева Е.А. Удельная активность радионуклидов в почвах урбанизированных территорий Ростовской области. – Живые и биокосные системы, 2022, №40; URL: <https://jbks.ru/archive/issue-40/article-3/>. DOI: 10.18522/2308-9709-2022-40-3.
2. Голубцов А.Р. Геоэкологическая оценка состояния окружающей среды Новочеркасска. – Устойчивое развитие науки и образования, 2020, №3, с.78-84.

3. Козырев Д.А., Горбов С.Н., Безуглова О.С. и др. Удельная активность радионуклидов и их взаимосвязь с валовым химическим составом почв. – Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки, 2021, №1, с.71-81. DOI 10.18522/1026-2237-2021-1-71-81.
4. Bezuglova O.S., Gorbov S.N., Tischenko S.A. et al. Accumulation and migration of heavy metals in soils of the Rostov region, south of Russia. – J. of Soils and Sediments, 2016, №16(4), p.1203-1213. [https://DOI 1007/s11368-015-1165-8](https://doi.org/10.1007/s11368-015-1165-8).
5. Рачкова Н.Г., Шуктомова И.И., Таскаев А.И. Состояние в почвах естественных радионуклидов урана, радия и тория (обзор). – Почвоведение, 2010, №6, с.698-705.
6. Strok M., Smodis B. Fractionation of natural radionuclides in soils from the vicinity of a former uranium mine Zirovskivrh, Slovenia. – J. Environ. Radioactivity, 2010, v.101, №1, p.22-28.
7. Alatise, O.O., Babalola I.A., Olowofela J.A. Distribution of some natural gamma-emitting radionuclides in the soils of the coastal areas of Nigeria. – J. Environ. Radioactivity, 2008, v.99, №11, p.1746-1749.
8. Quindos L.S., Fernandez P.L., Rodenas C. et al. Conversion factors for external gamma dose derived from natural radionuclides in soils. – J. Environ. Radioactivity, 2004, v.71(2), p.139-145.
9. Dowdall M., O’Dea J.  $^{226}\text{Ra}/^{238}\text{U}$  disequilibrium in an upland organic soil exhibiting elevated natural radioactivity. – J. Environ. Radioactivity, 2002, v.59(1), p.91-104.
10. Геннадиев А.Н., Голосов В.Н., Чернянский С.С. и др. Сравнительная оценка содержания в почвах магнитных сферул,  $^{137}\text{Cs}$  и  $^{210}\text{Pb}$  для целей индикации эрозионно-аккумулятивных процессов. – Почвоведение, 2006, №10, с.1218-1234.
11. Doering C., Akber R., Heijnis H. Vertical distributions of  $^{210}\text{Pb}$  excess,  $^7\text{Be}$  and  $^{137}\text{Cs}$  in selected grass covered soil in Southeast Queensland, Australia. – J. Environ. Radioactivity, 2006, v.87(2), p.135-147.
12. Linnik V.G., Minkina T.M., Bauer T.V. et al. Geochemical assessment and spatial analysis of heavy metals pollution around coal-fired power station. – J. Environmental Geochemistry and Health, 2020, v.42(12), p.4087-4100. Doi: 10.1007/s10653-019-00361-z.
13. Minkina T., Konstantinova E., Bauer T. et al. Environmental and human health risk assessment of potentially toxic elements in soils around the largest coal-fired power station in Southern Russia. – J. Environmental Geochemistry and Health, 2020. Doi: 10.1007/s10653-020-00666-4.
14. ГОСТ 17.4.3.01-2017. Охрана природы (ССОП). Почвы. Общие требования к отбору проб. Межгосударственный стандарт. – М.: Стандартинформ, 2018, 9 с.
15. Карпов Ю.А., Савостин А.П. Методы пробоотбора и пробоподготовки. 3-е изд. (эл). – М.: БИНОМ, Лаборатория знаний, 2015, 246 с.

М.З.Ахмедов, Х.М.Назаров, Ш.А.Рахимбердиев, У.Мирсаидов

## РАДИОНУКЛИДҲОИ ТАБИЙ ДАР ХОКҲО ДАР АРЕАЛИ МАҲФУЗГОҲИ АДРАСМОН

*Агентии амнияти химиявӣ, биологӣ, радиатсионӣ ва ядроии*

*Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон*

Дар мақола натиҷаҳои омӯзиши фаъолияти радионуклидҳои табиӣ дар хокҳо, ки аз атрофи партовгоҳи радиоактивии Адрасмон гирифта шудаанд, оварда шудааст. Муқаррар карда шудааст, ки фаъолияти радионуклидҳо дар хок ба ландшафтҳо ва миграцияи элементҳо аз онҳо вобаста аст.

**Калимаҳои калидӣ:** хок, таҳлил, радионуклид, миграция, фаъолнокии хок.

**M.Z.Akhmedov, Kh.M.Nazarov, Sh.A.Rahimberdiev, U.Mirsaidov**  
**NATURAL RADIONUCLIDES IN SOILS IN THE AREA**  
**OF THE ADRASMAN TAILING DUMP**

*Chemical, Biological, Radiological and Nuclear Safety and Security Agency  
of the National Academy of Sciences of Tajikistan*

In this article presents the results of a study of the activity of natural radionuclides in soils taken from the area around the radioactive tailing dump Adrasman. It has been established that the activity of radionuclides in the soil is related to landscapes and the migration of elements from them.

**Key words:** *soil, analysis, radionuclide, migration, specific activity.*

**Сведения об авторах:**

**Ахмедов Матин Зафарджонович** – заместитель директора Агентства по химической, биологической радиационной и ядерной безопасности Национальной академии наук Таджикистана. Адрес: 734025, Таджикистан, г.Душанбе, пр.Рудаки, 33. Телефон: (+992 37) 227 83 83. E-mail: m.akhmedov@cbrn.tj;

**Назаров Холмурод Марипович** – д.т.н., профессор, директор Филиала Агентства по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности НАН Таджикистана. Адрес: 735730, Таджикистан, г.Бустон, Б. Гафуров, 1<sup>а</sup>. Телефон: (+992) 92 607 00 18. E-mail: holmurod18@mail.ru;

**Рахимбердиев Шукуржон Ахматкулович** – инженер Филиала Агентства по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности НАН Таджикистана. Адрес: 735730, Таджикистан, г.Бустон, Б. Гафуров, 1<sup>а</sup>. Телефон: (+992) 92 726 09 60. E-mail: alpinist.tj@mail.ru;

**Мирсаидов Улмас** – д.х.н., профессор, академик НАН Таджикистана, главный научный сотрудник Агентства по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности НАН Таджикистана. Адрес: 734025, Таджикистан, г.Душанбе, пр.Рудаки, 33. Телефон: (+992 37) 227 83 83. E-mail: m.ulmas@nrnsa.tj;

## УКАЗАТЕЛЬ СТАТЕЙ, ОПУБЛИКОВАННЫХ В 2022 г.

## №1-2

## МАТЕМАТИКА

**А.А.Собиров.** Проблема Эстермана для кубов простых чисел с почти равными слагаемыми

**П.М.Фозилова.** Тернарная проблема Эстермана для кубов простых чисел с почти пропорциональными слагаемыми

**А.Мухлис.** О наилучшем приближении периодических дифференцируемых функций и точных значениях поперечников некоторых классов функций в  $L_2$

**К.К.Палавонов.** Наилучшее совместное полиномиальное приближение периодических функций и решение некоторых экстремальных задач в  $L_2$

**Г.Джангибеков, С.Ф.Савлатов.** О поликэрн-функции полуплоскости  $Imz > 0$  и её связи с двумерными сингулярными интегральными операторами

## ИНФОРМАТИКА

**С.М.Пиров.** Алгоритм распознавания благозвучия таджикских слов при использовании униграмм

## ФИЗИКА

**Д.Рашидов, Т.Х.Салихов, Ш.И.Акназарова, С.Х.Табаров, А.Мирзо, Д.М.Шарифов, Ф.Содиқов, М.Р.Файзиева.** Влияние фуллерена  $C_{60}$  на температуропроводность полиметилметакрилата

**Д.С.Кучакшоев, А.Г.Джабаров, А.Холов.** Рентгенофазовый анализ стёкол  $2Bi_2O_3-B_2O_3$  и  $Bi_2O_3-2B_2O_3$  с различной концентрацией NaOH в формовочной смеси

**С.К.Каримов, М.Х.Эгамов, А.Абдуманов.** Конформационные переходы в капсулированных полимером жидкокристаллических пленках

## СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

**Д.Н.Низомов, С.С.Зарифов.** Математическое моделирование подземных сооружений, расположенных в однородной упругой среде

## НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

**С.М.Гафорзода, Д.Х.Мирзоев, Д.О.Давлатов, Н.М.Джамолов, У.М.Мирсаидов.** Термодинамический анализ протекающих процессов при разложении каолиновых глин месторождения Чашма-Санг Таджикистана соляной кислотой

**К.С.Мабаткадамзода.** Устойчивость 1-фенил-2,3-диметилпиразолинтинионных комплексов Fe(III) в сернокислом и солянокислом растворах

**ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ**

**А.Шарифов, З.Х.Гайбуллаева, Д.С.Неъматзода, З.А.Гозиев.** Эффективные способы предотвращения коррозии гидротехнического бетона

**ЭКОЛОГИЯ**

**С.В.Муминов.** Изучение содержания природных радионуклидов в почвах некоторых районов Таджикистана

**М.С.Сафаров, Х.У.Каримов, А.С.Саидов, И.Б.Холматов, Л.С.Набиев, А.У.Бобожонов.** Мониторинг биоразнообразия южных отрогов Вахшского хребта с применением беспилотных летательных аппаратов

**ГИДРОЛОГИЯ И ВОДНЫЕ РЕСУРСЫ**

**О.Ш.Маджидов, М.А.Ниёзова.** Современное состояние гидрографии озёр бассейна реки Киштуд (Центральный Таджикистан)

**БИОХИМИЯ РАСТЕНИЙ**

**Н.С.Диловарова.** Перекисное окисление липидов у растений *Solanum tuberosum* L. в условиях *ex vitro*

**ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ**

**М.М.Рахимов.** О содержании растворимых углеводов у пшеницы в различных экологических условиях

**№3-4****МАТЕМАТИКА**

**М.Ш.Шабозов, З.А.Парвонаева.** О неравенствах типа Джексона в  $L_2[-1,1]$  и решения некоторых экстремальных задач теории приближений

**Ю.Х.Хасанов, М.М.Махамадиева.** О суммировании рядов Фурье методом Вороного-Нёрлунда

**С.А.Исхоков, К.Э.Хакназаров.** О конечномерности ядра некоторых вырождающихся эллиптических операторов недивергентного вида

**И.Курбонов, У.Бахтовар.**  $E$ -задача электродинамики для изотропной кусочно-линейной и нелинейной среды с памятью

**Ш.Б.Халилов, Б.Н.Рушанов.** К теории граничных задач для многомерных эллиптических по Петровскому систем уравнений второго порядка

**Г.Х.Худжаназарова, И.З.Хонов.** Основные краевые задачи для эллиптических систем дифференциальных уравнений четвертого порядка с разрывными коэффициентами

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА**

**М.М.Кабиров.** Тепловое воспламенение смеси газов в инертной пористой среде

## **АСТРОФИЗИКА**

**Х.Г.Асоев.** Исследование зависимости абсолютной яркости комет от активности Солнца

## **ФИЗИКА**

**А.М.Олимов, М.С.Курбониён, Томоюки Ямамото, Ф.Рахими.** Воздействие давления на геометрические и эластические свойства  $CsPbX_3$  ( $X = Cl, Br, I$ )

**С.Одинаев, Д.А.Абдурасулов, А.А.Абдурасулов.** Молекулярно-статистическое исследование ориентационных упругих свойств нематических жидких кристаллов

**Ш.С.Нурулхаков.** О точном решении связанных уравнений при вынужденном комбинационном рассеянии света методом Римана

## **ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ**

**М.Д.Бобоёрв.** Кинетика разложения урансодержащих руд Таджикистана

**А.С.Джафаров.** Фазовые равновесия в системе In-Te

**Т.М.Умарова, С.С.Холова, Д.С.Кучакшоев.** Синтез и физико-химические свойства сплавов систем Al-Te, легированных неодимом

## **ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ**

**А.Тошмахмадзода.** Модификация битума с добавками полимеров с использованием вторичного сырья и побочных продуктов промышленности

## **ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ**

**Ф.М.Тошов, Ш.Р.Самихов, Ш.А.Курбонов, Н.Х.Ойзода, Х.А.Абдуллаев.** Влияние фосфорного удобрения, полученного из фосфоритов Риватского месторождения, на биологические и хозяйственно ценные показатели средневолокнистого хлопчатника

**Т.Ш.Авезов, А.Эргашев.** Влияние обработки семян физиологически активными веществами на активность антиоксидантных ферментов листьев пшеницы в условиях почвенной засухи

## **БИОХИМИЯ**

**А.К.Сайфудинов, М.А.Бабаджанова.** Кинетическое исследование рибозофосфатизомеразной активности мультиферментного комплекса цикла Кальвина в экстрактах из листьев хлопчатника

## **ГАСТРОЭНТЕРОЛОГИЯ**

**Б.И.Ганиев, С.А.Авезов.** Гипербилирубинемия в развитии энцефалопатии при циррозе печени

## №5-6

**МАТЕМАТИКА**

**З.Х.Рахмонов.** О распределении произведений сдвинутых простых чисел в коротких арифметических прогрессиях

**М.Ш.Шабозов, С.А.Шамсиддинов.** Точные константы в неравенствах типа Джексона-Стечкина для наилучших совместных приближений функций и их последовательных производных в  $L_2$

**М.А.Мавлоназаров.** Некоторые точные неравенства между наилучшими приближениями и интегралами, содержащими специальные модули непрерывности

**И.Курбонов, С.И.Игболов.** Построение приближенных решений нелинейных краевых задач электромагнитоупругости для сред с памятью

**Ф.М.Ахмадов.** О некоторых случаях решения двумерного интегрального уравнения типа Вольтерра с граничной особой и сильно-особой линиями, когда корни характеристических уравнений вещественные, разные и комплексно-сопряженные

**ИНФОРМАТИКА**

**А.А.Косимов.** О влиянии порядка буквенных униграмм на распознавание автора произведения

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА**

**М.М.Кабиллов.** Аналитическое решение математической модели теплового воспламенения смеси газов в инертной пористой среде

**АСТРОНОМИЯ**

**Г.И.Кохирова, Ф.Дж.Рахматуллаева, С.А.Борисенко.** Морфологические особенности кометы 29P/Швассмана-Вахмана 1 по наблюдениям в обсерватории Санглох в 2021 г.

**АСТРОФИЗИКА**

**А.А.Ибрагимов, Ф.Шокириён, Х.Г.Асоев, С.Амиралиев.** Колебания плазменного хвоста кометы C/2019 Y4 (ATLAS) под действием солнечного ветра

**ФИЗИКА ПОЛИМЕРОВ**

**С.Дж.Гафуров.** Влияние комплекса рения (V) на светостабилизацию ацетилцеллюлозы

**ГИДРОТЕХНИКА И МЕЛИОРАЦИЯ**

**И.И.Икромов.** Математические модели для определения элементов техники капельно (микроструйчато)-бороздкового полива садов



## НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

**М.Т.Жумаев, Б.М.Ибрагимова, Л.Солиев.** Растворимость в системе  $K_2SO_4$ - $KHCO_3$ - $KF$ - $H_2O$  при 0°C

## ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

**М.Б.Шарипова.** Влияние нетрадиционных видов муки на физико-химические свойства мучных кондитерских изделий

## ЭКОЛОГИЯ

**С.М.Бахронов.** Радионуклиды в строительных материалах Таджикистана

## МИНЕРАЛОГИЯ

**С.Б.Ятимов.** Галенит из месторождений Кансайского рудного поля (Северный Таджикистан)

## ГИДРОЛОГИЯ

**Дж.Б.Ниязов.** Вклад ледникового и талого снегового питания в годовой сток реки Фандарья

## БОТАНИКА

**М.Худжаев.** Флористические находки зелёных водорослей (Chlorophyta) из Рогунского водохранилища и его окрестностей

## ЭНТОМОЛОГИЯ

**Х.С.Хайров.** Распространение саранчовых рода *Pyrgomorpha* serv. в Юго-Западном Таджикистане

## ФИЗИОЛОГИЯ И БИОХИМИЯ РАСТЕНИЙ

**Н.С.Диловарова, К.Алиев, Х.А.Абдуллаев.** Содержание малонового диальдегида и активность ферментов антиоксидантной системы у хлопчатника в зависимости от формы и окраски листа

## ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

**Х.Т.Шарипова.** Влияние комбинированного засоления почвы на содержание хлорофилла у некоторых линий мягкой пшеницы из мировой коллекции ВИР

## №7-8

## МАТЕМАТИКА

**А.З.Азамов.** Проблема Варинга для девяти почти пропорциональных кубов

**С.И.Исроилов, С.М.Аслонов.** О вещественных минимальных классах аппроксимации полугрупп с линейным порядком

**М.Ш.Шабозов, Ш.С.Шоинбекова.** О наилучших совместных приближениях одного класса аналитических функций в пространстве Харди  $H_{q,\rho}$ , ( $1 \leq q \leq \infty$ ,  $0 < \rho \leq 1$ )

**М.А.Абдухаминов.** О задаче наилучшего совместного полиномиального приближения дифференцируемых периодических функций в  $L_2$

**С.А.Исхоков, Б.А.Рахмонов.** Об одном функциональном пространстве со степенными весами во всем пространстве

**Н.Раджабов, М.И.Мамадалиев.** К теории одного класса переопределённой системы интегральных уравнений Вольтерра с двумя суперсингулярными линиями

**О.И.Меликов.** Об одной системе модельных дифференциальных уравнений второго порядка с одной сингулярной точкой, когда корни соответствующего характеристического уравнения являются комплексно-сопряженными

## ИНФОРМАТИКА

**Н.О.Косимова.** О сравнении двух цифровых портретов текста

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

**Б.Дж.Гулбоев, З.Б.Шерматова.** Пределы распространения волны фильтрационного горения водородо-воздушной смеси при наличии теплопотерь и диффузии компонентов

## АСТРОНОМИЯ

**Г.И.Кохирова, А.М.Буриев, С.Н.Сафаров, А.А.Сатторзода.** Определение физических свойств потенциально опасного астероида 2009 ХО по наблюдениям в Гиссарской астрономической обсерватории

## ФИЗИКА

**С.Дж.Гафуров.** Влияние УФ-света разной длины волны на кинетику фотомеханической деструкции диацетатцеллюлозы

## ФИЗИКА

**Ш.Ш.Азимов, В.Н.Петухов, Т.А.Хасанов, А.Н.Лакаев.** Динамика акустической эмиссии в ходе реакции термического разложения гидрокарбоната аммония

## ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

**А.Бадалов, З.И.Авезов, Ф.Дж.Саломов, Ф.М.Мирзоев.** Кинетика процесса дегидратации кристаллогидрата уранилацетата

**Д.О.Давлатов, Р.Дж.Акрамзода, М.М.Тагоев, Ш.Б.Назаров, А.П.Тагаев.** Термодинамический анализ реакций, протекающих при совместном спекании бор- и алюмосиликатных руд Таджикистана с сульфатом натрия

## ТЕХНОЛОГИЯ НЕОРГАНИЧЕСКИХ ВЕЩЕСТВ

**К.О.Бобоев.** Кинетика процесса выщелачивания урансодержащей руды месторождения «Октябрьский» Таджикистана

## ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

**Н.С.Арабзода.** Влияние добавки из МКЦ, РП и ГС+МЭА на физико-механические свойства и показатель стекания ЦМА

## ЭКОЛОГИЯ

**М.З.Ахмедов.** Физико-химические основы очистки вод от радионуклидов

## МИНЕРАЛОГИЯ

**Ф.А.Файзиев.** Зональность оруденения в серебряных и серебросодержащих месторождениях Северного и Центрального Таджикистана

## БОТАНИКА

**П.А.Курбонова.** Дополнения к флоре стрептофитовых водорослей (Streptophyta) водоёмов Таджикистана

## БИОХИМИЯ

**М.А.Бабаджанова, А.К.Сайфудинов, К.А.Алиев.** Кинетин – аллостерический эффектор ферментов мультиферментного комплекса цикла Кальвина из листьев хлопчатника

## №9-10

## МАТЕМАТИКА

**Г.А.Юсупов, М.И.Джангибеков.** Неравенства между наилучшими совместными приближениями в пространстве  $L_2$  и значения  $n$ -поперечников некоторых функциональных классов

**М.О.Акобиршоев, В.Д.Сайнаков.** О наилучшем совместном приближении “углом” в среднем периодических функций двух переменных некоторых классов функций

**А.Захурбеков.** Верхние грани наилучших совместных приближений некоторых классов периодических функций двух переменных “круговыми” суммами Фурье в  $L_2(Q)$

**С.А.Исхоков, А.Е.Куджмуродов, М.Султонзода.** Фредгольмовая разрешимость вариационной задачи Дирихле для вырождающихся эллиптических операторов во всем пространстве

**М.Ф.Абдукаримов, Ф.Р.Исмаилов.** О разрешимости одной смешанной задачи для телеграфного уравнения с переменным коэффициентом из класса суммируемых с квадратом функций

**Л.Н.Раджабова.** О явных решениях переопределенной системы интегральных уравнений типа Вольтерра с особыми граничными линиями

**МЕХАНИКА**

**З.Н.Бахромова.** Решение нелинейной задачи о деформации длинной цилиндрической оболочки

**АСТРОНОМИЯ**

**Г.И.Кохирова, А.М.Буриев, Х.Г.Асоев.** Динамические и физические свойства кометы C/2020 PV6 (PANSTARRS) по наблюдениям в Гиссарской астрономической обсерватории

**ФИЗИКА**

**М.Ш.Имом.** Исследование скоростей счета временных совпадений импульсов  $\gamma$ -п и суммарных совпадений источника  $^{252}\text{Cf}$  цифровым методом разделения импульсов

**НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ**

**Ш.Д.Отаев, С.М.Гафорова, Н.М.Джамолов, Д.Х.Мирзоев, А.М.Каюмов.** Сравнительная оценка получения глинозёма и оксида железа из алюмосиликатных руд спеканием с  $\text{CaCl}_2$

**З.Х.Гайбуллаева, Ф.М.Рахимов, Т.Х.Гадоев.** Изучение процесса получения водородсодержащих газов

**ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ**

**М.Д.Бобоёров, К.О.Бобоев, Б.Б.Баротов, С.К.Ходжиев, И.Мирсаидзода.** Дифференциально-термический анализ урановых руд Таджикистана

**А.С.Курбонов, А.П.Тагаев, Р.Дж.Акрамзода, А.С.Давлатов, М.М.Тагоев.** Кинетика разложения боросиликатных руд Таджикистана минеральными кислотами

**С.М.Бахронов, М.Д.Бобоёров, Б.Б.Баротов, А.Мирзоев, И.Мирсаидзода.** Термодинамический анализ протекающих процессов при разложении урансодержащих руд месторождения «Ганзим»

**ЭКОЛОГИЯ**

**М.З.Ахмедов.** Содержание изотопа цезия-137 в почвенном покрове Северного Таджикистана

**ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ**

**Ф.А.Шарифов.** Повышение свойств битума извлечённого из старого асфальтобетона, гудрона растительного масла и комплексной добавки на его основе

**БОТАНИКА**

**Х.Х.Хисориев, М.Т.Бобоев, П.А.Курбонова, М.С.Худжаев.** Дополнения к флоре диатомовых водорослей (Bacillariophyta) водоёмов Таджикистана

## ОРНИТОЛОГИЯ

**Х.М.Талбонов.** О двух подвидах обыкновенного скворца – *Sturnus vulgaris* (Finsch, 1901) в Гиссарской долине

## №11-12

## МАТЕМАТИКА

**Ф.З.Рахмонов, П.З.Рахмонов, М.Ё.Гулов.** Условная схема Монте-Карло для расчёта стабильных коэффициентов чувствительности (греков) автокоррелируемых нот типа worst-of: многомерный случай

**М.М.Миркалонова, А.А.Шабозова, М.М.Тошходжаев.** О наилучшем приближении аналитических в круге функций и поперечники в  $H_2$  классов функций, дифференцируемых в смысле Вейля

**Ш.С.Шоинбекова.** Наилучшие приближения и значения некоторых классов функций в пространстве  $H_{q,p}$

**М.Т.Султонзода.** О гладкости решения вариационной задачи Дирихле для вырождающихся эллиптических операторов недивергентного вида во всем пространстве

**Л.Н.Раджабова.** О решениях переопределенной системы интегральных уравнений типа Вольтерра с особыми граничными линиями в виде обобщенных степенных рядов

## ИНФОРМАТИКА

**Б.С.Саидзода.** Об автоматическом распознавании УДК авторефератов на основе триграмм

## АСТРОНОМИЯ

**Г.И.Кохирова, Ф.Дж.Рахматуллаева, М.Хусарик, А.В.Иванова, С.А.Борисенко.** Фотометрические свойства активного астероида 248370 (2005 QN173) по наблюдениям в Словакии и Таджикистане

## ФИЗИКА

**Ш.И.Акназарова, Д.Рашидов, С.Х.Табаров, Ф.Содиков, А.И.Дустов, Ш.П.Исмаилов.** Анизотропия механических свойств фуллереннаполненного блоксополимера метилметакрилата со стиролом

## ГИДРОЛОГИЯ И ВОДНЫЕ РЕСУРСЫ

**Ф.Рахими, О.Ш.Маджидов.** Об одной математической модели русловых процессов (на примере реки Пяндж, Таджикистан)

## НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

**А.М.Мадиномов, У.Раджабов, С.Г.Ёрмамадова, И.У.Камолова.** Соединения железа(II,III) с метионином

**М.М.Тагоев, А.М.Исоев, К.И.Нематуллоев, С.К.Кодирзода, С.М.Досаев.** Термическая устойчивость минеральных руд Таджикистана, содержащих бор, алюминий и железо  
**А.М.Исоев, М.М.Тагоев, П.М.Ятимов, А.С.Курбонов, Р.С.Ёрмадов.** Особенности хлорирования отдельных минералов боросиликатных руд

#### **ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ**

**К.И.Кобраков, Д.Н.Кузнецов, Н.А.Тошходжаев, К.Г.Алексян, Н.Ю.Совостьянов, В.С.Селезнев, М.С.Мухамеджанов.** Синтез и некоторые свойства “небензидиновых” бисазокрасителей, содержащих фрагмент 2,4,6-тригидрокситолуола

#### **ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ**

**Н.М.Джамолов, Д.Х.Мирзоев, Т.Б.Холматов, А.М.Каюмов, У.М.Мирсаидов.** Кинетика разложения нефелиновых сиенитов месторождения Турпи смешанными минеральными кислотами

**М.Н.Абдусалымова, С.С.Баротов, Ф.А.Махмудов, Э.Н.Шаймарданов.** Получение и исследование свойств наноструктурированного оксида гадолиния (III)

**В.Д.Абулхаев, М.А.Балаев, Х.Х.Назарзода, Б.Д.Сайдалиев, С.О.Убайдов, И.Н.Ганиев.** Диаграмма состояния и электрофизические свойства твёрдых растворов системы  $Tb_4Sb_3-Pr_4Sb_3$

#### **ЭКОЛОГИЯ**

**М.З.Ахмедов, Х.М.Назаров, Ш.А.Рахимбердиев, У.Мирсаидов.** Естественные радионуклиды в почвах на территории ареала хвостохранилища Адрасман

**Указатель статей, опубликованных в 2022 г.**

**Авторский указатель**

## АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

1.	Абдукаримов М.Ф. ....	9-10
2.	Абдуллаев Х.А. ....	3-4, 5-6
3.	Абдуманонов А. ....	1-2
4.	Абдурасулов А.А. ....	3-4
5.	Абдурасулов Д.А. ....	3-4
6.	Абдусалимова М.Н. ....	11-12
7.	Абулхаев В.Д. ....	11-12
8.	Абухаминов М.А. ....	7-8
9.	Авезов З.И. ....	7-8
10.	Авезов С.А. ....	3-4
11.	Авезов Т.Ш. ....	3-4
12.	Азамов А.З. ....	7-8
13.	Азимов Ш.Ш. ....	7-8
14.	Акназарова Ш.И. ....	1-2, 11-12
15.	Акобиршоев М.О. ....	9-10
16.	Акрамзода Р.Дж. ....	7-8, 9-10
17.	Алексамян К.Г. ....	11-12
18.	Алиев К. ....	5-6, 7-8
19.	Амиралиев С. ....	5-6
20.	Арабзода Н.С. ....	7-8
21.	Аслонов С.М. ....	7-8
22.	Асоев Х.Г. ....	3-4, 5-6, 9-10
23.	Ахмадов Ф.М. ....	5-6
24.	Ахмедов М.З. ....	7-8, 9-10, 11-12
25.	Бабаджанова М.А. ....	3-4, 7-8
26.	Бадалов А. ....	7-8
27.	Балаев М.А. ....	11-12
28.	Баротов Б.Б. ....	9-10
29.	Баротов С.С. ....	11-12
30.	Бахромова З.Н. ....	9-10
31.	Бахронов С.М. ....	5-6, 9-10
32.	Бахтовар У. ....	3-4
33.	Бобоев К.О. ....	7-8, 9-10
34.	Бобоёров М.Д. ....	3-4, 9-10
35.	Бобожонов А.У. ....	1-2
36.	Борисенко С.А. ....	5-6, 11-12
37.	Буриев А.М. ....	7-8, 9-10
38.	Гадоев Т.Х. ....	9-10
39.	Гайбуллаева З.Х. ....	1-2, 9-10
40.	Ганиев Б.И. ....	3-4
41.	Ганиев И.Н. ....	11-12
42.	Гафорзода С.М. ....	1-2, 9-10
43.	Гафуров С.Дж. ....	5-6, 7-8
44.	Гозиев З.А. ....	1-2

45.	Гулбоев Б.Дж. ....	7-8
46.	Гулов М.Ё. ....	11-12
47.	Давлатов Д.О. ....	1-2, 7-8, 9-10
48.	Джабаров А.Г. ....	1-2
49.	Джамолов Н.М. ....	1-2, 9-10, 11-12
50.	Джангибеков Г. ....	1-2
51.	Джангибеков М.И. ....	9-10
52.	Джафаров А.С. ....	3-4
53.	Диловарова Н.С. ....	1-2, 5-6
54.	Досаев С.М. ....	11-
55.	Дустов А.И. ....	11-12
56.	Ёрмамадов Р.С. ....	11-12
57.	Ёрмамадова С.Г. ....	11-12
58.	Жумаев М.Т. ....	5-6
59.	Зарифов С.С. ....	1-2
60.	Захурбеков А. ....	9-10
61.	Ибрагимов А.А. ....	5-6
62.	Ибрагимова М.Б. ....	5-6
63.	Иванова А.В. ....	11-12
64.	Игболов С.И. ....	5-6
65.	Икромов И.И. ....	5-6
66.	Имом М.Ш. ....	9-10
67.	Исматов Ф.Р. ....	9-10
68.	Исматов Ш.П. ....	11-12
69.	Исоев А.М. ....	11-12, 11-12
70.	Исроилов С.И. ....	7-8
71.	Исхоков С.А. ....	3-4, 7-8, 9-10
72.	Кабиллов М.М. ....	3-4, 5-6
73.	Камолова И.У. ....	11-12
74.	Каримов С.К. ....	1-2
75.	Каримов Х.У. ....	1-2
76.	Каюмов А.М. ....	9-10, 11-12
77.	Кобраков К.И. ....	11-12
78.	Кодирзода С.К. ....	11-12
79.	Косимов А.А. ....	5-6
80.	Косимова Н.О. ....	7-8
81.	Кохирова Г.И. ....	5-6, 7-8, 9-10, 11-12
82.	Куджмуродов А.Е. ....	9-10
83.	Кузнецов Д.Н. ....	11-12
84.	Курбониён ....	3-4
85.	Курбонов А.С. ....	9-10, 11-12
86.	Курбонов И. ....	3-4, 5-6
87.	Курбонов Ш.А. ....	3-4
88.	Курбонова П.А. ....	7-8,
89.	Кучакшоев Д.С. ....	1-2, 3-4
90.	Лакаев А.Н. ....	7-8



91.	Мабаткадамзода К.С. ....	1-2
92.	Мавлоназаров м.А. ....	5-6
93.	Маджидов О.Ш. ....	1-2, 11-12
94.	Мадиномов А.М. ....	11-12
95.	Мамадалиев М.И. ....	7-8
96.	Махамадиева М.М. ....	3-4
97.	Махмудов Ф.А. ....	11-12
98.	Меликов О.И. ....	7-8
99.	Мирзо А. ....	1-2, 9-10
100.	Мирзоев Д.Х. ....	1-2, 9-10, 11-12
101.	Мирзоев Ф.М. ....	7-8
102.	Миркалонова М.М. ....	11-12
103.	Мирсаидзода И. ....	9-10
104.	Мирсаидов У.М. ....	1-2, 11-12
105.	Муминов С.В. ....	1-2
106.	Мухамеджанов М.С. ....	11-12
107.	Мухлис А. ....	1-2
108.	Набиев Л.С. ....	1-2
109.	Назарзода Х.Х. ....	11-12
110.	Назаров Х.М. ....	11-12
111.	Назаров Ш.Б. ....	7-8
112.	Нематуллоев К.И. ....	11-12
113.	Неъматзода Д.С. ....	1-2
114.	Ниёзова М.А. ....	1-2
115.	Ниязов Дж.Б. ....	5-6
116.	Низомов Д.Н. ....	1-2
117.	Нурулхаков Ш.С. ....	3-4
118.	Одинаев С. ....	3-4
119.	Ойзода Н.Х. ....	3-4
120.	Олимов А.М. ....	3-4
121.	Отаев Ш.Д. ....	9-10
122.	Палавонов К.К. ....	1-2
123.	Парвонаева З.А. ....	3-4
124.	Петухов В.Н. ....	7-8
125.	Пиров С.М. ....	1-2
126.	Раджабов Н.Р. ....	7-8
127.	Раджабов У. ....	11-12
128.	Раджабова Л.Н. ....	9-10, 11-12
129.	Рахимбердиев Ш.А. ....	11-12
130.	Рахими Ф. ....	3-4, 11-12
131.	Рахимов М.М. ....	1-2
132.	Рахимов Ф.М. ....	9-10
133.	Рахматуллаева Ф.Дж. ....	5-6, 11-12
134.	Рахмонов Б.А. ....	7-8
135.	Рахмонов З.Х. ....	5-6
136.	Рахмонов П.З. ....	11-12

137.	Рахмонов Ф.З.	11-12
138.	Рашидов Д.	1-2, 11-12
139.	Савлатов С.Ф.	1-2
140.	Саидзода Б.С.	1-12
141.	Саидов А.С.	1-2
142.	Сайдалиев Б.Д.	11-12
143.	Сайнаков В.Д.	9-10
144.	Сайфудинов А.К.	3-4, 7-8
145.	Салихов Т.Х.	1-2
146.	Саломов Ф.Дж.	7-8
147.	Самихов Ш.Р.	3-4
148.	Сатторзода А.А.	7-8
149.	Сафаров М.С.	-???
150.	Сафаров С.Н.	7-8
151.	Селезнёв В.С.	11-12
152.	Собиров А.А.	1-2
153.	Совостьянов Н.Ю.	11-12
154.	Содиков Ф.	1-2, 11-12
155.	Солиев Л.	5-6
156.	Султонзода М.	9-10, 11-12
157.	Табаров С.Х.	1-2, 11-12
158.	Тагаев А.П.	7-8, 9-10
159.	Тагоев М.М.	7-8, 9-10, 11-12, 11-11
160.	Талбонов Х.М.	9-10
161.	Томоюки Ямамото	3-4
162.	Тошмахмадзода А.	4
163.	Тошов Ф.М.	3-4
164.	Тошходжаев М.М.	3-4
165.	Тошходжаев Н.А.	11-12
166.	Убайдов С.О.	11-12
167.	Файзиев Ф.А.	7-8
168.	Файзиева М.Р.	1-2
169.	Фозилова П.М.	1-2
170.	Хайров Х.СЮ	5-6
171.	Хакназаров К.Э.	3-4
172.	Халилов Ш.Б.	3-4
173.	Хасанов Т.А.	7-8
174.	Хасанов Ю.Х.	3-4
175.	Хисориев Х.Х.	9-10
176.	Ходжиев С.К.	9-10
177.	Холматов Т.Б.	11-12
178.	Холматова И.Б.	1-2
179.	Холов А.	1-2
180.	Холова С.С.	3-4
181.	Хонов И.З.	3-4
182.	Худжаев Н.	5-6

183.	Худжаназарова Х.Х.....	3-4
184.	Хусарик М.....	11-12
185.	Шабозов М.Ш.....	3-4, 5-6, 7-8
186.	Шабозова А.А.....	11-12
187.	Шаймарданов Э.н.....	11-12
188.	Шамсиддинов С.А.....	5-6
189.	Шарипова М.Б.....	5-6
190.	Шарипова Х.Т.....	5-6
191.	Шарифов А.....	1-2
192.	Шарифов Д.М.....	1-2
193.	Шарифов Ф.А.....	9-10
194.	Шерматова З.Б.....	7-8
195.	Шоинбекова Ш.С.....	7-8, 11-12
196.	Шокириён Ф.....	5-6
197.	Эгамов М.Х.....	1-2
198.	Эргашев А.....	3-4
199.	Юсупов Г.А.....	5-6, 9-10
200.	Ятимов П.М.....	11-12
201.	Ятимов С.Б.....	5-6