

## СОДЕРЖАНИЕ

## МАТЕМАТИКА

- Р.Х.Авезов.** О точном решении уравнения Ньюэлла-Уайтхеда-Сигела с использованием метода декомпозиции Адомяна .....231
- Ф.З.Рахмонов.** Оценка коротких тригонометрических сумм Г.Вейля в малых дугах .....238
- Ф.М.Шамсудинов, Р.С.Валиев.** Интегральные представления решений для одной системы дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с двумя внутренними сингулярными линиями .....243
- Ф.Раимзода.** Представление решения одной неоднородной задачи .....254

## ФИЗИКА

- М.Х.Ходиев, Н.Л.Лаврик, З.З.Исломов.** Влияние апротонных растворителей на ИК-спектр валентного колебания N–H молекулы карбазола .....261

## НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- Ш.Р.Самихов, Дж.Н.Бадалов, А.И.Шамсиддинов.** Технология переработки свинцово-цинковых руд методом флотации .....268

## ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

- Г.М.Бобизода, Д.У.Раджабова, Г.Ф.Наврүззода.** Изучение устойчивости и кислотной диссоциации комплексов меди (II), образованных дипептидами .....275
- У.М.Мирсаидов, Н.А.Наимов, К.Ш.Холов, Г.Аминджони, Х.Сафиев.** Физико-химические аспекты технологии получения глинозема, фторида алюминия и криолита из минерала байерит .....286

## ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- А.Б.Сафаралихонов.** Вододерживающая способность листьев акантолимона памирского в условиях высокогорья .....294
- Д.М.Давлятова.** Дневная и сезонная динамика интенсивности транспирации у ксерофитов, произрастающих в условиях аридной зоны .....298

## ФИЗИОЛОГИЯ И БИОХИМИЯ РАСТЕНИЙ

- Ш.А.Байрамбекова.** Изменчивость содержания растворимых углеводов в разных органах ячменя .....303

## БИОТЕХНОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

- М.Р.Садриддинов, М.Х.Шукурова, М.М.Шарипова, З.Б.Давлятназарова, К.Алиев.** Образование активных форм кислорода и пероксидазы в каллусах у различных генотипов картофеля .....308

## CONTENTS

## MATHEMATICS

- R.H.Avezov.** On the exact solution of the Newell-Whitehead-Siegel equation using the Adomian decomposition method.....237
- F.Z.Rakhmonov.** Estimate of short G.Weyl exponential sums on minor arcs.....242
- F.M.Shamsudinov, R.S.Valiev.** Integral representations of solutions for one system of second order partial derivative differential equations with two internal singular lines .....253
- F.Raimzoda.** Representation of the solution of a nonuniform problem .....260

## PHYSICS

- M.Kh.Khodiev, N.L.Lavrik, Z.Z.Islomov.** The influence of aprotic solvents on the IR-spectrum of the N-H stretching vibration of the carbazole molecule.....267

## INORGANIC CHEMISTRY

- Sh.R.Samikhov, J.N.Badalov, A.I.Shamsiddinov.** Technology for processing lead-zinc ores by flotation method.....274

## PHYSICAL CHEMISTRY

- G.M.Bobizoda, D.U.Rajabova, G.F.Navruzzoda.** Study of stability and acid dissociation of copper(II) complexes formed by dipeptides .....284
- U.M.Mirsaidov, N.A.Naimov, Q.Sh.Kholov, G.Aminjoni, H.Safiyev.** Technologies for production of alumina, aluminium fluoride and cryolite from bayerite mineral.....292

## PLANT PHYSIOLOGY

- A.B.Safaralikhonov.** Water retention ability of acantholimon leaves in highland condition .....297
- D.M.Davlyatova.** Changes in transpiration intensity in daily and seasonal dynamics in xerophytes growing in the arid zone .....302

## PLANT PHYSIOLOGY AND BIOCHEMISTRY

- Sh.A.Bayrambekova.** Variability of the content of soluble carbohydrates in different organs of barley in varieties of local breeding and introduced from Russia .....307

## PLANT BIOTECHNOLOGY

- M.R.Sadriddinov, M.Kh.Shukurova, M.M.Sharipova, Z.B.Davlyatnazarova, K.Aliev.** Formation of the reactive oxygen species and peroxidase in the calli of the different potato genotypes .....313

УДК 511.325

Специальность: 1.1.1 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Р.Х.Авезов

## О ТОЧНОМ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ НЬЮЭЛЛА-УАЙТХЕДА-СИГЕЛА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОДА ДЕКОМПОЗИЦИИ АДОМЯНА

*Национальная академия наук Таджикистана,**Институт математики им. А.Джуроева НАН Таджикистана**(Представлено академиком НАН Таджикистана М.Илоловым 11.03.2024 г.)*

*В данной статье рассматривается точное решение уравнения Ньюэлла-Уайтхеда-Сигела с использованием метода декомпозиции Адомяна. Также показан поиск многочленов Адомяна для нелинейной части уравнения.*

**Ключевые слова:** *метод декомпозиции Адомяна, многочлен Адомяна, уравнение Ньюэлла-Уайтхеда-Сигела, преобразование Лапласа.*

За последние десятилетия опубликовано большое количество работ, посвященных методу декомпозиции Адомяна (МДА) [1-4]. Данный метод позволяет описать свойства решений обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений в частных производных и интегральных уравнений [5-8]. МДА находит применение при анализе различных математических моделей физических, биологических и многих других процессов [8-9].

Важным аспектом МДА является то, что он позволяет найти аналитические приближенные решения широкого класса нелинейных детерминированных и стохастических дифференциальных и интегральных уравнений помимо их линеаризации, возмущений и дискретизации. Для многих математических моделей, используемых при математическом описании природных явлений, очень важно нахождение аналитических решений нелинейных задач в замкнутой форме.

Уравнение Ньюэлла-Уайтхеда-Сигела – это хорошо известное амплитудное уравнение, которое также описывает динамическое поведение вблизи точки бифуркации конвекции Рэлея-Бернара бинарных жидких смесей. Конвекция Рэлея-Бернара – это тип естественной конвекции, возникающий в плоском горизонтальном слое жидкости, нагреваемого снизу, при котором жидкость образует регулярные конвекционные ячейки, известные как ячейки Бернара. Когда нагрев достаточно высок самопроизвольно возникает конвективное движение жидкости, после чего горячая жидкость движется вверх, а холодная – вниз.

В настоящей работе рассматривается решение уравнения Ньюэлла-Уайтхеда-Сигела с использованием метода декомпозиции Адомяна.

Декомпозиция Адомяна – это полуаналитический метод решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных. Аспектом этого метода является

---

*Адрес для корреспонденции:* Авезов Раджаббек Хасанович. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/4, Институт математики НАНТ. E-mail: rajabbek658@gmail.com.

использование многочлен Адомяна, который обеспечивает сходимость решения линейной части уравнения (см. напр. [3]).

**Определение 1.** Если  $f(t)$  является непрерывной и вещественнозначной функцией, определенной для всех  $0 < t < \infty$  и имеет экспоненциальный порядок, то существует его преобразование Лапласа вида

$$L[f(t)] = F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt,$$

где  $p$  – параметр преобразования,  $p > 0$ , а  $L$  – оператор, преобразующий  $f(t)$  в  $F(p)$ .

Уравнение Ньюэлла-Уайтхеда-Сигела имеет вид

$$u_t(x,t) = ku_{xx}(x,t) + au(x,t) - bu^n(x,t) \tag{1}$$

где  $a, b$  и  $k$  – действительные числа,  $k > 0$ , а  $n$  – целое положительное число. В уравнении (1) первый член в левой части  $u_t(x,t)$  выражает изменения  $u(x,t)$  со временем в фиксированном местоположении, первый член в правой части  $ku_{xx}(x,t)$  выражает изменения  $u(x,t)$  с пространственной переменной  $x$  в определенное время, а остальные члены в правой части  $au(x,t) - bu^n(x,t)$  – учитывают влияние источника среды. В уравнении (1)  $u(x,t)$  является функцией пространственной переменной  $x$  и временной переменной  $t$  при  $x \in R$  и  $t \geq 0$ . Функцию  $u(x,t)$  можно рассматривать как (нелинейное) распределение температуры в бесконечно тонком и длинном стержне или как скорость потока жидкости в бесконечно длинной трубе малого диаметра [6]. Уравнение Ньюэлла-Уайтхеда-Сигела широко применяются в машиностроении и химической инженерии, экологии, биологии и биоинженерии. Уравнение (1) рассматривается вместе с начальным условием

$$u(x,0) = g(x).$$

Применение МДА к уравнению (1) общего вида

$$u_t = ku_{xx} + au - bN(u) \tag{2}$$

осуществляется следующим образом.

В соответствие с МДА будем искать решение уравнения (2) в виде ряда

$$u(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} u_n(x,t). \tag{3}$$

Нелинейному члену  $N(u)$  соответствует ряд

$$N(u) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n(x,t), \tag{4}$$

где полиномы Адомяна  $A_n(x, t)$  определяются следующим образом

$$A_n(x, t) = \frac{1}{n!} \left[ \frac{d^n}{d\lambda^n} N(u(\lambda)) \right]_{\lambda=0}, \quad (5)$$

где

$$u(\lambda) = \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i u_i.$$

С учетом того, что

$$N(u(\lambda)) = u^n(\lambda),$$

находим несколько полиномов Адомяна в виде

$$A_0 = N[u_0] = u_0^n,$$

$$A_1 = u_1 \frac{d}{du_0} N[u_0] = nu_1 u_0^{n-1},$$

$$A_2 = u_2 \frac{d}{du_0} N[u_0] + \frac{u_1^2}{2!} \frac{d^2}{du_0^2} N[u_0] = nu_0^{n-1} u_2 + n(n-1) u_0^{n-2} \frac{u_1^2}{2!},$$

$$\begin{aligned} A_3 &= u_3 \frac{d}{du_0} N[u_0] + u_1 u_2 \frac{d^2}{du_0^2} N[u_0] + \frac{u_1^3}{3!} \frac{d^3}{du_0^3} N[u_0] = \\ &= nu_0^{n-1} u_3 + n(n-1) u_0^{n-2} u_1 u_2 + n(n-1)(n-2) u_0^{n-3} \frac{u_1^3}{3!}. \end{aligned}$$

Во-первых, применяя преобразование Лапласа к данному дифференциальному уравнению в частных производных в (2) (см. напр. [2], [3]), получим равенство

$$L[u_t(x, t)] = L[ku_{xx}(x, t) + au(x, t) - bN(u)],$$

из которого находим

$$pU(x, t) - u(x, 0) = L[ku_{xx}(x, t) + au(x, t) - bN(u)],$$

и

$$pU(x, t) = u(x, 0) + L[ku_{xx}(x, t) + au(x, t) - bN(u)]. \quad (6)$$

Используя начальное условие, переходим к уравнению

$$U(x, t) = \frac{g(x)}{p} + \frac{1}{p} L[ku_{xx}(x, t) + au(x, t) - bN(u)]. \quad (7)$$

Теперь, используя обратное преобразование Лапласа (7), мы получаем

$$L^{-1} \{U(x, t)\} = L^{-1} \left\{ \frac{g(x)}{p} \right\} + L^{-1} \left\{ \frac{1}{p} L [ku_{xx}(x, t) + au(x, t) - bN(u)] \right\}$$

или

$$u(x, t) = g(x) + L^{-1} \left\{ \frac{1}{p} L [ku_{xx}(x, t) + au(x, t) - bN(u)] \right\}. \tag{8}$$

Далее, подставляя (3), (4), в уравнение (8), получим

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} u_n(x, t) &= g(x) + \\ &+ L^{-1} \left\{ \frac{1}{p} L \left[ k \sum_{n=0}^{\infty} u_{nxx}(x, t) + a \sum_{n=0}^{\infty} u_n(x, t) - b \sum_{n=0}^{\infty} A_n(x, t) \right] \right\}. \end{aligned} \tag{9}$$

Приравнивая члены при одинаковых показателях в (9), получим

$$\begin{aligned} u_0(x, t) &= u_0(x, 0), \\ u_{k+1}(x, t) &= L^{-1} \left\{ \frac{1}{p} L [au_{kxx}(x, t) + au_k(x, t) - bA_k(x, t)] \right\}, \end{aligned}$$

Теперь вычислим первые члены решения, а именно

$$\begin{aligned} u_0(x, t) &= g(x), \\ u_1(x, t) &= L^{-1} \left\{ \frac{1}{p} L [kg''_{xx}(x) + ag(x) - bg^2(x)] \right\} = \\ &= (kg''_{xx}(x) + ag(x) - bg^2(x))t. \end{aligned}$$

Аналогичным образом можно вычислить и другие члены ряда. Наконец, решение дается с помощью

$$u(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} u_n(x, t) = u_0(x, t) + u_1(x, t) + u_2(x, t) + \dots$$

**Пример.** Рассмотрим конкретный пример уравнения Ньюэлла-Уайтхеда-Сигела в виде

$$u_t(x, t) = u_{xx}(x, t) + 2u(x, t) - 3u^2(x, t), \tag{10}$$

с начальным условием

$$u(x, 0) = \lambda. \tag{11}$$

С помощью процедуры, описанной в (5), получим несколько многочленов в виде

$$A_0 = N[u_0] = u_0^2,$$

$$A_1 = u_1 \frac{d}{du_0} N[u_0] = 2u_1 u_0,$$

$$A_2 = u_2 \frac{d}{du_0} N[u_0] + \frac{u_1^2}{2!} \frac{d^2}{du_0^2} N[u_0] = 2u_0 u_2 + u_1^2,$$

$$A_3 = u_3 \frac{d}{du_0} N[u_0] + u_1 u_2 \frac{d^2}{du_0^2} N[u_0] + \frac{u_1^3}{3!} \frac{d^3}{du_0^3} N[u_0] = 2u_0 u_3 + 2u_1 u_2.$$

Приравнивая члены при одинаковых показателях в (9), получим

$$u_0(x, t) = u_0(x, 0),$$

$$u_{k+1}(x, t) = L^{-1} \left\{ \frac{1}{p} L[u_{kxx}(x, t) + 2u_k(x, t) - 3A_k(x, t)] \right\},$$

Теперь вычислим первые члены решения в виде

$$u_0(x, t) = g(x, y),$$

$$u_1(x, t) = \lambda(2 - 3\lambda)t,$$

$$u_2(x, t) = L^{-1} \left\{ \frac{1}{p} L[u_{1xx}(x, t) + 2u_1(x, t) - 3A_1(x, t)] \right\} = 2\lambda(2 - 3\lambda)(1 - 3\lambda) \frac{t^2}{2!},$$

$$\begin{aligned} u_3(x, t) &= L^{-1} \left\{ \frac{1}{p} L[u_{2xx}(x, t) + 2u_2(x, t) - 3A_2(x, t)] \right\} = \\ &= 2\lambda(2 - 3\lambda)(27\lambda^2 + 18\lambda + 2) \frac{t^3}{3!}. \end{aligned}$$

Следовательно, решение в виде бесконечного ряда задается следующим образом

$$u(x, t) = \lambda + \lambda(2 - 3\lambda)t + 2\lambda(2 - 3\lambda)(1 - 3\lambda) \frac{t^2}{2!} + 2\lambda(2 - 3\lambda)(27\lambda^2 + 18\lambda + 2) \frac{t^3}{3!} + \dots \quad (12)$$

Разложение в ряд Тейлора для функции

$$\frac{-\frac{2}{3} \lambda e^{2t}}{-\frac{2}{3} + \lambda - \lambda e^{2t}}$$

записывается в виде [6]:

$$\frac{-\frac{2}{3}\lambda e^{2t}}{-\frac{2}{3} + \lambda - \lambda e^{2t}} = \lambda + \lambda(2-3\lambda)t + 2\lambda(2-3\lambda)(1-3\lambda)\frac{t^2}{2!} + 2\lambda(2-3\lambda)(27\lambda^2 + 18\lambda + 2)\frac{t^3}{3!} + \dots \quad (13)$$

Подставляя (13) на уравнение (12), получим

$$u(x, t) = \frac{-\frac{2}{3}\lambda e^{2t}}{-\frac{2}{3} + \lambda - \lambda e^{2t}}.$$

Поступило 13.03.2024 г.

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Adomian G. Fisher-Kolmogorov Equation. – Appl. Math. Lett., 1995, v. 8, № 2, pp. 51-52.
2. Muhammad I., Abbas M., Atiq U.R. Analytic solution to Benjamin-Bona-Mahony equation by using laplace Adomian decomposition method. – Matrix Science Mathematic (MSMK), 2019, v. 3, №1, pp. 3-18.
3. Авезов Р.Х. Метод декомпозиции Адомяна и его применение в теории дробных дифференциальных уравнений в частных производных. – Доклады НАН Таджикистана, 2023, том 66, №1-2, с. 11-19.
4. Илолов М., Авезов Р.Х. Аналитическое решение уравнения Бенджамина-Бона-Махони-Бюргера. – Современные проблемы теории чисел и математического анализа. Мат-лы междунар. конф. доктора физико-математических наук, профессора Додождона Исмоилова. Институт математики им. А.Джураева НАН Таджикистана. – Душанбе, 2022, с. 91-92.
5. Adomian G.A. Review of the decomposition method in applied mathematics. – Journal of Mathematical Analysis and Application, 1988, v. 135, №4, pp. 501-544.
6. Nourazar S.S., Soori M., Nazari-Golshan A. On The Exact Solution of Newell-Whitehead-Segel Equation Using the Homotopy Perturbation Method. Australian Journal of Basic and Applied Sciences, 5(8): 1400-1411, 2011 ISSN 1991-8178
7. Авезов Р.Х.. Полуаналитическое решение двухмерного уравнения Колмогорова-Фишера. – IV междунар. науч.-практ. конф. «Современные проблемы математики и её приложений» (МГУ им. М.В.Ломоносова, Душанбе, 01 июня 2024 г.), с. 20-221
8. Полянин А.Д., Зайцев В.Ф. Справочник по нелинейным уравнениям математической физики: точные решения. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002, 432 с.
9. Fazal H., Kamal Sh., Asaf Kh., Muhammad Sh., Ghaus R. Numerical Solution of Fractional Order Epidemic Model of a Vector Borne Disease by Laplace Adomian Decomposition Method. – Punjab University, Journal of Mathematics, 2017, v. 49 №2, pp. 13-22.



Р.Х.Авезов

**ДАР БОРАИ ХАЛЛИ ДАҚИҚИ МУОДИЛАИ НЬЮЭЛЛ-УАЙТХЕД-СИГЕЛ  
БО ИСТИФОДА АЗ УСУЛИ ТАҶЗИЯИ АДОМЯН**

*Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,  
Институти математикаи ба номи А. Джуроеви АМИ Тоҷикистон*

Дар мақола ҳалли дақиқи муодилаи Ньюэлл-Уайтхед-Сигел бо истифода аз усули таҷзияи Адомян баррасӣ шудааст. Тағзири ҳаҷми полиномҳои Адомян барои қисми ғайрихаттии муодила низ нишон дода шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** *Усули таҷзияи Адомян, полиноми Адомян, муодилаи Ньюэлл-Уайтхед-Сигел, табдилоти Лаплас.*

R.H.Avezov

**ON THE EXACT SOLUTION OF THE NEWELL-WHITEHEAD-SIEGEL  
EQUATION USING THE ADOMIAN DECOMPOSITION METHOD**

*National Academy of Sciences of Tajikistan,  
A. Juraev Institute of Mathematics, NAS of Tajikistan*

This article discusses the exact solution of the Newell-Whitehead-Siegel equation using the Adomian decomposition method. The search for Adomian polynomials for the nonlinear part of the equation is also shown.

**Key words:** *Adomian decomposition method, Adomian polynomial, Newell-Whitehead-Siegel Equation, Laplace transform.*

**Сведения об авторе:**

1. **Авезов Раджаббек Хасанович** – докторант PhD, Институт математики им.А.Джуроев НАН Таджикистана.

УДК 511.344

Специальность: 1.1.5 – Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

Ф.З.Рахмонов

## ОЦЕНКА КОРОТКИХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ СУММ Г.ВЕЙЛЯ В МАЛЫХ ДУГАХ

*Национальная академия наук Таджикистана,**Институт математики им. А.Джуроева НАН Таджикистана**(Представлено академиком НАН Таджикистана М.Илоловым 25.03.2024 г.)**Получена нетривиальная оценка коротких тригонометрических сумм Вейля вида*

$$T(\alpha; x, y) = \sum_{x-y < n \leq x} e(\alpha n^k), \quad \left| \alpha - \frac{a}{q} \right| \leq \frac{1}{q^2}, \quad (a, q) = 1,$$

в малых дугах при  $(\ln y)^{(n-1)^2} \ll q \ll y^n (\ln y)^{-(n-1)^2}$ .

**Ключевые слова:** короткая тригонометрическая сумма Г.Вейля, малые дуги, разностный оператор, почти пропорциональные слагаемые.

Согласно теореме Дирихле о приближении действительных чисел рациональными числами, каждое действительное  $\alpha$  представимо в виде

$$\alpha = \frac{a}{q} + \lambda, \quad (a, q) = 1, \quad 1 \leq q \leq \tau, \quad |\lambda| \leq \frac{1}{q\tau}.$$

Исторически через  $\mathfrak{M}(P)$  обозначаются те числа  $\alpha$ , для которых  $q \leq P$ , а через  $\mathfrak{m}(P)$  оставшиеся  $\alpha$ , и соответственно их называют большими и малыми дугами.

При решении ряда аддитивных задач с почти пропорциональными слагаемыми, к которым относятся проблема Варинга и обобщение теоремы Эстермана, возникают задачи о поведении коротких тригонометрических сумм Г.Вейля вида

$$T(\alpha; x, y) = \sum_{x-y < m \leq x} e(\alpha m^n),$$

как в больших, так и в малых дугах. Для произвольного  $n \geq 3$  в больших дугах они изучены в работах [1-2]. Для тригонометрических сумм  $T(\alpha; x, y)$  в малых дугах при  $q \gg y^\epsilon$  были получены нетривиальные оценки в работе [3].

В настоящей работе, воспользовавшись методами работ [4-6], нетривиальная оценка получена при

*Адрес для корреспонденции:* Рахмонов Фируз Заруллоевич. 734063, Республика Таджикистан, г.Душанбе, ул. Айни, 299/4, Институт математики НАНТ. E-mail: rakhmonov.firuz@gmail.com.

$$(\ln y)^{(n-1)^2} \ll q \ll y^n (\ln y)^{-(n-1)^2}.$$

**Теорема.** Пусть  $x \geq x_0 > 0$ ,  $\ln x < y \leq x(\ln x)^{-1}$ ,  $\alpha$  – вещественное число,

$$\left| \alpha - \frac{a}{q} \right| \leq \frac{1}{q^2}, \quad (a, q) = 1,$$

тогда справедлива оценка

$$|T(\alpha; x, y)| \ll y \left( \frac{1}{q} + \frac{1}{y} + \frac{q}{y^n} \right)^{\mathfrak{x}_n} (\ln qy)^{(n-1)^2 \mathfrak{x}_n},$$

где  $\mathfrak{x}_2 = 2^{-1}$  и  $\mathfrak{x}_n = 2^{-n}$  при  $n \geq 3$ , а постоянная под знаком  $\ll$  зависит только от  $n$ .

При доказательстве воспользуемся следующими леммами.

**Лемма 1.** [7]. Пусть  $\alpha$  – вещественное число,

$$\left| \alpha - \frac{a}{q} \right| \leq \frac{1}{q^2}, \quad (a, q) = 1,$$

$x \geq 1$ ,  $y > 0$  и  $\beta$  – любое, тогда справедлива оценка

$$\sum_{n \leq x} \min \left( y, \frac{1}{\|\alpha n + \beta\|} \right) \leq 6 \left( \frac{x}{q} + 1 \right) (y + q \ln q).$$

**Лемма 2.** [8]. При  $x \geq 1$ ,  $r \geq 2$  и  $k \geq 1$  имеем

$$\sum_{n \leq x} \tau_r^k(n) \ll \frac{xr^k}{(r!)^{r-1}} (\ln x + r^k - 1)^{r^k - 1}.$$

Пусть  $\Delta_j$  означает  $j$  – применение разностного оператора, так что для многочлена  $f(u)$  степени  $n$  имеем

$$\Delta_1(f(u); t) = f(u+t) - f(u),$$

$$\Delta_{j+1}(f(u); t_1, \dots, t_{j+1}) = \Delta_1(\Delta_j(f(u); t_1, \dots, t_j); t_{j+1}).$$

Тогда нетрудно убедиться, что

$$\Delta_j(u^n; t_1, \dots, t_j) = t_1 \dots t_j p_j(u; t_1, \dots, t_j), \tag{1}$$

где  $p_j(u; t_1, \dots, t_j)$  многочлен степени  $n - j$  относительно  $u$  со старшим коэффициентом  $n! / (n - j)!$ .

**Лемма 3.** [3]. Пусть  $f(u)$  – произвольный многочлен степени  $n$ . Тогда при  $j = 1, \dots, n - 1$  имеет место

$$\left| \sum_{x-y < u \leq x} e(f(u)) \right|^{2^j} \leq (2y)^{2^{j-1}} \sum_{|h_1| < y} \dots \sum_{|h_j| < y} \left| \sum_{u \in I_j} e(\Delta_j(f(u); h_1, \dots, h_j)) \right|,$$

где интервалы  $I_j = I_j(x, y; h_1, \dots, h_j)$  удовлетворяют соотношениям:

$$I_1 = I_1(x, y; h_1) = (x - y, x] \cap (x - y - h_1, x - h_1],$$

$$I_j = I_j(x, y; h_1, \dots, h_j) = I_{j-1}(x, y; h_1, \dots, h_{j-1}) \cap I_{j-1}(x - h_j, y; h_1, \dots, h_{j-1}),$$

то есть интервал  $I_{j-1}(x - h_j, y; h_1, \dots, h_{j-1})$  получается из интервала  $I_{j-1} = I_{j-1}(x, y; h_1, \dots, h_{j-1})$  сдвигом на  $-h_j$  всех интервалов, пересечением которых он является.

**Доказательство теоремы.** Воспользовавшись леммой 3 и формулой (1) при  $j = n - 1$ , получим

$$|T(\alpha; x, y)|^{2^{n-1}} \leq (2y)^{2^{n-1}-n} \sum_{|h_1| < y} \dots \sum_{|h_{n-1}| < y} \left| \sum_{u \in I_{n-1}} e(\alpha n! h_1 h_2 \dots h_{n-1} u) \right|.$$

В последней сумме по  $u$ , количество членов для которых выполняется соотношение  $h_1 \dots h_{n-1} = 0$ , не превосходит величины  $(n - 1)y(2y)^{n-2}$ . Следовательно

$$|T(\alpha; x, y)|^{2^{n-1}} \leq (2y)^{2^{n-1}-n} \left( 2^{n-1} \tilde{T}(\alpha; x, y) + (n - 1)y(2y)^{n-2} \right), \tag{2}$$

$$\begin{aligned} \tilde{T}(\alpha; x, y) &= \sum_{1 \leq h_1 < y} \dots \sum_{1 \leq h_{n-1} < y} \left| \sum_{u \in I_{n-1}} e(\alpha n! h_1 h_2 \dots h_{n-1} u) \right| \leq \\ &\leq \sum_{h=1}^{y^{n-1}} \tau_{n-1}(h) \left| \sum_{u \in I_{n-1}} e(\alpha n! h u) \right| \leq \sum_{h=1}^{y^{n-1}} \tau_{n-1}(h) \min \left( y, \frac{1}{2 \|\alpha n! h\|} \right), \end{aligned} \tag{3}$$

где  $\tau_n(h)$  – число решений диофантова уравнения  $h_1 \dots h_n = h$ .

Рассмотрим два случая:  $n = 2$  и  $n \geq 3$ .

В случае  $n = 2$ , с учётом соотношения  $\tau_1(h) = 1$ , применяя к сумме в (3) лемму 1, получим

$$\begin{aligned} \tilde{T}(\alpha; x, y) &\leq \sum_{h=1}^y \min \left( y, \frac{1}{2 \|\alpha 2h\|} \right) \leq \sum_{h=1}^{2y} \min \left( y, \frac{1}{\|\alpha h\|} \right) \leq \\ &\leq 6 \left( \frac{2y}{q} + 1 \right) (y + q \ln q) \ll y^2 \left( \frac{1}{q} + \frac{1}{y} + \frac{q}{y^2} \right) \ln qy. \end{aligned}$$

Подставляя эту оценку в (2), а затем извлекая квадратный корень, получим утверждение теоремы при  $n = 2$ .

В случае  $n \geq 3$ , применяя к сумме в (3) неравенство Коши, а затем лемму 2, находим

$$\begin{aligned} \tilde{T}^2(\alpha; x, y) &\leq \sum_{h=1}^{y^{n-1}} \tau_{n-1}^2(h) \cdot y \sum_{h=1}^{y^{n-1}} \min\left(y, \frac{1}{2\|\alpha n!h\|}\right) \leq \\ &\leq \frac{(n-1)^2 y^n}{((n-1)!)^2} (\ln y - n^2 - 2n)^{n^2-2n} \left(\frac{n!y^{n-1}}{q} + 1\right) (y + q \ln q) \ll \\ &\ll y^{2n} \left(\frac{1}{q} + \frac{1}{y} + \frac{q \ln q}{y^n}\right) (\ln y)^{n^2-2n}. \end{aligned}$$

Подставляя эту оценку в (2), получим

$$\begin{aligned} |T(\alpha; x, y)|^{2^n} &\ll y^{2^n-2n} \left(\tilde{T}^2(\alpha; x, y) + y^{2n-2}\right) \ll \\ &\ll y^{2^n-2n} \left(y^{2n} \left(\frac{1}{q} + \frac{1}{y} + \frac{q \ln q}{y^n}\right) (\ln y)^{n^2-2n} + y^{2n-2}\right) \ll \\ &\ll y^{2^n} \left(\frac{1}{q} + \frac{1}{y} + \frac{q}{y^n}\right) (\ln qy)^{(n-1)^2}. \end{aligned}$$

Извлекая корень степени  $2^n$ , получим утверждение теоремы при  $n \geq 3$ .

Поступило 25.03.2024 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Рахмонов З.Х., Рахмонов Ф.З. Поведение коротких тригонометрических сумм Г.Вейля в больших дугах. – ДНАНТ, 2023, т. 66, 11-12, с. 625–633.
2. Рахмонов З.Х., Рахмонов Ф.З. Асимптотическая формула в проблеме Варинга с почти пропорциональными слагаемыми. – Чебышевский сборник, 2024, т. 25, в. 2(93), с. 139-168.
3. Рахмонов З.Х., Азамов А.З., Назрубоев Н.Н. Короткие тригонометрические суммы Г. Вейля в малых дугах. – ДАН РТ, 2018, т. 61, 7-8, с. 609–614.
4. Рахмонов Ф.З. Оценка тригонометрических сумм с простыми числами. – Чебышевский сборник, 2011, т. 12, в. 1, с. 158–171.
5. Рахмонов Ф.З. Оценка квадратичных тригонометрических сумм с простыми числами. – Вестник Московского университета. Серия 1, Математика и механика, 2011, 3, с. 56–60.
6. Rakhmonov Z.K., Rakhmonov F.Z. Short cubic exponential sums over primes. – Proceeding Steklov Institute Mathematics, 2017, v. 296, pp. 211–233.
7. Карацуба А.А. Основы аналитической теории чисел. 2-ое изд. – М.: Наука, 1983.
8. Марджанишвили К.К. Оценка одной арифметической суммы. – ДАН СССР, 1939, т. 22, 7, с 391-393.

Ф.З.Рахмонов

## БАҲОИ СУММАҲОИ КЎТОҲИ ТРИГОНОМЕТРИИ Г.ВЕЙЛ ДАР КАМОНҲОИ ХУРД

*Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,**Институти математикаи ба номи А.Джӯраеви АМИ Тоҷикистон*

Барои суммаҳои кӯтоҳи тригонометрии Г.Вейл намуди

$$T(\alpha; x, y) = \sum_{x-y < n \leq x} e(\alpha n^k), \quad \left| \alpha - \frac{a}{q} \right| \leq \frac{1}{q^2}, \quad (a, q) = 1,$$

дар камонҳои хурд ҳангоми  $(\ln y)^{(n-1)^2} \ll q \ll y^n (\ln y)^{-(n-1)^2}$  баҳои ғайритривиалӣ гирифта шудааст.**Калимаҳои калидӣ:** *суммаи кӯтоҳи тригонометрии Г.Вейл, камонҳои хурд, операторҳои фарқ, ҷамъшавандаҳои қариб мутаносиб.*

F.Z.Rakhmonov

## ESTIMATE OF SHORT G.WEYL EXPONENTIAL SUMS ON MINOR ARCS

*National Academy of Sciences of Tajikistan,**A.Dzhuraev Institute of Mathematics, NAS of Tajikistan*

A nontrivial estimate for short G.Weyl exponential sums of the form

$$T(\alpha; x, y) = \sum_{x-y < n \leq x} e(\alpha n^k), \quad \left| \alpha - \frac{a}{q} \right| \leq \frac{1}{q^2}, \quad (a, q) = 1,$$

on minor arcs is obtained for  $(\ln y)^{(n-1)^2} \ll q \ll y^n (\ln y)^{-(n-1)^2}$ .**Key words:** *Short G.Weyl exponential sum, minor arcs, difference operator, almost proportional summands.***Сведения об авторе:**

1. **Рахмонов Фируз Хусенович** – кандидат физ.-мат. наук, Институт математики им.А.Джӯраева НАН Таджикистана, заведующий отделом. E-mail: rakhmonov.firuz@gmail.com.

УДК 517.955

Специальность: 01.01.02. – Дифференциальные уравнения и математическая физика

Ф.М.Шамсудинов, Р.С.Валиев

**ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ РЕШЕНИЙ ДЛЯ ОДНОЙ СИСТЕМЫ  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ  
ВТОРОГО ПОРЯДКА С ДВУМЯ ВНУТРЕННИМИ СИНГУЛЯРНЫМИ  
ЛИНИЯМИ***Бохтарский государственный университет им. Н.Хусрава**(Представлено академиком НАН Таджикистана Н.Р.Раджабовым 13.03.2024 г.)*

*В работе рассматривается система из трёх дифференциальных уравнений, которая содержит одно линейное гиперболическое уравнение второго порядка и два дифференциальных уравнения первого порядка с двумя внутренними сингулярными линиями. Эти уравнения связаны между собой при помощи неизвестной функции.*

*В конце для рассматриваемой переопределённой системы получено представление многообразия решений в явном виде, когда коэффициенты первого, второго и третьего уравнения системы связаны между собой определённым образом. Изучены свойства полученных решений, а также рассмотрены задачи с начальными данными.*

**Ключевые слова:** *переопределённая система, многообразия решений, прямоугольник, сингулярные линии, свойства решений, задачи с начальными данными.*

Пусть  $D = \{(x, y) : -a < x < a, 0 < y < a\}$ ,

$$\Gamma_1 = \{y = 0, -a < x < a\}, \Gamma_2 = \{x = 0, 0 < y < a\}.$$

Далее обозначим

$$\Gamma_1^0 = \{y = x, 0 \leq x \leq a\}, \Gamma_2^0 = \{y = -x, -a \leq x \leq 0\}.$$

В области  $D$  рассмотрим систему уравнений следующего вида

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{a_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^m} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{b_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^n} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{c_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^{m+n}} u &= \frac{f_1(x, y)}{(x^2 - y^2)^{m+n}}, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{a_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^p} u &= \frac{f_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^p}, \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{b_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^k} u &= \frac{f_3(x, y)}{(x^2 - y^2)^k}, \end{aligned} \right. \quad (1)$$

где  $a_i(x, y), b_i(x, y), f_j(x, y), i = \overline{1, 2}, j = \overline{1, 3}$  – заданные функции в области  $D, m = n = 1, p \geq 2, k \geq 2, u(x, y)$  – искомая функция.

Проблеме исследования дифференциальных уравнений и переопределенных систем с регулярными, сингулярными и суперсингулярными коэффициентами посвящены работы [1-9].

Используя методику, разработанную в [4] и [6] для системы уравнений (1), получено представление многообразия решений при помощи одной произвольной постоянной.

Пусть первое уравнение системы (1) является исходным, тогда получим следующее утверждение

**Теорема 1.** Пусть в системе уравнений (1)  $m = n = 1, p \geq 2, k \geq 2$  коэффициенты и правые части удовлетворяют следующим условиям

$$1. \quad a_1(x, y) \in C_x^1(\bar{D}), a_2(x, y) \in C_y^1(\bar{D}), f_2(x, y) \in C_y^1(\bar{D}),$$

$$b_1(x, y), c_1(x, y), f_1(x, y), f_3(x, y) \in C(\bar{D});$$

$$2. \quad c_1(x, y) = (x^2 - y^2)^2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{a_1(x, y)}{x^2 - y^2} \right) + a_1(x, y)b_1(x, y);$$

$$3. \quad \frac{a_1(x, x)}{2x} + \frac{b_1(y, y)}{2y} < 1 \text{ в окрестности } \Gamma_1^0,$$

$$\frac{a_1(x, x)}{2x} + \frac{b_1(y, y)}{2y} > -1 \text{ в окрестности } \Gamma_2^0, a_2(0, 0) > 0;$$

$$4. \quad |a_1(x, y) - a_1(x, x)| \leq H_1 |x - y|^{\alpha_1}, H_1 = const, 0 < \alpha_1 < 1 \text{ в окрестности } \Gamma_1^0,$$

$$|a_1(x, y) - a_1(x, x)| \leq H_2 |x + y|^{\alpha_2}, H_2 = const, 0 < \alpha_2 < 1 \text{ в окрестности } \Gamma_2^0,$$

$$|b_1(x, y) - b_1(y, y)| \leq H_3 |x - y|^{\beta_1}, H_3 = const, 0 < \beta_1 < 1 \text{ в окрестности } \Gamma_1^0,$$

$$|b_1(x, y) - b_1(y, y)| \leq H_4 |x + y|^{\beta_2}, H_4 = const, 0 < \beta_2 < 1 \text{ в окрестности } \Gamma_2^0,$$

$$|a_2(x, 0) - a_2(0, 0)| \leq H_5 x^{\gamma_1}, H_5 = const, \gamma_1 > 2p - 1;$$



5. a)  $\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{a_1(x, y)}{x^2 - y^2} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{a_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^p} \right)$  в  $D$ ,

b)  $(x^2 - y^2)^{p+2} \left( \frac{a_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^p} - \frac{b_1(x, y)}{x^2 - y^2} \right) \exp \left[ -W_{b_1}^1(x, y) \right] \left| \frac{x+y}{x-y} \right|^{\frac{b_1(y, y)}{2y}}$

$\left( \psi_1(y) + \int_0^x \frac{f_1(t, y)}{(t^2 - y^2)^2} \exp \left[ W_{b_1}^1(t, y) \right] \left| \frac{t+y}{t-y} \right|^{\frac{b_1(y, y)}{2y}} dt \right) =$

$= (x^2 - y^2)^{p+2} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{f_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^p} \right) + (x^2 - y^2) a_1(x, y) f_2(x, y) -$

$-(x^2 - y^2)^p f_1(x, y)$  в  $D$ ,

c)  $(x^2 - y^2)^k \exp \left[ -W_{b_1}^1(x, y) \right] \left| \frac{x+y}{x-y} \right|^{\frac{b_1(y, y)}{2y}} \left( \psi_1(y) + \int_0^x \frac{f_1(t, y)}{(t^2 - y^2)^2} \times \right.$

$\left. \times \exp \left[ W_{b_1}^1(t, y) \right] \left| \frac{t+y}{t-y} \right|^{\frac{b_1(y, y)}{2y}} dt \right) = f_3(x, y)$  в  $D$ ;

6.  $f_1(x, y) = o\left((x-y)^{\lambda_1}\right)$ ,  $\lambda_1 > 1 - \frac{b_1(y, y)}{2y}$  в окрестности  $\Gamma_1^0$ ,

$f_1(x, y) = o\left((x+y)^{\lambda_2}\right)$ ,  $\lambda_2 > 1 + \frac{b_1(y, y)}{2y}$  в окрестности  $\Gamma_2^0$ ,

$f_2(x, 0) = o\left(x^{\lambda_3}\right)$ ,  $\lambda_3 > 2p - 1$ .

Тогда любое решение системы уравнений (1) из класса  $C^2\left(D \setminus (\Gamma_1^0 \cup \Gamma_2^0)\right)$  представимо в виде

$$u(x, y) = \exp \left[ -W_{a_1}^1(x, y) \right] \left| \frac{x+y}{y-x} \right|^{\frac{a_1(x, x)}{2x}}$$

$$\left( \varphi_1(x) + \int_0^y \exp \left[ W_{a_1}^1(x, \tau) - W_{b_1}^1(x, \tau) \right] \left| \frac{x+\tau}{\tau-x} \right|^{\frac{a_1(x, x)}{2x}} \left| \frac{x+\tau}{x-\tau} \right|^{\frac{b_1(\tau, \tau)}{2\tau}} \times \right.$$

$$\left. \times \left( \psi_1(\tau) + \int_0^x \frac{f_1(t, \tau)}{(t^2 - \tau^2)^2} \exp \left[ W_{b_1}^1(t, \tau) \right] \left| \frac{t+\tau}{t-\tau} \right|^{\frac{b_1(\tau, \tau)}{2\tau}} dt \right) d\tau \right) \equiv$$

$$\equiv \Omega_1(\varphi_1(x), \psi_1(y), f_1(x, y)), \tag{2}$$

где

$$\begin{aligned} \varphi_1(x) = \exp[-W_{a_2}^{2p}(x, 0) + a_2(0, 0)W_{2p-1}(x)] \times \\ \left( c_1 + \int_0^x \frac{f_2(t, 0)}{t^{2p}} \exp[W_{a_2}^{2p}(t, 0) - a_2(0, 0)W_{2p-1}(t)] dt \right) \equiv N_1(c_1, f_2(x, 0)), \end{aligned} \tag{3}$$

$$\psi_1(y) = \frac{f_3(0, y)}{(-y^2)^k}, \tag{4}$$

$$W_{a_1}^1(x, y) = \int_0^y \frac{a_1(x, \tau) - a_1(x, x)}{x^2 - \tau^2} d\tau, W_{b_1}^1(x, y) = \int_0^x \frac{b_1(t, y) - b_1(y, y)}{t^2 - y^2} dt,$$

$$W_{a_2}^{2p}(x, 0) = \int_0^x \frac{a_2(t, 0) - a_2(0, 0)}{t^{2p}} dt, W_{2p-1}(x) = \frac{1}{(2p-1)x^{2p-1}},$$

$c_1$  – произвольная постоянная.

Полученное решение обладает свойствами

1°. Если  $y \rightarrow 0$ , то

$$u(x, 0) = \varphi_1(x).$$

2°. Если  $y \rightarrow 0$  и  $x \rightarrow 0$ , то

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \lim_{y \rightarrow 0} u(x, y) \right\} = O\left(\exp[a_2(0, 0)W_{2p-1}(x)]\right).$$

$$3^\circ. \lim_{y \rightarrow 0} \left\{ \exp[-a_2(0, 0)W_{2p-1}(x)] \lim_{x \rightarrow 0} u(x, y) \right\} = c_1.$$

4°. Если  $x \rightarrow 0$ , и  $y \neq 0$ , то

$$u(x, y) = O\left(\exp[a_2(0, 0)W_{2p-1}(x)]\right).$$

Пусть второе уравнение системы (1) является исходным, тогда получено следующее утверждение

**Теорема 2.** Пусть в системе уравнений (1)  $m = n = 1$ ,  $p \geq 2$ ,  $k \geq 2$  коэффициенты и правые части удовлетворяют следующим условиям

1.  $a_1(x, y) \in C_x^1(\bar{D})$ ,  $a_2(x, y) \in C_y^1(\bar{D})$ ,  $b_2(x, y) \in C_x^1(\bar{D})$ ,  
 $f_2(x, y) \in C_y^1(\bar{D})$ ,  $f_3(x, y) \in C_x^1(\bar{D})$ ,  $b_1(x, y), c_1(x, y), f_1(x, y) \in C(\bar{D})$ ;

2.  $c_1(x, y) = (x^2 - y^2)^2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{a_1(x, y)}{x^2 - y^2} \right) + a_1(x, y)b_1(x, y);$
3.  $a_2(y, y) > 0$  в окрестности  $\Gamma_1^0$ ,  
 $a_2(y, y) < 0$  в окрестности  $\Gamma_2^0$ ,  
 $b_2(0, 0) > 0;$
4.  $a_2(x, y) - a_2(y, y) = o((x - y)^{\mu_1})$ ,  $\mu_1 > p - 1$  в окрестности  $\Gamma_1^0$ ,  
 $a_2(x, y) - a_2(y, y) = o((x + y)^{\mu_2})$ ,  $\mu_2 > p - 1$  в окрестности  $\Gamma_2^0$ ,  
 $|b_2(0, y) - b_2(0, 0)| \leq H_1 y^{\gamma_1}$ ,  $H_1 = const$ ,  $\gamma_1 > 4l - 1;$
5. а)  $\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{a_1(x, y)}{x^2 - y^2} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{a_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^p} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{b_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^k} \right)$  в  $D$ ,  
 б)  $\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{f_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^p} \right) + a_1(x, y)f_2(x, y) = (x^2 - y^2)^{-2} f_1(x, y)$  при  $a_2(x, y) = b_1(x, y)$  в  $D$ ,  
 в)  $(x^2 - y^2)^{p+k} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{f_3(x, y)}{(x^2 - y^2)^k} \right) + a_2(x, y)f_3(x, y) =$   
 $= (x^2 - y^2)^{p+k} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{f_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^p} \right) + b_2(x, y)f_2(x, y)$  в  $D$ ;
6.  $f_2(x, y) = o((x - y)^{\lambda_1})$ ,  $\lambda_1 > p - 1$  в окрестности  $\Gamma_1^0$ ,  
 $f_2(x, y) = o((x + y)^{\lambda_2})$ ,  $\lambda_2 > p - 1$  в окрестности  $\Gamma_2^0$ ,  
 $f_3(0, y) = o(y^{\lambda_3})$ ,  $\lambda_3 > 4l - 1.$

Тогда любое решение системы уравнений (1) из класса  $C^2(D \setminus (\Gamma_0^1 \cup \Gamma_0^2))$  представимо в виде

$$u(x, y) = \exp \left[ -W_{a_2}^p(x, y) + a_2(y, y)J_{p-1}^{(1)}(x, y) \right] \left( \psi_2(y) + \int_0^x \frac{f_2(t, y)}{(t^2 - y^2)^p} \times \right. \\ \left. \times \exp \left[ W_{a_2}^p(t, y) - a_2(y, y)J_{p-1}^{(1)}(t, y) \right] dt \right) \equiv \Omega_2(\psi_2(y), f_2(x, y)), \quad (5)$$

где

$$\psi_2(y) = \exp \left[ -W_{b_2}^{4l}(0, y) + b_2(0, 0)W_{4l-1}(y) \right] \times$$

$$\times \left( c_2 + \int_0^y \frac{f_3(0,s)}{s^{4l}} \exp \left[ W_{b_2}^{4l}(0,s) - b_2(0,0)W_{4l-1}(s) \right] ds \right) \equiv N_2(c_2, f_3(0,y)), \quad (6)$$

$$W_{a_2}^p(x,y) = \int_0^x \frac{a_2(t,y) - a_2(y,y)}{(t^2 - y^2)^p} dt,$$

$$J_{p-1}^{(1)}(x,y) = \frac{x}{2(p-1)y^2(x^2 - y^2)^{p-1}} + \frac{2p-3}{2(p-1)y^2} \int_0^x \frac{dt}{(t^2 - y^2)^{p-1}},$$

$$W_{b_2}^{4l}(0,y) = \int_0^y \frac{b_2(0,s) - b_2(0,0)}{s^{4l}} ds, W_{4l-1}(y) = \frac{1}{(4l-1)y^{4l-1}},$$

$c_2$  – произвольная постоянная.

Полученное решение обладает свойствами

1°. Если  $x \rightarrow 0$ , то

$$u(0,y) = \psi_2(y).$$

2°. Если  $x \rightarrow 0$  и  $y \rightarrow 0$ , то

$$\lim_{y \rightarrow 0} \left\{ \lim_{x \rightarrow 0} u(x,y) \right\} = O \left( \exp \left[ b_2(0,0)W_{4l-1}(y) \right] \right).$$

$$3°. \lim_{y \rightarrow 0} \left\{ \exp \left[ -b_2(0,0)W_{4l-1}(y) \right] \lim_{x \rightarrow 0} u(x,y) \right\} = c_2.$$

4°. Если  $y \rightarrow x$ , то

$$u(x,y) = O \left( \exp \left[ a_2(y,y)J_{p-1}^{(1)}(x,y) \right] \right) \text{ в окрестности } \Gamma_1^0.$$

5°. Если  $y \rightarrow -x$ , то

$$u(x,y) = O \left( \exp \left[ a_2(y,y)J_{p-1}^{(1)}(x,y) \right] \right) \text{ в окрестности } \Gamma_2^0.$$

Пусть третье уравнение системы (1) является исходным, тогда получим следующее утверждение

**Теорема 3.** Пусть в системе уравнений (1)  $m = n = 1$ ,  $p \geq 2$ ,  $k \geq 2$  коэффициенты и правые части удовлетворяют следующим условиям

$$1. \quad a_2(x,y) \in C_y^1(\bar{D}), b_2(x,y) \in C_x^1(\bar{D}), f_2(x,y) \in C_y^1(\bar{D}), f_3(x,y) \in C_x^1(\bar{D}),$$

$$a_1(x,y), b_1(x,y), c_1(x,y), f_1(x,y) \in C(\bar{D});$$

$$2. \quad c_1(x, y) = (x^2 - y^2)^2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{a_1(x, y)}{x^2 - y^2} \right) + a_1(x, y)b_1(x, y);$$

$$3. \quad b_2(x, x) \langle 0, a_2(0, 0) \rangle 0;$$

$$4. \quad b_2(x, y) - b_2(x, x) = o\left((x - y)^{\mu_1}\right), \mu_1 > k - 1 \text{ в окрестности } \Gamma_1^0,$$

$$b_2(x, y) - b_2(x, x) = o\left((x + y)^{\mu_2}\right), \mu_2 > k - 1 \text{ в окрестности } \Gamma_2^0,$$

$$|a_2(x, 0) - a_2(0, 0)| \leq H_1 x^{\gamma_1}, \quad H_1 = \text{const}, \quad \gamma_1 > 2p - 1;$$

$$5. \quad a) \quad \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{b_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^k} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{a_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^p} \right) \text{ в } D,$$

$$b) \quad (x^2 - y^2)^k \exp[-W_{b_1}^1(x, y)] \left| \frac{x+y}{x-y} \right|^{\frac{b_1(y, y)}{2y}} \times$$

$$\times \left( \psi_1(y) + \int_0^x \frac{f_1(t, y)}{(t^2 - y^2)^2} \exp[W_{b_1}^1(t, y)] \left| \frac{t+y}{t-y} \right|^{\frac{b_1(y, y)}{2y}} dt \right) =$$

$$= f_3(x, y) \text{ при } a_1(x, y) = b_2(x, y) \text{ в } D,$$

$$c) \quad (x^2 - y^2)^{p+k} \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{f_2(x, y)}{(x^2 - y^2)^p} \right) + b_2(x, y)f_2(x, y) =$$

$$= (x^2 - y^2)^{p+k} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{f_3(x, y)}{(x^2 - y^2)^k} \right) + a_2(x, y)f_3(x, y) \text{ в } D;$$

$$6. \quad f_3(x, y) = o\left((x - y)^{\lambda_1}\right), \lambda_1 > k - 1 \text{ в окрестности } \Gamma_1^0,$$

$$f_3(x, y) = o\left((x + y)^{\lambda_2}\right), \lambda_2 > k - 1 \text{ в окрестности } \Gamma_2^0,$$

$$f_2(x, 0) = o\left(x^{\theta_1}\right), \theta_1 > 2p - 1.$$

Тогда любое решение системы уравнений (1) из класса  $C^2(D \setminus (\Gamma_0^1 \cup \Gamma_0^2))$  представимо в виде

$$u(x, y) = \exp[-W_{b_2}^k(x, y) - b_2(x, x)J_{k-1}^{(2)}(x, y)] \times$$

$$\times \left( \varphi_2(x) + \int_0^y \frac{f_3(x, \tau)}{(x^2 - \tau^2)^k} \exp[W_{b_2}^k(x, \tau) + b_2(x, x)J_{k-1}^{(2)}(x, \tau)] d\tau \right) \equiv$$

$$\equiv \Omega_3(\varphi_2(x), f_3(x, y)), \tag{7}$$

где

$$\begin{aligned} \varphi_2(x) = \exp[-W_{a_2}^{2p}(x, 0) + a_2(0, 0)W_{2p-1}(x)] \times \\ \times \left( c_3 + \int_0^x \frac{f_2(t, 0)}{t^{2p}} \exp[W_{a_2}^{2p}(t, 0) - a_2(0, 0)W_{2p-1}(t)] dt \right) \equiv N_3(c_3, f_2(x, 0)), \end{aligned} \tag{8}$$

$$\psi_1(y) = \frac{f_3(0, y)}{(-y^2)^k}, \tag{9}$$

$$W_{b_2}^k(x, y) = \int_0^y \frac{b_2(x, \tau) - b_2(x, x)}{(x^2 - \tau^2)^k} d\tau,$$

$$J_{k-1}^{(2)}(x, y) = \frac{y}{2(k-1)x^2(x^2 - y^2)^{k-1}} + \frac{2k-3}{2(k-1)x^2} \int_0^y \frac{d\tau}{(x^2 - \tau^2)^{k-1}},$$

$$W_{a_2}^{2p}(x, 0) = \int_0^x \frac{a_2(t, 0) - a_2(0, 0)}{t^{2p}} dt, W_{2p-1}(x) = \frac{1}{(2p-1)x^{2p-1}},$$

$c_3$  – произвольная постоянная.

Полученное решение обладает свойствами

1°. Если  $y \rightarrow 0$ , то

$$u(x, 0) = \varphi_2(x).$$

2°. Если  $y \rightarrow 0$  и  $x \rightarrow 0$ , то

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \lim_{y \rightarrow 0} u(x, y) \right\} = O\left(\exp[a_2(0, 0)W_{2p-1}(x)]\right).$$

$$3^\circ. \lim_{y \rightarrow 0} \left\{ \exp[-a_2(0, 0)W_{2p-1}(x)] \lim_{x \rightarrow 0} u(x, y) \right\} = c_3.$$

4°. Если  $y \rightarrow x$ , то

$$u(x, y) = O\left(\exp[-b_2(x, x)J_{k-1}^{(2)}(x, y)]\right).$$

5°. Если  $y \rightarrow -x$ , то

$$u(x, y) = 0.$$

Доказательства теорем 1, 2 и 3 основаны на представлении левой части первого уравнения системы (1) в виде двух дифференциальных операторов первого порядка. Далее, подставляя решение первого уравнения во второе и третье уравнения, определим соответствующие произвольные функции и получим утверждение теоремы 1.

В дальнейшем соответственно считая второе уравнение исходным и подставляя его решение в первое и третье уравнение, получим утверждение теоремы 2.

Аналогичным образом доказывается утверждение теоремы 3.

Полученные интегральные представления решений и их свойства дают возможность для системы уравнений (1) ставить и решать следующие задачи с начальными данными.

**Задача  $K_1$ .** Требуется найти решение системы уравнений (1) из класса  $C^2(D \setminus (\Gamma_0^1 \cup \Gamma_0^2))$  по начальному условию

$$\lim_{y \rightarrow 0} \left\{ \exp[-a_2(0,0)W_{2p-1}(x)] \lim_{x \rightarrow 0} u(x, y) \right\} = m_1,$$

где  $m_1$  – заданная известная постоянная.

**Задача  $K_2$ .** Требуется найти решение системы уравнений (1) из класса  $C^2(D \setminus (\Gamma_1^0 \cup \Gamma_2^0))$  по начальному условию

$$\lim_{y \rightarrow 0} \left\{ \exp[-b_2(0,0)W_{4l-1}(y)] \lim_{x \rightarrow 0} u(x, y) \right\} = m_2,$$

где  $m_2$  – заданная известная постоянная.

**Задача  $K_3$ .** Требуется найти решение системы уравнений (1) из класса  $C^2(D \setminus (\Gamma_1^0 \cup \Gamma_2^0))$  по начальному условию

$$\lim_{y \rightarrow 0} \left\{ \exp[-a_2(0,0)W_{2p-1}(x)] \lim_{x \rightarrow 0} u(x, y) \right\} = m_3,$$

где  $m_3$  – заданная известная постоянная.

*Решение задачи  $K_1$ .* Используя интегральные представления решений системы уравнений (2)-(4) и условие задачи  $K_1$  имеем:  $c_1 = m_1$ .

**Теорема 4.** Если в системе уравнений (1) коэффициенты и правые части удовлетворяют всем условиям теоремы 1, тогда единственное решение задачи  $K_1$  выражается формулами (2)-(4), где  $c_1 = m_1$ .

О разрешимости задачи  $K_2$  и  $K_3$  получены следующие утверждения

**Теорема 5.** Пусть выполнены все условия теоремы 2, тогда единственное решение задачи  $K_2$  представимо в виде (5), (6), где  $c_2 = m_2$ .

**Теорема 6.** Пусть выполнены все условия теоремы 3, тогда единственное решение задачи  $K_3$  представимо в виде (7), (8), (9), где  $c_3 = m_3$ .

Поступило 13.03.2024 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Wilczynski E.J. Projective Differential Geometry of Curves and Ruled Sur-faces. – Zeip. Zig; Leubner, 1906, 120 p.
2. Гайшун И. В. Линейные уравнения в полных производных. – Минск: Наука и техника, 1983, 273 с.
3. Михайлов Л.Г. Некоторые переопределённые системы уравнений в частных производных с двумя неизвестными функциями. – Душанбе: Дониш, 1986, 115 с.
4. Раджабов Н. Введение в теорию дифференциальных уравнений в частных производных со сверхсингулярными коэффициентами. – Душанбе: изд. ТГУ, 1992, 236 с.
5. Исхоков С.А. Вариационная задача Дирихле для вырождающихся эллиптических уравнений в полупространстве. – Доклады РАН, 1995, №2 (345), с.164-167.
6. Раджабов Н., Махамед Эльсаед Абдель Аал. Переопределённая линейная система второго порядка с сингулярными и сверхсингулярными линиями. – Lap Lambert Academic Publishing, Germany, 2011, 234 с.
7. Тасмамбетов Ж. Н. Построение нормальных и нормально-регулярных решений специальных систем дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. – Актобе, 2015, 463 с.
8. Шамсудинов Ф. М. Об одной переопределённой системе дифференциальных уравнений второго порядка с сингулярной точкой. – Вестн. Волгогр. гос. ун-та. Сер. Мат. Физ., 2016, №6(37), с.99-107.
9. Шамсудинов Ф. М. Об исследовании одного класса гиперболических уравнений второго порядка и с связанных с ними переопределённых систем дифференциальных уравнений с сингулярными и сверхсингулярными точками. - Дисс... докт. физ.-мат. наук: 010102: защищена 25.12.19.: утв. 25.09.20 – Душанбе, 2019, 355 с.

**Ф.М.Шамсудинов, Р.С.Валиев**

### **ТАСВИРҲОИ ИНТЕГРАЛИИ ҲАЛ БАРОИ ЯК СИСТЕМАИ БАРЗИЁДМУАЙЯНШУДАИ МУОДИЛАҲОИ ДИФФЕРЕНСИАЛӢ БО ҲОСИЛАҲОИ ХУСУСИИ ТАРТИБИ ДУОМ БО ДУ ХАТҲОИ ДОХИЛИИ СИНГУЛЯРӢ**

*Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Н.Хусрав*

Дар қор системаи се муодилаҳои дифференсиалӣ баррасӣ карда мешавад, ки як муодилаи гиперболикии ҳатти тартиби дуом ва ду муодилаи дифференсиалии тартиби якумро бо ду ҳатҳои дохилии сингулярӣ дар бар мегирад. Ин муодилаҳо бо функсияи номаълум бо ҳам алоқаманданд.

Дар охир барои системаи барзиёдмуайяншудаи дидашаванда хангоме, ки коэффитсиентҳои муодилаҳои якум, дуом ва сеюм байни худ ба таври муайян алоқаманд мебошанд, тасвирҳои



интегралли ҳал ба таври ошкор ҳосил карда шудаанд. Ҳосиятҳои ҳалҳои ҳосилкардашуда омӯхта шуданд, инчунин масъалаҳо бо шартҳои аввала дида баромада шуданд.

**Калимаҳои калидӣ:** *системаи барзиёдмуайянишуда, бисёршаклаи ҳал, росткунҷа, коэффициентҳои сингулярӣ, ҳосиятҳои ҳал.*

F.M.Shamsudinov, R.S.Valiev

**INTEGRAL REPRESENTATIONS OF SOLUTIONS FOR ONE SYSTEM  
OF SECOND ORDER PARTIAL DERIVATIVE DIFFERENTIAL EQUATIONS  
WITH TWO INTERNAL SINGULAR LINES**

*N.Khusrav Bokhtar state university*

The paper considers a system of three differential equations, which contains one second-order linear hyperbolic equation and two first-order differential equations with two internal singular lines. These equations are related to each other using an unknown function.

In the end, for the overdetermined system under consideration, an explicit representation of the variety of solutions is obtained, when the coefficients of the first, second and third equations of the system are related to each other in a certain way. The properties of the obtained solutions are studied, and problems with initial data are also considered.

**Key words:** *overdetermined system, manifolds of solutions, rectangle, singular lines, properties of solutions, problem with initial data.*

**Сведения об авторах:**

1. **Шамсудинов Файзулло Мамадуллоевич** – доктор физико-математических наук, Бохтарский государственный университет им. Н.Хусрава, профессор кафедры “Математический анализ и дифференциальные уравнения”. E-mail: faizullo100@yahoo.com;
2. **Валиев Рузбой Сангимуродович** – Бохтарский государственный университет им. Носира Хусрава, докторант PhD кафедры “Математический анализ и дифференциальные уравнения”. E-mail: ruziboivaliev@gmail.com.

УДК 517.955

Специальность: 1.1.1 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Ф.Раимзода

## ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕШЕНИЯ ОДНОЙ НЕОДНОРОДНОЙ ЗАДАЧИ

*Таджикский национальный университет**(Представлено академиком НАН Таджикистана М.И.Илоловым 25.03.2024 г.)*

Решение неоднородных задач играет важную роль в различных областях науки и техники, где модели часто учитывают внешние воздействия и начальные условия, приводящие к появлению неоднородностей. В данной статье исследуются методы представления решений неоднородных задач. Результаты исследования позволяют сделать выводы о применимости различных методов в зависимости от специфики задачи, что способствует повышению точности и эффективности математического моделирования.

**Ключевые слова:** неоднородная задача, дифференциальные уравнения, начальные условия, интегральные уравнения, граничные условия, численность популяции, ряды Фурье, уравнения типа восстановления.

В современной математике и её приложениях решение неоднородных задач является одной из ключевых проблем, требующих тщательного анализа и разработки новых методов. Неоднородные задачи, в отличие от однородных, включают в себя дополнительные члены, которые усложняют их структуру и решение. Эти задачи возникают в различных областях науки и техники, таких как физика, экономика и биология, где модели часто учитывают внешние воздействия или начальные условия, приводящие к появлению неоднородностей.

Особое внимание уделяется дифференциальным уравнениям и уравнениям в частных производных, которые часто используются для моделирования сложных систем. Они подробно рассматривались в работах Дж.Марри [1], В.Вольтерра [2], Н.Н.Моисеева [3], В.С.Владимирова [4], М.Илолова [5-8], М.К.Юнуси [9-11], Р.Н.Одинаева [12-15]. Методологический подход основан на сравнительном анализе различных методов решения с акцентом на их применимость в реальных задачах. Результаты исследования позволят более глубоко понять природу неоднородных задач и разработать рекомендации по выбору оптимальных методов их решения в зависимости от специфики задачи. Это, в свою очередь, будет способствовать повышению точности и эффективности математического моделирования в различных областях науки и техники.

Рассмотрим следующую задачу: найти решение неоднородного уравнения

$$\partial_{\text{max}} N = F_0(a, t)N + f(x, a, t), \quad x \in G, \quad 0 < a < \infty, \quad 0 < t \leq t_k, \quad (1)$$

удовлетворяющее начальным и граничным условиям:

---

**Адрес для корреспонденции:** Раимзода Фаррухшо. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: raimzoda@mail.ru

$$N(x, a) = N_0(x, a), \quad x \in \bar{G}, \quad 0 \leq a < \infty, \tag{2}$$

$$N(x, 0, t) = \int_0^{\infty} B_0(\xi, t) N(x, \xi, t) d\xi, \quad x \in \bar{G}, \quad 0 \leq a \leq t_k, \tag{3}$$

$$N|_s = 0, \tag{4}$$

где  $\partial_{tax} = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial a} + \sum_{i=1}^2 \left[ V_i \frac{\partial}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \left( D_i \frac{\partial}{\partial x_i} \right) \right]$ ,  $N = N(x, a, t)$  – численность популяции в точке  $x$

возраста  $a$  в момент времени  $t$ ,  $F_0(\cdot), B_0(\cdot)$  – соответственно коэффициенты смертности и рождаемости некоторой изолированной популяции.

Наряду с граничным условием (4) рассмотрим также граничное условие третьего рода

$$\left( \frac{\partial N}{\partial x_i} + \alpha_i N \right) |_s = 0, \quad \alpha_i = -\frac{V_i}{2D_i}, \quad i = 1, 2. \tag{5}$$

В дальнейшем будем предполагать, что выполнены условия согласования граничных и начальных условий.

**Определение.** Под решением неоднородной задачи (1)-(4) ((5)) мы будем понимать непрерывную функцию  $N = N(x, a, t)$ , имеющую непрерывные производные  $\frac{\partial N}{\partial t}, \frac{\partial N}{\partial a}, \frac{\partial N}{\partial x_i}, \frac{\partial^2 N}{\partial x_i^2}$ ,  $i = 1, 2$  и удовлетворяющие условия (1)-(4) ((5)).

**Теорема 1.** Пусть выполняются следующие условия:

а)  $F_0(a, t) = F_0(a), B_0(a, t) = B_0(a), D_i = const > 0$ .

Функции  $F_0(a), B_0(a), N_0(x, a)$  определены и непрерывны по своим переменным.

б)  $|F_0(\cdot)| \leq F_0, |B_0(\cdot)| \leq B_0, |N_0(\cdot)| \leq N_0$  где  $F_0, B_0, N_0 - const > 0$ .

в) Функция  $N_0 = N_0(x, a)$ , имеет обобщённые производные  $\frac{\partial N_0}{\partial a}, \frac{\partial N_0}{\partial x_i}, \frac{\partial^2 N_0}{\partial a \partial x_i}, \frac{\partial^2 N_0}{\partial x_1 \partial x_2}$ ,

$\frac{\partial^3 N_0}{\partial a \partial x_1 \partial x_2}$ ,  $i = 1, 2$  и они ограничены по  $a, 0 \leq a < \infty$ ,

г)  $\|B_0\|_{L_2[0, \infty)} < \infty$

Тогда решение неоднородной задачи (1)-(4) представляется в следующем виде:

$$N(x, a, t) = e^{\int_0^a F_0(\xi) d\xi - \sum_{i=1}^2 \frac{V_i^2 a}{4D_i} + \sum_{i=1}^2 \frac{V_i X_i}{2D_i}} \cdot \sum_{n_1=1}^{\infty} \sum_{n_2=2}^{\infty} \mu_{n_1 n_2} (t-a) e^{-\lambda_{n_1 n_2} a} \sin \frac{\pi n_1 x_1}{L_1} \sin \frac{\pi n_2 x_2}{L_2} + \int_0^a \int_0^{L_1} \int_0^{L_2} G(x_1, x_2, a, x_1', x_2', a') f(x_1', x_2', a', t) dx_1' dx_2' da'$$

где

$$G(x_1, x_2, a, x_1, x_2, a) = \frac{4}{L_1 L_2} \sum_{n_1=1}^{\infty} \sum_{n_2=2}^{\infty} e^{-\lambda_{n_1 n_2} (a-a)} \cdot \sin \frac{\pi n_1 x_1}{L_1} \sin \frac{\pi n_2 x_2}{L_2} \cdot \sin \frac{\pi n_1 x_1}{L_1} \sin \frac{\pi n_2 x_2}{L_2}$$

$$\lambda_{n_1 n_2} = \sum_{i=1}^2 D_i \left( \frac{\pi n_i}{L_i} \right)^2, \quad n_1, n_2 = 1, 2, 3, \dots$$

$\mu_{n_1 n_2}(t)$  – является решением интегрального уравнения типа восстановления:

$$\begin{cases} \mu_{n_1 n_2}(t) = \int_0^a B_{n_1 n_2}(\xi, t) \mu_{n_1 n_2}(t - \xi) d\xi, \\ B_{n_1 n_2}(a) = B_0(a) \exp \left( \int_0^a F_0(\xi) d\xi - \sum_{i=1}^2 \frac{V_i^2 a}{4D_i} - \lambda_{n_1 n_2} a \right) \end{cases} \quad (7)$$

**Доказательство.** Введём последовательно замены ([9-11]):

$$\begin{cases} t = a + \tau, \quad \varphi(x, a, \tau) = N(x, a, a + \tau), \\ \varphi(x, a, \tau) = u(x, a, \tau) \exp \left( \int_0^a F_0(\xi) d\xi - \sum_{i=1}^2 \frac{V_i^2 a}{4D_i} + \sum_{i=1}^2 \frac{V_i X_i}{2D_i} \right) \end{cases} \quad (8)$$

задачу (1)-(4) перепишем в следующем виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial a} = \sum_{i=1}^2 D_i \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} + f(x, a, \tau) \cdot \exp \left( \int_0^a F_0(\xi) d\xi - \sum_{i=1}^2 \frac{V_i^2 a}{4D_i} + \sum_{i=1}^2 \frac{V_i X_i}{2D_i} \right), \\ x \in G, \quad 0 < a < \infty. \\ u(x, 0, \tau) = \int_0^a B(\xi) u(x, \xi, \tau) d\xi, \quad x \in \bar{G}. \\ u|_s = 0 \end{cases} \quad (9)$$

где  $B(a) = B_0(a) \exp \left( \int_0^a F_0(\xi) d\xi - \sum_{i=1}^2 \frac{V_i^2 a}{4D_i} \right)$ . Заметим, что условие (2) нами пока не использовано. Ре-

шение задачи (9) будем искать в виде ряда Фурье по собственным функциям.

$$\left\{ \sin \frac{\pi n_1 x_1}{L_1} \sin \frac{\pi n_2 x_2}{L_2} \right\}:$$

$$u(x, a, \tau) = \sum_{n_1=1}^{\infty} \sum_{n_2=2}^{\infty} u_n(a, \tau) \cdot \sin \frac{\pi n_1 x_1}{L_1} \sin \frac{\pi n_2 x_2}{L_2}, \quad (10)$$

Для нахождения функции  $u(x, a, \tau)$  достаточно определить функции  $u_n(a, \tau)$ . Равномерная сходимость ряда (10) и его производных доказана в первом параграфе.

Представим функцию  $f(x, a, a + \tau)$  в виде ряда

$$f(x, a, a + \tau) = \sum_{n_1=1}^{\infty} \sum_{n_2=2}^{\infty} f_n(a, a + \tau) \cdot \sin \frac{\pi n_1 x_1}{L_1} \sin \frac{\pi n_2 x_2}{L_2},$$

где

$$f_n(a, a + \tau) = \frac{4}{L_1 L_2} \int_0^{L_1} \int_0^{L_2} f(x_1, x_2, a, a + \tau) \sin \frac{\pi n_1 x_1}{L_1} \sin \frac{\pi n_2 x_2}{L_2} dx_1 dx_2, \quad (11)$$

Подставляя предполагаемую форму решения в исходное уравнение (9), будем иметь.

$$\sum_{n_1=1}^{\infty} \sum_{n_2=2}^{\infty} \sin \frac{\pi n_1 x_1}{L_1} \sin \frac{\pi n_2 x_2}{L_2} \left[ \sum_{i=1}^2 D_i \left( \frac{\pi n_i}{L_i} \right)^2 \cdot u_n(a, \tau) + \frac{\partial u_n(a, \tau)}{\partial a} - f_n(a, a + \tau) \times \right. \\ \left. \times \exp \left[ -\int_0^a F_0(\xi) d\xi + \sum_{i=1}^2 \frac{V_i^2 a}{4D_i} - \sum_{i=1}^2 \frac{V_i X_i}{2D_i} \right] \right] = 0,$$

Это уравнение будет удовлетворено, если все коэффициенты разложения равны нулю, то есть

$$\frac{\partial u_n(a, \tau)}{\partial a} = -\sum_{i=1}^2 D_i \left( \frac{\pi n_i}{L_i} \right)^2 u_n(a, \tau) + f_n(a, a + \tau) \exp \left[ -\int_0^a F_0(\xi) d\xi + \sum_{i=1}^2 \frac{V_i^2 a}{4D_i} - \sum_{i=1}^2 \frac{V_i X_i}{2D_i} \right], \quad (12)$$

Решение уравнения (12) имеет вид

$$u_n(a, \tau) = u_n(0, \tau) e^{-\lambda_{n_1 n_2} a} + \int_0^a e^{-\lambda_{n_1 n_2} (a-a')} f_n(a', a + \tau) \cdot \exp \left[ -\int_0^a F_0(\xi) d\xi + \sum_{i=1}^2 \frac{V_i^2 a}{4D_i} - \sum_{i=1}^2 \frac{V_i X_i}{2D_i} \right] da, \quad (13)$$

Подставляя выражение (13) для  $u_n(a, \tau)$  в формулу (10), получим решение исходной задачи в виде

$$u(x, a, \tau) = \sum_{n_1=1}^{\infty} \sum_{n_2=2}^{\infty} u_n(0, \tau) e^{-\lambda_{n_1 n_2} a} \cdot \sin \frac{\pi n_1 x_1}{L_1} \sin \frac{\pi n_2 x_2}{L_2} + \sum_{n_1=1}^{\infty} \sum_{n_2=2}^{\infty} \left[ \int_0^a e^{-\lambda_{n_1 n_2} (a-a')} f_n(a', a + \tau) \times \right. \\ \left. \times \exp \left[ -\int_0^a F_0(\xi) d\xi + \sum_{i=1}^2 \frac{V_i^2 a}{4D_i} - \sum_{i=1}^2 \frac{V_i X_i}{2D_i} \right] da \right] \cdot \sin \frac{\pi n_1 x_1}{L_1} \sin \frac{\pi n_2 x_2}{L_2}, \quad (14)$$

Воспользуемся выражением (11) для  $f_n(a', a + \tau)$  и преобразуем найденное решение (14):

$$u(x, a, \tau) = \sum_{n_1=1}^{\infty} \sum_{n_2=2}^{\infty} u_n(0, \tau) e^{-\lambda_{n_1 n_2} a} \cdot \sin \frac{\pi n_1 x_1}{L_1} \sin \frac{\pi n_2 x_2}{L_2} + \int_0^a \int_0^{L_1} \int_0^{L_2} \left\{ \frac{4}{L_1 L_2} e^{-\int_0^a F_0(\xi) d\xi + \sum_{i=1}^2 \frac{V_i^2 a}{4D_i} - \sum_{i=1}^2 \frac{V_i X_i}{2D_i}} \times \right. \\ \left. \times \sum_{n_1=1}^{\infty} \sum_{n_2=2}^{\infty} e^{-\lambda_{n_1 n_2} (a-a')} \cdot \sin \frac{\pi n_1 x_1}{L_1} \sin \frac{\pi n_2 x_2}{L_2} \cdot \sin \frac{\pi n_1 x_1'}{L_1} \sin \frac{\pi n_2 x_2'}{L_2} \right\} f(x_1', x_2', a', a + \tau) dx_1' dx_2' da'$$

Так как  $t = a + \tau$ , то введя обозначение  $\mu_{n_1 n_2}(t) = u_{n_1 n_2}(0, t)$ , с учётом обозначений (8) получим

$$\begin{aligned}
 N(x, a, t) = & e^{\int_0^a F_0(\xi) d\xi - \sum_{i=1}^2 \frac{V_i^2 a}{4D_i} + \sum_{i=1}^2 \frac{V_i X_i}{2D_i}} \cdot \sum_{n_1=1}^{\infty} \sum_{n_2=2}^{\infty} \mu_{n_1 n_2}(t-a) e^{-\lambda_{n_1 n_2} a} \sin \frac{\pi n_1 x_1}{L_1} \sin \frac{\pi n_2 x_2}{L_2} + \\
 & + \int_0^a \int_0^{L_1} \int_0^{L_2} \left[ \frac{4}{L_1 L_2} \sum_{n_1=1}^{\infty} \sum_{n_2=2}^{\infty} e^{-\lambda_{n_1 n_2}(a-a')} \sin \frac{\pi n_1 x_1}{L_1} \sin \frac{\pi n_2 x_2}{L_2} \cdot \sin \frac{\pi n_1 x_1'}{L_1} \sin \frac{\pi n_2 x_2'}{L_2} \right] \times \\
 & \times f(x_1', x_2', a', a + \tau) dx_1' dx_2' da', \quad x \in \bar{G}, 0 \leq a < \infty, 0 \leq t \leq t_k.
 \end{aligned}$$

Интегральное уравнение (7) вытекает из уравнения рождаемости (3).

Равномерная по  $(x, a, t)$  сходимости рядов для производных, входящих в уравнение (1)

$\frac{\partial N}{\partial t}, \frac{\partial N}{\partial a}, \frac{\partial N}{\partial x_i}, \frac{\partial^2 N}{\partial x_i^2}, i = 1, 2$ , доказывается аналогично методике, изложенной в теореме 1.

**Теорема 2.** Пусть  $F_0(a, t) = F_0(a), B_0(a, t) = B_0(a)$ , тогда решение задачи (1)-(4) представляется в виде:

$$\begin{aligned}
 N(x, a, t) = & e^{\int_0^a F_0(\xi, \xi+t-a) d\xi - \sum_{i=1}^2 \frac{V_i^2 a}{4D_i} + \sum_{i=1}^2 \frac{V_i X_i}{2D_i}} \cdot \sum_{n_1=1}^{\infty} \sum_{n_2=2}^{\infty} \mu_{n_1 n_2}(t-a) e^{-\lambda_{n_1 n_2} a} \sin \frac{\pi n_1 x_1}{L_1} \sin \frac{\pi n_2 x_2}{L_2} + \\
 & + \int_0^a \int_0^{L_1} \int_0^{L_2} \left[ \frac{4}{L_1 L_2} \sum_{n_1=1}^{\infty} \sum_{n_2=2}^{\infty} e^{-\lambda_{n_1 n_2}(a-a')} \sin \frac{\pi n_1 x_1}{L_1} \sin \frac{\pi n_2 x_2}{L_2} \cdot \sin \frac{\pi n_1 x_1'}{L_1} \sin \frac{\pi n_2 x_2'}{L_2} \right] \times \\
 & \times f(x_1', x_2', a', a + \tau) dx_1' dx_2' da', \quad x \in \bar{G}, 0 \leq a < \infty, 0 \leq t \leq t_k.
 \end{aligned}$$

где

$$\lambda_{n_1 n_2} = \sum_{i=1}^2 D_i \left( \frac{\pi n_i}{L_i} \right)^2, \quad n_1, n_2 = 1, 2, 3, \dots$$

$\mu_{n_1 n_2}(t)$  – является решением интегрального уравнения типа восстановления:

$$\begin{aligned}
 \mu_{n_1 n_2}(t) = & \int_0^{\infty} B_{n_1 n_2}(\xi, t) \mu_{n_1 n_2}(t - \xi) d\xi, \\
 B_{n_1 n_2}(a, t) = & B_0(a, t) \exp \left( \int_0^a F_0(\xi, \xi + t - a) d\xi - \sum_{i=1}^2 \frac{V_i^2 a}{4D_i} - \lambda_{n_1 n_2} a \right), \\
 & 0 \leq a < \infty, 0 \leq t \leq t_k.
 \end{aligned}$$

Рассмотрим теперь третью краевую задачу, то есть условие (4) заменим на

$$\frac{\partial N}{\partial x_i} + \alpha_i N|_s = 0 \text{ при } x_i = 0 \text{ и } x_i = L_i \text{ где } \alpha_i = -\frac{V_i}{2D_i}, i = 1, 2.$$

С помощью замены (8) задача (1)-(3), (5) принимает следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u}{\partial a} = \sum_{i=1}^2 D_i \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} + f(x, a, a + \tau) \cdot \exp \left( -\int_0^a F_0(\xi) d\xi + \sum_{i=1}^2 \frac{V_i^2 a}{4D_i} - \sum_{i=1}^2 \frac{V_i X_i}{2D_i} \right), \\ x \in G, \quad 0 < a < \infty. \\ u(x, 0, \tau) = \int_0^{\infty} B(\xi) u(x, \xi, \tau) d\xi, \quad x \in \bar{G}. \\ \frac{\partial u}{\partial x_i} \Big|_s = 0, \end{array} \right. \quad (16)$$

где  $B(a) = B_0(a) \exp \left( \int_0^a F_0(\xi) d\xi - \sum_{i=1}^2 \frac{V_i^2 a}{4D_i} \right)$ .

Поступило 25.03.2024 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Марри Дж. Нелинейные дифференциальные уравнения в биологии. – М.: Мир, 1983, 397 с.
2. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование. – М.: ИКИ, 2004, 288 с.
3. Моисеев Н.Н. Модели экологии и эволюции. – Новое в жизни науке, технике. Сер. Математика, кибернетика. № 10. – М.: Знание, 1983, 64 с.
4. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1988, 512 с.
5. Илолов М., Раимзода Ф. Решение одной пространственно-одномерной линейной задачи с функциональными условиями. – Доклады НАНТ, т.66, №7-8, 400-408 с.
6. Polov M., Kuchakshoev Kh.S. On abstract equations with unbounded nonlinearity and their applications. – Doklady Mathematics, 2009, v.80, №2, pp.644-669.
7. Илолов М., Кучакшоев Х.С. О модифицированной системе уравнений хемотаксиса. – ДАН РТ, 2010, т. 53, №3, с. 165-172.
8. Илолов М., Кучакшоев Х.С. Нелинейная диффузия и хемотаксический коллапс. – ДАН РТ, 2011, т.54, №11, с. 873-879.
9. Юнусов М.К. Решение одного класса интегро-дифференциальных задач и его приложения в биологии. – Душанбе, 1991, 53 с.
10. Юнусов М.К. Решение одной интегро-дифференциальной задачи методом Фурье. – Докл. АН ТаджССР, 1984, т.27, №9, с.491-494
11. Юнуси М.К., Раимзода Ф. Об одной интегро-дифференциальной задаче с переменными коэффициентами. – Вестник Таджикского национального университета, 2015, №1/4(168), 15-17 с.
12. Одинаев Р.Н. Математическая модель задачи защиты растений в биосистеме типа "вредные насекомые – полезные насекомые" с произвольными трофическими функциями. – Системы и средства информатики, 2019, т. 29, № 1, с. 96-108. – DOI 10.14357/08696527190109. – EDN BDQJEJR.
13. Одинаев Р.Н. Необходимое и достаточное условие существования решения задачи защиты растений. – ДАН РТ, 2015, т. 58, № 10, с. 879-885. – EDN WCIHJL.
14. Одинаев Р.Н., Гафоров А.Б. Математическое и компьютерное моделирование агроценоза хлопчатника с учетом возрастной структуры и с произвольными трофическими функциями. – Системы и средства информатики, 2021, т.31, №2, с. 173-183. – DOI 10.14357/08696527210216. – EDN HQKZFFJ.

15. Одинаев Р. Н., Назруллоев П. Л., Раимзода Ф. Оптимизационный процесс интегрированного метода защиты растений для точечных моделей. – Системы и средства информатики, 2022, т. 32, №4, с.134-144. – DOI: 10.14357/08696527220413.
16. Раимзода Ф. Математическое моделирование популяционных волн в нелинейных системах с учётом временно-возрастных и пространственных распределений. – Вестник ТНУ. Сер. естественных наук, 2021, №2, 71-80 с.

Ф.Раимзода

## ПЕШНИҲОДИ ҲАЛЛИ МАСЪАЛАИ ҒАЙРИЯКЧИНСА

*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Ҳалли масъалаҳои ғайриякчинса дар соҳаҳои гуногуни илм ва техника нақши муҳим мебозад, ки дар он моделҳо аксар вақт таъсири беруна ва шароити ибтидоиро, ки ба пайдоиши ғайриякчинса оварда мерасонанд, ба назар мегиранд. Дар ин мақола усулҳои пешниҳоди ҳалли масъалаҳои ғайриякчинса таҳқиқ карда шудааст. Натиҷаҳои тадқиқот ба мо имкон медиҳанд, ки дар бораи татбиқи усулҳои гуногун вобаста ба хусусияти масъала хулоса барорем, ки ба баланд бардоштани дақиқӣ ва самаранокии моделсозии математикӣ мусоидат мекунад.

**Калимаҳои калидӣ:** масъалаи ғайриякчинса, муодилаҳои дифференциалӣ, шартҳои ибтидоӣ, муодилаҳои интегралӣ, шартҳои сарҳадӣ, шумораи популятсия, қаторҳои Фурье, муодилаҳои намуди барқарорсозӣ.

F.Raimzoda

## REPRESENTATION OF THE SOLUTION OF A NONUNIFORM PROBLEM

*Tajik National University*

Solving heterogeneous problems plays an important role in various fields of science and technology, where models often take into account external influences and initial conditions that lead to the appearance of heterogeneities. This article explores methods for representing solutions to heterogeneous problems. The results of the study allow us to draw conclusions about the applicability of various methods depending on the specifics of the task, which contributes to improving the accuracy and efficiency of mathematical modeling.

**Key words:** heterogeneous problem, differential equations, initial conditions, integral equations, boundary conditions, population size, Fourier series, recovery type equations.



УДК 538.958+541.65

Специальность: 1.3.8 – Физика конденсированных сред

М.Х.Ходиев, Н.Л.Лаврик\*, З.З.Исломов

**ВЛИЯНИЕ АПРОТОННЫХ РАСТВОРИТЕЛЕЙ НА ИК-СПЕКТР  
ВАЛЕНТНОГО КОЛЕБАНИЯ N–H МОЛЕКУЛЫ КАРБАЗОЛА***Таджикский национальный университет,**\*Институт химической кинетики и горения им. В.В.Воеводского, СО РАН, г. Новосибирск**(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана Т.Х.Салиховым 04.03.2024 г.)*

*Измерены спектральные параметры полосы поглощения валентного колебания группы N–H молекулы карбазола в нескольких апротонных растворителях (четырёххлористый углерод  $CCl_4$ , н-гексан  $C_6H_{14}$ , хлороформ  $CHCl_3$ , бензол  $C_6H_6$ ). Экспериментально установлено, что положение полосы N–H колебания молекулы карбазола в этих средах претерпевает низкочастотный сдвиг относительно газовой фазы. Изменение положения полосы N–H колебания молекулы карбазола удовлетворительно описывается линейной зависимостью Кирквуда-Бауэра-Мага в  $CCl_4$ ,  $C_6H_{14}$  и  $CHCl_3$ , которая устанавливает связь между сдвигом положения максимума положения частоты колебания относительно газовой фазы и изменением полярности среды (растворителя)  $\epsilon$ . От линейной зависимости отклоняется значение сдвига полосы поглощения N–H колебания молекулы карбазола в среде бензола. Это отклонение интерпретируется как проявление образования N-связи типа N–H... $\pi$ , где  $\pi$  – система сопряжённых p-орбиталей молекулы бензола.*

**Ключевые слова:** карбазол, органические растворители, ИК спектры, соотношение Кирквуда-Бауэра-Мага.

**В в е д е н и е**

Карбазол и его производные – один из важнейших типов органических гетероциклических ароматических соединений. Карбазол имеет трициклическую структуру с дибензопиррольным звеном и также известен как 9-азофтор из-за структурного сходства с фтором. Впервые карбазол был выделен из каменноугольной смолы Гребе и Глейзером в 1872 году, а простые алкалоиды карбазола были выделены из растений в виде натуральных продуктов в 1960 году [1].

Проблема эффективности межмолекулярного взаимодействия (ММВ) является предметом многолетнего внимания исследователей. В настоящее время надёжно установлено, что спектральные свойства растворенного вещества зависят от свойств окружающей среды. Таким образом интенсивность, форма и максимум полосы ИК поглощения вещества в растворе зависят от взаимодействия растворителя и растворенного вещества [2]. Спектральные изменения, зависящие от ММВ, могут возникать в результате специфических взаимодействий (СВ) или не специфических (универсальных) взаимодействий (НСВ). К НСВ относятся взаимодействия, обусловленные электростатическими,

*Адрес для корреспонденции:* Ходиев Масрур Хомидходжаевич. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: masrur\_hodiev@mail.ru.

индукционными и дисперсионными силами (силы ван-дер-Ваальса). К СВ относятся взаимодействия, которые имеют донорно-акцепторную природу (комплексы с переносом электрона, протона и Н-комплексы).

Исследование инфракрасного сдвига полос колебаний молекул растворённого вещества в результате влияния ММВ было начато в 1937 году [3] и продолжено в дальнейшем [4]. К настоящему времени влияние НСВ на колебательные спектры растворённого вещества достаточно хорошо установлено и для теоретического описания этого влияния предложено несколько моделей [2]. В частности, для анализа величины сдвига полосы поглощения ИК-спектров молекул, помещённых в среду с диэлектрической постоянной  $\epsilon$ , широко используется соотношение Кирквуда-Бауэра-Мага (КБМ) [6-8]

$$\Delta\nu / \nu_0 = (\nu_0 - \nu_c) / \nu_0 = C ((\epsilon - 1) / (2\epsilon + 1)) \quad (1)$$

В (1)  $\nu_0$  и  $\nu_c$  – частоты колебания в газе и в растворе,  $C$  – постоянная, зависящая от свойств исследуемой молекулы,  $\epsilon$  – диэлектрическая постоянная среды. Эта формула проверялась для большого числа соединений и оказалась справедливой только в разбавленных растворах неполярных растворителей, где специфическими взаимодействиями можно пренебречь. В полярных растворителях точки графика зависимости КБМ от сдвига частоты обычно смещены в сторону больших значений  $\Delta\nu/\nu_0$ . Отклонения от зависимости КБМ объясняются наличием водородной связи или образованием молекулярных комплексов, а такие молекулярные образования не учитываются соотношением (1).

Экспериментальное изучение изменения спектральных параметров молекул класса азолов в неполярных растворителях было проведено в ряде работ [5-8]. Однако систематические данные об изменении величин сдвигов полосы N–H-колебания молекулы карбазола отсутствуют.

Молекула карбазола это органическое соединение гетероциклического класса. Она состоит из двух бензольных и одного пиррольного кольца (рис.1)

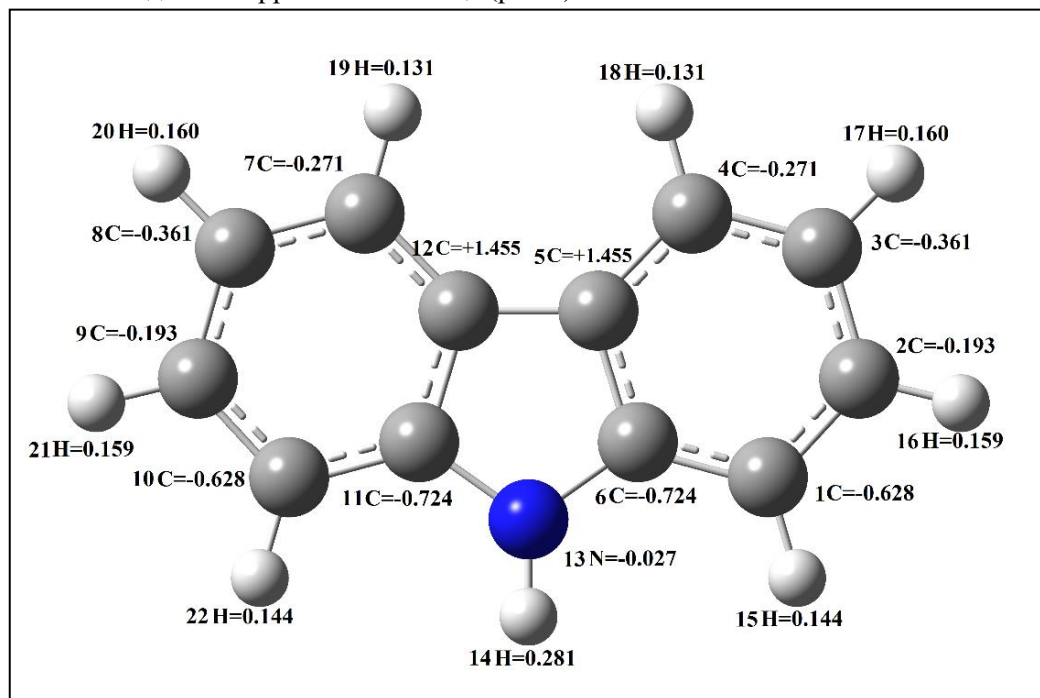


Рис. 1. Оптимальная геометрия и распределение атомных зарядов карбазола (по Малликену).

Интерес к изучению физико-химических свойств карбазола связан с широким применением карбазола и его производных в химической промышленности и фармакологии [9].

Для карбазола отчасти отсутствуют экспериментальные данные о влиянии изменения полярности среды  $\varepsilon$  на положение частоты максимума валентной полосы N–H-колебания. Например, отсутствуют сведения о влиянии бензола на положение частоты максимума валентной полосы N–H-колебания молекулы карбазола. Таким образом, представляет интерес получение дополнительной информации о влиянии полярности растворителя на положение полосы N–H-колебания.

Изучение изменения сдвига полосы N–H-колебания молекулы карбазола только за счёт влияния ММВ представляется также актуальным в связи с тем, что наличие N–H-связи в молекуле карбазола создаёт потенциальную возможность образования водородной H-связи с протоноакцепторными молекулами (образование H-комплекса) [10]. Изменение частоты колебания связи N–H при образовании H-комплекса происходит совместно с изменением частоты N–H-колебания за счёт влияния универсальных ММВ [11]. Отсюда возникает важная задача получения информации о раздельном вкладе в изменение частоты колебания связи N–H как от наличия ММВ, так, собственно, и от образования H-связи.

В настоящей работе для изучения влияния только ММВ на параметры полосы N–H-колебания связи N–H молекулы карбазола были проведены ИК эксперименты по наблюдению за контуром полосы N–H-колебания в слабо полярных растворителях: Н-гексане ( $\varepsilon_{\text{C}_6\text{H}_{14}} = 1.9$ ), четырёххлористом углеороде  $\text{CCl}_4$  ( $\varepsilon_{\text{CCl}_4} = 2.24$ ), хлороформе ( $\varepsilon_{\text{CHCl}_3} = 4.86$ ) и бензоле ( $\varepsilon_{\text{C}_6\text{H}_6} = 2.23$ ). Выбор указанных молекул обусловлен тем, что они являются стандартными растворителями при рассмотрении влияния ММВ на колебательные спектры молекул.

### Эксперимент

ИК-спектры исследованных растворов регистрировались на инфракрасном спектрофотометре Sperecord-75IR в спектральной области от 3100 до 3700  $\text{cm}^{-1}$ . Карбазол («Aldrich», чистота > 98%) использовался без дополнительной очистки. Концентрации карбазола в растворах составляла ~ 0.1 М.

За величину сдвига положения максимума N–H полосы поглощения молекулы карбазола принималась величина  $\Delta\nu_{\text{N-H}}$  (2)

$$\Delta\nu_{\text{N-H}} = \nu_0 - \nu_i \quad (2)$$

В (2)  $\nu_0$ ,  $\nu_i$  – частоты колебания связи N–H в газе и в окружении  $i$ -го растворителя. Величина  $\nu_0 = 3500 \text{ cm}^{-1}$  (частота в газе) была взята из [12].

Формула (1) может быть представлена в виде (3), поскольку величина  $\nu_0$  в настоящей работе является постоянной величиной.

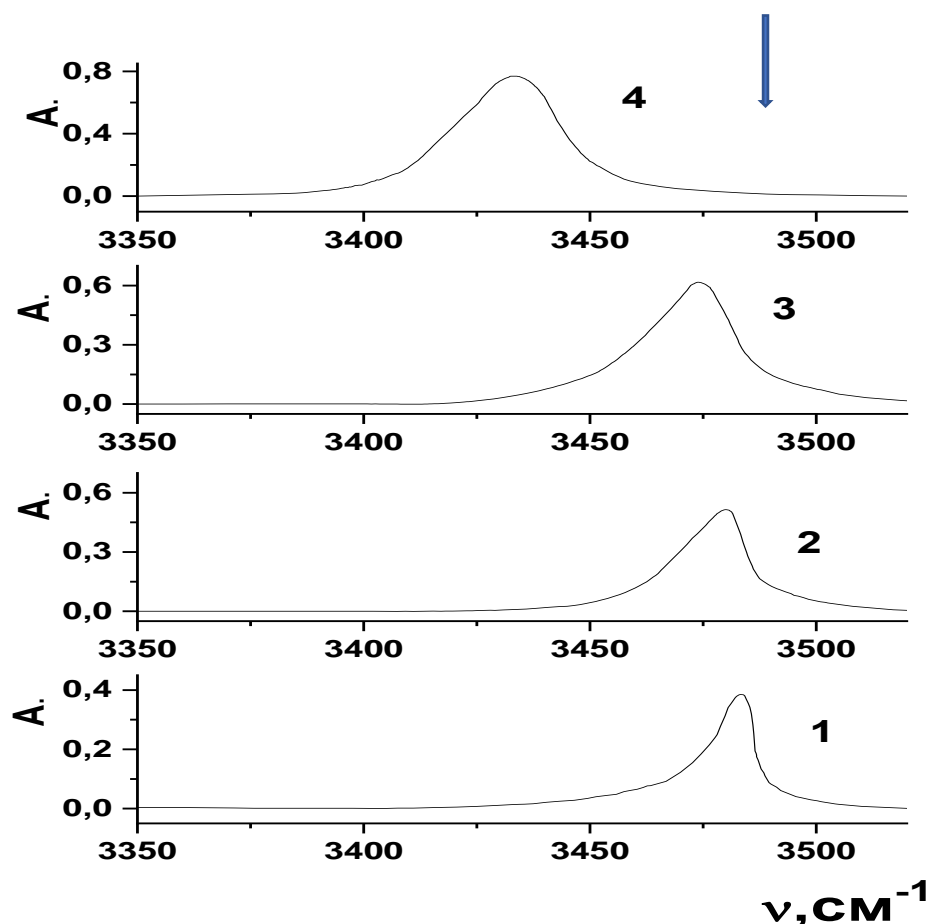
$$\Delta\nu_{\text{N-H}} = \nu_0 - \nu_i = \alpha (\varepsilon - 1) / (2\varepsilon + 1) = \alpha k \quad (3),$$

где  $k = (\varepsilon - 1) / (2\varepsilon + 1)$ .

### Результаты и обсуждение

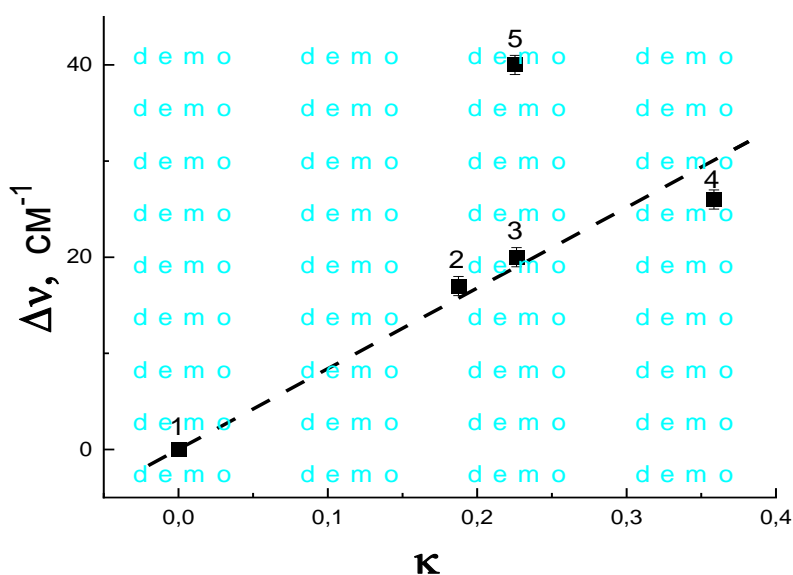
На рис. 2 представлены экспериментальные спектры N–H-колебания молекулы карбазола в разных растворителях. Видно, что в ряду растворителей  $\text{C}_6\text{H}_{14}$ ,  $\text{CCl}_4$ ,  $\text{CHCl}_3$  и  $\text{C}_6\text{H}_6$  полоса N–H-колебания

претерпевает низко частотный сдвиг относительно газа. Ранее в [7] для полосы N–H-колебания молекулы пиррола было установлена такая же последовательность влияния растворителей на величину сдвига полосы N–H-колебания.



**Рис. 2.** ИК спектры полосы поглощения N–H колебания молекулы карбазола в различных растворителях: 1 – C<sub>6</sub>H<sub>14</sub>, 2 – CCl<sub>4</sub>, 3 – CHCl<sub>3</sub>, 4 – C<sub>6</sub>H<sub>6</sub>. Стрелкой показано положение максимума полосы N–H колебания молекулы карбазола в газовой фазе.

На рис. 3 представлена зависимость величины  $\Delta\nu$  от параметра  $\kappa$ . Эта КБМ зависимость удовлетворительно демонстрирует линейный рост (пунктирная линия) величины  $\Delta\nu$  при возрастании  $\kappa$ . Из этой зависимости выпадает точка в сторону больших значений  $\Delta\nu$ , которая соответствует сдвигу частоты N–H-колебания молекулы карбазола в бензоле. Как уже указывалось во введении, такое отклонение принято связывать с образованием H-комплексов: точки графика зависимости КБМ от сдвига частоты обычно смещены в сторону больших значений  $\Delta\nu$ . Следует заметить, что в [7] для колебания N–H молекулы пиррола было показано, что для раствора пиррола в бензоле также имеется значительное отклонение величины  $\Delta\nu$  к оси ординат.



**Рис. 3.** Зависимость сдвига положения максимума полосы NH колебания молекулы карбазола от параметра КБМ  $\kappa$ . 1 – газовая фаза; 2 –  $C_6H_{14}$ ; 3 –  $CCl_4$ ; 4 –  $CHCl_3$ ; 5 –  $C_6H_6$ .

Таким образом можно заключить, что при растворении карбазола в бензоле образуются  $\pi$  (H) -комплексы между атомом водорода связи N–H и системой из сопряжённых  $p$  электронов кольца молекулы бензола. Аргументом в пользу возможности образования H-связи является в 2.5 раза большая ширина полосы поглощения N–H-колебания для карбазола в бензоле относительно ширины полосы поглощения N–H-колебания в  $CCl_4$  и  $CHCl_3$ , что согласно [10] свидетельствует о её наличии. Аналогичный вывод о структуре H-комплекса и природе его образования был сделан для молекулы индола в бензоле [8]. (Молекула индола также имеет только одну группу NH). Таким образом для молекул пиррола, индола и карбазола (азолы, содержащие один атом азота) имеет место удовлетворительное выполнение зависимостей (1) и заметное отклонение от этой зависимости для молекул азолов в бензоле. Подобие КБМ зависимостей азолов, по-видимому, может свидетельствовать о схожем механизме взаимодействия азолов, содержащих одну связь N–H, с апротонными растворителями.

### З а к л ю ч е н и е

Экспериментально было показано, что полоса поглощения валентного колебания группы N–H молекулы карбазола в неполярных растворителях претерпевает низкочастотный сдвиг относительно положения N–H полосы поглощения в газовой фазе. Величина сдвига удовлетворительно описывается соотношением Кирквуда-Бауера-Мага в  $CCl_4$ ,  $C_6H_{14}$  и  $CHCl_3$ . Значительное отклонение от КБМ зависимости для карбазола в бензоле объясняется образованием H-связи между N–H-связью молекулы карбазола и сопряжённой системой  $p$  орбиталей бензольного кольца.

Поступило 04.03.2024 г.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Al-Sultani K.T. Synthesis and evaluation of the biological activity for some of carbazole derivatives. – Journal of Al-Nahrain University, 2010, 13 (4), pp. 31-38.
2. Бахшиев Н.Г. Спектроскопия межмолекулярных взаимодействий. – Л.: Наука, 1972.
3. Kirkwood J.G., West W., Edwards R.T. – J. Chem. Phys., 1937, №5, pp. 479-491.
4. Bauer E., Magat M.. Sur la déformation des molécules en phase condensée et la «liaison hydrogène». – J. Physique Radium, 1938, №9, p.319; Chem. Abstr. 32, 8856 (1938).
5. Bayliss N.S., Cole A.R.H., Little L.H.. Solvent effects on the infra-red frequency and intensity of the nitrile vibration in aceto-, propio-, benzo- and phthalo-nitriles. – Spectrochim. Acta., 1959, v. 15, pp.12-19.
6. Josien M.L., Fuson N. A New Analysis of the Effect of Polar Solvents Upon  $\nu(\text{NH})$  of Pyrrole. – J. Chem. Phys., 1954, №22, pp. 1264-1265.
7. Hallam H., Rae T. Dielectric and Dipolar Interaction Theories of Solvent-induced Infra-red Frequency Shifts. – Nature, 1961, 189, 915.
8. Braun J., Neusser H. J., Hobra P. J. N–H $\cdot\pi$  Interactions in Indole·Benzene- $h_6,d_6$  and Indole·Benzene- $h_6,d_6$  Radical Cation Complexes. Mass Analyzed Threshold Ionization Experiments and Correlated ab Initio Quantum Chemical Calculations. – Phys. Chem. A., 2003, v. 107, №19, pp. 3918-3924.
9. Шпрах З.С., Решетняк В.Ю., Нестерова О.В., Аверцева И.Н., Родионова Г.М. – Разработка и регистрация лекарственных средств, 2020, т. 9, № 4, с. 1-20.
10. Пиментел Дж., Мак-Клеллан О. Водородная связь. – М.: Мир, 1964.
11. Варфоломеев М.А., Абайдулина Д.И., Климовский А.Е., Соломонов Б.И. Изучение ван-дер-ваальсового влияния среды на частоты поглощения валентных колебаний в ИК-спектрах. – Учён. зап. Казан. гос. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки, 2008, т. 150, книга 2, с. 72-78.
12. Kenneth G. Kroenlein, Chris D. Muzny, Andrei F. Kazakov, Vladimir Diky, Robert D. Chirico, Joe W. Magee, Ilmutdin M. Abdulagatov, Michael D. Frenkel. – NIST/TRC Web Thermo Tables (WTT), NIST Standard Reference Subscription Database 3, Professional Edition, Version 2-2012-1-Pro.

М.Х.Ҳодиев, Н.Л.Лаврик\*, З.З.Исломов

## ТАЪСИРИ ҲАЛКУНАНДАҶОИ АПРОТОНӢ БА СПЕКТРИ ИНФРАСУРҲИ ЛАПШИШИ ВАЛЕНТИИ ГУРӢҲИ N-H МОЛЕКУЛАИ КАРБАЗОЛ

*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон,*

*\*Институти кинетикаи химиявӣ ва сӯзишвории ба номи В.В.Воеводский,*

*АИФР, ш. Новосибирск.*

Параметрҳои спектралии тасмаи фурӯбурди лапшиҳои валентии гурӯҳи N-H молекулаи карбазол дар якҷанд ҳалқунандаҳои апротонӣ (чорхлориди карбон  $\text{CCl}_4$ , n-гексан  $\text{C}_6\text{H}_{14}$ , хлороформ  $\text{CHCl}_3$ , бензол  $\text{C}_6\text{H}_6$ ) чен карда шуданд. Ба таври таҷрибавӣ муқаррар карда шудааст, ки мавқеи тасмаи фурӯбурди лапшиши валентии гурӯҳи N-H молекулаи карбазол дар ин муҳитҳо нисбат ба фазаи газ тағйирёбии басомади хурд дорад. Тағйирёбии мавқеи тасмаи фурӯбурди лапшиши валентии гурӯҳи N-H молекулаи карбазолро вобастагии хаттии Кирквуд-Бауэр-Мага дар  $\text{CCl}_4$ ,  $\text{C}_6\text{H}_{14}$  ва  $\text{CHCl}_3$

каноатбахш тавсиф мекунад, ки робитаи байни тағйирёбии мавқеи максимуми лаппиш ва басомади нисбат ба фазаи газ ва тағйирёбии қутбнокии муҳити (ҳалқунанда)  $\epsilon$  муқаррар мекунад.

Кўчиши тасмаи фурӯбурди N-H-и молекулаи карбазол дар муҳити бензол аз қимати вобастагии хаттӣ дур мешавад.

Ин дуршавиро ҳамчун зуҳуроти ташаккули Н-пайвандҳои навъи N-H... $\pi$ , ки  $\pi$  – системаи пайвастандагии *p*-орбиталҳои молекулаи бензол муқаррар намудан мумкин аст.

**Калимаҳои калидӣ:** карбазол, ҳалқунандаҳои органикӣ, спектрҳои ИС, вобастагии Кирквуд-Бауэр-Маг.

M.Kh.Khodiev, N.L.Lavrik\*, Z.Z.Islomov

## THE INFLUENCE OF APROTIC SOLVENTS ON THE IR-SPECTRUM OF THE N-H STRETCHING VIBRATION OF THE CARBAZOLE MOLECULE

*Tajik National University,*

*\*V.V.Voevodsky Institute of Chemical Kinetics and Combustion,*

*Siberian Branch of Russian Academy of Science, Novosibirsk, Russian Federation*

The spectral parameters of the absorption band of the stretching vibration of the N–H group of the carbazole molecule in several aprotic solvents (carbon tetrachloride  $\text{CCl}_4$ , n-hexane  $\text{C}_6\text{H}_{14}$ , chloroform  $\text{CHCl}_3$ , benzene  $\text{C}_6\text{H}_6$ ) were measured. It has been experimentally established that the position of the N–H vibration band of the carbazole molecule in these media undergoes a low-frequency shift relative to the gas phase. The change in the position of the N–H vibration band of the carbazole molecule is satisfactorily described by the linear Kirkwood-Bauer-Mag dependence in  $\text{CCl}_4$ ,  $\text{C}_6\text{H}_{14}$  and  $\text{CHCl}_3$ , which establishes a connection between the shift in the position of the maximum position of the vibration frequency relative to the gas phase and the change in the polarity of the medium (solvent)  $\epsilon$ . The value deviates from the linear dependence shift of the absorption band of N–H vibrations of the carbazole molecule in a benzene environment. This deviation is interpreted as a manifestation of the formation of an H-bond of the N–H type... $\pi$ , where  $\pi$  – is a system of conjugated *p*-orbitals of the benzene molecule.

**Key words:** carbazole, organic solvents, IR-spectra, Kirkwood-Bauer-Mag ratio.

### Сведения об авторах:

1. **Ходиев Масрур Хомидходжаевич** – кандидат физ.-мат. наук, Таджикский национальный университет, заведующий кафедрой оптики и спектроскопии. E-mail: masrur\_hodiev@mail.ru;
2. **Лаврик Николай Львович** – доктор хим. наук, Институт химической кинетики и горения им. В.В.Воеводского СО РАН. ведущий научный сотрудник. E-mail: lavrik@kinetics.nsc.ru;
3. **Исломов Зафар Зулфонович** – кандидат физ.-мат. наук, Таджикский национальный университет, доцент кафедры оптики и спектроскопии. E-mail: optik\_laser@mail.ru.

УДК 622.7/669.2.8.21.4

Специальность: 2.6.7 – Технология неорганических веществ

Ш.Р.Самихов, Дж.Н.Бадалов\*, А.И.Шамсиддинов

**ТЕХНОЛОГИЯ ПЕРЕРАБОТКИ СВИНЦОВО-ЦИНКОВЫХ РУД МЕТОДОМ  
ФЛОТАЦИИ***Национальная академия наук Таджикистана,**Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана,**\*Горно-металлургический институт Таджикистана**(Представлено академиком НАН Таджикистана У.М.Мирсаидовым 06.03.2024 г.)*

*В работе изучены химический и минералогический состав руд и концентратов месторождения «Зарнисор». Методами физико-химического анализа с использованием рентгенофазового анализа на дифрактометре «Дрон-3». Изучен состав исходного сырья, который подтвержден результатами химических анализов. Представлены результаты флотационных опытов в открытом и замкнутом цикле. По результатам основной свинцовой флотации отмечена возможность получения свинцовой головки высокого качества. За первые 2 минуты флотации получен концентрат с содержанием свинца 66.96%, извлечением – 36.15%.*

**Ключевые слова:** *месторождение, полиметаллические руды, галенит, сфалерит, флотоконцентрат, флотационное обогащения, класс крупности.*

Полиметаллические руды являются главным источником производства свинца и одним из основных источников получения меди и цинка. Кроме того, данные руды всегда содержат благородные металлы, что существенно влияет на рентабельность переработки этого сырья.

В мировой практике при переработке труднообогатимых окисленных руд тяжелых цветных металлов намечается тенденция к применению комбинированных методов, включающих операции гидро- или пирометаллургии в сочетании с флотационным или гравитационным обогащением в зависимости от особенностей вещественного состава руд [1-4].

Флотационное обогащение труднообогатимых полиметаллических руд не дает полного выделения меди, свинца, цинка в одноименные концентраты. При селективном обогащении таких руд велики потери цинка, свинца, меди и драгметаллов с хвостами обогащения, а также значителен переход цинка и свинца в медные концентраты. При обогащении потери металлов составляют, %: 20-40 цинка; 40-50 свинца; 25-35 меди; ~ 50 редкие и благородные металлы [5-7].

Получение высококачественных концентратов свинца и цинка при обогащении флотационным методом всегда являлось трудной задачей из-за близких флотационных свойств минералов свинца и цинка. Отсюда следует, что для получения высококачественных концентратов нужно как можно лучше раскрыть поверхность соответствующих минералов от пустой породы и друг от друга. Это

---

*Адрес для корреспонденции:* Самихов Шонавруз Рахимович. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2, Институт химии НАН Таджикистана, E-mail: samikhov72@mail.ru.



обстоятельство будет способствовать активному взаимодействию поверхности полезных минералов с флотационными реагентами, что позволит повысить вероятность эффективной селективной флотации руд [8,9].

Рудник Зарнисор расположен на севере Таджикистана в Согдийской области, месторождение скарнов, руда свинцово-цинкового типа. Основными минералами в руде являются галенит, сфалерит, халькопирит, церуссит, англезит и пирит [10].

В табл. 1 представлены результаты химического анализа пробы руды свинцово-цинкового типа месторождения «Зарнисор».

По результатам анализа минералы цинка в пробе руды представлены на 95.44 % сульфидными формами, содержание сульфидных форм свинца составило 94.12%.

Проба руды свинцово-цинкового типа месторождения «Зарнисор» относится к разряду сульфидных руд. К сульфидному типу руд относятся руды при содержании оксидов свинца  $\leq 15\%$  и цинка  $\leq 10\%$ .

Среди визуально просмотренных рудных образцов (15-20%) преобладают свинцово-цинковые руды галенит-сфалеритового состава, в меньшем количестве представлены медно-колчеданные разновидности руд халькопирит-пиритового состава. Изготовлено и просмотрено 13 аншлифов с площадью сечений образцов 20x20 – 25x25 мм.

Минералогический тип руды колчеданно-полиметаллический – пирит-халькопирит-галенит-сфалеритового состава.

Главными рудообразующими минералами являются сфалерит, галенит, в меньшей степени халькопирит, пирит.

Второстепенными минералами являются магнетит, гематит, блёклые руды – теннантит, тетраэдрит.

Таблица 1

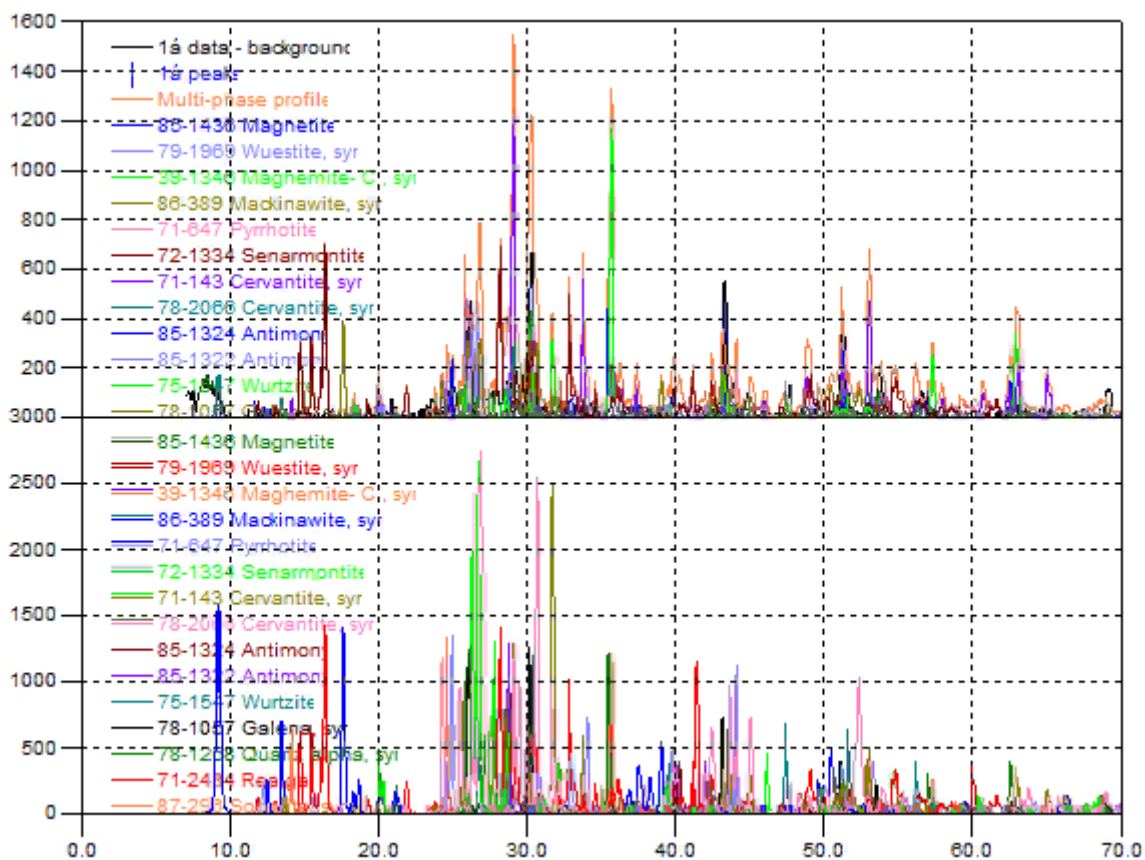
Химический состав руд месторождения «Зарнисор»

№ п/п	Компоненты	Содержание, %
1	Pb	4.43
2	Zn	6.27
3	Cu	0.38
4	Fe	11.26
5	S <sub>пир.</sub>	3.31
6	S <sub>общ.</sub>	6.94
7	Au	0.6
8	Ag	74.9
9	SiO <sub>2</sub>	29.4
10	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	14.73
11	CaO	20.12
12	MgO	3.23
13	BaO	0.95
14	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	4.31
15	In	0.0004
16	Cd	0.0890
17	Sb	0.005
18	Bi	0.020
19	Tl	< 0.0004
20	As	< 0.03

Нерудные минералы представлены пироксеном, карбонатом, гранатом, полевыми шпатами, из вторичных нерудных минералов наиболее широко распространены эпидот, хлорит, актинолит, гидротермальный кварц, роговая обманка.

Фазовый состав исходного сульфидного концентрата был изучен с помощью рентгенофазового анализа на дифрактометре “Дрон-3”.

Рентгеновские порошковые дифрактограммы флотоконцентрата месторождения “Зарнисор” с базовыми данными дифрактометра приведены на рисунке 1. Как видно из рентгенограммы исходного свинцово-цинкового сульфидного флотоконцентрата, основными минералами, присутствующими в нём являются: галенит, сфалерит, пирит, антимонит, халькопирит, сервантит, магнетит, и кварц, которые соответствуют базовым данным дифрактометра.



**Рис. 1.** Рентгеновская порошковая дифрактограмма исходного сульфидного флотоконцентрата в сравнении с базовыми данными дифрактометра.

Для определения степени раскрываемости минералов и оптимальной тонины помола для флотационных исследований проведены опыты на измельчаемость пробы руды месторождения «Зарнисор». Содержание диоксида кремния в пробе составило – 24.14%.

При постановке опытов на измельчаемость вес навески составлял 1000 грамм. Измельчение руды осуществлялось в лабораторной шаровой мельнице при соотношении Т:Ж:Ш =1:0.6:11. Время измельчения варьировалось от 10 до 20 минут. Зависимость тонины помола от времени измельчения представлена на рис. 2.

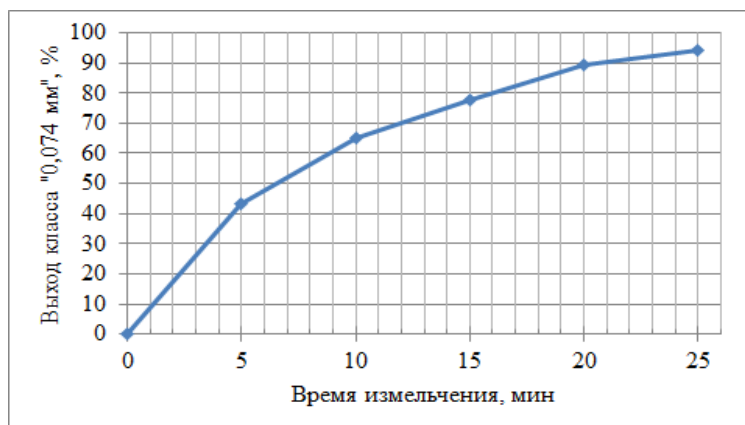


Рис. 2. Зависимость тонины помола от времени измельчения руды.

Проведены предварительные флотационные опыты в открытом цикле на пробе руды свинцово-цинковых руд Зарнисорского месторождения.

С целью определения времени флотации минералов свинца, выполнен ряд флотационных опытов с фракционным съемом пены концентрата 1.2 основной свинцовой флотации. Результаты флотационного опыта представлены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты флотационного опыта в открытом цикле концентрата 1 и 2 основной свинцовой флотации

Наименование продуктов	Выход		Содержание, %			Извлечение, %		
	грамм	%	Pb	Zn	Cu	Pb	Zn	Cu
Концентрат 1 основной флотации 2 мин.	22	2.2	66.96	4.08	1.52	36.15	1.23	11.16
Концентрат 1 основной флотации 1 мин.	16	1.62	42.47	6.40	2.00	16.68	1.41	10.68
Концентрат 1 основной флотации 1 мин.	7	0.71	25.81	8.76	3.32	4.43	0.84	7.75
Концентрат 1 основной флотации 2 мин.	8	0.81	22.67	9.32	2.92	4.45	1.02	7.80
Общий концентрат 1 осн. Pb флотации	53	5.36	49.89	5.86	1.50	64.89	4.27	26.53
Концентрат 1 основной флотации 1 мин.	5	0.50	41.04	8.80	4.12	5.03	6.06	6.87
Концентрат 1 основной флотации 1 мин.	4	0.40	32.16	10.19	4.74	3.16	56.01	6.33
Концентрат 1 основной флотации 2 мин.	22	2.22	15.28	10.02	2.36	8.25	3.03	17.33
Концентрат 1 основной флотации 2 мин.	23	2.32	6.83	11.54	1.83	3.85	3.65	2.65
Общий концентрат 2 осн. Pb флотации	54	5.46	15.02	10.35	2.90	19.90	7.68	52.26
Концентрат контрольной Pb флотации	72	7.28	3.42	13.62	0.32	6.04	13.47	7.69
Общий концентрат	179	18.1	20.88	9.78	2.16	91.45	25.42	86.48
Хвосты контрольной флотации	810	81.9	0.43	6.70	0.05	8.55	74.58	13.52
Исходная руда	989	100.0	4.12	7.23	0.34	100.0	100.0	100.0

По результатам кинетики 1 основной свинцовой флотации отмечена возможность получения свинцовой головки высокого качества. За первые 2 мин флотации получен концентрат с содержанием свинца 66.96%, с извлечением – 36.15%. Время флотации установлено для 1 основной свинцовой флотации 4 мин, для 2 основной свинцовой флотации – 6 мин.

С целью подтверждения выявленных закономерностей по условиям и реагентному режиму, подобранном в серии флотационных опытов в открытом цикле, проведены замкнутые опыты (с возвратом циркуляционных продуктов в соответствующие операции).

Флотационные опыты в замкнутом цикле проведены:

- по существующей одностадийной схеме измельчения до содержания класса минус 0.074 мм – 50%, с применением в цикле флотации в качестве депрессора минералов цинка цинкового купороса;

- по двухстадиальной схеме измельчения и межциклового флотацией, с применением в качестве депрессора минералов цинка сульфита натрия и цинкового купороса;

- по двухстадиальной схеме измельчения и межциклового флотацией, с применением в качестве депрессора минералов цинка цианид натрия и цинкового купороса;

- с целью снижения примеси диоксида кремния в цинковом концентрате до рекомендованного содержания (ТУ – не более 1.8%) проведены флотационные опыты в замкнутом цикле с доизмельчением черного цинкового концентрата до 75% содержания класса минус 44.20 мкм.

Флотационный опыт в замкнутом цикле на пробе руды месторождения «Зарнисор» проведён по существующей одностадиальной схеме измельчения до содержания класса минус 0.074 мм – 50%, с применением в цикле флотации в качестве депрессора минералов цинка цинкового купороса.

По результатам флотационного опыта в замкнутом цикле получены (табл. 3):

- свинцовый концентрат, с содержанием свинца 62.89%, цинка – 3.97%, меди – 3.48%, с выходом – 4.68%. Извлечение свинца в концентрат составило – 77.64%;

- цинковый концентрат, с содержанием свинца 3.12%, цинка – 48.24%, меди – 1.62%, диоксида кремния – 7.85%, с выходом – 10.94%. Извлечение цинка в цинковый концентрат составило – 88.66%;

- хвосты отвальные с содержанием свинца 0.60%, цинка – 0.58%, меди – 0.07%.

Таблица 3

Результаты флотационного опыта в замкнутом цикле на исходной руды месторождения «Зарнисор» по существующей одностадиальной схеме измельчения

Наименование продуктов	Выход		Содержание, %							Извлечение, %						
	грамм	%	Pb	Zn	Cu	Fe	SiO <sub>2</sub>	Au	Ag	Pb	Zn	Cu	Fe	SiO <sub>2</sub>	Au	Ag
Свинцовый концентрат	46.8	4.68	62.89	3.97	3.48	5.88	0.92	0.6	986.4	77.64	3.12	40.8	2.71	0.16	7.05	70.79
Цинковый концентрат	109.4	10.94	3.12	48.24	1.62	5.29	7.85	0.3	90.8	9.0	88.66	44.4	5.69	3.13	8.24	15.23
Хвосты	843.8	84.38	0.60	0.58	0.07	11.04	31.42	0.4	10.8	13.36	8.22	14.8	91.6	96.71	84.71	13.98
Исходная руда	1000	100.0	4.06	5.92	0.36	9.34	28.16	0.5	64.29	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0	100.0

Реагентный режим представлен в табл. 4.

Таблица 4

Результаты реагентного режима флотационного опыта в замкнутом цикле

Цикл измельчение	Основная Pb флотация	Контрольная Pb флотация	Основная Zn флотация	Контрольная Zn флотация
CaO – 1.8 кг/т; Время измельчения 9 мин (50%. -0.074 мм.); ZnSO <sub>4</sub> – 3.5 кг/т.	pH – 10.3; Кх.бут. – 20 г/т; Оксаль – 30 г/т; Время флотации 6 мин.	pH – 9.6; Кх.бут. – 10 г/т; Оксаль – 20 г/т; Время флотации 12 мин.	pH – 11.6; CaO – 0.7 кг/т; Кх.бут. – 40 г/т; CuSO <sub>4</sub> – 350 г/т; Аэрофлот – 20 г/т; Время флотации 10 мин.	pH – 10; Кх.бут. – 15 г/т; Аэрофло – 10 г/т; Время флотации 10 мин.
		I Pb Пречестная флотация ZnSO <sub>4</sub> – 350 г/т – 4 мин.		I Zn Пречестная флотация CaO – 200 г/т; pH – 11.8 – 5 мин.
		II Pb Пречестная флотация ZnSO <sub>4</sub> – 200 г/т – 4 мин.		II Zn Пречестная флотация – 4 мин. III Zn Пречестная флотация – 3 мин.

Таким образом, изучены химический и минералогический составы руды и проведено флотационное обогащение исходной свинцово-цинковой руды месторождения «Зарнисор». Разработан оптимальный реагентный режим процесса флотации, позволяющий получить кондиционный концентрат с содержанием свинца 66.96%, с извлечением – 36.15%.

*Поступило 06.03.2024 г.*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Harvey T.J., Yen W.T., Paterson J.G. Selective zinc extraction from complex copper/zinc sulphide concentrates by pressure oxidation. – Queen's University, Mining Engineering Department, Goodwin Hall, Kingston, Ontario K7L 3N6, Canada (Received 13 March 1992; accepted 27 March 1992).
2. Соложенкин П.М. Обогащение руд на обогатительных фабриках Таджикской ССР. – Душанбе: Дониш, 1984, 80 с.
3. Самихов Ш.Р., Бадалов Дж.Н. Оптимизация показателей обогащения свинцово-цинковых руд месторождения «Зарнисор» путем повышения содержания класса – 0,074 мм в пульпе. – Вестник Таджикского технического университета, 2019, № 1 (45), с. 109-112.
4. Самихов Ш.Р., Холов Х.И., Зинченко З.А. Технология обогащения руд нижних горизонтов Джижикрутского месторождения. – ДАН РТ, 2017, т. 60, № 10, с. 533-538.
5. Ревнивцев В.И., Азабель Е.И., Баранов Е.Г. Подготовка минерального сырья к обогащению и переработке. – М.: Недра, 1984, 307 с.
6. Solekhova G.N., Samikhov Sh.R., Khakimov F.Kh. Technological Processing of Gold-, Copper-Containing. – Ores of the Taror Deposit, 2023, v.4, №5, pp. 96-106. ISSN: 2660-4159.
7. Солева Г.Н., Самихов Ш.Р. Разработка технологии переработки сульфидно-мышьяковой золото-содержащей руды месторождения Тарор. – Мат-лы XXVIII Междунар. науч.-техн. конф. «Научные основы и практика переработки руд и техногенного сырья», Екатеринбург, 06-07 апреля 2023 г., с. 367-372.
8. Самихов Ш.Р., Лалоенов Ф.С. Технология обогащения полиметаллических сернистых руд Акджилгинского месторождения. – Вестник ТНУ. Серия естественных наук, № 4, 2020, с. 225-231.
9. Болатбаев К.Н., Набойченко С.С., Садыков С.Б. Флотационно-металлургическая переработка труднообогатимых руд. – Петропавловск: СКГУ, 2004, 401 с.
10. Бадалов Дж.Н., Самихов Ш.Р., Махмудов Х.А. Технология флотации свинцово-цинковых руд месторождения «Зарнисори шимоли». – Мат-лы науч.-практ. семинара ГМИТ, Бустон, 2017, с. 43-46.

Ш.Р.Самихов, Дж.Н.Бадалов\*, А.И.Шамсиддинов

## ТЕХНОЛОГИЯИ КОРКАРДИ МАЪДАНҲОИ СУРБУ РУҲДОР БО УСУЛИ ФЛОТАТСИЯ

*Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,  
Институти кимиёи ба номи В.И.Никитини АМИ Тоҷикистон,  
\*Донишқадаи қўҳӣ-металлургии Тоҷикистон*

Дар кори зерин таркиби химиявӣ минералогии маъдан ва концентрати кони «Зарнисор омӯхта шудааст. Бо усули физикӣ-химиявӣ таҳлил, истифода аз таҳлили рентгеноструктурӣ дар дифрактометри «Дрон-3» таркиби ашёи ибтидоӣ омӯхта шудааст, ки бо натиҷаҳои таҳлили химиявӣ тасдиқ карда мешавад. Натиҷаи таҷрибаҳои флотатсионӣ дар сикли кушод ва сарбаста нишон дода шудааст. Аз рӯи натиҷаи флотатсия 1-и асосии сурб, имконияти ҳосил кардани сари сурби баланд сифат аст. Дар аввали 2 дақиқаи флотатсия концентрат бо таркиби 68.06% сурб ва ҷудошавии 39.26% ҳосил шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** *кон, маъданҳои полиметаллӣ, галенит, сфалерит, флотоконцентрат, ганигардонии флотатсионӣ, калони синф.*

Sh.R.Samikhov, J.N.Badalov\*, A.I.Shamsiddinov

## TECHNOLOGY FOR PROCESSING LEAD-ZINC ORES BY FLOTATION METHOD

*National Academy of Sciences of Tajikistan,  
V.I.Nikitin Institute of Chemistry, NAS of Tajikistan,  
Mining-Metallurgical Institute of Tajikistan*

In this work, the chemical and mineralogical composition of ores and concentrates of the Zarnisor deposit was studied. Using methods of physicochemical analysis using X-ray diffraction analysis on a “Dron-3” diffractometer, the composition of the feedstock was studied, which was confirmed by the results of chemical analyses. The results of flotation experiments in open and closed cycles are presented. Based on the results of 1 main lead flotation, the possibility of obtaining a high-quality lead head was noted. During the first 2 minutes of flotation, a concentrate was obtained with a lead content of 66.96% and a recovery of 36.15%.

**Key words:** *deposit, polymetallic ores, galena, sphalerite, flotation concentrate, flotation concentration, size class.*

### Сведения об авторах:

1. **Самихов Шонавруз Рахимович** – доктор техн. наук, Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана, главный научный сотрудник лаборатории обогащения руд. E-mail: samikhov72@mail.ru;
2. **Бадалов Джамолиддин Нурдинович** – Горно-металлургический институт Таджикистана, старший преподаватель кафедры «Разработка месторождений полезных ископаемых». E-mail: badalovjn91@mail.ru;
3. **Шамсиддинов Асхобиддин Исомиддинович** – докторант PhD, Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана. E-mail: ashobiddinshamsiddinov@gmail.com.

УДК

Специальность: 1.4.4 – Физическая химия;

3.4.2 – Фармацевтическая химия, фармакогнозия

Г.М.Бобизода, Д.У.Раджабова\*, Г.Ф.Наврүззода\*

**ИЗУЧЕНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ И КИСЛОТНОЙ ДИССОЦИАЦИИ  
КОМПЛЕКСОВ МЕДИ (II), ОБРАЗОВАННЫХ ДИПЕПТИДАМИ***Таджикский национальный университет,**\*Таджикский государственный медицинский университет им. Абуали ибни Сино**(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана И.Ф.Рахимовым 19.04.2024 г.)*

С целью разработки эффективных лекарственных средств нами проведены экспериментальные исследования комплексообразующей способности глицилглицина с 3d-биогенными металлами.

**Ключевые слова:** дипептид, глицил-глицин, глицил-аспарагин, глицил-аспарагиновая кислота, глицил-тирозин, глицил-гистидин.

В последнее время все больше внимания уделяется глицинсодержащим дипептидам. Это объясняется тем, что некоторые глицинсодержащие дипептиды, например глицил-4-изолейцин, обладают противодиабетической активностью.

**Экспериментальная часть**

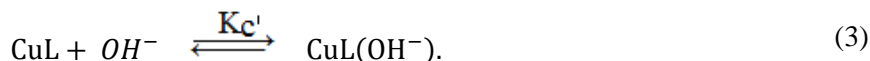
Использовали 0.005 М растворы соли и пептида при соотношении 1:1 и 0.01М раствор пептида при соотношении пептид:соль металла, равном 2:1, титровали 0.1 М раствором NaOH.

Использовали хлорсеребряный и стеклянный электроды, измерение pH проводили на иономере ЭВ-74.

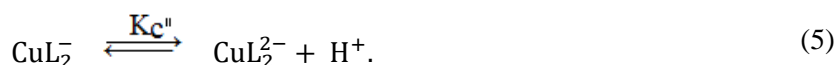
Результаты и их обсуждение

Было изучено комплексообразование дипептидов с ионом меди. Комплексообразование между Cu(II) и дипептидами – производными моноаминокарбоновых кислот происходит по схеме:

Отношение дипептида (L) к меди 1:1



Отношение дипептида (L) к меди 2:1



**Адрес для корреспонденции:** Бобизода Гуломкодир Мукаммол. 735003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул.Рудаки, 13. Таджикский национальный университет. E-mail: bobievgm@mail.ru.

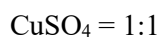
Согласно схеме образования комплексов Cu(II) с дипептидами, реакции (1) и (4) соответствуют константам устойчивости  $K_1$  и  $K_2$  и реакции (2), (3) и (5) константам кислотной диссоциации  $K_C$ ,  $K_{C'}$  и  $K_{C''}$  соответственно.

В таблицах 1-7 приведены результаты потенциометрического титрования растворов  $CuSO_4$  с глицил-аспарагином, глицил-аспарагиновой кислотой, глицил-тирозином и хлоргидратом глицил-гистидина при отношении  $CuCl_2$  и лиганда 1:1 и 2:1.

Кривые титрования глицил-аспарагина и глицил-аспарагиновой кислоты с  $CuSO_4$  описываются уравнениями (1)-(5). При эквимолекулярном отношении глицил-аспарагиновой кислоты и  $CuSO_4$  третий эквивалент щелочи в области pH от 4.9 до 8.0 идет на ионизацию -карбоксильной группы лиганда; при отношении глицил – аспарагиновой кислоты и  $CuSO_4$  равном 2:1 четвертый и пятый эквиваленты щелочи в области pH от 4.8 до 9.5 идут на ионизацию  $\beta$ -карбоксильный групп обеих молекул глицил-аспарагиновой кислоты.

Таблица 1

Данные потенциометрического титрования раствора с молярным отношением глицил-аспарагин:



№	Экв · NaOH Cu <sup>2+</sup> атом	pH	[H <sup>+</sup> ]	[OH <sup>-</sup> ]	[L <sub>0</sub> ]=[M <sub>0</sub> ]	[B <sup>+</sup> ]	$\beta = \alpha\gamma + A$	
1	0.1	3.84	$1.445 \cdot 10^{-4}$		0.00498	0.00498	26197	-4324
2	0.2	3.95	$1.122 \cdot 10^{-4}$		0.00495	0.000990	19591	-2607
3	0.3	4.05	$8.913 \cdot 10^{-5}$		0.00493	0.001478	15136	-1644
4	0.4	4.15	$7.079 \cdot 10^{-5}$		0.00490	0.001961	11753	-1037
5	0.5	4.24	$5.754 \cdot 10^{-5}$		0.00488	0.002439	9396	-675
6	0.6	4.32	$4.786 \cdot 10^{-5}$		0.00485	0.002913	7720	-474
7	0.7	4.40	$3.981 \cdot 10^{-5}$		0.00483	0.003382	6354	-327
8	0.8	4.47	$3.388 \cdot 10^{-5}$		0.00481	0.003846	5367	-237
9	0.9	4.53	$2.951 \cdot 10^{-5}$		0.00478	0.004306	4647	-179
10	1.0	4.61	$2.455 \cdot 10^{-5}$		0.00476	0.004762	3842	-124
11	1.1	4.70	$1.995 \cdot 10^{-5}$		0.00474	0.005213	3103	-81
12	1.2	4.79	$1.622 \cdot 10^{-5}$		0.00472	0.005660	2510	-53
13	1.3	4.88	$1.318 \cdot 10^{-5}$		0.00469	0.006103	2032	-35
14	1.4	4.97	$1.072 \cdot 10^{-5}$		0.00467	0.006542	1648	-23
15	1.5	5.09	$8.128 \cdot 10^{-6}$		0.00465	0.006977	1245	-13
16	1.6	5.25	$5.623 \cdot 10^{-6}$		0.00463	0.007407	859	-6
17	1.7	5.47	$3.388 \cdot 10^{-6}$		0.00461	0.007834	516	-1
18	1.8	6.06	$8.710 \cdot 10^{-7}$		0.00459	0.008257	133.2	-0.8
19	1.9	6.68	$2.089 \cdot 10^{-7}$		0.00457	0.008676	33.01	-0.99
20	2.0	7.10	$7.943 \cdot 10^{-8}$		0.00454	0.009090	13.001	-0.999
21	2.1	8.01	$9772 \cdot 10^{-9}$	$1.300 \cdot 10^{-6}$	0.00452	0.009502		
22	2.2	8.48	$3.311 \cdot 10^{-9}$	$3.835 \cdot 10^{-6}$	0.00450	0.009910		
23	2.3	8.81	$1.549 \cdot 10^{-9}$	$8.382 \cdot 10^{-6}$	0.00448	0.010314		
24	2.4	9.00	$1.000 \cdot 10^{-9}$	$1.270 \cdot 10^{-5}$	0.00446	0.010714		
25	2.5	9.30	$5.012 \cdot 10^{-10}$	$2.330 \cdot 10^{-5}$	0.00444	0.011111		
26	2.6	9.50	$3.162 \cdot 10^{-10}$	$4.016 \cdot 10^{-5}$	0.00442	0.011504		
27	2.7	9.70	$1.955 \cdot 10^{-10}$	$6.365 \cdot 10^{-5}$	0.00440	0.011894		
28	2.8	9.95	$1.122 \cdot 10^{-10}$	$1.132 \cdot 10^{-4}$	0.00438	0.012280		
29	2.9	10.15	$7.079 \cdot 10^{-11}$	$1.794 \cdot 10^{-4}$	0.00436	0.012663		
30	3.0	10.40	$3.981 \cdot 10^{-11}$	$3.190 \cdot 10^{-4}$	0.00434	0.013043		



Таблица 2

Данные потенциометрического титрования раствора с молярным отношением глицил-аспарагин:



№		pH	$ \text{H}^+ $	$[\text{L}_0] = [\text{M}_0]$	$[\text{B}^+]$	$\beta = \alpha\sigma + \text{Д}$	
1.	2.1	5.94	$1.148 \cdot 10^{-4}$	0.00905	0.009502	175.27	-0.73
2.	2.2	6.58	$2.63 \cdot 10^{-7}$	0.00908	0.009910	41.014	-0.986
3.	2.3	6.92	$1.202 \cdot 10^{-7}$	0.00897	0.010314	19.003	-0.997
4.	2.4	7.25	$5.623 \cdot 10^{-8}$	0.00893	0.010714	9.511	-0.9993
5.	2.5	7.52	$3.02 \cdot 10^{-8}$	0.00889	0.011111	5.57	-0.9998
6.	2.6	7.75	$1.778 \cdot 10^{-8}$	0.00885	0.011504	3.69	-0.99993
7.	2.7	7.97	$1.072 \cdot 10^{-8}$	0.00881	0.011894	2.62	-0.99998
8.	2.8	8.21	$6.166 \cdot 10^{-8}$	0.00877	0.012281	1.93	-1.0
9.	2.9	8.48	$3.311 \cdot 10^{-9}$	0.00873	0.012664	1.50	-1.0
10.	3.0	8.77	$1.698 \cdot 10^{-9}$	0.00870	0.013043	1.26	-1.0
11.	3.1	9.02	$9.55 \cdot 10^{-10}$	0.00867	0.013420	1.14	-1.0
12.	3.2	9.25	$5.623 \cdot 10^{-10}$	0.00862	0.013793	1.09	-1.0
13.	3.3	9.46	$3.467 \cdot 10^{-10}$	0.00858	0.014163	1.05	-1.0
14.	3.4	9.66	$2.188 \cdot 10^{-10}$	0.00855	0.014530	1.03	-1.0
15.	3.5	9.85	$1.413 \cdot 10^{-10}$	0.00851	0.014894	1.02	-1.0
16.	3.6	10.03	$9.333 \cdot 10^{-11}$	0.00847	0.015254	1.014	-1.0
17.	3.7	10.17	$6.761 \cdot 10^{-11}$	0.00844	0.015612	1.01	-1.0
18.	3.8	10.30	$5.012 \cdot 10^{-11}$	0.00840	0.015966	1.008	-1.0
19.	3.9	10.42	$3.802 \cdot 10^{-11}$	0.00837	0.016318	1.006	-1.0
20.	4.0	10.54	$2.884 \cdot 10^{-11}$	0.00833	0.016666	1.004	-1.0

Таблица 3

Данные потенциометрического титрования раствора с молярным отношением глицил-аспарагиновая



№	$\frac{\text{Экв} \cdot \text{NaOH}}{\text{Cu}^+ \text{ атом}}$	pH	$ \text{H}^+ $	$ \text{OH}^- $	$[\text{L}_0] = [\text{M}_0]$	$[\text{B}^+]$	$\beta = \alpha\gamma + \text{А}$	
1	0.2	3.70	$1.995 \cdot 10^{-4}$		0.00495	0.000990	1693654	+1719542
2	0.4	3.87	$1.349 \cdot 10^{-4}$		0.00490	0.001961	772337	+765013
3	0.6	4.00	$1.000 \cdot 10^{-4}$		0.00485	0.002913	427495	+415110
4	0.8	4.13	$7.413 \cdot 10^{-5}$		0.00481	0.003846	237707	+225683
5	1.0	4.27	$5.370 \cdot 10^{-5}$		0.00476	0.004762	1278348	+117444
6	1.2	4.40	$3.981 \cdot 10^{-5}$		0.00472	0.005660	71953	+64170
7	1.4	4.50	$3.162 \cdot 10^{-5}$		0.00467	0.006542	46678	+40338
8	1.6	4.63	$2.344 \cdot 10^{-5}$		0.00463	0.007407	26880	+22090
9	1.8	4.76	$1.738 \cdot 10^{-5}$		0.00459	0.008257	15703	+12115
10	2.0	4.90	$1.259 \cdot 10^{-5}$		0.00455	0.009090	8959	+6343
11	2.2	5.06	$8.710 \cdot 10^{-6}$		0.00450	0.009910	4848	+3032
12	2.4	5.27	$5.37 \cdot 10^{-6}$		0.00446	0.010714	2272.3	+1149.6
13	2.6	5.59	$2.570 \cdot 10^{-6}$		0.00442	0.011504	801.1	+262.2
14	2.8	6.70	$1.995 \cdot 10^{-7}$		0.00439	0.012281	44.6	0.6
15	3.0	8.72	$1.905 \cdot 10^{-9}$		0.00435	0.013043	1.4	0.9998
16	3.2	9.37	$4.266 \cdot 10^{-10}$	$2.977 \cdot 10^{-5}$	0.00431	0.013793		
17	3.4	9.80	$1.585 \cdot 10^{-10}$	$2.013 \cdot 10^{-5}$	0.00427	0.014530		
18	3.6	10.15	$7.079 \cdot 10^{-11}$	$1.794 \cdot 10^{-4}$	0.00423	0.014254		
19	3.8	10.45	$3.548 \cdot 10^{-11}$	$8.579 \cdot 10^{-4}$	0.00420	0.015966		
20	4.0	10.75	$1.778 \cdot 10^{-11}$	$7.143 \cdot 10^{-4}$	0.00416	0.016666		

Таблица 4

Данные потенциметрического титрования раствора с молярным отношением глицил-аспарагиновая кислота:  $\text{CuSO}_4 = 2:1$

№	$\frac{\text{Экв} \cdot \text{NaOH}}{\text{Cu}^{\text{II}} \text{ атом}}$	рН	$ \text{H}^+ $	$[\text{L}_0]$	$[\text{M}_0]$	$[\text{B}^+]$	$\beta = \alpha\sigma + \text{Д}$	
1.	3.1	4.91	$1.23 \cdot 10^{-5}$	0.00867		0.013420	8609.8	+6053.6
2.	3.2	4.97	$1.072 \cdot 10^{-5}$	0.00862		0.013793	6825.4	+4593.8
3.	3.3	5.05	$8.913 \cdot 10^{-6}$	0.00858		0.014163	5031.02	+3173.04
4.	3.4	5.14	$7.244 \cdot 10^{-6}$	0.00855		0.014530	3607.23	+2094.46
5.	3.5	5.25	$5.623 \cdot 10^{-6}$	0.00851		0.014894	2436.51	+1261.02
6.	3.6	5.39	$4.074 \cdot 10^{-6}$	0.00847		0.015254	1513.57	+661.14
7.	3.7	5.60	$2.512 \cdot 10^{-6}$	0.00844		0.015612	777.13	+250.26
8.	3.8	5.95	$1.122 \cdot 10^{-6}$	0.00840		0.015966	285.01	+49.02
9.	3.9	6.60	$2.512 \cdot 10^{-7}$	0.00837		0.016318	55.5	+1.5
10.	4.0	7.14	$7.244 \cdot 10^{-8}$	0.00833		0.016666	16.21	-0.79
11.	4.2	7.71	$1.950 \cdot 10^{-8}$	0.00826	0.00413	0.017355	5.07	-1.0
12.	4.4	8.11	$7.762 \cdot 10^{-9}$	0.00820	0.00410	0.018033	2.62	-1.0
13.	4.6	8.62	$3.020 \cdot 10^{-9}$	0.00813	0.00406	0.018699	1.63	-1.0
14.	4.8	9.01	$9.772 \cdot 10^{-10}$	0.00806	0.00403	0.019355	1.20	-1.0
15.	5.0	9.47	$3.388 \cdot 10^{-10}$	0.00800	0.00400	0.020000	1.07	-1.0
16.	5.2	9.87	$1.349 \cdot 10^{-10}$	0.00794	0.00397	0.020635	1.03	-1.0
17.	5.4	10.17	$6.761 \cdot 10^{-11}$	0.00787	0.00393	0.012260	1.01	-1.0
18.	5.6	10.43	$3.715 \cdot 10^{-11}$	0.00781	0.00320	0.021875	1.01	-1.0
19.	5.8	10.66	$2.188 \cdot 10^{-11}$	0.00775	0.00387	0.022418	1.002	-1.0
20.	6.0	10.87	$1.349 \cdot 10^{-11}$	0.00769	0.00384	0.023077	1.002	-1.0

Таблица 5

Данные потенциметрического титрования раствора с молярным отношением глицил-тирозин:  $\text{CuSO}_4 = 1:1$

№	$\frac{\text{Экв} \cdot \text{NaOH}}{\text{Cu}^{\text{II}} \text{ атом}}$	рН	$ \text{H}^+ $	$ \text{OH}^- $	$[\text{L}_0] = [\text{M}_0]$	$[\text{B}^+]$	$\beta = \alpha\gamma + \text{А}$	
1.	0.2	4.01	$9.772 \cdot 10^{-5}$		0.00495	0.000990	15379	+1677
2.	0.4	4.18	$6.607 \cdot 10^{-5}$		0.00490	0.001961	9663	+766
3.	0.6	4.32	$4.786 \cdot 10^{-5}$		0.00485	0.002913	6694	+402
4.	0.8	4.45	$3.548 \cdot 10^{-5}$		0.00481	0.003846	4807	+220
5.	1.0	4.59	$2.57 \cdot 10^{-5}$		0.00476	0.004762	3394	+115
6.	1.2	4.75	$1.778 \cdot 10^{-5}$		0.00472	0.005660	2299	+55
7.	1.4	4.92	$1.202 \cdot 10^{-5}$		0.00467	0.006542	1529	+24.4
8.	1.6	5.18	$6.607 \cdot 10^{-6}$		0.00463	0.007407	828.4	+6.7
9.	1.8	5.77	$1.698 \cdot 10^{-6}$		0.00459	0.008257	210	+0.5
10.	2.0	7.45	$3.548 \cdot 10^{-8}$		0.00454	0.009090	4.4	-0.9998
11.	2.2		$3.388 \cdot 10^{-9}$	$3.749 \cdot 10^{-6}$	0.00450	0.009910		
12.	2.4		$1.259 \cdot 10^{-9}$	$1.009 \cdot 10^{-5}$	0.00446	0.010714		
13.	2.6		$5.623 \cdot 10^{-10}$	$2.259 \cdot 10^{-5}$	0.00442	0.011504		
14.	2.8		$3.162 \cdot 10^{-10}$	$4.016 \cdot 10^{-5}$	0.00439	0.012281		
15.	3.0		$1.585 \cdot 10^{-10}$	$8.013 \cdot 10^{-5}$	0.00435	0.013043		
16.	3.2	10.03	$9.333 \cdot 10^{-11}$	$1.361 \cdot 10^{-4}$	0.00431	0.013793		
17.	3.4	10.23	$5.888 \cdot 10^{-11}$	$2.157 \cdot 10^{-4}$	0.00427	0.014530		
18.	3.6	10.43	$3.715 \cdot 10^{-11}$	$3.419 \cdot 10^{-4}$	0.00423	0.015254		
19.	3.8	10.63	$2.344 \cdot 10^{-11}$	$5.418 \cdot 10^{-4}$	0.00420	0.015966		
20.	4.0	10.84	$1.445 \cdot 10^{-11}$	$8.789 \cdot 10^{-4}$	0.00416	0.016666		

Таблица 6

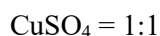
Данные потенциометрического титрования раствора с молярным отношением глицил-тирозин:



№	$\frac{\text{Экв} \cdot \text{NaOH}}{\text{Cu}^- \text{ атом}}$	pH	$ \text{H}^+ $	$[\text{L}_0]=[\text{M}_0]$	$[\text{B}^+]$	$\beta = \alpha\sigma + \text{Д}$	
1.	2.2	6.81	$1.549 \cdot 10^{-7}$	0.00901	0.009910	20.1	-0.99
2.	2.4	7.35	$4.467 \cdot 10^{-8}$	0.00893	0.010714	6.5	-1.00
3.	2.6	7.80	$1.585 \cdot 10^{-8}$	0.00885	0.011504	2.9	-1.00
4.	2.8	8.25	$5.623 \cdot 10^{-9}$	0.00877	0.012281	1.8	-1.00
5.	3.0	8.70	$1.995 \cdot 10^{-9}$	0.00870	0.013043	1.3	-1.03
6.	3.2	9.00	$1.000 \cdot 10^{-9}$	0.00862	0.013793	1.22	-1.05
7.	3.4	9.25	$5.623 \cdot 10^{-10}$	0.00855	0.014530	1.25	-1.18
8.	3.6	9.44	$3.631 \cdot 10^{-10}$	0.00847	0.015254	1.32	-1.28
9.	3.8	9.60	$2.512 \cdot 10^{-10}$	0.00840	0.015966	1.44	-1.41
10.	4.0	9.76	$1.738 \cdot 10^{-10}$	0.00830	0.016666	1.63	-1.59

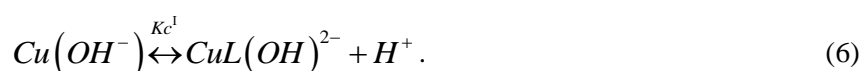
Таблица 7

Данные потенциометрического титрования раствора с молярным отношением глицил-гистидин:



№	$\frac{\text{Экв} \cdot \text{NaOH}}{\text{Cu}^- \text{ атом}}$	pH	$ \text{H}^+ $	$[\text{L}_0]=[\text{M}_0]$	$[\text{B}^+]$	$\beta = \alpha\gamma + \text{A}$	
1.	0.2	3.75	$1.778 \cdot 10^{-4}$	0.00495	0.000990	48294295	+53667326
2.	0.4	3.90	$1.259 \cdot 10^{-4}$	0.00490	0.001961	23430973	+25331364
3.	0.6	3.99	$1.023 \cdot 10^{-4}$	0.00485	0.002913	15242533	+16258048
4.	0.8	4.07	$8.511 \cdot 10^{-5}$	0.00481	0.003846	10428266	+11009671
5.	1.0	4.17	$6.761 \cdot 10^{-5}$	0.00476	0.004762	6505268	+6793769
6.	1.2	4.26	$5.495 \cdot 10^{-5}$	0.00472	0.005660	4262409	+4415006
7.	1.4	4.35	$4.467 \cdot 10^{-5}$	0.00467	0.006542	2801390	+2885838
8.	1.6	4.44	$3.631 \cdot 10^{-5}$	0.00463	0.007407	1838157	+1879724
9.	1.8	4.52	$3.020 \cdot 10^{-5}$	0.00459	0.008257	1267179	+1289972
10.	2.0	4.64	$2.291 \cdot 10^{-5}$	0.00454	0.009090	726313	+735089
11.	2.2	4.78	$1.660 \cdot 10^{-5}$	0.00450	0.009910	380236	+382626
12.	2.4	4.97	$1.072 \cdot 10^{-5}$	0.00446	0.010714	158333	+158223
13.	2.6	5.40	$3.981 \cdot 10^{-6}$	0.00442	0.011504	22041	+21621
14.	2.8	7.30	$5.012 \cdot 10^{-8}$	0.00439	0.012281	10	+3
15.	3.0	8.80	$1.585 \cdot 10^{-9}$	0.00435	0.013043	1.203	+0.997
16.	3.2	9.32	$4.786 \cdot 10^{-10}$	0.00431	0.013793	1.05	+1.0
17.	3.4	9.65	$2.239 \cdot 10^{-10}$	0.00427	0.014530	1.027	+1.0
18.	3.6	9.97	$1.072 \cdot 10^{-10}$	0.00423	0.015254	1.013	-1.0
19.	3.8	10.40	$3.981 \cdot 10^{-11}$	0.00420	0.015966	1.005	-1.0
20.	4.0	10.80	$1.585 \cdot 10^{-11}$	0.00416	0.016666	1.002	-1.0

При эквимолекулярном отношении глицил-тирозина и  $\text{CuSO}_4$  четвертый эквивалент щелочи в области pH от 9,8 до 10,8 вызывает ионизацию водорода из гидроксильной группы фенольного кольца по уравнению:



При отношении глицил-тирозина и  $\text{CuSO}_4$  2:1 пятый и шестой эквиваленты щелочи вызывают в области высоких значений pH от 9,9 до 11,0 ионизацию водорода из гидроксильной группы фенольного кольца обеих молекул глицил-тирозина по уравнениям:



При эквимолекулярном отношении глицил-гистидина и  $\text{CuSO}_4$  первый эквивалент щелочи идет на титрование HCl; прибавление следующих трех эквивалентов щелочи приводит к комплексообразованию по уравнениям (1)-(5). При отношении глицил-гистидина и меди 2:1 комплексы образуются также по уравнениям (1)-(5).

Константы  $K_1$ ,  $K_c$ ,  $K_{c'}$  и  $K_{c''}$  определены из данных потенциометрического титрования растворов с эквимолекулярным отношением дипептида и меди. Константы рассчитаны по методу Добби и Кермака.

При расчете констант устойчивости и кислотной диссоциации комплекса глицил-аспаргина  $K_1$  и  $K_c$  равновесную концентрацию дипептида  $[L^-]$  определяли из уравнения:

$$\beta [L^-] = \gamma [L_0] - [B^+] - |H^+|, \quad (9)$$

где  $[L_0]$  – начальная концентрация дипептида;  $[B^+]$  – концентрация прибавленной щелочи.

$$\gamma = \frac{1 + 2K_c / |H^+|}{1 + K_c / |H^+|}$$

$$\beta = (\gamma + 1) \cdot |H^+|^2 / KaKa' + \gamma \cdot |H^+| / Ka + \gamma - 1$$

Соответствующее значение функции образования Бьеррума находим из уравнения:

$$\bar{n} [M_0] = [L_0] - \alpha [L^-], \quad (10)$$

где  $[M_0]$  – начальная концентрация металла и

$$\alpha = |H^+|^2 / KaKa' + |H^+| / Ka + 1.$$

Константу  $K_1$  вычисляли по формуле:

$$K_1 = \frac{\bar{n}}{(1 - \bar{n}) \cdot [L^-] \cdot (1 + K_c / [H^+])}. \quad (11)$$

При расчете констант  $K_2$ ,  $K_{cII}$ , равновесную концентрацию дипептида  $[L^-]$  находили из уравнения:

$$\beta' [L^-] = \delta [L_0] + (2 - \delta) \cdot [M_0] - [B^+] + [OH^-], \quad (12)$$

где

$$\delta = \frac{1 + 2Kc^{II} / [H^+]}{1 + Kc^{II} / [H^+]}$$

и

$$\beta' (\delta + 1) \cdot [H^+]^2 / KaKa' + \delta [H^+] / Ka + \delta - 1.$$

Константу  $K_2$  вычисляли по формуле:

$$K_2 = \frac{(\bar{n} - 1)}{(2 - \bar{n}) \cdot [L^-] \cdot (1 + Kc^{II} / [H^+])}. \quad (13)$$

Приблизительные значения констант  $K_c$ ,  $K_{cII}$  принимали равными концентрациям ионов водорода после прибавления 0.5 и 2.5 эквивалентов щелочи, соответственно, к растворам, содержащим дипептиды и  $CuSO_4$  в отношении 1:1 и 2:1, и рассчитывали константы устойчивости  $K_1$  и  $K_2$  по 8-10 точкам кривой титрования: изменяли величины  $K_c$ , и  $K_{cII}$  до тех пор, пока не получали постоянных значений констант  $K_1$  и  $K_2$ .

В случае комплексов, образованных дипептидами, имеющих три группы, способных к ионизации, величины  $\alpha$  и  $\beta$  несколько модифицируется. Для глицил-аспаргиновой кислоты и хлоргидрата глицил-гистидина константы ионизации дополнительных функциональных групп  $K_{aII}$  занимают промежуточное положение между константами ионизации  $\alpha$ -карбоксовой  $K_{aI}$  и аминной групп  $K_a$ , поэтому  $\alpha$  и  $\beta$  определяются из следующих уравнений

$$\alpha = \frac{|H^+|^3}{KaKa''Ka'} + \frac{|H^+|^2}{KaKa''} + \frac{|H^+|}{Ka} + 1$$

и

$$\beta = \frac{(\gamma + 2)|H^+|^3}{KaKa''Ka'} + \frac{(\gamma + 1)|H^+|^2}{KaKa''} + \frac{\gamma|H^+|}{Ka} + \gamma - 1.$$

Для глицил-тирозина константа ионизации гидроксильной группы фенольного кольца  $K_{aII}$  выше константы ионизации  $K_a$ , поэтому

$$\alpha = \frac{|H^+|^2}{KaKa'} + \frac{|H^+|}{Ka} + \frac{Ka''}{[H^+]} + 1$$

и

$$\beta = \frac{(\gamma+1)|H^+|^2}{KaKa'} + \frac{\gamma|H^+|}{Ka} + \gamma - 1 + \frac{(\gamma-2)Ka''}{[H^+]}$$

Значение функции образования  $\bar{n}$  при любых рН, при которых она предполагается меньше 1, определяли из уравнения:

$$\frac{(1-\bar{n})^2}{\bar{n}} = \frac{\alpha}{K_1[M_0] \cdot (1 + Kc / [H^+])} \tag{14}$$

Соответствующие величины  $[L^-]$  рассчитывали из уравнения (10). Для тех значений рН, при которых  $\bar{n}$  предполагается больше 1, последнюю рассчитывали из уравнения:

$$\frac{(2-\bar{n})^2}{(\bar{n}-1)} = \frac{\alpha}{K_2[M_0] \cdot (1 + Kc'' / [H^+])} \tag{15}$$

и далее по формулам (10) и (12) находили соответствующие значения  $[L^-]$  и  $[B^+]$ .

Константу  $K_{Ct}$ , соответствующую образованию гидроксокомплекса, рассчитывали при эквимолекулярном отношении лиганда к Cu (II) исходя из уравнения:

$$[B^+] = \gamma' [M_0] + [OH^-], \tag{16}$$

где

$$\gamma' = \frac{1 + 2K_c / |H^+| + 3K_c K_c' / [H^+]^2}{1 + K_c / |H^+| + K_c K_c' / [H^+]^2}$$

За приближительные значения константы  $K_{Ct}$  принимали концентрации ионов водорода после прибавления 2.5 и 3.5 эквивалентов щелочи к эквимолекулярным растворам CuSO<sub>4</sub> и дипептидов, содержащих две и три ионизирующих группы, соответственно.

Уточнение константы  $K_{Ct}$  производили следующим образом: изменяли начальное значение  $K_{Ct}$  до тех пор, пока не получали минимальной суммы квадратов отклонений, рассчитанных по формуле (34) концентрации прибавленной щелочи  $[B^+]$  от экспериментальных для 9 точек кривых титрования эквимолекулярных растворов дипептида и меди при  $\bar{n} = 1,0$ .

Аналогичным образом уточняли константы  $K_{cI}$ ,  $K_{cIII}$  и  $K_{cIV}$ , соответствующие ионизации гидроксильной группы фенольного кольца медного комплекса глицил-тирозина при отношении лиганда к металлу 1:1 и 2:1, соответственно. За начальное значение константы  $K_{cI}$  принимали концентрацию ионов водорода после прибавления 3,5 эквивалентов щелочи к растворам, содержащим эквивалентные количества глицил-тирозина и  $CuSO_4$ . Уточнение константы  $K_{cI}$  производили, исходя из формулы:

$$[B^+] = [OH^-] + [M_0] \cdot \left( \frac{2 + 3K_c^I / |H^+| + 4K_c^I K_{cI} / |H^+|^2}{1 + K_c^I / |H^+| + K_c^I K_{cI} / |H^+|^2} \right). \quad (17)$$

За начальные значения констант  $K_{cIII}$  и  $K_{cIV}$  принимали концентрации ионов водорода после прибавления к раствору, содержащему глицил-L-тирозин и  $CuSO_4$  в отношении 2:1, 4,5 и 5,5 эквивалентов щелочи, соответственно.

Уточнение констант  $K_{cIII}$  и  $K_{cIV}$  производили, исходя из следующих формул:

$$\frac{(2 - \bar{n})^2}{(\bar{n} - 1)} = \frac{\alpha}{K_2 [M_0] \cdot \left( 1 + K_c^{II} / |H^+| + K_c^{II} K_c^{III} / |H^+|^2 + K_c^{II} K_c^{III} K_c^{IV} / |H^+|^3 \right)} \quad (18)$$

и концентрацию прибавленной щелочи из уравнения:

$$[B^+] = (\delta' + 2) \cdot [M_0] + [OH^-] - \beta [L], \quad (19)$$

где

$$\delta' = \frac{1 + 2K_c^{II} / |H^+| + 3K_c^{II} K_c^{III} / |H^+|^2 + 4K_c^{II} K_c^{III} K_c^{IV} / |H^+|^3}{1 + K_c^{II} / |H^+| + K_c^{II} K_c^{III} / |H^+|^2 + K_c^{II} K_c^{III} K_c^{IV} / |H^+|^3}. \quad (20)$$

Средняя квадратичная ошибка в определении констант составляет 0.02.

Значение констант устойчивости и кислотной диссоциации медных комплексов с изученными дипептидами приведены в табл. 8

Таблица 8

Константы устойчивости и кислотной диссоциации медных комплексов с изученными дипептидами

№ пп	Дипептиды	LgK <sub>1</sub>	LgK <sub>c</sub>	LgK <sub>cI</sub>	LgK <sub>2</sub>	LgK <sub>cIII</sub>	LgK <sub>cI</sub>	LgK <sub>cIII</sub>	LgK <sub>cIV</sub>
1.	Глицил-аспарагин	5.95	-4.24	-9.30	3.10	-9.52	—	—	—
2.	Глицил-аспарагиновая кислота	7.55	-5.17	-9.93	2.76	-10.66	—	—	—
3.	Глици-тирозин	5.86	-4.24	9.07	2.85	9.90	-10.35	-10.12	-10.70
4.	Глицил-тирозин <sup>X</sup>	5.90	-3.85	-9.25	3.35	-9.60	-9.75	-10.30	-10.70
5.	Глицил-гистидин·HCl	8.97	4.40	-9.85	—	—	—	—	—
6.	Глицил-глицин	5.88	-4.25	-9.65	3.26	-10.20	—	—	—

### З а к л ю ч е н и е

Изучение комплексообразования показало, что все пептиды участвуют в нем до диссоциации боковых групп. Глицил-глицин образует в конце титрования хелатные комплексы следующего строения:  $\text{H-Gly-Gly-OH} + \text{CuSO}_4 \rightarrow [\text{H-Gly-Gly-O}^-]_2\text{Cu}$ . Рассчитаны константы устойчивости и кислотной диссоциации медных комплексов с изученными дипептидами.

Поступило 29.04.2024 г

### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Машковский М.Д. Лекарственные средства. т. 1 – М.: Новая волна, 2000, с. 122-126.
2. Кабиров Г.Ф., Логинов Г.П., Хазипов Н.З. Хелатные формы биогенных металлов в животноводстве. – Казань: ФГОУ ВПО КГВМ, 2004, 204 с.
3. Гудашева Т.А. Стратегия создания дипептидных лекарств. – Инновация в современной фармакологии. Тез. докл. IV съезда фармакологов России. – Казань, 18-21.09.2012.
4. Кадырова Р.Г., Кабиров Г.Ф., Муллахметов Р.Р. Разработка рационального способа получения комплексных солей марганца, железа с глицином и метионином. – Ученые записки КГАВМ им. Н.Э.Баумана, 2013, т. 216, с. 150-157.
5. Кадырова Р.Г., Кабиров Г.Ф., Муллахметов Р.Р. Синтез медных и цинковых солей метионина и глицина. – Ученые записки КГАВМ им. Н.Э.Баумана, 2013, т. 213, с. 109-115.

Г.М.Бобизода, Д.У.Рачабова\*, Г.Ф.Наврुздод\*

### ОМУЗИШИ УСТУВОРИ ВА ДИССОСИАСИЯИ КИСЛОТАГИИ КОМПЛЕКСҶОИ МИС(II), КИ АЗ ДИПЕПТИДҶО БА ВУҶУД МЕОЯНД

*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон,*

*Донишгоҳи давлатии тиббии Тоҷикистон ба номи Абуали ибни Сино*

Бо мақсади кор карда баромадани доруҳои самарабахш мо тадқиқоти таҷрибавии қобилияти комплекси глицилглицинро бо металлҳои 3d-биогени гузаронидем.

**Калимаҳои калидӣ:** дипептид, глицил-глицин, глицил-аспарагин, кислотаи глицил-аспартин, глицил-тирозин, глицил-гистидин.

G.M.Bobizoda, D.U.Rajabova\*, G.F.Navruzzoda\*

### STUDY OF STABILITY AND ACID DISSOCIATION OF COPPER(II) COMPLEXES FORMED BY DIPEPTIDES

*Tajik National University,*

*Avicenna Tajik State Medical University*

In order to develop effective drugs, we conducted experimental studies of the complexing ability of glycylglycine with 3d-biogenic metals.

**Key words:** dipeptide, glycyl-glycine, glycyl-asparagine, glycyl-aspartic acid, glycyl-tyrosine, glycyl-histidine.



**Сведения об авторах:**

**Бобизода Г.М.** – доктор биол. наук, доктор фарм. наук, Таджикский национальный университет, профессор кафедры органической химии. E-mail: bobievgm@mail.ru;

**Раджабова Д.У.** – ТГМУ им. Абуали ибни Сино, кафедра фармацевтической и токсикологической химии;

**Навруззода Г.Ф.** – кандидат фарм. наук, ТГМУ им. Абуали ибни Сино, заведующая кафедры фармацевтической и токсикологической химии.

УДК 544.01.02.03/66.01.08.09.661.862

Специальность: 1.4.4 – Физическая химия

Академик НАН Таджикистана У.М.Мирсаидов\*,

Н.А.Наимов, К.Ш.Холов, Г.Аминджони, **Х.Сафиев****ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ТЕХНОЛОГИИ ПОЛУЧЕНИЯ  
ГЛИНОЗЕМА, ФТОРИДА АЛЮМИНИЯ И КРИОЛИТА ИЗ МИНЕРАЛА  
БАЙЕРИТ***Государственное учреждение «Научно-исследовательский институт металлургии»**ОАО «ТАЛКО»,**\*Национальная академия наук Таджикистана,**\*Агентство по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности**НАН Таджикистана*

*В статье приведены результаты исследований по получению опытного количества глинозема, фторида алюминия и криолита из минерала байерит, полученного из каолиновых глин месторождения «Чашма-Санг» способом сульфатизации. По результатам исследований были получены по 1 кг глинозёма, фторида алюминия и криолита, достоверность состава которых подтверждена физико-химическими методами анализа. Согласно физико-химическим анализам, полученные из минерала байерит продукты соответствуют нормативным требованиям и могут использоваться при электролизном производстве алюминия.*

**Ключевые слова:** *байерит, сульфат алюминия, каолиновая глина, глинозём, фторид алюминия, криолит, месторождение «Чашма-Санг».*

Байерит и гиббсит – два технически важных полиморфа тригидроксида алюминия [1, 2]. Байерит используется в коммерческих целях для приготовления катализаторов на основе оксида алюминия, так как при его осаждении в осадок включается меньшее количество натрия, чем в случае гиббсита [3]. Кроме того, байерит обычно используется в качестве адсорбента фосфоновой кислоты и ионов металлов, а также в качестве прекурсора при синтезе бёмита ( $\gamma$ - $\text{AlOOH}$ ) и переходного глинозема ( $\eta$ - или  $\theta$ - $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) [4].

Байерит редко встречается в природе и обычно синтезируется путем гидролиза и/или гидратации алюминия,  $\text{AlN}$ , глинозема, нейтрализации неорганических солей алюминия аммиаком или карбонизации щелочного раствора алюмината натрия [1,5].

Цель данного исследования заключается в получении опытных количеств глинозема, фторида алюминия и криолита из байерита ( $\text{Al}(\text{OH})_3$ ), ранее полученного карбонизацией раствора

---

*Адрес для корреспонденции:* Наимов Носир Абдурахмонович. 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Х.Хакимзаде, 17, Государственное учреждение «Научно-исследовательский институт металлургии» ОАО «ТАЛКО». E-mail: nosser2016@outlook.com, inmet.talco@mail.ru.

тетрагидроксиалюмината натрия ( $\text{Na}[\text{Al}(\text{OH})_4]$ ), который также был получен сульфатизацией каолиновых глин месторождения «Чашма-Санг» [6-8].

В первую очередь был получен глинозем ( $\gamma\text{-Al}_2\text{O}_3$ ) при кальцинации 1.53 кг байерита в области температур от 900 до 950°C. Химический анализ полученного после кальцинации продукта дал следующие результаты (табл. 1).

Таблица 1

Химический состав глинозема, полученного из минерала байерит

Наименование показателей	Глинозем. Технические условия ГОСТ 6912.1-93				Глинозем, полученный из байерита
	Норма для марок				
	Г-00	Г-0	Г-1	Г-2	
$\text{Al}_2\text{O}_3$ , %, не менее	98.9	98.5	98.5	98.5	99.1
$\text{SiO}_2$ , %, не более	0.02	0.03	0.5	0.8	0.02
$\text{Fe}_2\text{O}_3$ , %, не более	0.03	0.05	0.04	0.02	0.04
П.П.П., %, не более	0.6	0.7	0.7	0.8	0.4

Для подтверждения результатов химического анализа был проведен рентгенофазовый анализ (РФА) (рис. 1).

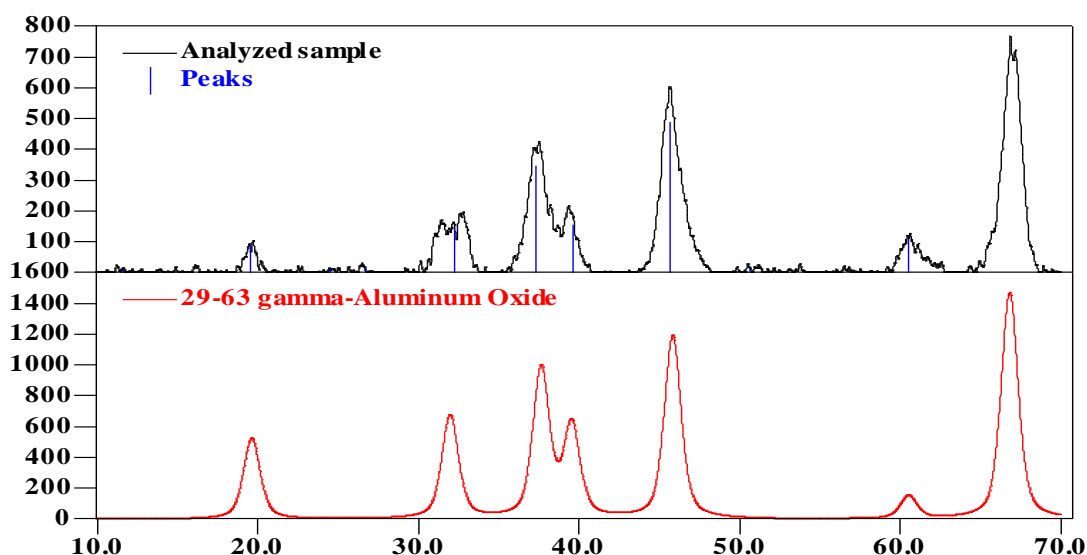


Рис. 1. Рентгенограмма оксида алюминия, полученного из минерала байерит.

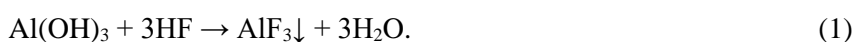
Как видно из рентгенограммы (рис. 1) и табл. 1, полученный продукт соответствует модификации гамма-глинозем ( $\gamma\text{-Al}_2\text{O}_3$ ), тем самым подтверждается процесс кальцинации байерита и результаты химического анализа. По результатам физико-химических исследований можно сделать вывод, что полученный глинозем отвечает требованиям ГОСТ 6912.1-93 для глинозема марок Г-0 и Г-1.

**Фтористый алюминий** по стехиометрическим расчетам был получен из 0.93 кг байерита и 2.39 кг 30%-ной плавиковой кислоты (реакция 1), со следующим химическим составом (табл. 2).

Таблица 2

Сравнение химического состава фторида алюминия, полученного из байерита, со стандартным

Наименование показателей	Алюминий фтористый технический ГОСТ 19181-78		Фторид алюминия, полученный из байерита
	Норма для марок		
	Высший сорт	Первый сорт	
Массовая доля фтористого алюминия (AlF <sub>3</sub> ), %, не менее	93	88	96.2
Массовая доля свободной окиси алюминия (Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ), %, не более	4	7	1.1
Массовая доля суммы двуокиси кремния и окиси железа (SiO <sub>2</sub> +Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ), %, не более	0.3	0.4	0.2
Потери при прокаливании, %, не более	2.5	3.5	2.4



Следует отметить, что по реакции 1 при взаимодействии минерала байерит и плавиковой кислоты образуется фторид алюминия, содержащий 3 молекулы воды.

Для подтверждения протекания реакции 1 был проведен РФА полученного фторида алюминия (рис. 2).

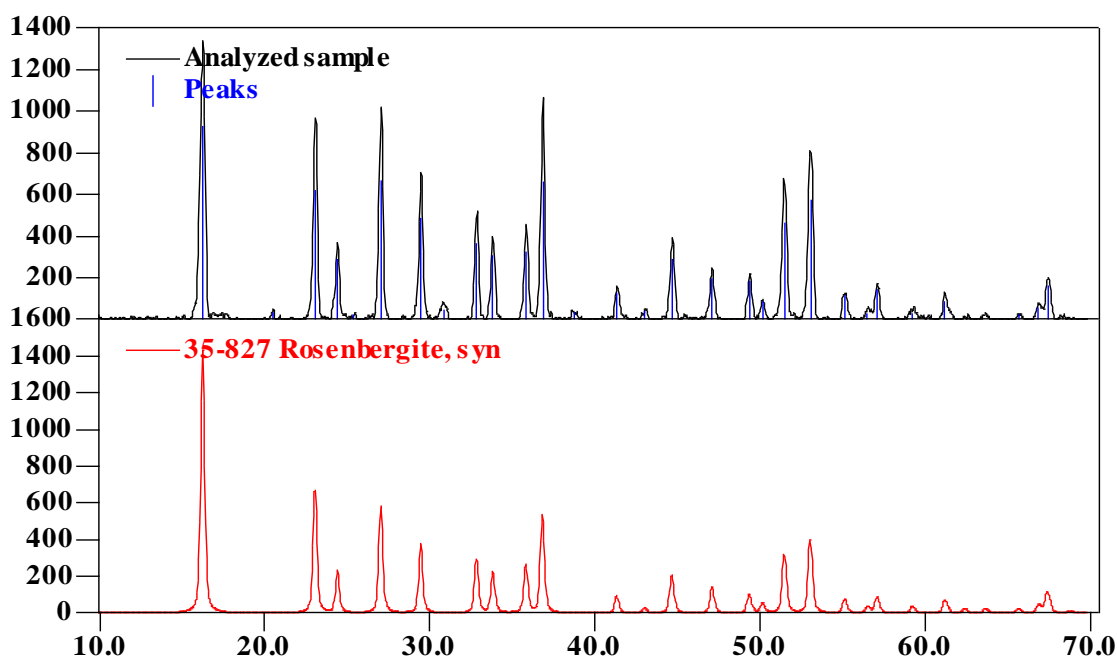


Рис. 2. Рентгенограмма фторида алюминия, полученного из минерала байерит.

Как видно из рентгенограммы (рис. 2), полученный продукт относится к минералу розенбергит (AlF<sub>3</sub>·3H<sub>2</sub>O).

Для удаления молекулярной воды из состава розенбергита, проба подверглась термической обработке при температуре 500°C, а затем был проведен РФА (рис. 3).

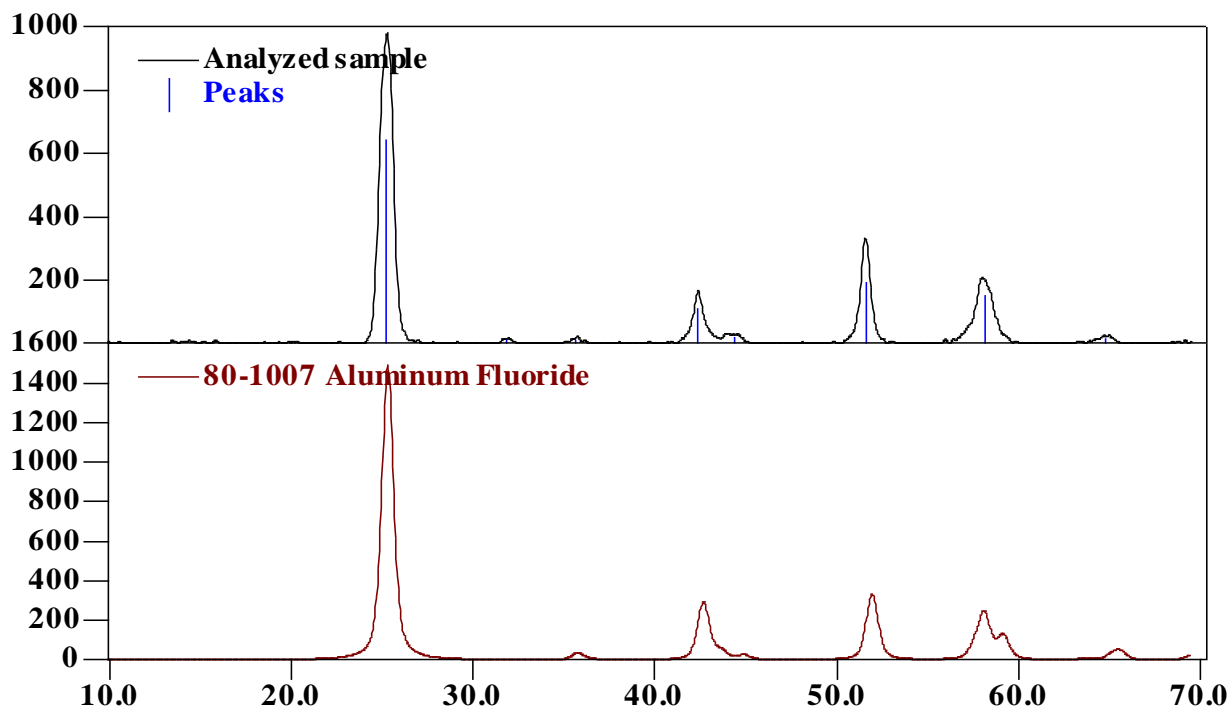


Рис. 3. Рентгенограмма фторида алюминия, прошедшего термообработку при 500°C.

Из рентгенограммы (рис. 3) видно, что после термической обработки минерала розенбергита молекулы воды из состава минерала исчезают, число появившихся линий значительно уменьшилось, и они относятся к синтетическому соединению фторида алюминия.

Кроме того, аналогично указанной технологии, фторид алюминия получали из смеси кремнефтористоводородной (КФВК) и плавиковой кислот. Следует отметить, что фторид алюминия, получаемый обоими способами, сходен по своему химическому и минералогическому составу.

Таким образом, по результатам физико-химических анализов можно сделать вывод, что полученный фторид алюминия из опытного гидроксида алюминия и плавиковой кислоты, а также из смеси КФВК и плавиковой кислот отвечают требованиям ГОСТ 19181-78 (алюминий фтористый технический).

Для получения 1 кг **криолита** 0.372 кг байерита обработали 1.9 кг 30%-ной плавиковой кислоты (реакция 2) и 2.29 кг 25% гидроксида натрия (реакция 3).



Полученный криолит имеет следующий химический состав (табл. 3).

Таблица 3

Сравнение химического состава криолита, полученного из минерала байерит, со стандартным

Наименование показателя	Криолит искусственный технический ГОСТ 10561-80			Криолит, полученный из байерита
	Норма для марок			
	Высший сорт	Первый сорт	КП	
Массовая доля фтора, %	Не менее 54	Не менее 54	Не менее 52	54.5
Массовая доля алюминия, %	Не более 18	Не более 19	Не более 23	12.6
Массовая доля натрия, %	Не менее 23	Не менее 22	Не менее 13	30.8
Массовая доля двуокиси кремния (SiO <sub>2</sub> ), %, не более	0.5	0.9	1.5	0.2
Массовая доля окиси железа (Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub> ), %, не более	0.06	0.08	0.1	0.06
Массовая доля сульфатов в пересчете на SO <sub>4</sub> , %, не более	0.5	1	1	0.7
Массовая доля воды, %, не более	0.2	0.5	0.8	0.7

Для подтверждения результатов химического анализа полученного криолита был дополнительно проведен рентгенофазовый анализ (рис. 4).

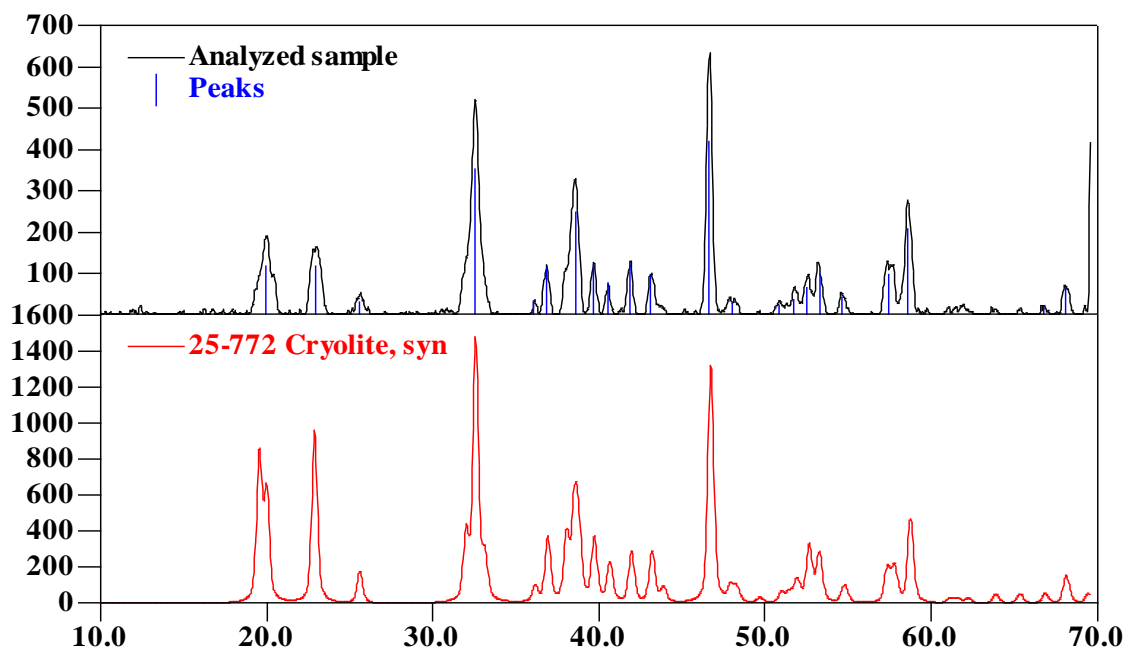


Рис. 4. Рентгенограмма криолита, полученного из минерала байерит

Как видно из рентгенограммы (рис. 4) и табл. 3 продукт относится к минералу криолит (Na<sub>3</sub>AlF<sub>6</sub>), что также подтверждают результаты химического анализа. На основании физико-химических исследований сделан вывод, что криолит, полученный из минерала байерит и плавиковой кислоты, соответствует требованиям ГОСТ 10561-80 (криолит искусственный технический).

Таким образом результаты проведенных анализов и исследований свидетельствуют о том, что основные физико-химические характеристики гидроксида алюминия, полученного из каолиновой глины месторождения «Чашма-Санг» и остальные продукты на его основе – глинозем, фторид

алюминия и криолит аналогичны характеристикам продуктов, применяемым традиционно и соответствуют их нормативным требованиям. Себестоимость полученных продуктов за счёт использования местного минерального сырья и отечественной серной кислоты должна быть ожидаемо ниже себестоимости импортируемых. Для детального исследования рекомендуется организовать опытное производство указанных продуктов из глинозёмсодержащих руд в более масштабных количествах.

*Поступило 10.04.2024 г.*

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Misra C. Industrial Alumina Chemicals. – ACS Monograph 184, American Chemical Society: Washington, DC, 1986.
2. Wefers K., Misra C. Oxides and Hydroxides of Aluminum. – Alcoa Technical Paper 19, revised, Alcoa Laboratories: Alcoa Center, PA, 1987.
3. Gale J.D., Rohl A.L., Milman V., Warren M.C. An ab initio study of the structure and properties of aluminum hydroxide: gibbsite and bayerite. – J. Phys. Chem., B 2001, 105, pp. 10236-10242.
4. Lefèvre G., Fédoroff M. Synthesis of bayerite ( $\beta$ -Al(OH)<sub>3</sub>) microrods by neutralization of aluminate ions at constant pH. – Mater. Lett., 2002, №56, pp. 978-983.
5. Du X.L., Su X.H., Wang Y.Q., Li J.G. Thermal decomposition of grinding activated bayerite. – Mater. Res. Bull., 2009, №44, pp. 660-665.
6. Наимов Н.А., Сафиев Х., Мирсаидов У., Раджабзода Н.Х., Рузиев Дж.Р. Физико-химические и технологические аспекты переработки каолиновых глин месторождения «Чашмасанг» способом сульфатизации. – Изв. вузов. Химия и хим. технология, 2024, т. 67, Вып. 2, с. 67-73. DOI: <https://doi.org/10.6060/ivkkt.20246702.6873>
7. Наимов Н.А., Сатторов С.А., Аминджони Г., Рафиев Р.С., Мирсаидов У., Сафиев Х. Опытное-промышленный выпуск очищенного коагулянта из каолиновых глин месторождения “Чашма-Санг” и его лабораторное испытание. – Мат-лы Междунар науч.-практ. конф., посвящ. памяти академика НАНТ, доктора химических наук, профессора Хайдара Сафиева на тему: «Развитие новых направлений в химии и химической технологии», Душанбе, (26 октября 2023 г.), с.10-15.
8. Наимов Н.А., Аминджони Г., Ахмадшоев И.Ш., Шокаримов С.М., Аслонов А.А., Сафиев Х. Выпуск опытного количества глинозема, фторида алюминия и криолита из байерита, полученного из каолиновой глины месторождения “Чашма-Санг”. – Мат-лы Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. памяти академика НАНТ, доктора химических наук, профессора Хайдара Сафиева на тему: «Развитие новых направлений в химии и химической технологии», Душанбе, (26 октября 2023 г.), с.46-51.

У.М.Мирсаидов\*, Н.А.Наимов, Қ.Ш.Холов, Г.Аминҷони, **Х.Сафиев**

## ТЕХНОЛОГИЯИ ҲОСИЛКУНИИ ГИЛХОК, ФТОРИДИ АЛЮМИНИЙ ВА КРИОЛИТ АЗ МИНЕРАЛИ БАЙЕРИТ

МД “Пажӯҳишгоҳи илмию таҳқиқоти металлургия”-и ҶСК “Ширкати Алюминийи Тоҷик”,

\*Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,

\*Агентии амнияти химиявӣ, биологӣ, радиатсионӣ ва ядроии АМИ Тоҷикистон

Дар мақола натиҷаҳои таҳқиқот оид ба ҳосил намудани миқдори таҷрибавии гилхок, фториди алюминий ва криолит аз минерали байерит, ки аз гили каолини кони «Чашма-Санг» бо усули сулфаткунӣ истеҳсол шудааст. Дар асоси натиҷаҳои таҳқиқот ба миқдори як кг гилхок, фториди алюминий ва криолит ҳосил ва дақиқияти онҳо бо таҳлилҳои физикавӣ химиявӣ тасдиқ карда шуданд. Мувофиқи таҳлилҳои физикавӣ химиявӣ, маҳсулотҳои аз минерали байерит ҳосилшуда ба талаботҳои стандарти ҷавобгӯӣ буда, онҳоро метавонанд дар истеҳсолоти электролизи алюминий истифода намојанд.

**Калимаҳои калидӣ:** байерит, сульфати алюминий, гили каолин, гилхок, фториди алюминий, криолит, кони «Чашма-Санг».

U.M.Mirsaidov\*, N.A.Naimov, Q.Sh.Kholov, G.Aminjoni, **H.Safiyev**

## TECHNOLOGIES FOR PRODUCTION OF ALUMINA, ALUMINIUM FLUORIDE AND CRYOLITE FROM BAYERITE MINERAL

State Institution «Scientific Research Institute of Metallurgy» JSC «Tajik Aluminium Company»

\*National Academy of Sciences of Tajikistan,

\*Chemical, biological, radiological, and nuclear safety and security agency, NAS of Tajikistan

The article presents the results of research on obtaining experimental amount of alumina, aluminium fluoride and cryolite from the mineral bayerite obtained from kaolin clay of “Chashma-Sang” deposit by sulphatization method. The results were 1 kg each of alumina, aluminium fluoride and cryolite, the reliability of the composition of which was confirmed by physicochemical methods of analysis. According to physicochemical analyses, the products obtained from bayerite mineral meet regulatory requirements and can be used in the electrolytic production of aluminium.

**Key words:** bayerite, aluminium sulphate, kaolin clay, alumina, aluminium fluoride, cryolite, Chashma-Sang deposits.



**Сведения об авторах:**

1. Мирсаидов Улмас Мирсаидович – доктор хим. наук, Агентство по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности НАНТ, главный научный сотрудник. E-mail: ulmas2005@mail.ru;
2. **Наимов Носир Абдурахмонович** – кандидат техн. наук, ГУ «Научно-исследовательский институт металлургии» ОАО «ТАЛКО», директор. E-mail: nosser2016@outlook.com;
3. **Холов Курбонали Шарифович** – ГУ «Научно-исследовательский институт металлургии» ОАО «ТАЛКО», инженер-технолог лаборатории переработки местного глинозём, фтор и углеродсодержащего сырья. E-mail: inmet.talco@mail.ru;
4. **Аминджони Гиёсиддин** – кандидат техн. наук, ГУ «Научно-исследовательский институт металлургии» ОАО «ТАЛКО», зав. лаборатории переработки местного глинозём, фтор и углеродсодержащего сырья. E-mail: boboev-aminjon@mail.ru.

УДК 574.9+581.552+632.1658

Специальность: 1.5.21 – Физиология и биохимия растений

**А.Б.Сафаралихонов****ВОДОУДЕРЖИВАЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ ЛИСТЬЕВ АКАНТОЛИМОНА  
ПАМИРСКОГО В УСЛОВИЯХ ВЫСОКОГОРЬЯ***Национальная академия наук Таджикистана,**Памирский биологический институт им. академика Х.Юсуфбекова НАН Таджикистана**(Представлено академиком НАН Таджикистана О.А.Акназаровым 08.02.2024 г.)*

*В статье приводятся результаты экспериментальных данных о водоудерживающей способности листьев акантолимона памирского в условиях высокогорья. Показано, что водоудерживающая способность листьев у акантолимона на обеих высотах гораздо слабее в начальных фазах онтогенеза в сравнении с более поздними периодами вегетации. При этом потеря воды с поверхности листьев при завядании в условиях Джелонды сравнительно выше, чем в условиях Чечекты. Обнаружена прямая зависимость водоудерживающей способности листьев акантолимона от динамики температуры воздуха как в течение суток, так и в течение сезона.*

**Ключевые слова:** акантолимон, водоудерживающая способность, высокогорье, Памир.

Высокогорные пустыни Памира являются одним из крайних вариантов аридных территорий земного шара и представляют исключительные возможности для изучения приспособления обитающих здесь растений к недостатку почвенной влаги и взаимоотношений между водным режимом почв и растений. Особенности географического положения и орографического строения определили собой своеобразный комплекс естественных условий Памира. На хребтах, окружающих Памирское нагорье, осаждается почти вся влага из проходящих над ними влажных воздушных течений. Вследствие этого на обширных долинах Памира, лежащих на высотах 3500-4000 м, выпадает ничтожное количество осадков. Это определяет главную характерную особенность климата – исключительную сухость, проявляющуюся как в резкой обедненности почв влагой, так и в низкой относительной влажности воздуха. Постоянные иссушающие ветры в этих условиях увеличивают сухость как воздуха, так и почвы [1].

Для познания различных сторон водного хозяйства растений важно иметь представление и о том, насколько сильное высыхание могут переносить растения без вреда. У различных экологических типов растений скорость уменьшения водного запаса весьма различна. Суккуленты воду теряют очень медленно. Ксерофиты, хотя и теряют воду сначала с достаточно большой скоростью, однако дальнейшая водоотдача происходит в замедленном темпе. Мезофиты и гигрофиты испаряют воду наиболее быстро. Быстрота высыхания зависит как от скорости испарения, так и от величины водных запасов [2].

*Адрес для корреспонденции: Сафаралихонов Айнулло Бародархонович, 736002, Республика Таджикистан, г. Хорог, ул. Холдорова, 1, Памирский биологический институт НАНТ. E-mail: ayn84\_27@mail.ru.*

Целью работы являлось изучение водоудерживающей способности листьев акантолимона памирского в аридных условиях высокогорья Памира.

**Объекты и методы исследования**

Объектами исследований служили дикорастущие растения акантолимона памирского (*Acantholimon pamiricum Czerniak*). Эти подушковидные растения хорошо приспособились в местах с ограниченным доступом к почвенной влаге. Полевые опыты проводились на разных высотных зонах высокогорья Памира: в пределах агроэкологической станции Джелонды, (Западный Памир) на высоте 3600 м над ур. м. и опорного пункта Чечекты (Восточный Памир) на высоте 3860 м над ур. м. Для определения водоудерживающей способности листьев в фазах листообразования и цветения был проведён отбор листьев методом случайной выборки. Водоудерживающую способность листьев определяли в ясные солнечные дни с 8 до 16 часов. Срезанные листья взвешивали на торсионных весах (ВТ 1000), оставляли на 1 час для завядания. По истечению этого времени исследуемый материал повторно взвешивали и высушивали до абсолютного сухого веса для определения сухой массы навески [2]. Статистический анализ данных проводили по Ю.Урбаху [3].

**Результаты и их обсуждения**

Результаты экспериментальных работ по изучению водоудерживающей способности листьев акантолимона памирского в засушливых условиях высокогорья в разных фазах вегетации показали, что в течение онтогенеза на больших высотах наблюдается высокая водоудерживающая способность листьев у изученных растений. Как показали полученные результаты, у акантолимона памирского в фазе образования листьев максимум потери воды с поверхности листа обнаружен в 10<sup>00</sup> часов как в условиях Джелонды, так и в условиях Чечекты, что составляет 29.7 и 25.8% соответственно. К концу дня испарение воды с поверхности листьев сократилось на 44.1 и 46.8% на обеих изученных высотах (табл. 1).

Таблица 1

Водоудерживающая способность листьев акантолимона памирского в разных фазах онтогенеза в аридных условиях высокогорья (% , испарение воды с поверхности листа за 1 ч).

Фаза развития	Часы дня				
	8 <sup>00</sup>	10 <sup>00</sup>	12 <sup>00</sup>	14 <sup>00</sup>	16 <sup>00</sup>
	Джелонды				
Листообразование	20.4±2.1	29.7±2.6	24.8±2.3	19.7±2.0	16.6±1.9
Цветение	13.6±1.5	21.5±2.2	17.7±1.9	14.9±1.8	11.8±1.6
	Чечекты				
Листообразование	17.9±1.8	25.8±2.4	20.4±2.2	18.8±1.9	13.7±1.6
Цветение	11.5±1.5	18.1±1.7	14.3±1.8	12.5±1.4	10.9±1.4

В фазе цветения водоудерживающая способность листьев растений акантолимона в условиях Джелонды сравнительно уменьшалась. В данном случае в полдень растения испаряли воду на 28.6% меньше по сравнению с фазой образования листьев. У растений акантолимона, произрастающих в условиях Чечекты, наблюдается аналогичная закономерность. В данном случае в фазе цветения наименьшую водоудерживающую способность листьев наблюдали в 10<sup>00</sup> часов. Испарение воды с поверхности листа в полдень составило 14.3%, что на 29.9% меньше относительно фазы образования

листьев. Следует отметить, что наибольшая водоудерживающая способность листьев на обеих высотах в фазе цветения наблюдается к концу дня, когда испарение воды с поверхности листа составляло 11.8% (Джелонды) и 10.9% (Чечекты). (см. табл. 1).

Следует подчеркнуть, что водоудерживающая способность листьев у акантолимона памирского в фазах листообразования и цветения в аридных условиях Джелонды и Чечекты, была наименьшей в самые жаркие периоды дня, что свидетельствует о прямой зависимости данного процесса от температуры воздуха (см. табл. 1).

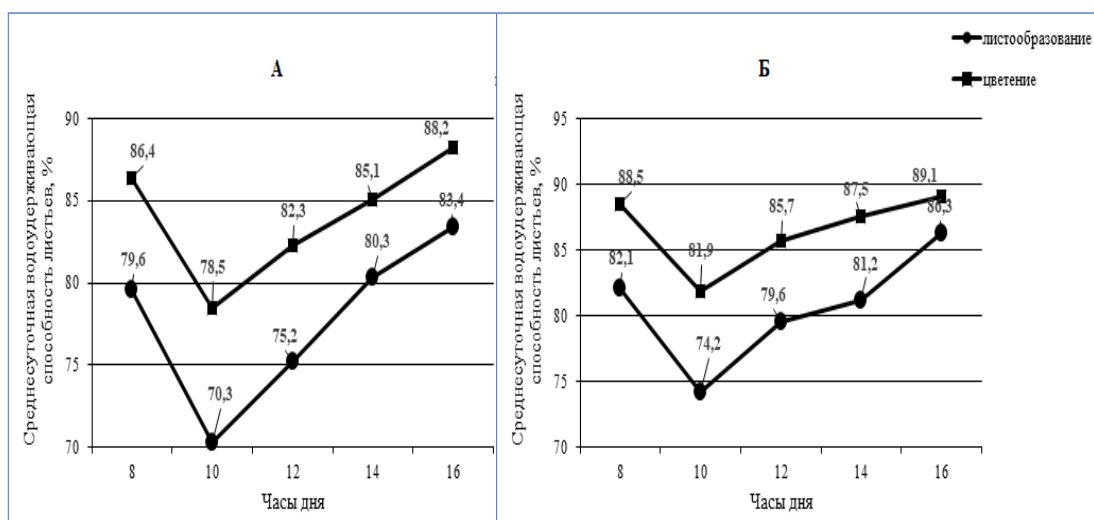


Рис. 1. Среднедневной ход водоудерживающей способности листьев акантолимона памирского в условиях высокогорья. А – Джелонды, Б – Чечекты.

Сравнение полученной информации о водоудерживающей способности листьев акантолимона между двумя высотами показало, что как в фазе листообразования, так и в фазе цветения у растений, произрастающих на обеих высотах наблюдали относительно высокие показатели водоудерживающей способности листа среднее значение, которых составило более 80%. Разница между двумя высотами была незначительной. Водоудерживающая способность листьев растений, произрастающих в условиях Чечекты была на 5% (фаза листообразования) и 7% (фаза цветения) больше по сравнению с растениями, произрастающих в условиях Джелонды (см. рис.1).

**З а к л ю ч е н и е**

Полученные экспериментальные данные показывают, что у акантолимона памирского в аридных условиях высокогорья (более 3500 м над уровнем м.) наблюдается высокая водоудерживающая способность листьев в течение онтогенеза. Показано, что водоудерживающая способность листьев у акантолимона на обеих высотах гораздо слабее в начальных фазах онтогенеза в сравнении с более поздними периодами вегетации. При этом потеря воды с поверхности листьев при их завядании в условиях Джелонды сравнительно выше, чем в условиях Чечекты.

Выявлена прямая зависимость водоудерживающей способности листьев акантолимона от динамики температуры воздуха как в течение суток, так и в течение сезона.

*Поступило 08.02.2024 г.*

## ЛИТЕРАТУРА

1. Свешникова В.М. Водный режим растений и почв высокогорных пустынь Памира. – Издательство АН ТаджССР, 1962, 247 с.
2. Христофорова Г.А. Определение засухоустойчивости зерновых культур по изменению параметров водного режима. Методические указания. – Л.: ВИР, 1982, 74 с.
3. Урбах Ю. Математическая статистика для биологов и медиков. – М.: Изд-во АН СССР, 1964, 323 с.

А.Б.Сафаралихонов

## ҚОБИЛИЯТИ ОБНИГОҲДОРИИ БАРГИ РАСТАНИИ АКАНТОЛИМОН ДАР ШАРОИТИ БАЛАНДКЎҲҲО

*Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,*

*Институти биологии Помир ба номи академик Х.Юсуфбекови АМИ Тоҷикистон*

Дар мақола натиҷаи тадқиқотҳои таҷрибавӣ оид ба қобилияти обнигоҳдории барги растани акантолимон дар шароити баландкӯҳҳо гирд оварда шудааст. Нишон дода шудааст, ки қобилияти обнигоҳдории барги акантолимон дар ҳарду баландии омӯхташуда дар давраҳои аввали онтогенез нисбат ба охири он султар арзёбӣ карда шуд. Дар баробари ин бухоршавии об аз сатҳ барг дар шароити Челондӣ нисбат ба Чечекдӣ баландтар мебошад. Муайян гардид, ки қобилияти обнигоҳдории барги растани акантолимон дар давоми шабонарӯз ва мавсим аз ҳарорати ҳаво вобастагии бевосита дорад.

**Калимаҳои калидӣ:** *акантолимон, қобилияти обнигоҳдорӣ, баландкӯҳҳо, Помир.*

A.B.Safaralikhonov

## WATER RETENTION ABILITY OF ACANTHOLIMON LEAVES IN HIGHLAND CONDITION

*National Academy of Sciences of Tajikistan,*

*Kh. Yusufbekov Pamir Biological Institute, NAS of Tajikistan*

This article provides an experimental information on water retention ability of acantholimon leaves in highland condition. It suggests that water retention ability of acantholimon leaves at both studied elevations was weaker at the earlier periods of ontogenesis as compare to later periods. At the same time water evaporation from the leaves surface decreased in Jelondi condition as compare to Chechekti. It was revealed the direct dependence of water retention ability of acantholimon plant's leaves from temperature dynamics during the day and season.

**Key words:** *acantholimon, water retention, highland, Pamir.*

### Сведения об авторе:

1. Сафаралихонов Айнулло Бародархонович – кандидат биол. наук, Памирский биологический институт им. Х.Юсуфбекова НАН Таджикистана, заместитель директора по науке и образованию. E-mail: ayn84\_27@mail.ru.

УДК 581.132.633.11

Специальность: 1.5.21 – Физиология и биохимия растений

Д.М.Давлятова

**ДНЕВНАЯ И СЕЗОННАЯ ДИНАМИКА ИНТЕНСИВНОСТИ ТРАНСПИРАЦИИ  
У КСЕРОФИТОВ, ПРОИЗРАСТАЮЩИХ В УСЛОВИЯХ АРИДНОЙ ЗОНЫ***Бохтарский государственный университет имени Н. Хусрава**(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана Б.Б.Джумаевым 20.03.2024 г.)*

В статье обсуждаются результаты исследований интенсивности транспирации ксерофитов, произрастающих в заповеднике «Тигровая балка» (Таджикистана), в дневной и сезонной динамике. Установлено, что у этих растений интенсивность транспирации с утра относительно низкая, повышается к полудню, затем постепенно снижается к вечеру. Высокая скорость испарения воды листьями отмечается в 11-12 и 14-15 часов дня. В сезонной динамике наиболее характерные высокие величины интенсивности транспирации наблюдаются в конце мая, июне и июле месяцев, а уменьшение – к осени (сентябрь, октябрь)

**Ключевые слова:** ксерофиты, верблюжья колючка (*Alhagi canescens* (Regel) Shap.ex Keller et Shap), полынь ферганская (*Artemisia ferganensis* Krasch. ex Poljak), листья, стебли, интенсивность транспирации, аридные условия.

При изучении процессов жизнедеятельности растений в природной обстановке, нельзя забывать о том, что они тесно связаны с изменениями окружающей среды. Среди основных физиологических процессов, происходящих в растениях, транспирация наиболее быстро реагирует на действия экологических факторов и изменение климата [1,2].

Ксерофиты, представленные значительным количеством видов в аридной зоне Таджикистана обладают не только большим диапазоном эколого-биологических характеристик, но и широким спектром возможностей хозяйственного использования, как источники кормовых, масличных, лекарственных, декоративных растений, поэтому эти исследования актуальны.

**Объекты и методы исследования**

Объектами исследования служили 2 вида растений – ксерофитов: верблюжья колючка (*Alhagi canescens* (Regel) Shap.ex Keller et Shap), полынь ферганская (*Artemisia ferganensis* Krasch. ex Poljak), которые произрастают на всей территории заповедника.

Интенсивность транспирации измеряли по методу [3]

Статистическую обработку экспериментальных данных проводили по Б.А. Доспехову (4) с использованием программы *Microsoft Excel 2010*. Достоверность различий определяли по *t* – критерию Стьюдента при числе степеней свободы  $n = (n + n^2) - 2 = 4$  и уровне значимости  $P = 0.01$ .

---

**Адрес для корреспонденции:** Давлятова Дилором Мирзоахмадовна. 735140, Таджикистан, г. Бохтар, ул. Айни, д. 67, Бохтарский государственный университет им. Носира Хусрава. E-mail: davlatova0072@mail.ru

**Результаты исследования и обсуждение**

В течение двух лет в дневной и сезонной динамике определяли интенсивность транспирации у ксерофитов – верблюжья колючка и у полыни ферганской.

Результаты этих исследований представлены в табл. 1.

Как видно из табл. 1 при измерении интенсивности транспирации в дневной динамике утром в 8.00ч., листья молодых всходов верблюжьей колючки имели интенсивность транспирации 687.1 мг/г сыр. массы. В полдень величина интенсивности транспирации повышается почти на 50%, днём в 14.00 интенсивность транспирации увеличивается почти в 2 раза. В фазе образования листьев (11.05.18) интенсивность транспирации в 8.00 немного понижается по сравнению с фазой начала образования листьев, но успевает к 11.00 и 14.00 часам увеличить интенсивность транспирации в 2.5 раза (1544.1; 1554.5 мг/г час). В июле, когда растения переходят в фазу отрастания - образования и продолжения формирования ветвей, интенсивность транспирации повышается, так как растение теряет много воды - из-за высокой температуры воздуха и почвы. Высокая солнечная инсоляция, заставляет листья увеличивать интенсивность транспирации. Верблюжья колючка, имея длинные корни, которые снабжают влагой из подземных вод, активно транспирируют, благотворно способствуют балансу оводнённости листьев и всех органов верблюжьей колючки.

Таблица 1

Интенсивность транспирации (мг/г·час) у листьев верблюжьей колючки в условиях заповедника «Тигровая балка» 2018 г.

Фаза развития	Дата наблюдений	Время измерений, часы		
		8 <sup>00</sup>	11 <sup>00</sup>	14 <sup>00</sup>
Всходы, весеннее отрастание листьев	28.04.18	687.1	1021.6	1396.8
Образование листьев	11.05.18	620.5	1544.1	1554.5
Начало образования ветвей	27.05.18	633.3	1778.3	1548.5
Ветвление (2-период фазы)	09.06.18	727.7	1825.1	1645.4
Появление соцветий	23.06.18	667.5	1876.2	1843.2
Формирование соцветий	07.07.18	540.4	1668.9	1864.5
Цветение	21.07.18	536.4	1773.8	1497.4
Образование семян	04.08.18	542.0	1517.2	1429.8
Созревание семян	24.08.18	961.5	1495.6	1297.6
Начало отмирания побегов	19.09.18	550.0	1074.0	1703.5
Отмирание побегов	10.10.18	312.8	1198.5	762.7

Таблица 2

Интенсивность транспирации (мг/г·час.) листьев полыни ферганской в условиях заповедника «Тигровая балка», 2018 г.

Фаза развития	Дата наблюдений	Время измерений, часы		
		8 <sup>00</sup>	11 <sup>00</sup>	14 <sup>00</sup>
Всходы, весеннее отрастание	28.04.18	344.9	435.9	346.3
Начало формирования листьев	11.05.18	340.9	685.9	499.3
Сформированные листья	27.05.18	379.2	780.9	428.9
Начало формирования ветвей	09.06.18	828.7	821.5	479.0
Активное ветвление	23.06.18	613.9	529.2	864.9
полное ветвление	07.07.18	414.3	585.8	847.8
Гипобиоз – состояние покоя	21.07.18	485.3	681.8	733.5
	04.08.18	454.9	627.1	681.9
Формирование соцветий	24.08.18	550.8	636.0	672.1
Образование семян	19.09.18	496.3	693.3	848.2
Созревание семян;	10.10.18	411.3	675.5	638.5

В июле в фазу появления соцветий, формирования и полного цветения, когда наблюдается максимальная жара, в утренние часы (8.00 и 11.00) интенсивность транспирации увеличивается более, чем в 3 раза. В период максимального повышения температуры воздуха и почвы листья верблюжьей колючки успешно преодолевают этот сложный период вегетации, чему способствуют внутренние механизмы адаптации и устойчивости к различным факторам воздействия аридных условий. Когда растение верблюжьей колючки переходит в фазу формирования семян и их созревания - в этот период в августе, когда температура воздуха и почвы понижаются, и особенно, ночи становятся прохладными, – утром (8.00 ч) наблюдается высокая интенсивность транспирации. Но, уже в полдень и днём наблюдается небольшое снижение интенсивности транспирации, хотя в период образования семян транспирация понижается, но сохраняется её относительно высокий уровень. В последующий период вегетации – происходит отмирание побегов, как правило они подсыхают, но всё же оставшиеся зелёные листья - (целые и или наполовину подсохшие) продолжают транспирировать т.е. создают относительное равновесие для жизнедеятельности изученных растений верблюжьей колючки, которые приспособились в процессе эволюции и таким образом проявили устойчивость в преодолении влияния экстремальных факторов на верблюжью колючку.

При изучение второго ксерофита полыни ферганской табл. 2 наблюдается также высокая интенсивность транспирации в листьях, в процессе вегетации по величинам, она была ниже почти в 2 раза по сравнению с верблюжьей колючкой. В мае листья полыни – утром (8.00), полдень (11.00) и днём (14.00) имеют почти одинаковую интенсивность транспирации. В период начала образования ветвей, интенсивность транспирации (9.06.2018) листьев увеличивается почти в 1.5 раза, но днём (14.00) интенсивность транспирации у растений полыни ферганской понижается почти в 2 раза, такие перепады в величинах интенсивности транспирации говорят о состоянии растений, которые стараются сохранить оптимальный уровень водоснабжения для обеспечения механизмов жизнедеятельности растений полыни ферганской. В период гипобиоза (жарапокой) вегетации, которые приходится на июль – жаркий месяц, интенсивность транспирации продолжает оставаться на почти одном уровне. В августе у полыни ферганской повышается интенсивность транспирации незначительно, но остаётся почти одинаковой в 11.00 ч и 14.00 ч, то есть растения продолжают транспирировать в эти часы, на почти одном уровне до конца вегетации, вплоть до фазы созревания семян.

Во второй год исследования интенсивность транспирации листьев в общем была ниже, чем в 1-ый год исследования, видимо климат был жестче, по сравнению с предыдущим. В 8.00 ч утра интенсивность транспирации была относительно активна, в полдень и в 14.00 она повышается почти в 1.5-2.0 раза на протяжении всей вегетации и только к концу вегетации (период образования семян) понижается, но интенсивность транспирации остаётся на относительно умеренном уровне, в утренние часы – 8.00 наблюдали активное понижение транспирации.

У полыни ферганской во второй год были относительно повышенными величины интенсивности транспирации уже с первых фаз в листьях полыни и в процессе всей вегетации. Полынь активно транспирировала до конца вегетации, включая и фазу созревания семян.



Таблица 3

Интенсивность транспирации (мг/г·час) у листьев верблюжьей колючки в условиях заповедника «Тигровая балка», 2019 г.

Фаза развития	Дата наблюдений	Время измерений, часы		
		8 <sup>00</sup>	11 <sup>00</sup>	14 <sup>00</sup>
Всходы, весеннее отрастание	17.04.19	702.9	1009.7	1124.7
Развитие листьев	15.05.19	644.4	1106.6	1202.8
Ветвление	12.06.19	705.3	1035.6	1165.6
Формирование соцветий	21.07.19	411.8	1062.8	1130.4
Цветения	20.08.19	81.4	979.8	1034.1
Образование семян	20.09.19	31.5	816.6	847.9

Интенсивность транспирации относительно невысока утром и нарастает к полудню, затем снижается к вечеру. Высокая скорость расхода воды листьями в наших исследованиях отмечается в 11-12, 14-15 часов. В сезонной динамике характерны высокие величины этого показателя в конце мая, июне и июле, и уменьшение – к осени (сентябрь, октябрь). Для выявления регуляции транспирации растений пустыни в дневной и в сезонной динамике, видимо, нужна более чёткая согласованность хода транспирации, которая связана с солнечной инсоляцией и температурой воздуха [Свешникова, 1962].

Таблица 4

Интенсивность транспирации (мг/г·час) у листьев полыни ферганской в условиях заповедника «Тигровая балка», 2019 г.

Фаза развития	Дата наблюдений	Время измерений, часы		
		8 <sup>00</sup>	11 <sup>00</sup>	14 <sup>00</sup>
Всходы, весеннее отрастание	17.04.19	507.5	190.9	969.3
Развитие листьев	15.05.19	743.9	748.5	837.7
Ветвление	12.06.19	715.9	840.4	778.4
Состояние покоя, или гипобиоз,	21.07.19	793.7	864	774.6
Появление соцветий	20.08.19	742.5	822.5	745.3
Цветения	20.09.19	417.9	728.8	652.8

В наших исследованиях, мы изучали скорость потери воды во времени, но не касались механизма регулирования отдачи воды – посредством движения устьиц или другими способами.

Таким образом, изучая два года подряд, интенсивность транспирации ксерофитов – верблюжьей колючку и полынь ферганскую, которые произрастая в аридных зонах приспособились к экстремальным условиям, проявляя толерантность, им характерную адаптацию, которая выработалась в процессе эволюции и при этом сумели сохранить некоторые особенности механизма физиолого – биохимических систем жизнедеятельности ксерофитов.

Поступило 20.03.2024 г.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Свешникова В.М. Водный режим и почвы высокогорных пустынь Памира. – Тр. Ин-та бот. АН ТаджССР, т. XIX, 1962, 247. с.

2. Давлятова Д.М., М.Б. Ниязмухамедова, Д. Бердиев, М.М. Рахимов, Н. Камолов. Ф.А. Косумбекова. Водный режим галофитов, произрастающих в заповеднике “Тигровая балка” в Таджикистане. – Мат-лы междунар. науч. конф. по биологии и биотехнологии растений. – г. Алматы, Казахстан, 2014, с. 385.
3. Иванов Л.А., Силина А.А., Цельникер Ю.Л. О методе быстрого взвешивания для определения транспирации в естественных условиях – Бот. журн., 1950, т.35, №2, с.171-185.
4. Доспехов Б.А. Методика полевого опыта. – М.: Колос, 1985, 352 с.

Д.М.Давлятова

## ТАҒЙИРЁБИИ ШИДДАТНОКИИ ТРАНСПИРАТСИЯ ДАР ДАВОМИ РӯЗ ВА МАВСИМ ДАР КСЕРОФИТҲОИ МИНТАҚАИ ХУШК

*Донишгоҳи давлатии Бохтар ба номи Носири Хусрав*

Дар мақола натиҷаҳои тадқиқот оид ба шиддатнокии транспиратсияи 2 намуди ксерофитҳо, ки дар мамнӯъгоҳи «Бешаи палангон» мерӯянд, дар давоми рӯз ва мавсими нашъунамо оварда шудааст. Шиддати оббухоркуни, ки пагоҳӣ нисбатан паст буд, то нисфирузӣ зиёд шуда, бегоҳ кам мешавад. Суръати баланди сарфи об дар таҳқиқоти соати 11-12 ва 14-15 мушоҳида карда мешавад. Динамикаи мавсимӣ бо нишондиҳанда обҳои баланд дар охири моҳи май, июн ва июл ва қоҳиши тирамоҳ (сентябр, октябр) дода мешавад.

**Калимаҳои калидӣ:** ксерофитҳо, ушутурхор (*Alhagi canescens (Regel) Shap.ex Keller et Shap*), яфшонии фарғона (*Artemisia ferganensis Krasch. ex Poljak*), барғҳо, пояҳо, шиддатнокии оббухоркуни, хушкзамин.

D.M.Davlyatova

## CHANGES IN TRANSPIRATION INTENSITY IN DAILY AND SEASONAL DYNAMICS IN XEROPHYTES GROWING IN THE ARID ZONE

*N.Khusraw Bokhtar State University*

In this article discusses the results of studies on the intensity of transpiration of 2 species of xerophytes growing in the Tigrovaya Balka nature reserve, in daily and seasonal dynamics. The intensity of transpiration, relatively low in the morning, increases towards noon, then decreases towards evening. The high rate of water consumption in our studies is observed at 11-12, 14-15 hours. Seasonal dynamics are characterized by high values at the end of May, June and July, and a decrease in autumn (september, october) Changes in transpiration intensity in daily and seasonal dynamics in xerophytes growing in the arid zone.

**Key words:** xerophytes, camel thorn (*Alhagi canescens (Regel) Shap.ex Keller et Shap*), Fergana wormwood (*Artemisia ferganensis Krasch. ex Poljak*), leaves, stems, transpiration intensity, arid conditions.

### Сведения об авторе:

1. Давлятова Дилором Мирзоахмадовна – кандидат биологических наук, Бохтарский государственный университет имени Н.Хусрава, заведующая кафедрой общей экологии. E-mail: davlatova0072@mail.ru.

УДК 581.132.633.11

Специальность: 1.5.21 – Физиология и биохимия растений

**Ш.А.Байрамбекова****ИЗМЕНЧИВОСТЬ СОДЕРЖАНИЯ РАСТВОРИМЫХ УГЛЕВОДОВ  
В РАЗНЫХ ОРГАНАХ ЯЧМЕНЯ***Национальная академия наук Таджикистана,**Институт ботаники, физиологии и генетики растений НАН Таджикистана.**(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана Х.А.Абдуллаевым 07.03.2024 г.)*

*В статье приводятся результаты изучения содержания растворимых углеводов в колосе и элементах колоса (чешуйки и ости). Выявлен относительно активный синтез и высокое содержание растворимых углеводов. Обнаружено их значительное участие в формировании и созревании зерна, то есть, располагаясь ближе к зерну, легко и быстро передают растворимые углеводы непосредственно в зерновку.*

**Ключевые слова:** *ячмень, лист, стебель, колос, чешуя, ости, растворимые углеводы, фазы вегетации, богара.*

Ячмень является важной кормовой, продовольственной и технической культурой. Из зерна ячменя производят крупы (ячневую и перловую), ячменный кофе, а также получают мальц-экстракт-продукт, необходимый в хлебопекарной, кондитерской, фармацевтической, лакокрасочной, текстильной и кожевенной промышленности [1]. Зерно ячменя служит основным сырьем для пивоваренного производства. В этой связи исследование растворимых углеводов в разных органах различных сортов ячменя является весьма актуальным.

**Материалы и методы**

В качестве объектов исследования были использованы сорта ячменя местной селекции – Баракат, Пулоди (Оригинатор – Таджикский научно-исследовательский институт земледелия) и селекция Памирского биологического института НАНТ – Джау-Кабутак, Джау-Сафедак. Один сорт ячменя «Волжский Первый» из Российской Федерации. Этот сорт ячменя был любезно предоставлен в наше распоряжение профессором Н.В.Тупицыным из коллекции Ульяновской сельскохозяйственной академии Российской Федерации [2].

Опыты проводились на экспериментальном участке Института ботаники, физиологии и генетики растений НАН Таджикистана на высоте 835 м над ур.м. в условиях богары.

Посевы проводили в последней декаде ноября на богарных землях. Применяли общепринятые в Республике Таджикистан агротехнологии выращивания пшеницы [3,4], обычный широкорядный ленточный способ посева (расстояние между рядками составляло 25-30 см). Размер делянок 2 x 2 м.

---

**Адрес для корреспонденции:** *Ниязмухамедова Мукадам Бабаджановна. 734017, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Карамова, 27, Институт ботаники, физиологии и генетики растений НАНТ. E-mail: mukadam.44@mail.ru.*

Азотные и фосфорные удобрения вносили три раза во время вегетации растений: в фазах трубкования, колошения – цветения и молочной спелости.

Анализ содержания растворимых углеводов определяли по методу Дюбуа [5] на приборе Спеккол-11 (Швеция) в лаборатории института.

Статистическую обработку результатов исследований проводили по Б.А.Доспехову [6] с использованием программы *Microsoft Excel 2010*.

### Результаты и их обсуждения

У изученных сортов ячменя наблюдается следующая динамика синтеза и накопления по содержанию растворимых углеводов (рис. 1). Так, в фазе кущения у изученных сортов ячменя зафиксировали небольшое содержание растворимых углеводов, с небольшими величинами от 6.5 мг/ г сырой массы.

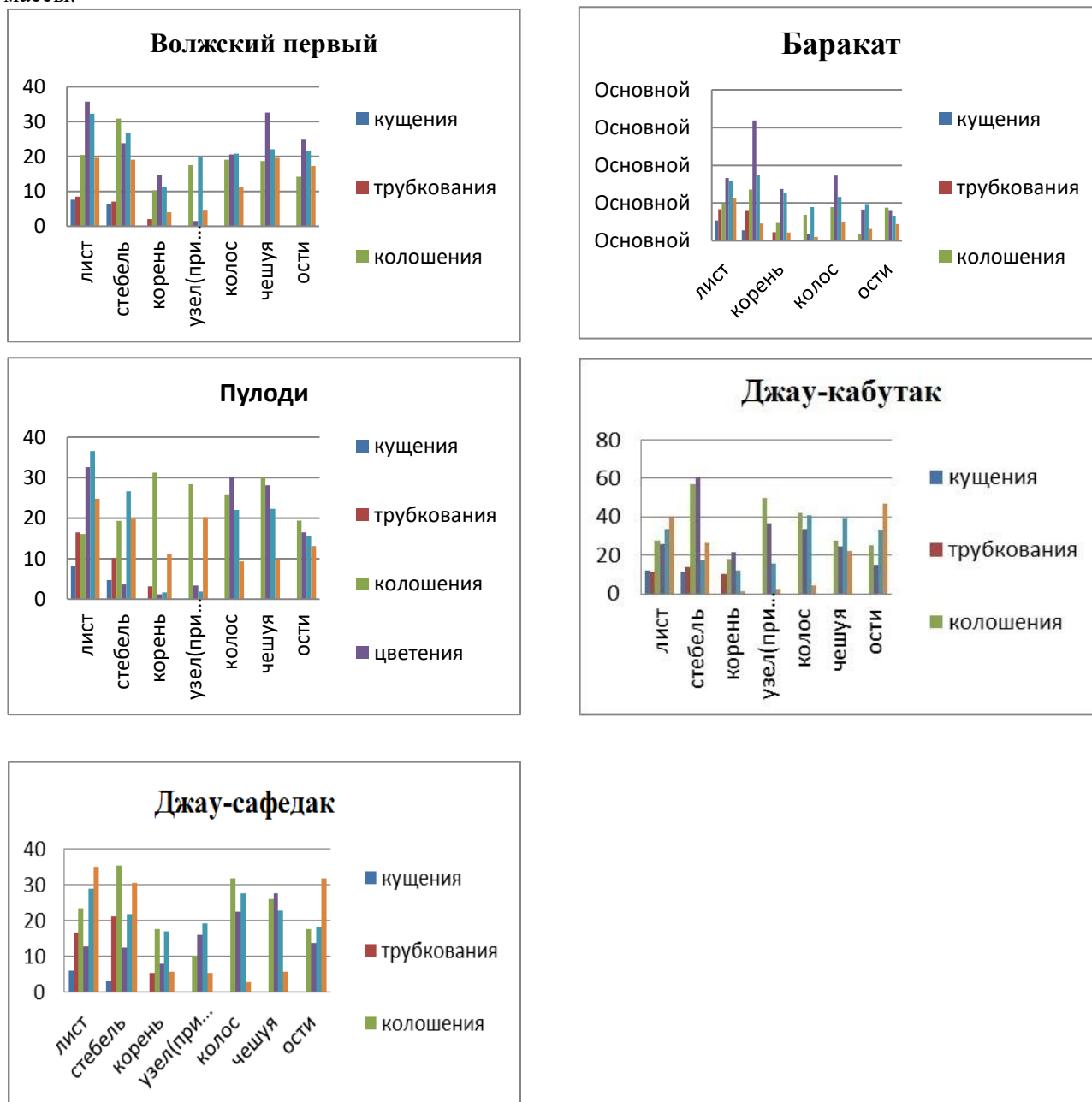


Рис. 1. Содержание растворимых углеводов в разных органах растений ячменя (мг/г сырой массы).

При изучении содержания растворимых углеводов в колосе и элементах колоса (чешуйки и ости) был выявлен относительно активный синтез и накопление растворимых углеводов, что в сумме составило относительно высокое содержание растворимых углеводов, которые также, учитывая их значительный вклад в период формирования и созревания зерна, располагаясь ближе к зерну, легко и быстро участвуют в передаче растворимых углеводов непосредственно в зерновку.

Таблица

Содержание растворимых углеводов (% сырой массы) в условиях богары, 2023 г.

Сорт	Фаза развития	лист	стебель	корень	узел кущения	колос	чешуя	ости
Волжский Первый	кущения	56.6	46.4	-	-	-	-	-
	трубкования	48.21	40.09	-	-	-	-	-
	колошения	15.56	23.56	7.86	13.34	14.56	13.80	10.83
	цветения	21.36	14.25	8.73	8.97	12.33	19.5	14.84
	молочная спелость	20.92	17.22	7.25	12.75	13.47	14.3	14.5
	восковая спелость	20.54	20.02	4.19	4.72	11.84	20.54	18.15
Баракат	кущения	66.04	33.9	-	-	-	-	-
	трубкования	45.13	42.70	12.16	-	-	-	-
	колошения	16.32	22.89	7.97	11.61	15.06	11.33	14.81
	цветения	16.23	31.09	13.40	6.63	16.83	8.09	7.55
	молочная спелость	19.27	21.03	15.41	10.75	14.08	11.48	7.97
	восковая спелость	35.45	14.47	6.84	3.34	16.06	10.06	14.15
Пулоди	кущения	63.8	31.15	-	-	-	-	-
	трубкования	55.40	53.05	10.68	-	-	-	-
	колошения	9.44	11.32	18.30	16.66	15.19	17.66	11.40
	цветения	19.67	14.25	6.76	14.09	18.28	16.96	9.95
	молочная спелость	23.37	16.98	7.43	13.95	14.05	14.24	9.96
	восковая спелость	22.92	18.29	10.35	18.6	8.59	9.05	12.10
Джау-Кабутак	кущения	50.86	49.13	-	-	-	-	-
	трубкования	31.90	39.31	28.77	-	-	-	-
	колошения	11.22	23.13	7.25	20.09	16.97	11.18	10.12
	цветения	11.90	27.94	9.88	16.77	15.44	11.16	6.89
	молочная спелость	17.42	9.18	6.36	8.13	21.17	20.4	17.26
	восковая спелость	27.68	18.27	0.67	1.69	2.89	15.67	32.89
Джау-Сафедак	кущения	66.7	33.29	-	-	-	-	-
	трубкования	38.37	48.9	12.68	-	-	-	-
	колошения	14.46	21.81	10.87	6.24	19.7	16.007	10.87
	цветения	11.24	11.06	7.11	14.16	19.92	24.43	12.04
	молочная спелость	18.62	14.11	10.8	12.43	17.7	14.56	11.72
	восковая спелость	29.8	26.12	4.88	4.62	2.35	4.79	27.32

В процентном расчёте по органам – репродуктивный орган колос, включающий чешую и ости, показали значительный вклад в наливе зерна в период формирования зерна. Так, у интродуцированного сорта ячменя Волжский Первый в сумме (колос+ости+чешуя) процентное содержание

растворимых углеводов составило 39.19% в фазе колошения, далее в процессе вегетации содержание растворимых углеводов увеличивается до 46.67%. При переходе в фазу молочной спелости содержание растворимых углеводов немного понижается, а к фазе восковой спелости доходит до 50.53% – это более половины количества растворимых углеводов, которые способствуют активному формированию зерна.

У ячменя местного продуктивного сорта Баракат также наблюдали активное накопление содержания растворимых углеводов в зависимости от фаз развития, но оно было немного ниже, чем у интродуцированного сорта ячменя Волжский Первый, что также способствует формированию зерна.

У ячменя сорта Пулоди сумма растворимых углеводов в колосе и элементах колоса (чешуя и ости) в фазе колошения составила 44.25%. В фазу цветения наблюдается небольшое повышение, а уже к фазе молочной спелости содержание растворимых углеводов уменьшается и к фазе восковой спелости величина растворимых углеводов понизилась до 29.74%, но также продолжало активно способствовать наливу и формированию качественного и ценного зерна.

У двух сортов ячменя, созданных в Памирском биологическом институте выявлены интересные показатели: у сорта Джау-Кабутак в сумме содержание углеводов в колосе + ости + чешуе в фазе восковой спелости составило 70.45% от суммы содержания углеводов во всём растении, а у Джау-Сафедак в сумме содержание углеводов колоса + ости + чешуя в фазу цветения количество растворимых углеводов доходило до 56.39%, затем в фазе восковой спелости постепенно снизилось до 34.46%.

Таким образом, наши исследования показали, что все изученные сорта ячменя имели активный синтез растворимых углеводов, которые участвуя в донорно-акцепторных отношениях выполняют роль первичных поставщиков ассимилятов – углеводов – доноров, которые участвуют в механизмах формирования хозяйственно-ценных компонентов – крахмала и белка в самой зерновке.

*Поступило 07.03.2024 г.*

#### Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Абдуламонов К., Акназаров Х. Продуктивность и питательная ценность некоторых зерновых культур в условиях Западного Памира. – Изв. АН РТ. Отд. биол. и мед. наук, 1991, №3-4, с.42-46.
2. Валяйкина М.В. Изучение нового сорта озимого ячменя Волжский Первый по хозяйственно-ценным признакам и свойствам. – Автореф. дисс.... канд. с.-х. наук. – Ульяновск, 2009, 48 с.
3. Научная система ведения сельского хозяйства Таджикистана (на тадж. яз.). – Душанбе: Матбуот, 2009, 764 с.
4. Научно-обоснованная система земледелия Таджикской ССР. – Душанбе: Ирфон, 1984, 498 с.
5. Dubois M., Gilles K.A., Hamilton J.K., Rebers P.A., Smith F. Colorimetric method for determination of sugars and related substances. – Analit. Chem., 1956, v.28, №3, pp. 350-356.
6. Доспехов Б.А. Методика полевого опыта. – М.: Колос, 1985, 352 с.

Ш.А.Байрамбекова

**ТАЪҒЙИРЁБИИ МИҚДОРИ КАРБОГИДРАТҲОИ ҲАЛШАВАНДА  
ДАР УЗВҲОИ ГУНОГУНИ ҶАВИ МАҲАЛЛӢ ВА АЗ РОССИЯ ВОРИД  
КАРДА ШУДА**

*Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,**Институти ботаника, физиология ва генетикаи растани АМИ Тоҷикистон*

Дар мақола натиҷаи омӯзиши миқдори карбогидратҳои ҳалшаванда дар ҳӯша ва элементҳои он (пулакча ва қилтиқи ҳӯша) оварда шудаанд, синтез ва ҷамъшавии карбогидратҳои ҳалшаванда, ки дар маҷмӯъ миқдори нисбатан баланди карбогидратҳои ҳалшавандаро ташкил медиҳанд, нишон дода шудааст. Инчунин бо назардошти саҳми назарраси онҳо дар давраи ташаккул ва пухтарасии ғалладона, ки ба дона наздиктар ҷойгиранд, дар интиқоли карбогидратҳои ҳалшаванда бевосита ба ғалла ба осонӣ ва зуд иштирок мекунанд.

**Калимаҳои калидӣ:** *ҷав, барг, поя, гӯш, тарозу, сояҳо, карбогидратҳои ҳалшаванда, фазаҳои растани, лалмӣ.*

Sh.A.Bayrambekova

**VARIABILITY OF THE CONTENT OF SOLUBLE CARBOHYDRATES  
IN DIFFERENT ORGANS OF BARLEY IN VARIETIES OF LOCAL BREEDING  
AND INTRODUCED FROM RUSSIA**

*National Academy of Sciences of Tajikistan,**Institute of Botany, Plant Physiology and Genetics, NAS of Tajikistan*

In this article the results of a study of the content of soluble carbohydrates in the ear and ear elements (scales and awns) are presents. A relatively active synthesis and accumulation of soluble carbohydrates was revealed, which in total amounted to a relatively high content of soluble carbohydrates, also taking into account their significant contribution to the period of formation and ripening grains, located closer to the grain, easily and quickly participate in the transfer of soluble carbohydrates directly into the grain.

**Key words:** *barley, leaf, stem, ear, scale, awns, soluble carbohydrates, vegetation phases, dry farming.*

**Сведения об авторах:**

1. **Байрамбекова Ширинмо Амирдиновна** – доктор PhD, Институт ботаники, физиологии и генетики растений НАН Таджикистана, младший научный сотрудник лаборатории генетики и селекции растений. E-mail: mukadam.44@mail.ru.

УДК 581.1.581.143

Специальность: 1.5.6 – Биотехнология

1.5.21 – Физиология и биохимия растений

**М.Р.Садриддинов, М.Х.Шукурова, М.М.Шарипова, З.Б.Давлятназарова,**  
член-корреспондент НАН Таджикистана **К.Алиев**

## **ОБРАЗОВАНИЕ АКТИВНЫХ ФОРМ КИСЛОРОДА И ПЕРОКСИДАЗЫ В КАЛЛУСАХ У РАЗЛИЧНЫХ ГЕНОТИПОВ КАРТОФЕЛЯ**

*Национальная академия наук Таджикистана,  
Институт ботаники, физиологии и генетики растений НАН Таджикистана*

*Растительные клетки, вводимые в культуру *in vitro*, испытывают стресс уже на ранних этапах культивирования вследствие накопления активных форм кислорода (АФК) и последующего окислительного процесса в клетке. Выявлено, что характер формирования морфогенных клеток каллуса и их регенерация зависят от устойчивости к стрессу генотипа картофеля и особая роль в этом принадлежит 6-БАП. Анализ полученных результатов показал, что морфогенные каллусы исследованных генотипов обладают более высокой активностью антиоксидантной системы, чем неморфогенные каллусы.*

**Ключевые слова:** *картофель, каллусогенез, 2,4-дихлорфеноксиуксусная кислота (2,4-D), 6-бензиламинопурин (6-БАП), регенерация, антиоксиданты.*

Культура каллусов широко применяется для генетического улучшения сортов и линий картофеля на клеточном уровне и получения новых сортов для дальнейшего использования в программах селекции [1]. Растительные клетки, вводимые в культуру *in vitro*, испытывают стресс на ранних этапах культивирования. Образующиеся в процессе культивирования активные формы кислорода (АФК) провоцируют окислительный стресс, приводящий к разрушению клеточных мембран и систем клетки (ядро, хлоропласты, митохондрии, рибосомы) и, в итоге, влияют на морфогенный потенциал растительной клетки [2,3]. Регуляторы роста, такие как 2,4-D и 6-БАП способны влиять на активность компонентов антиоксидантных систем и ингибировать последствия окислительного стресса [4].

Целью исследования было изучение влияния генотипа экспланта и гормонального состава питательной среды на каллусогенез и регенерационную способность неморфогенных и морфогенных каллусов, а также анализ перекисного гомеостаза клеток каллусов различных генотипов картофеля. Оценку перекисного гомеостаза неморфогенных и морфогенных каллусов проводили по образованию малонового диальдегида (МДА), являющегося продуктом перекисного окисления липидов (ПОЛ), а также по активности фермента антиоксидантной защиты – гваяколпероксидазы (ГВПО).

---

*Адрес для корреспонденции:* Садриддинов Мехриддин Рахматуллаевич, 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2, Институт ботаники, физиологии и генетики растений НАН Таджикистана. E-mail: lab-gen@mail.ru.



Предполагалось, что различные генотипы картофеля могут различаться по активности антиоксидантной системы в процессе каллусообразования и регенерации.

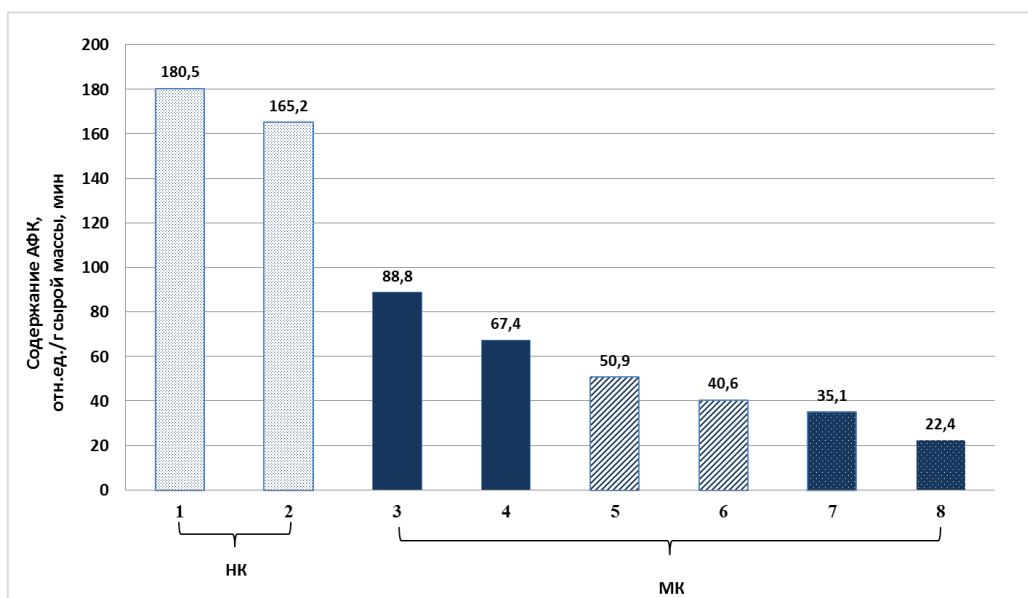
### Объекты и методы исследования

Объектами исследования служили экспланты, полученные из побегов двух генотипов картофеля таджикской селекции – №1 (сорт Файзабад) и №23 (сорт Таджикистан). Для каллусогенеза использовали среду Мурасиге-Скуга (МС) с добавлением 2.4-Д в концентрации 1 мг/л. Среда для регенерации содержала 6-БАП в концентрации 1 мг/л. Индекс роста каллусов определяли на 40 день культивирования и рассчитывали по формуле  $W_1 - W_0 / W_0$ , где  $W_0$  – начало каллусогенеза (10-15 день),  $W_1$  – конец каллусогенеза (40 день). Исходная масса ( $W_0$ ) составила примерно 40-50 мг. Повторность в вариантах 5-кратная.

Содержание супероксид анион-радикала кислорода ( $O_2^{\bullet-}$ ) определяли по [5]. Скорость генерации  $O_2^{\bullet-}$  рассчитывали по формуле  $E480 (κ) / t$  ( $t$  – время инкубации, мин.) и выражали в единицах активности. Активность гваяколпероксидазы определяли по методу [6] и выражали в мкмоль/г сырой массы мин. Содержание МДА определяли в реакции с тиобарбитуровой кислотой по методу [3,6].

### Результаты и обсуждение

Исследование показало, что в неморфогенных каллусных культурах накапливается достаточно высокое содержание АФК, которое составляет 165,2 и 180,5 активных единиц у генотипа №23 и генотипа №1 соответственно (рис. 1). При формировании морфогенных каллусных структур уровень содержания АФК сокращается на 41% у генотипа №23 и 49% у генотипа №1. При формировании регенерантов из морфогенных каллусов на среде без гормона, уровень содержания АФК менялся незначительно, но при добавлении в среду регенерации 6-БАП наблюдалось резкое снижение уровня АФК.



**Рис. 1.** Содержание супероксид анион-радикал кислорода ( $O_2^{\bullet-}$ ) в каллусах двух генотипов картофеля. (НК – неморфогенный каллус, МК – морфогенный каллус. 1 – НК генотипа №1; 2 – НК генотипа №23; 3 – МК генотипа №1; 4 – МК генотипа №23; 5 – регенеранты из МК, генотип №1; 6 – регенеранты из МК, генотип №23; 7 – регенеранты генотипа №1 из МК+6-БАП; 8 – регенеранты генотипа №23 из МК+ 6-БАП).

Возможно, высокое различие в содержании АФК между типами каллусных культур связано с тем, что гормональный статус у неморфогенных каллусов ниже, чем у морфогенных каллусов, что в

свою очередь задерживает дифференциацию клеток и провоцирует продукцию АФК в неморфогенных каллусах.

Накопление АФК инициировало перекисное окисление липидов (ПОЛ) как у морфогенных, так и у неморфогенных каллусов генотипов №1 и №23. На рис. 2 показано, что накопление МДА примерно одинаково высокое у неморфогенных каллусов, что коррелирует с образованием АФК. При формировании морфогенных каллусов содержание МДА снижается на 42% у генотипа №1 и на 66% у генотипа №23. При переводе регенерантов из морфогенного каллуса на среду с содержанием 6-БАП, наблюдалось незначительное изменение в содержании МДА у генотипа №1, а у генотипа №23 содержание МДА снизилось почти в два раза.

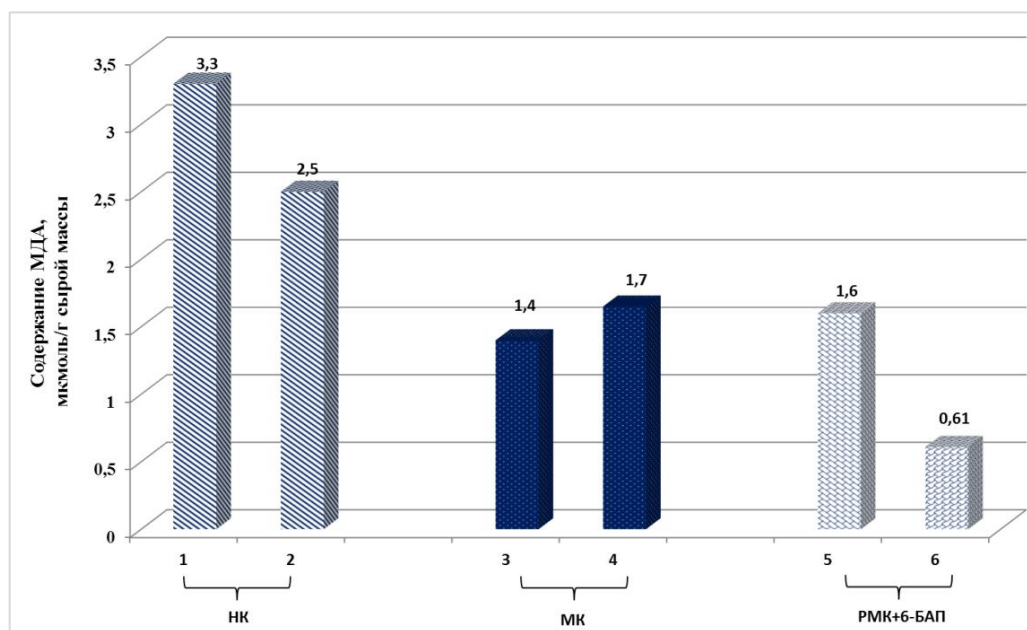


Рис. 2. Содержание МДА в каллусах двух генотипов картофеля.

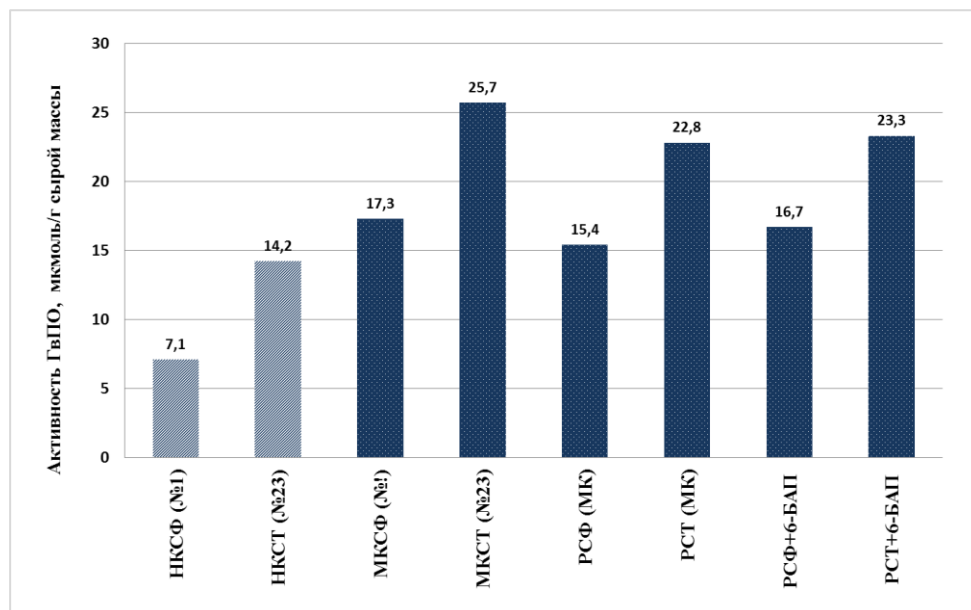
(НК – неморфогенный каллус, МК – морфогенный каллус. 1 – НК генотипа №1; 2 – НК генотипа №23. 3 – МК генотипа №1; 4 – МК генотипа №23. 5 – регенеранты генотипа №1 из МК+6-БАП; 6 – регенеранты генотипа №23 из МК+6-БАП).

Анализ активности антиоксидантного фермента – гваяколпероксидазы на различных этапах каллусогнеза: неморфогенном, морфогенном и на этапе регенерации в условиях *in vitro* представлен на рис. 3. Показано, что активность фермента в морфогенных каллусах и на этапах регенерации не одинакова. Неморфогенные каллусы имеют существенно низкий уровень активности ГвПО как у генотипа №1, так и у генотипа №23.

Таким образом, морфогенные каллусы обоих генотипов обладали высоким уровнем активности ГвПО, но морфогенные каллусы генотипа №23 отличались более высокой активностью данного фермента.

Полученные результаты показали, что изученные генотипы различаются по активности ГвПО, особенно генотип №23, который обладает более высокой активностью данного фермента по сравнению с генотипом №1, как на этапе каллусогнеза, так и на этапе регенерации. Активность ГвПО морфогенного каллуса выше, чем у неморфогенного каллуса, что составило суммарно 43 единиц активности.

Выявлено, что активность ГвПО у регенеранта генотипа №23 была в 1.5 раза выше по сравнению с генотипом №1, что может свидетельствовать об устойчивости данного генотипа к стрессу.



**Рис. 3.** Активность гваяколпероксидазы в клетках каллусов двух разноустойчивых генотипов картофеля. (СФ (№1) – сорт Файзабад. СТ (№23) – сорт Таджикистан. НК – неморфогенный каллус. МК – морфогенный каллус. РСФ (МК) – регенеранты сорта Файзабад из МК. РСТ (МК) – регенеранты сорта Таджикистан из МК. РСФ (МК)+6-БАП – регенеранты сорта Файзабад+6-БАП из МК. РСТ (МК)+6-БАП – регенеранты сорта Таджикистан+6-БАП из МК).

Механизм защиты растений от неблагоприятных факторов обусловлен активностью антиоксидантной системы, задача которой является подавление образования свободных радикалов в клетке. Анализ полученных результатов показал, что морфогенные каллусы исследованных генотипов, обладают более высокой активностью антиоксидантной системы, чем неморфогенные каллусы. Процесс регенерации морфогенных каллусов повышался при добавлении в среду культивирования 6-БАП у обоих генотипов, и, как следствие, активность антиоксидантной системы возрастала.

Таким образом, на основе полученных экспериментальных данных можно заключить, что, во-первых, по уровню накопления окислительных компонентов неморфогенные каллусы в процессе культивирования более подвержены окислительному стрессу, который, по всей видимости, связан с влиянием осмотического стресса и низкой гормональной активностью; во-вторых, системы защиты начинают формироваться уже в процессе образования морфогенных каллусов, и этот процесс усиливается при активной дифференциации клеток и образовании регенерантов; в-третьих, в ходе ризогенеза и органогенеза из морфогенных клеток каллуса значимую роль играет 6-БАП, так как повышает потенциал морфогенного каллуса и активацию дифференциации клеток; в-четвёртых, характер формирования морфогенных клеток каллуса и их регенерация зависят от устойчивости к стрессу генотипа растений. В нашем исследовании наиболее устойчивым является генотип №23, который по сравнению с генотипом №1, обладал более высокой антиоксидантной активностью, как на этапе каллусогенеза, так и на этапе регенерации.

*Поступило 21.03.2024 г.*

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Kumlaya A.M., Ercislib S. Callus induction, shoot proliferation and root regeneration of potato (*Solanum tuberosum* L.) stem node and leaf explants under long-day conditions – *Biotechnology & Biotechnological Equipment*, 2015, vol. 29, № 6, pp. 1075-1084.
2. Мирзохонова Г.О., Давлятназарова З.Б., Назарова Н.Н., Алиев К.А. Действие водного стресса на содержание полирибосом растений-регенерантов картофеля. – Доклады АН РТ, 2004, т. XLVII, №11-12, с.70-78.
3. Шукурова М.Х., Назарова Н.Н., Давлятназарова З.Б., Азимов М.Л., Карло К., Алиев К. Активность антиоксидантных систем растений картофеля в условиях солевого стресса в зависимости от форм азота в среде *in vitro*. – Известия АН РТ, Отд. биол. и мед. наук, 2010, №2 (171), с. 39-48.
4. Колмыкова Т.С., Клокова Е.В., Шаркаева Э.Ш. Влияние 6-БАП на активность каталазы растений томата в условиях температурного стресса – Самарский научный вестник, 2015, №2(11), с. 96-98.
5. Часов А.В., Гордон Л.Х., Колесников О.Н., Минбаева Ф.В. Пероксидаза клеточной поверхности – генератор супероксид-аниона в корнях клеток пшеницы при раневом стрессе. – Цитология, 2002, т. 44, с. 691-696.
6. Baege J.A., Aust S.D. Microsomal lipid peroxidation. – *Methods enzymol.*, 1978, v. 52, pp. 302-310.

**М.Р.Садриддинов, М.Х.Шукурова, М.М.Шарипова, З.Б.Давлятназарова, Қ.Алиев**  
**ТАШАКУЛИ ШАКЛҶОИ ФАЪОЛИИ ОКСИГЕН ВА ПЕРОКСИДАЗА ДАР**  
**КАЛЛУСИ ГЕНОТИПҶОИ ГУНОГУНИ КАРТОШКА**

*Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,*

*Институти ботаника, физиология ва генетикаи растани АМИ Тоҷикистон*

Ҳучайраҳои растани, ки ба муҳити *in vitro* ворид карда шудаанд, дар марҳилаҳои аввали парвариш ба стресс дучор мешаванд, ки боиси ташаққули шаклҳои фаъоли оксиген (ШФО) ва дар натиҷа равандҳои оксидшавӣ дар ҳучайра мешаванд. Ошкор карда шудааст, ки хусусияти ташаққули каллусҳои морфогенӣ ва барқароршавии онҳо аз муқовимати генотипҳои картошка ба стресс вобаста аст ва 6-БАП дар раванди барқароршавӣ нақши махсус мебозад. Таҳлили натиҷаҳо нишон дод, ки каллусҳои морфогенӣ генотипҳои таҳқиқшуда нисбат ба каллусҳои ғайриморфогенӣ фаъолияти системаи антиоксидантии баландтар доранд.

**Калимаҳои калидӣ:** картошка, ташаққули каллус, кислотаи 2,4-дихлорфеноксиуксусӣ (2,4-Д), 6-бензиламинопурин (6-БАП), барқароршавӣ, антиоксидантҳо.

M.R.Sadriddinov, M.Kh.Shukurova, M.M.Sharipova, Z.B.Davlyatnazarova, K.Aliev

## FORMATION OF THE REACTIVE OXYGEN SPECIES AND PEROXIDASE IN THE CALLI OF THE DIFFERENT POTATO GENOTYPES

*National Academy of Sciences of Tajikistan,*

*Institute of Botany, Plant Physiology and Genetics, NAS Tajikistan*

Plant cells introduced to *in vitro* culture experience stress at the early stages of cultivation, provoking the formation of reactive oxygen species (ROS) and, as a consequence, oxidative processes in the cell. Revealed, the nature of the formation of morphogenic calli and their regeneration depends on the potato genotypes' resistancy to a stress and 6-BAP plays a special role in the regeneration process. Analysis of the results showed that morphogenic calli of the studied genotypes have a higher activity of the antioxidant system than non-morphogenic calli.

**Key words:** *potato, callusogenesis, 2,4-dichlorophenoxyacetic acid (2,4-D), 6-benzylaminopurine (6-BAP), regeneration, antioxidants.*

### Сведения об авторах:

1. **Садриддинов Мехриддин Рахматуллаевич** – Институт ботаники, физиологии и генетики растений НАН Таджикистана, научный сотрудник. E-mail: sadriddinov.tj@mail.ru;
2. **Шукурова Мусаввара Хаитовна** – кандидат биол. наук, Институт ботаники, физиологии и генетики растений НАН Таджикистана, ведущий научный сотрудник. E-mail: musavvar@mail.ru;
3. **Шарипова Мавзуна Махмадризовна** – магистрант 2-го курса, Институт ботаники, физиологии и генетики растений НАН Таджикистана. E-mail: lab-gen@mail.ru;
4. **Давлятназарова Зульфия Буриевна** – доктор биол. наук, Институт ботаники, физиологии и генетики растений НАН Таджикистана, главный научный сотрудник. E-mail: zulfiyad@gmail.com;
5. **Алиев Курбон** – доктор биол. наук, Институт ботаники, физиологии и генетики растений НАН Таджикистана, заведующий лабораторией “Молекулярная биология и биотехнология растений”.