С О Д Е Р Ж А Н И Е

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

БОТАНИКА

БИОХИМИЯ

C O N T E N T S

BOTANY

BIOCHEMISTRY

МАТЕМАТИКА

УДК 511.344
Специальность: 1.1.5. Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

Академик НАН Таджикистана З.Х.Рахмонов

СРЕДНИЕ ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИЙ ЧЕБЫШЁВА С ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫМ ВЕСОМ В КОРОТКИХ ИНТЕРВАЛАХ

Национальная академия наук Таджикистана,
Институт математики им. А.Джураева НАН Таджикистана

Для средних значений функций Чебышёва с экспоненциальным весом степени n в коротких интервалах

$$t_n(x;q,y,\lambda)=\sum_{\chi \bmod q}\left|\sum_{x-y<m\le x}\Lambda(m)\chi(m)e(\lambda m^n)\right|$$

при $y\ge\sqrt{x}\mathscr{L}^2$, $q\le x^3y^{-3}$, $|\lambda|\le\left(x^{n-2}y^2\right)^{-1}$ *и* $n\ge 1$, *получена оценка*

$$t_n(x;q,y,\lambda)\ll x^{\frac{1}{2}+\frac{3}{10}\varepsilon}q+x^{\frac{n}{3}+\frac{3}{10}\varepsilon}y^{\frac{1}{2}}q|\lambda|^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{3}{10}}y^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}\mathscr{L}^{30}+y\mathscr{L}^{30},$$

из неё для коротких тригонометрических сумм с простыми числами при $\theta\ge 0.6$, $q\le x^{3-3\theta}$, $(a,q)=1$, $|q\alpha-a|\le x^{-n+2-2\theta}q$, *следует оценка*

$$\sum_{x-x^{\theta}<m\le x}\Lambda(n)e(\alpha m^n)\ll x^{\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\theta+\frac{1}{3}\varepsilon}q^{\frac{1}{2}}+\left(x^{\frac{3}{10}+0.5\theta}+x^{\theta}q^{-\frac{1}{2}}\right)\left(\tau(q)\right)^{\frac{\ln n}{\ln 2}}\mathscr{L}^{31},$$

которая в частности нетривиальна при $\theta>0.6+\frac{2}{7}\varepsilon$, *если* $P\le q\le\min(x^{\frac{1}{15}},x^{3-3\theta})$, *и* $P\ge\mathscr{L}^{\frac{66}{1-\varepsilon}}$, *что является усилением оценок принадлежащих ранее А.В. Кумчеву, и Б. Хуану.*

Ключевые слова: *средние значения, функция Чебышёва с экспоненциальным весом, короткие тригонометрические суммы с простыми числами, большие дуги.*

Для характера Дирихле χ по модулю q, фиксированного натурального n и вещественного λ вводим функцию

$$\psi_n(u,\chi,\lambda)=\sum_{m\le u}\Lambda(m)\chi(m)e(\lambda m^n),$$

которая при $\lambda=0$ совпадает с обычной функцией Чебышёва, и назовём её функцией Чебышёва с экспоненциальным весом степени n. В предположении справедливости расширенной гипотезы

Адрес для корреспонденции: *Рахмонов Зарулло Хусенович. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/4, Институт математики НАН Таджикистана. E-mail: zarullo-r@rambler.ru*

Римана для средних значений таких функций в коротких интервалах по всем характерам модуля q при $y \geq \sqrt{x}\mathscr{L}^2$, $\mathscr{L} = \ln xq$, имеет место оценка

$$t_n(x;q,y,\lambda) = \sum_{\chi \bmod q} |\psi_n(x,\chi,\lambda) - \psi_n(x-y,\chi,\lambda)| \ll y + x^{\frac{1}{2}} q \mathscr{L}^2. \tag{1}$$

При решении ряда задач теории простых чисел достаточно, чтобы для $t_n(x;q,y,\lambda)$ имелась оценка, близкая к (1). Эта задача при $\lambda = 0$ и $y = x$ превращается в классическую задачу о среднем значении функций Чебышёва вида

$$t(x;q) = \sum_{\chi \bmod q} \max_{y \leq x} |\psi(y,\chi)|,$$

которую исследовали Ю.В.Линник [1], А.А.Карацуба [2], Г.Монтгомери [3], Р.Вон [4], З.Х.Рахмонов [5]. Наилучший результат принадлежит автору [6,7] (см. также [8]. Он доказал, что

$$t(x;q) \ll x\mathscr{L}^{28} + x^{\frac{4}{5}} q^{\frac{1}{2}} \mathscr{L}^{31} + x^{\frac{1}{2}} q \mathscr{L}^{32}.$$

Автор [9,10], воспользовавшись методами работ [6,7,8], доказал, что если $y \geq x^{\frac{3}{5}}$, $q \leq xy^{-1}$, $|\lambda| \leq xy^{-2}$, то имеет место оценка

$$t_1(x;q,y,\lambda) \ll \left(x^{\frac{1}{2}} q + x^{\frac{1}{3}} y^{\frac{1}{2}} q |\lambda|^{\frac{1}{3}} \right) x^{0.5\varepsilon} + x^{\frac{3}{10}} y^{\frac{1}{2}} q^{\frac{1}{2}} \mathscr{L}^{35} + y\mathscr{L}^{35}.$$

В работе [11] методом получения последней оценки, а также работ [8] автор при $x \geq x_0$, $y \geq x^{0.7}$, $q \leq xy^{-1}$ и $|\lambda| \leq \left(2\pi n^2 x^{n-2} y^2\right)^{-1}$, доказал оценку

$$t_n(x;q,y,\lambda) \ll \left(x^{\frac{2}{3}} y^{-\frac{1}{6}} q + x^{\frac{7}{15}} y^{\frac{1}{3}} q^{\frac{1}{2}} \right) x^{0.6\varepsilon} + y\mathscr{L}^{32}. \tag{2}$$

В работе формулируется новая равномерная по параметрам оценка средних значений функций Чебышёва с экспоненциальным весом степени n в коротких интервалах по всем характерам Дирихле по модуля q.

Теорема 1. *Пусть* $y \geq \sqrt{x}\mathscr{L}^2$, $q \leq x^3 y^{-3}$, $|\lambda| \leq \left(x^{n-2} y^2\right)^{-1}$, *тогда справедлива оценка*

$$t_n(x;q,y,\lambda) \ll x^{\frac{1}{2}+\frac{3}{10}\varepsilon} q + x^{\frac{n}{3}+\frac{3}{10}\varepsilon} y^{\frac{1}{2}} q |\lambda|^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{3}{10}} y^{\frac{1}{2}} q^{\frac{1}{2}} \mathscr{L}^{30} + y\mathscr{L}^{30},$$

где постоянная под знаком Виноградова зависит от n *и* ε.

Отсюда получим следующую упрощенную оценку.

Следствие 1. *Пусть* $y \geq \sqrt{x}\mathscr{L}^2$, $q \leq x^3 y^{-3}$, $|\lambda| \leq \left(x^{n-2} y^2\right)^{-1}$, *тогда справедлива оценка*

$$t_n(x;q,y,\lambda) \ll x^{\frac{2}{3}+\frac{3}{10}\varepsilon} y^{-\frac{1}{6}} q + x^{\frac{3}{10}} y^{\frac{1}{2}} q^{\frac{1}{2}} \mathscr{L}^{30} + y\mathscr{L}^{30}.$$

где постоянная под знаком Виноградова зависит от n *и* ε.

Полученная оценка является усилением оценки (2).

Доказательство теоремы 1 проводится методом исследования средних значений арифметических функций типа функции Чебышева по всем характерам Дирихле, разработанным в работах [6-10].

Из теоремы 1 получим нетривиальные оценки для более коротких тригонометрических сумм с простыми числами вида $S_n(\alpha; x, y)$.

Теорема 2. *Пусть* $\theta \geq 0.6$, α *– вещественное число, а целые числа* a *и* q *удовлетворяют условиям*

$$q \leq x^{3-3\theta}, \qquad (a,q)=1, \qquad |q\alpha - a| \leq x^{-n+2-2\theta}q,$$

тогда для всякого $\varepsilon > 0$ *имеет место оценка*

$$S_n(\alpha; x, x^\theta) \ll \left(x^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{n}{3}+0.5\theta}q^{\frac{1}{6}}|q\alpha - a|^{\frac{1}{3}} \right) x^{\frac{1}{3}\varepsilon} + \left(x^{\frac{3}{10}+0.5\theta} + \frac{x^\theta}{q^{0.5}} \right) (\tau(q))^{\frac{\ln n}{\ln 2}} \mathscr{L}^{31}.$$

где постоянная под знаком Виноградова зависит от n *и* ε.

Из упрощенной оценки для $t_n(x; q, y, \lambda)$ в следствие 1, имеем

Следствие 2. *Пусть* $\theta \geq 0.6$, α *– вещественное число, а целые числа* a *и* q *удовлетворяют условиям*

$$q \leq x^{3-3\theta}, \qquad (a,q)=1, \qquad |q\alpha - a| \leq x^{-n+2-2\theta}q,$$

тогда для всякого $\varepsilon > 0$ *имеет место оценка*

$$S_n(\alpha; x, x^\theta) \ll x^{\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\theta+\frac{1}{3}\varepsilon}q^{\frac{1}{2}} + \left(x^{\frac{3}{10}+0.5\theta} + x^\theta q^{-\frac{1}{2}} \right) (\tau(q))^{\frac{\ln n}{\ln 2}} \mathscr{L}^{31}. \tag{3}$$

где постоянная под знаком Виноградова зависит от n *и* ε.

Представляя q в виде $q = x^{æ}$, где $æ = \ln q \mathscr{L}^{-1}$ и воспользовавшись соотношением $\tau(q) \ll q^{\frac{\ln 2}{2\ln n}\varepsilon}$, правую часть (3) представим в виде

$$S_n(\alpha; x, x^\theta) \ll x^\theta \left(x^{-\frac{7}{6}\left(\theta - \frac{3}{5} - \frac{3}{7}\left(æ - \frac{1}{15}\right) - \frac{2}{7}\varepsilon\right)} + x^{-\frac{1}{2}\left(\theta - \frac{3}{5} - æ\varepsilon - \frac{62\ln\mathscr{L}}{\mathscr{L}}\right)} + x^{-\frac{1}{2}\left(æ - æ\varepsilon - \frac{62\ln\mathscr{L}}{\mathscr{L}}\right)} \right).$$

Следовательно оценка (3) нетривиальна, если, выполняются условия

$$\theta > \max\left(\frac{3}{5} + \frac{3}{7}\left(æ - \frac{1}{15}\right) + \frac{2}{7}\varepsilon, \quad \frac{3}{5} + æ\varepsilon + \frac{62\ln\mathscr{L}}{\mathscr{L}} \right), \qquad æ > \frac{62\ln\mathscr{L}}{(1-\varepsilon)\mathscr{L}}.$$

Отсюда и из следствия 2, а также из неравенства $æ \le 3-3\theta \le 1.2-3.6\varepsilon$, получим следующие утверждения.

Следствие 3. *Пусть* $x \ge x_0$, $P \ge \mathscr{L}^{\frac{66}{1-\varepsilon}}$, α *– веществ иенное число, а целые числа* a *и* q *удовлетворяют условиям*

$$P \le q \le \min(x^{\frac{1}{15}}, x^{3-3\theta}), \qquad (a,q)=1, \qquad |q\alpha - a| \le x^{-n+2-2\theta}P,$$

тогда при $\theta > 0.6+\frac{2}{7}\varepsilon$ *оценка (3) нетривиальна.*

Следствие 4. *Пусть* $x \ge x_0$, $P > x^{\frac{1}{15}}$, α *– вещественное число, а целые числа* a *и* $q = x^{æ}$ *удовлетворяют условиям*

$$P \le q \le x^{3-3\theta}, \qquad (a,q)=1, \qquad |q\alpha - a| \le x^{-n+2-2\theta}P,$$

тогда при $\theta > \frac{4}{7}+\frac{3}{7}æ+\frac{2}{7}\varepsilon$ *оценка (3) нетривиальна.*

Ранее наилучшие оценки нетривиальные при $\theta \ge 0.75+\varepsilon$ в большие дуги и при $\theta \ge 0.7+\varepsilon$ в малых дуги принадлежали А. В. Кумчеву [11] и Б. Хуану [12].

Поступило 02.04.2025 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Линник Ю.В. Избранные труды – Л.: Наука, 1980.
2. Карацуба А.А. Распределение произведений сдвинутых простых чисел в арифметических прогрессиях. – Доклады АН СССР, 1970, т. 192, №4, с. 724-727.
3. Монтгомери Г. Мультипликативная теория чисел – М.: Мир, 1974.
4. Vaughan R. Mean value theorems in prime number theory. – J. London Math. Soc., 1975, v. 2, is. 10, pp. 153-162.
5. Рахмонов З.Х. Распределение чисел Харди Литтвлуда в арифметических прогрессиях. – Известия АН СССР. Серия математическая, 1989, т. 52, 1, с. 211-224.
6. Рахмонов З.Х. Теорема о среднем значении $\psi(x,\chi)$ и ее приложения. – Известия Российской Академии наук. Серия математическая, 1993, т. 57, №4, с. 55-71.
7. Рахмонов З.Х. Средние значения функции Чебышёва. – Доклады Российской Академии наук, 1993, т. 331, №3, с. 281-282.
8. Рахмонов З.Х., Нозиров О.О. О средних значениях функций Чебышёва и их приложениях. – Чебышевский сборник, 2021, т. 22, №5(81), с. 198-222.
9. Рахмонов З.Х. Средние значения функций Чебышёва в коротких интервалах. – Мат. межд. конф., посв. 175-летию со дня рождения П.Л.Чебышева, 14-19 мая 1996 г., МГУ им. М.В.Ломоносова, 1996, т. 1, с. 48-53.

10. Рахмонов З.Х. Средние значения функции Чебышева в коротких интервалах. – ДАН РТ, 1999, т. 42, №4, с.14-18.
11. Рахмонов З.Х. О средних значениях функций Чебышёва с экспоненциальным весом в коротких интервалах. – Доклады Национальной академии наук Таджикистана, 2024, т. 67, №9-10, с. 413-422.
12. Kumchev A. V. On Weyl sums over primes in short intervals. – "Arithmetic in Shangrila"–Proceedings of the 6th China-Japan Seminar on Number Theory. Series on Number Theory and Its Applications, 2012, v. 9, Singapore: World Scientific, pp. 116-131.
13. Huang B. Exponential sums over primes in short intervals and an application to the Waring-Goldbach problem. – Mathematika, 2016, v. 62, pp. 508-523.

З.Ҳ.Раҳмонов

ОИДИ ҚИМАТИ МИЁНАИ ФУНКСИЯҲОИ ЧЕБИШЁВ БО ВАЗНИ ЭКСПОНЕНСИАЛӢ ДАР ИНТЕРВАЛҲОИ КӮТОҲ

Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,

Институти математикаи ба номи А.Ҷӯраеви АМИ Тоҷикистон

Барои функсияҳои Чебишёв бо вазни экпоненциалии дараҷаи n дар интервалҳои кӯтоҳ

$$t_n(x;q,y,\lambda)=\sum_{\chi}\left|\sum_{x-y<m\le x}\Lambda(m)\chi(m)e(\lambda m^n)\right|,$$

ҳангоми $y\ge\sqrt{x}\mathscr{L}^2$, $q\le x^3y^{-3}$, $|\lambda|\le\left(x^{n-2}y^2\right)^{-1}$ ва $n\ge1$, баҳои

$$t_n(x;q,y,\lambda)\ll x^{\frac{1}{2}+\frac{3}{10}\varepsilon}q+x^{\frac{n}{3}+\frac{3}{10}\varepsilon}y^{\frac{1}{2}}q|\lambda|^{\frac{1}{3}}+x^{\frac{3}{10}}y^{\frac{1}{2}}q^{\frac{1}{2}}\mathscr{L}^{30}+y\mathscr{L}^{30},$$

гирифта шудааст, ки аз он из барои суммаҳои кӯтоҳи тригонометрӣ бо ададҳои содда ҳангоми $\theta\ge0.6$, $q\le x^{3-3\theta}$, $(a,q)=1$, $|q\alpha-a|\le x^{-n+2-2\theta}q$, баҳои

$$\sum_{x-x^{\theta}<m\le x}\Lambda(n)e(\alpha m^n)\ll x^{\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\theta+\frac{1}{3}\varepsilon}q^{\frac{1}{2}}+\left(x^{\frac{3}{10}+0{,}5\theta}+x^{\theta}q^{-\frac{1}{2}}\right)(\tau(q))^{\frac{\ln n}{\ln 2}}\mathscr{L}^{31},$$

бармеяд, ки он аз он ҷумла ҳангоми $\theta>0.6+\frac{2}{7}\varepsilon$ ғайритривиалӣ аст, агар $P\le q\le\min(x^{\frac{1}{15}},x^{3-3\theta})$, ва $P\ge\mathscr{L}^{\frac{66}{1-\varepsilon}}$ бошад ва ин аз баҳоҳои пештар ба А.В.Кумчев ва Б.Хуану таалуқдошта қавитар мебошад.

Калимаҳои калидӣ: *қиматҳои миёна, функсияи Чебишёв бо вазни экпоненциалӣ, суммаҳои тригонометрии кӯтоҳ бо ададҳои содда, камонҳои калон.*

Z.Kh.Rakhmonov

MEAN VALUES OF CHEBYSHEV FUNCTIONS WITH EXPONENTIAL WEIGHT IN SHORT INTERVALS

National Academy of Sciences of Tajikistan,

A.Dzhuraev Institute of Mathematics, NAS of Tajikistan

For average values of Chebyshev functions with exponential weight of degree n in short intervals

$$t_n(x;q,y,\lambda) = \sum_{\chi \bmod q} \left| \sum_{x-y<m\le x} \Lambda(m)\chi(m)e(\lambda m^n) \right|$$

for $y \ge \sqrt{x}\mathscr{L}^2$, $q \le x^3 y^{-3}$, $|\lambda| \le \left(x^{n-2}y^2\right)^{-1}$ and $n \ge 1$, the estimate

$$t_n(x;q,y,\lambda) \ll x^{\frac{1}{2}+\frac{3}{10}\varepsilon} q + x^{\frac{n}{3}+\frac{3}{10}\varepsilon} y^{\frac{1}{2}} q |\lambda|^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{3}{10}} y^{\frac{1}{2}} q^{\frac{1}{2}} \mathscr{L}^{30} + y\mathscr{L}^{30},$$

from it for short trigonometric sums with prime numbers for $\theta \ge 0.6$, $q \le x^{3-3\theta}$, $(a,q)=1$, $|q\alpha - a| \le x^{-n+2-2\theta} q$, follows the estimate

$$\sum_{x-x^{\theta}<m\le x} \Lambda(n)e(\alpha m^n) \ll x^{\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\theta+\frac{1}{3}\varepsilon} q^{\frac{1}{2}} + \left(x^{\frac{3}{10}+0.5\theta} + x^{\theta} q^{-\frac{1}{2}} \right) (\tau(q))^{\frac{\ln n}{\ln 2}} \mathscr{L}^{31},$$

which is in particular nontrivial for $\theta > 0.6 + \frac{2}{7}\varepsilon$, if $P \le q \le \min(x^{\frac{1}{15}}, x^{3-3\theta})$, and $P \ge \mathcal{L}^{\frac{66}{1-\varepsilon}}$, which is an improvement of the estimates previously obtained by A.V. Kumchev and B. Huang.

Key words: *Mean values, Chebyshev function with exponential weight, short exponential sums with prime numbers, major arcs.*

Сведения об авторе:

1. **Рахмонов Зарулло Хусенович** – доктор физ.-мат. наук, Институт математики им.А.Джураева НАН Таджикистана, главный научный сотрудник. E-mail: zarullo-r@rambler.ru.

ДОКЛАДЫ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК ТАДЖИКИСТАНА
2025, том 68, №5

МАТЕМАТИКА

УДК 517.5
Специальность: 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ

М.У.Арипова

О НАИЛУЧШЕМ СРЕДНЕКВАДРАТИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ КЛАССОВ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ, ОПРЕДЕЛЯЕМЫХ НОРМАМИ РАЗНОСТИ ПЕРВОГО ПОРЯДКА ПРОИЗВОДНОЙ В ПРОСТРАНСТВЕ ХАРДИ $H_{2,R}$

Таджикский национальный университет

(Представлено академиком НАН Таджикистана М.Ш.Шабозовым 09.04.2025 г.)

В пространстве Харди $H_{2,R} := H_2(U_R)$ аналитических в круге $U_R := \{z \in \mathbb{C} : |z| < R\}$ функций найдены точные неравенства между наилучшими совместными приближениями функций и их производных и усредненными значениями нормы разности первого порядка r-ых производных.

Ключевые слова: *наилучшее совместное приближение, пространство Харди, верхняя грань, модуль гладкости, мажоранта.*

1. Введение. Экстремальные задачи, связанные с наилучшим приближением аналитических в круге функций, принадлежащих пространству Харди $H_q, 1 \le q \le \infty$ ранее изучались, например, в работах [1-11]. Здесь, продолжая исследования в этом направлении, рассмотрим более общую задачу, а именно: требуется найти точные верхние грани наилучших совместных приближений аналитических в произвольном круге радиуса $R(0 < R < \infty)$ функций и их промежуточных производных алгебраическими комплексными полиномами в пространстве Харди $H_{q,R} := H_q(U_R)$, где $1 \le q \le \infty$, $U_R := \{z \in \mathbb{C}, |z| < R\}$, $R > 0$ – произвольное число, $U_1 := U$;

Пусть $A(U_R)$ – множество функций, аналитических в круге U_R. Через $H_{q,R} := H_q(U_R)(1 \le q \le \infty)$ обозначим пространство Харди, состоящее из функций $f \in A(U_R)$, для которых

$$\| f \|_{q,R} := \| f \|_{H_{q,R}} = \lim_{\rho \to R-0} M_q(f, \rho) < \infty,$$

где

$$M_q(f, \rho) = \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} | f(\rho e^{it}) |^q \, dt \right\}^{1/q}. \qquad (1)$$

Адрес для корреспонденции: *Арипова Муниса Умедовна. 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: aripovaasinum2000@gmail.com.*

Хорошо известно [12, с.78, с.279-280], что в (1) интеграл не убывает при возрастании $\rho \in (0, R]$ и почти всюду на окружности $|z| = R$ существуют угловые граничные значения $f(Re^{it}) = F(Rt)$. При этом $F(R) \in L_q[0, 2\pi]$, $q \geq 1$ и

$$\| f \|_{q,R} := \| F(R\cdot) \|_q = \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} | f(Re^{it}) |^q \, dt \right)^{1/q} < \infty. \tag{2}$$

Исходя из разложения функций $f \in A(U_R)$ в ряд Тейлора

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k(f) z^k, z \in U_R \tag{3}$$

где $c_k(f)$ – коэффициенты Тейлора, производную r-го порядка $f \in A(U_R)$ в любой точке $z \in A(U_R)$ определим формулой

$$f^{(r)}(z) := \frac{d^r f}{dz^r} = \sum_{k=r}^{\infty} \alpha_{k,r} c_k(f) z^{k-r}, r \in \mathbb{N}, \tag{4}$$

где

$$\alpha_{n,r} := n(n-1)\cdots(n-r+1), n > r, n, r \in \mathbb{N}; \alpha_{n,0} \equiv 1, \alpha_{n,1} = n.$$

Всюду далее, при любом $\rho \in (0, R]$, полагаем

$$H_{q,\rho} := \left\{ f \in A(U_\rho) : \| f \|_{q,\rho} = \| f(\rho\cdot) \|_q < \infty \right\}, \; H_{q,1} \equiv H_q,$$

и для $r \in \mathbb{N}$

$$H_{q,\rho}^{(r)} := \left\{ f \in A(U_\rho) : f^{(r)} \in H_{q,\rho} \right\}.$$

Через $\mathscr{P}_n$ обозначим подпространство комплексных алгебраических полиномов $p_n(z) = \sum_{k=0}^{n} a_k z^k$ степени не выше n. Равенством

$$E_{n-1}(f)_{q,\rho} := \inf \left\{ \| f - p_{n-1} \|_{q,\rho} : p_{n-1} \in \mathscr{P}_{n-1} \right\} \tag{5}$$

определим наилучшее приближение функции $f \in H_{q,\rho}$ $(1 \leq q \leq \infty, \; 0 < \rho \leq R)$ в пространстве $H_{q,\rho}$ элементами p_{n-1} из подпространства полиномов $\mathscr{P}_{n-1}$. Если существует полином $p_{n-1}^* \in \mathscr{P}_{n-1}$, для которого достигается нижняя грань в (5), то p_{n-1}^* называется полиномом наилучшего приближения функции $f \in H_{q,\rho}$. При этом

$$E_{n-1}(f)_{q,\rho} = \| f - p_{n-1}^* \|_{q,\rho}. \tag{6}$$

2. О наилучшем квадратическом приближении аналитических в круге функций посредством усредненных значений нормы разности первого порядка, производной r-го порядка. В этом пункте будем рассматривать пространство аналитических в круге U_R функций $f \in H_{2,R}^{(r)}$, $r \in \mathbb{N}$ для которых норма r-й производной $f^{(r)}$ в $H_{2,R}$ конечна

$$\| f^{(r)} \|_{2,R} := \| f^{(r)} \|_{H_{2,R}} = \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} | f^{(r)}(Re^{it}) |^2 \, dt \right)^{1/2} < \infty. \tag{7}$$

Условие конечности нормы (7) функции $f^{(r)} \in H_{2,R}$ равносильно условию сходимости числового ряда $\sum_{k=r}^{\infty} \alpha_{k,r}^2 \, | c_k(f) |^2 \, R^{2(k-r)}$, поскольку из (7) в силу равенства Парсеваля следует, что

$$\| f^{(r)} \|_{2,R} = \left\{ \sum_{k=r}^{\infty} \alpha_{k,r}^2 \, | c_k(f) |^2 \, R^{2(k-r)} \right\}^{1/2} < \infty. \tag{8}$$

Так как произвольная функция $f \in A(U_R)$ разлагается в ряд Тейлора (3) и имеет место (8), то в дальнейшем для любого $r \in \mathbb{N}$ полагаем

$$H_{2,R}^{(r)} := \left\{ f : f \in A(U_R) : f^{(r)} \in H_{2,R} \right\}.$$

Легко доказать, что для произвольной функции $f \in H_{2,R}$ справедливо равенство

$$E_{n-1}^2(f)_{2,R} := E_{n-1}^2(f)_{H_{2,R}} = \| f - T_{n-1}(f) \|_{2,R}^2 = \tag{9}$$

$$= \sum_{k=n}^{\infty} | c_k(f) |^2 \, R^{2k},$$

где

$$T_{n-1}(f, z) = \sum_{k=0}^{n-1} c_k(f) z^k$$

– частная сумма порядка $n-1$ разложение функции $f \in A(U_R)$ в ряд Тейлора (3). Учитывая равенство (4), граничное значение производной r-го порядка $f^{(r)}(z)$ представим в виде следующего комплексного ряда Фурье

$$f^{(r)}(Re^{it}) = \sum_{k=r}^{\infty} \alpha_{k,r} c_k(f) R^{k-r} e^{i(k-r)t}. \tag{10}$$

Пользуясь равенством (10), простыми вычислениями с учетом равенства Парсеваля получаем

$$E_{n-r-1}^2(f^{(r)})_{H_{2,R}} = \| f^{(r)} - T_{n-1}^{(r)}(f) \|_{H_{2,R}} = \tag{11}$$

$$=\| f^{(r)} - T_{n-r-1}(f^{(r)}) \|^2_{H_{2,R}} = \sum_{k=n}^{\infty} \alpha^2_{k,r} \, | c_k(f) |^2 \, R^{2(k-r)}.$$

Очевидно, что между наилучшим приближением $E_{n-1}(f)_{2,R}$ функции $f \in H^{(r)}_{2,R}$, определенного равенством (9), и наилучшим приближением r-й производной $f^{(r)} \in H_{2,R}$, определенного равенством (11), выполняется неравенство

$$E_{n-1}(f)_{H_{2,R}} \le R^r \left(\frac{\rho}{R}\right)^n \frac{1}{\alpha_{n,r}} E_{n-r-1}(f^{(r)})_{H_{2,R}}, \tag{12}$$

где $n \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $n > r$, $0 < \rho \le R$. Неравенство (12) точное в том смысле, что существует функция $f_0 \in H^{(r)}_{2,R}$, для которой оно обращается в равенство.

Символом

$$\Delta^m_h f(Re^{it}) := \sum_{k=0}^{m} (-1)^{m-k} \binom{m}{k} f(Re^{i(t+kh)}) \tag{13}$$

обозначим конечную разность m-го порядка функции $f \in H_{2,R}$ по аргументу t с шагом h, а равенством

$$\| \Delta^m_h(f) \|_{H_{2,R}} := \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} | \Delta^m_h f(Re^{it}) |^2 \, dt \right)^{1/2} = \tag{14}$$

$$= \left\{ 2^m \sum_{k=1}^{\infty} | c_k(f) |^2 \, R^{2k} (1 - \cos kh)^m \right\}^{1/2}$$

определим норму разности (13) функции $f \in H_{2,R}$. Исходя из равенства (14), модуль непрерывности m-го порядка функции $f \in H_{2,R}$ определим, как обычно, равенством

$$\omega_m(f, \tau)_{2,R} := \sup_{|h| \le t} \left\{ 2^m \sum_{k=1}^{\infty} | c_k(f) |^2 \, R^{2k} (1 - \cos kh)^m \right\}^{1/2}. \tag{15}$$

Аналогичным образом для производной $f^{(r)} \in H_{2,R}$ имеем

$$\| \Delta^m_h(f^{(r)}) \|_{2,R} := \left\{ 2^m \sum_{k=r}^{\infty} | \alpha^2_{k,r} \, | c_k(f) |^2 \, R^{2(k-r)} (1 - \cos(k-r)h)^m \right\}^{1/2}, \tag{16}$$

$$\omega_m(f^{(r)}, \tau)_{2,R} = \sup_{|h| \le \tau} \left\{ 2^m \sum_{k=r}^{\infty} \alpha^2_{k,r} \, | c_k(f) |^2 \, R^{2(k-r)} (1 - \cos(k-r)h)^m \right\}^{1/2}. \tag{17}$$

В принятых обозначениях справедлива следующая

Теорема 1. *Пусть* $n\in\mathbb{N}$, $r\in\mathbb{Z}_+$, $0<\rho\le R$ *и* $0<t\le\pi/(2n)$. *Тогда имеет место неравенство*

$$E_{n-1}(f)_{2,\rho}\le \tag{18}$$

$$\le R^r\left(\frac{\rho}{R}\right)^n\frac{1}{\alpha_{n,r}}\left\{\frac{n-r}{2[(n-r)t-\sin(n-r)t]}\right\}^{1/2}\left\{\int_0^t\|\Delta_h^1(f^{(r)})\|^2\,dh\right\}^{1/2}.$$

Неравенство (18) точное в том смысле, что существует функция $f_0\in H_{2,R}^{(r)}$ *для которой оно обращается в равенство.*

Доказательство. Для нормы разности первого порядка производной r -го порядка $f^{(r)}\in H_{2,R}$ в силу (16) запишем

$$\|\Delta_h^1(f^{(r)})\|_{2,R}^2=2\sum_{k=r}^{\infty}\alpha_{k,r}^2\,|c_k(f)|^2\,R^{2(k-r)}(1-\cos(k-r)h)\ge$$

$$\ge 2\sum_{k=n}^{\infty}\alpha_{k,r}^2\,|c_k(f)|^2\,R^{2(k-r)}(1-\cos(k-r)h)=$$

$$=2\sum_{k=n}^{\infty}\alpha_{k,r}^2\,|c_k(f)|^2\,R^{2(k-r)}-2\sum_{k=n}^{\infty}\alpha_{k,r}^2\,|c_k(f)|^2\,R^{2(k-r)}\cos(k-r)h=$$

$$=2E_{n-r-1}^2(f^{(r)})_{2,R}-2\sum_{k=n}^{\infty}\alpha_{k,r}^2\,|c_k(f)|^2\,R^{2(k-r)}\cos(k-r)h.$$

Из последнего неравенства следует, что

$$E_{n-r-1}^2(f^{(r)})_{2,R}\le\frac{1}{2}\|\Delta_h^1(f^{(r)})\|_{2,R}^2+\sum_{k=n}^{\infty}\alpha_{k,r}^2\,|c_k(f)|^2\,R^{2(k-r)}\cos(k-r)h. \tag{19}$$

Интегрируя неравенство (19) по переменному h в пределах от 0 до t, будем иметь

$$tE_{n-r-1}^2(f^{(r)})_{2,R}\le\frac{1}{2}\int_0^t\|\Delta_h^1(f^{(r)})\|_{2,R}^2\,dh+\sum_{k=n}^{\infty}\alpha_{k,r}^2\,|c_k(f)|^2\,R^{2(k-r)}\frac{\sin(k-r)t}{k-r}.$$

Поделив обе части последнего неравенства на t, запишем

$$E_{n-r-1}^2(f^{(r)})_{2,R}\le\sum_{k=n}^{\infty}\alpha_{k,r}^2\,|c_k(f)|^2\,R^{2(k-r)}\frac{\sin(k-r)t}{(k-r)t}+\frac{1}{2t}\int_0^t\|\Delta_h^1(f^{(r)})\|_{2,R}^2\,dh.$$

Пользуясь тем фактом, что при $0\le(n-r)t\le\pi/2$ выполняется равенство (см., [13, с.435]):

$$\max\left\{\left|\frac{\sin u}{u}\right|:u\ge(n-r)t\right\}=\frac{\sin(n-r)t}{(n-r)t},$$

из последнего неравенства получаем

$$E^2_{n-r-1}(f^{(r)})_{2,R} \le \frac{\sin(n-r)t}{(n-r)t} E^2_{n-r-1}(f^{(r)})_{2,R} + \frac{1}{2t}\int_0^t \| \Delta^1_h(f^{(r)}) \|^2_{2,R}\, dh,$$

откуда сразу имеем

$$E^2_{n-r-1}(f^{(r)})_{2,R} \le \frac{n-r}{2[(n-r)t - \sin(n-r)t]}\int_0^t \| \Delta^1_h(f^{(r)}) \|^2_{2,R}\, dh. \tag{20}$$

Учитывая (20), из неравенства (12) для любых $n \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $n > r$, $t \in (0, \pi/(2n))$, $0 < \rho \le R$ получаем

$$E_{n-1}(f)_{2,\rho} \le R^r \left(\frac{\rho}{R}\right)^n \frac{1}{\alpha_{n,r}} E_{n-r-1}(f^{(r)})_{H_{2,R}} \le$$

$$\le R^r \left(\frac{\rho}{R}\right)^n \frac{1}{\alpha_{n,r}} \left\{\frac{n-r}{2[(n-r)t - \sin(n-r)t]}\int_0^t \| \Delta^1_h(f^{(r)}) \|^2_{2,R}\, dh\right\}^{1/2}$$

и неравенство (18) доказано. Покажем, что (18) для функции $f_0(z) = z^n \in H^{(r)}_{2,R}$, $n \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$ обращается в равенство. Для этой функции в силу (13) при $\rho = R$ и формулы (16) запишем

$$E_{n-1}(f_0)_{2,\rho} = \rho^n, \| \Delta^1_h(f_0^{(r)}) \|^2_{2,R} = 2\alpha^2_{n,r} R^{2(n-r)}(1 - \cos(n-r)h),$$

$$\left\{\int_0^t \| \Delta^1_h(f^{(r)}) \|^2_{2,R}\, dh\right\}^{1/2} = \left\{2\alpha^2_{n,r} R^{2(n-r)} \int_0^t (1 - \cos(n-r)h)dh\right\}^{1/2} =$$

$$= \alpha_{n,r} R^{n-r} \left\{\frac{2[(n-r)t - \sin(n-r)t]}{n-r}\right\}^{1/2}. \tag{21}$$

Пользуясь равенством (21), запишем

$$R^r \left(\frac{\rho}{R}\right)^n \frac{1}{\alpha_{n,r}} \left\{\frac{n-r}{2[(n-r)t - \sin(n-r)t]}\int_0^t \| \Delta^1_h(f_0^{(r)}) \|^2_{2,R}\, dh\right\}^{1/2} =$$

$$= R^r \left(\frac{\rho}{R}\right)^n \frac{1}{\alpha_{n,r}} \left\{\frac{n-r}{2[(n-r)t - \sin(n-r)t]}\right\}^{1/2} \times$$

$$\times \alpha_{n,r} R^{n-r} \left\{\frac{2[(n-r)t - \sin(n-r)t]}{n-r}\right\}^{1/2} = \rho^n = E_{n-1}(f_0)_{2,\rho}, \tag{22}$$

откуда и следует точность неравенства (18), чем и завершаем доказательство теоремы 1. Теорема 1 является обобщением известного результата Л.В.Тайкова [13], доказанного для периодических

функций класса $L_2^{(r)} := L_2^{(r)}[0,2\pi],$ на случай аналитических в круге функций, принадлежащих классу $H_{2,R}^{(r)}.$ Из теоремы 1 вытекает

Следствие 1 *При любых* $n \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $0 < \rho \le R$ *и* $0 < t \le \pi/(2n)$ *выполняется равенство*

$$\sup_{f \in H_{2,R}^{(r)}} \frac{\alpha_{n,r} E_{n-1}(f)_{2,\rho}}{\left\{ \int_0^t \| \Delta_h^1(f^{(r)}) \|_{2,R}^2 \, dh \right\}^{1/2}} =$$

$$= R^r \left(\frac{\rho}{R} \right)^n \left\{ \frac{n-r}{2[(n-r)t - \sin(n-r)t]} \right\}^{1/2}. \tag{23}$$

Доказательство. В самом деле, так как для произвольной функции $f \in H_{2,R}^{(r)}$ имеет место неравенство (18), то из него следует, что

$$\sup_{f \in H_{2,R}^{(r)}} \frac{\alpha_{n,r} E_{n-1}(f)_{2,R}}{\left\{ \int_0^t \| \Delta_h^1(f^{(r)}) \|_{2,R}^2 \, dh \right\}^{1/2}} \le$$

$$\le R^r \left(\frac{\rho}{R} \right)^n \left\{ \frac{n-r}{2[(n-r)t - \sin(n-r)t]} \right\}^{1/2}, \tag{24}$$

и оценка сверху для величины стоящей в левой части равенства (23) получена.

Соответствующую оценку снизу получаем для функции $f_0(z) = z^n \in H_{2,R}^{(r)}, \quad n > r, \quad n \in \mathbb{N},$ $r \in \mathbb{Z}_+,$ для которой воспользуемся равенством (22):

$$\sup_{f \in H_{2,R}^{(r)}} \frac{\alpha_{n,r} E_{n-1}(f)_{2,\rho}}{\left\{ \int_0^t \| \Delta_h^1(f^{(r)}) \|_{2,R}^2 \, dh \right\}^{1/2}} \ge \frac{\alpha_{n,r} E_{n-1}(f_0)_{2,\rho}}{\left\{ \int_0^t \| \Delta_h^1(f_0^{(r)}) \|_{2,R}^2 \, dh \right\}^{1/2}} = \tag{25}$$

$$= R^r \left(\frac{\rho}{R} \right)^n \left\{ \frac{n-r}{2[(n-r)t - \sin(n-r)t]} \right\}^{1/2}.$$

Равенство (23) получаем из сопоставления оценки сверху (24) и оценки снизу (25). Следствие 1 доказано.

Следствие 2. *В условиях следствия 1 при* $t = \pi/2(n-r)$ *имеет место равенство*

$$\sup_{f \in H_{2,R}^{(r)}} \frac{\alpha_{n,r} E_{n-1}(f)_{2,R}}{\left\{ (n-r) \int_0^{\pi/2(n-r)} \| \Delta_h^1(f^{(r)}) \|_{2,R}^2 \, dh \right\}^{1/2}} = R^r \left(\frac{\rho}{R} \right)^n \frac{1}{\sqrt{\pi - 2}}.$$

3. Точные верхние грани наилучших приближений класса функций $W_{2,R}^{(r)}(\Phi)$. Используя характеристику гладкости (14) при $m=1$ и учитывая результат теоремы 1, вводим следующий класс функций. Пусть $r\in\mathbb{N},\ \Phi(\tau)(0<\tau\le 2\pi)$ – непрерывная возрастающая функция такая, что $\Phi(0)=0.$ Всюду далее ее будем называть мажорантой. Символом $W_{2,R}^{(r)}(\Phi):=W^{(r)}H_{2,R}(\Phi)(r\in\mathbb{Z}_+,R>0)$ обозначим класс $f\in H_{2,R}^{(r)},$ для которого при любом $t\in(0,2\pi]$ имеет место неравенство

$$\int_0^t \| \Delta_h^1(f^{(r)}) \|_{2,R}^2 \, dh \le \Phi(t).$$

Требуется при любом $\rho\in(0,R]$ определить точную верхнюю грань величины

$$\mathscr{E}_{n-1}\left(W_{2,R}^{(r)}(\Phi)\right)_{2,\rho} := \sup\left\{E_{n-1}(f)_{2,\rho} : f\in W_{2,R}^{(r)}(\Phi)\right\}$$

Теорема 2. *При любых $n\in\mathbb{N},\ r\in\mathbb{Z}_+,\ 0<\rho\le R$ и любом $h>0$ имеет место равенство*

$$\mathscr{E}_{n-1}(W_{2,R}^{(r)}(\Phi))_{2,\rho} = R^r\left(\frac{\rho}{R}\right)^n \frac{1}{\alpha_{n,r}}\left\{\frac{(n-r)\Phi(t)}{2[(n-r)t-\sin(n-r)t]}\right\}^{1/2}. \tag{26}$$

Доказательство. Используя определение класса $W_{2,R}^{(r)}(\Phi),$ из неравенства (18) при любом $t>0$ получаем

$$\mathscr{E}_{n-1}\left(W_{2,R}^{(r)}(\Phi)\right)_{2,\rho} \le R^r\left(\frac{\rho}{R}\right)^n \frac{1}{\alpha_{n,r}}\left\{\frac{(n-r)\Phi(t)}{2[(n-r)t-\sin(n-r)t]}\right\}^{1/2}. \tag{27}$$

С другой стороны для функции

$$f_1(z) = \frac{1}{R^{n-r}}\frac{1}{\alpha_{n,r}}\left\{\frac{(n-r)\Phi(t)}{2[(n-r)t-\sin(n-r)t]}\right\}^{1/2}\cdot z^n,$$

наилучшее приближение в $H_{2,\rho}$ имеет вид

$$E_{n-1}(f_1)_{2,\rho} = R^r\left(\frac{\rho}{R}\right)^n \frac{1}{\alpha_{n,r}}\left\{\frac{(n-r)\Phi(t)}{2[(n-r)t-\sin(n-r)t]}\right\}^{1/2}. \tag{28}$$

Простые вычисления показывают, что

$$\left\|\Delta_h^1(f_1^{(r)})\right\|_{2,R}^2 = \left\{\frac{(n-r)\Phi(t)}{(n-r)t-\sin(n-r)t}\right\}\cdot\left(1-\cos(n-r)h\right)$$

$$\int_0^t \left\|\Delta_h^1(f_1^{(r)})\right\|_{2,R}^2 dh =$$

$$= \left\{ \frac{(n-r)\Phi(t)}{(n-r)t - \sin(n-r)t} \right\} \int_0^t (1-\cos(n-r)h)dh = \Phi(t).$$

Последнее равенство показывает, что функция $f_1 \in W_{2,R}^{(r)}(\Phi)$. Поэтому, учитывая (28), запишем

$$\mathscr{E}_{n-1}\left(W_{2,R}^{(r)}(\Phi)\right)_{2,\rho} \geq E_{n-1}(f_1)_{2,\rho} =$$

$$= R^r \left(\frac{\rho}{R}\right)^n \frac{1}{\alpha_{n,r}} \left\{ \frac{(n-r)\Phi(t)}{2[(n-r)t - \sin(n-r)t]} \right\}^{1/2}. \qquad (29)$$

Сравнивая неравенства (27) и (29) получаем требуемое равенство (26). Теорема 2 доказана.

Поступило 09.04.2025 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Бабенко К.И. О наилучших приближениях одного класса аналитических функций. – Изв. АН СССР. Сер. матем., 1958, т.22, №5, с.631-640.
2. Scheik J.T. Polynomial approximation of functions analytic in a disk. – Proc. Amer. Math. Soc., 1966, vol.17, p.1238-1243.
3. Белый В.И., Двейрин М.З. О наилучших линейных методах приближения на классах функций, определяемых союзными ядрами. – Метрические вопросы теории функций и отображений. Киев: Наукова думка, 1971, №2, с.37-54.
4. Тихомиров В.М. Поперечники множеств в функциональных пространствах и теория наилучших приближений. – УМН, 1960, т.15, №3(93), с.81-120.
5. Тайков Л.В. О наилучшем приближении в среднем некоторых классов аналитических функции. – Матем. заметки, 1967, т.1, №2, с.155-162.
6. Тайков Л.В. Поперечники некоторых классов аналитических функций. – Матем. заметки, 1977, т.22, №2, с.285-295.
7. Шабозов М.Ш., Шабозов О.Ш. Поперечники некоторых классов аналитических функций в пространстве Харди H_2. – Матем. заметки, 2000, т.68, №5, с.796-800.
8. Шабозов М.Ш., Юсупов Г.А. Наилучшее приближение и значения поперечников некоторых классов аналитических функций. – Докл. РАН, 2002, т.382, №6, с.747-749.
9. Шабозов М.Ш., Юсупов Г.А. Наилучшие методы приближения и значения поперечников некоторых классов функций в пространстве $H_{q,\rho}$, $1 \leq q \leq \infty$, $0 < \rho \leq 1$. – Сиб. мат. журн., 2016, т.57, №2, с.469-478.
10. Шабозов М.Ш. О наилучшем совместном приближении функций в пространстве Харди. – Труды ИММ УрО РАН., 2023, т.29, №4, с.283-291.
11. Шабозов М.Ш., Каримзода Р.А. $\mathcal{K}$-функционалы и точные значения n-поперечников некоторых классов функций в пространстве Харди. – Труды ИММ УрО РАН., 2024, т.30, №4, с.301-308.
12. Смирнов В.И, Лебедев Н.А. Конструктивная теория функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1964.

13. Тайков Л.В. Неравенства, содержащие наилучшие приближения и модуль непрерывности функций из L_2. – Матем. заметки, 1976, т.20, №3, с.433-438.

М.У.Арипова

ОИДИ НАЗДИККУНИИ БЕҲТАРИНИ МИЁНАКВАДРАТИИ СИНФИ ФУНКСИЯҲОИ АНАЛИТИКӢ, БА ВОСИТАИ НОРМАИ ҲОСИЛАИ ФАРҚИЯТИ ТАРТИБИ ЯКУМ МУАЙЯНШАВАНДА ДАР ФАЗОИ ХАРДИ $H_{2,R}$

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Дар фазои Харди $H_{2,R} := H_2(U_R)$ функсияҳои дар давраи $U_R := \{z \in \mathbb{C} : |\, z \,| < R\}$ аналитикӣ, нобаробариҳои аниқ байни наздиккунии беҳтарини ҳамҷояи функсияҳо, ҳосилаҳои онҳо ва қимати миёнаи нормаи фарқияти охирноки тартиби якуми ҳосилаи тартиби *r*-ум ёфта шудааст.

Калимаҳои калидӣ: *наздиккунии беҳтарини ҳамҷоя, фазои Харди, сарҳади болоӣ, модули суфтагӣ, мажорант.*

M.U.Aripova

ON THE BEST MEAN-SQUARE APPROXIMATION OF CLASSES OF ANALYTICAL FUNCTIONS DETERMINED BY THE NORMS OF THE FIRST-ORDER DIFFERENCE OF THE DERIVATIVE IN THE HARDY SPACE $H_{2,R}$

Tajik National University

In the Hardy space $H_{2,R} := H_2(U_R)$ of analytic functions in the circle $U_R := \{z \in \mathbb{C} : |\, z \,| < R\}$, exact inequalities were found between the best joint approximation of functions and their derivatives and the averaged values of the norm of the first-order difference of the *r*-th derivatives.

Key words: *best joint approximation, Hardy space, upper bound, modulus of smoothness, majorant.*

Сведения об авторах:

1. **Арипова Муниса Умедовна** – Таджикский национальный университет, докторант (Ph.D) кафедры функционального анализа и дифференциальных уравнений. E-mail: aripovaasinum2000@gmail.com.

ДОКЛАДЫ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК ТАДЖИКИСТАНА
2025, том 68, №5

МАТЕМАТИКА

УДК 517.518.45
Специальность: 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ

М.А.Очилова

НЕСИММЕТРИЧЕСКИЕ ЧАСТИЧНЫЕ СУММЫ В ТЕОРИИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ И РЯДОВ ФУРЬЕ

Худжандский государственный университет им. академика Б.Гафурова

(Представлено академиком НАН Таджикистана М.И.Илоловым 15.01.2025 г.)

В статье вводится понятие несимметрических частичных сумм комплексных рядов Фурье. Обсуждается различие между симметрическими и несимметрическими частичными суммами. Приведены утверждения о полноты пространства равномерно сходящихся рядов Фурье; критерии равномерной сходимости, в терминах срезок и компактности частичных сумм, о множественных отношениях пространств непрерывных, гёльдеровых функций и равномерно сходящихся рядов Фурье.

***Ключевые слова**: ряд Фурье, несимметрические частичные суммы, интеграл и ядро Дирихле, условие Дини, равномерная сходимость, срезки ряда Фурье, полные нормированные пространства.*

Пусть $f(x)$ – заданная на отрезке $[-\pi,\pi]$ непрерывная 2π -периодическая комплекснозначная функция. Ряд Фурье этой функции обозначим

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} f_k e^{ikx}, \tag{1}$$

где коэффициенты f_k определяются равенством

$$f_k = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(t)e^{-ikt}dt \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \ ...).$$

Несимметрическими частичными суммами [1, с. 45-49] ряда (1) назовем тригонометрические многочлены

$$\left(S_{-m,n} f\right)(x) = \sum_{k=-m}^{n} f_k e^{ikx},$$

где m и n – произвольные целые неотрицательные числа $(m,\ n = 0,\ 1,\ 2,\ ...)$. Такие частичные суммы не являются удобными при их использовании. Если симметрические частичные суммы ($m = n$) зависят от одного параметра, и более предсказуемы, то несимметрические частичные суммы зависят от двух независимых параметров, и менее предсказуемы. Например, интегралом и ядром Дирихле, в случае симметрических частичных сумм, являются [2, с. 408]

***Адрес для корреспонденции:** Очилова Мухайёхон Акбаровна, г. Худжанд, 20 мкр, дом 15, кв. 111, Худжандский государственный университет им. академика Б. Гафурова. E-mail: muhaiohon@mail.ru.*

$$S_n(x)=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x+z)\frac{\sin\left(n+\frac{1}{2}\right)z}{2\sin\frac{1}{2}z}dz,$$

$$D_n(z)=\frac{1}{2\pi}\frac{\sin\left(n+\frac{1}{2}\right)z}{\sin\frac{1}{2}z}, \tag{2}$$

а в случае несимметрических частичных сумм, таковые суть

$$\left(S_{-n,n}f\right)(x)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x+z)\left\{\frac{\sin\left(n+\frac{1}{2}\right)z}{2\sin\frac{1}{2}z}+\frac{\sin\left(m+\frac{1}{2}\right)z}{2\sin\frac{1}{2}z}+\right.$$

$$\left.+i\frac{\cos\left(n+\frac{1}{2}\right)z}{2\sin\frac{1}{2}z}-i\frac{\cos\left(m+\frac{1}{2}\right)z}{2\sin\frac{1}{2}z}\right\}dz,$$

$$D_{-n,n}(z)=\frac{1}{2\pi}\left\{\frac{\sin\left(n+\frac{1}{2}\right)z}{2\sin\frac{1}{2}z}+\frac{\sin\left(m+\frac{1}{2}\right)z}{2\sin\frac{1}{2}z}+i\frac{\cos\left(n+\frac{1}{2}\right)z}{2\sin\frac{1}{2}z}-i\frac{\cos\left(m+\frac{1}{2}\right)z}{2\sin\frac{1}{2}z}\right\}. \tag{3}$$

Сравнивая полученные представления интеграла и ядра Дирихле с классическими, следует отметить: во-первых, их излишнюю громоздкость, что сказывается при их практическом использовании, во-вторых, ядро Дирихле (2) является вещественной и четной функцией на промежутке $[-\pi,\pi]\setminus\{0\}$, а обобщенное ядро Дирихле (3) не обладает ни одним из перечисленных свойств. Однако, если ряд Фурье или его сумма обладает некоторыми свойствами, то будут ли обладать этими свойствами их срезки – односторонние ряды [3, с. 243]

$$\sum_{k=-\infty}^{-1} f_k e^{ikx} \text{ и } \sum_{k=0}^{\infty} f_k e^{ikx}\ ? \tag{4}$$

В случае симметрических частичных сумм, срезки ряда этими свойствами могут не обладать. Например, ряд Фурье может равномерно сходиться по симметрическим частичным суммам и его сумма, естественно, будет непрерывной функцией, а его срезки не сходятся равномерно и о непрерывности суммы ряда не будет положительного ответа. Если же этот вопрос адресовать к несимметрическим частичным суммам, то ответ будет положительным: из равномерной сходимости ряда Фурье, следует равномерная сходимость каждых из его срезок. Продолжая эту тему, сравним несимметрические и симметрические частичные суммы с несобственным интегралом и его главным значением по Коши [4, сс. 578, 591].

Например, пусть функция $\varphi(x)$ на отрезке $[a, b]$ имеет единственную точку бесконечного разрыва $c:\ a<c<b$ и сходится несобственный интеграл $\int_a^b \varphi(x)\,dx$. Тогда сходится каждый из несобственных интегралов $\int_a^c \varphi(x)\,dx$ и $\int_c^b \varphi(x)\,dx$ и их сумма совпадает со значением данного несобственного интеграла. Такое заключение для главного значения интеграла, вообще говоря, не имеет место, например, интеграл от функции с бесконечным разрывом $\int_{-1}^{1} \frac{dx}{x}$ сходится в смысле главного значения, а каждый из интегралов $\int_{-1}^{0} \frac{dx}{x}$ и $\int_0^1 \frac{dx}{x}$, не сходится.

Рассмотрим множество E непрерывных функций $f(x)$, для которых их ряды Фурье (1) сходятся равномерно на отрезке $[-\pi, \pi]$. С обычными операциями суммы двух функций и умножение их на число, множество E образует линейное пространство. Легко проверить, что

$$\|f\|_E = \sup_{m,\,n\ge 0} \left\|S_{-m,\,n} f\right\|_C \tag{5}$$

является нормой в линейном пространстве E. Справедливо утверждение

Теорема 1. *Линейное пространство E с нормой* (5) *является полным нормированным пространством.*

Справедливость этой теоремы следует из того, что норма $\|\cdot\|_E$ более сильная по сравнению с равномерной нормой $\|\cdot\|_C$. Поэтому, из фундаментальности последовательности функций $\{f_l(x)\}$ в пространстве E вытекает фундаментальность этой последовательности в пространстве непрерывных 2π-периодических функций $C = C[-\pi,\ \pi]$. Из полноты пространства C вытекает существование $f_0(x)$ – предела последовательности $\{f_l(x)\}$. Затем, устанавливается принадлежность $f_0(x)$ пространству E.

Важное свойство пространства E приводится в следующей теореме:

Теорема 2. *Для равномерной сходимости ряда Фурье* (1) *на отрезке $[-\pi, \pi]$, необходимо и достаточно равномерной сходимости каждой из срезок* (4) *на отрезке $[-\pi, \pi]$:*

Достаточность очевидна, то есть сумма двух равномерно сходящихся рядов является равномерно сходящейся. Необходимость следует из соотношений

$$\sum_{k=-m-p}^{-m-1} f_k e^{ikx} = \sum_{k=-m-p}^{n} f_k e^{ikx} - \sum_{k=-m}^{n} f_k e^{ikx},\ \forall p \ge 1,$$

$$\sum_{k=n}^{n+q} f_k e^{ikx} = \sum_{k=-m}^{n+q} f_k e^{ikx} - \sum_{k=-m}^{n-1} f_k e^{ikx}\ ,\ \forall q \geq 0$$

и равномерной сходимости ряда (1) на отрезке $[-\pi, \pi]$.

Следующее утверждение является признаком равномерной сходимости ряда Фурье по несимметрическим частичным суммам на языке компактности множества несимметрических частичных сумм.

Теорема 3. *Для равномерной сходимости ряда Фурье функции* $f(x)$ *в пространстве* $C = C[-\pi, \pi]$ *по несимметрическим частичным суммам, необходимо и достаточно, чтобы множество несимметрических частичных сумм* $\{(S_{-m,n} f)(x)\}$ $(m,\ n \geq 0)$ *являлось компактным в* C.

Необходимость. Пусть ряд Фурье функции $f(x)$ равномерно сходится на отрезке $[-\pi,\ \pi]$. Если $\{(S_{-m,n} f)(x)\}$ – произвольная фундаментальная последовательность несимметрических частичных сумм, то в силу полноты пространства C она является сходящейся в C.

Достаточность следует из теоремы Рисса-Фишера [5, с. 159]: *Пусть* a_k $(k = 0, \pm 1, \pm 2, ...)$ – *произвольная последовательность комплексных чисел, суммируемых с квадратом:* $\sum_{k=-\infty}^{\infty} |a_k|^2 < \infty$ *; тогда существует функция* $f(x) \in L^2[-\pi,\ \pi]$, *определенная почти всюду на отрезке* $[-\pi,\ \pi]$, *коэффициентами Фурье, которых являются заданные числа* a_k $(k = 0, \pm 1, \pm 2, ...)$.

Из сходимости ряда Фурье по несимметрическим частичным суммам, вытекает сходимость по симметрическим частичным суммам в любом функциональном пространстве. Обратное утверждение не имеет место, то есть не в каждом функциональном пространстве из сходимости по симметрическим частичным суммам не следует сходимость по несимметрическим частичным суммам. Однако, в пространстве L^2 обе эти сходимости эквивалентны. Это утверждение не имеет место в пространстве C:

Теорема 4. *Комплексный тригонометрический ряд* (1), *коэффициенты которого определяются по формуле*

$$f_k = \begin{cases} \dfrac{1}{i2k\ \ln |k|}, & |k| \geq 2, \\ 0, & |k| < 2, \end{cases}$$

равномерно сходится на отрезке $[-\pi,\ \pi]$ *по симметрическим частичным суммам к непрерывной функции, и не сходится равномерно на этом отрезке по несимметрическим частичным суммам*.

Доказательство этой теоремы проводится с использованием ряда утверждений из [6, с. 292-294].

Утверждение, сформулированное в теореме 5, является обобщенным признаком Дини о равномерной сходимости ряда Фурье [2, с. 414].

Теорема 5. *Пусть функция* $f(x)$ *удовлетворяет следующим условиям:*

1) $f(x)$ *– суммируема и ограничена на отрезке* $[-\pi,\ \pi]$;

2) *для любого* $\varepsilon > 0$ *найдется такое* $\delta > 0$, *что одновременно для всех* $x \in [-\pi,\ \pi]$ *выполняется неравенство*

$$\int_{-\delta}^{\delta} \frac{|f(x+z) - f(x)|}{|z|} dz < \varepsilon . \tag{6}$$

Тогда ряд Фурье функции $f(x)$ *сходится к этой функции равномерно на* $[-\pi,\ \pi]$ *по несимметрическим частичным суммам*.

Ряд Фурье любой гёльдеровой функции с положительным показателем попадает в пространство E:

Теорема 6. *Пусть* 2π *-периодическая функция* $f(x)$ *удовлетворяет условию Гёльдера* ($f(x) \in H^{\gamma}$) *с показателем* γ : $0 < \gamma \le 1$, *то есть существует такая постоянная* $K > 0$, *зависящая только от данной функции, что для всех* $x \in [-\pi,\ \pi]$ $h \ne 0$ *выполняется условие*

$$|f(x+z) - f(x)| \le K|z|^{\gamma} . \tag{7}$$

Тогда ряд Фурье функции $f(x)$ *сходится к этой функции равномерно на* $[-\pi,\ \pi]$ *по несимметрическим частичным суммам*.

Функция, удовлетворяющая условия Гёльдера с положительным показателем на некотором промежутке, является непрерывной на этом промежутке. Отсюда следует выполнимость условия 1) теоремы 5. Из условия (7) вытекает справедливость неравенства (6). Таким образом, равномерная сходимость ряда Фурье вытекает из теоремы 5.

Сходимость по несимметрическим частичным суммам гораздо более сильное требование по сравнении со сходимостью по симметрическим частичным суммам. Поэтому, возникает естественный вопрос о том, насколько пространство E является широким. Ответ на этот вопрос содержится в следующей теореме:

Теорема 7. *Справедливы множественные включения:*

$$H \subset E \subset C, \left(H = \bigcup_{0<\gamma\le 1} H^{\gamma} \right),$$

при этом каждое включение является собственным, то есть

$$H \ne E \ne C .$$

Выражаю искреннюю благодарность профессору ТГУ ПБП С. Байзаеву за постановку задачи и профессору ВоГТУ Э.М. Мухамадиеву за полезные обсуждения результатов данной работы.

Поступило 15.01.2025 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Мухамадиев Э.М., Байзаев С., Очилова М.А. Полнота пространства равномерно сходящихся рядов Фурье по несимметрическим частичным суммам – Вестник Вологодского государственного университета, Вологда: ВоГТУ, 2019, с. 45-49.
2. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1981. 544 с.
3. Назимов А.Б., Мухамадиев Э.М., Морозов В.А., Муллоджанов М. Метод регуляризации сдвигом: Теория и приложения. Монография. – Вологда: ВоГТУ, 2012, 368 с.
4. Фихтенгольц. Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.2. – М.: Наука, 1970, 800 с.
5. Эдвардс Р. Ряды Фурье в современном изложении: В 2-х т. Т. 1. – М.: Мир, 1982, 264 с.
6. Зигмунд А. Тригонометрические ряды. Т. 1. – М.: Мир, 1965, 616 с.

М.А.Очилова

СУММАҲОИ ҚИСМИИ ҒАЙРИСИММЕТРӢ ДАР НАЗАРИЯИ ҚАТОРҲОИ ТРИГОНОМЕТРӢ ВА ФУРЙЕ

Донишгоҳи давлатии Хуҷанд ба номи академик Б.Ғафуров

Дар мақола мафҳуми суммаҳои қисмии ғайрисимметрии қаторҳои комплексии Фурйе дохил карда шудааст. Тавофути байни суммаҳои қисмии симметрӣ ва ғайрисимметрӣ муҳокима гардидааст. Тасдиқотҳо оид ба пуррагии фазои қаторҳои мунтазам наздикшавандаи Фурйе, аломатҳои мунтазам наздикшавӣ тавассути истилоҳоти буридаҳо ва компактнокии суммаҳои қисмӣ, муносибати маҷмуъвии фазоҳои функсияҳои бефосила, гёлдерӣ ва қаторҳои мунтазам наздикшавандаи Фурйе оварда шудааст.
Калимаҳои калидӣ: *қатори Фурйе, суммаҳои қисмии ғайрисимметрӣ, интеграл ва ядрои Дирихле, шарти Дини, мунтазам наздикшавӣ, буридаҳои қатори Фурйе, фазоҳои нормиронидашудаи пурра.*

M.A.Ochilova

NONSYMMETRIC PARTIAL SUMS IN THE THEORY OF TRIGONOMETRIC AND FOURIER SERIES

Khujand State University named after academician B.Gafurov

The article introduces the concept of non-symmetric partial sums of complex Fourier series. The difference between symmetric and non-symmetric partial sums is discussed. Statements are given on the completeness of the space of uniformly convergent Fourier series; criteria for uniform convergence, in terms of truncations and compactness of partial sums, on multiple relations of spaces of continuous, Hölder functions and uniformly convergent Fourier series.
Key words: *Fourier series, non-symmetric partial sums, Dirichlet integral and kernel, Dini condition, uniform convergence, truncations of Fourier series, complete normed spaces.*

Сведения об авторе:

1. **Очилова Мухайёхон Акбаровна** – Худжандский государственный университет им. академика Б.Гафурова, старший преподаватель кафедры высшей и прикладной математики. E-mail: muhaiohon@mail.ru.

ДОКЛАДЫ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК ТАДЖИКИСТАНА
2025, том 68, №5

МАТЕМАТИКА

УДК 517.956.2
Специальность: 1.1.2. Дифференциальные уравнения и математическая физика

Академик НАН Республики Таджикистан Н.Раджабов, А.Б.Расулов

К ТЕОРИИ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ КОШИ-РИМАНА С СИЛЬНЫМИ ПОЛЯРНЫМИ ОСОБЕННОСТЯМИ В МЛАДШЕМ КОЭФФИЦИЕНТЕ

Таджикский национальный университет,
Национальный исследовательский университет МЭИ

В настоящей работе построено интегральное представление общего решения для одного нелинейного уравнения Коши-Римана с изолированными сильными полярными особенностями в младшем коэффициенте.

Ключевые слова: *нелинейное уравнение Коши-Римана, полярные особенности в младшим коэффициенте, оператор Помпейю-Векуа, задача Римана-Гильберта.*

1. Постановка задачи. Пусть гладкий контур Γ ограничивает в комплексной плоскости $\mathbb{C}$ конечную область D. Для определенности пусть $0 \in D$ и $D_0 = D \setminus \{0\}$, $D_\varepsilon = D \cap \{|\, z \,| > \varepsilon\}$ при $\varepsilon > 0$. В области $D_0 \subseteq \mathbb{C}$ рассматривается эллиптическое уравнение вида

$$\frac{\partial u}{\partial \bar{z}} + au + b\bar{u} = f\ , \tag{1$_0$}$$

с функциями $a(z), b(z), f(z)$, заданными в ограниченной области D, причем коэффициенты a, b этого уравнения могут допускать в множестве $l \subset D$ степенные особенности по z. Здесь и ниже используется стандартное обозначение $2\partial_{\bar{z}} = \partial_x + i\partial_y$.

Если младшие коэффициенты a и b и правая часть f уравнения (1_0) принадлежат пространству суммируемых функций со степенью $p > 2$, то теория этого уравнения построена И.Н. Векуа [1].

Обозначим $C_{-\lambda}(\overline{D}, 0)$, где $\lambda > 0$, пространство всех непрерывных в $\overline{D} \setminus \{0\}$ функций $\varphi(z)$ с поведением $O(|\, z \,|^{-\lambda})$ при $z \to 0$.

Построению интегральных представлений решений и исследованию краевых задач для уравнения (1_0) с коэффициентами из класса $C_{-\lambda}(\overline{D}, 0)$, где $\lambda > 0$, посвящены работы Л.Г.Михайлова [2], З.Д.Усманова [3], Н.Р.Раджабова [4, 5], H.Begehr [6], A.Meziani [7], А.П.Солдатова и А.Б.Расулова [8], А.Б.Тунгатарова [9] и многих других.

Адрес для корреспонденции: *Раджабов Нусрат Раджабович. 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: nusrat38@mail.ru.*

Как сказано выше, в случае $0<\lambda<1$ и когда $a,b\in C_{-\lambda}(\overline{D},0)$, теория уравнения (1_0) построена И.Н.Векуа [1] и называется теорией регулярных обобщенных аналитических функций, а результаты, полученные в случае $\lambda\geq 1$, относятся к теории сингулярных обобщённых аналитических функций.

Настоящая работа посвящена представлению общего решения для одного нелинейного уравнения Коши-Римана с множеством изолированных сильных полярных особенностей в младшем коэффициенте.

Пусть область D содержит множество фиксированных точек $z=z_j,\ j=\overline{1,m}$ и ограничена простым ляпуновским контуром Γ, ориентированным против часовой стрелки. Удобно в дальнейшем обозначать $D_0=D\setminus\{z_1,z_2,...,z_m\}$ и $D_\varepsilon=D\cap\{\Sigma_0^m\mid z-z_j\mid>\varepsilon\}$ с малым $\varepsilon>0$ и пусть для краткости

$$\rho_j(z)=(\overline{z}-\overline{z}_j)\mid z-z_j\mid^{n_j-1},\ n_j>1.$$

Пусть s – произвольное вещественное число, отличное от 0 и 1, то есть $s\in\mathbb{R}\setminus\{0,1\}$.

В области D_0 рассмотрим нелинейное уравнение

$$\frac{\partial u}{\partial\overline{z}}-\sum_{j=1}^{m}\frac{a_j}{\rho_j}u(z)=f(z)u^s(z) \tag{1}$$

где $a_j(z)\in C(\overline{D}),\ j=\overline{1,m}$. В правой части (1) функция f принадлежит $L^p_{\text{loc}}(D_0)$, $p>2$, где $L^p_{\text{loc}}(D_0)=\{f:f\in L^p(D_\varepsilon)$ для любого $\varepsilon>0\}$. В дальнейшем также воспользуемся классом $W^{1,p}_{\text{loc}}(D_0)=\{f:f\in W^{1,p}(D_\varepsilon)$ для любого $\varepsilon>0\}$.

Для уточнения класса решений уравнения (1) напомним некоторые известные факты из теории эллиптических систем, изложенные в монографии И.Н.Векуа [1] и в книге Л.Берса, Ф.Джона, М.Шехтера [10].

Заметим, что функция f принадлежит соболевскому пространству $W^{1,p}(D_0)$, если в любой подобласти $G_0\in D_0$ её обобщённая производная $f_{\overline{z}}\in L^p_{loc}(G_0)$, $p>2$.

Пусть в некотором открытом множестве G на плоскости задана линейная эллиптическая система первого порядка с постоянными старшими коэффициентами, младшие коэффициенты и правая часть которой принадлежат $L^p_{loc}(G)$, то есть принадлежат $W^{1,p}(G_0)$ в любой ограниченной области G_0, лежащей в G вместе со своей границей. Тогда на основании внутренней регулярности (см. монографию И.Н.Векуа [1]) любое слабое решение u этого уравнения регулярно в том смысле, что оно принадлежит классу $W^{1,p}_{loc}(G)$ и удовлетворяет рассматриваемой системе. В силу теоремы вложения функция u в действительности принадлежит классу $C^\mu(\overline{G_0})$ с показателем $\mu\leq(p-2)/p$. Этот факт был доказан И.Н.Векуа в [1]. В соответствии с внутренней регулярностью решений в дальнейшем решение уравнения (1) предполагается регулярным в открытом множестве D_0.

Более точно, функцию $u(z) \in W^{1,p}_{loc}(D_0)$, где $p > 2$, удовлетворяющую уравнению (1), почти всюду, называем его *регулярным* решением.

Введем новую функцию v, связанную с исходной искомой функцией u соотношением: $u = v^{1/(1-s)}$. Тогда уравнение (1) сводится к эквивалентному линейному уравнению:

$$\partial_{\bar{z}} v - (1-s)a(z)v(z) = (1-s)f(z), \quad s \in \mathbb{R} \setminus \{0,1\}. \tag{2}$$

с коэффициентом

$$a(z) = \sum_{j=1}^{m} \frac{a_j(z)}{\rho_j(z)}.$$

Уравнение (2) сводится к интегрированию уравнения первого порядка вида

$$U_{\bar{z}} - CU = f. \tag{3}$$

Хорошо известно, что в его исследовании существенную роль играет интегральный оператор Помпейю–Векуа [1, с. 31]

$$(Tf)(z) = -\frac{1}{\pi}\int_D \frac{f(\zeta)d_2\zeta}{\zeta - z}; \tag{4}$$

здесь и ниже $d_2\zeta$ означает элемент площади. Если $C = 0, \forall z \in \overline{D}$ и $f \in L^p(D)$, $p > 2$, то функция $U = Tf$ принадлежит соболевскому пространству $W^{1,p}(D)$ и удовлетворяет уравнению $U_{\bar{z}} = f$, причем оператор T ограничен $L^p(D) \to W^{1,p}(D)$. Напомним, что имеет место следующее вложение [1, с. 39] данных пространств в класс Гёльдера:

$$W^{1,p}(D) \subseteq C^{\mu}(\overline{D}), \quad \mu = 1 - \frac{2}{p},$$

в частности, оператор T компактен в пространствах $L^p(D)$ и $C(\overline{D})$. Всюду в дальнейшем предполагается, что $p > 2$. Когда точное значение показателя Гёльдера μ несущественно, вместо $C^{\mu}(\overline{D})$ используем обозначение $H(\overline{D})$ [11].

Обратимся к уравнению (4) и предположим сначала, что его коэффициент $C \neq 0$ и правая часть f принадлежат классу $L^p(D)$, $p > 2$. Очевидно, в этом случае для функции $V = e^{-TC}U$ имеем соотношение $V_{\bar{z}} = e^{-TC}U_{\bar{z}} - Ce^{-TC}U = e^{-TC}f$.

Имеет место

Предложение. *Пусть в уравнении (3)* $C, f \in L^p(D), p > 2$ *Тогда общее регулярное решение этого уравнения дается формулой*

$$U = e^{TC}\phi + (e^{TC}Te^{-TC})f$$

с произвольной аналитической в области D функцией ϕ. Функции $e^{\pm TC}$ рассматриваются здесь как операторы умножения.

2. Интегральное представление решения.

В этой связи для коэффициента $a(z)$, фигурирующего в (2), который представим в виде

$$a(z)=\sum_{j=1}^{m}\frac{a_j(z_j)}{\rho_j}+a_0(z),$$

отметим следующий результат.

Лемма. *Пусть* $n_j>1$, *функции* $a_j(z)\in C(\overline{D}),\ j=\overline{1,m}$, $a_0(z)\in L^p(D),\ p>2$.

Тогда функция $\Omega=(1-s)Ta$ *существует и удовлетворяет уравнению* $\partial_{\bar z}\Omega=(1-s)a$ *в области* D_0 *и она представима в виде*

$$\Omega(z)=(1-s)(Ta)(z)=(1-s)\left\{-\sum_{j=1}^{m}a_j(z)\omega_j+h(z)\right\}, \tag{5}$$

где положено

$$\omega_j=\frac{2}{(n_j-1)\,|\,z-z_j\,|^{n_j-1}};$$

$$h(z)=(Ta_0)(z)+\frac{1}{\pi i}\sum_{j=1}^{m}\frac{a_j(z_j)}{(n_j-1)}\int_{\Gamma}\frac{1}{|\,\zeta-\zeta_j\,|^{n_j-1}}\frac{d\zeta}{\zeta-z}.$$

Доказательство. Для краткости проведем для одной сингулярной точки $z=z_1$ при $m=1$. В этом случае коэффициент уравнения (1) $a(z)$ принимает вид:

$$a(z)=\frac{(z-z_1)a(z_1)}{|\,z-z_1\,|^{n+1}}+a_0(z),\quad n>1,\quad \text{при}\quad a_0(z)\in L_p(D),\ \ p>2$$

и $\omega_1=\omega$.. Введём сингулярный интеграл

$$\Omega(z)=(1-s)\lim_{\varepsilon\to 0}(T_\varepsilon a)(z)\equiv-\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{(1-s)}{\pi}\int_{D_\varepsilon}\frac{a(\zeta)d_2\zeta}{\zeta-z},$$

где интегральный оператор T_ε определяется аналогично (4) по отношению к области D_ε.

Покажем, что функция $\Omega(z)$ представима в виде (5) и в области $\{z\in D, z\neq z_1\}$ является решением уравнения

$$\partial_{\hat z}\Omega=(1-s)a(z)$$

С этой целью воспользуемся тождеством

$$-\frac{2}{(n-1)}\frac{\partial}{\partial\overline{\zeta}}\left(\frac{1}{|\zeta-\zeta_1|^{n-1}}\right)=\frac{\zeta-\zeta_1}{|\zeta-\zeta_1|^{n+1}},$$

согласно которому

$$\frac{1}{\pi}\int_{D_\varepsilon}\frac{\zeta-\zeta_1}{|\zeta-\zeta_1|^{n+1}}\frac{d_2\zeta}{\zeta-z}=$$

$$=-\lim\frac{2}{(n-1)\pi}\int_{D_a}\bigcap(\zeta-z\geq\delta_1)\frac{\partial}{\partial\zeta}\left[\frac{1}{|\zeta-\zeta_1|^{n-1}}\frac{1}{\zeta-z}\right]d_2\zeta \qquad (6)$$

В силу формулы Грина

$$\int_D\partial_z U d[dy=\frac{1}{2i}\int_{\partial D}U dz$$

имеем:

$$-\frac{2}{(n-1)\pi}\int_{D_\varepsilon}\bigcap\nolimits_{\{|\zeta-z|\geq\delta_1\}}\frac{\partial}{\partial\overline{\zeta}}\left[\frac{1}{|\zeta-\zeta_1|^{n-1}}\frac{1}{\zeta-z}\right]d_2\zeta=$$

$$=\frac{2i}{(n-1)2\pi}\int_{\partial D_\varepsilon}\frac{1}{|\zeta-\zeta_1|^{n-1}}\frac{1}{\zeta-z}d\zeta-\frac{2i}{(n-1)2\pi}\int_{|\zeta-z|=\delta_1}\frac{1}{|\zeta-\zeta_1|^{n-1}}\frac{1}{\zeta-z}d\zeta,$$

где последний интеграл берется по окрестности против часовой стрелки. Поскольку в обозначениях (5), при $m=1$

$$-\lim_{\delta_1\to0}\frac{2i}{(n-1)2\pi}\int_{|\zeta-z|=\delta_1}\frac{1}{|\zeta-\zeta_1|^{n-1}}\frac{1}{\zeta-z}d\zeta=\frac{2}{(n-1)|z-z_1|^{n-1}},$$

в (6) можем перейти к пределу:

$$\frac{1}{\pi}\int_{D_\varepsilon}\frac{\zeta-\zeta_1}{|\zeta-\zeta_1|^{n+1}}\frac{1}{\zeta-z}d_2\zeta=\frac{i}{(n-1)\pi}\int_{\partial D_\varepsilon}\frac{1}{|\zeta-\zeta_1|^{n-1}}\frac{1}{\zeta-z}d\zeta+\frac{2}{(n-1)|z-z_1|^{n-1}}=$$

$$=\frac{1}{(n-1)\pi i\varepsilon^{n-1}}\int_{|\zeta|=\varepsilon}\frac{1}{\zeta-z}d\zeta-\frac{1}{(n-1)\pi i}\int_\Gamma\frac{1}{|\zeta-\zeta_1|^{n-1}}\frac{1}{\zeta-z}d\zeta+\frac{2}{(n-1)|z-z_1|^{n-1}}.$$

По теореме Коши при $\varepsilon<|z|$ первый интеграл равен нулю, так что

$$-\frac{1}{\pi}\int_{D_\varepsilon}\frac{\zeta-\zeta_1}{|\zeta-\zeta_1|^{n+1}}\frac{1}{\zeta-z}d_2\zeta=-\frac{2}{(n-1)|z-z_1|^{n-1}}+\frac{1}{(n-1)\pi i}\int_\Gamma\frac{1}{|\zeta-\zeta_1|^{n-1}}\frac{1}{\zeta-z}d\zeta.$$

Поскольку в обозначениях (5)

$$(T_\varepsilon a)(z)=(T_\varepsilon a_0)(z)-\frac{a(z_1)}{\pi}\int_{D_\varepsilon}\frac{\zeta-\zeta_1}{|\zeta-\zeta_1|^{n+1}}\frac{1}{\zeta-z}d_2\zeta,$$

отсюда

$$(T_\varepsilon a)(z) = (T_\varepsilon a_0)(z) - a(z_1)\omega(z) + \frac{a(z_1)}{(n-1)\pi i}\int_\Gamma \frac{1}{|\zeta-\zeta_1|^{n-1}}\frac{1}{\zeta - z}d\zeta,$$

или, что равносильно,

$$(T_\varepsilon a)(z) == \frac{1}{\pi}\int\limits_{\zeta\le\varepsilon}\frac{a_0(\zeta)}{\zeta - z}d_2\zeta - a(z)\omega(z) + h(z),\ |z| \succ \varepsilon\,. \tag{7}$$

Зафиксируем $\delta > 0$ и убедимся, что в области D_δ функция $\Omega_\varepsilon = (1-s)T_\varepsilon a$ при $\varepsilon \to 0$ равномерно сходится к $\Omega = (1-s)Ta$ и, в частности, справедливо равенство (5). В самом деле, при $\varepsilon < \delta/2$ и $z \in D_\delta$ подинтегральное выражение в правой части (7) по модулю не превосходит $2|a_0(\zeta)|/\delta$, так что соответствующий интеграл равномерно стремится к нулю.

Остается показать, что $\partial_{\bar z}\Omega = (1-s)a$ в области D_δ. Очевидно, в этой области $\Omega_\varepsilon = (1-s)T_\delta a + \phi_{\varepsilon,\delta}$ с некоторой аналитической в D_ε функцией $\phi_{\varepsilon,\delta}$. Следовательно, $\phi_{\varepsilon,\delta}$ при $\varepsilon \to 0$ равномерно сходится в этой области к некоторой аналитической функции ϕ_δ, так что $\Omega(z) = ((1-s)T_\delta a)(z) + \phi_\delta(z)$, $z \in D_\delta$, и, в частности, $\partial_{\bar z}\Omega = (1-s)a$.

Возвращаясь к уравнению (1), для получения его однозначного решения предположим

$$s = 1 - \frac{1}{n},\ n \subset N/1, \tag{8}$$

и напомним, что $D_0 = D\setminus\{z_1, z_2, ..., z_m\}$.

Итак, на основе вышеприведенного **предложения** и **леммы** доказана

Теорема. *Пусть в уравнении (1)* $a_j \in C(\overline{D})$, $n_j > 1, j = \overline{1,m}$, *и* $a_0(z) \in L_p(D), p > 2$ *и имеет место (8).*

Если предположим, что $e^{-\Omega} f \in L^p(D)$, то общее регулярное решение уравнения (1) в классе $u \in H_{loc}(\overline{D_0})$ даётся формулой

$$u = \left\{e^{\Omega}[\phi + (1-s)T(e^{-\Omega} f)]\right\}^n, \quad n \in \mathbb{N}\setminus 1,$$

где $\phi \in H_{loc}(\overline{D_0})$ – произвольная аналитическая в области D_0 функция.

Аналогично, используя свойства оператора $(Tf)(z)$ для неограниченной области, получено решение уравнения (1) в бесконечной области $D' = \mathbb{C}\setminus D \cup \Gamma$ (см. [1, 12]).

Полученные интегральные представления рассматриваемого уравнения позволяют решать краевые задачи типа Дирихле, Римана-Гильберта и др.

Например, краевая задача типа Римана-Гильберта ставится следующим образом:

Найти регулярное решение уравнения (1) в классе

$$e^{-\Omega}\sqrt[n]{u} \in H(\overline{D}),$$

по краевому условию

$$\mathrm{Re}G(t)\sqrt[n]{u}\,|_{\Gamma} = g(t), \quad t \in \Gamma.$$

Эта задача рассмотрена при следующих требованиях на её данные:

1) $e^{-\Omega} f \in L^p(D)$;

2) коэффициент $G(t) \in H(\Gamma)$, и всюду отличен от нуля;

3) правая часть краевого условия $g(t) \in H(\Gamma)$.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Векуа И.Н. Обобщенные аналитические функции. – М., 1988.
2. Михайлов Л.Г. Новые классы особых интегральных уравнений и их применение к дифференциальным уравнениям с сингулярными коэффициентами. – Душанбе, 1963.
3. Усманов З.Д. Обобщенные системы Коши-Римана с сингулярной точкой. – Душанбе, 1993.
4. Раджабов Н.Р. Введение в теорию дифференциальных уравнений в частных производных со сверхсингулярными коэффициентами. – Душанбе, 1992.
5. Раджабов Н.Р. Интегральные представления и граничные задачи для некоторых дифференциальных уравнений с сингулярной линией или сингулярными поверхностями. Ч. 2. – Душанбе, 1981.
6. Begehr H., Dai D.-Q. On continuous solutions of a generalized Cauchy-Riemann system with more than one singularity. – J. Diff. Equations, 2004, vol. 196, №1, pp. 67-90.
7. Meziani A. Representation of solutions of a singular Cauchy-Riemann equation in the plane. – Complex Var. and Elliptic Eq., 2008, vol. 53, №12, pp. 1111-1130.
8. Расулов А.Б., Солдатов А.П. Краевая задача для обобщённого уравнения Коши-Римана с сингулярными коэффициентами. – Дифференц. уравнения, 2016, т. 52, №5, с. 637-650.
9. Абдыманапов С.А., Тунгатаров А.Б. Некоторые классы эллиптических систем на плоскости с сингулярными коэффиицентами. – Алматы, 2005.
10. Берс Л., Джон Ф., Шехтер М. Уравнения с частными производными. – М., 1966.
11. Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. – М., 1968.
12. Солдатов А.П. Об интеграле Помпею и некоторых его обобщениях. – Вестник ЮУрГУ, Серия: Матем. модел. и прогр., 2021, т. 14, №1, с. 60-74.
13. Расулов А. Б. Интегральные представление для одной системы второго порядка со сверхсингулярной точкой. – Дифференциальные уравнения, 2004, т.40, №8, с.1133-1138.

Н.Рачабов, А.Б.Расулов

ОИДИ НАЗАРИЯИ МУОДИАИ ҒАЙРИХАТИИ КОШИ-РИМАН БО МАХСУСИТЯТИ ҚАВИИ ҚУТБӢ ДАР КОЭФФИЦИЕНТИ ХУРДТАРИН

Дар мақолаи мазкур тасвири интегралии ҳалли умумӣ барои як муодилаи ғайрихаттии Коши-Риман бо махсусиятҳои қавии қутбӣ ҷудошуда дар коэффисиенти хурдтарин сохта шудааст.

Калимаҳои калидӣ: *муодилаи ғайрихатти Коши-Риман, ягонагии қутбӣ дар коэффисиенти пасттарин, оператори Помпей-Векуа, масъалаи Риман-Гилберт*

N.Radzhabov, A.B.Rasulov

TO THE THEORY OF A NONLINEAR CAUCHY-RIEMANN EQUATION WITH STRONG POLAR SINGULARITIES IN THE LEAST COEFFICIENT

In this paper, an integral representation of the general solution for one nonlinear Cauchy-Riemann equation with isolated strong polar singularities in the lowest coefficient is constructed.

Key words: nonlinear Cauchy-Riemann equation, polar singularities in the lowest coefficient, Pompeyou-Vecqua operator, Riemann-Hilbert problem

Сведения об авторах:

1. **Раджабов Нусрат Раджабович** – доктор физ.-мат. наук, академик НАН Таджикистана, Таджикский национальный университет, профессор. E-mail: nusrat38@mail.ru;
2. **Расулов А.Б.** –

ИНФОРМАТИКА

УДК 003.26:004.056.55
Специальность: 2.3.6. Методы и системы защиты информации, информационная безопасность

М.Х.Гафуров, М.А.Тоирова

ПРИМЕНЕНИЕ БИГРАММ, ТРИГРАММ И МНОГОЗНАЧНЫХ ЧИСЕЛ ПРИ РАЗРАБОТКЕ КЛЮЧА ШИФРОВАНИЯ ТЕКСТОВОГО ОБЪЕКТА

Таджикский технический университет им. академика М.С.Осими

(Представлено академиком НАН Таджикистана З.Х.Рахмоновым 15.02.2025 г.)

В данной статье рассматривается способ разработки ключа шифрования открытого текстового объекта с использованием биграмм, триграмм и многозначных чисел. Такой способ разработки ключа шифрования способствует повышению стабильности зашифрованного текстового объекта и ограничению взломщикам (хакерам) возможности дешифровать закрытый объект и перевести его на открытый объект.

Ключевые слова: *метод, объект, алфавит, шифрование, расшифрование, биграмма, триграмма, множество, многозначные числа, ключ, вариант, стойкость.*

В в е д е н и е

В современных условиях информационные технологии все в большей степени внедряются в различные отрасли и сферы деятельности человека. Это в определенной степени минимизирует участие человека в выполнении однообразных и монотонных операций путем автоматизации процесса, внедрением автоматизированных средств обработки информации и поддержки принятия решений.

Использование и функционирование таковых систем неразрывно связано с получением, обработкой и хранением информации. Учитывая, что в ряде случаев определенного рода информация характеризуется конфиденциальностью, защищена нормативными актами и/или её разглашение может повлечь нарушение охраняемых законом прав, выходит на первый план и становится актуальным вопрос обеспечения её защиты от неправомерного доступа и использования, в особенности для реализации преступного умысла.

Способ составления биграмм и триграмм, их частота повторения в таджикской литературе и использование для идентификации автора текста на таджикском языке рассматриваются в работах [1-2]. Способы создания множества алфавитов шифрования, элементы которых состоят из символов, способов разработки вариантов произвольного ключа и метода шифрования с использованием символов языка (униграммы) рассмотрены в работе [3]. В работе [4] рассматривается способ создания вариантов уникального алфавита шифрования заданного открытого объекта для символов заданного произвольного языка, повышающий стойкость зашифруемого объекта. В работе [5] был реализован метод

Адрес для корреспонденции: *Гафуров Миршафи Хамитович. 734042, Республика Таджикистан, г. Душанбе, проспект академиков Раджабовых, 10. Таджикского технического университета имени академика М.С.Осими. E-mail: mirugaf56@gmail.com.*

шифрования объекта с использованием двойного ключа, при первом шифровании использовались языковые символы, а при втором шифровании – двузначные числа. В работах [6,7] сначала был реализован метод шифрования языковых элементов (биграмм, триграмм), то есть замена элементов на элементы при разработке ключа шифрования, затем при разработке второго ключа шифрования языковые элементы (биграмм, триграммы) заменены на произвольные символы. В [8] рассматривается способ использования односторонних биграмм и триграмм при разработке ключ-оператора шифрования на основе квадрата Полибея, обеспечивающего стойкость зашифрованного объекта.

Важно отметить, что в процессе разработки ключа шифрования в перечисленных работах и в данной статье не использовано какое-либо конкретное правило, он разрабатывается произвольным способом выбора элементов или символов.

Метод решения задачи

Представим алгоритм шифрования данного открытого объекта с использованием биграмм, триграмм и многозначных чисел.

1. Пусть открытый текст представлен в виде объекта G.

2. Сначала с использованием вспомогательного ключа K^a, элементами которого являются специальные символы, знаки препинания, пробелы и абзацы, присутствующие в данном объекте, и не являющиеся буквенными символами (возможно использование символов кода ASCII или Юникода) заменяются, и данный объект представляется в виде последовательности символов – объекта $G1 = E(G)$.

3. Начиная с первого символа, разобьем объект $G1$ как показано в работах [6-8] на односторонние биграммы (триграммы), которые составят элементы множества шифрования M данного объекта, имеющее следующий вид:

$$M = \{y_i,\ i = \overline{1, n}\ ;\ y_i \in G1\} \tag{1}$$

4. В зависимости от количества элементов множества шифрования данного объекта M создаем множество многозначных чисел $M1$, количество элементов которого равно числу элементов множества M, и выбор количества числа многозначных чисел зависит от количества элементов множества M (до 10 элементов – однозначные, до 100 элементов – двузначные, до 1000 элементов – трехзначные, ...).

5. Согласно указаниям, приведенным в работах [3-5], разрабатываем вариант произвольного ключа K, где биграммы (триграммы) множества M заменяются произвольными многозначными числами из множества $M1$, имеющего следующую форму:

$$K = \{y_i \to x_j,\ i, j = \overline{1, n}\ ;\ y_i \in M,\ x_j \in M1\} \tag{2}$$

6. Используя вариант разработанного произвольного ключа K, зашифруем данный открытый объект $G1$, то есть заменим биграммы (триграммы) на соответствующие многозначные числа и получим зашифрованный объект $G2 = E(G1)$.

7. Для того, чтобы осуществить процесс расшифрования, то есть получить исходный объект G из зашифрованного объекта $G2$, достаточно последовательно выполнить приведенные выше пункты от конца к началу. То есть зашифрованный объект $G2$ разбивается на соответствующие многозначные числа от начала до конца и каждое многозначное число заменяется на элементы (биграммы или триграммы) с использованием доступного варианта разработанного произвольного ключа K, и создается

объект ***G1***. Наконец, используя вспомогательный ключ K^{u}, объект ***G1*** легко приводится к исходному объекту ***G***.

Решение задачи на примерах

А. Шифрование объекта с помощью биграмм и многозначных чисел.

1а). Пусть открытый текст ***G*** задан в следующем виде:

Он косагаре, ки косаи сарҳо кард.
Дар косагарӣ санъати худ пайдо кард.
Бар хони вуҷуди мо нагун коса ниҳод,
В-он косаи сарнагун пур аз савдо кард.

2а). Согласно пункту 2 алгоритма, разрабатываем вспомогательный ключ K^{u}, используя запятую, точку, тире, пробел (-), абзац (↵) и, при необходимости, символ несуществующей позиции (⌀). Упомянутые символы от данного объекте ***G***, произвольно заменим символами $, @, ^, %, !, \ , и получим K^{u} в следующем виде:

$$K^{u} = \{, \to \gamma, . \to @, - \to \beta, \_ \to \delta, \downarrow \to \varphi, \varnothing \to \sigma\} \qquad (A^{*})$$

Примечание. Символ абзаца (↵ заменён на φ) используется для того, чтобы не изменять структуру открытого объекта при расшифровании зашифрованного объекта, а символ несуществующей позиции (⌀ заменён на σ) используется для разделения данного открытого объекта на полные биграммы в конце строк перед абзацем.

Теперь с помощью разработанного вспомогательного ключа K^{u} приведем данный объект ***G*** к объекту ***G1***, который принимает следующий вид:

$$G1 = \begin{Bmatrix} Он\delta косагаре\gamma\delta ки\delta косаи\delta сарҳо\delta кард@\varphi \\ Дар\delta косагарӣ\delta санъати\delta худ\delta пайдо\delta кард@\varphi \\ Бар\delta хони\delta вуҷуди\delta мо\delta нагун\delta коса\delta ниҳод\gamma\varphi \\ В\beta он\delta косаи\delta сарнагун\delta пур\delta аз\delta савдо\delta кард@ \end{Bmatrix} \qquad (A^{**})$$

3а). Начиная с первого символа, разобьем объект ***G1*** на односторонние биграммы согласно указанию, данному в [7]. Итак, мы создаем множество шифрования данного объекта ***M***, элементами которого являются биграммы, и оно имеет следующий вид:

$$M = \begin{Bmatrix} Он, \delta к, ос, аг, ар, е\gamma, и\delta, ко, са, рҳ, о\delta, ка, рд, \\ @\varphi, Да, р\delta, га, рӣ, \delta с, ан, ъа, ти, \delta х, уд, \delta п, \\ ай, д@, \varphi\varnothing, Ба, хо, ни, \delta в, уҷ, уд, мо, \delta н, ун, \\ а\delta, ҳо, д\gamma, В\beta, он, аи, на, гу, н\delta, пу, аз, ав, до \end{Bmatrix} \qquad (1.1)$$

4а). Из множества шифрования созданного объекта ***M*** видно, что он состоит из 50 элементов. Теперь, согласно требованиям пункта 4 представленного алгоритма, выберем 50 произвольных двузначных чисел для создания множества многозначных чисел ***M1***. Пусть множество ***M1*** имеет следующий вид:

$$M1 = \begin{Bmatrix} 03,06,09,11,13,17,19,22,25,28,30,31, \\ 33,35,38,39,41,43,45,48,49,52,53,55,57, \\ 59,61,63,65,66,68,70,71,73,75,76,78,79, \\ 82,84,85,87,88,89,91,93,95,97,98,99 \end{Bmatrix} \qquad (1.2)$$

5а). Теперь, чтобы разработать произвольный вариант ключа шифрования ***K***, воспользуемся указанием, данным в пункте 5 алгоритма, и для каждого элемента (биграммы) множества ***M*** выберем произвольное двузначное число из множества ***M1*** и имеем:

$$K = \left\{ \begin{array}{c} \text{Он} \to 57, \delta\text{к} \to 30, \text{ос} \to 65, \text{аг} \to 33, \text{ар} \to 11, \text{е}\gamma \to 19, \\ \text{и}\delta \to 70, \text{ко} \to 84, \text{са} \to 13, \text{рҳ} \to 98, \text{о}\delta \to 88, \text{ка} \to 95, \\ \text{рд} \to 91, @\varphi \to 49, \text{Да} \to 61, \text{р}\delta \to 87, \text{га} \to 06, \text{рӣ} \to 73, \\ \delta\text{с} \to 48, \text{ан} \to 97, \text{ъа} \to 71, \text{ти} \to 35, \delta\text{х} \to 09, \text{уд} \to 68, \\ \delta\text{п} \to 22, \text{ай} \to 43, \text{д@} \to 93, \varphi\varnothing \to 39, \text{Ба} \to 99, \text{хо} \to 52, \\ \text{ни} \to 63, \delta\text{в} \to 85, \text{уҷ} \to 28, \text{уд} \to 55, \text{мо} \to 76, \delta\text{н} \to 59, \\ \text{ун} \to 03, \text{а}\delta \to 89, \text{ҳо} \to 41, \text{д}\gamma \to 66, \text{В}\beta \to 79, \text{он} \to 45, \text{аи} \to 25, \\ \text{на} \to 53, \text{гу} \to 78, \text{н}\delta \to 31, \text{пу} \to 82, \text{аз} \to 38, \text{ав} \to 17, \text{до} \to 75 \end{array} \right\} \quad (1.3)$$

6а). Используя вариант разработанного ключа ***K***, зашифруем объект ***G1***, который примет следующий вид:

$$\boldsymbol{G2} = \boldsymbol{E}(\boldsymbol{G1}) = \left\{ \begin{array}{c} 57306533111930708413701398889591496 18 \\ 78413067348977135096822437530119339 99 \\ 87526385285570765933033065896341663 97 \\ 94530652548115378318287384817753011 93 \end{array} \right\} \quad (1.4)$$

7а). Из зашифрованного объекта ***G2*** видно, что он состоит из последовательности чисел и не представляет никакого смысла. Для расшифрования объекта ***G2*** последовательность чисел разделяется от начала на двузначные числа, затем, согласно требованиям пункта 7 алгоритма, выполняются вышеприведённые пункты последовательно от конца к началу.

Б. Шифрование объекта с помощью триграмм и многозначных чисел.

1б). Пусть текстовый объект ***Q*** в точности совпадает с объектом ***G***, приведённым выше.

2б). Разрабатываем вспомогательный ключ $\boldsymbol{R^a}$ точно так же, как $\boldsymbol{K^a}$. Пусть он имеет следующий вид:

$$\boldsymbol{R^a} = \{\text{,} \to \vartheta, \text{.} \to \$, \text{—} \to \mu, \text{“} \to \omega, \text{↵} \to \rho, \varnothing \to \tau\} \quad (\text{Б}^*)$$

Теперь с помощью разработанного вспомогательного ключа $\boldsymbol{R^a}$ приведем данный объект ***Q*** к объекту ***Q1***, который примет следующий вид:

$$\boldsymbol{Q1} = \left\{ \begin{array}{c} \text{Он}\omega\text{косагаре}\vartheta\omega\text{ки}\omega\text{косаи}\omega\text{сарҳо}\omega\text{кард}\$\rho \\ \text{Дар}\omega\text{косагарӣ}\omega\text{санъати}\omega\text{худ}\omega\text{пайдо}\omega\text{кард}\$\rho \\ \text{Бар}\omega\text{хони}\omega\text{вуҷуди}\omega\text{мо}\omega\text{нагун}\omega\text{коса}\omega\text{ниҳод}\vartheta\rho \\ \text{В}\mu\text{он}\omega\text{косаи}\omega\text{сарнагун}\omega\text{пур}\omega\text{аз}\omega\text{сав до}\omega\text{кард}\$ \end{array} \right\} \quad (\text{Б}^{**})$$

3б). Начиная с первого символа, разобьем объект ***Q1*** на односторонние триграммы, как указано в работе [8]. После, создадим множество шифрования данного объекта ***M2***, элементами которого являются триграммы, и оно имеет следующий вид:

$$\boldsymbol{M2} = \left\{ \begin{array}{c} \text{Он}\omega, \text{кос}, \text{ага}, \text{ре}\vartheta, \omega\text{ки}, \omega\text{ко}, \text{саи}, \omega\text{са}, \text{рҳо}, \omega\text{ка}, \rho\tau\tau, \\ \text{Дар}, \text{саг}, \text{арӣ}, \text{нъа}, \text{ти}\omega, \text{худ}, \omega\text{па}, \text{йдо}, \text{рд}\$, \text{Бар}, \omega\text{хо}, \\ \text{ни}\omega, \text{вуҷ}, \text{уди}, \omega\text{мо}, \omega\text{на}, \text{гун}, \text{са}\omega, \text{ниҳ}, \text{од}\vartheta, \text{В}\mu\text{о}, \text{н}\omega\text{к}, \\ \text{оса}, \text{и}\omega\text{с}, \text{арн}, \text{агу}, \text{н}\omega\text{п}, \text{ур}\omega, \text{аз}\omega, \text{сав}, \text{до}\omega, \text{кар}, \text{д}\$\tau \end{array} \right\} \quad (2.1)$$

Примечание. В множестве шифрования данного объекта ***M2***, так же, как в случае с биграммами, символ абзаца (↵ заменён на ρ) используется для того, чтобы не изменять структуру открытого объекта при расшифровании зашифрованного объекта, а символ несуществующей позиции (⌀ заменён на τ) используется для разделения данного открытого объекта на полные триграммы в конце строк перед абзацем.

4б). Из созданного множества шифрования ***M2*** видно, что он состоит из 44 элементов. Теперь, согласно требованиям пункта 4 представленного алгоритма, выберем 44 произвольных двузначных числа для создания множества многозначных чисел ***M3***. Пусть множество ***M3*** имеет следующий вид:

$$\boldsymbol{M3} = \begin{Bmatrix} 01,04,07,10,12,14,16,18,21,23,26, \\ 29,32,34,37,40,42,44,47,50,51,54, \\ 56,58,62,64,67,69,72,74,77,80,81, \\ 83,85,86,90,92,94,95,96,97,98,99 \end{Bmatrix} \tag{2.2}$$

5б). Теперь для разработки варианта произвольного ключа шифрования ***R*** воспользуемся указанием, данным в пункте 5 алгоритма, и для каждого элемента (триграммы) множества ***M2*** выберем произвольное двузначное число из множества ***M3***, имеем следующий вид варианта произвольного ключа шифрования ***R***:

$$R = \begin{Bmatrix} \text{Он}\omega \to 80, \text{кос} \to 64, \text{ага} \to 04, \text{ре}\vartheta \to 44, \omega\text{ки} \to 77, \omega\text{ко} \to 97, \\ \text{саи} \to 01, \omega\text{са} \to 29, \text{рҳо} \to 58, \omega\text{ка} \to 90, \rho\tau\tau \to 07, \text{Дар} \to 34, \\ \text{саг} \to 67, \text{арӣ} \to 94, \text{нъа} \to 12, \text{ти}\omega \to 42, \text{худ} \to 72, \omega\text{па} \to 96, \\ \text{йдо} \to 14, \text{рд\$} \to 32, \text{Бар} \to 62, \omega\text{хо} \to 92, \text{ни}\omega \to 18, \text{вуҷ} \to 50, \\ \text{уди} \to 74, \omega\text{мо} \to 85, \omega\text{на} \to 98, \text{гун} \to 23, \text{са}\omega \to 40, \\ \text{ниҳ} \to 69, \text{од}\vartheta \to 99, \text{В}\mu\text{о} \to 16, \text{н}\omega\text{к} \to 51, \text{оса} \to 81, \\ \text{и}\omega\text{с} \to 95, \text{арн} \to 21, \text{агу} \to 86, \text{н}\omega\text{п} \to 26, \text{ур}\omega \to 47, \\ \text{аз}\omega \to 83, \text{сав} \to 37, \text{до}\omega \to 54, \text{кар} \to 10, \text{д\$}\tau \to 56 \end{Bmatrix} \tag{2.3}$$

6б). Используя вариант произвольного ключа шифрования *R*, зашифруем объект *Q1*, который примет следующий вид:

$$\boldsymbol{Q2} = \boldsymbol{E(Q1)} = \begin{Bmatrix} 806404447797012958903 2073 \\ 497679429124272961490320 76 \\ 292185074859823974069990 71 \\ 651819521862647833754105 6 \end{Bmatrix} \tag{2.4}$$

7б). По зашифрованному объекту ***Q2*** видно, что он состоит из последовательности чисел и не представляет никакого смысла. Для расшифрования зашифрованного объекта ***Q2*** разделим последовательность чисел сначала на двузначные числа, затем, согласно требованиям пункта 7 приведённого алгоритма, выполним указанные выше пункты последовательно от конца к началу.

В ы в о д ы

1. Стойкость этого метода зависит от количества вариантов произвольного ключа шифрования, которые необходимо разработать, и от количества произвольно выбранных многозначных чисел. Вероятность определения варианта произвольного ключа шифрования определяется по следующим формулам:

$$\boldsymbol{E_k = \frac{1}{B_k + B_a}}, \boldsymbol{B_k = n!}, \boldsymbol{B_a = C_{n1}^{m}} \tag{3}$$

здесь $\boldsymbol{E_k}$ – вероятность определения варианта произвольного ключа шифрования, $\boldsymbol{B_k}$ – количество разрабатываемого произвольного ключа шифрования, $\boldsymbol{B_a}$ – количество выбранных произвольных многозначных чисел, $\boldsymbol{n}$ – количество элементов множества шифрования объекта, $\boldsymbol{n1}$ – общее количество многозначных чисел в выбранной группе и $\boldsymbol{m}$ – количество выбираемых многозначных чисел от выбранной группы.

Действительно, используя формулы, приведенные в (3), легко можем определить, что вероятность определения вариантов произвольного разрабатываемого ключа шифрования объекта, при использовании биграмм составляет $\boldsymbol{E_k \approx 3,288e-65}$, а при использовании триграмм $\boldsymbol{E_k \approx 3,762e-55}$, что свидетельствует о высокой стабильности объекта, зашифрованного данным методом и способом разработки ключа шифрования.

2. Преимущество выбора произвольного ключа шифрования заключается в том, что в зависимости от увеличения количества элементов множества шифрования увеличивается и возможность выбора варианта произвольного ключа шифрования. Также при разработке произвольного варианта ключа шифрования, где используются биграммы (триграммы) и многозначные числа, процесс выбора элементов замены является произвольным и никакие правила не используются.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Усманов З.Д., Косимов А.А. Частотность биграмм таджикской литературы. – ДАН РТ, 2016, т.59, №1-2, с.28-32.
2. Усманов З.Д., Косимов А.А. О распознавании авторства таджикского текста. – ДАН РТ, 2016, т.59, №3-4, с.114-119.
3. Гафуров М.Х. Шифрование текстового объекта при использовании языковых символов (на тадж. яз.) – Политехнический вестник. Серия: Интеллект. Инновации. Инвестиции, 2020, №4 (52), с.31-35.
4. Гафуров М.Х., Косимов А.А., Абдукарим А. Об одном способе разработки уникальных вариантов алфавита шифрования. – Политехнический вестник. Серия: Интеллект. Инновации. Инвестиции, 2022, №1 (57), с.47-50.
5. Гафуров М.Х. Об одном способе шифрования объекта с использованием двойного ключа (на тадж. яз.). – Политехнический вестник. Серия: Интеллект. Инновации. Инвестиции, 2023, №1 (61), с.38-41.
6. Гафуров М.Х. Об одном способе шифрования объекта с использованием элементов языка. – Политехнический вестник. Серия: Интеллект. Инновации. Инвестиции, 2023, №2 (62), с.22-29.
7. Гафуров М.Х., Косимов А.А. Применение биграмм в шифровании объекта с использованием двойного ключа (на тадж. яз.). – Политехнический вестник. Серия: Интеллект. Инновации. Инвестиции, 2023, №3 (63), с.43-46.
8. Гафуров М.Х. Применение биграмм и триграмм при шифровании объекта с использованием квадрата Полибея. – Политехнический вестник. Серия: Интеллект. Инновации. Инвестиции, 2024, №1 (65), с.63-67.

М.Ҳ.Ғафуров, М.А.Тоирова

ТАТБИҚИ БИГРАММАҲО, ТРИГРАММАҲО ВА АДАДҲОИ БИСЁРРАҚАМА ДАР ТАҲИЯИ КАЛИДИ БАДАЛСОЗИИ ОБЪЕКТИ МАТНӢ

Донишгоҳи техникии Тоҷикистон ба номи академик М.С. Осимӣ

Дар мақолаи мазкур тарзи таҳияи калиди бадалсозии объекти кушодаи додашуда бо истифодаи биграммаҳо, триграммаҳо ва ададҳои бисёррақама мавриди баррасӣ қарор дода шудаанд. Ин тарзи таҳияи калиди бадалсозӣ, барои баланд гардидани устувории объекти бадалшуда мусоидат карда, барои аксбадалкунии объекти пӯшида ва овардани он ба объекти кушода (аввала) ба қулфшиканҳо (хакерон) маҳдудиятро ба бор меорад.

Калимаҳои калидӣ: *усул, объект, алифбо, бадалсозӣ, аксбадалкунӣ, биграмма, триграмма, маҷмӯъ, ададҳои бисёррақам, калид, вариант, устуворӣ.*

M.Kh.Gafurov, M.A.Toirova

APPLICATION OF BIGRAMS, TRIGRAMS AND MULTI-VALUED NUMBERS IN DEVELOPING A TEXT OBJECT ENCRYPTION KEY

Tajik technical university named after academician M.S.Osimi

In this article a way to develop an encryption key for a given open object using bigrams, trigrams and multi-digit numbers are discusses. This method of developing an encryption key increases the stability of the encrypted object and limits the ability of crackers (hackers) to decrypt a closed object and transfer it to an open object.

Key words: *method, object, alphabet, encryption, decryption, bigram, trigram, set, multi-digit numbers, key, variant, stability.*

Сведения об авторах:

1. **Гафуров Миршафи Хамитович** – кандидат технических наук, Таджикский технический университет имени академика М.С.Осими, доцент. E-mail: mirugaf56@gmail.com;
2. **Тоирова Мунира Абдурахимовна** – Таджикский технический университет имени академика М.С.Осими, старший преподаватель. E-mail: munirka.t@mail.ru.

ЭНЕРГЕТИКА И ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

УДК 621.311.243
Специальность: 2.4.5. Энергетические системы и комплексы

Б.Махмудов, член-корреспондент НАН Таджикистана У.Мадвалиев,
А.Р.Рустамзода, М.А.Кудусов

ОЦЕНКА ТЕХНИЧЕСКОГО ПОТЕНЦИАЛА РУФТОП-СОЛНЕЧНЫХ УСТАНОВОК В ТАДЖИКИСТАНЕ НА ОСНОВЕ ОТКРЫТЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ДАННЫХ И МУЛЬТИКРИТЕРИАЛЬНОГО ПОДХОДА

Национальная академия наук Таджикистана,
Физико-технический институт им. С.У.Умарова НАН Таджикистана

В условиях энергетической трансформации развивающихся стран особую актуальность приобретает использование распределённых солнечных фотоэлектрических систем (СФЭС), размещаемых на крышах зданий. В настоящем исследовании разработана новаторская пространственно-эксплицитная методика оценки технического потенциала руфтоп-СФЭС в Таджикистане на основе данных Microsoft Building Footprints, SolarGIS PVOUT и алгоритмов ориентации крыш. Методика, построенная на принципах мультикритериальности, учитывает геометрию зданий, затенение, климатические параметры и пространственную агрегацию. Результаты показывают, что совокупная установленная мощность может превышать 56 ГВт, а годовая генерация — 50 млрд. кВт·ч. Выявлены территориальные приоритеты, предложены критерии зонирования. Разработанный подход может быть успешно применён в странах с ограниченной картографической инфраструктурой.

Ключевые слова: *руфтоп-СФЭС, солнечный потенциал, мультикритериальная оценка, ГИС, Таджикистан.*

Глобальный переход к низкоуглеродной энергетике требует переосмысления не только структуры генерации, но и пространственной организации энергетических систем. В этой трансформации особую роль играют распределённые СФЭС, способные снижать нагрузку на магистральные сети, обеспечивать локальную надёжность снабжения и повышать уровень энергетической доступности на уровне домохозяйств и учреждений [1, 2]. Особенно значимыми руфтоп-СФЭС являются в странах с высоким уровнем инсоляции и фрагментированной инфраструктурой, таких как Республика Таджикистан.

Таджикистан обладает одним из самых высоких уровней солнечного ресурса в Центральной Азии — среднегодовая инсоляция достигает 1800–2000 кВт·ч/м² [3], что делает внедрение руфтоп-СФЭС технико-экономически целесообразным. Однако, несмотря на потенциал, доля распределённой солнечной генерации в энергетическом балансе страны остаётся крайне низкой. Основными

Адрес для корреспонденции: *Мадвалиев Умархон, 734063, Душанбе, проспект Айни, 299/1, Физико-технический институт им. С.У.Умарова НАН Таджикистана. E-mail: umarkhon@mail.ru.*

причинами этого являются институциональные барьеры, ограниченные инвестиционные механизмы и — в особенности — отсутствие надёжных пространственных моделей, позволяющих оценивать пригодность зданий для установки солнечных систем. Существующие международные подходы к моделированию руфтоп-потенциала в большинстве случаев основаны на использовании данных трёхмерного лазерного сканирования (LiDAR), цифровых моделей поверхности (DSM) и кадастровых баз [4–6]. Такие модели позволяют учитывать наклон, высоту, ориентацию и затенение зданий с высокой точностью. Однако их применение невозможно в странах с низким уровнем картографической детализации. Для подобных условий необходимы альтернативные, но научно обоснованные методы оценки, базирующиеся на открытых и воспроизводимых данных.

На этом фоне возрастающее внимание привлекают **мультикритериальные подходы**, позволяющие интегрировать доступные геометрические, климатические и технико-экономические параметры в единую систему принятия решений. Такие методы, включая иерархический анализ, логическую агрегацию и пространственную взвешенность, успешно применяются для оценки пригодности территорий под ВИЭ [7–9].

Актуальность этой задачи подтверждается недавними исследованиями. В частности, в исследованиях были показаны перспективные зоны для внедрения солнечной и ветровой генерации в Таджикистане путём мультикритериального анализа, объединяющего климатические, пространственные и инфраструктурные параметры [10]. Однако метод не был реализован на уровне зданий и не включал детальную геометрию кровель, ограничиваясь определением зон для СФЭС больших мощностей. В этой связи возникает фундаментальный научный вопрос: «Возможно ли достичь высокой пространственной детализации оценки солнечного потенциала зданий без LiDAR и кадастровых данных, используя исключительно открытые источники — такие как контуры зданий и спутниковые данные по солнечной радиации?»

В настоящем исследовании выдвигается гипотеза, что за счёт интеграции следующих компонентов возможно формирование надёжной модели оценки руфтоп-потенциала:

- геометрии зданий из Microsoft Building Footprints [11];
- алгоритмов метода главных компонентов для оценки ориентации и геометрической формы крыш зданий;
- модели междурядного затенения, учитывающие угол наклона, широту и сезонность;
- спутниковой радиационной модели SolarGIS PVOUT [3];
- мультикритериального агрегирования на уровне зданий и районов.

Статья посвящена разработке и апробации пространственно-эксплицитной методики оценки годового технического потенциала руфтоп-СФЭС на примере Республики Таджикистан. Методика предполагает работу в условиях ограниченного доступа к детализированным геоданным, и предназначена для последующей масштабирование в странах со схожими ограничениями.

Вклад исследования состоит в формализации нового подхода, сочетающего мультикритериальный анализ, пространственную агрегацию, геометрические эвристики и радиационное моделирование. Полученные результаты могут использоваться при зонировании территорий, планировании субсидий,

разработке локальных энергетических программ и интеграции ВИЭ в стратегические планы развития инфраструктуры.

Методология исследования

Объектом исследования выступает потенциал распределённой солнечной генерации на крышах зданий Республики Таджикистан. В качестве основного источника информации использовались векторные контуры зданий из базы Microsoft Building Footprints, охватывающей территорию страны в пределах координат $67.3° \le \lambda \le 75.3°$, $36.5° \le \varphi \le 41.1°$. Отбор данных осуществлялся с применением пространственного фильтра по границам региона, обеспечивая полноту охвата. Подготовка данных включала нормализацию геометрий, устранение топологических дефектов и приведение проекции к метрической системе координат (EPSG:32642).

Для всех зданий были вычислены значения полной площади кровельной поверхности. Однако, учитывая инженерные ограничения (наличие мансард, вентиляционных конструкций и др.), принято, что только часть крыши может быть эффективно использована под солнечные панели. Допустимая доля полезной площади задаётся как:

$$A_{полезная} = A_{крыши} \times r_{крыши} \times k_{затенения},$$

где:

$A_{полезная}$ — полезная площадь кровли, м²;

$A_{крыши}$ — общая площадь кровли, м²;

$r_{крыши}$ — коэффициент пригодности (принят равным 0.75);

$k_{затенения}$ — поправка на междурядное расстояние (*).

Последний параметр (*) определяется на основе геометрии установки:

$$A_{панели} = \frac{L_{панели}}{\cos(\alpha)} \times W_{панели},$$

где:

$\mathbf{L_{панели}}$ — длина панели (1.775 м),

$\mathbf{W_{панели}}$ — ширина панели (1.098 м),

$\boldsymbol{\alpha}$ — угол наклона панели (30°).

Высота панели:

$$H = L_{панели} \times \sin \boldsymbol{\alpha}.$$

Зимний солнечный угол:

$$\theta_{солнца} = 90° - \varphi - 23.5°,$$

где φ — широта района установки (например, 41° для Душанбе).

Междурядное расстояние:

$$S_{ряда} = \frac{H}{\tan\theta_{солнца}}.$$

Поправочный коэффициент на затенение:

$$k_{затенения} = \frac{A_{панели}}{\mathrm{A_{панели}} + \mathrm{S_{ряда}} \times \mathrm{W_{панели}}}. \qquad (*)$$

Число устанавливаемых панелей:

$$N_{панелей} = \left[\frac{A_{полезная}}{A_{панели}} \right].$$

Ориентация плоскости крыши оказывает критическое влияние на энергетическую эффективность установки. В исследовании применён метод анализа главных компонентов для определения доминирующего азимута крыши, исходя из пространственной геометрии.

Для каждого объекта вычислялся азимут $\theta \in \left[0^{\circ}, 180^{\circ}\right]$, где 0º соответствует северному направлению, а 180º — южному (оптимальному). Поправка на ориентацию рассчитывалась по формуле:

$$f_{ориентации} = \max\left(\cos\left(\theta - 180°\right), f_{мин}\right),$$

где:

θ — азимут крыши в градусах,

$f_{мин}$ — минимально допустимый коэффициент ориентации (принят 0.5).

Для оценки потенциала солнечной генерации использовались данные по годовому уровню солнечной радиации (PVOUT), полученные из спутникового источника SolarGIS. Каждый центр здания сопоставлялся с пикселем растра, что позволило получить величину R_{PVOUT} — усреднённое годовое значение солнечной генерации на 1 кВт установленных панелей.

Величины PVOUT отражают интегральный климатический потенциал конкретной географической локации, включая облачность, аэрозоли, альбедо и другие атмосферные параметры.

Финальный расчёт параметров солнечной установки для каждого здания производился по следующим формулам:

Установленная мощность:

$$P_{установленная} = N_{панелей} \times P_{панели}.$$

Годовая выработка электроэнергии:

$$E_{годовая} = P_{установленная} \times R_{PVOUT} \times f_{ориентации} \times \eta_{затенения},$$

где:

$P_{панели}$ — номинальная мощность одной панели (0.4 кВт);

$\eta_{затенения}$ — коэффициент затенения (0.95);

$f_{ориентации}$ — поправка на ориентацию;

R_{PVOUT} — годовой уровень солнечной генерации.

Р е з у л ь т а т ы

Результаты пространственно-эксплицитного моделирования показали значительную неоднородность технического потенциала размещения руфтоп-фотоэлектрических систем по регионам Таджикистана. Совокупная установленная мощность, рассчитанная с учётом геометрии крыш, междурядного затенения и ориентационных факторов, достигает 56.5 ГВт. Таблица 1 содержит агрегированные значения по ключевым параметрам: числу зданий, площади крыш, установленной мощности, генерации, ориентационному коэффициенту и PVOUT.

Таблица 1

Потенциал солнечной генерации на крышах по районам и городам Таджикистана

Область	Район или город	Количество зданий	Общая площадь крыш, га	Полезная площадь (га)	Общая мощность, МВт	Годовая генерация, ГВт·ч	Средний коэффициент ориентации	Средний PVOUT, кВт·ч/кВт
РРП	Файзабад	66650	907.8	356.9	621.0	575.3	0.62	1559
	Гиссар	224985	3062.5	1203.9	2094.9	1973.0	0.63	1568
	Сангвор	523	5.3	2.1	3.6	2.9	0.62	1457
	Нуробод	56931	550.5	216.4	373.3	325.9	0.62	1482
	Рашт	133020	1412.1	555.1	960.2	812.8	0.61	1459
	Рогун	47042	537.4	211.3	366.1	317.8	0.61	1489
	Рудаки	400047	5298.3	2082.9	3621.9	3285.0	0.61	1560
	Шахринав	178071	2294.5	902.0	1567.6	1462.8	0.62	1576
	Лахш	8913	76.6	30.1	51.7	41.2	0.6	1396
	Таджикабад	30924	285.2	112.1	193.2	157.7	0.61	1422
	Турсунзаде	224307	3162.1	1243.1	2164.5	1958.3	0.61	1587
	Вахдат	217833	3045.8	1197.4	2084.6	1917.0	0.62	1560
	Варзоб	135662	1589.9	625.0	1083.8	988.6	0.61	1557
Душанбе	Душанбе	318860	5920.8	2327.6	4073.1	3772.8	0.61	1574
ГБАО	Ишкашим	1306	12.8	5.1	8.7	7.8	0.6	1555
	Мургаб	1467	16.4	6.4	11.1	12.1	0.62	1855
	Рошткала	4108	61.8	24.3	42.4	38.4	0.63	1518
	Рушан	3000	22.8	9.0	15.3	13.2	0.62	1449
	Шугнан	9488	145.0	57.0	99.5	89.1	0.62	1527
	Ванч	2649	22.7	8.9	15.3	12.9	0.62	1434
Хатлонская область	Балджувон	21633	207.5	81.6	140.7	125.2	0.61	1560
	Бохтар	251924	3624.1	1424.7	2481.9	2143.6	0.6	1524

Область	Район или город	Количество зданий	Общая площадь крыш, га	Полезная площадь (га)	Общая мощность, МВт	Годовая генерация, ГВт·ч	Средний коэффициент ориентации	Средний PVOUT, кВт·ч/кВт
	Дангара	153501	1660.8	652.9	1129.8	1012.3	0.61	1551
	Фархор	143768	1702.8	669.4	1161.0	1019.5	0.61	1510
	Дусти	2070	21.2	8.3	14.4	13.5	0.65	1519
	Джоми	162289	1799.8	707.5	1225.2	1094.2	0.61	1525
	Ховалинг	40773	481.4	189.3	328.2	292.0	0.61	1556
	Хуросон	149811	1591.6	625.7	1082.1	960.8	0.61	1537
	Мир Сайид Али Хамадони	11168	136.1	53.5	92.9	79.3	0.6	1516
	Муминобод	1917	17.9	7.0	12.1	10.5	0.6	1562
	Нурек	54994	675.2	265.4	460.8	426.2	0.63	1533
	Носири Хусрав	51974	535.4	210.5	363.7	337.9	0.61	1560
	Пяндж	93279	1092.6	429.5	744.8	638.4	0.61	1499
	Кабодиён	66855	848.4	333.5	579.5	510.3	0.6	1559
	Джайхун	40716	688.1	270.5	472.7	432.4	0.64	1522
	Левакант	44236	552.8	217.3	377.4	320.2	0.6	1535
	Шахритус	159788	1851.3	727.8	1261.7	1132.4	0.61	1563
	Темурмалик	69721	755.9	297.2	514.2	465.5	0.62	1560
	Вахш	55414	564.4	221.9	383.2	338.5	0.62	1530
	Восеъ	64766	871.5	342.6	596.0	521.3	0.61	1528
	Яван	201707	2298.2	903.5	1565.6	1441.3	0.63	1546
Согдийская область	Ашт	202211	2065.7	812.1	1402.7	1178.9	0.61	1476
	Айни	69587	727.9	286.2	494.7	459.3	0.64	1505
	Бободжон Гафуров	546822	9377.0	3686.2	6442.5	5439.2	0.61	1456
	Деваштич	53904	775.3	304.8	531.0	466.3	0.62	1482
	Исфара	281287	3712.0	1459.3	2537.6	2115.8	0.6	1452
	Истаравшан	97463	1639.8	644.6	1126.3	1006.7	0.62	1499
	Джаббор Расулов	116881	2186.4	859.5	1504.4	1252.0	0.61	1446
	Канибадам	220776	3113.7	1224.0	2131.5	1740.8	0.61	1424
	Кухистони Мастчох	9911	82.2	32.3	55.5	47.3	0.62	1423
	Мастчох	132702	1656.8	651.3	1131.1	981.4	0.64	1440
	Пенджикент	218589	3584.8	1409.3	2461.0	2403.0	0.64	1573
	Шахристон	45383	534.6	210.2	364.5	328.7	0.63	1503
	Спитамен	125190	2402.4	944.4	1653.6	1413.9	0.61	1440
	Зафарабад	21512	327.3	128.7	224.4	191.5	0.61	1456
Итого		6050308	82593.49	32468.89	56500.39	50104.59	0.62	1517

Особо следует отметить, что значения ориентационного коэффициента находятся в диапазоне от 0.60 до 0.64, что свидетельствует о преобладании геометрии зданий, частично приближенной к оптимальной южной ориентации. Это повышает достоверность оценки без необходимости использования 3D-моделей. Анализ взаимосвязи между количеством зданий и полезной площади крыш,

пригодной для размещения панелей, выявил сильную линейную зависимость (рис. 1). Это подтверждает, что плотность застройки и размер типового здания являются ключевыми факторами, определяющими технический потенциал на районном уровне.

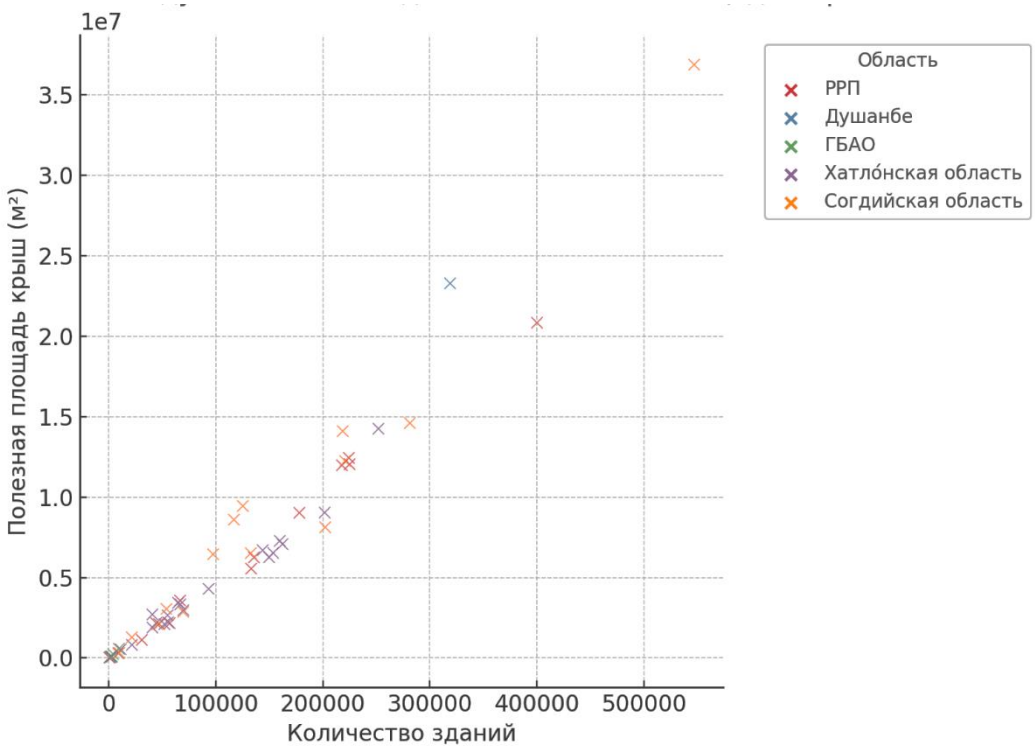

Рис. 1. Зависимость между количеством зданий и полезной площади крыш.

Тем не менее, наблюдаются статистически значимые отклонения от общей тенденции, отражающие различия в типологии зданий. Например, районы с преобладанием крупногабаритных объектов (школы, больницы, склады) демонстрируют большую площадь на единицу здания.

Важным аспектом оценки является выявление зависимости между значением солнечного ресурса (PVOUT) и удельной годовой генерацией (в кВт·ч/м²). На рисунке 2 представлена эта корреляция с отчётливо выраженным положительным трендом. Повышение PVOUT на 100 кВт·ч/кВт сопровождается ростом удельной генерации на ~8–10 кВт·ч/м², при условии постоянства других факторов.

Такое поведение подтверждает, что даже при отсутствии LiDAR и цифровых моделей зданий, комбинация PVOUT и геометрической аппроксимации может обеспечить реалистичную оценку генерационного потенциала.

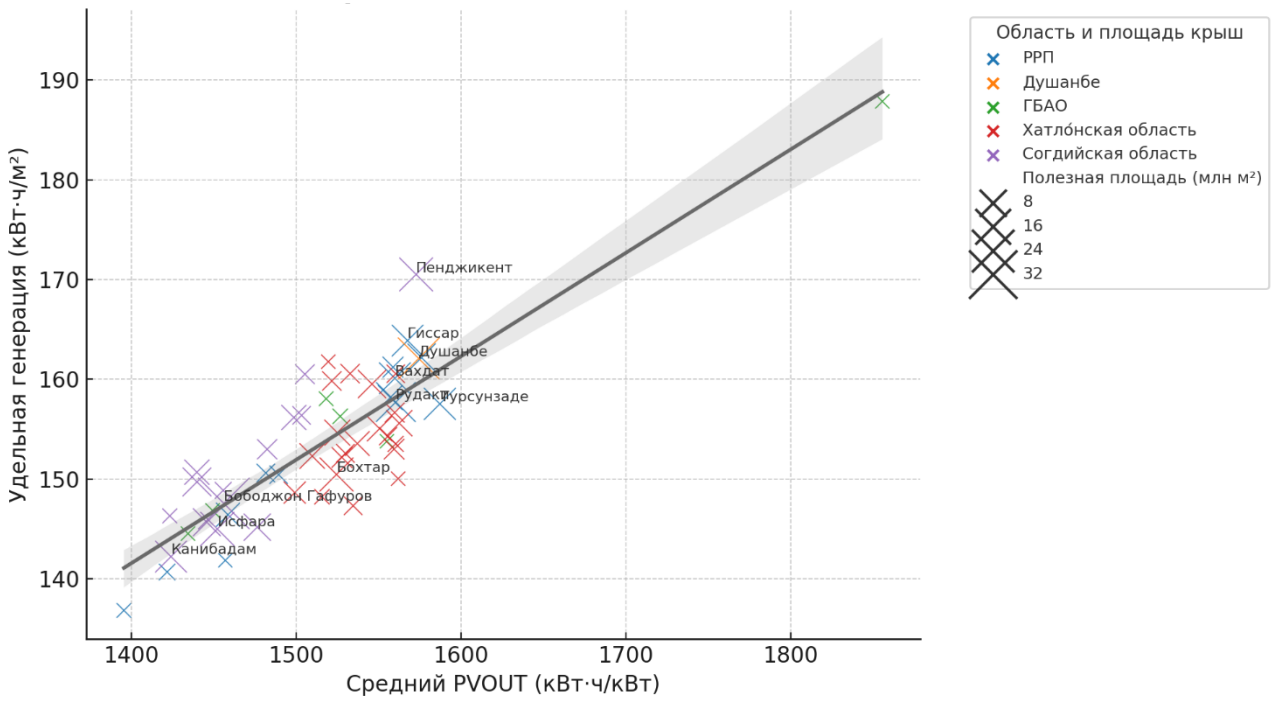

Рис. 2. Зависимость удельной генерации от среднего PVOUT

Для иллюстрации внутригородской вариативности технического потенциала были построены карты распределения установленной мощности руфтоп-СФЭС на уровне зданий для четырёх ключевых городов страны (рис. 3). В столице, г. Душанбе, высокая плотность зданий в центральной части города сочетается с преобладанием крыш с мощностью 100–215 кВт.

В г. Бохтар зафиксировано значительное число объектов с установленной мощностью >144 кВт, преимущественно в южной и восточной частях города. В то же время, в г. Хорог, несмотря на малую плотность застройки, присутствуют отдельные здания с высокой плотностью СФЭС (до 192 кВт), что объясняется благоприятной ориентацией и отсутствием затенения.

Проведённый анализ выявил выраженную зависимость между среднегодовым солнечным ресурсом (PVOUT) и энергетической эффективностью крыш зданий, проявляющуюся в удельной годовой генерации на единицу полезной площади. Используемый показатель удельной генерации рассчитывался по формуле:

$$G_{уд} = \frac{E_{год}}{S_{полезн}},$$

где $E_{год}$ — годовая генерация энергии, а $S_{полезн}$ — площадь крыши, пригодная для установки фотоэлектрических панелей. Расчёты показали наличие сильной положительной линейной корреляции между средним PVOUT и $G_{уд}$, при этом, коэффициент корреляции составил r = 0.87, а коэффициент детерминации R^2=0.75, что свидетельствует о высокой объясняющей способности солнечного ресурса по отношению к фактической продуктивности СФЭС. Это согласуется с выводами, где подобные связи были выявлены при моделировании руфтоп-СЭС в США и Германии [5, 8].

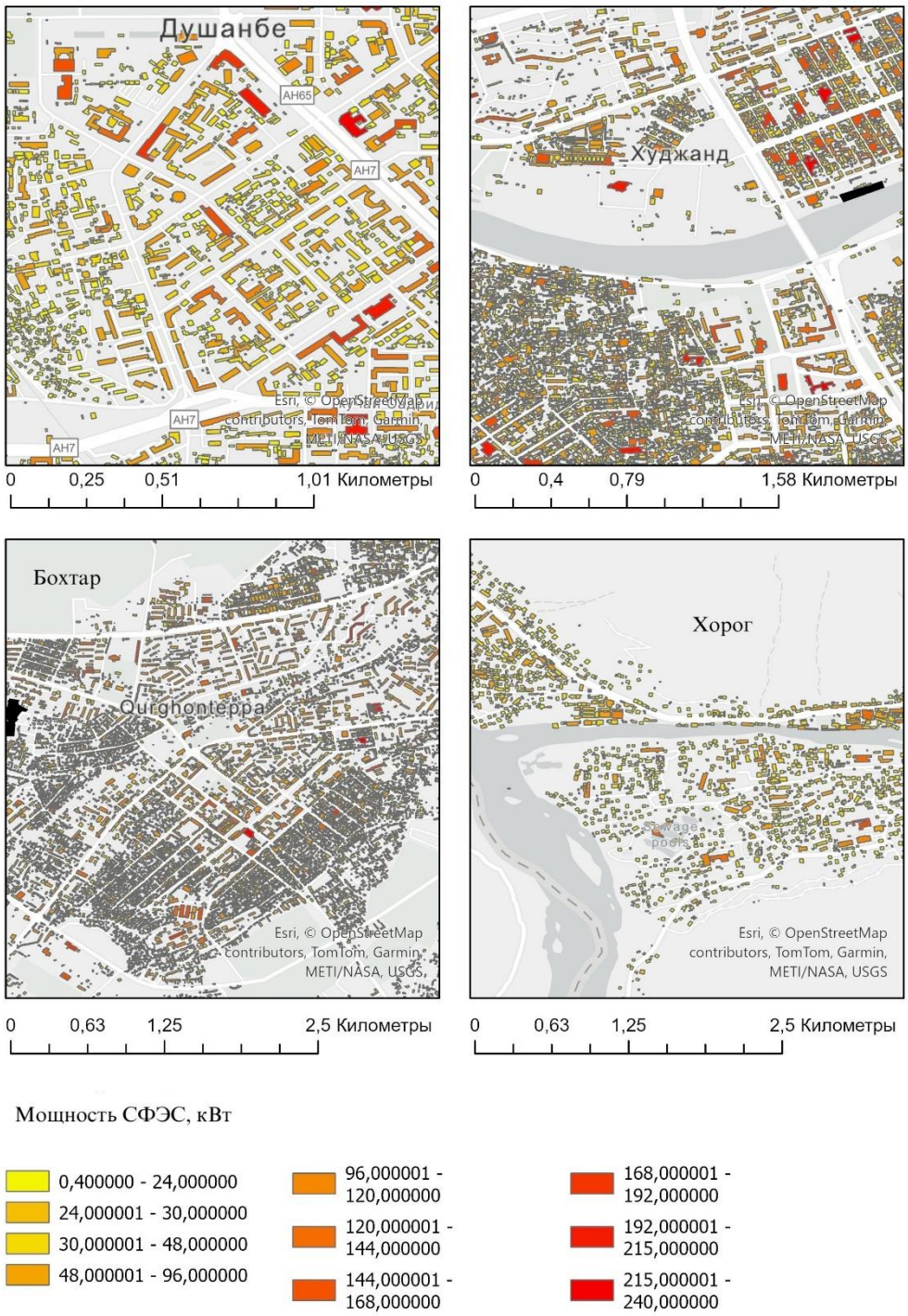

Рис. 3. Пространственное распределение установленной мощности руфтоп-СФЭС на уровне зданий в четырёх городах Таджикистана: Душанбе, Худжанд, Бохтар, Хорог. Цвет отражает диапазон суммарной мощности на здание (в кВт), рассчитанной на основе полезной площади крыши, коэффициента ориентации и радиационного ресурса PVOUT. Карты составлены по данным Microsoft Building Footprints, SolarGIS и алгоритму PCA.

Дополнительные ограничения связаны с качеством исходных пространственных данных: в отсутствии LiDAR и трёхмерной информации, полезная площадь оценивалась на основе векторных контуров из Microsoft Building Footprints, с учётом ограничений по затенению и ориентации на базе алгоритма PCA. Несмотря на это, пространственная модель показала высокую воспроизводимость, и позволяет ранжировать регионы по эффективности использования крыши под солнечную генерацию.

Аналогичный подход применялся в ряде международных работ, в частности, для Словакии и стран Ближнего Востока [6, 7].

С практической точки зрения, выявленная зависимость обосновывает использование PVOUT в качестве основного критерия при предварительной оценке зон приоритетного развития распределённой солнечной генерации, особенно в условиях дефицита точных геометрических данных. Предлагаемый метод позволяет не только создать шкалу энергоэффективности крыш, но и обосновать стратегии субсидирования, зонирования и интеграции муниципальных и частных солнечных установок в общую энергосистему. Таким образом, разработанный подход может быть успешно адаптирован как на национальном уровне, так и в рамках трансграничных инициативах, направленных на декарбонизацию энергетического сектора Центральной Азии и укрепление энергетической безопасности при минимальных затратах инфраструктурного характера.

В ы в о д ы

Проведённое исследование подтвердило наличие значительного технического потенциала размещения руфтоп-солнечных фотоэлектрических установок в Таджикистане. Применение пространственно-эксплицитной методики, основанной на открытых данных Microsoft Building Footprints, SolarGIS PVOUT и алгоритмах ориентационного анализа, позволило определить совокупную установленную мощность свыше 56 ГВт и потенциальную годовую генерацию порядка 50 млрд кВт·ч. Если учесть, что в 2024 году в Таджикистан общий объем производства электроэнергии составил 22.4 млрд кВт·ч, то это, несомненно, большая мощность, имеющая хорошую энергетическую перспективу. Несмотря на ограниченность входных данных, достигнута высокая точность за счёт использования аппроксимации междурядного затенения, фильтрации пригодной площади и корректировки по ориентации крыш. Установлена отчётливая пространственная дифференциация потенциала, сопровождаемая устойчивой зависимостью между инсоляцией и удельной выработкой энергии. Новая методика продемонстрировала воспроизводимость и пригодность к масштабированию на другие страны с аналогичным дефицитом пространственных данных. Полученные результаты могут служить научной основой для формирования стратегий развития распределённой генерации, программ субсидирования и территориального зонирования солнечной энергетики.

Поступило 14.04.2025 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Renewables 2023 Global Status Report. – Paris: REN21 Secretariat, 2023, 314 c.
2. Planning for the Renewable Future: Long-term Modelling and Tools to Expand Variable Renewable Power in Emerging Economies. – Abu Dhabi: IRENA, 2017, 88 c.
3. Microsoft Global Building Footprints Dataset [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://github.com/microsoft/GlobalMLBuildingFootprints (дата обращения: 09.03.2025).
4. Tajikistan Power Sector Development Note. – Washington, DC: World Bank, 2021, 74 c.
5. Jakubiec J.A., Reinhart C.F. A method for predicting city-wide electricity gains from photovoltaic panels based on LiDAR and GIS data. – Solar Energy, 2013, vol. 93, pp. 10–23.

6. Hofierka J., Kaňuk J. Assessment of photovoltaic potential in urban areas using open-source solar radiation tools. – Renewable Energy, 2009, vol. 34, №10, pp. 2206–2214.
7. Charabi Y., Gastli A. PV site suitability analysis using GIS-based spatial fuzzy MCDM approach. – Renewable Energy, 2011, vol. 36, №9, pp. 2554–2561.
8. Janke J.R. Multicriteria GIS modeling for solar farm site selection using analytical hierarchy process. – Renewable Energy, 2010, vol. 35, №11, pp. 2631–2639.
9. Debnath K.B., Mourshed M., Yuce B.J. Design of decentralized renewable energy systems using multicriteria decision-making methods. – Energy Policy, 2014, vol. 67, pp. 75–85.
10. Кудусов М.А., Мадвалиев У.М., Бахромзод Р., Рустамзода А.А. Оценка потенциала солнечной и ветровой энергии в Таджикистане с использованием мультикритериального метода. – Вестник МЭИ, 2024, №6, с. 55–67. – DOI: 10.24160/1993-6982-2024-6-55-67.
11. SolarGIS. PVOUT Methodology Description [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://solargis.com/docs (дата обращения: 09.03.2025).

Б.Маҳмудов, У.Мадвалиев, А.Р.Рустамзода, М.А.Қудусов

АРЗЁБИИ ИҚТИДОРИ ТЕХНИКИИ НЕРӮГОҲҲОИ ОФТОБИИ БОМӢ ДАР ТОҶИКИСТОН БО ИСТИФОДАИ МАЪЛУМОТИ КУШОДАИ ГЕОМАКОНӢ ВА УСУЛҲОИ БИСЁРМЕЪЁРӢ

Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,

Институти физикаю техникаи ба номи С.У.Умарови АМИ Тоҷикистон

Дар шароити таҳаввулоти энергетикӣ дар кишварҳои рӯ ба рушд истифодаи манбаъҳои барқароршавандаи неруи офтобӣ, ки дар боми биноҳо ҷойгир мешаванд, аҳамияти афзоянда пайдо мекунад. Дар ин тадқиқот усули нави арзёбии иқтидори техникии нерӯгоҳҳои офтобии бомӣ дар миқёси миллӣ пешниҳод мегардад, ки ба додаҳои Microsoft Building Footprints, SolarGIS PVOUT ва алгоритмҳои муайянсозии самти бомҳо асос ёфтааст. Методология усули бисёрмеъёриро бо назардошти геометрияи биноҳо, сояафканӣ ва иқлими маҳаллӣ истифода мебарад. Натиҷаҳо нишон медиҳанд, ки иқтидори умумии муқарраршуда метавонад зиёда аз 56 ГВт бошад ва тавлиди солона бештар аз 50 млрд кВт·соатро ташкил диҳад. Минтақаҳои афзалиятнок муайян карда шуданд. Усули мазкурро метавон дар дигар кишварҳои инфрасохтори картографияшон маҳдуд муваффақона истифода бурд.

Калимаҳои калидӣ: *нерӯгоҳи бомӣ, иқтидори офтобӣ, арзёбии бисёрмеъёрӣ, GIS, минтақабандии энергетикӣ, Тоҷикистон.*

B.Mahmudov, U.Madvaliev, A.R.Rustamzoda, M.A.Kudusov

ASSESSMENT OF ROOFTOP SOLAR TECHNICAL POTENTIAL IN TAJIKISTAN USING OPEN SPATIAL DATA AND A MULTICRITERIA APPROACH

National Academy of Sciences of Tajikistan,
S.U.Umarov Physical-Technical Institute, NAS of Tajikistan

In the context of energy transition in developing countries, rooftop photovoltaic systems (PV) represent a promising solution for decentralised energy supply. This study presents a spatially explicit methodology to assess the technical potential of rooftop PV systems across Tajikistan using Microsoft Building Footprints, SolarGIS PVOUT, and rooftop orientation algorithms. The approach integrates multiple criteria including geometric suitability, shading constraints, climatic data, and regional aggregation. Results indicate a nationwide technical capacity exceeding 56 GW and an annual generation potential of over 50 TWh. Priority areas are identified, and suitability zoning is proposed. The developed methodology is applicable in regions with limited geospatial infrastructure.

Key words: *rooftop PV, solar potential, multicriteria assessment, GIS, energy zoning, Tajikistan.*

Сведения об авторах:

1. **Махмудов Бехруз** — младший научный сотрудник, Физико-технический институт им. С.У.Умарова НАН Таджикистана. E-mail: mahmudov_bekhruz@mail.ru;
2. **Мадвалиев Умархон** — д.ф.-м.н., член-корр. НАН Таджикистана, главный научный сотрудник, Физико-технический институт им. С.У.Умарова НАН Таджикистана. E-mail: umarkhon@mail.ru;
3. **Рустамзода Аъзам** — научный сотрудник, Физико-технический институт им. С.У.Умарова НАН Таджикистана. E-mail: muqumov@physics.msu.ru;
4. **Кудусов Мансур** — младший научный сотрудник, Физико-технический институт им. С.У.Умарова НАН Таджикистана. E-mail: m.kudusov@systemavto.tj.

ЭНЕРГЕТИКА И ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

УДК 551.555.4; 620.91:551.5
Специальность: 2.4.5. Энергетические системы и комплексы

М.А.Кудусов, член-корреспондент НАН Таджикистана У.Мадвалиев,
С.Ф.Абдуллозода, А.Р.Рустамзода

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ПЫЛЕВЫХ АЭРОЗОЛЕЙ НА ПОТЕРИ ГЕНЕРАЦИИ СОЛНЕЧНОЙ ЭНЕРГИИ В УСЛОВИЯХ ДУШАНБЕ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ PVGIS, CAPS И AERONET

Национальная академия наук Таджикистана,
Физико-технический институт им. С.У.Умарова НАН Таджикистана

В статье представлена количественная оценка влияния пылевых аэрозолей на потери в генерации солнечной энергии в г. Душанбе на основе данных за 2022 год. Использованы расчётные данные PVGIS (ясное небо), фактические показатели генерации, а также атмосферные параметры из CAPS (DUAOD, облачность) и AERONET (AOD 500 нм). Проведено объединение данных с последующим сезонным анализом. Установлено, что в летний период при минимальной облачности основным фактором потерь выступает пылевая оптическая толщина (DUAOD > 0.5), а в зимний сезон доминирует облачность (TCC > 0.7). Выявленные зависимости позволяют использовать спутниковые и наземные данные для прогноза потерь генерации и оптимизации эксплуатации СФЭС в условиях запылённой атмосферы.

Ключевые слова: *солнечная генерация, пылевые аэрозоли, DUAOD, AOD, CAPS, AERONET, потери, Душанбе.*

Солнечная энергетика занимает важное место в стратегии устойчивого развития энергетического сектора Таджикистана. Высокий уровень солнечной радиации, особенно в аридных и предгорных районах, создаёт благоприятные условия для широкомасштабного внедрения фотоэлектрических систем (СФЭС). Согласно данным мультикритериального геоинформационного анализа, технический потенциал солнечной генерации в республике оценивается в 646 850 МВт, а экономически реализуемый – в 369 600 МВт [1].

Однако реальная эффективность СФЭС определяется не только уровнем поступающей солнечной радиации, но и качеством атмосферы. Аэрозольные загрязнения, в особенности пылевые, существенно снижают прозрачность атмосферы и, как следствие, выработку электроэнергии СФЭС. Это происходит как за счёт увеличения оптической толщины атмосферы (AOD), так и вследствие оседания частиц на поверхности панелей, что блокирует доступ фотонов к активному слою модуля [2-4].

Полевые измерения, проведённые на действующих СФЭС в г. Душанбе, показали, что пылевые отложения могут снижать выработку электроэнергии на 23–40 % [5-6]. При этом наблюдаются

Адрес для корреспонденции: *Мадвалиев Умархон, 734063, Душанбе, проспект Айни, 299/1, Физико-технический институт им. С.У.Умарова НАН Таджикистана. E-mail: umarkhon@mail.ru.*

выраженные сезонные колебания аэрозольной нагрузки, что обусловлено климатическими условиями и региональной циркуляцией воздуха. Понимание сезонной структуры потерь генерации имеет важное значение для повышения точности прогнозов работы солнечных станций и оптимизации эксплуатационных графиков очистки.

С целью количественной оценки атмосферного влияния на генерацию солнечной энергии в настоящем исследовании интегрированы три типа источников:

- расчётная генерация при ясном небе (по данным PVGIS) [7];
- фактическая генерация на объекте в Душанбе;
- атмосферные параметры: пылевая оптическая толщина (DUAOD550) и облачность (TCC) из реанализа CAMS/CAPS [8];
- а также аэрозольная оптическая толщина по данным наземной станции AERONET (AOD_500nm) [9].

Методика включает сопоставление расчётной и фактической выработки на суточной основе, расчёт потерь, их сезонную классификацию и визуализацию временных рядов в разбивке по сезонам. Такой подход позволяет установить, в какие периоды года генерация наиболее подвержена влиянию облачности или пылевых аэрозолей, и выделить характерные атмосферные сценарии, приводящие к снижению эффективности СФЭС.

Актуальность исследования определяется необходимостью учёта комплексного влияния атмосферных факторов при проектировании и эксплуатации солнечных электростанций в условиях Центральной Азии, а также отсутствием в существующей литературе системных анализов с учётом локальных измерений, спутниковых и наземных данных.

Методология исследования

В рамках настоящего исследования была реализована комплексная методика оценки потерь в генерации фотоэлектрической энергии, вызванных воздействием атмосферных факторов — запылённости и облачности. Для этого были интегрированы три группы данных: расчётная и фактическая генерация солнечной электростанции, спутниковые данные реанализа CAPS, а также наземные фотометрические наблюдения AERONET.

Модельная (расчётная) генерация солнечной электростанции для условий ясного неба была получена из базы данных PVGIS, в которой учитываются географическое положение, параметры панели и метеорологические условия. Фактическая генерация (AC output) измерялась в течение 2022 года на объекте, расположенном в г. Душанбе. Объединение данных осуществлялось по дате, после чего рассчитывались относительные потери генерации по формуле:

$$Потери\ генерации = 100 \times \left(1 - E_{факт} \Big/ E_{ясное\ небо}\right),$$

где $\boldsymbol{E_{факт}}$ — фактический объём выработанной электроэнергии (кВт·ч), $E_{ясное\ небо}$ — расчётное значение генерации при отсутствии атмосферных помех.

Спутниковые данные о состоянии атмосферы, полученные из реанализа CAMS (CAPS), включали:

- aod550 — полная оптическая толщина аэрозолей на длине волны 550 нм;
- duaod550 — компонент, характеризующий только пылевые частицы;
- tcc — суммарная облачность (Total Cloud Cover).

Пространственное усреднение проводилось по координатам интересующего региона, а временное сглаживание — путём усреднения значений за сутки.

Наземные данные атмосферной оптической толщины были получены из базы AERONET (уровень калибровки Level 2.0), охватывающей тот же временной период. Основным показателем служил параметр AOD_500nm, отражающий суммарную нагрузку аэрозолей в спектре 500 нм.

Р е з у л ь т а т ы

В рамках анализа были получены сезонные графики, отражающие динамику потерь в генерации солнечной электроэнергии и сопутствующих атмосферных параметров — пылевой оптической толщины (DUAOD550), облачности (TCC), а также оптической толщины аэрозолей по данным наземной станции AERONET (AOD_500nm). Временной охват составляет весь 2022 год. Представленные результаты позволяют провести сопоставление между характером атмосферной нагрузки и величиной фактических отклонений от расчётной генерации в период ясного неба.

Сравнительный анализ сезонных трендов представлен на рисунке 1, где визуализирована взаимосвязь между дневными потерями генерации и основными атмосферными параметрами.

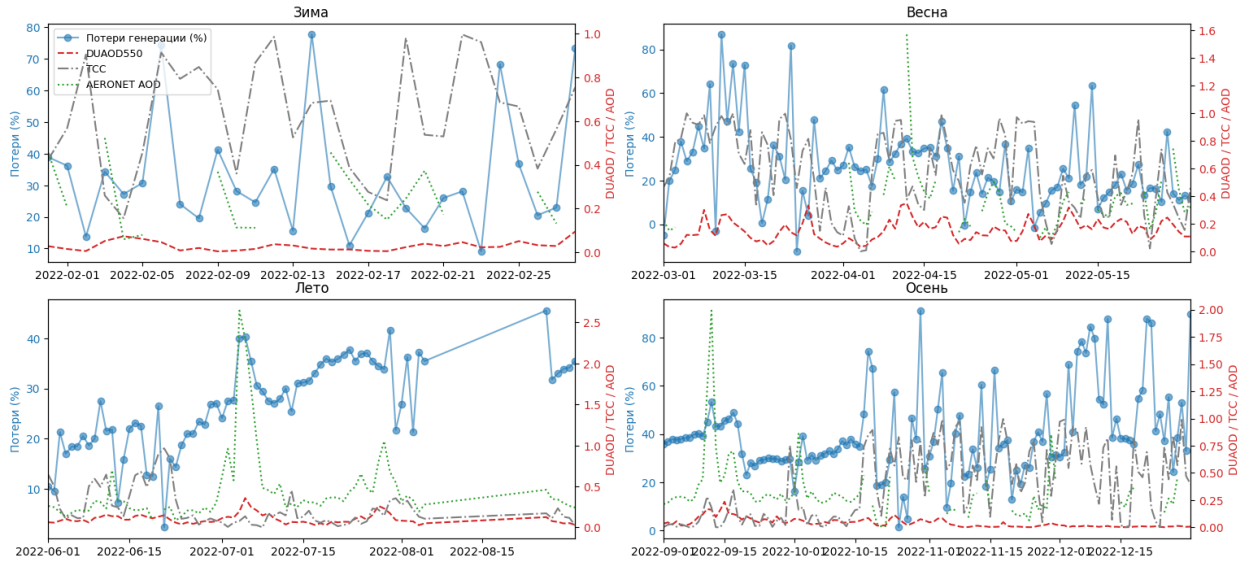

Рис. 1. Сезонная динамика потерь генерации, DUAOD, облачности и AOD (по данным CAPS и AERONET) в 2022 году

Зимой (январь–февраль) потери генерации варьировались от 10% до 80%, при этом средние значения DUAOD оставались на низком уровне (<0.2), а облачность (TCC) систематически превышала 0.7. Это свидетельствует о доминирующем влиянии облачного покрова в холодное время года. AERONET подтверждает низкие значения AOD_500nm, что исключает значимый вклад запылённости в рассматриваемый период.

В весенние месяцы (март–май) наблюдается значительное повышение как суточной изменчивости потерь, так и величин самих потерь, которые достигали 80% и выше. Этот рост совпадает с увеличением DUAOD до значений порядка 0.3–0.35, а также с экстремальными всплесками AOD по

данным AERONET (до 1.5). Существенные значения TCC (0.4–0.7) указывают на комбинированное влияние пыли и облаков. Весна в целом характеризуется повышенным уровнем неопределённости генерации из-за высокочастотных изменений атмосферных условий.

Летом (июнь–август) значения TCC были минимальны (в среднем <0.3), однако потери генерации оставались на уровне 30–40% с отчётливыми пиками. Это время года совпадает с наиболее выраженным ростом DUAOD (>0.5) и аэрозольной оптической толщины по AERONET (>1.5), что указывает на преобладающее влияние пылевых частиц. Таким образом, летние потери генерации связаны преимущественно с эпизодами пылевых вторжений, а не с облачностью.

Осенью (сентябрь–декабрь) наблюдается возврат к смешанному режиму: как облачность, так и пылевые компоненты способствовали потере генерации. В частности, в ноябре и начале декабря зафиксированы одновременные всплески DUAOD и TCC, приводившие к максимальным потерям. Это подтверждает, что в переходные сезоны значительную роль играют комбинированные эффекты атмосферной неоднородности.

Интегральный анализ по сезонам показывает различную природу атмосферных ограничений:

- зимой доминирует облачность при низкой аэрозольной нагрузке;
- летом наибольший вклад вносит пыль, при минимальной облачности;
- весной и осенью выражено мультифакторное влияние.

Сезонная чувствительность солнечной генерации к различным видам атмосферных загрязнений требует учёта при планировании очистки модулей, календарного прогнозирования производительности и разработки корректирующих коэффициентов в моделях генерации. Полученные зависимости подтверждают целесообразность включения DUAOD и TCC в оперативные прогнозные схемы, а также потенциальную применимость подхода к другим регионам с высокой долей пылевых или облачных потерь.

В ы в о д ы

Анализ сезонной динамики потерь генерации солнечной энергии в г. Душанбе в течение 2022 года показал, что наибольшее влияние на производительность фотоэлектрической установки оказывает запылённость атмосферы, особенно в тёплое время года. В летние месяцы средний уровень потерь составил 36%, несмотря на низкие значения облачности (TCC < 0.3), что сопровождалось увеличением пылевой оптической толщины DUAOD550 до 0.5 и выше, а AOD по данным AERONET превышал 1.5. Это свидетельствует о том, что пылевые аэрозоли становятся доминирующим фактором снижения генерации в летний период.

Весной наблюдалась высокая междневная изменчивость: потери генерации колебались от 15% до 82%, на фоне роста DUAOD550 до 0.35 и эпизодических пиков AOD_500nm > 1.2. Одновременно сохранялся умеренный уровень облачности (TCC около 0.5), что указывает на комбинированное влияние запылённости и остаточного облачного покрова. В осенние месяцы эффект также был смешанным: наблюдались случаи одновременного роста TCC (до 0.65) и DUAOD (до 0.3), приводившие к потерям до 70%.

Зимой доминировало облачное ослабление: при значениях TCC выше 0.7 и DUAOD < 0.2 потери генерации достигали 60–80%. Это подтверждает, что в холодный сезон пылевая составляющая

практически не вносит вклада в снижение производительности, в отличие от тёплого полугодия, где её роль критична.

Полученные численные оценки подтверждают, что вклад пылевых аэрозолей в потери генерации достигает 30–45% в летние месяцы, и может быть надёжно оценён через параметры DUAOD и AOD. Сопоставление фактических потерь с данными CAPS и AERONET выявило высокую степень согласованности, особенно в периоды пиков пылевой нагрузки. Это подчёркивает потенциал интеграции атмосферных данных в расчётах и в прогнозах выработки солнечных станций. Результаты могут быть использованы для калибровки моделей генерации, разработки рекомендаций по частоте очистки панелей и оптимизации эксплуатационных стратегий в регионах с выраженной сезонной пылевой активностью.

Поступило 23.04.2025г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Šúri M., Huld T., Dunlop E.D. PVGIS: a web-based solar radiation database for Europe and Africa. – Solar Energy, 2007, vol. 81, №6, pp. 654–667. DOI: 10.1016/j.solener.2006.10.002.
2. Sayyah A., Horenstein M.N., Mazumder M.K. Energy yield loss caused by dust deposition on photovoltaic panels. – Solar Energy, 2014, vol. 107, pp. 576–604. DOI: 10.1016/j.solener.2014.05.030.
3. Kazem H.A., Chaichan M.T., Ali S.H. Effect of dust on photovoltaic performance: Review and experimental. – Solar Energy, 2016, vol. 142, pp. 321–335.
4. Sulaiman S.A., Hussain H., Nik Leh N.S., Razali M.S. Influence of dirt accumulation on performance of PV panels. – Energy Procedia, 2014, vol. 50, pp. 50–56.
5. Kudusov M.A., Madaliev U., Muqumov A.R., Abdullaev S.F., Kudusova S.A. The effect of dust deposition on the performance of solar panels in the conditions of the city of Dushanbe. – Applied Solar Energy, 2024, №60(2), pp.1–8.
6. Kudusov M.A., Madaliev U., Elistratov V.V. Evaluation of the efficiency of already existing network solar photovoltaic plants operating 24/7/365 in low-voltage power supply systems of social facilities in the city of Dushanbe. – Applied Solar Energy, 2021, №57(3), pp.174–181.
7. Huld T., Šúri M., Dunlop E.D. Integration of satellite-derived solar radiation data into PV system performance modelling. – Solar Energy, 2008, vol. 82, №2, pp. 132–138. DOI: 10.1016/j.solener.2007.04.010.
8. Inness A., Baier F., Benedetti A., et al. The CAMS reanalysis of atmospheric composition. – Atmospheric Chemistry and Physics, 2019, vol. 19, №5, pp. 3515–3556. DOI: 10.5194/acp-19-3515-2019.
9. Giles D.M., Sinyuk A., Sorokin M., et al. Advancements in the AERONET Version 3 database. – Atmospheric Measurement Techniques, 2019, vol. 12, pp. 169–209. DOI: 10.5194/amt-12-169-2019.

М.А.Кудусов, У.Мадвалиев, С.Ф.Абдуллозода, А.Р.Рустамзода

АРЗЁБИИ ТАЪСИРИ АЭРОЗОЛҲОИ ЧАНГОЛУД БА ТАЛАФОТИ НЕРЎИ ОФТОБӢ ДАР ШАРОИТИ ШАҲРИ ДУШАНБЕ БО ИСТИФОДАИ МАЪЛУМОТИ PVGIS, CAPS ВА AERONET

Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,

Институти физикаю техникаи ба номи С.У.Умарови АМИ Тоҷикистон

Дар мақола ба таври миқдорӣ таъсири аэрозолҳои чанголуд ба талафоти нерўи офтобӣ дар шаҳри Душанбе дар соли 2022 арзёбӣ мешавад. Маълумоти генерасия дар шароити осмони соф (PVGIS) бо натиҷаҳои воқеии истеҳсол муқоиса гардиданд. Параметрҳои атмосфера тавассути CAPS (DUAOD, TCC) ва AERONET (AOD 500 нм) ба даст оварда шуданд. Бо якҷоясозии маълумот таҳлили фаслӣ анҷом дода шуд. Тибқи натиҷаҳо дар тобистон бо кам шудани абрнокӣ (TCC < 0.3) чанги атмосферӣ (DUAOD > 0.5) сабаби асосии талафот мегардад, ҳол он ки дар зимистон нақши асосиро абрнокӣ мебозад (TCC > 0.7). Тадқиқоти мазкур нишон медиҳад, ки истифодаи маълумоти CAPS ва AERONET метавонад барои пешгўии талафоти нерў ва беҳбуди кори СЭС дар минтақаҳои серчанг судманд бошад.

Калимаҳои калидӣ: *нерўи офтобӣ, аэрозолҳои чанголуд, DUAOD, AOD, CAPS, AERONET, талафот, Душанбе*

M.A.Kudusov, U.Madvaliev, S.F.Abdullozoda, A.R.Rustamzoda

ASSESSMENT OF DUST AEROSOL IMPACT ON SOLAR ENERGY GENERATION LOSSES IN DUSHANBE USING PVGIS, CAPS AND AERONET DATA

National Academy of Sciences of Tajikistan,

S.U.Umarov Physical-Technical Institute, NAS of Tajikistan

This study presents a quantitative assessment of the impact of dust aerosols on solar energy generation losses in Dushanbe based on 2022 data. Clear-sky generation from PVGIS was compared with actual power output, while atmospheric parameters were derived from CAPS (DUAOD, TCC) and AERONET (AOD at 500 nm). All datasets were integrated and analyzed seasonally. Results indicate that during summer, with low cloud cover (TCC < 0.3), dust aerosols (DUAOD > 0.5) are the primary cause of generation loss, while in winter, losses are driven mainly by cloudiness (TCC > 0.7). The findings highlight the feasibility of using CAPS and AERONET data to predict losses and optimize PV system operation in dust-prone regions.

Key words: *solar generation, dust aerosols, DUAOD, AOD, CAPS, AERONET, power loss, Dushanbe*

Сведения об авторах:

1. **Кудусов Мансур** – младший научный сотрудник. Физико-технический институт им. С.У.Умарова НАН Таджикистана. E-mail: m.kudusov@systemavto.tj;
2. **Мадвалиев Умархон** — д.ф.-м.н.. член-корр. НАН Таджикистана, главный научный сотрудник. Физико-технический институт им. С.У.Умарова НАН Таджикистана. E-mail: umarkhon@mail.ru;
3. **Абдуллозода Сабур Фузайл** — д.ф.-м.н.. профессор, заведующий лабораторией физики атмосферы. Физико-технический институт им. С. У. Умарова НАН Таджикистана. E-mail: sabur.f.abdullaev@gmail.com;
4. **Рустамзода Аъзам Рустам**— научный сотрудник. Физико-технический институт им. С.У.Умарова НАН Таджикистана. E-mail: muqumov@physics.msu.ru.

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

УДК 543.544; 543.645; 547.856; 663.93
Специальность: 1.4.3. Органическая химия

З.Б.Кавракова, Э.Х.Пулатов, С.С.Сатторзода, А.А.Ибронзода, М.К.Урунова

МЕТОД ВЫСОКОЭФФЕКТИВНОЙ ЖИДКОСТНОЙ ХРОМАТОГРАФИИ КАК УНИКАЛЬНЫЙ СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОФЕИНА В РАЗЛИЧНЫХ СОРТАХ КОФЕ

Национальная академия наук Таджикистана,
Агентство по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности НАН Таджикистана

(Представлено академиком НАН Таджикистана У.М.Мирсаидовым 12.03.2025 г.)

Путём экстракции кофеина хлороформом из водных растворов различных товарных сортов кофе был выделен чистый кофеин. Очистка и идентификация полученного вещества проводились методом хроматографии. Полученные данные позволили определить истинное содержание кофеина в различных сортах кофе, что способствует объективной оценке их химического состава и качества.

Ключевые слова: *хроматография, кофеин, психостимулятор, элюент, экстракция.*

Известно, что главным тонизирующим компонентом кофе, чайных листьев и какао-бобов является алкалоид – кофеин [1-3], который сочетает в себе психостимулирующие и аналептические свойства. Кофеин благотворно влияет на работу сердечной и нервной системы, а также улучшает пищеварение и стимулирует физиологические процессы организма, однако частое употребление кофеинсодержащих напитков и избыточное количество его в организме могут негативно влиять на здоровье человека [4-5].

Известное вещество кофеин – (1,3,7-триметил-2,6-диоксопурин) содержится более чем в 60 растениях, включая кофейные зёрна, чайные листья и какао-бобы [6-7]. В чистом виде кофеин представляет собой белый кристаллический порошок с очень горьким вкусом.

С каждым годом в мире в связи с расширением ассортимента кофе и ростом его потребления становится актуальной необходимость оценки количественного содержания кофеина в предлагаемой продукции, что позволит контролировать его поступление в организм человека. По литературным источникам можно наблюдать, что содержание кофеина в кофе колеблется от 1 до 4.5% [8-10].

М а т е р и а л ы и м е т о д ы

Исследования проводили на жидкостном хроматографе «Shimadzu - HPLC Model RF 20AXSA» с УФ-спектрофотометрическим детектором (Япония). В работе была использована хроматографическая колонка YMC-Triart C18, 250 x 4.6, 5 мкм, скорость потока составляла 1 мл/мин, температура

Адрес для корреспонденции: *З.Б.Кавракова, 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2, Агентство ХБРЯ НАНТ. E-mail: zubaida_k@mail.ru.*

колонки составляла 30°С, элюенты контролировались при 254 нм, а время прогона составляло 6 мин. Подвижная фаза ацетонитрила и воды (60:40). Объём анализируемой пробы 10 мкл.

Для количественного определения содержания кофеина были выбраны различные продажные сорта кофе: Jacobs Monarch, Jockey Caffe Italiano, Jockey Imper, Nescafé, Meinl Vienna coffee и Starbucks Vanila coffee. Определение содержания кофеина в составе кофе проводили по отношению площадей пиков, времени удерживания на хроматограммах стандарта.

Необходимо отметить, что для определения концентрации кофеина в ВЭЖХ требуется градуировка со стандартным образцом. Целью градуировки является получение аналитической зависимости между концентрацией определяемого вещества и выходным сигналом хроматографа. Для проведения градуировки необходимо провести измерения растворов с известными концентрациями по всем определяемым веществам. В данной работе был использован стандартный раствор кофеина с концентрацией 30, 40, 50 и 60 мг/л. Определение концентрации компонентов в анализируемых образцах производится на основе полученных градуировочных кривых и откликов детектора (площадей или высот пиков), полученные результаты представлены на рис.1.

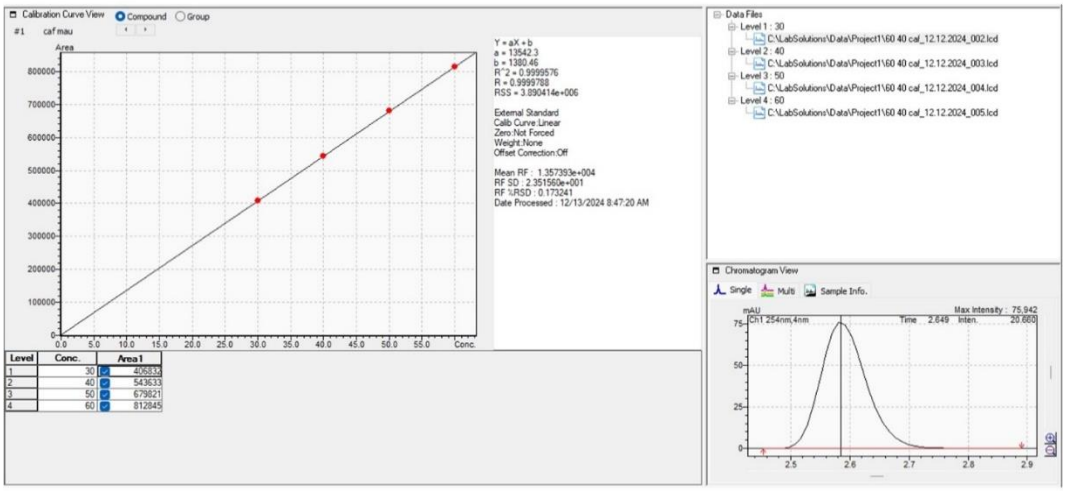

Рис. 1. Калибровочная кривая для стандартного раствора кофеина.

Согласно рис. 1, линейность аналитической процедуры позволяет получать результаты испытаний, которые прямо пропорциональны концентрации (количеству) аналита в образце. Хроматографический метод был проверен на линейность путём построения графика площади пика от концентрации растворов. График площади пика от соответствующих концентраций кофеина оказался линейным в диапазоне концентраций 30-60 мг/л, соответственно. Уровень регрессии для кофеина имеет вид: y = 13542x – 1380 с коэффициентом корреляции (R^2) 0.99995.

Подготовка раствора образца

Для экстракции кофеина использовались водные растворы различных товарных сортов кофе, полученные путём заваривания молотых кофейных зёрен в строго контролируемых условиях (температура, время экстракции, соотношение вода/кофе). В качестве органического растворителя применялся хлороформ, обеспечивающий высокую эффективность извлечения кофеина благодаря его хорошей растворимости в неполярной среде.

Навеску образца 3 г с добавкой 0.5 г карбоната натрия заливали 50 мл дистиллированной воды, пробу выдерживали в течение 30 мин на водяной бане. В лабораторных условиях кофеин в основном

выделяют методом экстракции. Следует отметить, что кофеин обладает способностью растворяться в воде, но поскольку его сложно отделить методом фильтрования, в основном используют органические растворители, такие как: хлороформ, дихлорметан или ацетон. В данной работе был использован хлороформ. Полученный раствор охлаждали до комнатной температуры и добавляли к нему хлороформ. Процесс экстракции с хлороформом проводили трёхкратно (10.0+10.0+5.0) мл. Время каждой экстракции 2 мин. Хлороформные экстракты после объединения высушивали безводным сульфатом магния и фильтровали. Далее путём перегонки хлороформа получали кристалический кофеин в виде белого порошка. Полученный чистый кофеин растворяли в 1000 мл дистиллированной воды. Для анализа отбирали 2 мл образца, который предварительно фильтровали через нейлоновую мембрану с размером пор 0.45 мкм.

Условия хроматографии

Оптимальные параметры метода включали:

Колонка	: YMC-Triart C18, 250 x 4.6, 5 мкм
Скорость потока	: 1 мл/мин
Длина волны обнаружения	: 254 нм
Объём анализируемой пробы	: 10 мкл
Температура колонки	: 30°C
Время прогона	: 6 мин
Подвижная фаза	: ацетонитрил и вода (60:40).

Результаты и обсуждение

В процессе анализа вещества, которые проходят через колонку с потоком элюента, попадают в детектор. Этот детектор играет ключевую роль, так как он регистрирует каждое вещество в виде отдельных пиков. Каждый пик на хроматограмме соответствует определённому веществу и его концентрации в анализируемом образце. Суммарная информация, представляемая этими пиками, образует хроматограмму, которая иллюстрирует профиль компонентов в пробе. Данная хроматограмма представлена на рис. 2 и служит важным инструментом для анализа и интерпретации результатов, позволяя исследователям проводить оценку количественного и качественного состава кофе.

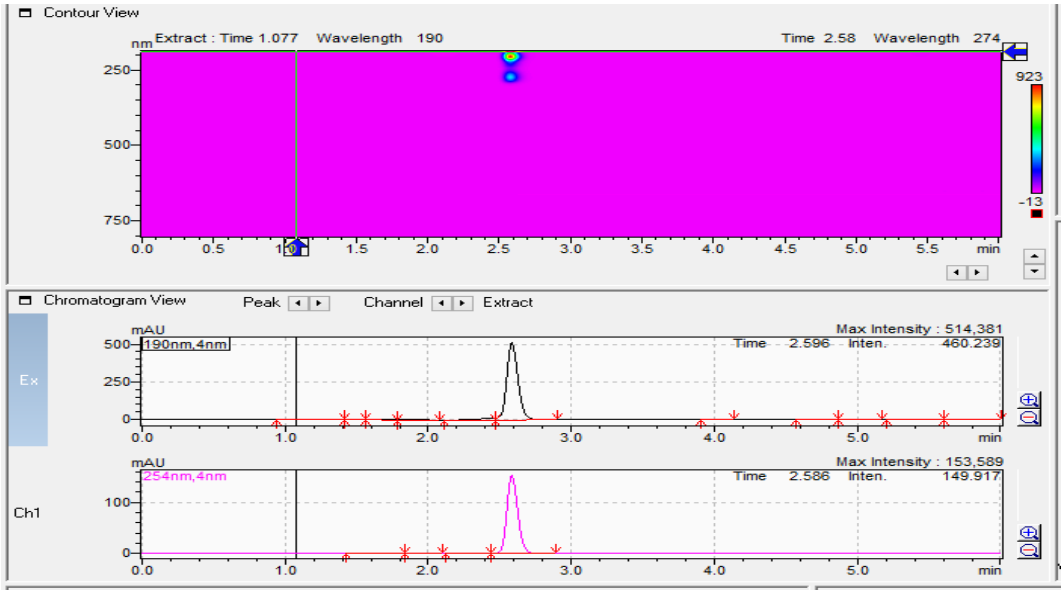

Рис. 2. Хроматограмма кофеина в зависимости от времени удерживания и ультрафиолетового излучения.

В ходе проведённого хроматографического анализа было установлено, что время удерживания кофеина составляет 2.6 минуты, что согласуется с его физико-химическими свойствами и параметрами применяемой хроматографической системы. Для детектирования использовался диапазон ультрафиолетового излучения от 205 до 274 нм, что позволило провести эффективное выявление и количественное определение кофеина в исследуемых образцах. Наиболее выраженную абсорбцию вещество демонстрировало при длине волны 254 нм, что соответствует его характерному спектральному максимуму. Данный параметр является ключевым для высокой точности и чувствительности метода, так как именно на этой длине волны наблюдается оптимальный уровень поглощения кофеина, обеспечивающий достоверность измерений.

Хроматограммы кофеина, полученные в результате анализа различных сортов кофе, представлены ниже.

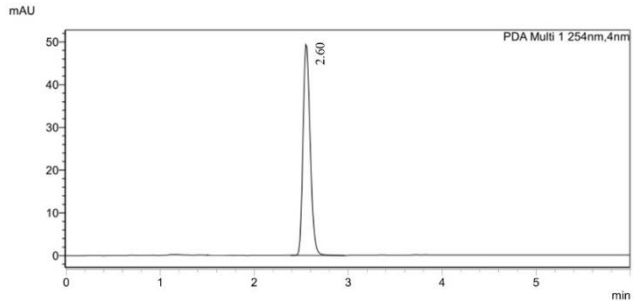

Рис. 3. Типичная хроматограмма кофеина, полученного из кофе Jockey Imper.

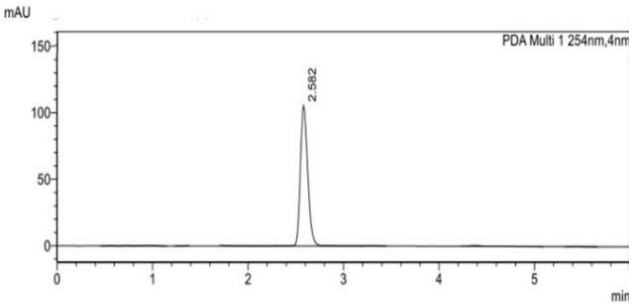

Рис. 6. Типичная хроматограмма кофеина, полученного из кофе Nescafé.

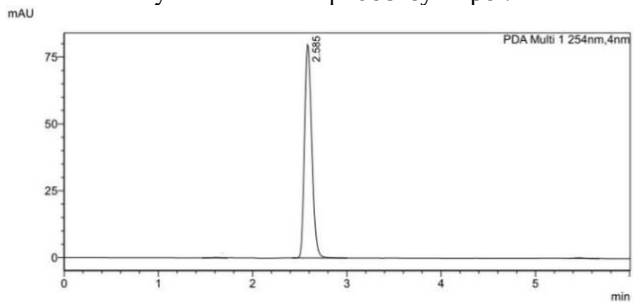

Рис. 4. Типичная хроматограмма кофеина, полученного из кофе Meinl Vienna coffee.

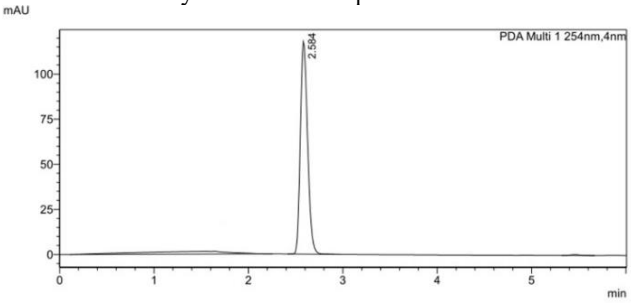

Рис. 7. Типичная хроматограмма кофеина, полученного из кофе Jockey Caffe Italiano.

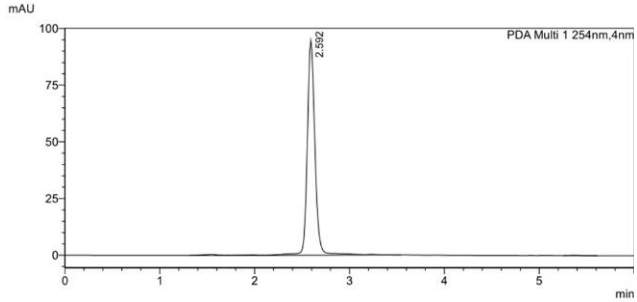

Рис. 5. Типичная хроматограмма кофеина, полученного из кофе Jacobs Monarch.

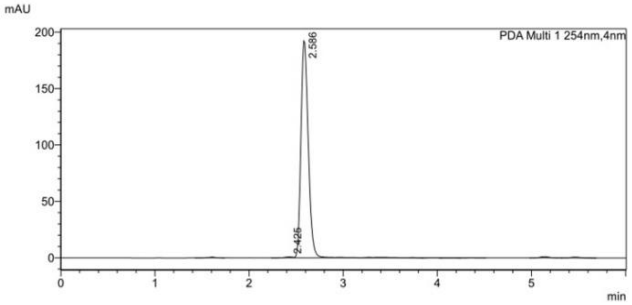

Рис. 8. Типичная хроматограмма кофеина, полученного из кофе Starbucks Vanilla coffe.

Следует отметить, что при увеличении концентрации кофеина в растворе наблюдается закономерное возрастание площади, высоты и интенсивности пиков на хроматограммах, полученных в ходе анализа (см. рис.3-8). Этот эффект обусловлен пропорциональной зависимостью между концентрацией вещества и его детектируемым сигналом при хроматографическом исследовании. Анализ полученных

графиков позволяет определить концентрацию кофеина в исследуемых образцах, сравнивая параметры пиков, такие как их площадь и высота. Данная методика является высокоточной и воспроизводимой, что делает её надёжным инструментом для количественного анализа содержания кофеина в растворах различного происхождения. Обобщённые результаты эксперимента представлены в табл.1, где приведены значения площади, высоты и интенсивности пиков, время удерживания, концентрация кофеина, а также длина волны ультрафиолетового (УФ) излучения, при которой проводилось детектирование. Эти параметры позволяют не только количественно оценить содержание кофеина, но и подтвердить его идентификацию на основе времени удерживания и спектрофотометрических характеристик.

Таблица 1

Результаты определения содержания кофеина в различных сортах кафе

№	Наименование, сорт	Время удерживания	Область	Высота	Интенс. mUA	Конст.	Единица
1	Jockey Imper	2.60	276665	49890	49.7	19.4	мг/л
2	Meinl Vienna coffee	2.58	428885	79718	75.2	31.5	мг/л
3	Jacobs Monarch	2.59	539220	94772	98.3	39.7	мг/л
4	Nescafé	2.58	568915	105368	102.4	41.9	мг/л
5	Jockey Caffe Italiano	2.58	629964	117673	118.8	46.4	мг/л
6	Starbucks Vanilla coffee	2.58	1054040	192274	190.2	77.7	мг/л

Согласно данным, представленным в табл.1, время удерживания кофеина при хроматографическом анализе в колонке составляет 2.58 минуты, что подтверждает стабильность и воспроизводимость метода. Кроме того, наблюдается закономерность: с увеличением концентрации кофеина в растворе происходит пропорциональное увеличение площади, высоты и интенсивности пиков на хроматограммах, что свидетельствует о высокой чувствительности применяемого метода. Анализ точности измерений показал, что среднее значение составляет 99.7%, что указывает на высокую степень надёжности полученных данных. Это делает его предпочтительным инструментом для контроля качества и стандартизации продукции, содержащей кофеин.

Из табл.2 видно, что среднее содержание кофеина в различных исследованных товарных кофеинсодержащих продуктах колеблется от 0.9 до 4.5%.

Таблица 2

Количество кофеина в различных сортах кофе

№	Сорт кафе	Навеска, г	Концентрация кофеина, %
1	Jockey Imper	1	0.9
2	Meinl Vienna coffee	3	1.1
3	Jacobs Monarch	3	1.5
4	Nescafé	2	2.1
5	Jockey Caffe Italiano	3	1.6
6	Starbucks Vanilla coffee	3	4.5

Следует отметить, что более высокое содержание кофеина наблюдается в продукте Starbucks Vanilla coffee, то есть в два раза больше по сравнению с другими марками кофе, поэтому следует

контролировать дозу при употреблении внутрь данного напитка. Определённое содержание кофеина в исследованных образцах различалось в зависимости от сорта кофе, степени обжарки и способа обработки зёрен. Например, сорта арабики содержали меньше кофеина по сравнению с другими сортами, что согласуется с литературными данными. Было также отмечено, что более тёмная обжарка способствовала незначительному снижению концентрации кофеина, что связано с его возможной термической деградацией.

В ы в о д ы

Предложенный метод хроматографического анализа позволяет точно определять количественное содержание кофеина в зеленых кофейных зернах, что открывает перспективы его использования в исследовательской и промышленной сферах. Содержание кофеина в исследованных образцах варьировалось в зависимости от сорта кофе, что подтверждает соответствие уровня кофеина предполагаемому применению продуктов: от мягких сортов для вечернего употребления до крепких – для бодрящего эффекта. Однако некоторые образцы содержат значительно больше кофеина, что требует осторожности при их потреблении. Высокая точность и воспроизводимость делают ВЭЖХ (высокоэффективную жидкостную хроматографию) рекомендуемым методом для исследований и контроля качества кофеинсодержащих продуктов.

Поступило 12.03.2025 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Gebeyehu T., Bikila Si Determination of caffeine content and antioxidant activity of coffee. – Am. J. Appl. Chem, 2015, v.3, pp. 69-76.
2. Wanyika H.N., Gatebe E.G., Gitu L.M., Ngumba E.K., Maritim C.W. Determination of caffeine content of tea and instant coffee brands found in the Kenyan market. – J. Food. Sci., 2010, v.4, pp. 353-358.
3. Fajara P., Susanti H. HPLC determination of caffeine in coffee beverage. – IOP Conf. Series: Material Science and Engineering 259, 2017, pp. 012011.
4. Srdjenovic B., Djordjevic-Milic V., Grujic N., Injac R., Lepojevic Z. Simultaneous HPLC determination of caffeine, theobromine, and theophylline in food, drinks, and herbal products. – J. Chromatogr. Sci., 2008, v.46, pp. 144-149.
5. Никитина Е.И., Кожемяченко А.С. Хроматографический метод анализа кофеина в различных сортах кофе. – International Journal of Humanities and Natural Sciences, 2023, v. 4-4 (79).
6. Castro J., Pregibon T., Chumanov K., Marcus R.K. Determination of catechins and caffeine in proposed green tea standard reference materials by liquid chromatography particle beam/electron ionization mass spectrometry. – Talanta, 2010, v.82, pp. 1687-1695.
7. Belay A., Ture K., Redi M., Asfaw A. Measurement of caffeine in coffee beans with UV/Vis spectrometer. – Food Chem., 2008, v.108, pp. 310-315.
8. Demissie E.G., Woyessa G.W., Abebe A. UV-Vis spectrometer determination of caffeine in green coffee beans, using Beer-Lambert's law and integrated absorption coefficient techniques. – Food Industry, 2016, v.17, pp. 109-123.
9. Belay A. Some biochemical compounds in coffee beans and meth ods developed for their analysis. – Int. J. Phys. Sci., 2011, v.6, pp. 6373-6378.
10. Козачук И.В. К вопросу о физиологических эффектах кофеина на организм человека. – Вестник ТГУ, 2009, т.14, вып.1, с.45-47.

З.Б.Кавракова, Э.Х.Пулатов, С.С.Сатторзода, А.А.Ибронзода, М.К.Урунова

УСУЛИ ХРОМАТОГРАФИЯИ МОЕЪИ БАЛАНДСИФАТ ҲАМЧУН УСУЛИ БЕНАЗИР БАРОИ МУАЙЯН КАРДАНИ КОФЕИН ДАР ҚАҲВАҲОИ ГУНОГУН

Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,

Агентии амнияти химиявӣ, биологӣ, радиатсионӣ ва ядроии АМИ Тоҷикистон

Бо усули экстраксияи кофеин бо хлороформ аз маҳлули обии навъҳои гуногуни қаҳва, кофеини тоза ҷудо карда шуд. Тозакунӣ ва муайянкунии моддаҳои ба даст омада бо истифода аз усулҳои муосири хроматография гузаронида шуд. Маълумотҳои ба даст омада имконият медиҳанд, ки миқдори кофеин дар таркиби қаҳваҳои гуногун муайян карда шавад, ки ба баҳодиҳии арзиши объективии таркиб ва сифати химиявии онҳо мусоидат мекунад.

Калимаҳои калидӣ: *хроматография, кофеин, психостимулятор, элюент, экстраксия.*

Z.B.Kavrakova, E.H.Pulatov, S.S.Sattorzoda, A.A.Ibronzoda, M.K.Urunova

METHOD OF HIGH-EFFECTIVE LIQUID CHROMATOGRAPHY AS A UNIQUE METHOD FOR DETERMINING CAFFEINE IN VARIOUS COFFEE VARIETIES

National Academy of Sciences of Tajikistan,

Agency for Chemical, Biological, Radiation, and Nuclear Safety, NAS of Tajikistan

By extracting caffeine with chloroform from aqueous solutions of various commercial grades of coffee, pure caffeine was isolated. The purification and identification of the obtained substance were carried out using chromatography methods. The data obtained made it possible to determine the true content of caffeine in various grades of coffee, which facilitates an objective assessment of their chemical composition and quality.

Key words: *chromatography, caffeine, psychostimulant, eluent, extraction.*

Сведения об авторах:

1. **Кавракова Зубайда Бурихоновна** – к.б.н, Агенство по химической биологической радиационной и ядерной безопасности НАНТ, заведующий отдела биологической безопасности. E-mail: zubaida_k@mail.ru;
2. **Пулатов Элмурод Холикулович** – доктор химических наук, Агентство по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности НАНТ, старший научный сотрудник отделения химической и биологической безопасности. E-mail: Pulod510@mail.ru;
3. **Сатторзода Субхонали Абдугафор** – Агентство по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности НАНТ, заведующий Отделом идентификации материалов двойного назначения и контроля экспорта ХБРЯ. E-mail: subhon-ali1996@mail.ru;
4. **Ибронзода Асила Ашурмад** – Агентство по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности НАНТ, старший лаборант отдела биологической безопасности;
5. **Урунова Маҳина Камоловна** –Агентство по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности НАНТ, старший лаборант отдела биологической безопасности.

ДОКЛАДЫ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК ТАДЖИКИСТАНА
2025, том 68, №5

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

УДК 544.476:661.183.123.2
Специальность: 1.4.4. Физическая химия

Д.С.Мухиддинов, С.Халикова,
академик НАН Таджикистана Д.Х.Халиков

СОРБЦИОННЫЕ АКТИВНОСТИ ПЕКТИНОВЫХ ПОЛИСАХАРИДОВ В ОТНОШЕНИИ БИЛИРУБИНА

Национальная академия наук Таджикистана,
Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана

Целью настоящей работы явилось изучение комплексообразующей способности пектиновых полисахаридов по отношению к билирубину, выявление роли и механизма взаимодействия отдельных функциональных групп компонентов в сорбционном процессе. Показана, что сорбция билирубина, различными пектиновыми полисахаридами, значительно отличаются друг от друга. Сорбции билирубина пектиновыми полисахаридами имеют между собой схожий характер, но резко отличаются в зависимости от источника сырья. Во всех образцах максимальная сорбционная ёмкость микрогелей больше, чем ПВ. Все использованные пектиновые полисахариды проявляют сорбционную активность к билирубину, снижая его уровень в случае МГ КП до 20%. Полученные экспериментальные данные дает основание заключить о перспективности работы по выявлению тонкого механизма процесса и использования соответствующих результатов в клинической практике.

Ключевые слова: *билирубин, сорбция билирубина, пектиновые полисахариды, микрогель.*

В в е д е н и е

Билирубин является токсическим продуктом метаболизма гемоглобина. Возрастание его концентрации при различных патологических состояниях приводит к интоксикации организма. Снижению токсичности билирубина способствует связывание его альбуминами сыворотки крови и синтетическими поликатионамы [1,2]. Основной задачей таких исследований, кроме их практической значимости, было получение информации о природе и количестве адсорбционных центров и о величине интенсивности соответствующих взаимодействия. В этом аспекте сорбция полимерами среднемолекулярных соединений, каковым является, в частности, билирубин имеет ряд общих закономерностей с ионами металлов. Для обоих типов молекул в основу сорбционных процессов, как главная движущаяся сила, вступает противоположно заряженное ионное взаимодействие функциональных групп полимера и металлов [3]. В то же время как было показано нами [4], несмотря на наличие одинаковых функциональных групп пектиновых полисахаридов и молекул билирубина, первый в опытах in vivo показывает достаточно высокую сорбционную ёмкость по отношению ко второму. Это факт, в определённой степени, является неожиданным и естественно требует постановки дополнительных исследований по изучению закономерности сорбции билирубина пектиновыми полисахаридами.

Адрес для корреспонденции: *Мухиддинов Диловар Сайфуллоевич. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни 299/2, Институт химии им. В.И.Никитина НАНТ. E-mail: dilo-0392@mail.ru.*

Исходя из этого, целью настоящей работы явилось изучение комплексообразующей способности пектиновых полисахаридов по отношению к билирубину, выявление роли и механизма взаимодействия отдельных функциональных групп компонентов в сорбционном процессе.

Материалы и методы исследования

В данной работе в качестве исходных водорастворимых сорбентов использовались пектиновые вещества (ПВ) персика (ПВ-ПР), яблока (ПВ-ЯБ) и корзинки подсолнечника (КП), полученные статическим (ПВ-КПст) и динамическим (ПВ-КПд) методами, а в качестве водонабухающих высокомолекулярных систем, были выбраны соответствующие микрогели (МГ) – МГ-ПР, МГ-ЯБ, МГ-КПст и МГ-КПд. Методика проведения гидролиз-экстракции в статическом и динамическом режимах, выделение и характеристика продуктов реакции (содержание остатков галактуроновой кислоты (ГК) и степени её этерификации (СЭ), кислотное (Кс) и эфирное (Кэ) числа, содержание ионов кальция и степени набухания (S) приводится в работе [5].

Навеску пектинового полисахарида инкубировали в ёмкости с раствором билирубина до достижения равновесных условий. Остаточное количество билирубина определяли спектрофотометрическим методом при длине волны 535нм. Количество сорбированного билирубина определяли по разности исходного и остаточного концентрации сорбата. Количество связавшегося билирубина металлокомплексами вычисляли по формуле: $q(Бил)=V(C_o-C_p)/m$, где V – объём раствора сорбата взятая для инкубации; C_o – исходная концентрация билирубина, C_p – равновесная концентрация билирубина; m – масса образца металлокомплекса полисахарида.

Результаты и их обсуждения

Учитывая тот факт, что карбоксильная группа пектиновых полисахаридов является потенциальным центром ионного взаимодействия, нами по экспериментальным данным содержания ГК, СЭ, Кс, Кэ и содержания ионов кальция, были рассчитаны концентрации свободных (свГК), этерифицированных (эГК) и кальцийсвязанных (СаГК) звеньев ГК исходного полимера, а также их сорбционной активности по отношению к билирубину (табл.1). Как видно из данных табл. 1, рассчитанные параметры пектиновых полисахаридов, полученные из разных источников сырья и полученные разными методами, значительно отличаются друг от друга и, следовательно, можно ожидать, что эти полимеры будут отличаться и по сорбционной способности по отношению к билирубину.

Таблица 1

Взаимосвязь содержания ГК и сорбционной активности пектиновых полисахаридов по отношению к билирубину

Образец	С(свГК+СаГК), мэк/г	С(СаГК), мэк/г	С(свГК), мэк/г	С(эГК), мэк/г	q(Билирубин), мкмоль/г
ПВ-Пр	0.189	0.125	0.064	3.298	3.486
ПВ-ЯВ	0.808	0.125	0.683	1.896	2.705
ПВ-КПст	2.060	0.625	1.435	1.380	3.440
ПВ-КПд	2.143	0.125	2.018	1.995	4.138
МГ-Пр	1.975	0.500	1.475	1.991	3.966
МГ-ЯВ	1.906	1.500	0.406	1.417	3.323
МГ-КПст	2.821	2.125	0.696	0.917	3.738
МГ-КПд	2.384	1.250	1.134	1.961	4.346

Действительно, как видно из табл.1 и на рис.1, сорбции билирубина, различными пектиновыми полисахаридами, значительно отличаются друг от друга. Сорбции билирубина пектиновыми

полисахаридами имеют между собой схожий характер, но резко отличаются в зависимости от источника сырья. Так, сорбция билирубина микрогелями корзинки подсолнечника, значительно превышает сорбции этого компонента пектинами персика и яблока. При прочих равных условиях максимальная сорбционная ёмкость микрогелей больше, чем ПВ.

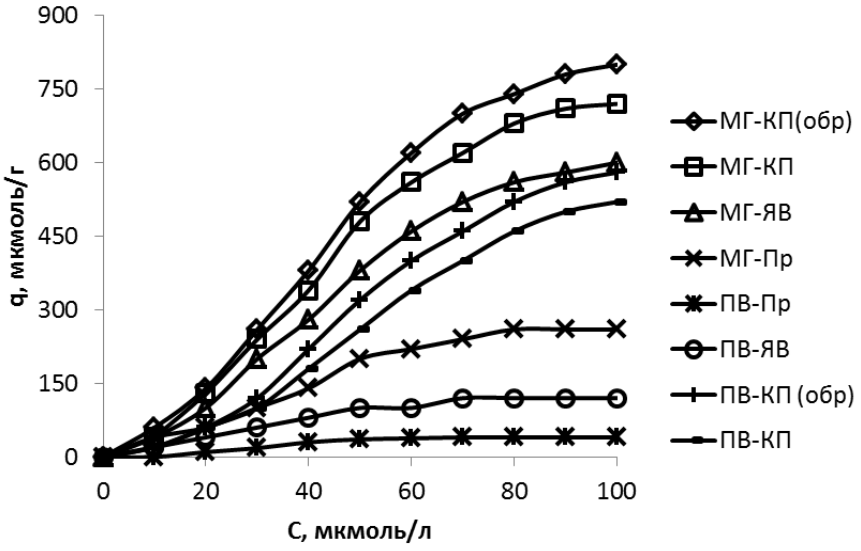

Рис. 1. Изотерма сорбции билирубина пектиновыми полисахаридами, полученными из различных источников растительного сырья.

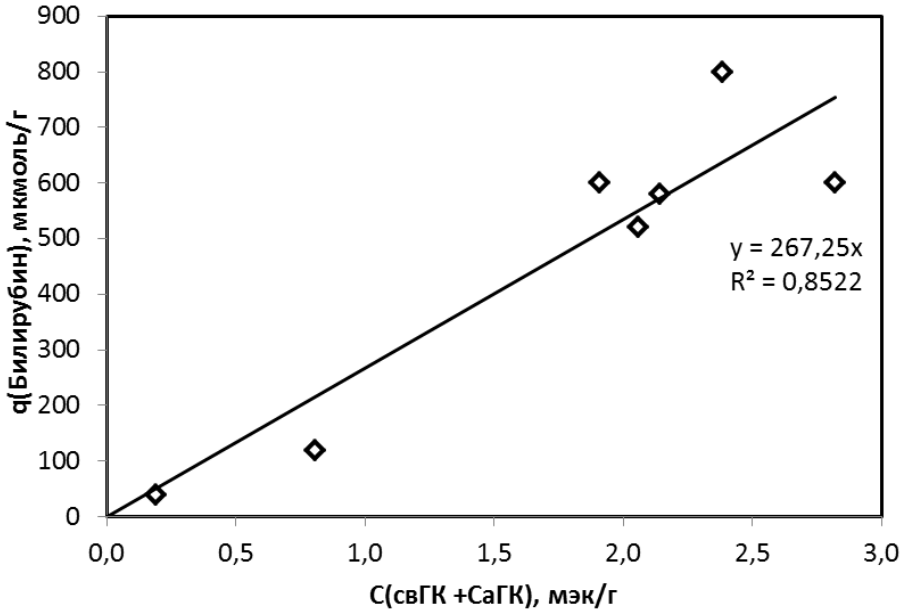

Рис. 2. Зависимость максимальной сорбции билирубина от величин С(свГК+СаГК) в исходных пектиновых полисахаридах (МГ и ПВ).

В то время, несмотря на наличие одноименных зарядов в пектиновых полисахаридах и билирубине, обусловленное наличием карбоксильной группы в обоих компонентах, сам факт возможности процесса сорбции на первый взгляд кажется странным. Другой важной особенностью процесса сорбции является отсутствие влияния природы пектиновых полисахаридов на их сорбционную способность по отношению к билирубину (рис. 2). Хотя соответствующие экспериментальные данные недостаточно хорошо коррелируются с уравнением прямой линии (qm(бил.)=267*С(свГК+СаГК), R2=0,8522),

наблюдаемая тенденция является важной с точки зрения понимания механизма сорбционных процессов.

Убедившись в сорбционной способности пектиновых полисахаридов по отношению к билирубину, нами проведена его сорбция непосредственно из плазмы крови больных при концентрации билирубина от 150 до 550 мкмоль/л. Следует отметить, что все использованные пектиновые полисахариды проявляют сорбционную активность к билирубину, снижая его уровень в плазме крови в случае МГ КП до 20%. Кроме того, прослеживается закономерность, как и в случае раствора билирубина, в увеличении его сорбции с ростом содержания ионов кальция в образцах. Важным фактором при сорбционных процессах является концентрация сорбата, с повышением уровня которого, как правило, растет сорбция компонентов. На рисунке 3 приводится снижение уровня билирубина от его исходной концентрации в плазме крови, где видно, что отмеченная зависимость имеет сложный характер. С ростом концентрации билирубина, до достижения значения 300-400мкмоль/л существенное изменение сорбции не происходит, а уровень снижения билирубина составляют 5-15%. При последующем возрастании концентрации сорбата, его сорбция микрогелем проходит через максимум, достигая в этой области уровня снижения до 35-40%.

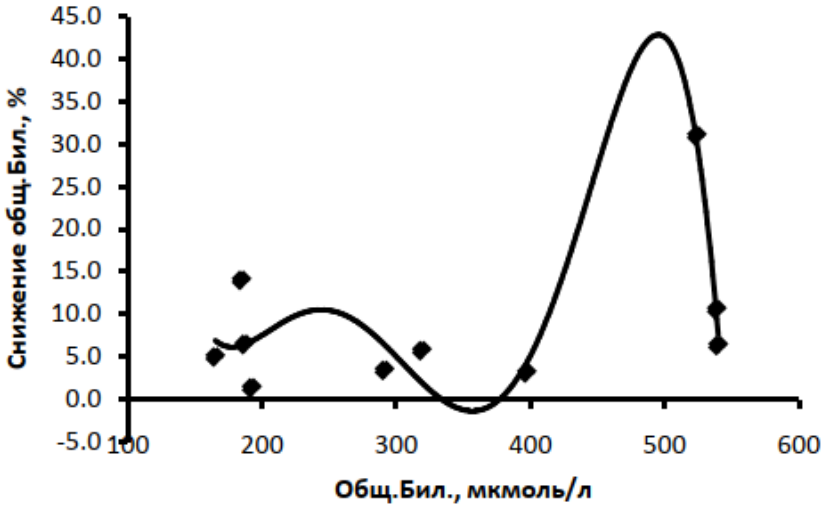

Рис. 3. Уровень снижения билирубина в плазме крови при контакте с микрогелем.

В ы в о д ы

Прослеживается закономерность, как и в случае раствора билирубина, в увеличении его сорбции с ростом содержания ионов кальция в образцах. Важным фактором при сорбционных процессах является концентрация сорбата, с повышением уровня которого, как правило, растет сорбция компонентов.

Таким образом, полученные экспериментальные данные и высказанные предположения относительно природы взаимодействия компонентов при сорбции билирубина пектиновыми полисахаридами, дает основание заключить о перспективности работы по выявлению тонкого механизма процесса и использования соответствующих результатов в клинической практике.

Поступило 05.03.2025 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Beaven G.H., A.D. Albis, Gratzes W.B. The interaction of Bi lirubin with Human Serum Albumin. – Eur. J. Biochera, 1973, v.33, №.3, pp. 500-510.
2. Халиков Д.Х., Сафиуллина Ф.Х., Шарифова З.Б. и др. Изучение комплексообразования сывороточного альбумина и билирубина с гидрогелями на основе производных пиперидола, достижение селективной сорбции. VII Всесоюзн.симпозиум "Синтетические полимеры медицинского назначения": Тез.докл. – Минск, 1985, с.31-32.
3. Халиков Д.Х., Мирзоева Р.С., Бободжанова Г.Н., Горшкова Р.М., Халикова С., Авлоев Х.Х. О сорбционной активности пектиновых полисахаридов по отношению к ионам металлов. – ДАН РТ, 2017, т.60, №7-8, с. 333-341.
4. Рахимов И.Ф., Горшкова Р.М., Мухиддинов З.К., Бободжанова Г.Н., Халикова М.Д., Султонов А.Ю., Разыкова Г.В., Халиков Д.Х. Сорбционная активность пектиновых полисахаридов подсолнечника по отношению к билирубину (in vivo). – ДАН РТ, 2016, т.59, №3-4, с. 157-161.
5. Халиков Д.Х., Горшкова Р.М., Махкамов Х.К., Мухиддинов З.К. Распад протопектина корзинки подсолнечника, как последовательная реакция, протекающая в потоке. – ДАН РТ, 2012, т.55, №12, с. 975-980.

Д.С.Муҳиддинов, С.Халикова, Д.Х.Халиков

ҚОБИЛИЯТИ СОРБСИОНИИ ПОЛИСАХАРИДҲОИ ПЕКТИНӢ НИСБАТ БА БИЛИРУБИН

Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,

Институти химияи ба номи В.И.Никитини АМИ Тоҷикистон

Ҳадафи ин кор омӯзиши қобилияти комплексҳосилкунии полисахаридҳои пектинӣ нисбат ба билирубин, муайян кардани нақш ва механизми таъсири мутақобилаи гурӯҳҳои алоҳидаи функционалии компонентҳо дар раванди сорбсия мебошад. Нишон дода шудааст, ки сорбсияи билирубин бо полисахаридҳои гуногуни пектинӣ аз ҳамдигар хеле фарқ мекунад. Сорбсияи билирубин бо полисахаридҳои пектинӣ хусусияти шабеҳ дорад, аммо вобаста ба манбаи ашёи хом ба таври қатъӣ фарқ мекунад. Дар ҳама намунаҳо иқтидори максималии сорбсияи микрогелҳо аз моддаҳои пектинӣ зиёдтар аст. Ҳама полисахаридҳои пектинии истифодашаванда нисбар ба билирубин фаъолияти баланди сорбсионӣ нишон дода, сатҳи онро дар ҳолати МГСО то 20% кам мекунанд. Маълумотҳои таҷрибавии ба даст овардашуда барои ба чунин хулоса омадан асос мешаванд, ки маводи мазкур барои истифодабарӣ дар клиникаҳо бартарӣ доранд.

Калимаҳои калидӣ: *билирубин, сорбсияи билирубин, полисахаридҳои пектин, микрогель.*

D.S.Mukhiddinov, S.Khalikova, D.Kh.Khalikov

SORPTION ACTIVITIES OF PECTIN POLYSACCHARIDES AGAINST BILIRUBIN

National Academy of Sciences of Tajikistan,
V.I.Nikitin Institute of Chemistry, NAS of Tajikistan

The aim of this work was to study the complexing ability of pectin polysaccharides with respect to bilirubin, to identify the role and mechanism of interaction of individual functional groups of components in the sorption process. It is shown that the sorption of bilirubin by various pectin polysaccharides differs significantly from each other. The sorption of bilirubin by pectin polysaccharides has a similar nature, but differs sharply depending on the source of raw materials. In all samples, the maximum sorption capacity of microgels is greater than pectins. All used pectin polysaccharides exhibit sorption activity to bilirubin, reducing its level in the case of MG SB to 20%. The obtained experimental data give grounds to conclude that the work on identifying the subtle mechanism of the process and using the corresponding results in clinical practice is promising.

Key words: *bilirubin; bilirubin sorption; pectin polysaccharides; microgel.*

Сведения об авторах:

1. **Мухиддинов Диловар Сайфуллоевич** – https://orcid.org/0009-0009-8371-6728
2. **Халикова Саодатхон** – к.х.н., Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана, ведущий научный сотрудник.
3. **Халиков Джурабай Халикович** – д.х.н., профессор, академик НАН Таджикистана, Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана, заведующий лабораторией.

БИОЛОГИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

УДК 664.6
Специальность: 4.3.5. Биотехнология продуктов питания и биологически активных веществ

М.Б.Шарипова, М.Б.Икрами, М.Рустамзода

БИОЛОГИЧЕСКИ АКТИВНЫЕ ВЕЩЕСТВА ПЛОДОВ ДЖИДЫ (ЛОХА УЗКОЛИСТНОГО)

Технологический университет Таджикистана

(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана И.Ф.Рахимовым 03.02.2025 г.)

Представленная статья рассматривает результаты изучения биологически активных веществ – полисахаридов и фенольных соединений, выделенных из плодов джиды бухарской (лоха узколистного или серебристого), растения, распространенного в Средней Азии, в том числе в Таджикистане. Эти исследования являются частью работ, проводимых в течение ряда лет на кафедре химии Технологического университета Таджикистана. Целью их является изучение природных соединений растений, произрастающих на территории Таджикистана, и разработка способов их использования в технологии пищевых продуктов.

Быстро развивающимся направлением пищевой промышленности является производство функциональных продуктов питания – пищевых продуктов, которые при систематическом употреблении способствуют укреплению здоровья человека и предотвращают некоторые болезни, связанные с питанием. Технология функциональных продуктов питания часто предусматривает для их обогащения применение нетрадиционного сырья, которое является источником жизненно необходимых природных пищевых веществ – белков, витаминов, пищевых волокон и др., отсутствие или недостаток которых имеет место быть в традиционных продуктах. В связи с этим поиск и нахождение новых источников указанных соединений является важной и актуальной задачей. Именно поиск таких источников является одной из причин возрастающего из года в год года интереса к дикорастущим и культурным растениям как источнику не только лекарственных средств, но также и ингредиентов, придающих функциональные и лечебно-профилактические свойства продуктам питания.

Как источник функциональных ингредиентов нами исследуются плоды джиды или лоха узколистного. Литературные источники сообщают о применении различных частей данного растения [1, 2]. При печатании текстильных материалов, книг, изготовления клея, лаков, красок используется камедь джиды, кора – как краситель и дубитель для текстиля. Листья, цветы и плоды служат лекарственным сырьем для получения препаратов, обладающих гипотензивным, мочегонным, вяжущим, противовоспалительным, жаропонижающим, антигельминтным и отхаркивающим действием. Указанные терапевтические эффекты обуславливаются такими соединениями, как флавоноиды, кумарины, алкалоиды, камедь, циклитолы, катехины, витамин С, фенолкарбоновые кислоты, эфирное масло, углеводы, дубильные вещества и стероиды [3].

Адрес для корреспонденции: *Шарипова Мавзуна Бахриддиновна. 734061, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Н.Карабаева 63/3, Технологический университет Таджикистана. E-mail: mavzuna-83.@mail.ru.*

Согласно литературным данным, плоды в свежем и сушеном виде употребляют в пищу, используют для приготовления хлеба, кондитерских изделий, кваса, сиропа, пастилы. Однако в Таджикистане использование плодов джиды ограничено их применением только в терапевтических целях при заболеваниях органов пищеварения.

Вышесказанное обусловило наш интерес к данному растению с целью выявить новые возможности для его применения в технологии пищевых продуктов с учётом его лечебных свойств. В частности, были изучены полисахариды и полифенолы плодов джиды.

Известно, что полисахариды имеют важное значение в технологии пищевых продуктов, обуславливая их пищевую и биологическую ценность, а также потребительские качества готовых продуктов. Особое физиологическое значение имеют так называемые пищевые волокна, которые обладают многообразными и многочисленными физиологическими функциями, благодаря которым являются одним из самых востребованных и широко применяемых функциональных ингредиентов. Они проявляют высокую биологическую активность, не обладают токсичностью, аллергенностью, пирогенностью. Эти свойства растительных полисахаридов открывают широкие возможности их использования в пищевой промышленности, фармакологии, медицине, косметологии [4].

Роль пищевых волокон в питании многообразна. Эти соединения способствуют выведению из организма некоторых метаболитов пищи и загрязняющих ее веществ, регуляции физиологических, биохимических процессов в органах пищеварения, ускоряют и повышают чувство насыщения благодаря связыванию воды в желудке, стимулируют работу органов пищеварения, замедляют всасывание углеводов, снижают уровень глюкозы и инсулина в крови, обладают пребиотическими свойствами, способствующими нормализации микрофлоры кишечника [5]. Одновременно пищевые волокна обладают функционально-технологическими свойствами, которые обуславливают их применение в качестве технологических добавок. Они применяются в пищевых технологиях в качестве загустителей, замутнителей, стабилизаторов дисперсных систем, гелеобразователей [6].

Важное значение и в питании человека, и в технологии пищевых продуктов имеют фенольные соединения. Значение этих соединений обусловлено их биологической активностью, включающей противовоспалительный, гепатопротекторный, сосудоукрепляющий и другие терапевтические эффекты. Особо следует отметить антиоксидантные свойства фенольных соединений. Значение антиоксидантных свойств обусловлены двумя аспектами – повышение антиоксидантного статуса человека и предотвращение окислительных реакций, являющихся основной причиной порчи продуктов питания. Повышение антиоксидантного статуса организма человека необходимо для укрепления иммунитета и сопротивляемости организма различным болезням. Содержание антиоксидантов в пищевом продукте не только позволяет решать эту задачу, но также и повышать срок его хранения. Это настолько важный показатель, что многие ученые и специалисты пищевой отрасли считают антиоксидантные свойства пищевых продуктов одним из показателей его функциональных свойств. Большим числом исследований показано, что наиболее эффективными природными антиоксидантами являются именно полифенолы.

Таким образом, содержание растворимых и нерастворимых пищевых волокон и фенольных соединений в продуктах питания позволяет решить две задачи:

- обогащение продуктов пищевыми волокнами как физиологически функциональными ингредиентами;
- использование физико-химических свойств полисахаридов для формирования определенных реологических характеристик продукта;
- обогащение пищевых продуктов ингредиентами, обладающими антиоксидантной активностью.

Исходя из этого, мы выделяли полисахариды различных классов и фенольные соединения и определяли их количественное содержание, в том числе крахмала, пищевых волокон (растворимых и нерастворимых) и полифенолов в плодах джиды (лоха узколистного).

Для выделения пектиновых полисахаридов очищенную от кожицы мякоть плодов джиды заливают дистиллированной водой и оставляют на 10 мин для набухания, после чего помещают в колбу, добавляют экстрагент – раствор соляной кислоты с pH = 2.0 и проводят экстракцию в течение 60 минут, при температуре 85°C, гидромодуле 1:10 с обратным холодильником.

Полученный экстракт фильтруют через ткань, отделяют от остатков. Далее, проводят осаждение раствора двухкратным количеством этилового спирта для выделения пектиновых полисахаридов. Остаток после экстракции содержит в основном целлюлозу и гемицеллюлозы клеточной стенки плодов джиды.

Растворимые полисахариды выделяли из мякоти плодов экстракцией дистиллированной водой в течение 120 минут при температуре 50°C при гидромодуле 1:20 при постоянном перемешивании. По окончанию экстракции полученный экстракт фильтровали и высушивали при температуре 55-60°C, наливая экстракт в фарфоровые чашки слоем 0.5 см. При данных условиях могут экстрагироваться также фенольные соединения и простые сахара, которые могут образоваться в результате гидролиза фенольных гликозидов при экстракции. По массе осадка, полученного последующим осаждением спиртом из экстракта, определяли количество растворимых полисахаридов.

В мякоти плодов джиды и в полученных экстрактах по общепринятым методикам определяли содержание крахмала и клетчатки. Крахмал определяли поляриметрическим методом, нерастворимые пищевые волокна (клетчатку) – гравиметрическим методом Киршнера-Ганека. Полученные результаты представлены в таблице 1.

Таблица 1

Содержание углеводов в плодах джиды

Крахмал, %	Клетчатка, %	Пектины, %	Фенольные соединения, %	Растворимые сахара и олигосахариды, %	Гемицеллюлозы, %
не обнаружено	3.49	2.46	36.80	17.6	12.90

Как видно из представленных в таблице данных, в плодах джиды крахмал не обнаруживается. Большая часть полисахаридов относится к растворимым полисахаридам и фенольным соединениям, которые, обладая биологической активностью, также рассматриваются как важные функциональные вещества.

Антиоксидантную активность плодов джиды, а также выделенных экстрактов определяли спектрофотометрическим методом с использованием дифенилпикрилгидразила (DPPH). В качестве стандарта использовали аскорбиновую кислоту. Для определения антиоксидантной активности

спиртовые растворы образцов с заданными концентрациями в 1.5 мл приготовленного анализируемого образца добавляли 1.5 мл раствора DPPH и хорошо перемешивали. После выдерживания в течение 30 мин в темном месте и определяли оптическую плотность при 517 нм по сравнению с разбавленным растворителем. Оптическая плотность определялась на УФ-спектрофотометре Thermo spectronic UV, Англия.

Контрольный раствор готовили следующим образом: к 1.5 мл разведенного растворителя (70% этанол) добавляли 1.5 мл раствора DPPH и хорошо перемешивали. Хранили 30 мин в темном месте и определяли оптическую плотность при 517 нм.

Антиоксидантную активность экстрактов рассчитывали, используя следующую формулу:

$$АОА\ (\%) = [(А\ контроль - А\ образец) / А\ контроль] \times 100$$

Анализ проводили в двух повторах. Результаты приведены в таблице 2.

Таблица 2

Антиоксидантная активность представленных образцов

№	Образец	Abs обр-ц (517 нм)	Abs контроль (517 нм)	ПСР, % (АОА)
1	Экстракт фенольных соединений	0.064	0.389	83.55
2	Экстракт ПФС+сахара	0.191	0.389	50.90

Как показали проведенные эксперименты, плоды джиды и экстракты из них обладают достаточной антиоксидантной активностью. Полученные данные обуславливают перспективу дальнейшего изучения плодов джиды как источника функциональных ингредиентов и технологических добавок.

Поступило 03.02.2025 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Абизов Е. А. Биологическое и химико-технологическое обоснование лекарственной ценности видов рода Elaeagnus L. (лох), интродуцированных в России. – Автореф. дисс…. док.фарм.н., М., 2021, 50 с.
2. Скляровский Л.Я. Целебные свойства пищевых растений. - М., 1975, 272 с.
3. Баркалов В.Ю., Корзников К.А., Сундков Ю.Н. Род Elaeagnus (Elaeagnaceae) на юге Дальнего Востока России. – Бюллетень Ботанического сада-института ДВО РАН, 2021, вып. 25, с. 24-32.
4. Миневич И.Э., Осипова Л.Л., Нечипоренко А.П., Смирнова Е.И., Мельникова М.И. Особенности процесса экстракции полисахаридов слизи из семян льна. – Научный журнал НИУ ИТМО. Серия «Процессы и аппараты пищевых производств», 2018, № 2, с.3-11.
5. Ипатова Л.Г., Кочеткова А.А., Нечаев А.П., Тарасова В.В., Филатова А.А. Пищевые волокна в продуктах питания. – Пищевая промышленность, 2007, №5, с.8-10.
6. Типсина Н.Н., Присухина Н.В. Пищевые волокна в кондитерском производстве. – Вестник КрасГАУ, 2009, №9, с.166-171.

М.Б.Шарипова, М.Б.Икрами, М.Рустамзода

МОДДАҲОИ ФАЪОЛИ БИОЛОГИИ МЕВАИ САНҶИД (ҶИДА)

Донишгоҳи технологии Тоҷикистон

Дар мақолаи пешниҳодшуда натиҷаҳои тадқиқоти полисахаридҳои аз меваҳои санҷид (ҷида) ҷудошуда, растание, ки дар Осиёи Марказӣ, аз ҷумла Тоҷикистон маъмулааст, баррасӣ шудааст. Бо усулхои аз тарафи умум кабулшуда миқдори карбогирридҳои синфҳои гуногун дар таркиби меваи санҷид ва экстрактҳои аз он гирифташуда, муайян карда шудааст. Дар асоси тадқиқотҳои гузаронидашуда хулоса бароварда шуд, ки аксари полисахаридҳои таркиби санҷид ба полисахаридҳои дар об ҳалшаванда ва ба пайвастагиҳои фенолӣ тааллуқ доранд, ки дорои фаъолияти биологӣ буда, ҳамчун моддаҳои муҳими функционалӣ ба ҳисоб мераванд.

Калимаҳои калидӣ: *джида, санҷид, маҳсулоти функционалӣ, ғизо, арзиши биологӣ, полисахаридҳо, растаниҳо, ашёи хоми ғайрианъанавӣ.*

M.B.Sharipova, M.B.Ikrami, M.Rustamzoda

POLYSACCHARIDES OF JIDA (*ELAMETHYL ANGUSTIFOLIA*) FRUITS

Technological University of Tajikistan

The presented article examines the results of studying polysaccharides isolated from the fruits of Jida Bukhara (elamethoxylum agnus-leaved or silvery), a plant common in Central Asia, including Tajikistan. It was found that the content of carbohydrates of various classes was determined in the pulp of Jida fruits and in the obtained extracts using generally accepted methods. Based on the conducted studies, it was concluded that the majority of polysaccharides are soluble polysaccharides and phenolic compounds, which, having biological activity, are also considered as important functional substances.

Key words: *Jida, elamethoxylum agnus-leaved, functional products, nutrition, biological value, polysaccharides, plants, non-traditional raw materials.*

Сведения об авторах:

1. **Шарипова Мавзуна Бахриддиновна** – к.х.н., Технологический университет Таджикистана, доцент кафедры химии. E-mail: mavzuna-83.@mail.ru;
2. **Икрами Мухаббат Бобоевна** – к.х.н., Технологический университет Таджикистана, и.о. профессора кафедры химии. E-mail: darina.@mail.ru;
3. **Рустамзода Малохат** – Технологический университет Таджикистана, соискатель второго года кафедры технологии пищевых продуктов. E-mail: malohat@mail.ru.

ДОКЛАДЫ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК ТАДЖИКИСТАНА
2025, том 68, №5

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

УДК 531.001.362 (624.012.45)
Специальность: 2.1.9. Строительная механика

Член-корреспондент НАН Таджикистана Д.Н.Низомов,
И.К.Каландарбеков[*], У.М.Махмадиев[*]

РАЗМЕРНЫЙ АНАЛИЗ И КРИТЕРИИ ПОДОБИЯ В ЗАДАЧАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Национальная академия наук Таджикистана,
Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии НАН Таджикистана,
[*]Таджикский технический университет им. акад. М.С.Осими

В статье рассматриваются условия геометрического, физического и механического подобия, необходимые для моделирования железобетонных конструкций. Определены критерии подобия, обеспечивающие надёжный перенос результатов модельных испытаний на натурные объекты. С использованием методов размерного анализа получены зависимости и соответствующие коэффициенты масштабирования, обеспечивающие корректный переход от модельных параметров к натурным значениям, включая линейные размеры, напряжения, нагрузки, прогибы и изгибающие моменты. Завершающий этап исследования направлен на экспериментальную верификацию предложенных критериев на примере железобетонной балки, с целью подтверждения их применимости на всех стадиях работы конструкции – от упругой стадии до стадии разрушения.

Ключевые слова: *физическое моделирование, теория подобия, размерный анализ, критерии подобия, геометрическое подобие, физическое подобие, механическое подобие.*

В в е д е н и е

Исследование строительных конструкций в натуральных размерах представляет собой сложный и ресурсоёмкий процесс, требующий значительных трудозатрат, материальных затрат и технических ресурсов. Проведение натурных испытаний, как правило, сопряжено с необходимостью использования крупногабаритного оборудования, высокой стоимостью материалов и длительными сроками выполнения работ. В связи с этим актуальность приобретают методы физического моделирования, основанные на использовании уменьшенных моделей, при которых сохраняются ключевые геометрические и физико-механические характеристики исследуемых конструкций [1-9]. Такой подход реализуется на основе теории подобия, позволяющей обеспечить количественное соответствие между параметрами модели и натурного объекта [10-12].

Несмотря на широкое применение лабораторных испытаний железобетонных конструкций, в ряде опубликованных исследований недостаточно внимания уделяется строгому соблюдению условий

Адрес для корреспонденции: *Низомов Джахонгир Низомович. 734029, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 267, Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии НАН Таджикистана. E-mail: tiees@mail.ru; Каландарбеков Имомёрбек Каландарбекович, Махмадиев Усмонали Муродалиевич. 734042, г. Душанбе, пр. акад. Раджабовых, 10А, Таджикский технический университет им. акад. М.С.Осими. E-mail: kalandarbekov-55@mail.ru; mahmadievu-21061997@mail.ru.*

подобия, что может снижать достоверность результатов и ограничивать возможности переноса результатов на реальные конструкции. В связи с этим в данной работе основное внимание уделено анализу и теоретическому обоснованию условий геометрического, физического и механического подобия, необходимых для корректного масштабирования результатов моделирования.

Особое внимание уделяется методам размерного анализа, позволяющим установить количественные зависимости между модельными и натурными параметрами, включая линейные размеры, напряжения, усилия, прогибы и изгибающие моменты.

Целью настоящего исследования является теоретическое обоснование критериев подобия, применимых к железобетонным конструкциям, и подготовка к их экспериментальной верификации на примере изгибаемой железобетонной балки, с анализом её поведения на всех стадиях работы - от упругой до стадии разрушения.

Условия переноса результатов моделирования на натурную конструкцию. Для корректного переноса результатов моделирования на натурную конструкцию необходимо выполнение геометрического, физического и механического подобия. Геометрическое подобие предполагает сохранение масштабных соотношений между всеми линейными размерами модели и прототипа. Физическое подобие обеспечивается соответствием свойств применяемых материалов (в первую очередь бетона и арматуры) или их эквивалентным заменителем. Механическое подобие устанавливается через соблюдение безразмерных критериев, таких как отношения сил, напряжений, прогибов и деформаций. В условиях статических испытаний особое внимание уделяется сохранению пропорциональности между нагрузками и реакциями в моделях и натурных образцах [1-9].

Условия переноса:

1. Модель и натурная конструкция должны быть геометрически подобными, что предполагает соблюдение одинакового коэффициента масштабирования (k_L) по всем линейным направлениям. Это означает, что отношения соответствующих размеров модели и прототипа (длины, высоты, ширины) должны быть постоянными, обеспечивая полное геометрическое соответствие между объектами:

$$b_н = k_L \cdot b_м\,,\ h_н = k_L \cdot h_м\,,\ L_н = k_L \cdot L_м \tag{1}$$

2. Для более точной оценки напряжённо-деформированного состояния железобетонных конструкций предполагается, что относительные деформации – ε и коэффициент Пуассона – μ в модели и натурной конструкции должны быть одинаковыми. Это условие означает, что материалы, применяемые в модели, должны обладать физико-механическими характеристиками, максимально приближенными к свойствам материалов натурной конструкции:

$$\varepsilon_н = \varepsilon_м = \varepsilon\,, \tag{2}$$

$$\mu_н = \mu_м = \mu\,. \tag{3}$$

3. В случае, если модель и натурная конструкция изготовлены из материалов с различными модулями упругости, применяется коэффициент масштабирования напряжений. Данный коэффициент отражает соотношение между модулями упругости материалов модели и натурного образца и

позволяет обеспечить механическое подобие при расчёте и анализе результатов испытаний. Его использование необходимо для корректного пересчёта напряжений и деформаций, возникающих в модели, с учётом различий в физико-механических свойствах применяемых материалов. Данный коэффициент может быть определён с использованием методов размерного анализа, которые позволяют установить соотношения между параметрами модели и натурной конструкции на основе безразмерных величин. Применение таких методов способствует более обоснованному и точному расчёту масштабных коэффициентов при моделировании:

$$\sigma_н = \varepsilon_н \cdot E_н,\ \sigma_м = \varepsilon_м \cdot E_м. \tag{4}$$

Из выражения (4) с учетом (2) получим следующие зависимости:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_н}{E_н},\ \varepsilon = \frac{\sigma_м}{E_м},\ \frac{E_н}{E_м} = \frac{\sigma_н}{\sigma_м} = k_\sigma. \tag{5}$$

$$k_\sigma = \frac{E_н}{E_м}, \tag{6}$$

$$\sigma_н = k_\sigma \sigma_м. \tag{7}$$

4. Коэффициенты сосредоточенной и равномерно распределённой силы для модели и натурной конструкции зависят как от коэффициента масштабирования геометрических размеров, так и от коэффициента масштабирования напряжений. Учет этих факторов необходим для обеспечения силового подобия при физическом моделировании и корректного переноса результатов на натурные условия:

$$\frac{E_н \cdot L_н^2}{P_н} = \frac{E_м \cdot L_м^2}{P_м},\ \frac{P_н}{P_м} = \frac{E_н \cdot L_н^2}{E_м \cdot L_м^2} = \frac{E_н}{E_м} \cdot \left(\frac{L_н}{L_м}\right)^2. \tag{8}$$

$$\frac{E_н \cdot L_н}{q_н} = \frac{E_м \cdot L_м}{q_м},\ \frac{q_н}{q_м} = \frac{E_н \cdot L_н}{E_м \cdot L_м}, \tag{9}$$

откуда получим

$$P_н = P_м \cdot k_\sigma \cdot k_L^2,\ q_н = k_\sigma \cdot k_L \cdot q_м. \tag{10}$$

5. При физическом моделировании соотношение плотностей материалов натурной конструкции и модели определяется через коэффициенты масштабирования длины и напряжений. Это позволяет обеспечить соответствие весовой нагрузки и корректно учитывать влияние силы тяжести в условиях моделирования:

$$\rho_н = \frac{m_н}{V_н},\ \rho_м = \frac{m_м}{V_м},\ \frac{\rho_н}{\rho_м} = \frac{m_н \cdot V_м}{m_м \cdot V_н}. \tag{11}$$

Заменив величину массы на сосредоточенную нагрузку и исходя из соображений одинаковости размерностей единиц измерения, получим следующие выражения:

$$\frac{\rho_н}{\rho_м}=\frac{P_н\cdot V_м}{P_м\cdot V_н},\ V_н=k_L^3\cdot V_м,\ \frac{P_н}{P_м}=k_\sigma\cdot k_L^2. \tag{12}$$

Из выражений (11) и (12), получим уравнение для моделирования плотности материалов модели и натурной конструкции:

$$\rho_н=k_\sigma\cdot\frac{\rho_м}{k_L} \tag{13}$$

6. Коэффициенты изгибающих моментов зависят от коэффициента масштабирования геометрических размеров, а также от коэффициента масштабирования напряжений. Эти зависимости играют ключевую роль при моделировании поведения стержневых элементов под действием изгибающих моментов:

$$M_н=P_н\cdot L_н,\ M_м=P_м\cdot L_м. \tag{14}$$

Затем, с учетом выражения (1), получим:

$$M_н=P_н\cdot L_м\cdot k_L,\ L_м=\frac{M_н}{P_н\cdot k_L},\ L_м=\frac{M_м}{P_м}. \tag{15}$$

$$\frac{M_н}{P_н\cdot k_L}=\frac{M_м}{P_м},\ M_н=\frac{P_н\cdot k_L}{P_м}\cdot M_м. \tag{16}$$

Из выражения (16) с учетом (10), получим уравнение для моделирования изгибающего момента:

$$M_н=k_\sigma\cdot k_L^3\cdot M_м. \tag{17}$$

7. Коэффициент масштабирования прогибов стержневых элементов зависит от коэффициента масштабирования модели. Учет этого влияния необходим для корректной передачи деформационных характеристик с модели на натурную конструкцию при соблюдении выражений (1), (2), (6) и (17):

$$f_н=S_н\cdot L_н^2\cdot\frac{M_x^н}{E_b^н\cdot I_x^н},\ f_м=S_м\cdot L_м^2\cdot\frac{M_x^м}{E_b^м\cdot I_x^м}, \tag{18}$$

$$\frac{f_н}{f_м}=\frac{S_н}{S_м}\cdot\left(\frac{L_н}{L_м}\right)^2\cdot\frac{M_x^н}{M_x^м}\cdot\frac{E_b^м\cdot I_x^м}{E_b^н\cdot I_x^н},\ \frac{L_н}{L_м}=k_L,\ \frac{M_н}{M_м}=k_\sigma\cdot k_L^3;\ \frac{E_b^м}{E_b^н}=\frac{1}{k_\sigma},\ \frac{I_x^м}{I_x^н}=\frac{I_x^м}{k_L^4\cdot I_x^м}=\frac{1}{k_L^4}; \tag{19}$$

$$\frac{f_н}{f_м}=k_L^2\cdot k_\sigma\cdot k_L^3\cdot\frac{1}{k_\sigma}\cdot\frac{1}{k_L^4}, \tag{20}$$

$$f_н=k_L\cdot f_м, \tag{21}$$

где коэффициенты $S_н$, $S_м$, принимаемые в зависимости от расчетной схемы элемента при соблюдении требований пункта (1), будут одинаковыми как для модели, так и для натуры.

Таким образом, из изложенных условий следует, что каждая модельная величина преобразуется в натурную с учётом соответствующего коэффициента подобия, определяемого на основе размерного анализа и условий физического моделирования. Основные зависимости, применяемые при моделировании стержневых конструкций, представлены в таблице 1.

Таблица 1

Формулы перехода от параметров модели к натурным значениям с учётом коэффициентов подобия

Наименование моделируемых параметров	Формулы перехода от модели к натуре с учетом соответствующих коэффициентов подобия
Линейные размеры	$b_н = k_L \cdot b_м$, $h_н = k_L \cdot h_м$, $L_н = k_L \cdot L_м$
Плотность	$\rho_н = k_\sigma \cdot \frac{\rho_м}{k_L}$
Сосредоточенные силы	$P_н = k_\sigma \cdot k_L^2 \cdot P_м$
Распределённая нагрузка	$q_н = k_\sigma \cdot k_L \cdot q_м$
Изгибающие моменты	$M_н = k_\sigma \cdot k_L^3 \cdot M_м$
Напряжения	$\sigma_н = k_\sigma \sigma_м$, $k_\sigma = \frac{E_н}{E_м}$
Прогибы	$f_н = k_L \cdot f_м$
k_L – коэффициент подобия линейных размеров (коэффициент масштабирования), $k_\sigma = \frac{E_н}{E_м}$ – коэффициент моделирования напряжений (коэффициент подобия по напряжениям).	

Дальнейшая работа направлена на экспериментальную верификацию критериев подобия посредством сопоставления результатов модельных и натурных испытаний железобетонной балки. Основной задачей выступает подтверждение корректности выбранных критериев и их применимости для переноса данных с физической модели на натурный объект с сохранением адекватности описания напряжённо-деформированного состояния конструкции на всех этапах её работы - от упругой стадии до стадии разрушения.

Выводы:

1. Установлено, что соблюдение условий геометрического, физического и механического подобия является необходимым условием для корректного масштабного перехода, обеспечивающего надёжность и обоснованность переноса результатов модельных испытаний на натурные железобетонные конструкции.

2. Учет различий в физических свойствах материалов модели и натуры посредством коэффициента масштабирования напряжений является обязательным условием для достижения механического подобия.

Поступило 02.04.2025 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Кирпичев М.В. Теория подобия – М.: 1953, 94 с.
2. Эйгенсон Л.С. Моделирование. – М.: Советская наука, 1952, 372 с.
3. Веников В.А., Веников Г.В. Теория подобия и моделирования. – М.: Высшая школа, 1984, 439 с.
4. Назаров А.Г. О механическом подобии твердых деформируемых тел. – Ереван: Изд-во АН Арм. ССР, 1965, 303 с.
5. Мастаченко В.Н. К вопросу вычисления вероятности подобия при моделировании конструкций. – Труды МИИТ, №427, 1973, с.78-83.
6. Мастаченко В.Н. Надежность моделирования строительных конструкций. – М.: Стройиздат, 1974, 84 с.
7. Мастаченко В.Н. О переходе от параметров модели к параметрам оригинала. – Труды МИИТ, 1971, №369.
8. Алабужев П.М., Геронимус В.Б. Теория подобия и размерностей. Моделирование. – М.: Высш. школа, 1968, 206 с.
9. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. – М.: Наука, 1987, 447 с.
10. Поляков Л.П., Файнбург В.М. Моделирование строительных конструкций. - Киев: Будівельник, 1975, 82 с.
11. Махмадиев У.М. О моделировании железобетонной балки. – Международный научный журнал «Молодой ученый», 2022, №48 (443), с. 31-38, URL: https://moluch.ru/archive/443/97222/ ISSN 2072-0297.
12. Каландарбеков И.К., Махмадиев У.М. Применение мелкозернистого бетона при физическом моделировании железобетонных конструкций. – Политехнический вестник. (серия инженерные исследования), 2024, №4(68), с. 177-183.

Ҷ.Н.Низомов, И.Қ.Қаландарбеков*, У.М.Маҳмадиев*

ТАҲЛИЛИ ЧЕНАКҲО ВА КРИТЕРИЯҲОИ МОНАНДӢ ДАР МИСОЛИ МОДЕЛКУНОНИИ КОНСТРУКСИЯҲОИ ОҲАНУБЕТОНӢ

Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,

Институти геология, сохтмони ба заминҷунбӣ тобовар ва сейсмологияи АМИ Тоҷикистон,

*****Донишгоҳи техникии Тоҷикистон ба номи акад. М.С.Осимӣ***

Дар мақола шартҳои монандии геометрӣ, физикӣ ва механикӣ, ки барои моделсозии физикии конструкцияҳои оҳанубетонӣ заруранд, баррасӣ карда мешавад. Критерияҳои монандӣ муайян карда шудаанд, ки интиқоли боэътимоди натиҷаҳои санҷишҳои моделиро ба объектҳои аслӣ таъмин мекунанд. Бо истифода аз усулҳои таҳлили ченакҳо, вобастагӣ ва омилҳои миқёси мувофиқ ба даст оварда шуданд, ки гузариши дурустро аз параметрҳои моделӣ ба параметрҳои аслӣ, аз ҷумла андозаҳои хатӣ, шиддатҳо, борҳо, қадшавӣ ва моменти қадкунандаро таъмин мекунанд. Марҳилаи ниҳоии тадқиқот ба санҷиши таҷрибавии критерияҳои пешниҳодшуда дар мисоли болори оҳанубетонӣ, бо мақсади тасдиқи татбиқи онҳо дар ҳама марҳилаҳои кории конструксия – аз марҳилаи чандирӣ то марҳилаи харобшавӣ равона карда шудааст.

Калимаҳои калидӣ: *моделсозии физикӣ, назарияи монандӣ, таҳлили ченакҳо, критерияҳои монандӣ, монандии геометрӣ, монандии физикӣ, монандии механикӣ.*

D.N.Nisomov, I.K.Kalandarbekov*, U.M.Makhmadiev*

DIMENSIONAL ANALYSIS AND SIMILARITY CRITERIA FOR MODELING REINFORCED CONCRETE STRUCTURES

National Academy of Sciences of Tajikistan,
Institute of Geology, Seismic Engineering and Seismology, NAS of Tajikistan,
****Tajik Technical University named after academician M.S.Osimi***

The article discusses the conditions of geometric, physical and mechanical similarity necessary for correct physical modeling of reinforced concrete structures. Similarity criteria have been determined to ensure reliable transfer of the results of model tests to full-scale objects. Using dimensional analysis methods, constraints and corresponding scaling factors are obtained to ensure the correct transition from model parameters to field values, including linear dimensions, stresses, loads, deflections and bending moments. The final stage of the study is aimed at experimental verification of the proposed criteria using the example of a reinforced concrete beam in order to confirm their applicability at all stages of the structure's operation - from the elastic stage to the destruction stage.

Key words: *physical modeling, similarity theory, dimensional analysis, similarity criteria, geometric similarity, physical similarity, mechanical similarity.*

Сведения об авторах:

1. **Низомов Д.Н.** – доктор технических наук, профессор, член-корр. НАНТ, Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии НАНТ, заведующий лабораторией сейсмостойкости зданий и сооружений. E-mail: nizomov-jn@mail.ru;
2. **Каландарбеков И.К.** – доктор технических наук, проф., Таджикский технический университет им. акад. М.С.Осими. E-mail: kalandarbekov-55@mail.ru;
3. **Махмадиев У.М.** – докторант PhD Таджикского технического университета им. акад. М.С.Осими. E-mail: mahmadievu-21061997@mail.ru.

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА

УДК 624.042
Специальность: 2.1.9. Строительная механика

Член-корреспондент НАН Таджикистана Д.Н.Низомов,
И.К.Каландарбеков[*], И.И.Каландарбеков[*]

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБРАТНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

Национальная академия наук Таджикистана,
Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии НАН Таджикистана,
[*]Таджикский технический университет имени академика М.С.Осими

Статья посвящена исследованию метода обратного преобразования Фурье и его применению для восстановления временных характеристик сейсмических сигналов. В качестве примера рассматривается численное моделирование обратного преобразования на синтезированной акселерограмме СА-482. Представлены результаты, полученные при различных значениях шага интегрирования по частотной области. Проведён сравнительный анализ восстановленных сигналов, который показал хорошее совпадение по амплитудным значениям, но заметные расхождения в частотных характеристиках. Это указывает на чувствительность метода к параметрам дискретизации частотной оси. Также проведено сравнение спектров скоростей реакций, полученных на основе обратного преобразования, с амплитудным спектром Фурье.

Ключевые слова: *спектральная плотность, обратное преобразование Фурье, коэффициенты Фурье, численное моделирование, спектра реакции, степень свободы, дифференциальное уравнение.*

Рассмотрим обратную задачу спектральной теории, где требуется определить сигнал по его спектральной плотности, которая считается заданной. Обратное преобразование Фурье описывается уравнением

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{\omega=-\infty}^{\infty}F(\omega)e^{i\omega t}d\omega. \qquad (1)$$

Уравнение (1) выражает функцию $f(t)$ через её преобразование Фурье. Уравнение (1) описывает синтезирование исходной функции $f(t)$ из различных спектральных компонент $F(\omega)$. Уравнение (1) представляется в виде

Адрес для корреспонденции: *Низомов Джахонгир Низомович. 734029, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 267, Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии НАН Таджикистана. E-mail: tiees@mail.ru.*

Каландарбеков Имомёрбек Каландарбекович, Каландарбеков Ифтихор Имомёрбекович. 734042, г. Дущанбе, пр. акад. Раджабовых, 10[A], Таджикский технический университет имени академика М.С.Осими. E-mail: kalandarbekov-55@mail.ru; iftikhor791@mail.ru.

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|F(\omega)\right|e^{i(\omega t+\varphi)}d\omega=$$

$$=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|F(\omega)|\cos(\omega t+\varphi)d\omega+i\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}|F(\omega)|\sin(\omega t+\varphi)d\omega. \qquad (2)$$

Формула обратного преобразования Фурье (2) предполагает интегрирования комплексных функций и неудобно для непосредственных вычислений. В (2) интегрирование нроизводится по всем частотам от $\omega=-\infty$ до $\omega=+\infty$, хотя отрицательные частоты не имеют физического смысла.

Рассмотрим обратное преобразование которое сводится к следующей формуле

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[a(\omega)\cos\omega t+b(\omega)\sin\omega t\right]d\omega=$$

$$=\frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty}\left[a(\omega)\cos\omega t+b(\omega)\sin\omega t\right]d\omega. \qquad (3)$$

где коэффициенты Фурье (3) численно интегрируются в частотной области. Для этого задается $\Delta\omega$ и принимается $\omega_k=k\Delta\omega$, где $k=0,1,2,...,N$, $N=200$, а также $\Delta\tau=\Delta t/2,\ \Delta t$ – шаг оцифровки акселерограммы.

$$a(\omega_k)=\Delta\tau^*\left[\,f_{j-2}\cos\omega_k t_{j-2}+4f_{j-1}\cos\omega_k t_{j-1}+f_j\cos\omega_k t_j\,\right],$$

$$b(\omega_k)=\Delta\tau^*\left[\,f_{j-2}\sin\omega_k t_{j-2}+4f_{j-1}\sin\omega_k t_{j-1}+f_j\sin\omega_k t_j\,\right],$$

$$k=0,1,2,...,N,\ j=2,3,...,M,\ M=2L,$$

$$f(t_j)=\Delta\omega^*\left[\,a_{k-2}\cos\omega_{k-2}t_j+4a_{k-1}\cos\omega_{k-1}t_j+a_k\cos\omega_k t_j\,\right]+$$

$$+\Delta\omega^*\left[\,b_{k-2}\sin\omega_{k-2}t_j+4b_{k-1}\sin\omega_{k-1}t_j+b_k\sin\omega_k t_j\,\right], \qquad (4)$$

где $\Delta\tau^*=\Delta\tau/3,\ \Delta\tau=\Delta t/2,\ \Delta t$ – шаг оцифровки акселерограммы, $\Delta\omega^*=\Delta\omega/6,$ $\Delta\tau,\Delta\omega/2-$шаги интегрирования по временной и частотной области. На рис.1 приведены результаты численного моделирования обратного преобразования Фурье на примере синтезированной акселерограмме СА-482 (кривая 1), полученные при различных значених $\Delta\omega$ (кривые 2,3,4). Сравнение показывает, что по амплитудным значениям есть совпадение, а по частотным характеристикам отличие значительное.

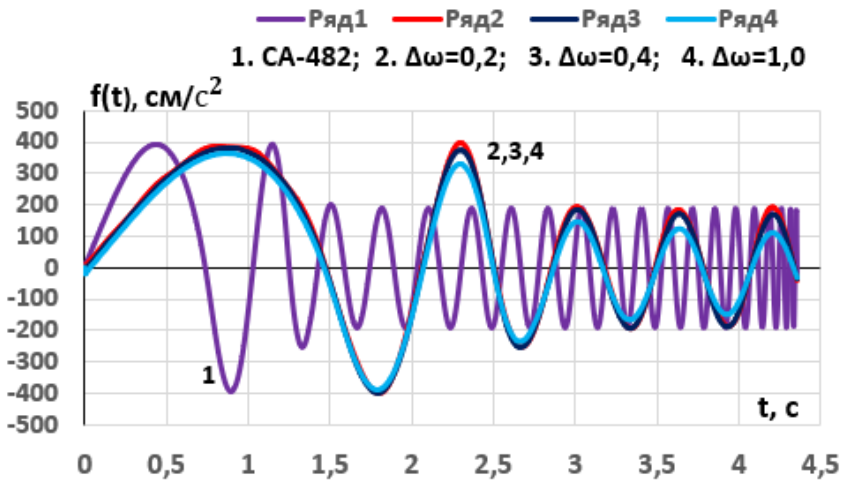

Рис. 1. Сравнение результатов обратного преобразования.

По вышеизложенному алгоритму выполнено обратное преобразование Фурье акселерограммы El Centro. На рис.2 представлены результаты, полученные при различных разбиениях частотной оси, которые сравниваются с заданной акселерограммой. Здесь также наблюдается не совпадение по частотным характеристикам. Видно, что при $\Delta\omega = 1.0$ рад/с (кривая 3) отличие имеет место и по амплитудным характеристикам. Если вещественная функция $f(t)$ является чётной функцией, то есть $f(-t) = f(t)$, то её Фурье-образ также будет чётной вещественной функцией, которая приобретает вид

$$F_c(\omega) = \int_{t=-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t}dt = \int_{t=-\infty}^{\infty} f(t)\left(\cos\omega t - i\sin\omega t\right)dt =$$

$$= \int_{t=-\infty}^{\infty} f(t)\cos\omega t dt = 2\int_{t=0}^{\infty} f(t)\cos\omega t dt\,, \qquad (5)$$

где второй интеграл вследствие нечётности подынтегральной функции обращается в ноль. При этом обратное преобразование (1) записывается в виде

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{\omega=-\infty}^{\infty} F_c(\omega)e^{i\omega t}d\omega =$$

$$= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F_c(\omega)\left(\cos\omega t + i\sin\omega t\right)d\omega =$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_{0}^{\infty} F_c(\omega)\cos\omega t d\omega\,. \qquad (6)$$

Здесь также второй интеграл из-за нечётности $\sin\omega t$ обращается в ноль. Формула (5) определяет косинус – преобразование Фурье чётной функции $f(t)$. Формула (6) определяет обратное косинус – преобразование. При использовании косинус преобразования формулы (5) и (6) представляются в виде

$$F(\omega_k) = 2\Delta\tau^*\left[f_{j-2}\cos\omega_k t_{j-2} + 4 f_{j-1}\cos\omega_k t_{j-1} + f_j \cos\omega_k t_j \right],$$

$$f(t_j) = \Delta\omega^{**}\left[F_{k-2}\cos\omega_{k-2} t_j + 4F_{k-1}\cos\omega_{k-1} t_j + F_k \cos\omega_k t_j \right], \qquad (7)$$

$$k = 0,1,2,...,M\ ,\ \ j = 2,4,6,...,N\ ,\ \ N = 2N_a,$$

$\Delta\omega^{**} = \Delta\omega^* / \pi$, $M = 200$ – число разбиения частотной оси, N_a – число точек оцифровки акселерограммы. Результаты обратного преобразования, полученные на основе косинуса преобразования (7), практически совпадает с данными (4).

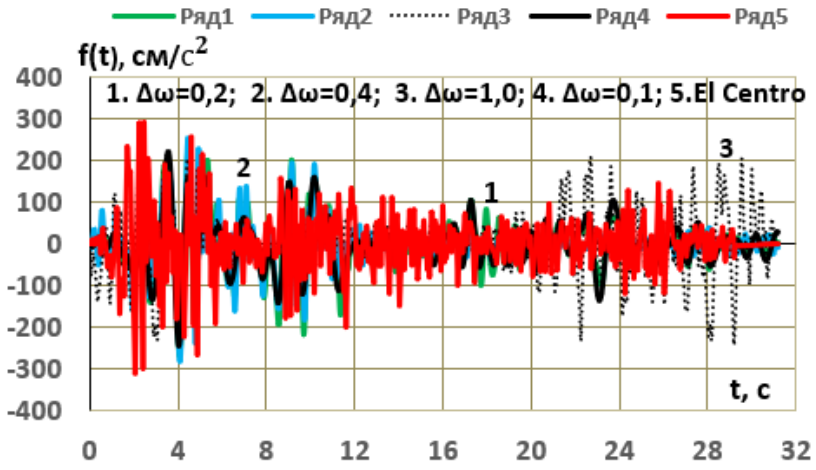

Рис. 2. Результаты обратного преобразования акселерограммы El Centro.

С п е к т р ы р е а к ц и й

Спектр реакции или спектр отклика (**response spectrum**) необходим для определения сейсмических сил. Наиболее точной мерой интенсивности сейсмического воздействия на здания и сооружения являются спектры реакций. Последние представляют собой графики зависимости параметров реакции от собственной частоты при различных величинах затухания. Далее рассмотрим численное решение задачи по расчёту спектра реакций. В отличие от [1], здесь, численным моделированием получены спектры кинематических реакций от сейсмических воздействий. Проведён сравнение полученных спектров скоростей реакций с данными амплитудного спектра Фурье.

Для построения спектров реакций решается дифференциальное уравнение сейсмических колебаний системы с одной степенью свободы (рис. 3), которое представляется в виде

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_0(t),$$

$$\ddot{u} + 2\xi\omega\dot{u} + \omega^2 u = -\ddot{u}_0(t), \quad (8)$$

где m – сосредоточенная масса; c – коэффициент вязкого затухания; k – коэффициент жёсткости; $\ddot{u}_0(t)$ – ускорение грунта основания; $\omega = \sqrt{k/m}$ – круговая частота свободных колебаний без учёта затухания; $\xi = c/c_c = c/2m\omega$ – параметр затухания; $c_c = 2m\omega$ – минимальная величина затухания, при котором перемещение стремиться к нулю по экспоненте и не происходит свободные колебания (критическое затухание).

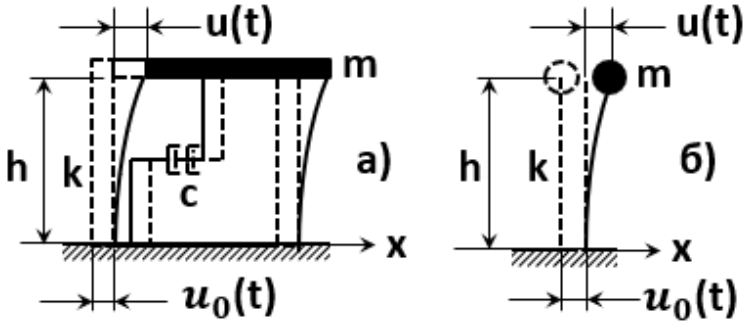

Рис. 3. Система с одной степенью свободы.

Решение уравнения (8) с помощью интеграла Дюамеля представляется в виде [2,3]

$$u(t) = -\frac{1}{\omega_1}\int_{\tau=0}^{t} \ddot{u}_0(\tau)\exp\left[-\xi\omega(t-\tau)\right]\sin\omega_1(t-\tau)d\tau, \quad (9)$$

где $\omega_1 = \omega\sqrt{1-\xi^2}$ – частота колебаний с учётом затухания.

Уравнение (9) с учётом тригонометрического соотношения

$$\sin\omega_1(t-\tau) = \sin\omega_1 t\cos\omega_1\tau - \cos\omega_1 t\sin\omega_1\tau,$$

можно представить в виде

$$u(t) = -\left[A(t)\sin\omega_1 t - B(t)\cos\omega_1 t\right], \quad (10)$$

$$A(t) = \frac{1}{\omega_1}\int_{\tau=0}^{t} \ddot{u}_0(\tau)\exp\left[-\xi\omega(t-\tau)\right]\cos\omega_1\tau d\tau,$$

$$B(t) = \frac{1}{\omega_1}\int_{\tau=0}^{t} \ddot{u}_0(\tau)\exp\left[-\xi\omega(t-\tau)\right]\sin\omega_1\tau d\tau.$$

Скорость движения массы относительно основания, как производная от перемещения (10), с учётом соотношения

$$\cos\omega_1(t-\tau) = \cos\omega_1 t\cos\omega_1\tau + \sin\omega_1 t\sin\omega_1\tau,$$

приобретает вид

$$\dot{u}(t) = -\omega_1\left[A(t)\cos\omega_1 t + B(t)\sin\omega_1 t\right] -$$

$$-\xi\omega\left[A(t)\sin\omega_1 t - B(t)\cos\omega_1 t\right] =$$

$$= \int_0^t \ddot{u}_0(\tau)\exp\left[-\xi\omega(t-\tau)\right]\cos\omega_1(t-\tau)d\tau + \xi\omega u(t)\,.$$

Из уравнения (8) следует, что если пренебречь малой по сравнению с $\omega^2 u$ величиной $2\xi\omega\dot{u}$ [4], то полное ускорение массы относительно неподвижной системы координат $(\ddot{u}_1 = \ddot{u}_0 + \ddot{u})$ при $\omega_1 \approx \omega$ и с учётом (9) представляется в виде

$$W(t,\xi,T) = \ddot{u}_1(t) = -\omega^2 u(t) - 2\xi\omega\dot{y} =$$

$$= -\omega^2(1+2\xi^2)\left[A(t)\sin\omega t - B(t)\cos\omega t\right] +$$

$$+2\xi\omega^2\left[A(t)\cos\omega t + B(t)\sin\omega t\right],$$

где $W(t,\xi,T)$ – сейсмическое ускорение линейного осциллятора с периодом $T = 2\pi/\omega$ и параметром затухания ξ.

Максимальное во времени значение сейсмической силы инерции выражается формулой [5]

$$S(t,\xi,T)_{\max_t} = m\,|W(t,\xi,T)|_{\max_t} = m\,C_W(\xi,T)\,,$$

$$C_W(\xi,T) = |W(t,\xi,T)|_{\max_t} = \left|\omega^2\left[A(t)\sin\omega_1 t - B(t)\cos\omega_1 t\right]\right|_{\max_t}, \qquad (11)$$

здесь $C_W(\xi,T)$ называется спектром ускорения, который характеризует максимальное ускорение массы системы при сейсмическом воздействии $\ddot{u}_0(t)$ и затухания ξ для данного значения T. Полученный ряд чисел из (11) при различных значениях T и фиксированном значении ξ позволяет построить график спектра ускорения функции $\ddot{u}_0(t)$.

Спектры скоростей C_V и смещений C_U можно получить из следующей зависимости [4].

$$C_W(\xi,T) = \omega C_V(\xi,T) = \omega^2 C_U(\xi,T)\,, \qquad (12)$$

$$C_V(\xi,T) = C_W(\xi,T)/\omega = \left|\omega\left[A(t)\sin\omega_1 t - B(t)\cos\omega_1 t\right]\right|_{\max_t},$$

$$C_U(\xi,T) = C_W(\xi,T)/\omega^2 = \left|A(t)\sin\omega_1 t - B(t)\cos\omega_1 t\right|_{\max_t},$$

здесь $C_V(\xi,T)$ называется спектром псевдоскорости [6]. Производя интегрирование по частям дважды в формуле скорости

$$V(t,\xi,T)=W(t,\xi,T)/\omega=\int_0^t \ddot{u}_0(\tau)\exp\left[-\xi\omega(t-\tau)\right]\sin\omega(t-\tau)d\tau,$$

можно получить зависимость $V(t,\xi,T)$ от смещения грунта $u_0(t)$ и для построения спектров использовать сейсмограммы [7]

$$V^*(t,\xi,T)=\omega u_0(t)-\omega^2(1-\xi^2)\int_0^t u_0(\tau)\exp\left[-\xi\omega(t-\tau)\right]\sin\omega(t-\tau)d\tau-$$

$$-2\xi\omega^2\int_0^t u_0(\tau)\exp\left[-\xi\omega(t-\tau)\right]\cos\omega(t-\tau)d\tau.$$

Откуда пренебрегая величиной ξ^2, получим спектр псевдоскорости на сейсмическое воздействие, представленное сейсмограммой землетрясения

$$C_V^*(\xi,T)=\left|\omega u_0(t)-\omega^2\int_0^t u_0(\tau)\exp\left[-\xi\omega(t-\tau)\right]\times\right.$$

$$\left.\times\left[\sin\omega(t-\tau)+2\xi\cos\omega(t-\tau)\right]d\tau\right|_{\max}.$$

Спектры смещений и ускорений на сейсмическое воздействие в виде сейсмограммы вычисляются из зависимости (12)

$$C_U^*(\xi,T)=C_V^*(\xi,T)/\omega,\ C_W^*(\xi,T)=\omega C_V^*(\xi,T).$$

Следовательно, спектры реакций характеризуют поведение реальной системы с одной степенью свободы (с определённым периодом T и затуханием ξ) и непосредственно показывают значения её реакции при землетрясении.

Вывод. На основе полученных результатов можно сделать вывод, что разработанные алгоритмы и программы численного построения спектров сейсмических колебаний дают возможность проводить исследования по спектральному анализу сейсмических воздействий.

Поступило 05.03.2025 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Маркус Бат. Спектральный анализ в геофизике. – М.: «Недра», 1980, 535 с.
2. Назаров А.Г. Метод инженерного анализа сейсмических сил. – Ереван, 1959, 286 с
3. Клаф Р. Динамика сооружений. – М.: Стройиздат, 1979, 320 с
4. Завриев К.С. Сейсмостойкость зданий. – Тбилиси, 1970, 82 с.
5. Низомов Д.Н., Каландарбеков И., Каландарбеков И.И. Спектры сейсмических колебаний на воздействие в виде заданной акселерограммы. – ДАН РТ, 2017, т. 60, №3-4, с. 151-156.
6. Ньюмарк Н., Розенблюэт Э. Основы сейсмостойкости строительства. Пер. с англ. Г.Ш.Подольского; под. ред. Я.М. Айзенберга. – М.: Стройиздат, 1980, 344 с.

7. Медведев С.В. Инженерная сейсмология. – М.: Госстройиздат, 1962, 284 с.

Ҷ.Н.Низомов, И.Қ.Қаландарбеков*, И.И.Қаландарбеков*

МОДЕЛКУНОНИИ АДАДИИ ТАБДИЛДИҲИИ БАРАКСИ ФУРЕ

Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,
Институти геология, сохтмони ба заминҷунбӣ тобовар ва сейсмологияи АМИТ,
****Донишгоҳи техникии Тоҷикистон ба номи академик М.С.Осимӣ***

Мақола ба таҳқиқи методи табдилдиҳии бараъкси Фурйе ва татбиқи он барои баоқарор намудани характеристикаҳои муваққатии сигналҳои сейсмикӣ бахшида шудааст. Ба сифати мисол моделкунонии ададии табдилдиҳии баръакси Фуре дар мисоли акселерограммаи сунъии СА-482 дида баромада шудааст. Натиҷаҳои бадаст овардашуда ҳангоми қиматҳои ҳархелаи қадами интегриронӣ дар фазои зуддӣ нишон дода шудааст. Таҳлили муқоисаҳои барқароркунии сигналҳо, нишон медиҳанд, ки аз руйи қимати амплитуда, наздикшавӣ аст, аммо аз руйи таснифоти зуддӣ фарқияти зиёд аст. Ин ба нозукии метод ба параметрҳои дискретонии меҳвари зуддиро нишон медиҳад. Инчунин муқоисаи спектрҳои суръати аксуламалҳо, дар асоси табдилдиҳии баръакс бо амплитудаи спектри Фурйе оварда шудааст.

Калимаҳои калидӣ: *зичии спектралӣ, табдилдиҳии баракси Фуре, коэффисиенти Фуре, моделкунонии ададӣ, спектри аксуламал, дараҷаи озод, муодилаи дифференсиалӣ.*

D.N.Nizomov, I.K.Kalandarbekov*, I.I.Kalandarbekov*

NUMERICAL MODELING OF THE INVERSE FOURIER TRANSFORM

National Academy of Sciences of Tajikistan,
Institute of Geology, Earthguake Resistant Construction and Seismology, NAS of Tajikistan,
****Tajik Technical University named after academician M.S.Osimi***

The article is devoted to the study of the inverse Fourier transform method and its application to the restoration of time characteristics of seismic signals. Numerical simulation of the inverse transform on the synthesized accelerogram CA-482 is considered as an example. The results obtained at different values of the step of integration over the frequency domain are presented. A comparative analysis of the reconstructed signals has been carried out, which showed good agreement in amplitude values, but noticeable discrepancies in frequency characteristics. This indicates the sensitivity of the method to the sampling parameters of the frequency axis. The reaction rate spectra obtained from the inverse transform are also compared with the Fourier amplitude spectrum.

Key words: *spectral density, inverse Fourier transform, Fourier coefficients, numerical modeling, response spectra, degrees of freedom, differential equation.*

Сведения об авторах:

1. **Низомов Джахонгир Низомович** – д.т.н., профессор, член корр. НАНТ, Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии НАН Таджикистана, заведующий лабораторией «Сейсмостойкость зданий и сооружений». E-mail: tiees@mail.ru;
2. **Каландарбеков Имомёрбек Каландарбекович** – заслуженный работник Таджикистана, д.т.н., профессор кафедры «Промышленное и гражданское строительство». E-mail: kalandarbekov-55@mail.ru;
3. **Каландарбеков Ифтихор Имомёрбекович** – к.т.н., доцент, Таджикский технический университет им. акад. М.С.Осими, декан факультета БНТУ. E-mail: iftikhor791@mail.ru.

ДОКЛАДЫ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК ТАДЖИКИСТАНА
2025, том 68, №5

БОТАНИКА

УДК 581.6
Специальность: 1.5.9. Ботаника

Д.С.Саттаров, Н.С.Саидов

ЗАПАСЫ ДИКОРАСТУЩИХ ЛЕКАРСТВЕННЫХ РАСТЕНИЙ НА НЕКОТОРЫХ УЧАСТКАХ УЩЕЛЬЯ РОМИТ

Национальная академия наук Таджикистана,
Центр инновационной биологии и медицины НАН Таджикистана

(Представлено членом-корреспондентом НАН Таджикистана Х.А. Абдуллаевым 17.04.2025 г.)

Проведёнными исследованиями в 2009-2016 годах на территории 6 участков Ромитского ущелья (Семиганч, Сафедчашма, Оби-Зугора, Магов Йос и Явроз) установлено наличие 20 видов дикорастущих лекарственных растений используемых в традиционной и 52 видов в народной медицине. Однако, не у всех видов формируется промысловые заросли, чтобы можно было бы осуществлять заготовку их сырья. В частности, только у 7 видов лекарственных растений, используемых в традиционной медицине, формируются промысловые заросли, в том числе: зверобой продырявленный – Hypericum perforatum L.*, девясил высокий – Inula helenium* L.*, душица мелкоцветковая – Origanum tyttanthum* Gontsch. *и 4-х видов шиповника. А у лекарственных растений, используемых в народной медицине, промысловые заросли сформировались только у 6 видов, из которых только запасы сырья зверобоя шероховатого – Hypericum scabrum* L.*, тысячелистника таволголистного – Achillea filipendulina* Lam. *и ревеня Максимовича – Rheum maximowiczii* Losinsk. *пригодны для ежегодных заготовок.*

Ключевые слова: *лекарственные растения, запас, сырьё, заросли, ущелье Ромит.*

Наличие большого биологического разнообразия флоры является свидетельством благоприятного экологического состояния окружающей среды, а наличие ресурсов растений – подтверждением не только этого факта, но и свидетельством внутривидовой устойчивости растений к отрицательному воздействию различных эндогенных и экзогенных факторов.

Исследования по определению биоразнообразия и ресурсов дикорастущих лекарственных растений всегда являются актуальным направлением биологической науки, которая ежегодно пополняется информацией исследователей различных стран. Данному вопросу посвятили свои исследования ряд отечественных и зарубежных учёных, в том числе в Российской Федерации. В научных трудах исследователя [1] отражена экологическая характеристика полезных растений Западного Прибайкалья, а растительный покров особо охраняемых природных территорий поймы реки Вятка выявлено исследователями [2].

Исследователи [3] по материалам Гербария им. П.Н.Крылова Томского государственного университета выявили чужеродные растения во флоре Таджикистана.

Адрес для корреспонденции: *Саттаров Джамшед Саидович, 734017, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Карамова, 27, Центр инновационной биологии и медицины НАН Таджикистана. E-mail: jamshed.hvilya@mail.ru.*

В Республике Таджикистан изучению данного вопроса посвятили свои научные изыскания ряд исследователей. Оценка биологического разнообразия флоры Таджикистана и ценности биологических ресурсов отражено в работе исследователя [4], согласно которой в республике биоразнообразие флоры представлено 9771 видами. Из данного количества 1132 вида являются эндемиками и 226 видов занесены в Красную книгу республики, а биоразнообразие и ресурсы дикорастущих лекарственных растений ущелья Магов, Явроз и др. участков Ромитской зоны ущелий изучено исследователями [5,6].

Целью настоящего исследования было определение видового разнообразия и ресурсов дикорастущих лекарственных растений, которые наиболее распространены на территории некоторых участков ущелья Ромит.

Материалы и методы исследования

Исследования проводили в период 2009-2016 гг. на территории Ромитского ущелья, а в частности на участках Семиганч, Сафедчашма, Оби-Зугора, Магов, Йос и Явроз, которые расположены в восточной части южного склона Гиссарского хребта на расстоянии 35, 39, 48, 36, 40 и 46 км на северо-восток от столицы республики – г. Душанбе (рис. 1). Согласно картам Google Earth Pro общая площадь Ромитского ущелья в зеркальном отображении составляет около 1642.3 км^2 или 164229.47 га, а площадь исследованных участков 131 км^2, что составляет всего 8%.

Рис. 1. Ромитская зона ущелий

На данной территории в основном преобладают типы горных крупнотравных полусаванн – *Megaloxerocoryfion medioasiaticum,* состоящие из следующих ассоциаций: разнотравно-злаковые (*Dactylis glomerata + Polygonum coriarium + Poa relaxa + Alopecurus seravschanicus + Thymus seravschanicus + Nepeta podostachys + Ziziphora pamiroalaica*); разнотравно-феруловые (*Prangos pabularia + Polygonum coriarium + Ferula kuhistanica + Hypericum scabrum + Ziziphora pamiroalaica*); ячменно-ежовые (*Hordeum bulbosum + Dactylis glomerata*) и др., и горных крупнозлаковых полусаванн – *Xerocoryphiton iranoturanicum,* состоящие из следующих ассоциаций: аджиреково-мятликово-

осочково-эфемеровые (*Hordeum bulbosum + Anisantha tectorum + A. sterilis + Onobrichis pulchella + Taeniatherium asperum + Hordeum spontaneum + Carex pachystylis + Poa bulbosa + Cynodon dactylon*); мятликово-осочковые (*Poa bulbosa + Carex pachystylis + Hordeum bulbosum*) и другие [7].

Почвы в основном коричнево-карбонатные, средневымытые и местами сильносмытые, характерезуются в зависимости от высоты над уровнем моря в основном следующими типами леса: от сильно разреженного шибляка до её средней полноты (0.5), формирующейся в основном из боярышника туркестанского – *Crataegus turkestanica* Pojark, кизильника малоцветкового – *Cotonoeaster olyganthus* Pojark., монетного – *C. nummularius* Fish., жимолости прицветниковой – *Lonicera bracteolaris* Boiss. et Buhse, Корольковой – *L. korolkowii* Stapf, монетолистной – *L. nummulariifolia* Jaub. et Spach., сумаха дубильного – *Rhus coriaria* L., миндаля горького – *Amygdalus bucharica* Korsh., каркаса – *Celtis caucasika* Wailld., сливы превосходной – *Prunus sogdiana var. eximia* Vass. и розы превосходной – *Rosa divina* Sumn., который переходит в разреженные арчевники из можжевельника зеравшансого – *Juniperus seravschanica* Com. Следует отметить, что на территории некоторых ущелий (Магов, Йос и Явроз), начиная с высоты 1100 до 1350 м над ур.м., присутствуют фрагменты чернолесья, формирующегося в основном из следующих древесно-кустарниковых пород: платан восточный – *Platanus orientalis* L., хурма кавказская – *Diospyros lotus* L., экзохорда Альберта – *Exochorda alberti* Regel, ясень обыкновенный – *Fraxsinus excelsior* L., вяз гладкий – *Ulmus laevis* Pall. (плантации ущелья Йос), клён туркестанский – *Aser turkestanicum* Pax. и клён Регеля – *A. regelii* Pax. [5,6].

Обработку гербарного материала для определения видов растений проводили по литературным источникам – Флора Таджикской ССР в 10 томах [8], систематическую принадлежность таксона – согласно [9], правописание названий на латыни – по международному индексу названий растений – IPNI [10], ресурсы лекарственных растений определяли по общепринятой методике определения запасов дикорастущих лекарственных растений [11].

Результаты исследования и их обсуждение

В ходе проведенных исследований на обследованных участках (Семиганч, Сафедчашма, Оби-Зугора, Магов, Йос и Явроз) было обнаружено 20 дикорастущих лекарственных растений, используемых в традиционной медицине. Однако не у всех видов формируется промысловые заросли. В табл.1 приведены данные о запасе сырья промысловых зарослей лекарственных растений, используемых в традиционной медицине.

Из табл. 1 видно, что на исследованных территориях из обнаруженных 20 видов лекарственных растений, используемых в традиционной медицине, промысловые заросли сформировались всего у 7 видов, в том числе у зверобоя продырявленного, девясила высокого, душицы мелкоцветковой и четырех видов шиповника. Однако, возможный ежегодный объём заготовки (ВЕОЗ) сырья зверобоя продырявленного, девясила высокого и душицы мелкоцветковой невелик и варьирует от 88.3 до 513.2 кг, что является недостаточным для планирования их заготовки.

Таблица 1

Запас сырья промысловых зарослей лекарственных растений,
используемых в традиционной медицине

Наименование участка	Год обследования	Общая площадь, га	Воздушно-сухой запас сырья, кг		ВЕОЗ, кг
			биологический	эксплуатационный	
Зверобой продырявленный – *Hypericum perforatum* L.					
Йос	2012	2.18	587.8±33.3	521.2	130.3
Сафедчашма	2014	3.19	436.2±41.7	352.8	88.3
Итого:		5.37	1024.0 ±75.0	874.0	218.6
Девясил высокий – *Inula helenium* L.					
Сафедчашма	2014	8.9	6444.1±517.1	5409.5	513.2
Душица мелкоцветковая – *Origanum tyttanthum* Gontsch.					
Йос	2012	3.35	1024.3 ± 40.7	942.9	225.0
Магов	2013	5.30	2102.2 ± 78.2	1945.8	486.7
Явроз	2014	1.75	578.6 ± 43.4	491.8	123.0
Итого:		10.4	3705.1± 162.3	3380.5	834.7
Шиповник Эчисона – *Rosa ecae* Aitch., превосходный – *R. divina* Sumn., Беггера – *R. beggeriana* Schrenk и Коржинского – *R. korshinskiana* Bouleng.					
Семиганч (Эч)	2012	7.55	3523.3±165.5	3192.3	3192.3
	2013	6.7	2649.2 ±120.5	2438.4	2438.4
Семиганч (пр)	2013	9.63	7064.5 ±248.0	6568.5	6568.5
Сафедчашма (пр)	2014	5.25	3197.9±205.6	2786.7	2786.7
Йос (Бг)	2012	2.0	1754.2 ± 98.2	1557.8	1557.8
Явроз (Кж)	2014	2.0	1246.8 ± 84.8	1077.2	1077.2
Итого:		25.58	15912.6±757.1	14428.6	14428.6

Данные по запасу и формированию площади промысловых зарослей лекарственных растений, используемых в народной медицине и в пищу, приведены в табл. 2.

Таблица 2

Запас сырья промысловых зарослей лекарственных растений,
используемых в народной медицине и в пищу

Наименование участка	Год обследования	Общая площадь, га	Воздушно-сухой запас сырья, кг		ВЕОЗ, кг
			биологический	эксплуатационный	
Зверобой шероховатый – *Hypericum scabrum* L. и удлинённый – *H. elongatum* Ledeb.					
Оби-Зугора	2014	2.25	320.2±30.3	259.6	65.0
Явроз	2014	5.30	622.8±53.5	515.8	129.0
Магов (удл.)	2013	13.5	2260.6±117.6	2025.4	506.5
Итого:		21.05	3203.6±201.4	2800.8	700.5
Тысячелистник таволголистный – *Achillea filipendulina* Lam.					
Магов	2009	13.45	6694.6 ± 348.1	5998.4	1999.5
	2013	4.80	2390.2±110.3	2169.6	723.2
Итого:		- 8.65	- 4304.4±237.8	- 3828.8	- 1276.3
Сумах дубильный – *Rhus coriaria* L.					
Йос	2012	2.5	3690.5±129.2	3432.1	1144.0
Явроз	2014	4.5	10453.5±679.5	9094.5	3031.5
Итого:		7.0	14234.0±808.7	12526.6	4175.5
Термопсиса длинноплодный – *Thermopsis dolichocarpa* V. Nikit.					
Явроз	2014	1.33	1443.3 ±105.3	1262.7	420.9
Шалфей мускатный – *Salvia sclarea* L.					
Семиганч	2012	3.08	136.3 ± 10.3	115.7	39.8
	2013	2.54	83.7 ± 7.3	69.1	17.3
Явроз	2014	0.6	57.8 ± 4.1	49.6	12.4
	2015	0.66	69.9 ± 5.1	59.7	19.9

Наименование участка	Год обследования	Общая площадь, га	Воздушно-сухой запас сырья, кг		ВЕОЗ, кг
			биологический	эксплуатационный	
Ревень Максимовича – *Rheum maximowiczii* Losinsk.					
Семиганч	2013	35.59	44485.3±1575.8	41333.7	8266.7
Сафедчашма	2014	7.20	8144.6±635.2	6874.2	1374.8
Оби-Зугора	2014	2.58	2483.6±232.6	2018.4	403.6
Итого:		45.37	55113.5±2443.6	50226.3	10045.1

Из табл. 2 видно, что на исследованных территориях из обнаруженных 52 видов лекарственных растений, используемых в народной медицине, промысловые заросли сформировались всего у 6 видов (зверобой шероховатый и удлинённый, тысячелистник таволголистный, сумах дубильный, термопсис длинноплодный, шалфей мускатный) и один вид (ревень Максимовича) чаще используется как пищевое растение. Наименьший запас сырья отмечен у шалфея мускатного 12.4-39.8 кг и у зверобоя шероховатого 65.0-129.0 кг, который недостаточен для планирования их заготовки. Наибольший запас сырья зафиксирован у ревеня Максимовича на участке Семиганч 44485.3±1575.8 кг, возможный ежегодный объём заготовки которого можно планировать в пределах 8000 кг.

В ы в о д ы

Несмотря на то, что всего обследовано около 8% территории Ромитского ущелья, было выявлено, что количество дикорастущих лекарственных растений, обладающих достаточными ресурсами не так велико, а именно – всего 7 видов, которые используются в официальной медицине, 6 видов, используемых в народной медицине, и 1 вид (ревень Максимовича) – как пищевое. Следует отметить, что из вышеперечисленного, у всех трех видов зверобоя, шалфея мускатного, шиповника Беггера и Коржинского запасы являются не значительными и нуждаются в организации особо охраняемых природных территорий (ООПТ). Исключением является ревень Максимовича, у которого запасы свежесобранного сырья достаточны для промысловых заготовок и в сумме составляют 55113.5 кг.

Участок Семиганч из-за бесконтрольных вырубок подвержен сильной антропогенной нагрузке и на всей территории не наблюдается наличие возрастных деревьев и кустарников. В связи с этим почва подвергается ветровой и водной эрозии и, деградируя, обуславливает формирование щебнистых песчянников, на которых ревень хорошо развивается.

Поступило 17.04.2025 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Худоногова Е.Г. Экологическая характеристика полезных растений Западного Прибайкалья. – Вестник Бурятского государственного университета. Биология, география, 2018, №4, с. 25-32.
2. Егорова Н.Ю., Сулейманова В.Н., Егошина Т.Л. Растительный покров особо охраняемых природных территорий поймы реки Вятка. – Самарский научный вестник, 2018, т. 7, №2(23), с. 31-36.
3. Эбель А.Л., Лащинский Н.Н., Сафаров Н.М., Щёголева Н.В. Дополнения к Флоре Таджикистана (Чужеродные растения). – Систематические заметки по материалам Гербария им. П.Н.Крылова Томского государственного университета, 2020, №122, с. 37-44.
4. Сафаров Н.М. Общая характеристика биоразнообразия Таджикистана. – Национальная стратегия и план действий по сохранению биоразнообразия до 2020 г. – Душанбе, 2016, с. 14-16.

5. Саттаров Д.С., Каримов Х.С. Влияние температуры и количества осадков на семенную продуктивность душицы мелкоцветковой – *Origanum tyttanthum* (Lamiaceae) (Гиссарский хребет, Таджикистан). – Растительные ресурсы, 2018, №54(3), с.367-374.
6. Sattarov D.S., Vyshegurov S.Kh., Galeev R.R. Monitoring the species diversity of medicinal plants typical for the south slope of Hissar Ridge /Tajikistan// – Agronomy Research, 2020, №2 (18)), pp. 543-553.
7. Сафаров Н.М. Флора и растительность южного Памиро-Алая. – Душанбе: Дониш, 2015, 383 с.
8. Флора Таджикской ССР: в 10 томах // Л.Н. Абдусалямова, В.И. Запрягаева, И.Г. Кнорринг и др. / под ред. П.Н. Овчинникова. – М.-Л.: Наука, 1957, 1963, 1968, 1975, 1978, 1981, 1984, 1986, 1988, 1991.
9. Тахтаджян А.Л. Система магнолиофитов. – Л.: Наука, 1987, 439 с.
10. Международный индекс названий растений (IPNI) [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://www.ipni.org/.
11. Методика определения запасов лекарственных растений. – М., 1986, 52 с.

Д.С.Саттаров, Н.С.Саидов

ЗАХИРАИ РАСТАНИҲОИ ДОРУГИИ ХУДРӮЙ ДАР БАЪЗЕ ҚИТЪАҲОИ ДАРАИ РОМИТ

Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,

Маркази инноватсионии биология ва тиббии АМИ Тоҷикистон

Тадқиқотҳое, ки солҳои 2009-2016 дар ҳудуди 6 қитъаи дараи Ромит (Семиганч, Сафедчашма, Оби-Зугора, Магов, Ёс ва Явроз) гузаронида шуданд, мавҷудияти 20 намуди гиёҳҳои шифобахши худрӯй, ки дар тибби анъанавӣ ва 52 намуде, ки дар тибби халқӣ истифода мешаванд, муайян карда шуд. Бо вуҷуди ин, на ҳамаи намудҳо ҷамоаҳои истеҳсолиро ташкил медиҳанд, то ки ҷамъоварии ашёи онҳо ба роҳ монда шавад. Хусусан, танҳо 7 намуди гиёҳҳои шифобахше, ки дар тибби анъанавӣ истифода мешаванд, ҷамоаҳои истеҳсолиро ташкил медиҳанд, аз он ҷумла: чойкаҳак – *Hypericum perforatum* L., чоқалаи баланд – *Inula helenium* L., қокутӣ – *Origanum tyttanthum* Gontsch. ва 4 намуди хуч. Дар байни гиёҳҳои шифобахше, ки дар тибби халқӣ истифода мешаванд, ҷамоаҳои истеҳсолӣ танҳо дар 6 намуд ташаккул ёфтаанд, ки аз онҳо танҳо захираи ашёи чойкаҳаки ноҳамвор – *Hypericum scabrum* L., бӯймодарони баргаш табулғашакл – *Achillea filipendulina* Lam. ва чукрии Максимович – *Rheum maximowiczii* Losinsk. барои ҷамъоварии ҳарсола мувофиқ аст.

Калимаҳои калидӣ: *гиёҳҳои шифобахш, захира, ашёи хом, теппаҳо, дараи Ромит.*

D.S.Sattarov, N.S.Saidov

RESERVES OF WILD MEDICINAL PLANTS IN SOME SECTIONS OF THE ROMIT GORGE

National Academy of Sciences of Tajikistan,
Center for Innovative Biology and Medicine, NAS of Tajikistan

Research conducted in 2009-2016 years in the territory of 6 sections of the Romit Gorge (Semiganch, Safedchashma, Obi-Zugora, Magov Yos and Yavroz) established the presence of 20 species of wild medicinal plants used in traditional and 52 species in folk medicine. However, not all species form commercial thickets so that it would be possible to procure their raw materials. In particular, only 7 species of medicinal plants used in traditional medicine have developed commercial thickets, including: *Hypericum perforatum* L., *Inula helenium* L., oregano – *Origanum tyttanthum* Gontsch. and 4 species of rose hips. And among medicinal plants used in folk medicine, commercial thickets have developed only in 6 species, of which only the reserves of rough *Hypericum scabrum* L., *Achillea filipendulina* Lam. and *Rheum maximowiczii* Losinsk. are suitable for annual harvesting.

Key words: *reserve, raw materials, medicinal plants, thickets, Romit gorge*

Сведения об авторах:

1. **Саттаров Джамшед Саидович** – доктор биологических наук, доцент, Центр инновационной биологии и медицины Национальной академии наук Таджикистана, директор. E-mail: jamshed.hvilya@mail.ru;
2. **Саидов Нурали Содикович** – кандидат биологических наук, Центр инновационной биологии и медицины Национальной академии наук Таджикистана, ведущий научный сотрудник лаборатории живых систем. E-mail: 1965_platan@mail.ru.

БИОХИМИЯ

УДК 615.2.574.083
Специальность: 1.5.4. Биохимия

Н.Г.Мародмамадова, Б.Г.Мирзоев, М.Х.Элназаров,
академик НАН Таджикистана М.М.Якубова

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСТРОЙ ТОКСИЧНОСТИ СРЕДСТВА «АСГИМАН»

Национальная академия наук Таджикистана,
Центр инновационной биологии и медицины НАНТ

В статье представлены результаты определения острой токсичности новой биологически активной добавки – «Асгиман», обладающей гепатотропным, антигипоксическим адаптивным действием. Исследование проведено на белых мышах и белых крысах с применением двух методов: метода Кербера и пробит-анализа.

Ключевые слова: *БАД, Асгиман, острая токсичность, пробит-анализ, метод Кербера.*

Одним из приоритетных направлений в исследовании и использовании лекарственных растений, обладающих целебными свойствами, является их способность оказывать лечебный эффект при различных патологиях и состояниях, сопровождающихся явлениями гипоксии. Наряду с фундаментальными исследованиями в этой области, имеется и ряд прикладных научных работ, имеющих практическое значение, в которых показано, что применение адаптогенов на растительной основе способствует приспособлению организма к условиям высокогорья, оказывает лечебное действие и даже способно предотвратить возникновение некоторых заболеваний дыхательной системы человека. Для Таджикистана очень важна разработка эффективных адаптогенных фитопрепаратов, восстанавливающих нарушенные метаболические процессы организма при гипоксии в условиях высокогорья [2].

Современная медицина ставит новые задачи в разработке новых лекарственных средств, растительных препаратов и биологически активных добавок. Требования к лекарственным средствам заключаются в том, что они должны обладать высокой фармакологической активностью, низкой токсичностью и быть экономически доступными для широких масс населения. Лекарственные средства природного происхождения, содержащие биологически активные вещества (ингредиенты), сегодня составляют значительную часть фармацевтического рынка крупнейших стран. Поэтому роль и значение препаратов растительного происхождения возрастает [3].

При создании новых перспективных лекарственных препаратов растительного происхождения одним из обязательных критериев доклинических испытаний является оценка их безопасности.

В связи с этим, в задачу нашего исследования входило выяснение степени безвредности биологически активной добавки «Асгиман», созданной нами в качестве лечебного средства на основе экстрактов астрагала мохнатого (*Astragalus lasiosemius* Boiss), молочая зеравшанского (*Euphorbia saraws-chanica* Regel) и гинкго билоба *(Ginkgo biloba* L.) (Патент № TJ 1000, 2019) [4].

Адрес для корреспонденции: *Мародмамадова Некбахт Гадомамадовна 734017, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Карамова, 27, Центр инновационной биологии и медицины НАНТ. E-mail: nekbakht0983@mail.ru.*

Материалы и методы исследований

Объем и постановка эксперимента со средством «Асгиман» определялись требованиями и рекомендациями к проведению доклинических исследований и в соответствии с международными стандартами качества, планирования и проведения исследований на животных [1].

Работы велись по следующей технологии: сухое сырье – корни астрагала, молочая и листья гинкго билоба по отдельности измельчали до размера 3-5 мм. В соотношении - 1 часть сырья и 10 частей растворителя травяной сбор был помещен в стеклянную емкость и залит 40% этанолом.

Субстрат выдерживали в темном месте в течение 10 суток и встряхивали 1-2 раза в день. Затем процеживали через цедилку и всю жидкость пропускали через фильтровальную воронку с марлей и ватой, промывали небольшим количеством 40%-го водно-спиртового раствора и доводили объем до требуемого количества жидкости.

Экстракт астрагала – 100.0

Экстракт молочая – 100.0

Экстракт гинкго билоба – 100.0

Таким образом было получено 300.0 смеси трех экстрактов. Методом упаривания нами был получен сухой остаток, который по массе составил 7 г. На основе сухого остатка смеси экстрактов и 40% этанола было приготовлено три варианта средства Асгиман с разным процентным содержанием в них трехкомпонентного сухого экстракта: вариант 1 – 1 г сухого вещества+99 мл 40% этанола, вариант 2 – 2 г + 98 мл 40% этанола, вариант 3 – 3 г+ 97 мл 40% этанола.

Средство, названное «Асгиман» в эксперименте на лабораторных животных предварительно разбавляли дистиллированной водой в соотношении 1:10 [5-7].

Вариант 1. (1г сухого вещества+99мл 40% этанола).

Данное средство имело наименьшую концентрацию и обладало наименее выраженным фармакологическим действием.

Вариант 2. (2г сухого вещества+98мл 40% этанола).

Такая концентрация сухого вещества в 40% этаноле оказалась оптимальной, так как при его введении антиоксидантные адаптогенные свойства данного средства проявились максимально.

Вариант 3. (3г сухого вещества+97мл 40% этанола)

При такой концентрации средства у большинства животных наблюдалась диарея.

Для проведения эксперимента было выбрано средство с концентрацией сухого вещества варианта №2.

Объект и методы исследования

Определение острой токсичности средства «Асгиман» проводилось согласно требованиям методических указаний по изучению общетоксического действия фармакологических веществ [8] на здоровых половозрелых белых крысах и мышах обоего пола, беспородных линий. Эти животные отличаются чистой и мягкой шерстью, а также нормальной двигательной активностью. Изучение острой токсичности средства «Асгиман» проведено на мышах, самках и самцах, массой тела 22.5±2.5 г (110 голов) и на крысах, самках и самцах, массой тела 200.5±10 г (100 голов). Каждая серия состояла из 10 голов. Величину LD16, LD50, LD84 изучали методом Кербера и методом пробит-

анализа с использованием программы Excel и IBM SPSS Version 24. Достоверность различий несвязанных выборочных данных определяли методом непараметрической статистики (U–критерий Манна-Уинти).

Р е з у л ь т а т ы и с с л е д о в а н и я

При исследовании токсичности средства «Асгиман» на белых мышах (n=110) при однократном введении наблюдается зависимость летальности от количества введенной дозы (таблица 1**.)**. В контрольной группе, получавшей 1%-ный крахмальный раствор, смертельные исходы в период наблюдения отсутствовали. При введении исследуемого вещества в дозах от 4 до 12 мл/кг летальные исходы также не отмечались. Первые случаи смертельных исходов у белых мышей начали отмечаться при введении вещества в дозе 16 мл/кг (10% смертности). Увеличение дозировки привело к росту смертности: 20 мл/кг – 20%, 24 мл/кг – 60%, 28 мл/кг – 50%, 32 мл/кг – 60%, 36 мл/кг – 80%, а при дозе 38 мл/кг летальность составила 100%, то есть в этой серии погибали все животные. Полученные результаты были обработаны методом Кербера и методом пробит-анализа.

Таблица 1

Показатели острой токсичности средства «Асгиман» для белых мышей(n=110)

Серии животных	Доза, мл/кг	Число белых мышей			Летальность, %	LD_{16}	LD_{50}	LD_{84}	LD_{16}	LD_{50}	LD_{84}
						Метод Кербера			Метод пробит анализа		
		Количество мышей в серии	Выжившие	Погибшие		мл/кг	мл/кг	мл/кг	мл/кг	мл/кг	мл/кг
1%-ный крахмальный раствор	25	10	10	0	0	Не определяется			Не определяется		
Асгиман	4	10	10	0	0	14.98	25.60±2.20	38.16	19.79	26.27	34.84
Асгиман	8	10	10	0	0						
Асгиман	12	10	10	0	0						
Асгиман	16	10	9	1	10						
Асгиман	20	10	8	2	20						
Асгиман	24	10	6	4	60						
Асгиман	28	10	5	5	50						
Асгиман	32	10	4	6	60						
Асгиман	36	10	2	8	80						
Асгиман	38	10	0	10	100						

При определении летальных исходов в остром эксперименте на белых мышах были получены следующие результаты: острая токсичность, определенная методом Кербера имела следующие значения: LD16 = 14,98 мл/кг, LD50 = 25,60±2,20 мл/кг, LD84 = 38,16 мл/кг. При анализе методом пробит-анализа рассчитанные значения составили LD16 = 19,79 мл/кг, LD50 = 26,27 мл/кг, LD84 = 34,84 мл/кг, что подтверждает надежность результатов исчисления.

При пероральном введении «Асгимана» белым крысам (n=100) показатели острой токсичности имели сходную закономерность с показателями острой токсичности, определенной на мышах (таблица 4.2.1.2.). В контрольной группе смертность отсутствовала. При введении вещества в дозах от 4 до 12 мл/кг у животных также не наблюдалось смертельных исходов. Первые случаи смертности отмечены при внутрижелудочном введении «Асгимана» в дозе 16 мл/кг (10%). С увеличением дозировки процент

летальных исходов увеличивался: 20 мл/кг – 30%, 24 мл/кг – 50%, 28 мл/кг – 80%, 32 мл/кг – 90%, 36 мл/кг – 100%. Как и в опыте на мышах, так и в опыте на белых крысах гибель всей серии наблюдается при введении доз выше 30 мг/кг массы.

Таблица 2

Показатели острой токсичности средства «Асгиман» для белых крыс (n=100)

Серии животных	Доза, мл/кг	Число белых крыс			Летальность, %	LD_{16}	LD_{50}	LD_{84}	LD_{16}	LD_{50}	LD_{84}
						Метод Кербера			Метод пробит анализа		
		Количество крыс в серии	Выжившие	Погибшие		мл/кг	мл/кг	мл/кг	мл/кг	мл/кг	мл/кг
1%-ный крахмальный раствор	25	10	10	0	0	Не определяется			Не определяется		
Асгиман	4	10	10	0	0	13.38	23.62±2.64	32.14	17.94	23.18	29.95
Асгиман	8	10	10	0	0						
Асгиман	12	10	10	0	0						
Асгиман	16	10	9	1	10						
Асгиман	20	10	6	3	30						
Асгиман	24	10	5	5	50						
Асгиман	28	10	2	8	80						
Асгиман	32	10	1	9	90						
Асгиман	36	10	0	10	100						

При исследовании острой токсичности у белых крыс и обратобтке результатов методами Кербера и пробит-анализа получены практически похожие результаты. Данные значений, вычисление методом Кербера составили LD16 = 13.38 мл/кг, LD50 = 23.62±2.64 мл/кг, LD84 = 32.14 мл/кг. Метод пробит-анализа дал схожие результаты: LD16 = 17.94 мл/кг, LD50 = 23.18 мл/кг, LD84 = 29.95 мл/кг.

В ы в о д ы

Таким образом, в результате определения острой токсичности в остром эксперименте на белых мышах были получены следующие результаты: острая токсичность, определенная методом Кербера, имела следующие значения: LD16 = 14.98 мл/кг, LD50 = 25.60±2.20 мл/кг, LD84 = 38.16 мл/кг. При анализе методом пробит-анализа рассчитанные значения составили LD16 = 19.79 мл/кг, LD50 = 26.27 мл/кг, LD84 = 34.84 мл/кг, что подтверждает надежность результатов исчисления. При исследовании острой токсичности у белых крыс и обработке результатов методами Кербера и пробит-анализа получены практически похожие результаты. Данные, полученные методом Кербера, составили LD16 = 13.38 мл/кг, LD50 = 23.62±2.64 мл/кг, LD84 = 32.14 мл/кг. Метод пробит-анализа дал схожие результаты: LD16 = 17.94 мл/кг, LD50 = 23.18 мл/кг, LD84 = 29.95 мл/кг. Исходя из полученных результатов наших исследований, которые были проведены на белых мышах и крысах средство «Асгиман» можно отнести к категории малотоксичных средств. (GHS Classification Criteria for Acute Toxicity. https://www.chemsafetypro.com/Topics/GHS/GHS_classification_criteria_acute_toxicity_category.html от 04.04.2025 г).

Поступило 18.04.2025 г.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Хабриева Р.У. Руководство по экспериментальному (доклиническому) изучению новых фармакологических веществ. Изд.2-е, перераб. и доп. – М.: Медицина, 2005, 832 с.
2. Мародмамадова Н.Г., Мироджов Г.К., Якубова М.М., Курбонов М.К., Самандаров Н.Ю. Адаптогенное действие некоторых лекарственных растений Таджикистана. – Вестник ТНУ, 2018, №2, с.226 – 232.
3. ХолмадоваГ.Х. Фармакологические свойства пропоцинка(сироп) – Душанбе, 2024.
4. Мирочов Ғ.Қ., Қурбонов М.К., Мародмамадова Н.Г., Якубова М.М. «Тарзи тайёр намудани маводи “Асгиман», ки хосияти адаптогенӣ дорад” – Нахустпатент TJ 1000, 2019.
5. ГФ XI, вып. 2, с. 149.
6. Ажгихин И.С. Технология лекарств. – М.: «Медицина», 1975, с. 449 - 481.
7. Мазнев Н.И. Высокоэффективные лекарственные растения. Большая энциклопедия народной медицины. М.: 2013, с. 592.
8. Миронова А.Н. Руководство по проведению доклинических исследований лекарственных средств. Часть первая. – М.: Гриф и К, 2012, 944 с.

Н.Г.Мародмамадова, Б.Г.Мирзоев, М.Х.Элназаров, М.М.Якубова

МУАЙЯН КАРДАНИ ЗАХРОЛУДШАВИИ ШАДИДИ МАВОДИ «АСГИМАН»

Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,
Маркази инноватсионии биология ва тиббии АМИ Тоҷикистон

Дар мақола натиҷаҳои муайян кардани заҳролудшавии шадиди иловаи нави фаъоли биологи – «Асгиман», ки таъсири гепатотропӣ, антигипоксикӣ мутобиқшави оварда шудааст. Таҳқиқот дар мушҳои сафед ва каламушҳои сафед бо ду усул гузаронида шуд: усули Кербер ва таҳлили пробит.

Калимаҳои калидӣ: *иловаи фаъоли биологи (БАД) Асгиман, заҳролудшавии шадид, таҳлили пробит, усули Кербер.*

N.G.Marodmamadova, B.G.Mirzoev, M.Kh.Elnazarov, M.M.Yakubova

DETERMINATION OF ACUTE TOXICITY OF THE AGAINST «ASGIMAN»

National Academy of Sciences of Tajikistan,
Center of Innovation Biology and Medicine, NAS of Tajikistan

The article presents the results of determining the acute toxicity of a new biologically active supplement - "Asgiman" with hepatotropic, antihypoxic adaptive action. The study was conducted on white mice and white rats using two methods: the Kerber method and probit analysis.

Key words: *dietary supplement "Asgiman", acute toxicity, probit analysis, Kerber method.*

Сведения об авторах:

1. **Мародмамадова Некбахт Гадомамадовна** – Центр инновационной биологии и медицины НАНТ, научный сотрудник. E-mail: nekbakht0983@mail.ru;
2. **Мирзоев Баходур Гафорович** – Центр инновационной биологии и медицины НАНТ, старший научный сотрудник. E-mail: klubnik1962@gmail.com;
3. **Элназаров Мунаввар Ходжаевич** – кандидат медицинских наук, Институт химии имени В.И.Никитина НАНТ, научный сотрудник лаборатории фармакологии. E-mail: Munawar_Elnazar@mail.ru;
4. **Якубова Мухиба Мухсиновна** – доктор биологических наук, профессор, академик НАНТ, Центр инновационной биологии и медицины НАНТ, научный консультант. E-mail: mukhiba@mail.ru.