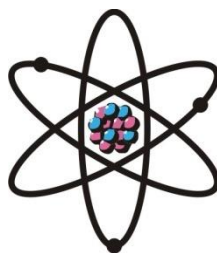


ОТДЕЛЕНИЕ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ, ХИМИЧЕСКИХ,
ГЕОЛОГИЧЕСКИХ И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Журнал основан
в январе 1952 г.



№ 3 (156)
2014 г.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

С.О.Одинаев – главный редактор, академик, доктор физико-математических наук, профессор; **Кохирова Г.И.** – зам.главного редактора, доктор физико-математических наук; **Н.Г.Сапожников** – ответственный секретарь; **Х.М.Ахмедов** – академик, доктор химических наук; **П.Б.Бабаджанов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **И.Н.Ганиев** – академик, доктор химических наук, профессор; **М.И.Илолов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **Р.М.Марупов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **У.М.Мирсаидов** – академик, доктор химических наук, профессор; **Х.Х.Муминов** – член-корреспондент, доктор физико-математических наук, профессор; **С.Х.Негматуллаев** – академик, доктор технических наук; **Н.Р.Раджабов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **Ф.К.Рахими** – член-корреспондент, доктор физико-математических наук, профессор; **З.Х.Рахмонов** – член-корреспондент, доктор физико-математических наук, профессор; **З.Д.Усманов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **А.Р.Файзиев** – член-корреспондент, доктор геолого-минералогических наук, профессор; **Д.Х.Халиков** – академик, доктор химических наук, профессор.

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

К.Тухлиев. О наилучших приближениях целыми функциями в пространстве $L_2(\mathbb{R})$. II.....	7
М.Г.Файзиев. О вырождающихся неклассических системах уравнений первого порядка.....	20
В.И.Борздыко. О периодических решениях неоднородных дифференциальных уравнений параболического типа с запаздывающим аргументом	29

Х.С.Кучакшоев. Исследование <i>n</i> -мерной математической модели геотермальных процессов	37
Р.Ахмедов. К теории модельного уравнения специального вида.....	42

ФИЗИКА

Х.С.Каримов, Х.М.Ахмедов, Фархан Мудасар, Насир Ахмед, М.Мехран Башир. Изготовление и исследование свойств демонстрационного генератора на основе Bi_2Te_3	47
И.Исмаилов. Фотолюминесценция кристалла пентофосфата неодима при накачке лазерным излучением	54

НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

У.Р.Охунова, М.М.Юнусов. Изотерморастворимость в системе $\text{RbF}-\text{CrF}_3-\text{HCOOH}-\text{H}_2\text{O}$ при 25°C	59
--	-----------

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Н.Н.Рахматов, И.У.Мирсаидов, Х.Назаров, М.Хикматов, У.М.Мирсаидов. Сорбция ионов урана из шахтных и дренажных вод с помощью шишек арчи и туи в динамическом режиме.....	64
--	-----------

МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

Р.О.Азизов, М.Х.Саидов. Моделирование плотности теплового потока при газотермическом нанесении покрытий из полимерных материалов.....	70
--	-----------

ТЕКТОНИКА

Р.Л.Такранов, А.Р.Файзиев, А.Б.Дзайнуков, А.Т.Кантемирова, А.Т.Мутавалиев. Влияние трещиноватости на формирование скарново-полиметаллических руд на месторождении Алтынтопкан (Северный Таджикистан).....	77
--	-----------

ПАЛЕОВУЛКАНОЛОГИЯ

Ю.Мамаджанов. Абсарокит-шошонит-латитовая серия Ташкескен-Самгарской вулканоструктуры Чаткало-Кураминской зоны Срединного Тянь-Шаня	88
--	-----------

ГИДРОГЕОЛОГИЯ

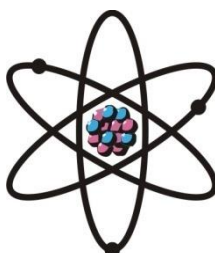
Ф.А.Мухидинов. Гидрогеологическая характеристика района туннеля «Чормагзак» (Таджикистан).....	100
---	------------

ХРОНИКА

11-е Нумановские чтения «Актуальные вопросы физики и химии углеродсодержащего сырья», посвящённые 95-летию академика АН РТ И.У.Нуманова и 80-летию со дня рождения академика РАН Н.А.Платэ	107
--	------------

ШҮЪБАИ
ИЛМҲОИ ФИЗИКАЮ МАТЕМАТИКА,
ХИМИЯ, ГЕОЛОГИЯ ВА ТЕХНИКА

Мачалла аз мохи
январ соли 1952
нашр мешавад



№ 3 (156)
с. 2014

ҲАЙАТИ ТАҲРИРИЯ:

С.О.Одинаев – сармуҳаррир, академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Кохирова Г.И.** – муовини сармуҳаррир, академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Н.Г.Сапожников** – котиби масъул; **Ҳ.М.Аҳмедов** – академик, доктори илми химия; **Р.Б.Бобочонов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **И.Н.Ғаниев** – академик, доктори илми химия, профессор; **М.И.Илолов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Р.М.Маърупов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Ҷ.М.Мирсаидов** – академик, доктори илми химия, профессор; **Ҳ.Ҳ.Муминов** – узви вобаста, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **С.Х.Неъматуллоев** – академик, доктори илмҳои техника; **Ф.К.Раҳимӣ** – узви вобаста, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **З.Ҳ.Раҳмонов** – узви вобаста, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Н.Р.Рачабов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **З.Ҷ.Усмонов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **А.Р.Ғайзиев** – узви вобаста, доктори илмҳои геология ва минералогия, профессор; **Ҷ.Х.Холиқов** – академик, доктори илми химия, профессор.

МУНДАРИҶА

МАТЕМАТИКА

К.Тухлиев. Оид ба наздиккунии бехтарини функсияҳои бутун дар фазои $L_2(\mathbb{R})$. II.....	7
М.Ғ.Ғайзиев. Оид ба системаҳои ғайриклассикии муодилаҳои тартиби якуми масхшаванда	20
В.И.Борздиқо. Ҳалҳои даврии муодилаи дифференсиалии ғайриҷинсаи намуди параболикӣ бо аргументҳои дероянд	29
Х.С.Кучакшоев. Тадқиқи модели математикии n -ченакаи равандҳои геотермалӣ	37
Р.Аҳмедов. Оид ба назарияи муодилаи навъи махсус дошта	42

ФИЗИКА

Ҳ.С.Каримов, Ҳ.М.Ахмедов, Фарҳан Мудасар, Насир Аҳмед, М.Меҳран Башир.

Соҳтан ва таҳқиқ намудани ҳосиятҳои генератори термоэлектрикии намоишӣ дар асоси Bi_2Te_3 47

И.Исмаилов. Фотолюминесценсияи кристалли пентофосфати неодим бо ёрии нури лазерӣ 54

ХИМИЯИ ҒАЙРИОРГАНИКӢ

У.Р.Охунова, М.М.Юнусов. Ҳосилшавии фазаҳо дар системаи $\text{RbF} - \text{CrF}_3 -$

$\text{HCOOH} - \text{H}_2\text{O}$ 59

ХИМИЯИ ФИЗИКАВӢ

Н.Н.Раҳматов, И.У.Мирсаидов, Х.Назаров, М.Хикматов, У.М.Мирсаидов.

Ҷабиши ионҳои уран аз обҳои конҳо ва обҳои захбурӣ бо ёрии ҷалғӯзаи арча дар ҳолати динамикӣ..... 64

МФИЩДШИНОСӢ

Р.О.Азизов, М.Х.Саидов. Моделсозии зичии сели гармӣ ҳангоми рупӯшкунӣ бо

маводҳои полимерӣ тавассути усули газӣ – термикӣ 70

ТЕКТОНИКА

Р.Л.Такранов, А.Р.Файзиев, А.Б.Дзайнуков, А.Т.Кантемирова, А.Т.Мутавалиев.

Таъсири сертаркишӣ дар таназзул ёфтани маъданҳои скарнӣ-полиметаллӣ дар кони Олтинтопкан (Тоҷикистони Шимолӣ)..... 77

ПАЛЕОВУЛКАНОЛОГИЯ

Ю.Мамадҷонов. Серияи абсарокит-шошонит-латитии вулкансохтории

Тошкескен-Самғори минтақаи Чаткалу Курамаи Тиён-Шони Миёна 88

ГИДРОГЕОЛОГИЯ

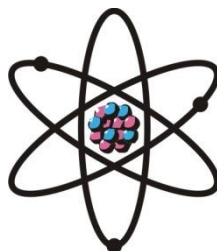
Ф.А.Мухидинов. Тавсифоти гидрогеологии ноҳияи нақби «Чормағзак»

(Тоҷикистон)..... 100

ХРОНИКА..... 107

**DEPARTMENT OF
PHYSICAL, MATHEMATICAL, CHEMICAL,
GEOLOGICAL AND TECHNICAL SCIENCES**

The journal was established
in January 1952



№ 3 (156)
2014

EDITORIAL BOARD

Prof. **Saidmukhammad Odinaev**, Doctor of Physical and Mathematical, Editor-in-Chief; **Gulchekhra Kokhirova**, Doctor of Physical and Mathematical, Deputy Editor-in-Chief; **Nikolay Sapozhnikov**, Secretary; **Khakim Akhmedov**, Doctor of Chemistry; Prof. **Pulat Babadzhanov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Abdulkhak Faysiev**, Doctor of Geology and Mineralogy; Prof. **Mamadsho Ilolov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Izatullo Ganiev**, Doctor of Chemistry; Prof. **Dzhuraboy Khalikov**, Doctor of Chemistry; Prof. **Rakhim Marupov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Ulmas Mirsaidov**, Doctor of Chemistry; Prof. **Khikmat Muminov**, Doctor of Physical and Mathematical; **Sabit Negmatullaev**, Doctor of Engineering; Prof. **Nusrat Rajabov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Farhod Rakhimi**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Zarullo Rakhmonov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Zafar Usmanov**, Doctor of Physical and Mathematical.

CONTENTS

MATHEMATICS

K.Tukhliev. About the best approximation of entire functions in $L_2(\mathbb{R})$ space. II.....	7
M.G.Fayziev. About degenerating nonclassical systems of the equations of the first order.....	20
V.I.Borzdyko. About periodic solutions of delay inhomogeneous differential equations of parabolic type.....	29
Kh.S.Kuchakshoev. Investigation of n -dimensional mathematical model of geothermal processes.....	37
R.Ahmedov. On a theory of the equation of a special form	42

PHYSICS

Kh.S.Karimov, Kh.M.Akhmedov, Farhan Mudasar, Nisar Ahmed, M.Mehran Bashir.

Fabrication and investigation of properties of demonstration thermoelectric generator on the base of Bi_2Te_347

I.Ismailov. Photoluminescence of the neodimium pentaphosphate crystal upon excitation the laser radiation54

INORGANIC CHEMISTRY

U.R.Okhunova, M.M.Yunusov. The formation of phases in system $\text{RbF}-\text{CrF}_3-\text{HCOOH}-\text{H}_2\text{O}$59

PHYSICAL CHEMISTRY

N.N.Rahmatov, I.U.Mirsadov, M.Khikmatov, U.M.Mirsaidov. Soprsion of uranium ions from mine and drain waters using hotshot of *Juniperus* dynamically 64

MATERIAL SCIENCES

R.O.Azizov, M.Kh.Saidov. Modeling of density thermal flow at gas-thermal drawing of coverings from polymeric materials 70

TECTONICS

R.L.Takranov, A.R.Fayziev, A.B.Dzaynukov, A.T.Kantemirova, A.T.Mutavaliyev. Effect of fracture on skarn formation polymetallic ores in the field Altyntopkan (Zarnisor)..... 77

PALEOVOLCANOLOGY

Yu.Mamadjonov. Absarokite-shoshonite-latitude series of Tashkesken-Samgar volcanostructure of Chatkal-Kuramin zone of the Middle Tien-Shan 88

HYDROGEOLOGY

F.A.Muhidinov. Hydrogeological characteristics of the district of tunnel "Chormagzak" (Tajikistan)..... 100

CHRONICLE..... 107

УДК 517.5

К.ТУХЛИЕВ

О НАИЛУЧШИХ ПРИБЛИЖЕНИЯХ ЦЕЛЫМИ ФУНКЦИЯМИ
В ПРОСТРАНСТВЕ $L_2(\mathbb{R})$. II

Худжандский государственный университет им. Б.Гафурова
Поступила в редакцию 12.09.2013 г.

Решена экстремальная задача о наилучшем среднеквадратическом приближении функций $f \in L_2(\mathbb{R})$ целыми функциями экспоненциального типа $\sigma \in \mathbb{R}_+$. Найдены точные неравенства между величиной наилучших приближений $f \in L_2(\mathbb{R})$ и интегралами, содержащими специальные модули непрерывности m -го порядка, связанные с оператором Стеклова. Вычислены точные значения средних ν -поперечников, введенные Г.Г.Магарил-Ильяевым для классов функций $f \in L_2^{(r)}(\mathbb{R})$, удовлетворяющих условию

$$\left(\frac{1}{t} \int_0^t \Omega_m^q(f^{(r)}; \tau) d\tau \right)^{1/q} \leq \Phi(t),$$

где $m \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $0 < q \leq 2$, $t \in \mathbb{R}_+$, $\Omega_m(f^{(r)}; \tau)$ – обобщённый модуль непрерывности m -го порядка производной $f \in L_2^{(r)}(\mathbb{R})$, $\Phi(t)$ – произвольная возрастающая функция, $\Phi(0) = 0$.

Ключевые слова: наилучшие приближения – модуль непрерывности m -го порядка – неравенство Джексона-Стечкина – целая функция экспоненциального типа – средние ν -поперечники.

3. Данная статья является продолжением нашей работы [1]. Нам для изложения дальнейших результатов необходимо напомнить ряд понятий и фактов из работ

Адрес для корреспонденции: Тухлиев Камаридин. 735700, Республика Таджикистан, г.Худжанд, мкр. 20, Худжандский государственный университет. E-mail: kataridin.t54@mail.ru

Г.Г.Магарил-Ильяева [2,3]. Пусть $BL_p(\mathbb{R}) = \{x : \|x\|_{L_p(\mathbb{R})} \leq 1\}$; $Lin(L_2(\mathbb{R}))$ – совокупность всех линейных подпространств в $L_2(\mathbb{R})$:

$$Lin_n(L_2(\mathbb{R})) := \{\mathcal{L} \subset Lin(L_2(\mathbb{R})) : \dim \mathcal{L} \leq n\} (n \in \mathbb{Z}_+);$$

$$d(Q, A, L_2(\mathbb{R})) := \sup \left\{ \inf \{ \|x - y\| : y \in A \} : x \in Q \right\}$$

– наилучшее приближение множества $Q \subset L_2(\mathbb{R})$ множеством $A \subset L_2(\mathbb{R})$.

Под $A_T (T > 0)$ понимаем сужение множества $A \subset L_p(\mathbb{R})$ на отрезок $[-T, T]$, а через $Lin_C(L_p(\mathbb{R}))$ обозначим совокупность таких подпространств $\mathcal{L} \subset Lin(L_p(\mathbb{R}))$, для которых множество $(\mathcal{L} \cap BL_p(\mathbb{R}))_T$ предкомпактно в $L_p([-T, T])$ при любом $T > 0$.

Если $\mathcal{L} \in Lin_C(\mathbb{R})$ и $T, \varepsilon > 0$, то существуют такие $n \in \mathbb{Z}_+$ и $\mathcal{M} \in Lin_n(L_p(\mathbb{R}))$, для которых $d((\mathcal{L} \cap BL_p(\mathbb{R}))_T, \mathcal{M}, L_p([-T, T])) < \varepsilon$. Пусть

$$\mathcal{D}_\varepsilon(T, \mathcal{L}, L_p(\mathbb{R})) := \min \{ n \in \mathbb{Z}_+ : \exists \mathcal{M} \subset Lin_n(L_p([-T, T])) \},$$

$$d((\mathcal{L} \cap BL_p(\mathbb{R}))_T, \mathcal{M}, L_p([-T, T])) < \varepsilon \}.$$

Данная функция не убывает по T и не возрастает по ε . Величину

$$\overline{\dim}(\mathcal{L}, L_p(\mathbb{R})) := \lim \{ \liminf \{ \mathcal{D}_\varepsilon(T, \mathcal{L}, L_p(\mathbb{R})) / (2T) : T \rightarrow \infty \} : \varepsilon \rightarrow 0 \},$$

где $\mathcal{L} \in Lin_C(L_p(\mathbb{R}))$, называют средней размерностью подпространства \mathcal{L} в $L_p(\mathbb{R})$. В [3] было показано, что $\overline{\dim}(B_{\sigma,p}; L_p(\mathbb{R})) = \sigma / \pi$, $1 \leq p \leq \infty$.

Пусть Q есть центрально-симметричное множество из $L_p(\mathbb{R})$ и $\nu > 0$ является произвольным числом. Тогда под средним ν -поперечником по Колмогорову множества Q в $L_p(\mathbb{R})$ понимают величину

$$\overline{d}_\nu(Q, L_p(\mathbb{R})) := \inf \{ \sup \{ \inf \{ \|f - \varphi\|_p : \varphi \in \mathcal{L} \} : f \in Q \} :$$

$$: \mathcal{L} \subset Lin_C(L_p(\mathbb{R})), \overline{\dim}(\mathcal{L}, L_p(\mathbb{R})) \leq \nu \}.$$

Подпространство, на котором достигается внешняя нижняя грань, называется экстремальным.

Средним линейным ν -поперечником множества Q в $L_p(\mathbb{R})$ называют величину $\overline{\delta}_\nu(Q, L_p(\mathbb{R})) := \inf \left\{ \sup \left\{ \|f - \Lambda(f)\|_p : f \in Q \right\} : (X, \Lambda) \right\}$, где нижняя грань берется по всем парам (X, Λ) таким, что X есть нормированное пространство, непосредственно

вложенное в $L_p(\mathbb{R})$; $Q \subset X$; $\Lambda : X \rightarrow L_p(\mathbb{R})$ является линейным непрерывным оператором, для которого $I_m \Lambda \subset \text{Lin}_C(L_p(\mathbb{R}))$ и $\overline{\text{dim}}(I_m \Lambda, L_p(\mathbb{R})) \leq \nu$. Здесь $I_m \Lambda$ есть образ оператора Λ . Пару, на которой достигается нижняя грань, называют экстремальной.

Величину

$$\begin{aligned} \bar{b}_\nu(Q, L_p(\mathbb{R})) &:= \sup\{\sup\{\rho > 0 : \mathcal{L} \cap \rho BL_p(\mathbb{R}) \subset Q\} : \\ &: \mathcal{L} \subset \text{Lin}_C(L_p(\mathbb{R})), \overline{\text{dim}}(\mathcal{L}, L_p(\mathbb{R})) > \nu, \bar{d}_\nu(\mathcal{L} \cap BL_p(\mathbb{R}), L_p(\mathbb{R})) = 1\} \end{aligned}$$

называют средним ν -поперечником по Бернштейну множества Q в $L_p(\mathbb{R})$. Последнее условие, налагаемое на \mathcal{L} при вычислении внешней верхней грани, означает, что рассматриваются только те подпространства, для которых справедлив аналог теоремы Тихомирова о поперечнике шара [4, с. 341]. Этому требованию удовлетворяет, например, подпространство $\mathbb{B}_{\sigma, p}$, если $\sigma > \nu\pi$, то есть $\bar{d}_\nu(\mathbb{B}_{\sigma, p} \cap BL_p(\mathbb{R}), L_p(\mathbb{R})) = 1$.

Следует отметить, что между перечисленными экстремальными характеристиками множества Q имеют место следующие неравенства:

$$\bar{b}_\nu(Q, L_p(\mathbb{R})) \leq \bar{d}_\nu(Q, L_p(\mathbb{R})) \leq \bar{\delta}_\nu(Q, L_p(\mathbb{R})).$$

Средние ν -поперечники некоторых классов функций вычислены в работах [5-8].

Пусть $\Psi_i(t) (i = 1, 2), t \geq 0$ - произвольные непрерывные возрастающие функции такие, что $\Psi_i(0) = 0 (i = 1, 2)$. При любых $m \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $0 \leq q \leq 2$ и $h \in \mathbb{R}_+$ полагаем

$$\begin{aligned} W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_1) &= \left\{ f \in L_2^{(r)}(\mathbb{R}) : \frac{1}{h} \int_0^h \Omega_m^q(f^{(r)}; t)_2 dt \leq \Psi_1^q(h) \right\}, \\ W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_2) &= \left\{ f \in L_2^{(r)}(\mathbb{R}) : \frac{2}{h^2} \int_0^h t \Omega_m^q(f^{(r)}; t)_2 dt \leq \Psi_2^q(h) \right\}. \end{aligned}$$

Следуя [5,6], для произвольной центрально-симметричной множество $\mathfrak{M} \subset L_2(\mathbb{R})$, определим наилучшее приближение

$$\mathcal{A}_\sigma(\mathfrak{M})_{L_2(\mathbb{R})} = \sup\{\mathcal{A}_\sigma(f)_2 : f \in \mathfrak{M}\},$$

$$\left(1 - \frac{\sin t}{t}\right)_* := \begin{cases} 1 - \frac{\sin t}{t}, & \text{если } 0 < t < t_*; \\ 1 - \frac{\sin t_*}{t_*}, & \text{если } t \geq t_*. \end{cases}$$

где $4.49 < t_* < 4.51$. Для пары $(L_2^{(r)}(\mathbb{R}), \Lambda)$, где $\Lambda : L_2^{(r)}(\mathbb{R}) \rightarrow L_2(\mathbb{R})$ является линейным непрерывным оператором, для которого

$$\mathcal{J}_m \Lambda \in \text{Lin}_C(L_2(\mathbb{R})) \text{ и } \overline{\dim}(I_m \Lambda, L_2(\mathbb{R})) \leq \nu,$$

полагаем

$$\mathcal{E}_\nu(\mathfrak{M}; (L_2^{(r)}(\mathbb{R}), \Lambda)) := \sup\{\|f - \Lambda f\|_2 : f \in \mathfrak{M}\}.$$

Справедлива следующая

Теорема 3.1. Если для всех $\sigma \in \mathbb{R}_+$, $0 < h \leq \pi / \sigma$, $m \in \mathbb{N}$, $0 < q \leq 2$ мажоранта Ψ_1 удовлетворяет условию

$$\left(\frac{\Psi_1(h)}{\Psi_1(\pi / \sigma)} \right)^q \geq \frac{\pi}{\sigma h} \cdot \left\{ \int_0^{\sigma h} \left(1 - \frac{\sin t}{t} \right)_*^{mq} dt \right\} \cdot \left\{ \int_0^\pi \left(1 - \frac{\sin t}{t} \right)^{mq} dt \right\}^{-1}, \quad (3.1)$$

то при $\sigma = \pi \nu (\nu > 0)$, $r \in \mathbb{Z}_+$ имеют место равенства

$$\begin{aligned} \overline{\mu}_\nu(W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_1), L_2(\mathbb{R})) &= \mathcal{A}_{\nu\pi}(W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_1))_{L_2(\mathbb{R})} = \\ &= \mathcal{E}_{\nu\pi}(W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_1); (L_2(\mathbb{R}), \Lambda_{\nu\pi}^*))_{L_2(\mathbb{R})} = \\ &= (\pi\nu)^{-r} \left(\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left(1 - \frac{\sin t}{t} \right)^{mq} dt \right)^{-1/q} \Psi_1\left(\frac{1}{\nu}\right), \end{aligned} \quad (3.2)$$

где $\overline{\mu}_\nu(\cdot)$ — любой из перечисленных выше средних ν -поперечников. При этом пара $(L_2(\mathbb{R}), \Lambda_{\nu\pi}^*)$, где $\Lambda_{\nu\pi}^*$ определяется из условия

$$\mathcal{F}(\Lambda_{\nu\pi}^* f, \cdot) = \mathcal{X}_{\nu\pi}(\cdot) \cdot \mathcal{F}(f, \cdot),$$

(\mathcal{F} — преобразование Фурье в $L_2(\mathbb{R})$, $\mathcal{X}_{\nu\pi}$ — характеристическая функция интервала $(-\nu\pi, \nu\pi)$), будет экстремальной для среднего линейного поперечника $\overline{\delta}_\nu(W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_1), L_2(\mathbb{R}))$, а пространство $\mathcal{B}_{\nu\pi, 2}$ является экстремальным для среднего поперечника по Колмогорову $\overline{d}_\nu(W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_1), L_2(\mathbb{R}))$.

Доказательство. В самом деле, в силу следствия 2.1 из [1] при $\psi(t) \equiv 1$ для произвольной функции $f \in L_2^{(r)}(\mathbb{R})$ вытекает неравенство

$$\frac{\mathcal{A}_\delta(f)}{\left(\int_0^h \Omega_m^q(f^{(r)}; t)_2 dt \right)^{1/q}} \leq \left(\int_0^h \left(1 - \frac{\sin \sigma t}{\sigma t} \right)^{mq} dt \right)^{-1/q},$$

откуда получаем

$$\mathcal{A}_\delta(f)_2 \leq \frac{\left(\int_0^h \Omega_m^q(f^{(r)}; t)_2 dt \right)^{1/q}}{\sigma^r \left(\int_0^h \left(1 - \frac{\sin \sigma t}{\sigma t} \right)^{mq} dt \right)^{1/q}} = \frac{\left(\frac{1}{h} \int_0^h \Omega_m^q(f^{(r)}; t)_2 dt \right)^{1/q}}{\sigma^r \left(\frac{1}{h} \int_0^h \left(1 - \frac{\sin \sigma t}{\sigma t} \right)^{mq} dt \right)^{1/q}}. \quad (3.3)$$

Учитывая определение класса $W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_1)$, из неравенства (3.3) получаем

$$\mathcal{A}_\delta(W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_1))_{L_2(\mathbb{R})} \leq \sigma^{-r} \left(\frac{1}{\sigma h} \int_0^{\sigma h} \left(1 - \frac{\sin t}{t} \right)^{mq} dt \right)^{-1/q} \Psi_1(h). \quad (3.4)$$

В неравенства (3.4), полагая $\sigma h = \pi, \sigma = \nu\pi$, имеем

$$\mathcal{A}_{\nu\pi}(W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_1))_{L_2(\mathbb{R})} \leq (\nu\pi)^{-r} \left(\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left(1 - \frac{\sin t}{t} \right)^{mq} dt \right)^{-1/q} \Psi_1\left(\frac{1}{\nu}\right). \quad (3.5)$$

Из результата [2,3] следует, что средняя размерность $\mathcal{B}_{\nu\pi,2}$ равна

$$\overline{\dim}(\mathcal{B}_{\nu\pi,2}; L_2(\mathbb{R})) = \nu.$$

Тогда из неравенства (3.5) получаем оценку сверху для всех средних ν -поперечников

$$\begin{aligned} \overline{\mu}_\nu(W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_1), L_2(\mathbb{R})) &\leq \mathcal{A}_{\nu\pi}(W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_1))_{L_2(\mathbb{R})} \leq \\ &\leq \mathcal{E}_\nu(W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_1); (L_2^r, \Lambda_\nu)) \leq \\ &\leq (\pi\nu)^{-r} \left(\frac{1}{\pi} \int_0^\pi \left(1 - \frac{\sin t}{t} \right)^{mq} dt \right)^{-1/q} \Psi_1\left(\frac{1}{\nu}\right). \end{aligned} \quad (3.6)$$

С целью получения оценки снизу для бернштейновского среднего ν -поперечника класса $W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_1)$ положим $\sigma_1 = \nu\pi(1 + \varepsilon)$, где $\varepsilon > 0$ – произвольное число и вводим в рассмотрение шар

$$S_{\sigma_1, \rho} := \mathcal{B}_{\sigma_1, 2} \cap \rho \mathbb{B}L_2(\mathbb{R}) = \left\{ g_{\sigma_1} \in \mathcal{B}_{\sigma_1, 2} : \|g_{\sigma_1}\|_2 \leq \rho \right\}$$

радиуса

$$\rho = \sigma_1^{-r} \left(\frac{1}{\sigma_1 h} \int_0^{\sigma_1 h} \left(1 - \frac{\sin t}{t} \right)^{mq} dt \right)^{-1/q} \Psi_1(h).$$

Рассмотрим произвольный элемент $g_{\sigma_1} \in \mathcal{B}_{\sigma_1, 2}$, который в силу теоремы Винера-Пэли [7, с.66] представим в виде

$$g_{\sigma_1}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\sigma_1}^{\sigma_1} e^{ixt} \varphi(t) dt,$$

причём имеет место равенство $\|g_{\sigma_1}\|_{L_2(\mathbb{R})}^2 = \|\varphi\|_{L_2[-\sigma, \sigma]}^2$.

Поскольку

$$\Delta_h^m(g_{\sigma_1}^{(r)}, x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\sigma_1}^{\sigma_1} \left(\frac{\sin ht}{ht} - 1 \right)^m (it)^r \varphi(t) e^{ixt} dt,$$

то получим

$$\|\Delta_h^m(g_{\sigma_1}^{(r)}, \cdot)\|_{L_2}^2 = \int_{-\sigma_1}^{\sigma_1} \left(1 - \frac{\sin ht}{ht} \right)^m |\varphi(t)|^2 \cdot t^{2r} dt.$$

Из последнего равенства, согласно определению модуля непрерывности (1.2) из [1], получаем

$$\begin{aligned} \Omega_m^2(g_{\sigma_1}^{(r)}, u)_2 &= \sup \left\{ \|\Delta_h^m(g_{\sigma_1}^{(r)}, \cdot)\|_{L_2}^2 : |h| \leq u \right\} \leq \\ &\leq \int_{-\sigma_1}^{\sigma_1} \left(1 - \frac{\sin ut}{ut} \right)^m |\varphi(t)|^2 \cdot t^{2r} dt \leq \left(1 - \frac{\sin \sigma_1 t}{\sigma_1 t} \right)_*^m \cdot \|g_{\sigma_1}^{(r)}\|_{L_2(\mathbb{R})}^2. \end{aligned} \quad (3.7)$$

Используя неравенство Бернштейна для целых функций [7, с.137]

$$\|g_{\sigma_1}^{(r)}\|_{L_2(\mathbb{R})} \leq \sigma_1^r \|g_{\sigma_1}\|_{L_2(\mathbb{R})},$$

из (3.7) получаем

$$\Omega_m(g_{\sigma_1}^{(r)}, u)_2 \leq \sigma_1^r \left(1 - \frac{\sin \sigma_1 t}{\sigma_1 t} \right)_*^m \cdot \|g_{\sigma_1}\|_{L_2(\mathbb{R})}^2. \quad (3.8)$$

Покажем, что шар $S_{\sigma_1, \rho} \subset W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_1)$. Возведём обе части неравенства (3.8) в степень q ($0 < q \leq 2$) и проинтегрируем по u в пределах от $u = 0$ до $u = h$:

$$\frac{1}{h} \int_0^h \Omega_m^q(g_{\sigma_1}^{(r)}, u)_2 du \leq \sigma_1^r \frac{1}{h} \int_0^h \left(1 - \frac{\sin \sigma_1 u}{\sigma_1 u} \right)_*^{mq} du \cdot \|g_{\sigma_1}\|_{L_2(\mathbb{R})}^q. \quad (3.9)$$

Учитывая, что $g_{\sigma_1} \in S_{\sigma_1, \rho}$, из (3.9) получаем

$$\frac{1}{h} \int_0^h \Omega_m^q(g_{\sigma_1}^{(r)}, u)_2 du \leq \frac{\pi}{\sigma_1 h} \cdot \frac{\int_0^{\sigma_1 h} \left(1 - \frac{\sin u}{u}\right)_*^{mq} du}{\int_0^{\pi} \left(1 - \frac{\sin u}{u}\right)^{mq} du} \cdot \Psi_1^q\left(\frac{\pi}{\sigma_1 h}\right) \leq \Psi_1^q(h),$$

а это и означает, что $S_{\sigma_1, \rho} \subset W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_1)$. Воспользовавшись определением бернштейновского среднего ν -поперечника, запишем

$$\begin{aligned} \bar{b}_\nu(W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_1), L_2(\mathbb{R})) &\geq \bar{b}_\nu(S_{\sigma_1, \rho}, L_2(\mathbb{R})) \geq \\ &\geq (\nu\pi(1+\varepsilon))^{-r} \cdot \Psi_1((\nu(1+\varepsilon))^{-1}) \cdot \left(\frac{1}{\pi(1+\varepsilon)} \cdot \int_0^{\pi(1+\varepsilon)} \left(1 - \frac{\sin t}{t}\right)^{mq} dt\right)^{-1/q}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Левая часть неравенства (3.10) не зависит от $\varepsilon > 0$, а потому, устремляя ε к нулю, получаем

$$\bar{b}_\nu(W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_1), L_2(\mathbb{R})) \geq (\nu\pi)^{-r} \left(\frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} \left(1 - \frac{\sin t}{t}\right)^{mq} dt\right)^{-1/q}. \quad (3.11)$$

Сравнивая оценки сверху (3.6) и снизу (3.11), получаем требуемые равенства (3.2).

Покажем, что среди степенных функций вида $\Phi_*(u) = u^{\alpha/q}$, возрастающих на положительной полуоси \mathbb{R}_+ , существуют функции, для которых выполняется неравенство (3.1) при любом $\sigma > \nu\pi$ и $0 < h \leq 3\pi / (4\sigma)$. Справедливо следующее утверждение.

Теорема 3.2. *Для того чтобы неравенство (3.1) имело место при любых $\sigma > \nu\pi$ и $0 < h \leq \pi / \sigma$, $m \in \mathbb{N}$ и $0 < q \leq 2$, число $\alpha := \alpha(m, q)$ должно иметь вид*

$$\alpha = \pi \left(\int_0^{\pi} \left(1 - \frac{\sin t}{t}\right)^{mq} dt \right)^{-1}. \quad (3.12)$$

Доказательство. Покажем, что функция $\Psi_1^*(t) = t^{\alpha/q}$, где $\alpha := \alpha(m, q)$ определено равенством (3.12), удовлетворяет условию (3.11). Сначала определим границу значений числа α . Воспользуясь элементарным неравенством

$$\left(\frac{t}{\pi}\right)^{2mq} \leq \left(1 - \frac{\sin t}{t}\right)^{mq} \leq \left(\frac{t}{\pi}\right)^{mq}, \quad 0 \leq t \leq \pi,$$

находим

$$mq < \alpha < 2mq. \quad (3.13)$$

Подставляя Ψ_1^* в неравенство (3.1), получим следующее неравенство

$$\left(\frac{\sigma h}{\pi}\right)^{\alpha+1} \geq \left(\int_0^{\sigma h} \left(1 - \frac{\sin t}{t}\right)_*^{mq} dt\right) \cdot \left(\int_0^{\pi} \left(1 - \frac{\sin t}{t}\right)^{mq} dt\right)^{-1}. \quad (3.14)$$

Полагая $\sigma h = \mu\pi$, неравенство (3.14) перепишем в виде

$$\mu^{\alpha+1} \geq \left(\int_0^{\mu\pi} \left(1 - \frac{\sin t}{t}\right)_*^{mq} dt\right) \cdot \left(\int_0^{\pi} \left(1 - \frac{\sin t}{t}\right)^{mq} dt\right)^{-1}. \quad (3.15)$$

С учётом (3.12) неравенство (3.15) перепишем в виде

$$\mu^{\alpha+1} \geq \frac{1+\alpha}{\pi} \int_0^{\mu\pi} \left(1 - \frac{\sin t}{t}\right)_*^{mq} dt. \quad (3.16)$$

Рассмотрим вспомогательную функцию

$$\varphi(\mu) = \mu^{\alpha+1} - \frac{1+\alpha}{\pi} \int_0^{\mu\pi} \left(1 - \frac{\sin t}{t}\right)_*^{mq} dt \quad (3.17)$$

и покажем, что для всех $\mu \in [0, +\infty)$ функция $\varphi(\mu) \geq 0$.

Рассуждения проведем для следующих трех случаев:

а) $0 \leq \mu \leq 1$; б) $1 \leq \mu \leq t_*/\pi$; в) $t_*/\pi < \mu < +\infty$.

Пусть сначала $0 \leq \mu \leq 1$. Запишем функцию φ в окрестности нуля

$$\varphi(\mu) = \mu^{\alpha+1} \left[1 - (1+\alpha) \left(\frac{\pi^2}{6}\right)^{mq} \cdot \frac{1}{2mq+1} O(\mu^{2mq-\alpha}) \right]. \quad (3.18)$$

Из (3.18) в связи с неравенством (3.12) следует, что в бесконечно малой окрестности нуля функция φ является положительной. Покажем, что на всем интервале $(0,1)$ функция φ является положительной. Рассуждая методом от противного, допустим, что в точке $\xi \in (0,1)$ функция меняет знак. Из (3.17) с учетом (3.12) вытекает, что $\varphi(0) = \varphi(1) = 0$, а потому в силу теоремы Ролля, производная

$$\varphi'(\mu) = (\alpha+1) \left[\mu^\alpha - (1 - \sin \mu\pi) \mu^\alpha \right] \quad (3.19)$$

должна иметь на интервале $(0,1)$ не менее двух нулей. Из (3.19) следует, что столько же нулей и в тех же точках имеет функция

$$\varphi_*(\mu) = \mu^{\frac{\alpha}{mq}} - 1 + \sin \mu\pi.$$

Полагая по непрерывности значений $(\sin \mu\pi) / (\mu\pi)$ в точке $\mu = 0$ равным 1, будем иметь $\varphi_*(0) = \varphi_*(1) = 0$, а потому функция φ_* на интервале $(0,1)$ имеет не менее четырех нулей. Так как

$$\varphi_*(\mu) = \frac{1}{\mu\pi} \left[\pi\mu^{\frac{\alpha}{mq}+1} - \mu\pi + \sin \mu\pi \right] := \frac{1}{\mu\pi} \varphi_1(\mu),$$

то функция $\varphi_1(\mu) = \pi\mu^{\frac{\alpha}{mq}+1} - \mu\pi + \sin \mu\pi$ на отрезке $(0,1)$ должна иметь не менее четырех различных нулей. Но тогда по той же теореме Ролля производная

$$\varphi_1(\mu) = \pi \left(\frac{\alpha}{mq} + 1 \right) \mu^{\frac{\alpha}{mq}} - \pi + \pi \cos \mu\pi$$

обязана на интервале $(0,1)$ обращаться в нуль не менее чем в трёх различных точках и, кроме того, $\varphi_1(0) = 0$. На основании аналогичных рассуждений производная второго порядка

$$\varphi_1(\mu) = \pi \left(\frac{\alpha}{mq} + 1 \right) \frac{\alpha}{mq} \mu^{\frac{\alpha}{mq}-1} - \pi^2 \sin \mu\pi \quad (3.20)$$

должна иметь на интервале $(0,1)$ не менее трёх различных нулей. Учитывая (3.13) в той части, что $\frac{\alpha}{mq} - 1 > 0$, будем иметь $\varphi_1(0) = 0$. Следовательно, производная третьего порядка

$$\varphi_1(\mu) = \pi \left(\frac{\alpha}{mq} + 1 \right) \frac{\alpha}{mq} \left(\frac{\alpha}{mq} - 1 \right) \mu^{\frac{\alpha}{mq}-2} - \pi^3 \cos \mu\pi$$

также должна иметь на интервале $(0,1)$ не менее трёх нулей. Но функция $\varphi_1(\mu)$ является разностью положительной выпуклой вверх и выпуклой вниз функции, а потому на указанном интервале не может иметь более двух различных нулей. Полученное противоречие доказывает справедливость соотношения (3.16) в случае а) $0 \leq \mu \leq 1$.

Рассмотрим случай б) $1 \leq \mu \leq t_*/\pi$. Из (3.20) следует, что при $\mu \in [1, t_*/\pi]$ функция $\varphi_1(\mu)$ принимает положительные значения, а потому для указанных значений μ функция $\varphi_1(\mu)$ возрастает. Поскольку $\varphi_1(1) = \pi(\alpha/(mq) - 1) > 0$, то $\varphi_1(\mu) > 0$ для любого $\mu \in [1, t_*/\pi]$. Так как $\varphi_1(1) = 0$, то для указанных значений $\varphi_1(\mu) \geq 0$. Но это означает справедливость соотношения (3.16) в случае б).

В случае с) из (3.13) и (3.17) получаем

$$\varphi(\mu) = \mu^{\alpha+1} - 1 - \frac{\alpha+1}{\pi} \int_{\pi}^{t_*} \left(1 - \frac{\sin t}{t}\right)^{mq} dt - \frac{\alpha+1}{\pi} \left(1 - \frac{\sin t_*}{t_*}\right)^{mq} (\mu\pi - t_*). \quad (3.21)$$

Из (3.21) получаем

$$\varphi'(\mu) = (\alpha+1) \left[\mu^\alpha - \left(1 - \frac{\sin t_*}{t_*}\right)^{mq} \right]. \quad (3.22)$$

Воспользовавшись неравенством (3.13) и равенством (3.22), сразу получаем

$$\varphi'\left(\frac{t_*}{\pi}\right) = (\alpha+1) \left[\left(\frac{t_*}{\pi}\right)^\alpha - \left(1 - \frac{\sin t_*}{t_*}\right)^{mq} \right] > 0. \quad (3.23)$$

Из (3.22) и (3.23) следует, что функция $\varphi'(\mu)$ на полуинтервале $[t_* / \mu, +\infty)$ является монотонно возрастающей. Поскольку в силу результатов случая б) значение $\varphi\left(\frac{t_*}{\pi}\right) \geq 0$, то функция $\varphi(\mu)$ на полуинтервале $[t_* / \mu, +\infty)$ неотрицательна и в этом случае имеет место неравенство (3.16), чем и завершаем доказательство теоремы 3.2.

Из теоремы 3.1 и 3.2 вытекает

Следствие 3.1. *В условиях теоремы 3.1 и 3.2 имеют место равенства*

$$\begin{aligned} \overline{\mu}_v \left(W_{1/m}^{(r)}(\Omega_m; \Psi_1), L_2(\mathbb{R}) \right) &= A_{v\pi} \left(W_{1/m}^{(r)}(\Omega_m; \Psi_1) \right)_{L_2(\mathbb{R})} = \\ &= \mathcal{E}_{v\pi} \left(W_{1/m}^{(r)}(\Omega_m; \Psi_1); (L_2(\mathbb{R}), \Lambda_{v\pi}^*) \right)_{L_2(\mathbb{R})} = (\pi v)^{-r} (1 - Si(\pi)\pi)^{-m} \Psi_1(1/v), \end{aligned}$$

где $Si(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$ – интегральный синус.

Теорема 3.3. *Если для всех $\sigma \in \mathbb{R}_+$, $0 < h \leq 3\pi / (4\sigma)$, $m \in \mathbb{N}$, $0 < q \leq 2$ мажоранта Ψ_2 удовлетворяет условию*

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\Psi_2(h)}{\Psi_2(\pi / (2\sigma))} \right)^q \geq \\ &\geq (\pi 2\sigma h)^2 \cdot \left(\int_0^{\sigma h} t \left(1 - \frac{\sin t}{t}\right)_*^{mq} dt \right)^{1/q} \cdot \left(\int_0^{\pi} t \left(1 - \frac{\sin t}{t}\right)^{mq} dt \right)^{-1/q}, \end{aligned}$$

то при $\sigma = v\pi$, $v \in \mathbb{R}_+$ и любом $r \in \mathbb{Z}_+$ имеют место равенства

$$\begin{aligned}
& \overline{\mu}_\nu \left(W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_2), L_2(\mathbb{R}) \right) = \\
& = A_{\nu\pi} \left(W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_2) \right)_{L_2(\mathbb{R})} = \mathcal{E}_{\nu\pi} \left(W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_2); \left(L_2(\mathbb{R}), \Lambda_{\nu\pi}^* \right) \right)_{L_2(\mathbb{R})} = \\
& = 2^{-3m} (\pi\nu)^{-r} \left(\frac{1}{\pi^2} \int_0^{\pi/2} t \left(1 - \frac{\sin t}{t} \right)^{mq} dt \right)^{-1/q} \cdot \Psi_2(1/(2\nu)),
\end{aligned}$$

где $\overline{\mu}_\nu(\cdot)$ – любой из средних ν -поперечников $\overline{b}_\nu(\cdot)$, $\overline{d}_\nu(\cdot)$, $\overline{\delta}_\nu(\cdot)$.

При этом пара $(L_2(\mathbb{R}), \Lambda_{\nu\pi}^*)$, где $\Lambda_{\nu\pi}^*$, определяется из условия

$$\mathcal{F}(\Lambda_{\nu\pi}^* f, \cdot) = \chi_{\nu\pi}(\cdot) \mathcal{F}(f, \cdot)$$

(\mathcal{F} – преобразование Фурье в $L_2(\mathbb{R})$, $\chi_{\nu\pi}$ – характеристическая функция интервала $(-\nu\pi, \nu\pi)$) будет экстремальной для среднего линейного поперечника $\overline{\delta}_\nu \left(W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_2), L_2(\mathbb{R}) \right)$, а пространство $\mathcal{B}_{\nu\pi, 2}$ является экстремальным для среднего поперечника по Колмогорову $\overline{d}_\nu \left(W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_2), L_2(\mathbb{R}) \right)$.

Следствие 3.2. Пусть выполнены все условия теоремы 3.3. Тогда имеют место равенства

$$\begin{aligned}
& \overline{\mu}_\nu \left(W_{1/m}^{(r)}(\Omega_m; \Psi_2), L_2(\mathbb{R}) \right) = A_{\nu\pi} \left(W_{1/m}^{(r)}(\Omega_m; \Psi_2) \right)_{L_2(\mathbb{R})} = \\
& = \mathcal{E}_{\nu\pi} \left(W_{1/m}^{(r)}(\Omega_m; \Psi_2); \left(L_2(\mathbb{R}), \Lambda_{\nu\pi}^* \right) \right)_{L_2(\mathbb{R})} = (\pi\nu)^{-r} \left(\frac{\pi^2}{\pi^2 - 8} \right)^m \cdot \Psi_2(1/(2\nu)).
\end{aligned}$$

4. Задача изучения поведения величин наилучших приближений $A_\sigma \left(f^{(r-s)} \right)_{L_2(\mathbb{R})}$, где $r \in \mathbb{N}$, $s = 0, 1, \dots, r-1$ на различных классах целых функций, определяемых заданной мажорантой рассмотрена в работах [8,9]. Здесь аналогичная задача решается для введенных нами классов целых функций $W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_i) (i = 1, 2)$.

Теорема 4.1. Пусть выполнены все условия теоремы 3.1; $s = 0, 1, \dots, r-1$, где $r \in \mathbb{N}$ и $0 < \nu < \infty$. Тогда имеют место следующие равенства:

$$\begin{aligned}
& \sup \left\{ A_{\nu\pi} \left(f^{(r-s)} \right)_{L_2(\mathbb{R})} : f \in W_q^{(r)}(\Omega_m; \Psi_1) \right\} = \\
& = (\pi\nu)^{-s} \left(\frac{1}{\pi} \int_0^\pi t \left(1 - \frac{\sin t}{t} \right)^{mq} dt \right)^{-1/q} \Psi_1 \left(\frac{1}{\nu} \right).
\end{aligned}$$

Следствие 4.1. В условиях теоремы 4.1 имеют место неравенства

$$\sup \left\{ \mathcal{A}_{\nu\pi} (f^{(r-s)})_2 : f \in W_{1/m}^{(r)}(\Omega_m; \Psi_1) \right\} \geq \nu^{-s} \cdot \left(1 - \frac{Si(\pi)}{\pi} \right)^{-m} \Psi_1 \left(\frac{1}{\nu} \right).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Тухлиев К. О наилучших приближениях целыми функциями в пространстве $L_2(\mathbb{R})$. I. – Известия АН РТ. Отд. физ.-мат., хим. геол. и техн. н., 2013, №3(152), с. 19-29.
2. Магарил-Ильяев Г.Г. Средняя размерность, поперечники и оптимальное восстановление соборлевских классов функций на прямой. – Мат. сборник, 1991, т.182, №11, с.1635-1656.
3. Магарил-Ильяев Г.Г. Средняя размерность и поперечники классов функций на прямой. – ДАН СССР, 1991, т.318, №1, с.35-38.
4. Корнейчук Н.П. Точные константы в теории приближения. – М.: Наука, 1987, 424 с.
5. Vakarchuk S.B. Exact constant in an inequality of Jackson type for L_2 approximation on the line and exact values of mean widths of functional classes. – East Journal on Approx., 2004, v.10, №1-2, pp.27-39.
6. Вакарчук С.Б., Забутная В.И. Точное неравенство типа Джексона-Стечкина в L_2 и поперечники функциональных классов. – Матем. заметки, 2009, т.86, №3, с.328-336.
7. Ибрагимов И.И. Теория приближения целыми функциями. – Баку: Элм, 1979, 468 с.
8. Вакарчук С.Б., Доронин В.Г. Наилучшие среднеквадратические приближения целыми функциями конечной степени на прямой и точные значения средних поперечников функциональных классов. – Укр. матем. журнал, 2010, т.62, №8, с.1032-1043.
9. Вакарчук С.Б. О некоторых экстремальных задачах теории аппроксимации функций на вещественной оси. II. – Укр. матем. вісник, 2012, т.9, №4, с.578-602.

К.ТУХЛИЕВ

ОИД БА НАЗДИККУНИИ БЕХТАРИНИ ФУНКСИЯҲОИ БУТУН

ДАР ФАЗОИ $L_2(\mathbb{R})$. II

Донишгоҳи давлатии Хуҷанд ба номи Б.Ғафуров

Масъалаи экстремали оид ба наздиккунии беҳтарини миёнаи квадрати функсияҳои $f \in L_2(\mathbb{R})$ бо ёрии функсияҳои бутуни намуди экспоненсиалии $\sigma \in \mathbb{R}_+$ ал карда шудааст. Нобаробарихои аниқ байни наздиккунии беҳтарини $f \in L_2(\mathbb{R})$ ва интегралҳое, ки модули бефосилагии махсуси тартиби m -ӯми аз оператори Стеклов вобастаро доранд, ёфта шудаанд. Қимати аниқи ν -қутрҳои миёна, ки аз тарафи Г.Г.Магарил-Ильяев барои синфи функсияҳои $f \in L_2^{(r)}(\mathbb{R})$ дохил карда шудаанд, шартӣ

$$\left(\frac{1}{t} \int_0^t \Omega_m^q(f^{(r)}; \tau) d\tau \right)^{1/q} \leq \Phi(t),$$

– ро қаноат мекунад, ки дар ин ҷо $m \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $0 < q \leq 2$, $t \in \mathbb{R}_+$, $\Omega_m(f^{(r)}; \tau)$ – модули бефосилагии умумикардасудаи тартиби m -ум аз ҳосилаи $f \in L_2^{(r)}(\mathbb{R})$ ва $\Phi(t)$ – функсияи ихтиёрии афзуншаванда буда, $\Phi(0) = 0$ мебошад, ҳисоб карда шудааст.

Калимаҳои калидӣ: наздиккунии беҳтарин – модули бефосилагии тартиби m -ум – нобаробарии Чексон-Стечкин – функсияи бутуни намуди экспоненсиалӣ – ν -кӯтрҳои миёна.

K.TUKHLIEV

ABOUT THE BEST APPROXIMATION OF ENTIRE FUNCTIONS IN $L_2(\mathbb{R})$ SPACE. II

B.Gafurov Khugand State University

An extremal problem on the best mean-square approximation of functions $f \in L_2(\mathbb{R})$ with integer functions of exponential type $\sigma \in \mathbb{R}_+$. The exact inequalities between the magnitudes of best approximation and integrals with the special modules of continuity of m order related to Stecklov's operator founded. For the ν -widths were calculated the exact mean values formulated by G.G.Magaril-Ilyayev for the classes functions $f \in L_2^{(r)}(\mathbb{R})$ satisfying the condition

$$\left(\frac{1}{t} \int_0^t \Omega_m^q(f^{(r)}; \tau) d\tau \right)^{1/q} \leq \Phi(t),$$

where $m \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $0 < q \leq 2$, $t \in \mathbb{R}_+$, $\Omega_m(f^{(r)}; \tau)$ – generalized modulus of continuity m order derivative $f \in L_2^{(r)}(\mathbb{R})$, $\Phi(t)$ – the arbitrary increasing function $\Phi(0) = 0$.

Key words: the best approximation – modulus of continuity of m -order – Jakson-Stechkin type inequality – entire function of exponential type – the mean of ν -widths.

УДК 517.946

М.Г.ФАЙЗИЕВ

**О ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ НЕКЛАССИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ УРАВНЕНИЙ
ПЕРВОГО ПОРЯДКА**

Таджикский национальный университет

Поступила в редакцию 12.03.2014 г.

В работе рассматриваются начальные и граничные задачи для общих неклассических (составных) систем уравнений в ограниченных и неограниченных областях трёхмерного пространства.

Ключевые слова: неклассическая (составная) система уравнений – вырождающаяся система уравнений – волновое уравнение – уравнение Эйлера-Пуассона-Дарбу (ЭПД) – характеристический определитель.

Рассмотрим в полупространстве $R_+^3 = \{(x, y, z) : (x, y) \in R^2, z > 0\}$ с границей $\Gamma = \{z = 0\}$ систему уравнений,

$$\begin{aligned} z^m(u_x + v_y) - w_z &= 0, & z^n(s_x + w_y) - v_z &= 0, \\ z^n(s_y - w_x) + u_z &= 0, & s_z + z^p(v_x - u_y) &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где m, n, p – вещественные числа, удовлетворяющие неравенствам $0 < m < n$, $0 < p < n$, обобщающую модельную систему уравнений, рассмотренную в работах Д.Х.Сафарова [1,2]. Характеристический определитель системы (1) имеет вид

$$\chi(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = -[z^{n+p}(\xi_1^2 + \xi_2^2) + \xi_3^2][z^{n+m}(\xi_1^2 + \xi_2^2) - \xi_3^2].$$

Эта система всюду является неклассической (составной) системой, за исключением точек плоскости $z = 0$, в которых она вырождается.

Для системы (1) рассмотрим следующую задачу.

Адрес для корреспонденции: *Файзиев Мубинджон Гафорович. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: FayzievMG@mail.ru*

Задача I. Найти регулярное в полупространстве R_+^3 решение (s, u, v, w) системы (1), удовлетворяющее условиям

$$s(x, y, z)|_{z=0} = b_1(x, y), \quad (2)$$

$$w(x, y, z)|_{z=0} = b_2(x, y), \quad \lim_{z \rightarrow 0} z^{-m} w_z(x, y, z) = b_3(x, y), \quad (3)$$

где b_1, b_2, b_3 – непрерывные на Γ и стремящиеся к нулю на бесконечности функции.

Следствиями системы (1) являются уравнения второго порядка вида

$$z^{n+p+1}(s_{xx} + s_{yy}) + z s_{zz} - p s_z = 0, \quad (4)$$

$$z^{n+m+1}(w_{xx} + w_{yy}) - z w_{zz} + m w_z = 0. \quad (5)$$

С помощью подстановок

$$t_1 = (1 - c_1) z^{\frac{1}{1-c_1}} \quad \text{и} \quad t_2 = (1 - c_2) z^{\frac{1}{1-c_2}},$$

где

$$c_1 = \frac{n+p}{n+p+2}, \quad c_2 = \frac{n+m}{n+m+2},$$

уравнения (4) и (5) преобразуются соответственно в эллиптическое и гиперболическое уравнения Эйлера-Пуассона-Дарбу (ЭПД)

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial t_1^2} + \frac{a_1}{t_1} \frac{\partial s}{\partial t_1} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial t_2^2} - \frac{a_2}{t_2} \frac{\partial w}{\partial t_2} = 0, \quad (7)$$

где $a_1 = \frac{n-p}{n+p+2} < 1$, $a_2 = \frac{n-m}{n+m+2} < 1$, а условия (2) и (3) – к условиям

$$s(x, y, t_1)|_{t_1=0} = b_1(x, y), \quad (8)$$

$$w(x, y, t_2)|_{t_2=0} = b_2(x, y), \quad \lim_{t_2 \rightarrow 0} \left(\frac{t_2}{1-c_2} \right)^{a_2} w_{t_2}(x, y, t_2) = b_3(x, y). \quad (9)$$

Следовательно, задача I сводится к задаче Дирихле (8) для эллиптического уравнения ЭПД (6) и задаче Коши с весом (9) для гиперболического уравнения ЭПД (7).

Решение уравнения (6) при $a_1 < 1$ представляется в виде [3]

$$s(x, y, t_1) = \frac{1}{\Lambda_{2-a_1}} \int_{R^2} t_1^{1-a_1} E_{2-a_1}(M, t_1, \xi) \theta(\xi) d\xi, \quad (10)$$

где

$$\Lambda_{2-a_1} = \int_{R^2} (|\tau|^2 + 1)^{-\frac{3-a_1}{2}} d\tau, \quad E_{2-a_1}(M, t_1, \xi) = [(x - \xi_1)^2 + (y - \xi_2)^2 + t_1^2]^{-\frac{3-a_1}{2}},$$

$M = (x, y)$, $\tau = (\tau_1, \tau_2)$, $\xi = (\xi_1, \xi_2)$, $\theta(M)$ – непрерывная ограниченная функция.

Совершая подстановку $\xi_1 = x + \tau_1 t_1$, $\xi_2 = y + \tau_2 t_1$, $d\xi = t_1^2 d\tau$, интеграл (10) преобразуем к виду

$$s(x, y, t_1) = \frac{1}{\Lambda_{2-a_1}} \int_{R^2} (|\tau|^2 + 1)^{-\frac{3-a_1}{2}} \theta(M + t_1 \tau) d\tau.$$

Используя условие (8), имеем

$$s(x, y, 0) = \frac{\theta(M)}{\Lambda_{2-a_1}} \int_{R^2} (|\tau|^2 + 1)^{-\frac{3-a_1}{2}} = \theta(M) = b_1(x, y).$$

Тогда решение задачи (6) - (8) имеет вид

$$s(x, y, t_1) = \frac{1}{\Lambda_{2-a_1}} \int_{R^2} t_1^{1-a_1} E_{2-a_1}(M, t_1, \xi) b_1(\xi) d\xi.$$

Обратно, переходя к переменной z , получим

$$s(x, y, z) = \frac{(1 - c_1)^{1-a_1} z^{p+1}}{\Lambda_{2-a_1}} \int_{R^2} E_{2-a_1}(M, z, \xi) b_1(\xi) d\xi.$$

Общее решение уравнение (7) из класса $C^2(R_+^3) \cap C(R_+^3 \cup R^2)$ представляется в виде (см. [3])

$$w(x, y, t_2) = T_{a_2}(f_1) + t_2^{1-a_2} T_{2-a_2}(f_2), \quad (11)$$

где

$$T_{a_2}(f_1) = \frac{1}{\tau_{a_2}} \int_{|\xi|=1} f_1(M + \xi t_2) d\xi (1 - |\xi|^2)^{\frac{3-a_2}{2}}, \quad \tau_{a_2} = \int_{|\xi|=1} (1 - |\xi|^2)^{-\frac{3-a_2}{2}} d\xi,$$

$f_1(M) = f_1(x, y)$, $f_2(M) = f_2(x, y)$ – произвольные непрерывные функции точек плоскости $t_2 = 0$, $|\xi| = 1$ – единичный круг с центром в начале координат.

Используя представление решения (11) и начальные условия (9), будем иметь

$$w(x, y, 0) = f_1(M) = b_2(x, y),$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{t_2}{1 - c_2} \right)^{a_2} \frac{\partial w}{\partial t_2} = \frac{1 - a_2}{(1 - c_2)^{a_2}} f_2(M) = b_3(x, y),$$

$$f_2(M) = \frac{(1 - c_2)^{a_2}}{1 - a_2} b_3(x, y).$$

Следовательно, начальные условия удовлетворяются и решение задачи (7)-(9) дается формулой

$$w(x, y, t_2) = T_{a_2}(b_2) + \frac{t_2^{1-a_2}}{1-a_2} (1-c_2)^{a_2} T_{2-a_2}(b_3),$$

или переходя к переменной z , получим

$$w(x, y, z) = T_{a_2}(b_2) + (m+1)z^{m+1}T_{2-a_2}(b_3).$$

Таким образом, функции $s(x, y, z)$ и $w(x, y, z)$ определены однозначно.

Если известны компоненты s и w решения, то из третьего и второго уравнений системы (1) находим остальные компоненты u и v в виде

$$u(x, y, z) = \int_0^z z^n (w_x - s_y) dz + \varphi(x, y), v(x, y, z) = \int_0^z z^n (s_x + w_y) dz + \psi(x, y), \quad (12)$$

где $\varphi(x, y)$, $\psi(x, y)$ – произвольные дифференцируемые функции. Подставляя выражения (12) в первое и четвертое уравнения системы (1), будем иметь неоднородную систему уравнений Коши - Римана относительно $\varphi(x, y)$, $\psi(x, y)$

$$\varphi_x + \psi_y = b_3(x, y), \quad \psi_x - \varphi_y = c_3(x, y), \quad (13)$$

где $b_3(x, y) = \lim_{z \rightarrow 0} z^{-m} w_z(x, y, z)$, $c_3(x, y) = -\lim_{z \rightarrow 0} z^{-p} s_z$.

Систему (13) запишем в комплексной форме

$$\partial_{\bar{\zeta}} U = F, \quad (14)$$

где $\zeta = x + iy$, $U = \psi + i\varphi$, $F = (c_3 + ib_3)/2$, $\partial_{\bar{\zeta}} = (\partial_x + i\partial_y)/2$.

По условию $b_3(x, y), c_3(x, y) \in C_v^1(G)$. Тогда $F \in L_1(\Gamma)$ и общее решение уравнения (14) представляется в виде [4]

$$U(\zeta) = \Phi(\zeta) + T_{\Gamma} F,$$

где $\Phi(\zeta)$ – произвольная аналитическая в комплексной плоскости $\zeta = x + iy \in C$ функция, а T_Γ – известный оператор Векуа.

Для определения аналитической функции $\Phi(\zeta)$ потребуем от $\Phi(\zeta)$ условие ограниченности на бесконечности. Тогда по теореме Лиувилля (см.[5]) $\Phi(\zeta) \equiv const$. Таким образом, имеет место следующий результат.

Теорема 1. *Если заданные функции $b_1(x, y), b_2(x, y) \in C(\Gamma)$, $b_3(x, y) \in C(\Gamma) \cap C_v^1(\Gamma)$, то задача I в полупространстве R_+^3 имеет решение, определяемое с точностью до произвольного постоянного слагаемого.*

Далее будем рассматривать следующую систему

$$\begin{aligned} u_x + v_y - w_z &= 0, & z^p s_x - v_z + w_y &= 0, \\ z^p s_y + u_z - w_x &= 0, & s_z + z^q (v_x - u_y) &= 0, \end{aligned} \quad (15)$$

где p, q – вещественные числа, удовлетворяющие неравенствам $0 < q < p$. Характеристический определитель системы (15) имеет вид

$$\chi(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = -[z^{p+q}(\xi_1^2 + \xi_2^2) + \xi_3^2][\xi_1^2 + \xi_2^2 - \xi_3^2].$$

Система (15) при $z \geq 0$ является неклассической (составной) системой.

В полупространстве R_+^3 рассмотрим следующую задачу.

Задача II. *Найти регулярное в полупространстве R_+^3 решение (s, u, v, w) системы (15), удовлетворяющее условиям*

$$s(x, y, z)|_{z=0} = b_4(x, y), \quad (16)$$

$$w(x, y, z)|_{z=0} = b_5(x, y), \quad w_z(x, y, z)|_{z=0} = b_6(x, y), \quad (17)$$

где b_4, b_5, b_6 – заданные достаточно гладкие функции.

Из системы (15) следуют соотношения

$$z^{q+p+1}(s_{xx} + s_{yy}) + z s_{zz} - q s_z = 0, \quad (18)$$

$$w_{xx} + w_{yy} - w_{zz} = 0. \quad (19)$$

Поскольку относительно компоненты s решения системы (15) получилась задача, аналогичная задаче (4)-(2), поэтому, учитывая формулу (10) и условия (16), решение задачи (18)-(16) можно записать в явном виде

$$s(x, y, z) = \frac{(1 - c_1)^{1-a_1} z^{q+1}}{\Lambda_{2-a_1}} \int_{R^2} E_{2-a_1}(M, z, \xi) b_4(\xi) d\xi,$$

где $c_1 = \frac{p+q}{p+q+2}$, $a_1 = \frac{p-q}{p+q+2}$.

Функция $w(x, y, z)$ определяется как решение задачи Коши для волнового уравнения (19) формулой Пуассона [6]

$$w(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \iint_{K_z} \frac{b_6(\xi, \eta)}{\sqrt{z^2 - (x - \xi)^2 - (y - \eta)^2}} d\xi d\eta + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{2\pi} \iint_{K_z} \frac{b_5(\xi, \eta)}{\sqrt{z^2 - (x - \xi)^2 - (y - \eta)^2}} d\xi d\eta,$$

где K_z – круг с центром в точке (ξ, η) и радиусом z .

Зная s и w , оставшиеся компоненты u и v решения системы (15) находим аналогично как в случае задачи I. Таким образом, справедлива

Теорема 2. Если заданные функции $b_4(x, y) \in C(\Gamma)$, $b_5(x, y) \in C^3(\Gamma)$, $b_6(x, y) \in C^2(\Gamma) \cap C^1_\nu(\Gamma)$, то задача II в полупространстве R^3_+ имеет решение, определяемое с точностью до произвольного постоянного слагаемого.

Пусть Ω – односвязная область трёхмерного евклидова пространства R^3 , ограниченная в полупространстве $z > 0$ поверхностью Ляпунова γ и участком G плоскости $z = 0$. Причем поверхность γ однозначно проектируется на G . Обозначим через Γ всю границу $\gamma \cup G$ области Ω , а через Σ – линию пересечения поверхности γ и участка G плоскости $z = 0$.

В ограниченной области Ω для системы (15) рассмотрим следующую задачу.

Задача III. Найти регулярное в области Ω решение (s, u, v, w) системы (15), удовлетворяющее условиям

$$s(x, y, z)|_\Gamma = b_7(x, y, z), \quad (20)$$

$$w(x, y, z)|_{z=0} = b_8(x, y), \quad w_z(x, y, z)|_{z=0} = b_9(x, y), \quad (21)$$

$$(\alpha u + \beta v)|_\Sigma = g(x, y), \quad (22)$$

где b_7, b_8, b_9 – заданные достаточно гладкие функции, $\alpha, \beta, g \in C_\nu(\Sigma)$, $\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$.

Аналогично, как в случае задачи II, для определения функции s необходимо решить задачу Дирихле (18)-(20), а для функции w – задачу Коши (19)-(21).

Используя метод, изложенный в [7], построим решение задачи Дирихле. Суть метода заключается в следующем. Построим возрастающую последовательность областей Ω_n с гладкой границей таких, что $\Omega_n \subset \Omega$. При $z > h_n = n^{-1}$ граница Γ_n области Ω_n

совпадает с γ , а при $z \leq h_n$ идет по плоскости $z = h_n$. Уравнение (18) эллиплично в Ω_n , поэтому решение s_n существует и удовлетворяет неравенству

$$|s_n| \leq \max_{\Omega} |b_7|. \quad (23)$$

Пусть n_0 – произвольное фиксированное значение n . В силу неравенства (23) множество функций $\{s_n\}$ для всякой области Ω_{n_0} , содержащееся целиком в Ω , равномерно ограничено.

Пусть $G_{n_0}(P, Q)$ – функция Грина задачи Дирихле для уравнения (18) в области Ω_{n_0} . Тогда

$$s_n(P) = \int_{\Gamma_{n_0}} s_n(t) \frac{\partial G_{n_0}(P, Q)}{\partial \nu} dt \quad (n \geq n_0). \quad (24)$$

Отсюда в силу (23) следует равностепенная непрерывность функций $\{s_n\}$ в Ω_{n_0} . Тогда согласно теореме Арцела из $\{s_n\}$ можно выделить подпоследовательность $\{s_{n_k}\}$, равномерно сходящую к некоторой функции $s_n(P)$, которая в силу (24) является решением уравнения (18) в области Ω и принимает значение b_7 на γ .

Остаётся показать, что s совпадает с $b_7(x, y, 0)$ и на части G границы Γ . Для этого достаточно установить существование барьера в каждой точке $(x_0, y_0, 0)$ многообразия G . В качестве барьера можно взять функцию

$$\rho(x, y, z) = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z^\nu, \quad 0 < \nu < 1.$$

Единственность решения задачи Дирихле в области Ω следует из принципа максимума, как для эллиптических уравнений.

Функция $w(x, y, z)$ определяется как решение задачи Коши (19) - (21) для волнового уравнения методом Фурье (см.[2]).

По известным s и w будем определять функции u и v аналогично, как в случае задачи I, но с той лишь разницей, что относительно $\varphi(x, y)$, $\psi(x, y)$ теперь будем иметь следующую задачу

$$\begin{aligned} \varphi_x + \psi_y &= b_3(x, y), \quad \psi_x - \varphi_y = c_3(x, y), \\ (\alpha\varphi + \beta\psi)|_{\Sigma} &= g(x, y), \end{aligned}$$

где $b_3(x, y) = w_z|_{z=0}$, $c_3(x, y) = -\lim_{z \rightarrow 0} z^{-q} s_z$. Учитывая уравнение (14) и обозначая $a(\zeta) = \beta + i\alpha$, будем иметь

$$\partial_{\bar{z}} U = F, \quad \operatorname{Re}[\overline{a(\zeta)} U(\zeta)]|_{\Sigma} = g(\zeta). \quad (25)$$

Таким образом, задача определения компонентов u и v решения системы (15) сведена к задаче Римана-Гильберта (25), которая, как известно [4], нетерова и ее индекс равен индексу функции $a(\zeta) = \beta + i\alpha$. Следовательно, имеет место следующее утверждение.

Теорема 3. *Задача III для системы (15) нетерова и её индекс равен индексу задачи Римана-Гильберта (25).*

ЛИТЕРАТУРА

1. Сафаров Д.Х. Об одном аналоге системы Мойсила-Теодореско. – ДАН СССР, 1984, т.277, 5, с. 1070 - 1073.
2. Сафаров Д.Х. Неклассические системы уравнений. – Душанбе: Дониш, 2008, 431 с.
3. Раджабов Н.Р. Интегральные представления и граничные задачи для некоторых дифференциальных уравнений с сингулярной линией или сингулярными поверхностями. – Душанбе: Изд-во ТГУ им. В.И.Ленина, часть 1 и 3, 1980 и 1982, 126 с. и 170 с.
4. Векуа И. Обобщенные аналитические функции. – М.: Наука, 1988, 509 с.
5. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. – М.: Наука, 1961, 577 с.
6. Бабич В.М., Капилевич М.Б., Михлин С.Г. и др. Линейные уравнения математической физики. – М.: Наука, 1964, 367 с.
7. Смирнов М.М. Вырождающиеся эллиптические и гиперболические уравнения. – М.: Наука, 1966, 292 с.

М.Ф.ФАЙЗИЕВ

ОИД БА СИСТЕМАҲОИ ҒАЙРИКЛАССИКӢ МУОДИЛАҲОИ ТАРТИБИ ЯКУМИ МАСХШАВАНДА

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Дар мақола характери ҳалшавандагии масъалаҳои канорӣ барои намудҳои гуногуни системаҳои ғайрикласикӣ муодилаҳои дифференциалӣ бо ҳосилаҳои хусусии тартиби якуми масхшаванда, дар соҳаҳои маҳдуд ва номаҳдуди фазои сеченака, мавриди тадқиқ қарор меёбанд.

Калимаҳои калидӣ: системаи муодилаҳои ғайрикласикӣ (таркибӣ) – системаи муодилаҳои масхшаванда – муодилаи мавҷ – муодилаи Эйлер-Пуассон-Дарбу (ЭПД) – муайянкунандаи характеристикӣ.

M.G.FAYZIEV

**ABOUT DEGENERATING NONCLASSICAL SYSTEMS OF THE EQUATIONS
OF THE FIRST ORDER**

Tajik National University

In this article we considered the generalized of the first order nonclassical systems PDE and studied the solvability character of the boundary value problems in bounded and unbounded domains of the space R^3 .

Key words: nonclassical (composite) system of equations – degenerating system of the equations – wave equation – equation of Euler-Poisson-Darboux (EPD) – characteristic determinant.

УДК 517.9

В.И.БОРЗДЫКО

О ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЯХ НЕОДНОРОДНЫХ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА
С ЗАПАЗДЫВАЮЩИМ АРГУМЕНТОМ

Институт математики им. А. Джураева АН Республики Таджикистан

Поступила в редакцию 25.06.2014 г.

Общего вида неоднородное дифференциальное уравнение параболического типа с запаздывающим аргументом приведено к дифференциальному уравнению с неограниченным оператором в банаховом пространстве. Используя теорию вращения вполне непрерывных векторных полей доказана теорема о существовании у исходного уравнения периодического решения. В качестве примера приведено уравнение Хатчинсона с диффузией, описывающего динамику численности одиночной популяции с учётом миграции особей.

Ключевые слова: банахово пространство – неограниченный оператор – вполне непрерывный оператор – вращение векторного поля – периодическое решение – динамика численности популяции.

Рассматривается уравнение вида

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + f\{t, s, u(t, s), u[t - \tau(t), s]\} \quad (1)$$

при граничных условиях

$$u(t, -L) = u(t, L) = 0, \quad t_0 \leq t < +\infty \quad (2)$$

и начальном условии

$$u(t_0, s) = \varphi(s), \quad s \in [-L, L]. \quad (3)$$

Адрес для корреспонденции: Борздыко Вероника Ивановна. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни 299/4, Институт математики им. А. Джураева АН РТ.
E-mail: borzdiko37@mail.ru

Здесь постоянная $D > 0$, функция $f(t, s, u, y)$ непрерывна по совокупности аргументов и ω -периодична по t . Предполагается также, что выполняется условие

$$f(t, s, u, y)|_{s=-L} = f(t, s, u, y)|_{s=L} = 0$$

при любом $t \in [0, +\infty)$ и любых действительных значениях u и y . $\tau(t)$ – непрерывна и ω -периодична по t .

Уравнение (1) можно рассматривать как дифференциальное уравнение в банаховом пространстве $E = C[-L, L]$, непрерывных на отрезке $[-L, L]$ функций $x(s)$, удовлетворяющих условию

$$x(-L) = x(L) = 0. \quad (4)$$

Норма в E определена равенством

$$\|x\| = \max_{-L \leq s \leq L} |x(s)|.$$

При каждом $t \in [t_0, +\infty)$ в (1) $u(t, s) \in E$. Тогда уравнению (1) можно придать вид

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + f\{t, x(t), x[t - \tau(t)]\}, \quad (5)$$

где A – неограниченный линейный оператор. Будем предполагать, что нелинейный оператор $f(t, x, y)$ в пространстве E обладает свойством непрерывности по совокупности переменных $t, x, y, (t \in [0, \omega], x, y \in E)$. Оператор A определен на линейном многообразии N в E , где N множество непрерывных на $[-L, L]$ функций, имеющих непрерывные производные по s до второго порядка включительно и удовлетворяющих граничным условиям (4), N всюду плотно в E , то есть $\overline{N} = E$. Рассмотрим решения однородного уравнения, соответствующего уравнению (1), при граничных условиях (2) и начальном условии (3). Решая эту задачу методом Фурье, и обозначая решение через $V(t, t_0)\varphi(s)$, где $\varphi(s) \in N$, исследуем свойства оператора $V(t, t_0)$. Оператор $V(t, t_0)$ при каждом t, t_0 линеен и непрерывен на N и потому по непрерывности может быть продолжен на все E , с сохранением нормы [1, с.245].

Оператор $V(t, t_0)$ непрерывно (по норме операторов) зависит от t, t_0 и

$$\max_{-0 \leq t_0 \leq t \leq \omega} \|V(t, t_0)\| \leq V < +\infty.$$

Существует непрерывный линейный оператор $[I - V(\omega, 0)]^{-1}$, определённый на N и по непрерывности продолженный на E с сохранением нормы [1, с.245].

Теорема 1. Оператор $V(t, t_0)$ ($0 \leq t_0 < t < +\infty$) – вполне непрерывный оператор, действующий из $E = C[-L, L]$ в E .

Доказательство. Пусть $\varphi(s) \in N$. Тогда

$$V(t, t_0)\varphi(s) = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\lambda_n(t-t_0)D} C_n S_n(s), \quad (6)$$

где

$$S_n(s) = \begin{cases} \cos \frac{\pi(2\kappa+1)}{2L} s, & n = 2k+1 \\ \sin \frac{\pi(2\kappa)}{2L} s, & n = 2k, \end{cases} \quad (7)$$

$$\lambda_n = \left(\frac{\pi n}{2L} \right)^2.$$

Пусть $M = \{\varphi(s) \in N; \|\varphi\| \leq C\}$ – ограниченное множество в N . Рассмотрим образ этого множества $\Omega = V(t, t_0)(M)$. Покажем, что $\Omega \subset E$ – множество равномерно ограниченных и равностепенно непрерывных функций. В силу формулы (6) при $\varphi(s) \in M$

$$\begin{aligned} |V(t, t_0)\varphi(s)| &= \left| \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\lambda_n(t-t_0)D} C_n S_n(s) \right| \leq \|\varphi\| \cdot 2L \\ &\sum_{n=1}^{\infty} e^{-\lambda_n(t-t_0)D} \leq C \cdot 2L \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\lambda_n(t-t_0)D}, \end{aligned} \quad (8)$$

так как

$$|C_n| = \left| \int_{-L}^L \varphi(s) S_n(s) ds \right| \leq \|\varphi\| \cdot 2L. \quad (9)$$

Ряд в правой части формулы (8) сходится, что можно проверить, пользуясь признаком Даламбера. Поэтому из (8) следует равномерная ограниченность множества Ω в E .

Пусть $\varphi(s) \in M$ и задано произвольное $\varepsilon > 0$. Тогда в силу (7) и (9)

$$\begin{aligned} |V(t, t_0)\varphi(s_1) - V(t, t_0)\varphi(s_2)| &\leq \sum_{n=1}^{\infty} \exp[-\lambda_n(t-t_0)D] |C_n| \\ |S_n(s_1) - S_n(s_2)| &\leq \|\varphi\| 2L \sum_{n=1}^{\infty} \exp[-\lambda_n(t-t_0)D] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \|S'_n(c_n)\| |s_1 - s_2| \leq \\
& C \cdot 2L \frac{\pi}{2L} \left(\sum_{n=1}^{\infty} n \exp \left[-n^2 \frac{\pi^2}{(2L)^2} (t - t_0) D \right] \right) \\
& |s_1 - s_2| \leq C \pi K |s_1 - s_2| < \varepsilon
\end{aligned} \tag{10}$$

при $|s_1 - s_2| < \delta_0 = \frac{\varepsilon}{C \pi K}$. Здесь K – сумма ряда

$$K = \sum_{n=1}^{\infty} n \exp \left[-n^2 \frac{\pi^2}{(2L)^2} (t - t_0) D \right],$$

сходимость которого проверяется по признаку Даламбера.

Из (10) следует равномерная непрерывность функций из множества Ω . По теореме Арцела отсюда вытекает компактность множества Ω в $E = C[-L, L]$. Так как оператор $V(t, t_0)$ продолжим по непрерывности с \mathbb{N} на всё $\bar{N} = E$, то оценки в (8) и (10) сохраняются и для любой функции $\varphi(s) \in M = \{\varphi(s) \in E, \|\varphi\| \leq C\}$.

Это доказывает теорему.

Рассмотрим уравнение, зависящее от параметра $\lambda \in [0, 1]$, которое при $\lambda = 1$ превращается в уравнение (5):

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + f\{t, x(t), (1 - \lambda)x(t) + \lambda x[t - \tau(t)]\}. \tag{11}$$

При $\lambda = 0$ (11) переходит в дифференциальное уравнение без запаздывания

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + f_0[t, x(t)], \tag{12}$$

где

$$f_0[t, x(t)] = f[t, x(t), x(t)].$$

Если уравнение (12) удовлетворяет условиям существования и единственности решения задачи Коши и решения уравнения (12) нелокально продолжимы, то по траекториям дифференциального уравнения (12) определён в пространстве E оператор сдвига $U(t, 0), (t \geq 0)$. Здесь $U(t, 0)x_0 = p(t, 0, x_0)$, где $p(t, 0, x_0)$ решение уравнения (12) $x(t)$, удовлетворяющее условию $x(0) = x_0$. Будем предполагать, что для оператора сдвига $U(t, 0)$ уравнения (12) на каждом шаре $\|x\| \leq R$ пространства E выполняется неравенство

$$\|U(t, 0)x\| \leq C(R) < \infty, (0 \leq t \leq \omega, \|x\| \leq R).$$

ω -периодические решения уравнения (12) полностью определяются неподвижными точками оператора $U(\omega, 0)$ в пространстве E .

Для уравнения (12), соответствующего уравнению (1) параболического типа, оператор сдвига $U(t, t_0), (0 \leq t_0 < t < +\infty)$ вполне непрерывен в $E = C[-L, L]$ [2, с.306]. Этому утверждению соответствует теорема 1.

Рассмотрим вполне непрерывный оператор, действующий в пространстве E

$$Tx = [I - V(\omega, 0)]^{-1} \int_0^{\omega} V(\omega, \tau) f_0[\tau, U(\tau, 0)x] d\tau. \quad (13)$$

Задача о нахождении ω -периодических решений уравнения (12) сводится к задаче о существовании нулевых точек вполне непрерывного векторного поля в пространстве E .

$$\varphi(x) = x - Tx, \quad (14)$$

где T – оператор (13). Для системы (11), зависящей от параметра $\lambda \in [0, 1]$, рассмотрим в банаховом пространстве $C(E)$, непрерывных при $0 \leq t \leq \omega$ функций со значениями в E , вполне непрерывный интегральный оператор

$$B(\lambda, x) = V(t, 0)[I - V(\omega, 0)]^{-1} \int_0^{\omega} V(\omega, \xi) f\{\xi, x(\xi), (1 - \lambda)x(\xi) + \lambda \tilde{x}_{\omega}[\xi - \tau(\xi)]\} d\xi + \int_0^t V(t, \xi) f\{\xi, x(\xi), (1 - \lambda)x(\xi) + \lambda \tilde{x}_{\omega}[\xi - \tau(\xi)]\} d\xi.$$

Здесь $\tilde{x}_{\omega}(\xi)$ – ω -периодическое продолжение вектор-функции $x(\xi)$ с промежутка $(0, \omega]$ на всю ось. ω -периодические решения уравнения (11) при каждом $\lambda \in [0, 1]$ совпадают с нулевыми точками вполне непрерывного векторного поля в пространстве $C(E)$:

$$\Phi(\lambda, x) = x - B(\lambda, x), \quad \lambda \in [0, 1], \quad x \in C(E).$$

Оператор $B(\lambda, x)$ вполне непрерывен по совокупности переменных $(\lambda, x), (0 \leq \lambda \leq 1, x \in C(E))$. Действительно, в силу полной непрерывности оператора $V(t, t_0), (0 \leq t_0 < t < +\infty)$ (теорема 1) и других перечисленных выше его свойств и непрерывности по совокупности переменных функции $f(t, x, y)$, с применением теоремы Арцела можно показать, что оператор $B(\lambda, x)$:

1) при каждом фиксированном $\lambda \in [0, 1]$ компактен в $C(E)$, то есть переводит каждое ограниченное множество в компактное;

2) оператор $B(\lambda, x)$ непрерывен по x равномерно относительно $\lambda \in [0, 1]$;

3) непрерывен по λ при каждом фиксированном x .

Отсюда следует полная непрерывность оператора $B(\lambda, x)$ по совокупности переменных $(\lambda, x), 0 \leq \lambda \leq 1, x \in C(E)$.

Определение. Области $G \subset E$ и $\Omega \subset C(E)$ имеют общую сердцевину, если множество ω -периодических решений уравнения (12), лежащих в Ω , совпадает с множеством ω -периодических решений, начальные значения которых лежат в G ; при этом предполагается, что на границе Π области Ω нет ω -периодических решений, а на границе Γ области G нет начальных значений ω -периодических решений уравнения (12).

Теорема 2. Пусть для всех ω -периодических решений $x(t)$ уравнения (11) при всех $\lambda \in [0, 1]$ известна общая априорная оценка

$$\|x(t)\| < R_0, t \in [0, \omega].$$

Пусть вращение векторного поля (14) на границе Γ шара $G = (\|x\| \leq R_0)$ в пространстве E отлично от нуля

$$\gamma(\phi, \Gamma) \neq 0.$$

Тогда уравнение (11) при $\lambda = 1$ (т.е. уравнение (5) или, что то же самое, уравнение (1) при граничных условиях(2)) имеет по крайней мере одно ω -периодическое решение.

Доказательство. Рассмотрим в пространстве $C(E)$ область $\Omega = \{x(t) \in C(E); \|x(t)\| \leq R_0\}$. Через Π обозначим границу области Ω . Очевидно, области $G \subset E$ и $\Omega \subset C(E)$ имеют общую сердцевину относительно уравнения (12). Поэтому в силу теоремы двойственности [2, с. 315] имеет место равенство

$$\gamma(\Phi(0, x), \Pi) = \gamma(\phi, \Gamma) \neq 0, \quad (15)$$

где через $\Phi(\lambda, x)$ обозначено вполне непрерывное векторное поле в $C(E)$:

$\Phi(\lambda, x) = x - B(\lambda, x)$, а $\gamma(\Phi(\lambda, x), \Pi)$ – вращение поля $\Phi(\lambda, x)$ на границе области Π при фиксированном $\lambda \in [0, 1]$. В силу условия теоремы векторные поля $\Phi(\lambda, x), (0 \leq \lambda \leq 1, x \in C(E))$ гомотопны на Π [3, с. 14]. Следовательно,

$$\gamma(\Phi(1, x), \Pi) = \gamma(\Phi(0, x), \Pi), \quad (16)$$

Из (15) и (16) вытекает, что $\gamma(\Phi(1, x), \Pi) \neq 0$. Отсюда следует утверждение теоремы.

Пример. В качестве примера уравнения (1), удовлетворяющего перечисленным условиям, может служить уравнение Хатчинсона с диффузией

$$\frac{\partial u(t, s)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u(t, s)}{\partial s^2} + u(t, s) \{a(t) - b(t)u[t - \tau(t), s]\},$$

$$s \in [-L, L], u(t, -L) = u(t, L) = 0, t \geq 0, \quad (17)$$

где постоянная $D > 0$, функция $\tau(t) \geq 0, t \geq 0$ неотрицательная непрерывная и ω -периодическая, функции $a(t)$ и $b(t)$ непрерывные и ω -периодические при $t \geq 0$. Краевая задача (17) для уравнения Хатчинсона с диффузией описывает динамику численности одиночной популяции, расположенной на ограниченном пространственном участке, с учётом миграции особей. [4, с. 388].

ЛИТЕРАТУРА

1. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. – М.: Наука, 1977, 741 с.
2. Красносельский М.А. Оператор сдвига по траекториям дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1966, 329 с.
3. Красносельский М.А., Забрейко П.П. Геометрические методы нелинейного анализа. – М.: Наука, 1975, 510 с.
4. Мари Дж. Нелинейные дифференциальные уравнения в биологии. Лекции о моделях. – М.: Мир, 1993, 397 с.

В.И.БОРЗДИКО

ҲАЛҲОИ ДАВРИИ МУОДИЛАИ ДИФФЕРЕНСИАЛИИ ҒАЙРИ- ЯКЧИНСАИ НАМУДИ ПАРАБОЛИКӢ БО АРГУМЕНТҲОИ ДЕРОЯНД

*Институти математикаи ба номи А.Чураеви
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Дар фазои Банахӣ намуди умумии муодилаи дифференсиалии ғайриякчинсаи типии параболикӣ бо аргументҳои дероянд, ба муодилаи дифференсиалии бо оператори ғайримахдуд табдил дода шудааст. Бо истифода аз мафҳуми гардиши пурраи бифосилаи майдони векторӣ исботи теоремаи мавҷудияти ҳалли даврии муодилаи додасуда оварда шудааст. Ба сифати мисол, муодилаи Хитчинсон бо элементҳои диффузионӣ гирифта шудааст, ки динамикаи шумораи популятсияи якчинсаро ба назардошти муҳочират муайян мекунад.

Калимаҳои калидӣ: фазои Банахӣ – оператори номадуд – оператори пурра бифосила – гардиши майдони векторӣ - ҳалли даврӣ – динамикаи шумораи популятсия.

V.I.BORZDYKO

**ABOUT PERIODIC SOLUTIONS OF DELAY INHOMOGENEOUS
DIFFERENTIAL EQUATIONS OF PARABOLIC TYPE**

A.Dzhuraev Institute of Mathematics, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan

A general delay inhomogeneous differential equation of parabolic type is reduced to a differential equation with an unbounded operator in a Banach space. It is proven the theorem about existence of a periodic solution using the theory about rotation of completely continuous vector fields. It is given for example the Hutchinson's equation with diffusion which describes the number dynamics of a single population taking into account the migration of individuals.

Key words: a Banach space – an unbounded operator – a completely continuous operator – the rotation of vector field – a periodic solution – the dynamics of populations size.

УДК 517.9

Х.С.КУЧАКШОЕВ

ИССЛЕДОВАНИЕ n -МЕРНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ
ГЕОТЕРМАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

Российско-Таджикский (Славянский) университет

Поступила в редакцию 21.05.2014 г.

В работе рассматривается автомодельное решение нелинейного уравнения, описывающего процесс использования геотермальных ресурсов в n -мерном случае. Автомодельное решение получено в явном виде. В одномерном случае приведена абсолютно устойчивая разностная схема.

Ключевые слова: геотермальные ресурсы – автомодельное решение – разностная схема.

В работе рассматривается n -мерный случай математической модели использования геотермальных ресурсов. Для одномерного случая рассматривается соответствующая разностная схема.

Геотермальная энергия – это энергия, получаемая из природного тепла Земли, которая доставляется на поверхность в виде пара или горячей воды.

До двадцатого столетия внутреннее тепло земли применялось только в бытовых и целебных целях. Только в начале XX века стали использовать геотермальные ресурсы для производства электроэнергии.

Впервые эксперимент по производству электроэнергии из термального пара было проведено в Италии Пьером Джинори Конти. И в 1913 г. в г. Лардерелло была пущена в эксплуатацию первая в мире геотермальная электростанция мощностью 250 кВт [1].

В современном мире геотермальная энергетика получила наиболее широкое развитие в таких странах, как США, Исландия, Италия, Франция, Филиппины, Япония, Новая Зеландия, Мексика и Венгрия.

Под огромными территориями в Средней Азии, термальные воды находятся на глубине 2.5-5км. Таджикистан также обладает достаточным количеством источников термальных вод.

Адрес для корреспонденции: Кучакшоев Холикназар Соибназарович. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. М.Турсун-заде, 30, Российско-Таджикский (Славянский) университет.
E-mail: kholiknazar76@gmail.com

К термальным источникам Таджикистана относятся воды источников "Ходжа-Обигарм" (от +38°C до +95°C), "Каук" (+76°C), "Яшилькуль" (+69°C), "Джеланды" (+66,5°C), "Элису" (+63,5°C), "Джартыгумбез" (+63°C), "Токузбулак" (+62°C), "Гармчашма" (+60°C), "Обигарм" (от +41°C до +55°C), "Кызылрабат" (+38,5°C), "Ширгин" (+36°C), "Авдж" (+34°C), "Бахмыр" (+38°C) и др.

Вопросы повышения эффективности добычи геотермальных ресурсов на основе методов математического моделирования недостаточно изучены [2].

В работе [3] была получена следующая математическая модель использования геотермального источника

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = a \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \frac{\partial \rho}{\partial y} \right), \quad 0 < y < \sigma(t), \quad t > 0, \quad a = const, \quad (1)$$

$$\sigma(0) = \sigma_0 > 0, \quad \rho(y, 0) = g(y), \quad 0 < y < \sigma(t), \quad t > 0, \quad (2)$$

$$\rho(0, t) = f(t), \quad 0 < \delta_0 \leq f(t) \leq 1, \quad t > 0, \quad (3)$$

$$\rho(\sigma(t), t) = 1, \quad t > 0, \quad (4)$$

$$\dot{\sigma} = \rho_y(\sigma(t), t), \quad t > 0, \quad (5)$$

где $\rho(y, t)$ – плотность пара.

Рассмотрим n -мерный случай уравнения (1) с коэффициентом $a = 1$,

$$\rho_t(y, t) = |\nabla \rho(y, t)|^2 + \Delta \rho(y, t), \quad y \in R^n, \quad t > 0. \quad (6)$$

Не формулируя конкретную задачу для уравнения (6), находим автомодельное решение этого уравнения.

Автомодельные (инвариантные) решения являются не просто частными решениями, появляющимися по счастливому стечению обстоятельств. Во многих случаях они служат своеобразными “центрами притяжения” широкого множества решений данного уравнения, а также большого класса решений других параболических уравнений, полученных за счёт “нелинейных возмущений” исходного [4].

Конкретный вид автомодельных решений определяется из условий инвариантности уравнения относительно некоторых преобразований. В общем случае, семейство инвариантных решений находятся путём групповой классификации уравнения, которая позволяет выделить все классы уравнений рассматриваемого вида инвариантных относительно некоторых преобразований [5].

Очевидно, что имеет место следующее утверждение.

Утверждение. Уравнение (6) инвариантно относительно преобразований

$$t \rightarrow \frac{t}{k^m}, \quad y \rightarrow \frac{y}{k^{\frac{m}{2}}}, \quad \rho \rightarrow \rho, \quad y \in R^n, \quad k > 0.$$

Из утверждения следует, что уравнение (6) допускает автомодельные решения вида [6]

$$\rho(y_1, \dots, y_n, t) = \frac{1}{(t + T_0)^\alpha} \theta(\xi), \quad T_0 = \text{const}, \quad T_0 > 0, \quad (7)$$

где

$$\xi = \frac{y_1 + \dots + y_n}{(t + T_0)^\beta}. \quad (8)$$

Подставляя (7) и (8) в уравнение (6), находим, что $\alpha = 0$, $\beta = \frac{1}{2}$ и получим обыкновенное дифференциальное уравнение

$$-\frac{\xi}{2} \theta' = \theta'^2 + n\theta^n. \quad (9)$$

Из (7)-(9) находим

$$\rho = \theta = n \ln \left(C_1 \int e^{-\frac{\xi^2}{4n}} d\xi + C_2 \right), \quad C_1, C_2 = \text{const}.$$

Рассмотрим задачу (1)-(5) в случае закреплённых границ, то есть

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = a \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \frac{\partial \rho}{\partial y} \right), \quad 0 < y < l, \quad t > 0 \quad (10)$$

$$\rho(y, 0) = g(y), \quad 0 < y < l, \quad (11)$$

$$\rho(0, t) = f(t), \quad 0 < \delta_0 \leq f(t) \leq 1, \quad t > 0, \quad (12)$$

$$\rho(l, t) = 1, \quad t > 0, \quad (13)$$

$$\rho_y(l, t) = 0, \quad t > 0. \quad (14)$$

Для построения разностной схемы задачи (10)-(14) потребуем достаточную гладкость функций $\rho(y, t)$, $g(y)$, $f(t)$. Разностная схема, соответствующая задаче (10)-(14), с равномерными шагами h и τ имеет вид

$$\frac{z_i^{n+1} - z_i^n}{\tau} = \frac{a}{h} \left(b_{i+1} \frac{z_{i+1}^{n+1} - z_i^{n+1}}{h} - b_i \frac{z_i^{n+1} - z_{i-1}^{n+1}}{h} \right), \quad i = 1, \dots, N-1, \quad n = 0, \dots, K-1, \quad (15)$$

$$z_i^0 = g(y_i), i = 0, \dots, N, \quad (16)$$

$$z_0^{n+1} = f(t_{n+1}), n = 0, \dots, K - 1, \quad (17)$$

$$z_N^{n+1} = 1, n = 0, \dots, K - 1, \quad (18)$$

$$\frac{z_N^{n+1} - z_{N-1}^n}{\tau} + \frac{a}{h^2} (b_{N+1} + b_N)(z_N^{n+1} - z_{N-1}^n) = 0, n = 0, \dots, K - 1, \quad (19)$$

где

$$b_i = \frac{1}{2}(z_i^n + z_{i-1}^n).$$

Имеет место следующая теорема.

Теорема. Разностная схема (15)-(19) аппроксимирует задачу (10)-(14) с первым порядком по τ и вторым порядком по h , и является абсолютно устойчивой.

Решение $z_i^{n+1}, i = 1, 2, \dots, N - 1$, находится методом прогонки [7].

ЛИТЕРАТУРА

1. Свалова В.Б. Комплексное использование геотермальных ресурсов - Георесурсы, 2009, 1(9), с. 17-22.
2. Джаватов Д.К. Оптимизация геотермальных систем как способ повышения эффективности их эксплуатации. Системы обеспечения тепловых режимов преобразователей энергии и системы транспортировки теплоты: Сб. трудов Региональной научно-технической конференции. - Махачкала, 2006, с. 109-113.
3. Primicerio M. An introduction to the mathematical modelling of geothermal resources exploitation - Mathematica Balkanica, 2011, v. 25, pp. 241-256.
4. Илолов М., Кучакшоев Х.С. Об абстрактных уравнениях с неограниченными нелинейностями и их приложениях. – Докл.РАН, 2009, т.428, №3, с.310-312.
5. Самарский А.А., Галактионов В.А., Курдюмов С.П. Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений. - М.: Наука, 1987, 480 с.
6. Кучакшоев Х.С. Автомодельные решения системы уравнений Келлера-Сиджела.- ДАН РТ, 2010, т.53, №6, с.424-431.
7. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. - М.:Наука, 1989, 430 с.

Х.С.КУЧАКШОЕВ

ТАДҚИҚИ МОДЕЛИ МАТЕМАТИКИИ *n*-ЧЕНАКАИ РАВАНДҲОИ ГЕОТЕРМАЛӢ

Донишгоҳи (Славянии) Россияю Тоҷикистон

Дар мақола ҳалли автомоделии муодилаи ғайрихаттӣ, ки раванди истифодабарии манбаъҳои геотермалиро тасвир мекунад, дар ҳолати $n -$ ченака дида меша-

вад. Ҳалли автомоделӣ ба таври ошкор ёфта шудааст. Дар ҳолати якченака схемаи фарқии мутлақан устувор оварда шудааст.

Калимаҳои калидӣ: манбаъҳои геотермалӣ – ҳалли автомоделӣ – схемаи фарқӣ.

KH.S.KUCHAKSHOEV

**INVESTIGATION OF n -DIMENSIONAL MATHEMATICAL MODEL
OF GEOTHERMAL PROCESSES**

Russian-Tajik (Slavonic) University

In this paper automodelling solution for n – dimensional nonlinear equation describing the process of exploiting geothermal resources is considered. Automodelling solution was found in explicit form. In one dimensional case absolutely stable difference scheme is considered.

Key words: geothermal resources – automodelling solution – difference scheme

УДК 517.946

Р.АХМЕДОВ

К ТЕОРИИ МОДЕЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

Таджикский государственный университет права, бизнеса и политики

Поступила в редакцию 23.05.2014 г.

Исследуется поведение решений модельной обобщенной системы Коши-Римана в окрестности сингулярной точки.

Ключевые слова: модельная обобщенная система Коши-Римана – сингулярная точка – представление решений.

1. Постановка задачи. Настоящая работа посвящена исследованию обобщенной системы Коши-Римана вида

$$\partial_{\bar{z}}\Psi - \frac{\alpha}{2z}\Psi - \frac{\lambda}{2z}\bar{\Psi} = 0, \quad z \in G, \quad (1)$$

где $z = x + iy = re^{i\varphi}$, $2\partial_{\bar{z}} = \partial_x + i\partial_y$, $\alpha \neq 0$ – вещественное и $\lambda \neq 0$ – комплексное числа, $\Psi(z)$ – искомая функция и $G = \{z: |z| < R\}$. Решения уравнения (1) рассматриваются в классе функций $C^1(G_0, \beta)$, непрерывно дифференцируемых в области $G_0 = G - \{0\}$ и допускающих в точке $z = 0$ полюс порядка $\beta > 0$.

Частный случай, когда $\alpha = 0$ и (1) принимает вид

$$\partial_{\bar{z}}\Phi - \frac{\lambda}{2z}\bar{\Phi} = 0, \quad z \in G, \quad (2)$$

изучен З.Д.Усмановым в монографии [1]. Им построена теория решений этого уравнения на основе обобщенной интегральной формулы Коши и обобщенного интеграла типа Коши.

Адрес для корреспонденции: Ахмедов Рахмат. 735700, Республика Таджикистан, г.Худжанд, 17 мкр, д.1, Худжандский государственный университет права, бизнеса и политики.
E-mail: Ahmadovrahmat@rambler.ru

Исследование уравнения (1) производится на основе соотношения

$$\Psi(z) = r^\alpha \Phi(z), \quad (3)$$

устанавливающего взаимно-однозначное соответствие между множествами решений $\{\Psi(z)\}$ уравнения (1) из класса $C^1(G_0, \beta)$ и решений $\{\Phi(z)\}$ уравнения (2) из класса $C^1(G_0, \alpha + \beta)$.

Ввиду эллиптичности системы (1) и аналитичности её коэффициентов при $|z| > 0$, любое непрерывное решение $\Psi(z)$ автоматически становится бесконечно дифференцируемым и даже аналитическим по переменным x и y вне точки $z = 0$. Следовательно, важным моментом является изучение решений уравнения (1) из класса $C^1(G_0, \beta)$ в окрестности сингулярной точки, включая саму эту точку.

2. Представление решений с помощью рядов

2.1. Случай $\alpha + \beta \geq 0$. В [1] дано представление решений $\Phi(z)$ уравнения (2) аналогом ряда Лорана в круговом кольце $0 < R_0 \leq |z| \leq R_1$, которое для удобства запишем в форме:

$$\Phi(z) = A_0 r^{|\lambda|} + \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda A_k e^{ik\varphi} + P_{-k} \overline{A_k} e^{-ik\varphi}) r^{\mu_k} + B_0 r^{-|\lambda|} + \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda B_k e^{ik\varphi} - P_k \overline{B_k} e^{-ik\varphi}) r^{-\mu_k}, \quad (4)$$

где $\mu_k = \sqrt{k^2 + |\lambda|^2}$, $P_k = \mu_k + k$, $P_{-k} = \mu_k - k$ и A_k, B_k выражаются через граничное значение функции $\Phi(z)$ на окружности $\Gamma = \{z : |z| = R\}$.

Правая часть (4) состоит из суммы двух рядов: первый ряд содержит члены только с положительными степенями r , второй – члены только с отрицательными степенями r . Все члены ряда по отдельности в кольце удовлетворяют модельному уравнению (2). Интерпретируя G_0 как вырожденное круговое кольцо с внутренним радиусом $R_0 = 0$, заметим, что члены второго ряда в (4) имеют в точке $z = 0$ полюс порядка μ_k . Поскольку $\Phi(z)$ согласно (3) не может допускать полюс порядка выше $\alpha + \beta$, мы должны положить $b_k = 0$ и $b_{-k} = 0$ для всех k , удовлетворяющих неравенству $\mu_k > \alpha + \beta$. Разрешая это неравенство относительно k , получим

$$k > \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - |\lambda|^2}.$$

Следовательно, любое решение уравнения (1) из класса $C(G_0, \beta)$, $\beta > 0$ представимо в виде:

$$\Psi(z) = A_0 r^{\alpha+|\lambda|} + \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda A_k e^{ik\varphi} + P_{-k} \overline{A_k} e^{-ik\varphi}) r^{\alpha+\mu_k} + \delta \left(B_0 r^{\alpha-|\lambda|} + \sum_{k=1}^{k_0} (\lambda B_k e^{ik\varphi} - P_k \overline{B_k} e^{-ik\varphi}) r^{\alpha-\mu_k} \right), \quad (5)$$

где $\delta = 1$, если $\alpha + \beta \geq |\lambda|$, и $\delta = 0$, если $0 \leq \alpha + \beta < |\lambda|$; и $k_0 = \left[\sqrt{(\alpha + \beta)^2 - |\lambda|^2} \right]$,

причём квадратными скобками обозначена целая часть числа.

2.2. Случай $\alpha + \beta < 0$. Согласно (3) в этом случае решение $\Phi(z)$ уравнения (2) может допускать нуль порядка не ниже $|\alpha + \beta|$. Проводя аналогичное предыдущему случаю рассуждение для решения $\Psi(z)$ уравнения (1) из класса $C^1(G_0, \beta)$, получим следующее представление:

$$\Psi(z) = \sum_{k=k_1}^{\infty} (\lambda A_k e^{ik\varphi} + P_{-k} \overline{A_k} e^{-ik\varphi}) r^{\alpha+\mu_k}, \quad (6)$$

где $k_1 = 0$, если $|\alpha + \beta| < |\lambda|$; $k_1 = k_0^*$, если $\sqrt{|\alpha + \beta|^2 - |\lambda|^2}$ — целое; $k_1 = k_0^* + 1$, если $\sqrt{|\alpha + \beta|^2 - |\lambda|^2}$ — нецелое; $k_0^* = \left[\sqrt{|\alpha + \beta|^2 - |\lambda|^2} \right]$.

Ряды (5) и (6) представляют общее решение уравнения (1) из класса $C^1(G_0, \beta)$.

При $\alpha > |\lambda|$ обозначим через l_0 максимальное значение индекса k , которое удовлетворяет неравенству $\alpha - \mu_k > 0$ и при $\alpha < 0$ и $|\alpha| > |\lambda|$ обозначим через l_1 минимальное значение индекса k , которое удовлетворяет неравенству $\mu_k - |\alpha| > 0$. Здесь $\mu_k = \sqrt{k^2 + |\lambda|^2}$, $l_0 = \left[\sqrt{\alpha^2 - |\lambda|^2} \right]$ и $l_1 = \left[\sqrt{|\alpha|^2 - |\lambda|^2} \right] + 1$.

На основании представлений (5) и (6) доказываются теоремы:

Теорема 1. Любое непрерывное в области G решение уравнения (1) обращается в нуль в точке $z = 0$. Возможные порядки нуля:

- а) при $\alpha > |\lambda|$ равны $\alpha - \mu_k, k = 0, 1, \dots, l_0$ и $\alpha + \mu_k, k = 0, 1, \dots$
- в) при $\alpha < 0$ и $|\alpha| > |\lambda|$ равны $\mu_k - |\alpha|, k = l_1, l_1 + 1, \dots$
- с) при $-\lambda \leq \alpha \leq \lambda$ равны $\alpha + \mu_k, k = 0, 1, \dots$

Теорема 2. Для любого натурального числа t уравнения (1) имеет решения из класса $C^m(G)$.

При определённых сочетаниях значений α и $|\lambda|$ уравнение (1) допускает аналитические по z и \bar{z} решения в области G , включая точку $z = 0$. Для того чтобы показать, в каких случаях это возможно, введём в рассмотрение следующие вспомогательные множества:

$$\Lambda_{1kp} = \left\{ (\alpha, \lambda), \alpha > |\lambda|, \alpha - \sqrt{k^2 + |\lambda|^2} = k + 2p \right\}, \quad k = 0, 1, \dots, l_0, p = 1, 2, \dots$$

$$\Lambda_{2kp} = \left\{ (\alpha, \lambda), \alpha > 0, \alpha + \sqrt{k^2 + |\lambda|^2} = k + 2p \right\}, \quad k = 0, 1, \dots, p = 1, 2, \dots$$

$$\Lambda_{3kp} = \left\{ (\alpha, \lambda), \alpha < 0, -|\alpha| + \sqrt{k^2 + |\lambda|^2} = k + 2p \right\}, \quad k = l_1, l_1 + 1, \dots, p = 1, 2, \dots$$

Обозначим:

$$\Lambda_1 = \bigcup_{k=0}^{l_0} \left(\bigcup_{p=1}^{\infty} \Lambda_{1kp} \right) \quad \Lambda_2 = \bigcup_{k=0}^{\infty} \left(\bigcup_{p=1}^{\infty} \Lambda_{2kp} \right) \quad \Lambda_3 = \bigcup_{k=l_1}^{\infty} \left(\bigcup_{p=1}^{\infty} \Lambda_{3kp} \right) \quad \Lambda = \bigcup_{j=1}^3 \Lambda_j$$

Теорема 3. Уравнение (1) при $(\alpha, \lambda) \in \Lambda$ допускает аналитические по z и \bar{z} решения в области G , включая точку $z = 0$. Если $(\alpha, \lambda) \notin \Lambda$, то таких решений нет.

Теорема 4. Пусть $(\alpha, \lambda) \notin \Lambda$ и натуральное число m выбрано таким образом, что $m > \alpha + |\lambda|$. Если $\Psi(z) \in C^m(G)$ и $|\Psi(z)| < M, |z| = R$, то при $z \in G$

$$|\Psi(z)| < \frac{MR}{R-r} \left(\frac{r}{R} \right)^{\alpha + \mu_{k_m}},$$

$$\text{где } k_m = \left[\sqrt{(m - \alpha)^2 - |\lambda|^2} \right].$$

Теорема 5. При $(\alpha, \lambda) \notin \Lambda$ уравнение (1) не имеет нетривиальных решений из класса бесконечно дифференцируемых функций в области G , включая точку $z = 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Усманов З.Д. Обобщенные системы Коши-Римана с сингулярной точкой. Математический институт с ВЦ АН Тадж ССР. – Душанбе, 1993, 244 с.

Р.АХМЕДОВ

ОИД БА НАЗАРИЯИ МУОДИЛАИ НАВЪИ МАХСУС ДОШТА

Донишгоҳи давлатии ҳуқуқ, бизнес ва сиёсати Тоҷикистон

Дар мақола рафтори ҳалҳои системаи моделии умумикардасудаи Коши-Риман дар атрофи нуқтаи сингулярӣ тадқиқ карда мешавад.

Калимаҳои калидӣ: системаи моделии умумикардасудаи Коши-Риман - нуқтаи сингулярӣ-тасвири ҳалҳо.

R.AHMEDOV

ON A THEORY OF THE EQUATION OF A SPECIAL FORM

In the paper a behavior of solutions to the model generalized Cauchy-Riemann System in a neighborhood of the singular point is investigated.

Key words: Generalized Cauchy – Riemann System – singular point – representation of solutions.

УДК 539.21:537.31

Х.С.КАРИМОВ, Х.М.АХМЕДОВ, ФАРХАН МУДАСАР*, НАСИР АХМЕД*,
М.МЕХРАН БАШИР*

**ИЗГОТОВЛЕНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ
ДЕМОНСТРАЦИОННОГО ГЕНЕРАТОРА НА ОСНОВЕ Bi_2Te_3**

Центр инновационного развития науки и новых технологий

АН Республики Таджикистан,

**Институт технологии и прикладных наук им. Гулам Исхак Хана, Пакистан*

Поступила в редакцию 08.08.2014 г.

В работе описано изготовление и исследование свойств термоэлектрического генератора на основе $p\text{-Bi}_2\text{Te}_3$ и $n\text{-Bi}_2\text{Te}_3$. Bi_2Te_3 был допирован сурьмой (Sb) и селеном (Se) соответственно для получения полупроводников p - и n - типов. В качестве конструкционного материала использовалась эпоксидная смола, и как электро- и теплопроводные материалы применялись припой на основе SnPb и медь. Демонстрационный генератор содержал 4 пары термоэлектрических элементов. Были измерены напряжения и токи генератора в зависимости от градиента температуры и вольт-амперная характеристика. При градиенте температуры, равном 110°C , значения напряжения, тока и коэффициента Зеебека генератора были равны 72.0 мВ , 80.0 мкА и $650\text{ мВ}/^\circ\text{C}$. Добротность (ZT) генератора была равна 0.9 при 27°C .

Ключевые слова: коэффициент Зеебека – напряжение – термоэлектрический генератор – ток – теллурид висмута – эпоксидная смола – градиент температуры.

В настоящее время интерес к полупроводниковым термоэлектрическим элементам, работающим на эффекте Зеебека, значительно возрос, во-первых, в связи с нехваткой энергии, используемой в промышленности и в быту, и во-вторых, в связи с успехами в разработке термоэлектрических материалов, в частности наноматериалов [1,2], в которых величина эффективности преобразования тепловой энергии в электрическую сопоставима с эффективностью солнечных элементов.

Адрес для корреспонденции: Ахмедов Хаким Мунавварович. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Рудаки, 33, Центр инновационного развития науки и новых технологий АН РТ.
E-mail: khakim48@mail.ru

Стоимость термоэлектрического генератора и соответственно производимой электроэнергии зависит не только от стоимости полупроводников, используемых в генераторах, но и от стоимости конструкционных, электро- и теплопроводных материалов, а также конструкции. В [3] нами были представлены результаты исследования параметров термоэлектрических элементов на основе углеродных нано-трубок. Как известно, материалы на основе висмута и теллура относятся к термоэлектрическим материалам [4,5]. В данной работе описаны изготовление и исследование демонстрационного термоэлектрического генератора на основе $p\text{-Bi}_2\text{Te}_3$ и $n\text{-Bi}_2\text{Te}_3$, в котором в качестве конструкционного материала использовалась эпоксидная смола.

Термоэлектрические материалы $p\text{-Bi}_2\text{Te}_3$ и $n\text{-Bi}_2\text{Te}_3$ были приобретены за рубежом у китайской компании MTG (Merit Technology Group) в виде слитков. Bi_2Te_3 был допирован сурьмой (Sb) и селеном (Se) соответственно для получения полупроводников p - и n -типов. Параметры слитков были следующие: длина - 200 мм, диаметр - 30 мм, рабочая температура $< 500^\circ\text{C}$, добротность (ZT) 0.9 при 27°C , чистота материала - 99.99%.

Термоэлектрические элементы размерами 7 мм, 3.5 мм вырезались из цилиндрических слитков.

Для изготовления генератора термоэлектрические элементы из $p\text{-Bi}_2\text{Te}_3$ и $n\text{-Bi}_2\text{Te}_3$ устанавливались вертикально в специальной форме на определённом расстоянии одна от другой. Дно этой формы заливалось эпоксидной смолой с отвердителем. По истечении 10 ч эпоксидная смола полностью затвердевала, её толщина составляла 1.5 мм. Далее эта процедура повторялась с противоположной стороны термоэлементов. В результате термоэлементы были механически прочно зафиксированы в генераторе. Медные полоски шириной 2.5 мм и толщиной 0.4 мм с помощью припоя из Sn/Pb, температура плавления которого равна 188°C , соединяли термоэлектрические элементы между собой.

На рис.1 приведены вид сбоку (а) и вид сверху (б) термоэлектрических элементов, установленных в генераторе с помощью эпоксидной смолы. Всего в демонстрационном термоэлектрическом генераторе было установлено четыре пары элементов из $p\text{-Bi}_2\text{Te}_3$ и $n\text{-Bi}_2\text{Te}_3$, электрически соединённых последовательно. Горячие и холодные контакты соответственно были на противоположных концах элементов. Эпоксидная смола не покрывала боковые поверхности элементов, что позволяло избежать возможного снижения разности температур между горячими и холодными контактами из-за теплопроводности эпоксидной смолы.

На рис.2 приведены зависимости напряжения холостого хода и тока короткого замыкания термоэлектрического генератора на основе $p\text{-Bi}_2\text{Te}_3$ и $n\text{-Bi}_2\text{Te}_3$ от градиента температуры. Как видно из рисунка с ростом градиента температуры напряжение холостого хода и ток короткого замыкания возрастают, и эти зависимости являются квазилинейными.

На рис.3 приведена вольт-амперная характеристика термоэлектрического генератора на основе $p\text{-Bi}_2\text{Te}_3$ и $n\text{-Bi}_2\text{Te}_3$ при градиенте температуры равном 110°C . Данная характеристика является типичной для термоэлектрических генераторов.

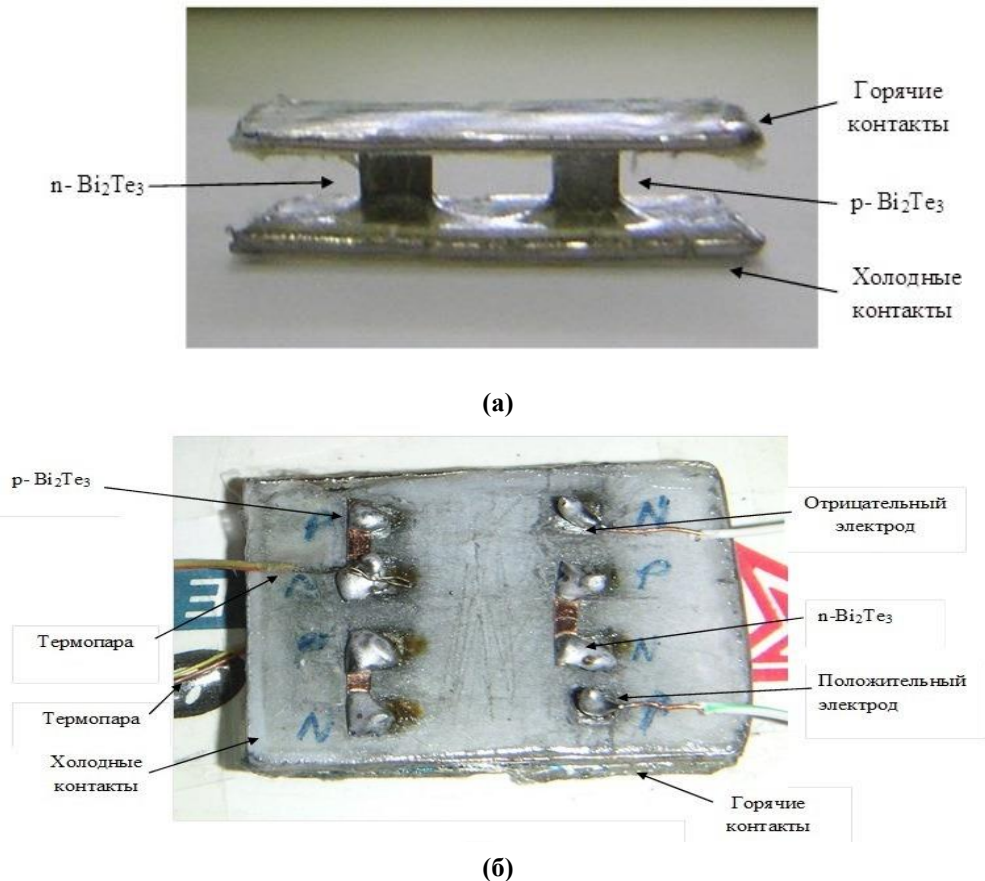


Рис.1. Вид сбоку (а) и вид сверху со стороны холодных контактов (б) термоэлектрического генератора на основе элементов из $p\text{-Bi}_2\text{Te}_3$ и $n\text{-Bi}_2\text{Te}_3$, установленных в генераторе с помощью эпоксидной смолы.

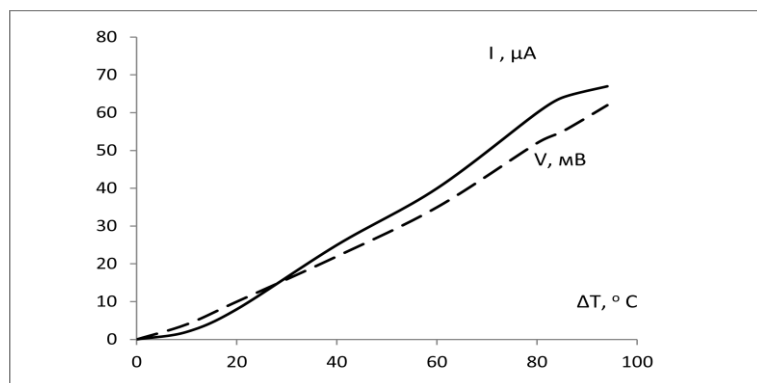


Рис.2. Зависимости напряжения холостого хода и тока короткого замыкания термоэлектрического генератора на основе $p\text{-Bi}_2\text{Te}_3$ и $n\text{-Bi}_2\text{Te}_3$ от градиента температуры.

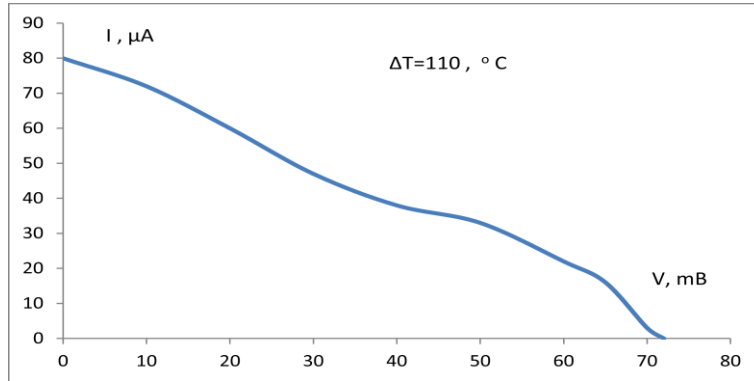


Рис.3. Вольт-амперная характеристика термоэлектрического генератора на основе p-Bi₂Te₃ и n-Bi₂Te₃ при градиенте температуры равном 110°C.

Максимальная эффективность термоэлектрического генератора определяется по следующей формуле [6]:

$$\eta_{\max} = \frac{T_H - T_C}{T_H} \frac{\sqrt{1 + ZT} - 1}{\sqrt{1 + ZT} + \frac{T_C}{T_H}} \quad (1)$$

где T_H и T_C – температуры горячего и холодного концов термоэлектрических элементов, $ZT=0,9$ при $T=27^\circ\text{C}$ в соответствии со спецификацией к термоэлектрическому материалу данному поставщиком. Учитывая, что средняя температура термоэлемента была равна 105°C при T_H и T_C , равных 160°C и 50°C соответственно, и ZT снижается с повышением температуры [2] до 0.5, используя выражение (1), можно получить значение максимальной эффективности, равной 9.9%. В действительности эффективность, как правило, ниже и существенно зависит от структуры и состава материала. В последние годы исследование термоэлектрических элементов на основе наноматериалов показало, что ZT у них значительно выше, чем у обычных материалов того же состава. Например, максимальное значение ZT в нано BiSbTe достигает 1.5, а в обычном BiSbTe ZT примерно равно 1.0 [2].

Термоэлектрическая эффективность (Z) определяется следующим выражением [3,7]:

$$Z = \alpha^2 \sigma / k_{\text{tot}}, \quad (2)$$

где α – коэффициент Зеебека, σ – электропроводность и $k_{\text{tot}}=k_{\text{el}}+k_{\text{ph}}$ – общая теплопроводность, равная сумме электронной и фононной составляющей теплопроводности. Поэтому определение на наших образцах Z и соответственно уточнение величины ZT будет предметом последующих исследований, связанных с измерением теплопроводности и электропроводности на этих образцах. Коэффициент Зеебека определяется из следующего выражения:

$$\alpha = V_{xx} / \Delta T, \quad (3)$$

где V_{xx} и ΔT – напряжение холостого хода и градиент температуры.

По нашим оценкам значения напряжения холостого хода, тока короткого замыкания и коэффициента Зеебека генератора при градиенте температуры, равном 110°C , были равны 72.0 мВ, 80.0 мкА и $650 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$. В последнее время на пленочных термоэлектрических элементах толщиной 11 мкм на основе n-Si/SiGe-p-B₄C/B₉C, осажденных на кремниевую подложку толщиной 5 мкм была получена высокая эффективность, равная 15% [1,2]. Это означает, что термоэлектрические генераторы могут конкурировать с солнечными элементами. Вместе с тем термоэлектрический эффект используется не только для преобразования энергии, но и в измерительной технике для измерения градиента температуры, который в свою очередь используется, например, для определения концентрации газов (CO, CH₄ и C₂H₅OH) [7] с помощью термоэлектрических элементов на основе окиси олова и окиси индия.

В [8] показано, что измерением градиента температуры термоэлектрическими элементами на основе Bi₂Te₃-Sb₂Te₃ (p-типа) и Bi₂Te₃-Bi₂Se₃ (n-типа), имеющих высокую добротность (TZ), были определены скорости потока газов. Очевидно, исследованный в данной работе термоэлектрический генератор также может быть использован в измерительной технике, так как зависимость напряжения холостого хода генератора от градиента температуры является кватилинейной (рис.2).

В термоэлектрических генераторах обычно в качестве конструкционного материала используют корундовые пластинки размером 40x40x8 мм³: по одной со стороны горячих и холодных концов термоэлементов. Стоимость пластинки составляет от 1.64 до 11.6 дол. Стоимость 1 кг эпоксидной смолы и отвердителя, использованных вместо корундовых пластин, равна 4.66 дол., чего достаточно для изготовления 50 небольших термоэлектрических генераторов. Из этого следует, что стоимость эпоксидной смолы и отвердителя, использованных в изготовлении термоэлектрического генератора, намного ниже стоимости корундовых пластин применяемых для этих же целей.

Таким образом, в данной работе описано изготовление и исследование свойств термоэлектрического генератора на основе p-Bi₂Te₃ и n-Bi₂Te₃. Установлено, что при относительно низких температурах в качестве конструкционного материала эпоксидная смола имеет следующее преимущество перед корундом: относительно низкая стоимость. Вместе с тем эпоксидная смола обладает необходимой прочностью и низкой теплопроводностью. Показано, что напряжение холостого хода и ток короткого замыкания датчика зависят от градиента температуры квазилинейно. Данный термоэлектрический генератор может использоваться для демонстрационных целей и/или измерения градиента температуры в измерительной технике, например для определения концентрации газов. При демонстрации работы термоэлектрического генератора может использоваться любой маломощный источник тепла, включая лампу накаливания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bass J.C. et al. High efficient quantum well thermoelectric for waste heat power generation. Hi-Z Technology, Inc., San Diego, CA 92126.
2. Minnich A.J., Dresselhaus M.S., Ren Z.F. and Chen G. – Energy Environ. Sci., 2009, v.2, pp.1241-1245.
3. Каримов Х.С., Ахмедов Х.М., Абид М., М.Мехран Башир, Шафик У., Али М.. Исследование датчика градиента температуры на основе углеродных нано-трубок – ДАН, 2012, т.55 №8, с. 626-631.
4. Kadhim A., Hmood A., Hassan X.A. Electrical characterization of thermoelectric generators based on p-type Bi_{0.4}Sb_{1.6}Se_{2.4}Te_{0.6} and n-type Bi₂Se_{0.6}Te_{2.4} bulk thermoelectric materials” – Mater. Lett., 2013, v. 97, №0, pp. 24-26.
5. Lin W., Wesolowski D., Lee C. Barrier/bonding layers on bismuth telluride (Bi₂Te₃) for high temperature thermoelectric modules. – J. Mater. Sci. Mater. Electron., 2011, v.22, №9, pp. 1313-1320.
6. Jeffrey Snyder G. – Small thermoelectric Generators, The Electrochemical Society, Interface, Fall, 2008, pp.54-56.
7. Шелимова Л.Е. и др. Анизотропные термоэлектрические материалы для термогенераторов на основе слоистых тетрадимитоподобных халькогенидов. – Перспективные материалы, 2008, №2, с. 28-38.
8. Papadopoulos C.A., Vlachos D.S., Avaritsiotis J.N. – Sensors and Actuators B 34 1996, pp.524-527.

Ҳ.С.КАРИМОВ, Ҳ.М.АХМЕДОВ, ФАРҲАН МУДАСАР*, НАСИР АХМЕД*,
М.МЕХРАН БАШИР*

СОХТАН ВА ТАҲҚИҚ НАМУДАНИ ҲОСИЯТҲОИ ГЕНЕРАТОРИ ТЕРМОЭЛЕКТРИКИИ НАМОИШӢ ДАР АСОСИ Bi₂Te₃

*Маркази рушди инноватсионии илм ва технологияҳои нави
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон,*

**Институти технология ва илмҳои бунёдии ба номи Фулом Исҳоқ Хон, Покистон*

Дар қори мазкур тарзи сохтан ва таҳқиқ намудани генератори термоэлектрикии намоишӣ дар асоси p-Bi₂Te₃ ва n-p-Bi₂Te₃ тасниф карда шудааст. Шиддат ва ҷараёни генератор вобаста ба градиенти ҳарорат ва нишондиҳандаи вольт-амперӣ ҳангоми ба 110°C баробар будани градиенти ҳарорат чен карда шудаанд.

Генератори мазкурро ба ғайр аз мақсадҳои намоишӣ, ҳамчунин дар техникаи ченкунанда, барои чен кардани градиенти ҳарорат ва муайян намудани консентратсияи баъзе газҳо (СО, СН₄ ва ғайра) истифода кардан мумкин аст.

Калимаҳои калидӣ: коэффисиенти Зеебек – шиддат – генератори термоэлектрикӣ – ҷараён – теллуриди висмут – қатрони эпоксидӣ – градиенти ҳарорат.

KH.S.KARIMOV, KH.M.AKHMEDOV, FARHAN MUDASAR*, NISAR AHMED*,
M.MEHRAN BASHIR*

**FABRICATION AND INVESTIGATION OF PROPERTIES
OF DEMONSTRATION THERMOELECTRIC GENERATOR ON THE BASE
OF Bi₂Te₃**

*Center of Innovative development of science and new technologies,
Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan,*

**Gulam Ishak Khan Institute of Technology and Applied Science, Pakistan*

In this paper the fabrication and investigation of properties of thermoelectric generator based on Bi₂Te₃ are described. Voltage and current relationships on gradient of temperature and current-voltage characteristics at gradient temperature of 110°C were measured. The generator can be used for demonstration purposes.

Key words: Seebeck coefficient – voltage – thermoelectric generator – current – bismuth telluride – ethoxyline resin – gradient of temperature.

УДК 621. 315. 592

И.ИСМАИЛОВ

**ФОТОЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ КРИСТАЛЛА ПЕНТОФОСФАТА НЕОДИМА
ПРИ НАКАЧКЕ ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ**

*Физико-технический институт им. С.У.Умарова АН Республики Таджикистан
Поступила в редакцию 14.05.2014 г.*

Проведены исследования фотолюминесценции (ФЛ) пентофосфата неодима NdP_5O_{14} при накачке полосковым лазерным диодом на основе $GaAlAs$ с длиной волны генерации $\lambda=803.4$ нм при 77К и $\lambda=856$ нм при 300 К. Показано, что интенсивная фотолюминесценция пентофосфата неодима наблюдается как при накачке излучением гетеролазера, совпадающем с полосой поглощения кристалла, так и при накачке излучением, лежащем вне полосы поглощения. Подтверждением этому также является интенсивная фотолюминесценция кристалла при накачке излучением аргонового лазера с длиной волны $\lambda=487$ нм.

Ключевые слова: кристалл – гетеролазер – диод – накачка – неодим.

В последние годы разрабатывались различные варианты создания малогабаритных твердотельных лазеров, в которых накачка производится с помощью полупроводниковых инжекционных лазеров или светодиодов. В качестве активного рабочего тела рассматривался ряд материалов, допускающих введение больших концентраций ионов Nd^{3+} [1,2].

В данной работе приведены результаты изучения спектров фотолюминесценции пентофосфата неодима (ПФН)- NdP_5O_{14} при возуждении излучением полоскового гетеролазера с длиной волны $\lambda=803.4$ нм при 77 К и $\lambda=865$ нм при 300 К, а также при возбуждении излучением аргонового лазера с длиной волны генерации $\lambda=487$ нм.

В кристаллах ПФН благодаря большой концентрации Nd^{3+} достигаются высокие коэффициенты усиления на единицу длины, что делает возможным на их основе создавать миниатюрные лазеры с размерами, характерными для инжекционных лазеров. Такие миниатюрные твердотельные лазеры будут обладать не только простотой устройства,

Адрес для корреспонденции: Исмаилов Исроилжан. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/1, Физико-технический институт АН РТ. E-mail: ismail@tascampus.eastera.net

компактностью, высокой эффективностью, свойственной инжекционным лазерам, но и более высокой когерентностью и температурной стабильностью параметров излучения. Такие лазеры представляют большой интерес для целей интегральной оптики, систем оптической связи и имитации излучения твердотельных лазеров.

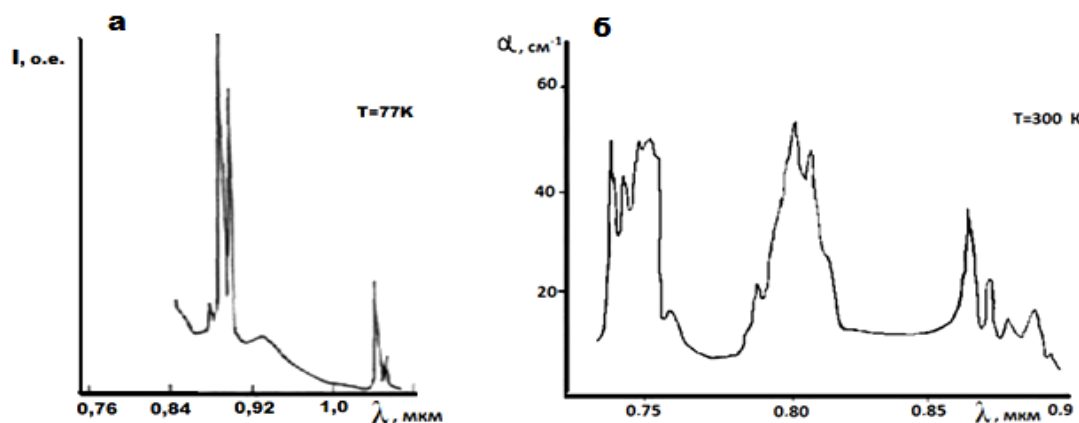


Рис. Спектры фотолюминесценции (а) и поглощения (б) $\text{NdP}_5\text{O}_{14}$ [3].

Таблица

Некоторые кристаллофизические параметры пентофосфата неодима

Температура кристаллизации, °С	Плотность, г/см ³		Размеры кристаллов, мм	Температура разложения, °С	Показатель преломления
	эксперимент	расчёт			
520	3.418	3.38	4.02.4×3.5	850	1.603-1.618
550	3.418	3.38	16.0×12.1×0.52	850	1.603-1.618

В работе [3] было проведено возбуждение фотолюминесценции кристаллов пентафосфата неодима ($\text{NdP}_5\text{O}_{14}$) при их накачке излучением люминесцентного диода на основе $\text{GaP}_x\text{-As}_{1-x}$ с $x=0.08$ с длиной волны в максимуме полосы спонтанного излучения 810 нм при температуре 77 К. Спектр фотолюминесценции кристалла пентафосфата неодима состоит из нескольких узких полос с длиной волны при максимуме 836, 896 и 1005 нм (см. рис. а).

Некоторые сведения о методике выращивания и структурных характеристиках пентафосфатов редкоземельных элементов сообщаются в [4-7]. Используемые в данной работе монокристаллы пентафосфата неодима были выращены по методике, приведенной в [6]. Исходными веществами служили окись неодима марки осч. и чистая ортофосфорная кислота 86%-ной концентрации. Исходные вещества тщательно перемешивались в стеклоглеродном тигле марки СУ-2000 и помещались в печь сопротивления на участке, где перепад температуры по длине и поперечному сечению составлял наименьшее значение. При температуре 520-550°С в течение 245 ч удалось вырастить монокристаллы $\text{NdP}_5\text{O}_{14}$ с максимальными размерами 16.0×12.1×0.52 мм. Кристаллы были прозрачны с

характерной для ионов Nd^{3+} окраской и имели преимущественно ромбовидную форму. Однако в каждом опыте попадались 2-3 образца столбчатого габитуса.

Идентификация полученной фазы проводилась химическим и рентгенофазовым анализами. Содержание фосфора в NdP_5O_{14} определялось по методике, описанной в [9], а неодима - оксилатным методом. Плотность кристаллов определялась пикнометрическим методом. Полученные результаты при $20^\circ C$ в гексане, усредненные по пяти измерениям, представлены в таблице.

Полосковые лазерные диоды на основе гетероструктур $AlGaAs/GaAs$, использованные для возбуждения кристалла пентофосфата неодима, имели ширину излучающего слоя $\sim 10-15$ мкм, длина волны генерации $\lambda=803.4$ нм ($77K$), $I_{пор}=35$ мА. Возуждалось несколько мод. При комнатной температуре длина волны генерации составляла $\lambda=856$ нм при $I_{пор}=200$ мА (сильно грелись при комнатной температуре).

При комнатной температуре наблюдались линии ФЛ пентофосфата при $\lambda=868$ нм и 876 нм. и еще две длинноволновые полосы. При токах выше порога генерации ~ 200 мА появлялась полоса ~ 1050 нм.

При $77 K$ возбуждалась широкая полоса ФЛ в в котором выделялись узкие полосы излучения с максимумами $\lambda=868$ нм, 890 нм, 900 нм, 918 нм, 930 нм и 934 нм. Возбуждалась также и длинноволновая полоса с $\lambda\sim 1050$ нм.

Фотолюминесценция кристалла пентофосфата неодима также налюдалась при накачке излучением аргонового лазера с длиной волны $\lambda=487$ нм (2.54 эВ)

Мощность излучения аргонового лазера достигала $P=1.35$ Вт. При фокусировнии излучения лазера на поверхности кристалла пентофосфата неодима плотность энергии была равна $W_{mac}=0.19 \cdot 10^6$ Вт/см².

Минимальный ток через диод, при котором был зарегистрирован спектр фотолюминесценции образца NdP_5O_{14} , был равен 8 мА. При этом поглощенная образцом мощность излучения составляла 0.003 мВт, а плотность мощности 0.03 Вт/см³. Наибольшая плотность возбуждения достигала 3.3 Вт/см³.

Получены спектры фотолюминесценции и их относительные интенсивности для переходов $^4F_{3/2} \rightarrow ^4I_{9/2}$, и $^4F_{3/2} \rightarrow ^4I_{11/2}$ и их основных мультиплетов при двух уровнях возбуждения. Результаты позволяют сделать вывод, что в указанном интервале плотностей возбуждения как относительные интенсивности линий, так и квантовый выход люминесценции остаются постоянными.

На рис.а. представлен спектр фотолюминесценции образца NdP_5O_{14} при плотности возбуждающей мощности 1.25 Вт/см³ [3]. Из-за наличия фона от длинноволновой широкой полосы спонтанного излучения люминесцентного диода с максимумом 930 нм ряд характерных полос люминесценции неодима, лежащих в области $900-930$ нм, не проявляется.

Относительная интенсивность полос люминесценции, связанных с различными переходами ионов неодима, зависит как от кристаллической основы, так и от зарядового

состояния иона неодима. Как правило, в большинстве кристаллов, активированных ионами неодима, наиболее интенсивной является фотолюминесценция, связанная с переходами $\lambda = 1060$ нм, на которых при высоких уровнях возбуждения достигается генерация. Однако имеются сообщения о генерации на переходах с $\lambda = 914.5$ нм при 77 К

В заключение отметим, что накачка излучением люминесцентных диодов является весьма простым и удобным методом изучения фотолюминесценции различных кристаллов. Создавая резонаторы с высокой добротностью и используя высокие уровни возбуждения, можно создать миниатюрные лазеры на основе кристаллов пентофосфата редкоземельных элементов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Денкер Б.И., Кильпио А.В., Максимова Г.В. и др. – Квантовая электроника, 1977, № 4, с. 688 .
2. Бондарь И.А., Денкер Б.И., Доманский А.И. и др. – Квантовая электроника, 1977, № 4, с.302.
3. Исмаилов И., Халиков Б. - Квантовая электроника, 1978, т.5, №4, с.931.
4. Saruwatari M., Kimura B., Yamada B., Nakano J. – Appl. Phys. Letts, 1975, № 27, p.682 .
5. Bagieu-Beucher M., Tranqui D. – Bull. Soc. France Mineral Cristallogr., 1970, №93, p.506.
6. Чудинова Н.Н., Лавров А.В., Тананаев И.В. – Неорганические материалы, 1972, №8, с. 1971.
7. Hong P. – Acta Crystallog, 1974, B30, p.468.
8. Бондарь И.А., Мезенцева Л.П., Доманский А.И. и др. – Журнал неорганической химии, 1975, №20 ,с. 816.
9. Исмаилов И. – ДАН ТаджССР, 1989, т.32, №9, с.596.

И.ИСМАИЛОВ

ФОТОЛЮМИНЕССЕНСИЯ И КРИСТАЛЛИ ПЕНТОФОСФАТИ НЕОДИМ БО ЁРИИ НУРИ ЛАЗЕРӢ

*Институти физикаю техникаи ба номи С.У.Умарови
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Тадқиқи фотолюминесценсияи кристалли пентофосфати неодим $\text{NdP}_5\text{O}_{12}$ бо ёрии накачкаи нурҳои лазери нимнокилии рахӣ, дар асоси гетероструктураи AlGaAs/GaAs , ки дарозии мавҷаш $\lambda = 803.4$ нм бо ҳарорати 77 К ва $\lambda = 856$ нм бо ҳарорати 300 К гузаронида шудааст. Нишон дода шудааст, ки фотолюминесценсияи бошидати пентофосфати неодим ҳам бо ёрии накачкаи нурҳои лазери дарозии мавҷаш муофиқ бо тасмаи фурубарии кристалл ва ҳам бо накачкаи нурҳои берун аз тасмаи фурубарии кристалл хобидан ҳосил мешавад. Инро фотолюминесценсияи кристалл бо ёрии накачкаи нурҳои лазерӣ аргон, ки дарозии мавҷаш $\lambda = 487$ нм мебошад, тасдиқ мекунад.

Калимаҳои калидӣ: кристалл – гетеролазер – диод – накачка – неодим.

I.ISMAILOV

**PHOTOLUMINESCENCE OF THE NEODYMIUM PENTAPHOSPHATE
CRYSTAL UPON EXCITATION BY LASER RADIATION**

S.U.Umarov Physical-Technical Institute, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan

Has been lead the photoluminescence of neodymium pentaphosphate ($\text{NdP}_5\text{O}_{14}$) samples in the which photoluminescence has been excited by the radiation from stripe semiconductor heterolaser based on AlGaAs/GaAs with wave length $\lambda=803,4\text{nm}$ at 77K and $\lambda=856\text{nm}$ at 300K. Has been indicate, what intensive the photoluminescence of neodymium pentaphosphate to observe both at pumping by radiation of heterolaser, coincide with the band absorb, at pumping by radiation to lie outside of the band absorb. The confirmation that to be intensive the photoluminescence of kristal at pumping by radiation of argon laser with wave-length $\lambda=487\text{nm}$.

Key words: kristal – heterolaser – diod – pumping – neodimium.

УДК 546.16

У.Р.ОХУНОВА, М.М.ИОНУСОВ

**ИЗОТЕРМОРАСТВОРИМОСТЬ В СИСТЕМЕ $RbF-CrF_3-HCOOH-H_2O$
ПРИ 25°C**

Худжандский государственный университет им. академика Б.Гафурова

Поступила в редакцию 27.05.2014 г.

Изотермическим методом растворимости исследована система $RbF-CrF_3-HCOOH-H_2O$ при 25°C. Установлено, что в данной системе в зависимости от концентрации фторида рубидия можно получить соединения состава $CrF_3 \cdot 3HCOOH$, Rb_2CrF_5 , Rb_3CrF_6 и $RbF \cdot HCOOH$.

Ключевые слова: изотермическая растворимость – система взаимодействия фторидов – метод Схрейнемакерса.

Бинарный фторид хрома (III) и его фторокомплекс (тройной фторид) с фторидами щелочных металлов нашли широкое применение в различных областях науки и техники. Они являются перспективными магнитными и оптическими материалами, твёрдыми электролитами и умеренными фторирующими агентами в синтезе фторорганических соединений.

Синтез этих фторидов гидрохимическим методом продуктивен, но при использовании этого метода образуются гидратированные фториды, термическое обезвоживание которых сопровождается пиролизом фторида и требует дополнительного фторирования, что усложняет процесс синтеза.

Однако области применения этих фторидов требуют использование безводных материалов, не имеющих кислородсодержащих примесей. Такие материалы можно получить твёрдофазным методом, но этот метод трудоёмок и требует сложного и дорогостоящего аппаратного оформления, работающего в агрессивной фторирующей атмосфере.

В связи с этим исследование взаимодействия фторида хрома (III) с фторидами щелочных металлов в среде неводного растворителя – муравьиной кислоты, является важ-

Адрес для корреспонденции: Охунова Умеда Рахматджоновна. 735700, Республика Таджикистан, г.Худжанд, пр. Мавлонбекова 1, Худжандский государственный университет.
E-mail: hgu-rector@khujandi.com

ной и актуальной задачей, требующей совершенствования существующих методов синтеза, разработки новых доступных и недорогостоящих методов синтеза и улучшения качества получаемых материалов.

В настоящей работе нами изучено взаимодействие в системе $\text{RbF}-\text{CrF}_3-\text{HCOOH}-\text{H}_2\text{O}$ при 25°C .

В качестве исходных веществ использовали $\text{CrF}_3 \cdot 3\text{H}_2\text{O}$, синтезированный растворением свежесажённого гидрокарбоната хрома (III) в 45%-ном растворе фтороводородной кислоты, $\text{RbF} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ марки «ХЧ», муравьиную кислоту марки «ХЧ» и фтороводородную кислоту марки «ОСЧ».

Исследование системы проводили изотермическим методом растворимости при 25°C в широком интервале концентрации фторида рубидия. Состав твёрдых фаз определялся методами Схрейнемакера, аналитической экстраполяции экспериментальных данных [1] и контролировали методами химического и рентгенофазового анализов. Анализ на рубидий и хром в жидкой и твёрдой фазах проводили из одной пробы. Рубидий определяли методом пламенной фотометрии [2], хром – обратным титрованием комплексом III, при $\text{pH} = 10$, индикатором служил метилтимоловый синий [3], фтор – методом отгонки в виде H_2SiF_6 [4] с последующим титрованием нитратом тория.

Данные по исследованию системы приведены в табл. 1.

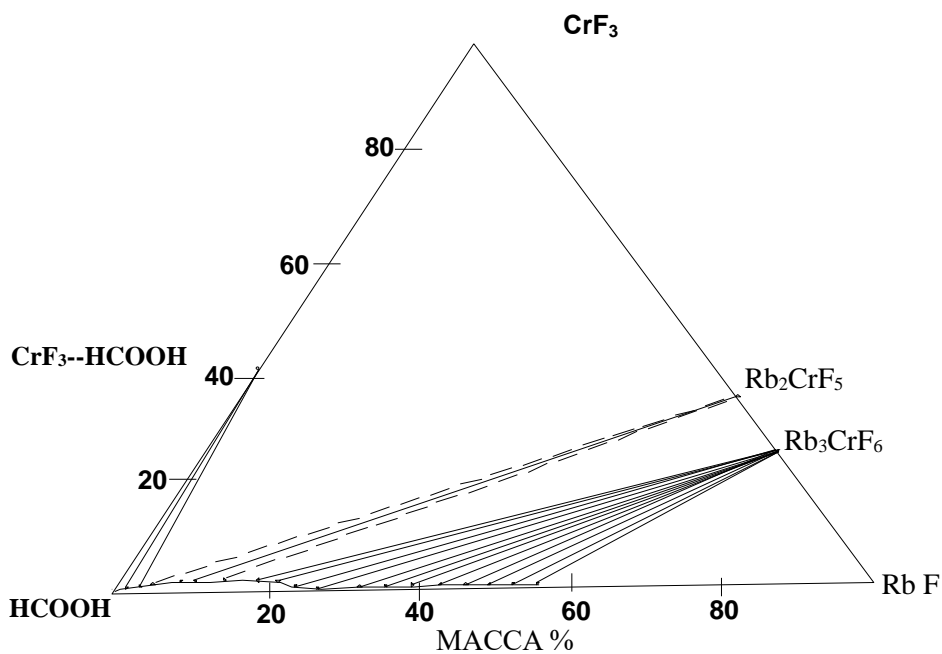
Растворимость фторида хрома (III) и фторида рубидия в муравьиной кислоте при 25°C имеет значение 1.24 мас.% и 56.45 мас.% соответственно. При этом составе твёрдой фазы соответствуют $\text{CrF}_3 \cdot 3\text{HCOOH}$ и $\text{RbF} \cdot \text{HCOOH}$. Введение фторида рубидия в насыщенный муравьинокислый раствор фторида хрома (III) повышает растворимость последнего, что свидетельствует о наличии взаимодействия в системе.

Следует отметить, что введение фторида рубидия в насыщенный муравьинокислый раствор фторида хрома (III) повышает растворимость последнего. Определение состава твёрдых фаз по методу остатков Схрейнемакера и аналитической экстраполяции экспериментальных данных показывает, что в интервале концентрации фторида рубидия 0-4.45 мас.% образуется сольват состава $\text{CrF}_3 \cdot 3\text{HCOOH}$. Как видно из табл.1, повышение растворимости фторида хрома (III) свидетельствует о наличии комплексобразования в системе. Эвтоническая точка раствора содержит 2.66 мас.% CrF_3 и 6.36 мас.% RbF . При дальнейшем повышении концентрации фторида рубидия в узком интервале 8.74-11.02 мас.% RbF образуется пентафторохромат (III) рубидия. Затем начинается образование гексафторохромата (III) рубидия. Эвтоническая точка раствора содержит 2.64 мас.% CrF_3 и 13.95 мас.% RbF . Дальнейшее увеличение концентрации фторида рубидия способствует образованию гексафторохромата (III) рубидия в интервале 15.86-53.42 мас.% RbF . Ветвь кристаллизации фторида рубидия в треугольной диаграмме не наблюдается (рис. 1).

Таблица 1

Система RbF – CrF₃ – HCOOH – H₂O при 25 °С

Жидкая фаза, мас.%		Твёрдая фаза, мас.%		Твёрдая фаза, определённая аналитической экстраполяцией, мас.%		Состав твёрдых фаз
RbF	CrF ₃	RbF	CrF ₃	RbF	CrF ₃	
-	1.24	-	43.23	-	-	CrF ₃ · 3HCOOH
1.02	1.42	0.58	20.28	-	-	
2.33	1.71	1.16	19.52	-	-	
4.45	2.14	2.42	20.58	-	-	CrF ₃ · 3HCOOH
6.36	2.66	20.49	19.55	36.89	38.66	CrF ₃ · 3HCOOH + Rb ₂ CrF ₅
8.74	2.50	39.32	19.66	65.60	34.40	Rb ₂ CrF ₅
10.02	2.52	39.67	18.95	65.60	34.40	Rb ₂ CrF ₅
13.95	2.64	42.95	16.87	70.44	29.55	Rb ₂ CrF ₅ + Rb ₃ CrF ₆
15.86	1.68	45.28	13.88	74.12	25.88	Rb ₃ CrF ₆
18.57	0.92	46.18	13.34	74.10	25.90	
21.48	0.48	46.38	12.51	74.10	25.90	
23.98	0.29	46.93	12.01	74.11	25.89	
26.23	0.22	46.62	11.15	74.11	25.89	
29.35	0.16	48.69	11.28	74.11	25.89	
32.44	0.09	50.16	11.07	74.10	25.90	
35.32	0.08	52.64	11.61	74.10	25.90	
38.55	0.08	53.18	10.69	74.12	25.88	
42.36	0.10	54.32	9.82	74.10	25.90	
45.52	0.08	55.69	9.26	74.11	25.89	
48.68	0.11	57.84	9.28	74.12	25.88	
51.04	0.08	59.35	9.38	74.11	25.89	
53.42	0.08	61.09	9.64	74.12	25.88	Rb ₃ CrF ₆
56.45	-	68.72	-	-	-	RbF HCOOH

Рис. 1. Безводная проекция диаграммы растворимости системы RbF - CrF₃ - HCOOH - H₂O при 25°С.

Обнаруженные в системе соединения выделены и изучены методами химического и физико-химических анализов (табл. 2).

Таблица 2

Элементный анализ состава выделенных соединений

Соединение	Содержание, мас.%							
	Rb		Cr		F		НСООН	
	Выч.	Эксп	Выч.	Эксп	Выч.	Эксп	Выч.	Эксп
$\text{CrF}_3 \cdot 3\text{НСООН}$	-	-	21.08	21.05	23.09	23.08	55.82	55.87
Rb_3CrF_6	60.58	60.57	12.33	12.35	27.07	27.08		

На рис.2 приведена дериватограмма Rb_3CrF_6 , из которой видно, что на кривой ДТА выделяются два термических эндо- и экзоэффекта. Эндоэффект в интервале 60-110°C соответствует потере трёх молекул муравьиной кислоты. Нечёткий экзоэффект при 320-340°C, по-видимому, обусловлен сгоранием органического остатка. Повышение температуры выше 350°C приводит к пиролизу продукта, о чём свидетельствует незначительная убыль массы на термогравиметрической кривой, связанная с частичным пиролизом продукта.

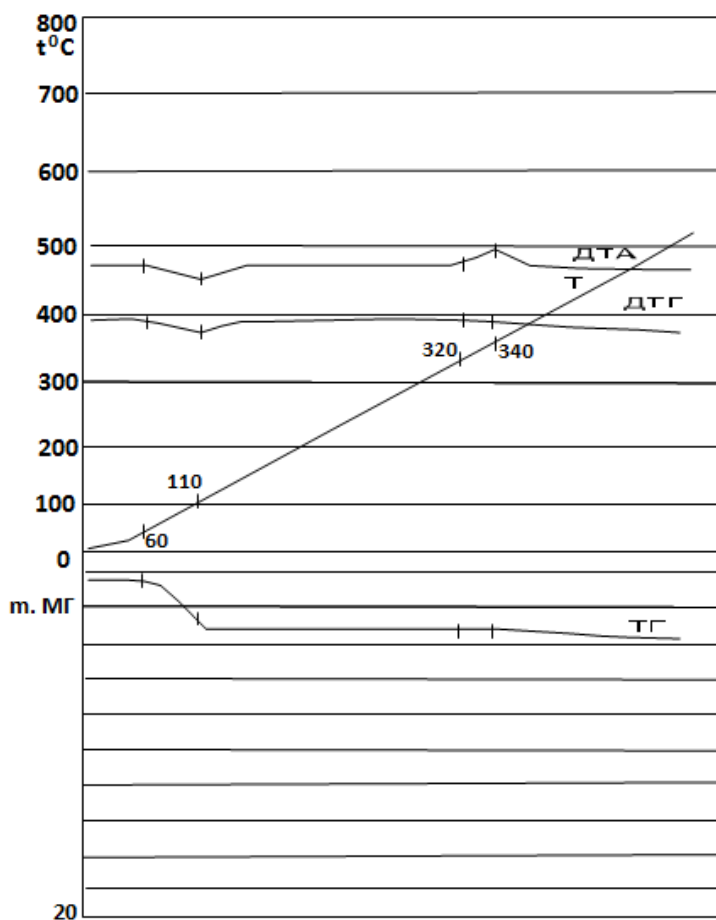


Рис.2 Дериватограмма Rb_3CrF_6 .

В исследованных нами в ИК-спектрах $\text{CrF}_3 \cdot 3\text{HCOOH}$ и Rb_3CrF_6 полосы поглощения при 455 и 460 см^{-1} соответствуют валентным колебаниям Cr–F связей соответственно. Появление слабого плеча в ИК-спектре Rb_3CrF_6 , по-видимому, связано с небольшим снятием вырождения валентного колебания под влиянием кристаллического поля решётки кристалла.

Полученные данные рентгенофазового анализа выделенных соединений совпадают с литературными данными.

Таким образом, исследование системы $\text{RbF} - \text{CrF}_3 - \text{HCOOH} - \text{H}_2\text{O}$ при 25°C показало, что при использовании муравьиной кислоты в качестве растворителя можно получить сольват фторида хрома (III) и безводный пента- и гексафторохромат (III) рубидия. На основании полученных данных разработан способ синтеза безводного фторида хрома (III) и трифторохромата(III) рубидия.

ЛИТЕРАТУРА

1. Опаловский А.А., Самойлов П.П. – Изв. СОАН СССР. Сер. хим., 1963, № 11, вып. 3, 86 с.
2. Полуэктов Н.С. Методы анализа по фотометрии пламени. – М.: Химия, 1967, 295 с.
3. Шварценбах Г.Ш., Флашка Г. Комплексонометрическое титрование. – М.: Химия, 1970, 360 с.
4. Киселева Е.К. Анализ фторсодержащих соединений. – М.-Л.:Химия,1966, 258 с.

У.Р.ОХУНОВА, М.М.ЮНУСОВ

ҲОСИЛШАВИИ ФАЗАҲО ДАР СИСТЕМАИ $\text{RbF} - \text{CrF}_3 - \text{HCOOH} - \text{H}_2\text{O}$

Донишгоҳи давлатии Хуҷанд ба номи академик Б.Гафуров

Дар мақола маълумот оид ба тадқиқи системаи $\text{RbF}-\text{CrF}_3-\text{HCOOH}-\text{H}_2\text{O}$ дар 25°C бо усули ҳалшавандагии изотермӣ оварда шудааст. Муқаррар карда шудааст, ки дар системаи мазкур дар ҳарорати 25°C вобаста аз консентратсияи RbF пайваस्ताҳои $\text{CrF}_3 \cdot 3\text{HCOOH}$, Rb_2CrF_5 , Rb_3CrF_6 ва $\text{RbF} \cdot \text{HCOOH}$ ҳосил мешаванд.

Калимаҳои калидӣ: ҳалшавии изотермӣ – системаи таъсири мутақобилаи фторидҳо – усули Схрейнемакерс.

U.R.OKHUNOVA, M.M.YUNUSOV

THE FORMATION OF PHASES IN SYSTEM $\text{RbF}-\text{CrF}_3-\text{HCOOH}-\text{H}_2\text{O}$

B.GafurovKhugand State University

In article the information about researches of system $\text{RbF}-\text{CrF}_3-\text{HCOOH}-\text{H}_2\text{O}$ at 25°C had been learned with method of isothermal solution. Anole became clear in this system at 25°C concerning of concentration of RbF formatted $\text{CrF}_3 \cdot 3\text{HCOOH}$, Rb_2CrF_5 , Rb_3CrF_6 and $\text{RbF} \cdot \text{HCOOH}$

Key words: isotope solubility – system interaction fluoride – method shreinemakers.

УДК 631.4

Н.Н.РАХМАТОВ, И.У.МИРСАИДОВ, Х.НАЗАРОВ, М.ХИКМАТОВ, У.М.МИРСАИДОВ

**СОРБЦИЯ ИОНОВ УРАНА ИЗ ШАХТНЫХ И ДРЕНАЖНЫХ ВОД
С ПОМОЩЬЮ ШИШЕК АРЧИ В ДИНАМИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ**

*Агентство по ядерной и радиационной безопасности АН Республики Таджикистан
Поступила в редакцию 17.06.2014 г.*

Изучены сорбционные способности шишек арчи при комнатной температуре в динамическом режиме. Установлено, что шишки арчи обладают хорошими сорбционными свойствами и концентрируют 8.8% урана. Большая сорбционная ёмкость делает их одним из перспективных материалов для выработки дешёвых сорбентов.

Ключевые слова: уран – сорбция – шишки арчи – динамическая обменная ёмкость.

Проблема утилизации отходов горнорудных предприятий является весьма актуальной. Содержание тяжёлых металлов в техногенных стоках значительно превосходит санитарные нормы. Многие исследователи разных стран занимаются поиском эффективных сорбционных технологий для извлечения ионов тяжёлых металлов из производственных растворов и техногенных образований.

Нетрадиционным сырьём, которое ещё не нашло широкого применения в промышленности, могут быть косточки различных плодовых деревьев (абрикоса, персика, сливы, вишни, винограда) и скорлупа различных орехов, которые в настоящее время являются отходами производства. В Европе ряд производителей получает прочный активированный уголь из скорлупы кокосового и лесного орехов и оливковых косточек, которые представляют собой отходы производства оливкового масла в странах Средиземноморья [1-3].

В последние годы вновь повысился интерес к адсорбентам, получаемым из растительного сырья [4, 5], поскольку эти материалы существенно дешевле, чем традиционные предшественники (прекурсоры) для получения сорбента, такие как синтетические поли-

Адрес для корреспонденции: Назаров Холмурод Марипович. 735730, Республика Таджикистан, г.Чкаловск, ул.Калинина, 15а, Филиал Агентства по ядерной и радиационной безопасности АН РТ.
E-mail: holmurod18@mail.ru

меры и природные угли. Для решения проблемы очистки шахтных урансодержащих вод от урана нами были использованы шишки арчи.

Большие технологические, эксплуатационные и экономические преимущества по сравнению с сорбцией в статических условиях имеет процесс сорбции в динамических условиях, показателем которой является ёмкость сорбента до начала «проскока» поглощаемых ионов – динамическая обменная ёмкость (ДОЕ). Динамическая обменная ёмкость определяется по формуле:

$$\text{ДОЕ} = \frac{V_R C}{m},$$

где ДОЕ – динамическая обменная ёмкость, мг/г; V_R – объём чистой воды, вышедшей из колонки от начала опыта до появления растворённого вещества, л; C – равновесная концентрация, мг/л; m – масса навески сорбента, г.

Процесс сорбции в динамических условиях исследовали на примере сорбента (шишки арчи и туи) с размером фракций от -4.0 до +2.5 мм. Опыты проводили в колонке диаметром 16 мм. Колонку заполняли сорбентом в количестве 20 г. Исходная концентрация урана составляла 22.5 мг/л; рН=7.8. Результаты насыщения сорбента (шишки арчи и туи) ураном приведены на рис.1.

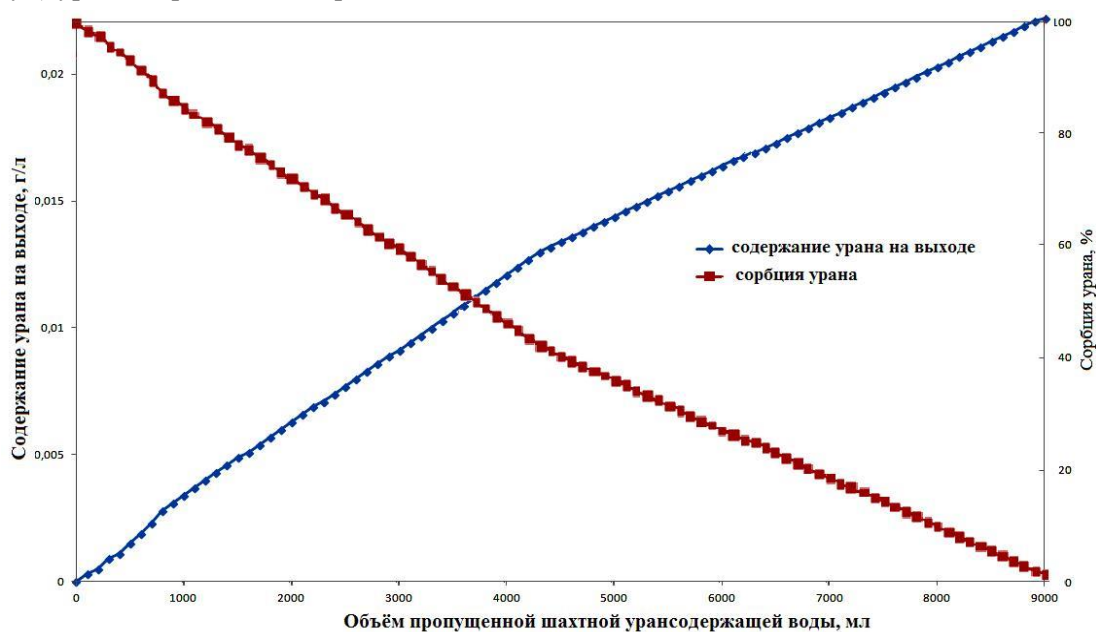


Рис.1. Зависимость сорбции урана от его содержания на выходе и от объёма воды, пропущенной через шишки арчи.

Выявлено, что оптимальная скорость сорбции составляет 4.0-6.0 мл/мин, а в промышленных условиях линейная скорость равна 12 л/ч. Динамическая ёмкость сорбента

по урану составляет 10 мг/г. Прокалка проводилась при 600°C в течение 1 ч. Содержание урана в золе составило 8.8%.

Результаты ИК-спектроскопического и рентгенофазового анализов шишек арчи, насыщенных ураном, в сравнении со спектрами до и после обжига, приведены на рис.2 и 3, отнесения полос поглощения представлены в табл.1.

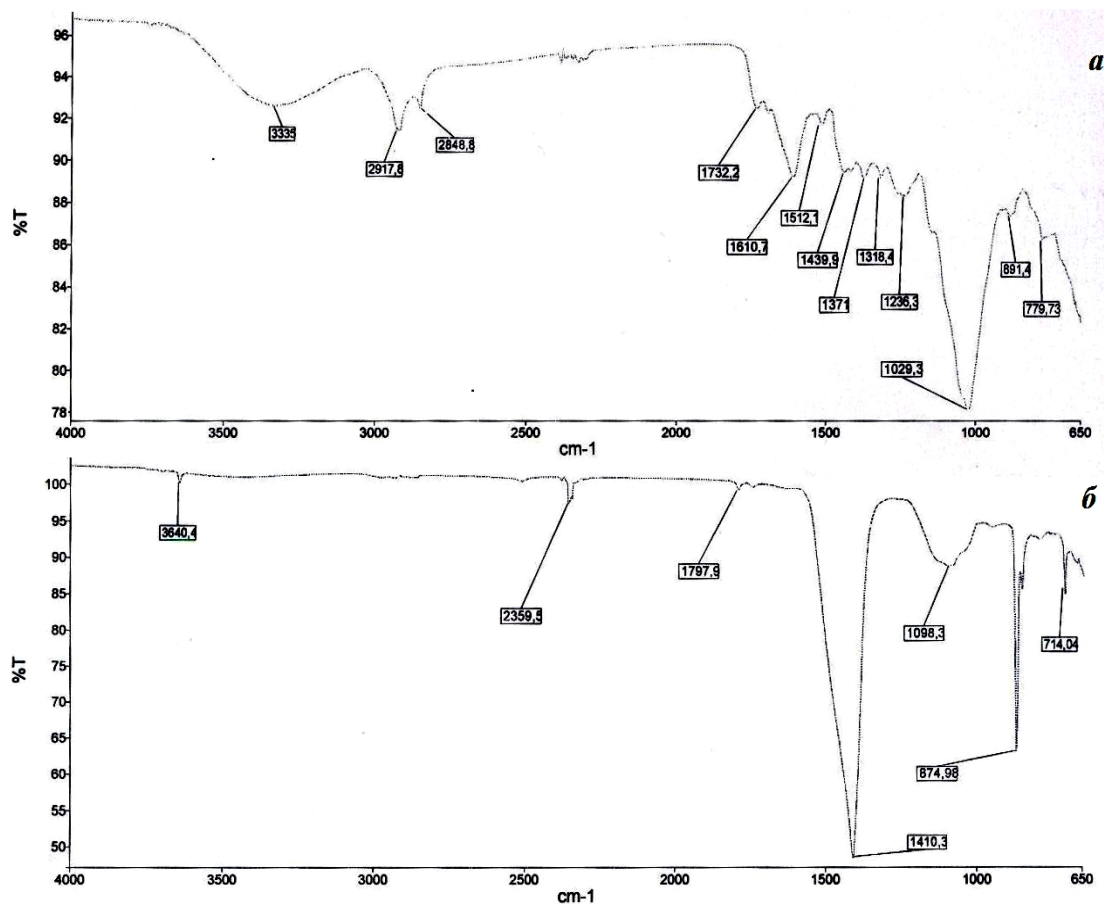


Рис.2. ИК-спектр шишек арчи, насыщенных ураном: а – до обжига; б – после обжига (Т_{обж}=600°C).

Таблица 1

Отнесение полос поглощения

Частота, см ⁻¹	Отнесение полос
1610, 1520, 1512	Валентные колебания С=C-групп бензольного кольца
1490, 1440, 1410	Валентные колебания С=C-групп бензольного кольца, деформационные колебания СН ₂ -групп.
1371, 1318, 1236	Деформационные колебания С-Н-групп СН ₂ , СН ₃ – групп.
1098, 1040, 1029	Плоскостные деформационные колебания С-Н-групп дизамещенного бензольного кольца.
891, 874, 860	Проявляются валентные колебания связей С-С, С-О и деформационные колебания связей О-Н, С-Н.

Рентгеноспектральный анализ исходного продукта и продукта обжига природных сорбентов показал, что сорбенты, кроме урана, насыщаются элементами: Sr, Ca, Mg, Pb,

Rb, Th из состава шахтных вод (табл.2). Поэтому в процессе сорбции урана за счёт насыщения природного сорбента кальцием и магнием из шахтных вод, общая жёсткость воды уменьшается (табл.3).

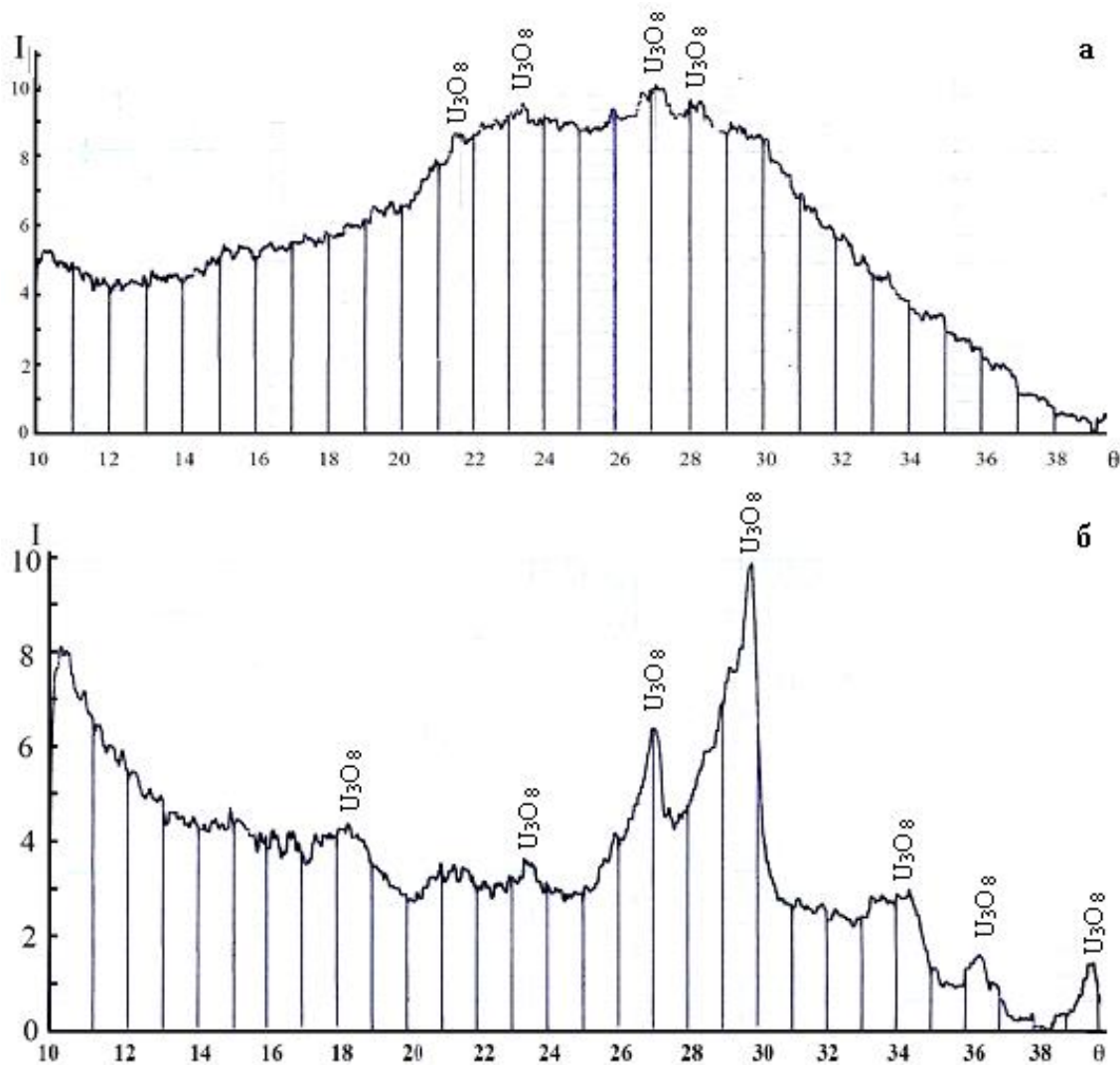


Рис.3. Рентгенограмма шишки арчи, насыщенной ураном: а – до обжига; б – продукта обжига ($T_{\text{обж}}=600^{\circ}\text{C}$).

Таблица 2

Результаты рентгеноспектрального анализа

Пробы	Определяемый элемент, %						
	Sr	Pb	Fe	Mn	Rb	Th	U
исходный продукт	0.594	не обн.	4.614	0.031	0.454	0.0022	0.004
продукт об-жиги	0.825	0.12	1.532	0.668	1.374	0.0831	14.86

Таблица 3

Результаты анализов проб воды месторождения Киик-Тал

№ п/п	Наименование определений	Содержание, мг/л	
		до сорбции	после сорбции
1	Общая жёсткость	16.8* мг-экв/л	13.3 мг-экв/л
2	Щёлочность	2.7	
3	Мутность	0.4	
4	Цветность град.	5.0	
5	рН	7.8	7.1
6	Хлориды	131.13	120.5
7	Сульфаты	780.0*	742.3
8	Кальций	228.0	206.0
9	Магний	66.0	36.0
10	Нитриты	следы	1.82
11	Нитраты	8.13	58.3
12	Аммиак	следы	3.0
13	Железо	0.81*	0.28
14	Сухой остаток	1717.0	1580.0
15	Цинк	не обнар.	
16	Медь	0.0012	
17	Фтор	2.2*	
18	Фосфаты	0.41	
19	Уран	23*	1.8
20	Марганец	0.0012	

* Превышения санитарно допустимой нормы.

В процессе сорбции величина рН раствора достоверно снижалась. Этот факт, как и вытеснение с поверхности сорбента водорода с ионами урана, доказывает ионообменный характер сорбции катионов металлов.

Таким образом, исследование сорбционного процесса с шишками арчи показало эффективность их использования для извлечения урана из шахтных вод. При этом одновременно решаются две задачи: извлечение урана и уменьшение его негативного влияния на состояние окружающей среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лимонов Н.В., Оконцев В.Ф., Глушанков Л.В., Солнцев В.В. – Журнал прикладной химии, 1994, т.67, №10, с.1648-1650.
2. Багреев А.А., Брошник А.П., Стрелко В.В., Тарасенко Ю.А. – Журнал прикладной химии, 2001, т.74, №2, с.202-206.
3. Мирсаидов И.У., Хакимов Н., Назаров Х.М. – ДАН РТ, 2007, т.50, №1, с.46-50.
4. Хакимов Н., Назаров Х.М., Мирсаидов И.У. – ДАН РТ, 2005, т.48, №9-10, с.100-104.
5. Рудковский А.В., Парфенов О.Г., Щипко М.Л., Кузнецов Б.Н. – Химия растительного сырья, 2000, №1, с.61-68.

Н.Н.РАХМАТОВ, И.У.МИРСАИДОВ, Х.НАЗАРОВ, М.ХИКМАТОВ,
У.М.МИРСАИДОВ

ЧАБИШИ ИОНҲОИ УРАН АЗ ОБҲОИ КОНҲО ВА ОБҲОИ ЗАҲБУРӢ БО ЁРИИ ЧАЛҒӢЗАИ АРЧА ДАР ҲОЛАТИ ДИНАМИКӢ

Агентии амнияти ядрой ва радиатсионии Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон

Ҳосияти чабишии чалғӯзаи арча дар ҳарорати хонагӣ бо тартиби динамикӣ омӯхта шудааст. Муқарар карда шуд, ки чалғӯзаи арча соҳиби хосияти хуби чабиш буда ба худ 8.8% уранро ҷамъ мекунад.

Ҳаҷми калони сорбсионӣ, онро ба яке аз материалҳои преспективи барои коркарди сорбенти арзон табдил медиҳад.

Калимаҳои калидӣ: уран – чабиш – чалғӯзаи арча – ғунҷоиши мубодилавии динамикӣ.

N.N.RAHMATOV, I.U.MIRSADOV, M.KHIKMATOV, U.M.MIRSAIDOV

SORPTION OF URANIUM IONS FROM MINE AND DRAIN WATERS USING HOTSHOT OF JUNIPERUS DYNAMICALLY

Nuclear and Radiation Safety Agency, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan

It is investigated sorption abilities of the hotshot of Juniperus in room temperature in the dynamic mode. It is determined that the hotshot of Juniperus has a good sorption properties and it concentrates 8.8% of uranium. Huge sorption volume makes it one of the most perspective materials for production of cheap sorbents.

Key words: uranium – sorption – the hotshot of juniper – dynamic exchange capacity.

УДК 621.793

Р.О.АЗИЗОВ, М.Х.САИДОВ*

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛОТНОСТИ ТЕПЛОВОГО ПОТОКА
ПРИ ГАЗОТЕРМИЧЕСКОМ НАНЕСЕНИИ ПОКРЫТИЙ
ИЗ ПОЛИМЕРНЫХ МАТЕРИАЛОВ**

Президиум АН Республики Таджикистан,

**Таджикский технический университет им. академика М.С. Осими*

Поступила в редакцию 23.07.2014 г.

В статье рассматриваются вопросы моделирования плотности теплового потока при газотермическом нанесении покрытий.

Ключевые слова: тепловой поток – газотермический метод – полимерные материалы – газопламенное напыление.

Анализ методов нанесения полимерных покрытий показывает, что одной из наиболее экономичных и простой в реализации технологией является газотермическое, и, в частности, газопламенное напыление, позволяющее формировать и оплавливать слой в одной технологической операции.

Для нахождения оптимальной плотности теплового потока при газотермическом нанесении покрытий из полимерных материалов рассмотрим равномерный нагрев сферической частицы радиусом R , движущейся в среде с постоянной температурой T_c со скоростью V в течение времени τ при примерно постоянном коэффициенте теплообмена α . С целью упрощения расчётной модели пренебрегаем радиальной и продольной неоднородностью газотермического потока, пространственно временными пульсациями зоны нагрева и абляции материала частиц.

При газопламенном напылении нагрев дисперсного материала обусловлен процессом теплообмена сферической частицы порошка с набегающим на неё потоком газа и описывается задачей о нагреве частицы при подводе к ней тепла по закону Ньютона в

Адрес для корреспонденции: Азизов Рустам Очильдиевич. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 33, Президиум АН РТ. E-mail: azizov.r@mail.ru.

среде с постоянной температурой. В этом случае термосостояние частиц описывается уравнением теплопроводности параболического типа для сферических частиц следующего вида [1]:

$$\frac{\partial [rT(r, \tau)]}{\partial \tau} = a_n \frac{\partial^2 [rT(r, \tau)]}{\partial r^2}, \quad (\tau \geq 0; 0 \leq r \leq R) \quad (1)$$

Начальные и граничные условия следующие

$$T(r, 0) = T_0, \quad -\frac{\partial T(r, \tau)}{\partial r} \Big|_{r=R} + \frac{\alpha}{\lambda_n} [T_c - T(r, \tau)] = 0,$$

$$\frac{\partial T(0, \tau)}{\partial r} = 0, \quad T(0, \tau) \neq \infty.$$

Здесь: R – радиус частицы, м; τ – время нахождения частицы в тепловом потоке, с, ($\tau = (0.3 \div 5) \cdot 10^{-2}$ с); a_n – коэффициент температуропроводности материала частицы, м²/с; α – коэффициент теплообмена, Вт/(м²·К); λ_n – коэффициент теплопроводности материала частицы, Вт/(м·К), $T(r, \tau)$ – температура частицы, К; r – расстояние от центра частицы, м.

В работе [2] решение уравнения (1) рассматривается при граничных условиях I рода, когда температура на поверхности частицы T_n принимается постоянной величиной, а в работе [3] – при граничных условиях III рода, когда температура окружающей частицу среды T_c принимается постоянной величиной. Однако в общем случае при газотермическом напылении частица достигает температуры T_n за время τ при движении ее в среде с изменяющейся во времени температурой $T_c(\tau)$.

Как показано в работах [4, 5], решение уравнения (1) может быть существенно упрощено при переходе к обобщенным переменным, в которых изменение безразмерной температуры частицы Δ является функцией числа Фурье Fo и критерия Био Bi

$$\Delta = \frac{T(r, \tau) - T_0}{T_c - T_0} = f(Fo, Bi), \quad (2)$$

где T_0 – начальная температура частицы, К, $Fo = \frac{a_n \tau}{R^2}$; $Bi = \frac{\alpha R}{\lambda_n}$.

Окончательный вид решения уравнения (2) определяется численным значением критерия Био Bi для газопламенного напыления полимерных частиц [6, 7] $R < 400$ мкм,

а $\lambda_n = (0.1 \div 0.5) Bm / (m \cdot K)$. В данном случае критерий Био принимает малые значения ($Bi \rightarrow 0$) и решение уравнения (2) можно представить в следующем виде

$$\Delta = \frac{T(r, \tau) - T_0}{T_c - T_0} = 1 - \frac{R \sin\left(\sqrt{3Bi} \frac{r}{R}\right)}{r\sqrt{3Bi}} \exp(-3BiFo). \quad (3)$$

Преобразуем уравнение (3)

$$T(r, \tau) = K(T_c - T_0) \cdot \left[1 - \frac{R \sin\left(\sqrt{3 \frac{\alpha R}{\lambda_n}} \frac{r}{R}\right)}{r \sqrt{3 \frac{\alpha R}{\lambda_n}}} \exp\left(-3 \frac{\alpha a_n \tau}{\lambda_n R}\right) \right] + T_0. \quad (4)$$

Здесь K – коэффициент, учитывающий неоднородность газопламенного потока в реальных условиях, $K = 0.75 \div 1.5$.

Таким образом, уравнение (4) при $K = 1$ и есть аналитическое решение уравнения (2), представленное как (3).

На основании данных работ [8-10] принимаем, что для полимерных сферических частиц, движущихся в высокотемпературной газовой струе, параметры уравнения (4) соответствуют:

$$\alpha = (0.5 \div 3) \cdot 10^3 Bm / (m^2 \cdot K); \lambda_n = (0.02 \div 1) Bm / (m \cdot K);$$

$$a_n = (0.5 \div 4) \cdot 10^7 m^2 / c; \tau = (0.3 \div 5) \cdot 10^{-2} c; R = (5 \div 40) \cdot 10^{-5} m.$$

С учётом полученных значений критерия Био и числа Фурье для расчёта температурного поля внутри полимерной частицы во времени в тепловой задаче с граничными условиями третьего рода и переменной во времени температурой среды с начальными и граничными условиями в виде

$$T(r, 0) = T_0, \quad -\frac{\partial T(R, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\alpha}{\lambda} [T_0 + b\tau - T(R, \tau)] = 0,$$

$$\frac{\partial T(0, \tau)}{\partial \tau} = 0, \quad T(0, \tau) \neq \infty,$$

решение уравнения (1) примет вид

$$T(r, \tau) = \frac{a_n}{R^2 \cdot b} \times \left\{ Fo - \frac{1}{6} \left[1 + \frac{2}{Bi} - \frac{r^2}{R^2} \right] + A \cdot \frac{R \cdot \sin\left(\mu \cdot r/R\right) \cdot \exp(-\mu^2 \cdot Fo)}{r \cdot \mu^3} \right\} + T_0. \quad (5)$$

Здесь b – скорость нагрева частицы, К/с; μ – первый корень характеристического уравнения; A – начальная тепловая амплитуда [11].

Полученные зависимости позволяют провести предварительный анализ процесса нагрева частицы полимера и выбрать оптимальные теплофизические параметры процесса напыления. Для этого при расчёте по соотношению (5) необходимо учитывать следующее: полимерная частица, движущаяся в факеле, должна получить количество теплоты, достаточное для проплавления, но не допускающее термоокислительную деструкцию материала частицы, то есть в процессе напыления должно соблюдаться условие: $T_{пл.} \leq T_n \leq 1.5 \cdot T_{пл.}$, где: $T_{пл.}$ – температура плавления материала напыляемой частицы, К; T_n – температура поверхности частицы, К.

Это означает, что эффективность процесса газопламенного напыления полимерных частиц можно оценить в отношении степени их проплавления. Если R – радиус частицы (м), а $r_{фп}$ – координата фронта плавления (м), то степень проплавления k частицы определяется соотношением [3]:

$$k = (R - r_{фп}) / R \quad (6)$$

Экспериментальные исследования показали, что эффективный процесс напыления имеет место при степени проплавления частицы полимера $k \geq 0.5$. Кроме того, при газопламенном напылении полимерных порошков необходимо учитывать дисперсную неоднородность частиц и колебание расстояния от сопла до напыляемой поверхности. В этом случае на основании соотношения (5) можно записать следующую систему уравнений

$$\begin{aligned} T(0.5R_{\max}, \tau_{\min}) &= \frac{q}{F_0 \cdot \alpha} \cdot \left\{ Fo - \frac{1}{6} \left[0.75 + \frac{2}{Bi} \right] + \right. \\ &\left. + A \cdot \frac{2 \cdot \sin(0.5\mu) \cdot \exp(-\mu^2 \cdot Fo)}{\mu^3} \right\} + T_0 \geq T_{пл}, \\ T(R_{\min}, \tau_{\max}) &= \frac{q}{F_0 \cdot \alpha} \cdot \left\{ Fo - \frac{1}{6} \left[1 + \frac{2}{Bi} \right] + \right. \\ &\left. + A \cdot \frac{\sin \mu \cdot \exp(-\mu^2 \cdot Fo)}{\mu^3} \right\} + T_0 \leq 1.5T_{пл}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $T(0.5 \cdot R_{\max}, \tau_{\min})$ – температура внутри частицы максимального диаметра в процессе напыления с минимальной дистанции, К; $T(R_{\min}, \tau_{\max})$ – температура на поверхности частицы минимального диаметра в процессе напыления с максимальной дистанции, К; α – коэффициент теплообмена, Вт/(м²·К), рассчитанный по формуле

$$\alpha = \frac{V \cdot R \cdot \rho \cdot (c \cdot (1.5T_{пл} - 293) + \lambda)}{3 \cdot (L - I_n) \cdot (T_c - 1.5T_{пл})},$$

где ρ – плотность материала частицы, кг/м³; L – длина активной зоны факела, м; I_n – расстояние от сопла термораспылителя до точки попадания частицы в активную зону факела, м; q – плотность теплового потока (количество теплоты, проходящее через поверхность частицы), Вт/м², которая определяется согласно соотношению $q = \alpha \cdot [T_c - T_n]$.

Решение системы (7) позволяет вычислить не только оптимальную плотность теплового потока, но и диапазон, в котором должны находиться теплофизические параметры факела пламени, предотвращающие термоокислительную деструкцию полимерной частицы.

Таким образом, приведённый теоретический расчёт оптимальной плотности теплового потока при газопламенном напылении полимерных порошков позволяет провести предварительный анализ нагрева частиц полимера и выбрать оптимальные параметры процесса напыления.

В качестве примера, для оценки необходимой и достаточной плотности теплового потока пламени при напылении полимеров с различными теплофизическими характеристиками, рассмотрим нагрев частиц полимерных материалов с различными теплофизическими характеристиками: полиэтилентерефталат низкотемпературный; полиэтилентерефталат высокотемпературный; сэвилен (сополимер этилена с винилацетатом); полиэтилен высокого давления низкой плотности; полиамид; фторопласт-3М.

Используя исходные данные исследований [8-10, 12, 13], результаты расчёта представляем в табл. 1 и на рис. 1.

Таблица 1

Необходимые теплофизические параметры факела пламени

Материал частицы	Средняя температура пламени T_c , К	Плотность теплового потока q , Вт/м ²	
		q_{\min}	q_{\max}
Полиэтилентерефталат низкотемпературный	2200	$1.0 \cdot 10^6$	$1.2 \cdot 10^6$
Полиэтилентерефталат высокотемпературный		$2.5 \cdot 10^6$	$2.7 \cdot 10^6$
Сэвилен		$1.2 \cdot 10^6$	$1.3 \cdot 10^6$
Полиэтилен высокого давления низкой плотности		$1.4 \cdot 10^6$	$1.5 \cdot 10^6$
Полиамид (ПА-6)		$2.3 \cdot 10^6$	$2.4 \cdot 10^6$
Фторопласт-3М		$2.4 \cdot 10^6$	$2.7 \cdot 10^6$

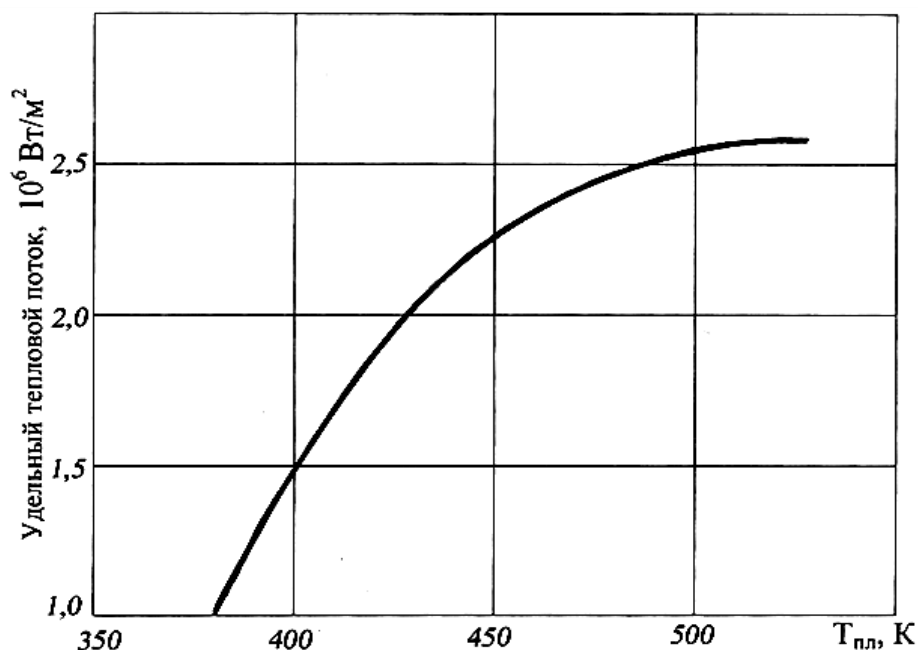


Рис. 1. Зависимость удельного потока конвективной теплоотдачи факела пропано-воздушного пламени термораспылителя от температуры плавления напыляемого полимера.

На основе данных проведенных расчётов видно, что для эффективного процесса газопламенного напыления полимерных материалов с различными теплофизическими характеристиками необходим термораспылитель, обеспечивающий управление процессом теплообмена в системе «факел – частица полимера» плавной и точной регулировкой плотности теплового потока q в пределах $(1 \div 3) \cdot 10^6$ Вт/м².

ЛИТЕРАТУРА

1. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967, 600 с.
2. Рыкалин Н.Н., Углов А.А., Анищенко Л.М. Высокотемпературные технологические процессы: Теплофизические основы. – М.: Наука, 1985, 176 с.
3. Ковальков А.Н., Баркан А.И., Родченко Д.А. Математическое моделирование процесса нагрева полимерных частиц при распылении плазменной струей. – Инженерно-физический журнал, 1991, т. 61, № 5, с. 756-762.
4. Витязь П.А., Жорник В.И., Белоцерковский М.А., Азизов Р.О., Саидов М.Х. Анализ теплофизических процессов при газопламенном формировании полимерных покрытий. – Вестник Полоцкого государственного университета. Фундаментальные науки, ПГУ, 2008, №3, с.73-80.
5. Рыкалин Н.Н. Исследование взаимодействия плазменной струи с порошковыми материалами. – М., 1970, 24 с.
6. Белоцерковский М.А., Федаравичус А.В. Разработка технических средств для газопламенного напыления полимерных покрытий. – Машиностроитель, 2002, №12, с.13-15.
7. Цырлин М.И. Моделирование и исследование режимов плазменного напыления на эксплуатационные свойства полимерных покрытий. – Современные проблемы машиноведения: Тез. докл. междунар. науч.-техн. конф. (науч. чтения, посвящ. П.О.Сухому), [4-6 июля 2002 г.,

- г.Гомель], Бел. инженер. акад., Гомел. гос. техн. ун-т им. П.О.Сухого, АООТ "ОКБ Сухого"; Под общ. ред. Сарело С.Б., 2003, с. 59-60.
8. Барановский В.М. Теплофизические свойства модифицированных полимеров: учебное пособие. – Киев: КГПИ, 1983, 126 с.
 9. Новиченок Л.Н., Шульман З.П. Теплофизические свойства полимеров. – Минск: Наука и техника, 1971, 120 с.
 10. Пивень А.Н., Гречаная Н.А., Чернобыльский И.И. Теплофизические свойства полимерных материалов. – Справочник. – Киев: Вища школа, 1976, 180 с.
 11. Ющенко Е.А., Борисов Ю.С., Бернадский В.Н. Современное состояние и прогноз развития метода получения напыленных покрытий. – В кн.: Новые процессы и оборудование для газотермического и вакуумного покрытия. – Киев, 1990, с.5-17.
 12. Белоцерковский М.А., Пунтус И.Л., Федаравичус А.В. Использование эффекта газодинамической активации факела при разработке конструкции полимерного термораспылителя. – Деп. В ВИНТИ 05.02.2002 № 228-В2002.- Весті НАН Б сер. Фіз.-техн. наук, 2002, №3, с.121.
 13. Свиридова И.С. Разработка материалов и технологии газотермического напыления композиционных металлополимерных покрытий с повышенной износо- и коррозионной стойкостью. Дис... к.т.н. – Киев: ИЭС им. Е.О.Патона, 1997.

Р.О.АЗИЗОВ, М.Х.САИДОВ*

МОДЕЛСОЗИИ ЗИЧИИ СЕЛИ ГАРМӢ ҲАНГОМИ РУПӢШКУНӢ БО МАВОДҲОИ ПОЛИМЕРӢ ТАВАССУТИ УСУЛИ ГАЗӢ – ТЕРМИКӢ

Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон,

**Донишгоҳи техникии Тоҷикистон ба номи академик М.С.Осимӣ*

Дар мақола масъалаҳои моделсозии зичии сели гармӣ ҳангоми рупӯшкунӣ бо маводҳои полимерӣ тавассути усули газӣ-термикӣ баррасӣ карда шудааст.

Калимаҳои калидӣ: сели гармӣ – усули газӣ-термикӣ – маводҳои полимерӣ – рупӯшкунии газӣ-шӯълавӣ.

R.O.AZIZOV, M.KH.SAIDOV*

MODELING OF DENSITY THERMAL FLOW AT GAS-THERMAL DRAWING OF COVERINGS FROM POLYMERIC MATERIALS

Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan,

**Tajik Technical University named after academic an M.C.Osimi*

In clause is considered questions of modeling of density of a thermal flow at gas-thermal drawing of coverings.

Key words: a thermal flow – gas-thermal a method – polymeric materials – flame spraying.

УДК 551. 24 (575.3)

Р.Л.ТАКРАНОВ, А.Р.ФАЙЗИЕВ*, А.Б.ДЗАЙНУКОВ, А.Т.КАНТЕМИРОВА,
А.Т.МУТАВАЛИЕВ**

**ВЛИЯНИЕ ТРЕЩИНОВАТОСТИ НА ФОРМИРОВАНИЕ СКАРНОВО-
ПОЛИМЕТАЛЛИЧЕСКИХ РУД НА МЕСТОРОЖДЕНИИ АЛТЫНТОПКАН
(СЕВЕРНЫЙ ТАДЖИКИСТАН)**

*Институт геологии рудных месторождений, петрографии, минералогии и геохимии
(ИГЕМ) РАН,*

**Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии
АН Республики Таджикистан,*

***Горно-металлургический институт Таджикистана*

Поступила в редакцию 14.05.2014 г.

На примере месторождения Алтынтопкан (Зарнисор) приводятся сведения о влиянии трещиноватости на формирование скарново-полиметаллических руд.

Ключевые слова: месторождение – Алтынтопкан – трещиноватость – скарн – проницаемость – влияние.

Большую роль в постмагматическом рудообразовании играют такие элементы структуры геологической среды, как разрывные нарушения разного типа и порядка, трещиноватость, пористость и текстурные особенности пород. Они определяют важнейшее для рудообразования свойство – проницаемость пород гидротермальными растворами, служат путями их перемещения и формирования областей концентрации рудообразующих компонентов, слагающих залежи разных промышленных полезных ископаемых. Изучение значения таких элементов структуры объектов полезных ископаемых позволяет уточнить генетические закономерности их образования и локализации. На месторождении Алтынтопкан и однотипных объектах Западного Карамазара, доминирующую роль в формировании структур играют новые и обновлённые системы трещин. Локализация

Адрес для корреспонденции: Файзиев Абдулхак Раджабович. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 267, Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии АН РТ. E-mail: faiziev38@mail.ru

оруденения на Алтынтюпкане происходила в скарнах, развитых в зонах концентрации разрывных нарушений и мелкой трещиноватости. В блоках благоприятных пород с оптимальной степенью развития открытой трещиноватости возникают необходимые условия для развития метасоматических и рудообразующих процессов. При этом диффузионные процессы играют подчиненную роль.

В проницаемости горных пород, благоприятных для размещения скарнов и оруденения Алтынтюпкана, ведущая роль принадлежит трещинной ёмкости (пустотности) (табл. 1). В пористых, но не трещиноватых породах, диффузия через застойную жидкость пор небольшая ($<0.002\text{мм}$) и перенос вещества практически отсутствует из-за плёночного натяжения [1-3]. В целом, диффузионный метасоматоз по порам имеет подчинённое значение в постмагматическом процессе. Метасоматическое замещение пород возле трещин в то же время может достигать десятков метров.

Таблица 1

Породы	Пустотность, %	
	трещинная	поровая
Гранит-порфиры	2.0	0.56
Кварцевые порфиры	2.7	0.80
Гранодиорит-порфиры	3.8	0.84
Гранодиориты	5.3	0.90
Диабазовые порфириты	3.5	0.96
Известняки, доломиты, мергели и переходные разности карбонатных пород	5.2	1.33
Эпидозиты	2.6	1.5
Скарны	4.4	2.6

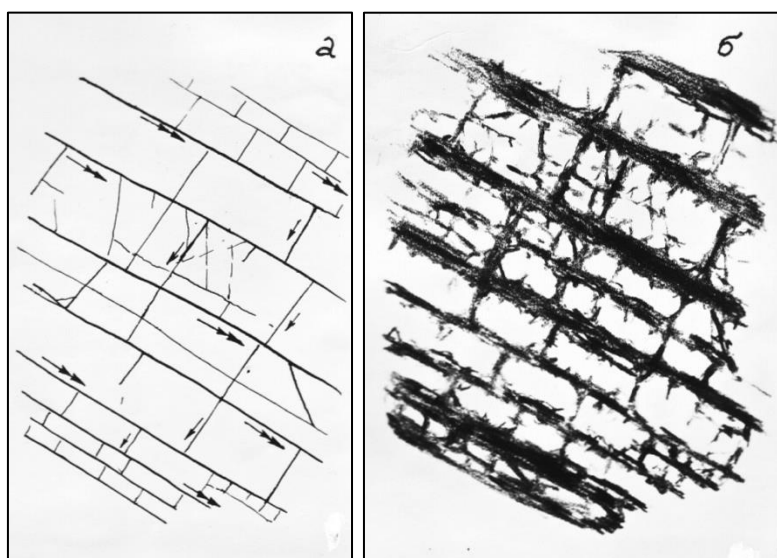


Рис. 1. Роль трещиноватости в образовании полосчатых руд:

а – схема циркуляции и взаимодействия растворов по трещинам (двойные стрелки – основной процесс по трещинам напластования); б – микрофотография полосчатых руд (чёрное), останцы скарнов – светлое. Ув. 5х.

Детальное изучение скарново-полиметаллических руд месторождения Алтынтюпкан показало, что на участках развития прожилковых, сетчатых и штокверковых руд легко обновляются трещины, обусловившие интенсивное гидротермально-метасоматическое замещение пород, прилегающих к трещинам. В полосчатых рудах сохраняются незамещенные останцы скарнов, ограниченные межпластовыми нарушениями и трещинами, секущими слоистость вмещающих оруденелых карбонатных пород (рис. 1).

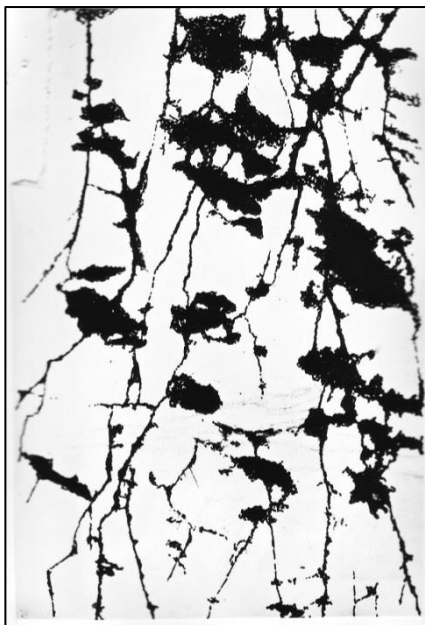


Рис. 2. Роль трещин в формировании прожилково-вкрапленных руд. Ув. 10х

Важно значение трещин в образовании прожилково-вкрапленных руд (рис. 2). Вдоль протяжённых трещин напластования более интенсивно проявляются гидротермально-метасоматические процессы (рис. 3). В целом, следует отметить следующее: 1) трещины являются рудоподводящими и рудовмещающими элементами структур месторождений; 2) трещины, заполненные глиной трения, часто экранируют скарново-рудную минерализацию; 3) трещинные элементы оруденелой структуры при крутом залегании отличаются одинаковой интенсивностью гидротермально-метасоматических изменений обеих стенок; при пологом и наклонном их залегании все зависит от направления просачивания флюидов через рудовмещающие породы. Интенсивный метасоматоз и богатое оруденение характерны для участков пересечения и сочленения трещин.



Рис. 3. Сплошное рудообразование в скарнах (светлое) при развитии метасоматоза по трещинам. Ув. 10х.

Описанные закономерности локализации оруденения в мелких трещинах характерны для более масштабных элементов структуры месторождений, в частности для Северной группы рудных тел и др. (рис. 4). Для формирования скарново-рудных тел Главной рудной зоны ведущая роль принадлежит трещинам напластования в карбонатных породах. Секущие и протяженные дайковмещающие элементы структуры сопровождаются скарново-рудными телами большей мощности и протяженности.

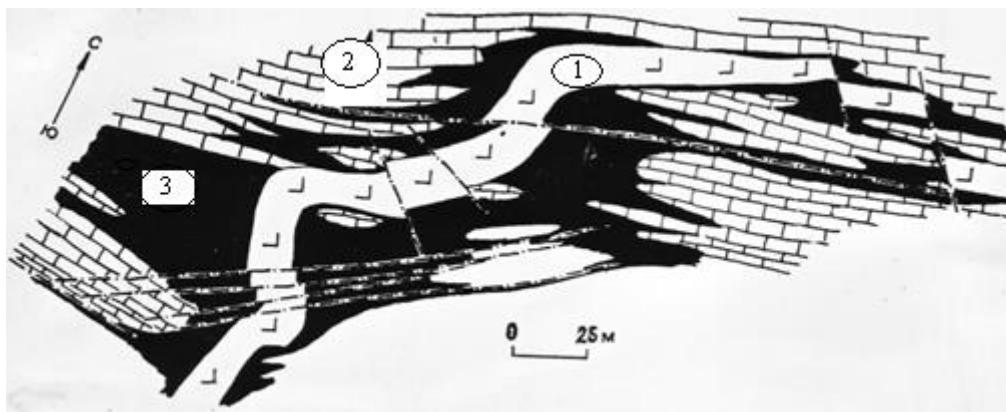


Рис. 4. Зависимость масштаба скарново-рудных тел от степени трещиноватости известняков. Главная рудная зона, +1640 м. На участке изгиба дайки гранит-порфиров (1) карбонатные породы (2) рассечены плотной сетью секущих и послойных трещин и обогащены оруденением (3).

В процессе выполненных исследований с традиционными приёмами геолого-структурных наблюдений использовались также методы горной геометрии и математической статистики для установления характера связей и экстремальных значений основных параметров оруденения (содержание металлов, элементы залегания и мощности рудных тел и жильных образований). В подземных горных выработках выполнялись крупномасштабные (1:10-1:100) геолого-структурные съемки, массовые и беглые замеры угловых и линейных параметров характерных геологических образований в разных геолого-структурных условиях. При этом производилась фиксация минерального выполнения различных морфогенетических типов трещин с их возрастным и пространственным взаимоотношением между собой и с основными структурно-тектоническими элементами, контролирующими скарноворудную минерализацию. Систематически изучались удельная трещиноватость (I —количество трещин на 1 м^3) по разным системам трещин, трещинная ёмкость (E , %), раскрытость и минеральное выполнение трещин. Разная ориентировка нескольких систем позволяет считать, что суммарная величина I и E характеризуют трещиноватость в объеме 1 м^3 .

По ориентированным штуфам увеличенного размера изучались микротрещиноватость и трещинная ёмкость. С учётом характерных частей структуры месторождения изготавливались две взаимно перпендикулярные шлифовки штуфов размером до 100 см^2 и по ним, с помощью МБС, проводились замеры линейных параметров трещин с точностью

до 1 микрона. В большом объеме проводились опробование, лабораторные исследования и физико-механические испытания плотности, пористости, прочности и упругих свойств пород и руд.

В целом, послерудные тектонические деформации на месторождении проявлялись слабо, что отмечается в особенностях развития дизъюнктивных нарушений и мелкой трещиноватости.

В процессе выполненных детальных геолого-структурных исследований установлено лишь несколько смещений рудных тел и жил на первые десятки сантиметров и одно смещение – с амплитудой 90 см. Наблюдались также отдельные мелкие смещения и дробление в сместителях самых молодых кварц-кальцитовых жил (орт 29 и 25, +1370 м).

Мелкая трещиноватость хорошо развивается в залежах богатых сульфидных руд, весьма чувствительных к небольшим тектоническим воздействиям. Такая трещиноватость образует простую сеть двух взаимно-перпендикулярных систем, представленных четкими северо-восточными и северо-западными максимумами, свидетельствующими об унаследованном субмеридиональном плане деформации послерудной тектоники. Статистические данные показали, что при обогащении сульфидами степень трещиноватости в рудных залежах снижается до содержаний металла около 3-5% и не возрастает в более богатой руде, где трещины скорее залечиваются нацело.

Отмеченную закономерность унаследованных субмеридиональных относительно слабых послерудных напряжений дополняют результаты изучения альпийского тектогенеза. Трещины в пологих палеогеновых ракушечниках севернее месторождения (район Ак-Мечети) представлены двумя сопряженными системами редких трещин, ориентированных диагонально к меридиану и сопровождающихся небольшими широтными флексурами.

Основная масса трещиноватости в магматических породах связана с процессами контракции интрузий, а в осадочных породах – с процессами их литификации. В дайках эти первичные трещины представлены системами, а в карбонатных породах нормально-секущими внутрипластовыми согласными системами.

Таким образом, тектоническая трещиноватость в своем большинстве образовалась в периоды формирования основной структуры месторождения и до внедрения интрузии и имеет «дорудный» возраст. Наблюдаемая в дайках косесекущая тектоническая трещиноватость обусловлена подвижками по дайковмещающим нарушениям и сместителям на контактах даек.

В дорудный период образованы рассмотренные тектонические трещины и зоны интенсивной трещиноватости и сколов, которые вмещают и смещают разновозрастные дайки. Детальным опробованием установлены случаи, когда отдельные трещины и небольшие зоны мелкой трещиноватости без видимой минерализации отличаются повышенной металлоносностью, что указывает на их дорудный возраст.

В качестве доказательства возраста трещин при отсутствии прямых признаков и для диагноза до- и послерудных систем приводятся данные, полученные на 25 пунктах массового изучения трещиноватости на разных горизонтах и породах рудника. Например, на диаграмме трещиноватости скарнов пункта 15, +1640м изолиниями густоты полюсов выделяются 5 систем, из которых 3 представляют систему сопряженных крутопадающих трещин и 2 пологие системы. Причём одна крутая система и две системы пологих трещин нередко содержат кварц-кальцитовые жилы с галенитом. Относительно всей совокупности минерализованных трещин они составляют 11%, а от общего количества трещин - 60% (табл. 2).

Таблица 2

Породы	Минерализовано, %	
	трещин	систем
Скарны оруденелые	20	58
Скарны	13	47
Метаморфические	11	37
Гранодиорит-порфиры	7	20-40
Известняки	7	25
Гранит-порфиры, кварцевые порфиры	1	8

Послерудные деформации проявились, в первую очередь, в обновлении ранее созданных систем и в меньшей мере в образовании новых.

Заключая рассмотрение относительного возраста трещин, следует отметить, что большинство первичных трещин интрузивных и осадочных пород месторождения образовалось до отложения руд и частично возникло одновременно с проявлением скарново-рудных процессов. Послерудная трещиноватость развита незначительно и унаследовала ранее созданные системы. Эти закономерности учитывались при установлении влияния трещиноватости на образование скарново-полиметаллического оруденения при поисках и количественной оценке прогнозных ресурсов Алтынтопканского рудного узла.

Выявление закономерностей количественной характеристики влияния трещиноватости на интенсивность рудной минерализации осуществлялось на основе анализа большого объёма фактических данных. Общая трещиноватость первичных и изменённых, и в разной степени оруденелых пород характеризуется 36 тысячами замеров микротрещиноватости в 254 штуфах и в двойных пришлифовках. Статистические результаты получены при определении плотности и пористости и других физико-механических свойств 1070 образцов пород и руд.

Влияние трещиноватости на степень оруденелости проявляется по-разному в разных геолого-структурных обстановках. На участке крупных трещин при высоком значении И и Е отсутствует адекватное увеличение содержаний Pb и Zn, что обусловлено превышением величины оптимальной проницаемости пород, руд и трещин с глинистыми включениями и примазками.

Насыщение трещин рудной минерализацией в большей мере коррелирует с показателем трещинной ёмкости, как наиболее значимым критерием проницаемости. Данное положение использовано по возможности при графическом отображении меры связи содержания металла с трещинной ёмкостью элементов структур на Алтынтюпкане (рис.5). Форма зоны эмпирических значений на усредненной кривой экзоскарнов доказывает повышенную их рудоносность и большую трещиноватость по сравнению с эндоскарнами (правая кривая). Прямая связь между степенью трещиноватости и оруденелостью экзоскарнов сохраняется до насыщения их рудой, содержащей $Pb+Zn \approx 3\%$, а для эндоскарнов $\approx 1.5\%$ при объёме трещиноватости – 4-3.5%. Однако при этих экстремальных объёмах трещиноватости имеет место обратная зависимость в связи с залечиванием большинства трещин рудой. При насыщении рудной минерализацией экзоскарнов до 5-2.5%, в эндоскарнах рудообразование, видимо, происходит без участия трещин путём замещения ранее образованных минералов (сфалерит, галенит и др. минералы).

Наиболее оруденелы и трещиноваты экзоскарны пироксенового и гранат-пироксенового состава. Гранатовые и гранат-эпидотовые эндоскарны менее рудоносны (рис. 6). Пассивны для рудоотложения также слаботрещиноватые скарноиды (см. рис. 5). При объёме трещиноватости более 1.0-1.5% наблюдается слабое оруденение в карбонатных породах и гранитоидах, особенно подверженных изменениям.

Связь микротрещиноватости и оруденелости скарнов и эпидозитов (рис. 7) в установленной параболической зависимости экстремальному содержанию $Pb + Zn (\approx 5\%)$ в них соответствует микротрещиноватости с E , равной 3-7%.

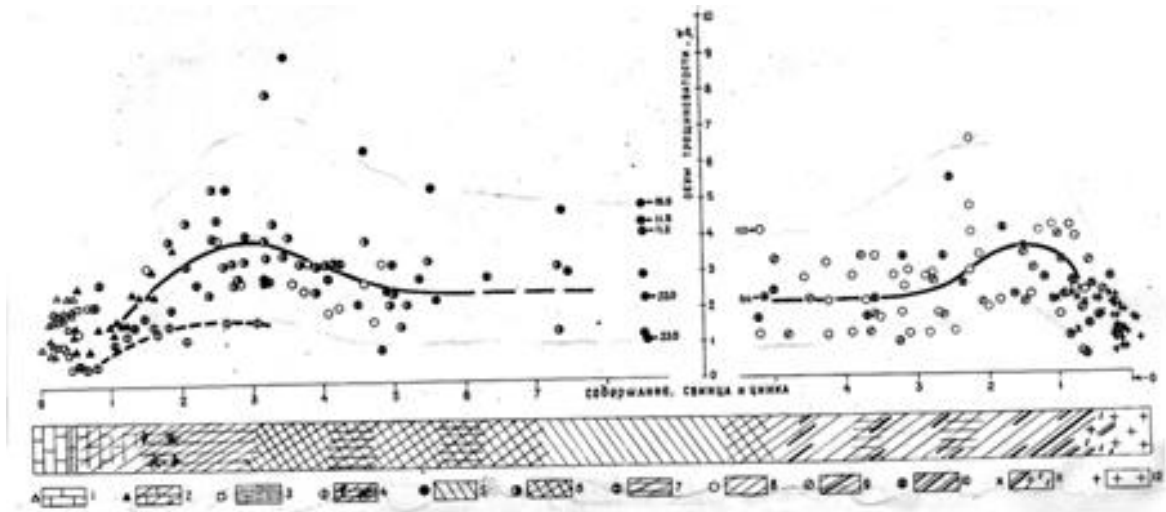


Рис. 5. Связь трещиноватости и оруденелости пород обобщенной биметасоматической зоны месторождения Алтынтюпкан: 1 – известняк, 2 – скарнированные известняки, 3 – мраморизованные известняки, 4 – скарноиды, 5 – пироксеновые скарны, 6 – пироксен-гранатовые скарны, 7 – смешанные скарны, 8 – гранатовые скарны, 9 – гранат-эпидотовые скарны, 10 – эпидозиты, 11 – измененные гранитоиды, 12 – гранитоиды.

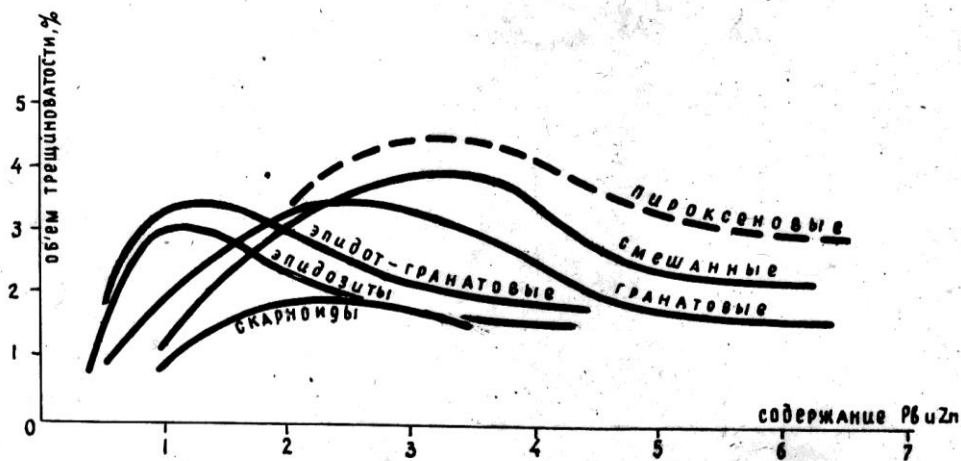


Рис. 6. Общие закономерности связи трещиноватости и оруденелости рудосодержащих пород.

При содержании в скарнах металлов в 1%, рудообразование в них происходило, видимо, в связи с наличием трещин и за счёт участия пор. Отмеченные особенности влияния трещиноватости на оруденелость рудоносных первичных горных пород проявляются во всех разновидностях пород месторождения Адгынтопкан. Комплекс горных пород месторождения, по данным исследования 2600 проб, разбит на четыре группы. При этом по предложению В.К.Мельчинко и А.В.Королева учитывались средняя величина метропроцента Pb и коэффициента рудоносности пересечённых интервалов рудоносных пород. Этими авторами к группе весьма неблагоприятных для рудообразования пород отнесены минерализованные гранит-порфиры, ороговикованные осадочные породы S₂-D₁, кварцевые порфиры и гранодиориты, характеризующиеся средним содержанием Pb=0.15%, метропроцентами в 21 единицу с относительной рудоносностью <5%.

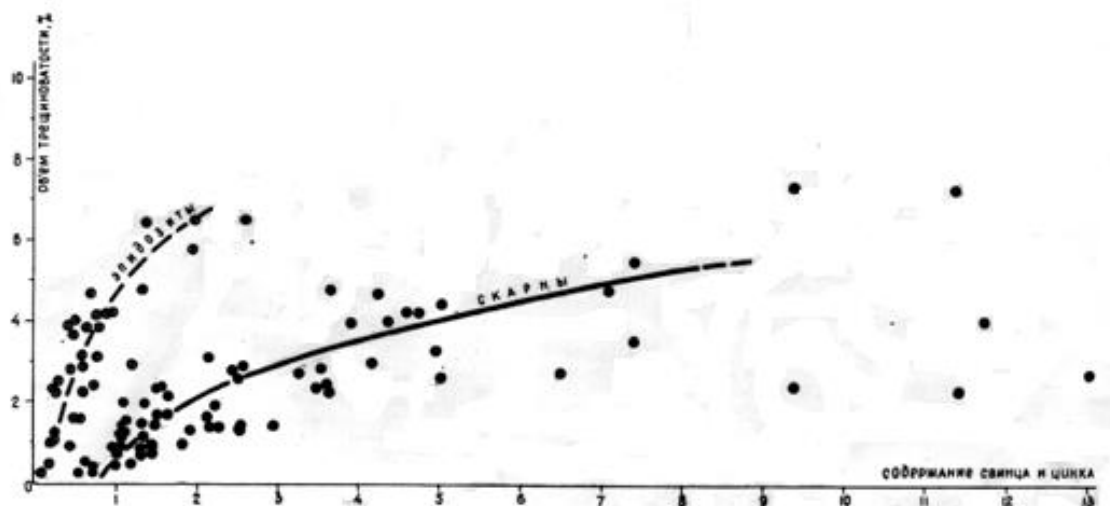


Рис. 7. Влияние микротрещиноватости на оруденелость эпидозитов и скарнов.

Группа неблагоприятных пород (диабазовые порфириты, гранодиорит-порфиры, известняки) характеризуется соответственно следующими показателями: $Pb=0.16-0.30\%$, метропроценты – 55, относительная оруденелая мощность – 9%. К группе благоприятных отнесены известняки мраморированные, гранитоиды измененные, кварц-кальцит-хлорит-эпидотовая порода, метаморфически измененные породы S_2-D_1 с показателями $Pb=0.35\%$, метропроценты – 110, относительная рудоносность 25%. А в группе пород весьма благоприятных входят известняки скарнированные, скарноиды, эпидозиты и скарны. В этих породах показатели соответственно составляют $Pb=0.45-1.8\%$, метропроценты – более 150, коэффициент рудоносности – 72%. Статистические показатели трещиноватости (И – количество трещин на 1 м^3 пород, Е – трещинная ёмкость в %) вмещающих горных пород и оруденелых скарнов позволяют выделить среди них 4 группы: 1) слабо трещиноватые породы с $E=1.7\%$ и $I=<20\text{ тр/м}^3$; 2) трещиноватые породы с $E=2.1\%$, $I=25\text{ тр/м}^3$; 3) сильно трещиноватые породы с $E=2.7\%$ и $I=29-30\text{ тр/м}^3$; 4) интенсивно трещиноватые породы с $E=3.2\%$ и $I=35\text{ тр/м}^3$. Изученные горные породы на месторождении отличаются по степени трещиноватости в горных выработках рудника. Например, на протяжении 20 м (расс. 12 ,1640 м) породы зоны контактов, скарны (СК) среди известняков (И) и гранит-порфиров (КГП) отличаются по величине показателей (Е, И):

Породы	КГП	СК	И (СК)	СК	И	СК (Р)
И, тр/м ³	41	47	23	35	13	22
Е, %	1.6	4.3	1.7	2.5	1.5	1.7

Особенностью изученных зон являются повышенная трещиноватость зальбандовой части дайки и повышенные значения И и Е в них (табл. 3).

В завершение можно подчеркнуть значительную роль трещиноватости в рудообразовании в промышленных масштабах на скарново-полиметаллическом месторождении Алтынтопкан. В Главной рудной зоне месторождения степень насыщенности скарнов свинцово-цинковой минерализацией зависит от их проницаемости, которая в свою очередь определяется трещиноватостью. Дорудная трещиноватость играет роль путей циркуляции рудообразующих флюидов, а также в их взаимодействии с элементами структуры, слагающими участки породами и метасоматического отложения в зонах разрывных нарушений скарново-рудной минерализации.

Зависимость содержания свинца и цинка от показателей степени трещиноватости близка по форме к параболической, с экстремальным перегибом графика около 3% оруденелости и 3-85% трещинной ёмкости.

Таблица 3

Параметры трещиноватости скарново-рудной зоны на контакте гранитоидов
с карбонатными породами на Алтынтюпканском месторождении

Контакты карбонатных пород с гранитоидами и сами породы	Ориентировка систем трещин*								Интенсивн., И, тр/м ³	Трещин. емкость, Е%
	1	2	3	4	5	6	7	8		
Гранодиорит-порфиры			70└ 70 245└ 70		315└ 80		250└ 10	130└ 15	16	1,0
Гранит-порфиры	355└ 65 170└ 55	40└ 75 210└ 80	70└ 80 255└ 70	15└ 30	110└ 60 315└ 75	330└ 40	250└ 10	130└ 20	26	4,0
Скарны в зальбандах даек гранитоидов	10└ 60 185└ 55	60└ 80 235└ 80	85└ 65 270└ 55	15└ 25	130└ 70 325└ 75	340└ 40	275└ 10 90└ 20	235└ 35	52	4,7
Скарны	5└ 55 185└ 60		272└ 63		130└ 62		280└ 15 90└ 20		30	3,1
Известняки	20└ 40	235└ 85			130└ 65 325└ 65			150└ 20	27	1,4

*К одной системе отнесены сопряжённые трещины с противоположным залеганием.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коржинский Д.С. В кн.: Основные проблемы в учении о магматогенных рудных месторождениях. – М.: Изд. АН СССР, 1955, с. 335-456.
2. Белевцев Я.Н. Структурные условия образования рудных месторождений. – Киев: Изд. АН УССР, 1961, 232 с.
3. Жариков В.А. Геология и метасоматические явления скарново-полиметаллических месторождений Западного Карамазара. – М.: Изд. АН СССР, 1959, 371с.

Р.Л.ТАКРАНОВ, А.Р.ФАЙЗИЕВ*, А.Б.ДЗАЙНУКОВ, А.Т.КАНТЕМИРОВА,
А.Т.МУТАВАЛИЕВ**

ТАЪСИРИ СЕРТАРҚИШӢ ДАР ТАНАЗЗУЛ ЁФТАНИ МАЪДАНҲОИ СКАРНӢ-ПОЛИМЕТАЛЛӢ ДАР КОНИ ОЛТИНТОПКАН (ТОЧИКИ- СТОНИ ШИМОЛӢ)

Институти геологияи конҳои маъдан, петрография, минералогия ва геохимияи АИР
**Институти геология, сохтмони ба заминчунбӣ тобовар ва сейсмологияи Академияи*
илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон,
***Институти кӯҳӣ-металлургии Тоҷикистон*

Дар мисоли кони Олтинтопкан (Зарнисор), маълумот дар бораи таъсири сертарқишӣ ба ташаккул ёфтани маъданҳои скарнӣ-полиметаллӣ оварда шудааст.

Калимаҳои калидӣ: кон – Олтинтопкан - тарқишноқӣ – скарн – нуфуспазирӣ – таъсир.

R.L.TAKRANOV, A.R.FAYZIEV*, A.B.DZAYNUKOV, A.T.KANTEMIROVA,
A.T.MUTAVALIEV**

EFFECT OF FRACTURE ON SKARN FORMATION POLYMETALLIC ORES IN THE FIELD ALTYNTOPKAN (ZARNISOR)

Institute of Geology of Ore Deposits, Petrography, Mineralogy and Geochemistry (IGEM) RAS,
**Institute of Geology, Earthquake Engineering and Seismology, Academy of Sciences Republic of Tajikistan,*
***Mining and Metallurgical Institute of Tajikistan*

On the example of deposit Altyntopkan provides information on the impact of fracture on skarn formation - ores.

Key words: deposit – fracture – skarn – permeability – influence – Altyntopkan.

УДК 552.313 (575.3)

Ю.МАМАДЖАНОВ

**АБСАРОКИТ-ШОШОНИТ-ЛАТИТОВАЯ СЕРИЯ
ТАШКЕСКЕН-САМГАРСКОЙ ВУЛКАНОСТРУКТУРЫ
ЧАТКАЛО-КУРАМИНСКОЙ ЗОНЫ СРЕДИННОГО ТЯНЬ-ШАНЯ**

Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии

АН Республики Таджикистан

Поступила в редакцию 11.08.2014 г.

В пределах Ташкескен-Самгарской структуры Кураминской подзоны Чаткало-Кураминской зоны Срединного Тянь-Шаня впервые выделена абсарокит-шошонит-латитовая вулканическая серия в объёме позднекарбонново-раннепермской шурабсайской свиты стратифицированного разреза позднего палеозоя. Показано, что серия отличается глубокой дифференцированностью состава: от основных вулканитов – абсарокитов до кислых – кварцевых латитов включительно.

Ключевые слова: абсарокиты – шошониты – латиты – кварцевые латиты – петрохимия – мантия – палеоактивная окраина – Срединный Тянь-Шань.

Чаткало-Кураминская зона Срединного Тянь-Шаня представляет собой восточную, обнажённую часть Кызылкумо-Кураминского позднепалеозойского (C₂-P₁) окраинно-материкового вулканического (вулканоплутонического) пояса. Формирование пояса обусловлено субдукционными процессами, происходившими в позднем палеозое на южной окраине (в современных координатах) Казахстанского континента в связи со спредингом в Туркестанском палеобассейне и последующими коллизионными и постколлизионными событиями. Магматические образования пояса представлены субдукционными известково-щелочными (C₂-C₃) и поздне-субдукционно-коллизионными субщелочными (C₃-P₁), а также постколлизионными-рифтогенными щелочно-базальтоидными (P₂-T₁) се-

Адрес для корреспонденции: Мамаджанов Юнус. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 267, Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии АН РТ.
E-mail: petrology@mail.ru

риями. Характерной чертой позднепалеозойского магматизма зоны и пояса в целом является широкое проявление полифациальных вулканоплутонических ассоциаций [1].

Субщелочные вулканогенные образования шошонит-латитовой серии в Чаткало-Кураминской зоне Срединного Тянь-Шаня впервые выделены и детально исследованы нами в пределах Чорухдайронской структуры [2]. Исследования последних лет позволили выделить аналогичные вулканиты субщелочного состава в Ташкескен-Самгарской вулканотектонической структуре, соседствующей с Чорухдайронским прогибом.

Ташкескен-Самгарская вулканическая структура расположена на южном склоне Кураминского хребта и относится к вулканотектоническим мульдам кольцевого типа. На современном эрозионном срезе обнажается только северная половина мульды, а южная, опущенная часть структуры, погребена пролювиальными отложениями Самгарской степи. Вулканическая мульда имеет изометричную-овальную форму размером 15x24 км, общая площадь с учётом закрытой её части более 300 кв.км. Фундамент мульды слагают нижнепалеозойские (O_2-S_1) терригенные толщи, карбонатные породы D_2-C_1 , вулканиты андезитовой серии (C_2) и комагматичные им среднекарбонные габбро-гранитоиды полифазного карамазарского комплекса. Они обнажаются по периферии вулканоструктуры, а в фундаменте мульды прослеживаются по данным геофизических работ.

Вулканогенные образования Ташкескен-Самгарской кольцевой мульды при проведении тематических исследований и геологических съёмок разного масштаба изучали многие геологи: И.А.Островский, Н.П.Васильковский, В.А. Арапов, Ж.Н.Кузнецов, Л.А.Хусанбаев, С.М.Бабаходжаев, Г.Т.Таджибаев, А.А. Починок, Ю.Ю.Алтынкович, а также автор данной статьи и др.

Вулканогенные породы шурабсайской свиты позднекарбонно-раннепермского возраста (300-285 млн. лет [3]) вместе с кислыми вулканитами оясайской свиты (C_3) слагают периферийную часть Ташкескен-Самгарской вулканоструктуры, в виде полукольца опоясывая Самгарскую экструзию, сложенную субщелочными калиевыми риолитами и гранит-порфирами кызылнуринской свиты P_1 .

По нашим данным, вулканиты шурабсайской свиты C_3-P_1 Ташкескен-Самгарской вулканотектонической структуры представлены субщелочными калиевыми базальтоидами: абсарокитами, шошонитами, латитами и кварцевыми латитами (рис. 1 [4]). Выделенные петрографические типы субщелочных калиевых вулканитов основного, среднего и кислого составов соответствуют выделяемым геологами-производственниками вулканогенным толщам: спилитовой (абсарокиты), пыязлысайской (шошониты), чокадамбулакской (латиты) и акбулакской (кварцевые латиты). Следовательно, вулканогенные образования шурабсайской свиты Ташкескен-Самгарской структуры относятся к глубоко дифференцированной комагматичной вулканической серии абсарокит-шошонит-латит-кварц-латитового состава. Подобное расчленение вулканитов шурабсайской свиты Ташкескен-Самгарского района нами произведено впервые и от взглядов наших предшественников выгодно отличается [5, 6 и др.].

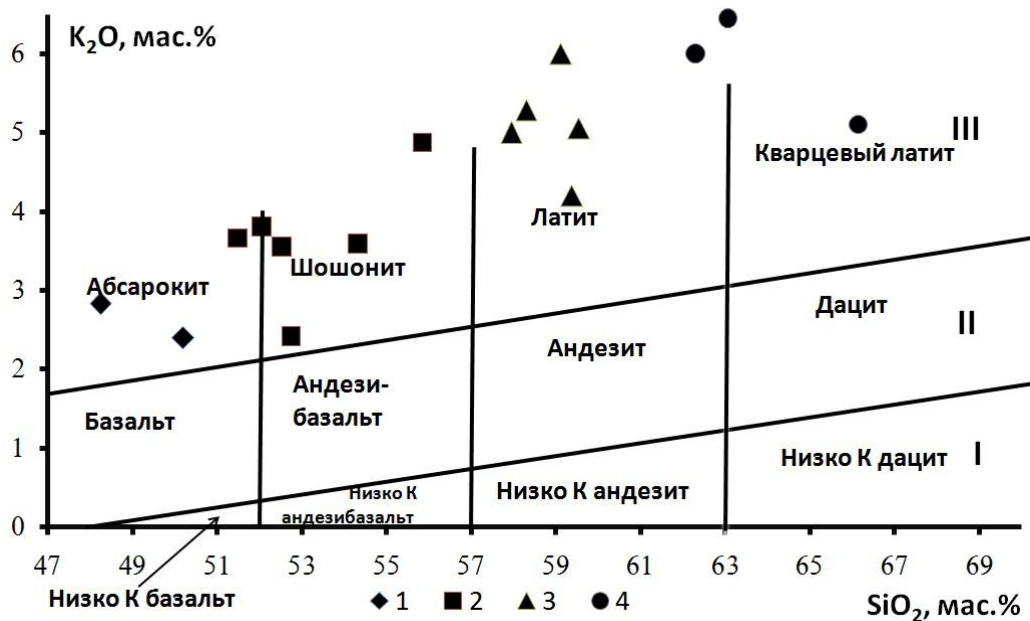


Рис. 1. Классификационная диаграмма $K_2O - SiO_2$ [3] для вулканитов шурабсайской свиты Ташкескен-Самгарской структуры

1 – абсарокиты, 2 – шошониты, 3 – латиты, 4 – кварцевые латиты. I-III поля вулканических серий: низкокальевой толеитовой (I); нормальнокальевой известково-щелочной андезитовой (II) и высококальевой шошонит-латитовой (III).

В отличие от соседнего Чорухдайронского вулканотектонического прогиба, где шошонит-латитовая серия в основном представлена образованиями эффузивной фации, вулканиты шурабсайской свиты абсарокит-шошонит-латит-кварц-латитового состава Ташкескен-Самгарской депрессии по условиям залегания и морфологии слагаемых ими тел представляют в большинстве случаев субвулканическую фацию вулканизма. Они образуют пологие силлообразные межпластовые залежи и секущие трещинные тела.

Абсарокиты и шошониты – ведущие и наиболее распространенные вулканиты шурабсайской свиты района исследования. Они участвуют совместно в строении одних и тех же тел, между ними отмечаются постепенные взаимопереходы.

Силлообразные межпластовые залежи абсарокитов и шошонитов характерны для западной половины Ташкескен-Самгарской вулканической мульды. Силлообразные тела, сложенные основными породами, залегают среди кислых вулканитов тереклисайской толщи оясайской свиты позднего карбона, срезаются латитами чокадамбулакской и кварцевыми латитами акбулакской толщи, а также субщелочными калиевыми риолитами кызылнуринской свиты ранней перми (280-270 млн. лет). Мощность их колеблется от 40-50 м до 200-300 м, большей частью они представлены протяженными телами – 4.0-10 км. Как правило, залегают полого, их падение в южных направлениях до 30° .

Крутопадающие трещинные тела секущего типа, сложенные также абсарокитами и шошонитами, характерны для восточной половины исследуемой структуры. Крупное трещинное тело абсарокит-шошонитового состава протягивается вдоль Акчагальского

глубинного разлома на расстоянии более 12 км. Шошониты на севере прорывают средне-палеозойские карбонатные породы и гранитоиды (С₂) Чокадамбулакского интрузива. В свою очередь, они с юга срезаются субщелочными калиевыми риолитами Самгарского экструзива. Мощность тела варьирует от нескольких сотен до 1.2 км, падение крутое (70-80°) северо-восточное.

Субвулканические секущие тела также характерны для шошонитов районов полиметаллического месторождения Янгикан и медно-молибденового месторождения Южный Янгикан, развитых в юго-западной части Ташкескен-Самгарской мульды. Здесь шошониты слагают сопки – остатки палеовулканических построек, которые в геологической литературе известны под названиями Янгиканского, Дарбазинского, Карачагылского и Южноянгиканского вулканов – субвулканов [6].

Абсарокиты представляют собой тёмно-серые до чёрного цвета породы, среди которых выделяются афировые и мелкопорфировые разновидности. Афировые абсарокиты имеют массивную и миндалекаменную текстуру. Миндалекаменные разновидности абсарокитов отличаются наличием округлых или слегка вытянутой формы пустот, заполненных карбонатом, хлоритом, кварцем и альбитом. Количество миндалин в породе достигает до 5.0% объёма породы.

Абсарокиты первой разновидности состоят из беспорядочно расположенных лейст плагиоклаза-лабрадора (40-50%), в межзерновых пространствах которых располагаются тёмноцветные минералы (до 10%), представленные оливином и авгитом, обычно замещёнными вторичными – серпентином, карбонатом и хлоритом, и вулканическое стекло с мелкой вкрапленностью магнетита. В зависимости от содержания в породе вулканического стекла, структура абсарокитов меняется от интерсертальной, пилотакситовой до долеритовой.

Мелкопорфировые разновидности абсарокитов состоят из фенокристаллов плагиоклаза-лабрадора (10-15%), клинопироксена-авгита и разложенного оливина (до 2.0-3.0%). Размеры вкрапленников плагиоклаза в них обычно не превышают 2.0-3.0 мм и редко достигают 4.0-5.0 мм в длину. Основная масса мелкопорфировых абсарокитов имеет гиалопилитовую и пилотакситовую структуры. Акцессорные минералы в абсарокитах представлены магнетитом, цирконом и единичными зёрнами сфена.

Шошониты – это плотные, массивные тёмно-серого цвета порфировые породы, иногда миндалекаменные. Миндалины в шошонитах также выполнены карбонатом, кварцем, хлоритом и альбитом, имеют размеры до 4.0-5.0 мм. Количество вкрапленников в шошонитах колеблется от 20 до 35%, они представлены основным плагиоклазом, часто альбитизированным, таблитчатой и призматической формы кристаллов (до 20-30%), клинопироксеном (2.0-5.0%) и разложенным оливином (до 0.5%). Зёрна фемических породообразующих минералов размером от 0.2 до 2.0мм имеют призматическую форму. Они замещены рудными минералами и вторичным амфиболом актинолит-тремолитового ряда. Основная масса (65-80%) шошонитов имеет гиалопилитовую и пилотакситовую структуры, состоит из микролитов плагиоклаза, пироксен-авгита, оливина, калишпата и девитро-

фицированного вулканического стекла. Акцессорные минералы шошонитов - магнетит, апатит, редкие зерна циркона и сфена.

В пределах исследуемой вулканотектонической структуры породы латитового состава описаны как плагиоклазовые порфириты [5], трахиты [6] в составе чокадамбулакской толщи. Латиты являются равноправным членом выделенной нами абсарокит-шошонит-латитовой дифференцированной серии вулканитов шурабсайской свиты S_3-P_1 .

Латиты слагают секущие трещинные, дайковые и силлообразные тела. Они представлены лавовыми и лавобрекчиевыми разностями. Трещинные тела латитов приурочены к зонам разрывных нарушений. Крупное трещинное тело латитов, падающее на север под углами 60-80°, приурочено к зоне Чокадамбулакского разлома. Оно прослеживается на расстоянии примерно 6.0 км, при мощности от 200 до 800 м. Южнее кишлака Терекли отмечается переход этого трещинного тела в силлообразную залежь, размещающуюся между среднекарбовыми гранитоидами и шошонитами пязлысайской толщи. Мощность силлообразного тела составляет 50-150 м, падает на юг под углами 20-50°. В строении трещинно-силлообразного тела участвуют обе разновидности латитов. Здесь латиты прорывают среднепалеозойские известняки, андезиты и гранитоиды S_2 , кислые вулканические оясайской свиты S_3 , а также абсарокиты и шошониты.

Другое трещинное тело, сложенное тоже латитами, отмечается в северо-восточной части Ташкескен-Самгарской структуры, где контролируется зоной Сасыксайского разлома. Протяженность выхода около 2.5 км, ширина от 100 до 500 м, падение северное с крутыми углами (60-70°). Латиты прорывают гранодиориты Чокадамбулакского интрузива, абсарокиты и шошониты, предшествующие самим латитам и, в свою очередь, прорваны последующими за ними дайкообразными телами кварцевых латитов.

Дайковые тела латитов размещаются среди абсарокитов и шошонитов. Это обычно тела мощностью 10-50 м, с раздувами в отдельных местах до 100 м и длиной в первые сотни метров. Развиты они вблизи латитовых полей, слагают трещинные тела и представляют собой апофизы, которые на глубине соединяются с главным телом.

Латиты – это серые, буроватые и кирпично-красные плотные флюидалные породы с порфировой структурой. Порфировые выделения в латитах представлены плагиоклазом (10-15%), калишпатом (до 2.0%), измененными темноцветными породообразующими минералами – пироксеном, амфиболом, биотитом (6.0-8.0%) и единичными зернами кварца. Основная масса состоит из кристаллов полевых шпатов, вулканического стекла, имеет гиалопилитовую и микрофельзитовую структуры. Акцессорные минералы – магнетит, апатит. Некоторые петрографические типы латитов содержат до 2.0% вкрапленников плагиоклаза, а основная масса состоит почти целиком из полевых шпатов, вулканического стекла и фемических минералов (до 98%) и имеет трахитовую структуру матрикса.

Второй тип латитов представлен лавобрекчиями, содержащими разнообразные по составу обломки вмещающих пород различного размера. Обычно формы обломков остроугольные, реже округлые. Количество обломков колеблется от 2.0-5.0 до 50% объема по-

роды, сцементированы вулканитами латитового состава. Структура латитовых лавобрекчий – кристаллокластическая.

Кварцевые латиты представляют собой самые кислые члены дифференцированной абсарокит-шошонит-латитовой серии Ташкескен-Самгарской вулканической структуры. Они образуют дайкообразные, иногда пологие субвулканические тела, залегающие среди разнообразных по составу и возрасту магматических пород. Субвулканические силлообразные тела падают на юг под углами от 30 до 60°. Два крупных межпластовых тела кварцевых латитов размещаются в северной части Ташкескен-Самгарской мульды и протягиваются на расстояния соответственно 5.0 и 6.0 км. Они приурочены к контактовой зоне кислых вулканитов позднекарбоновой оясайской свиты (тереклисайская толща) и шошонитов пыязлысайской толщи позднекарбоново-раннепермской шурабсайской свиты. Тела имеют разные мощности – от 20 до 75 м и от 70 до 120 м.

Дайкообразные секущие тела кварцевых латитов встречаются к востоку от межпластовых субвулканических тел. Мощность их варьирует от первых метров до 10-15 м, а более крупные тела отличаются мощностью от 50 до 250 м. Падение даек северо-восточное крутое – 75-80°, они приурочены к зоне Сасыксайского разлома и размещаются среди комагматичных им вулканитов шурабсайской свиты. Отдельные дайки кварцевых латитов размещаются также среди гранитоидов Чокадамбулакского интрузива на расстоянии до 500 м от выходов шурабсайских вулканитов. Различают кристаллокластические и лавобрекчиевые петрографические разновидности кварцевых латитов. Кристаллокластические кластолавы кварцевых латитов состоят из мелких обломочных, реже таблитчатых выделений плагиоклаза (8.0-14%), калишпата-ортоклаза (9.0-15%), кварца (до 11%), биотита (до 1.0%), рудного минерала и разложившегося вулканического стекла, а также обломков вмещающих пород. Вулканическое стекло и обломки вмещающих пород размерами от 0.1-2 до 3 мм вместе составляют 5.0-10% объёма породы. Текстура пород обычно флюидальная и игнимбритовидная, структура литовитрокластическая, порфиристая, внешне это коричневые породы. Для основной массы кварцевых латитов присуща микрофельзитовая и фельзитовая структуры. Магнетит и циркон – типичные акцессорные минералы кварцевых латитов. Лавобрекчии кварцевых латитов состоят из разных по составу обломков вмещающих пород и ксенокристаллов. По форме это угловатые и округлые обломки. Количество обломков колеблется от незначительного до 70-80% объёма породы. Цементирующая основная масса представлена кислыми кварцевыми латитами.

Абсарокит-шошонит-латитовая серия Ташкескен-Самгарской вулканической депрессии характеризуется своеобразным петрохимическим составом (таблица). В вулканитах содержание кремнезёма варьирует от 48.25% до 66.13%, а сумма щелочных оксидов: от 5.92 до 10.44%. На классификационной диаграмме $\text{Na}_2\text{O}+\text{K}_2\text{O} - \text{SiO}_2$ (рис. 2 [7]) фигуративные точки составов изученных вулканитов занимают область субщелочных магматитов и также попадают в поле абсарокитов, шошонитов, латитов и кварцевых латитов. Они отличаются повышенной щелочностью, особенно калиевой, и высокой глинозёмистостью. Количество MgO в породах также относительно высокое.

Таблица

Петрохимический состав абсарокит-шошонит-латитовой серии Ташкескен-Самгарской вулканической депрессии, мас. %

Оксиды	151548	Ю-362	189710	Ю-57	172321	Ю-51	188947	Ю-54	63212	177067	255	79678	163187	79727	160143	155511
SiO ₂	48.25	50.20	51.50	52.07	52.54	52.74	54.33	55.84	57.95	58.31	59.12	59.38	59.54	62.31	63.05	66.13
TiO ₂	1.14	0.96	1.56	0.90	1.27	0.98	1.03	0.90	0.84	1.28	0.95	0.81	0.64	0.81	0.83	0.57
Al ₂ O ₃	17.85	18.00	17.61	19.40	17.54	19.21	19.34	17.53	16.96	17.27	17.46	15.75	15.08	15.16	16.07	14.15
Fe ₂ O ₃	5.90	7.37	5.20	4.21	5.58	3.64	3.00	1.83	4.52	3.68	2.48	4.17	4.21	2.79	3.46	2.51
FeO	4.00	2.01	3.82	4.39	3.32	4.90	5.20	5.00	1.34	2.63	2.94	2.02	1.07	1.90	1.08	1.40
MnO	0.10	0.14	0.04	0.12	0.04	0.15	0.10	0.10	0.18	0.12	0.21	0.27	0.10	0.10	0.06	0.08
MgO	4.97	5.80	4.72	4.58	4.29	4.78	3.11	3.18	3.20	2.12	2.21	2.02	2.31	1.30	1.45	0.80
CaO	7.08	7.01	5.82	5.62	5.40	6.05	5.55	6.34	1.74	2.53	3.02	3.80	4.11	2.46	2.08	2.63
Na ₂ O	3.61	3.91	3.67	2.90	3.20	3.37	2.33	3.37	4.30	3.79	3.40	3.20	3.69	4.05	4.00	4.87
K ₂ O	2.83	2.40	3.67	3.80	3.55	2.41	3.59	4.88	5.00	5.29	6.00	4.20	5.06	6.00	6.44	5.11
P ₂ O ₅	0.38	0.40	0.31	0.32	0.35	0.40	0.40	0.39	0.35	0.48	0.36	0.24	0.20	0.10	0.12	0.11
П.п.п.	4.15	1.88	2.63	2.16	2.55	1.34	1.52	0.42	3.35	2.60	2.26	3.32	4.17	2.82	1.16	1.82
Сумма	100.26	100.08	100.55	100.47	99.63	99.97	99.50	99.78	99.73	100.10	100.41	99.18	100.18	99.80	99.80	100.18
K ₂ O+Na ₂ O	6.44	6.31	7.34	6.70	6.75	5.78	5.92	8.25	9.30	9.08	9.40	7.40	8.75	10.05	10.44	9.98
K ₂ O/Na ₂ O	0.78	0.61	1.00	1.31	1.11	0.71	1.54	1.45	1.16	1.40	1.76	1.31	1.37	1.48	1.61	1.05
Mg#	0.48	0.54	0.49	0.50	0.47	0.51	0.41	0.46	0.51	0.38	0.43	0.38	0.45	0.34	0.38	0.28

Примечание: анализы – Ю-362, Ю-57, Ю-51, Ю-54 – по данным автора, остальные заимствованы из фондовых материалов. Степень магнезиальности: Mg# = Mg/Fe³⁺+Fe²⁺+Mg, в молекулярных количествах.

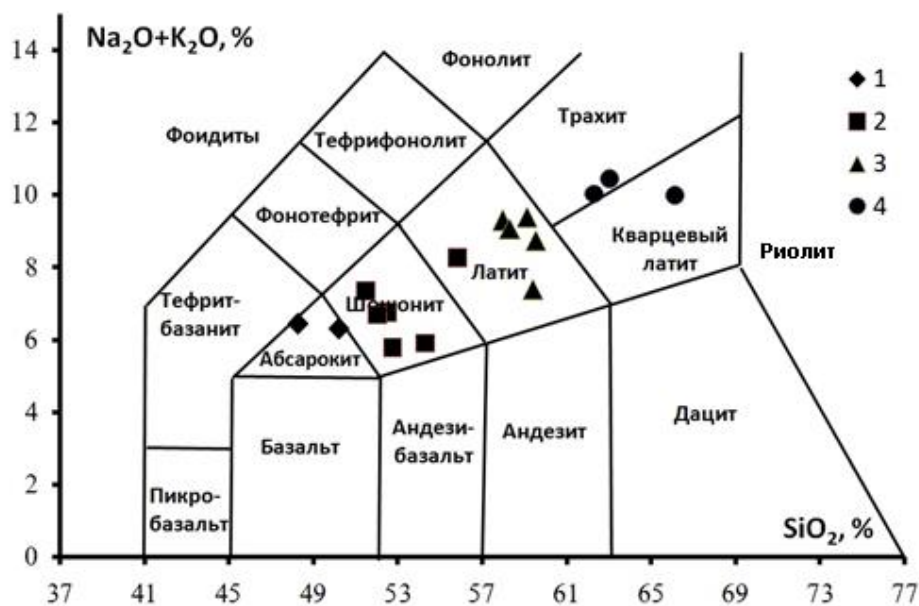


Рис.2. Положение вулканитов шурабсайской свиты Ташкескен-Самгарской структуры на классификационной диаграмме $\text{Na}_2\text{O}+\text{K}_2\text{O} - \text{SiO}_2$
Условные обозначения см. на рис.1

Степень магнезиальности вулканитов закономерно уменьшается от 0.52-0.41 в основных и средних до 0.38-0.28 в кислых породах серии. Количество TiO_2 в породах изученной серии соответствует концентрациям этого оксида в типичных шшонитовых и шшонит-латитовых сериях. В процессе дифференциации от абсарокитов до кварцевых латитов включительно происходит закономерное понижение количества основных петрогенных оксидов таких, как TiO_2 , Al_2O_3 , $\sum\text{FeO}$, MnO , CaO , P_2O_5 (рис. 3). В этом направлении, наоборот, происходит увеличение содержаний суммы щелочных оксидов, особенно K_2O : от 2.40 до 6.44%. По соотношению K_2O к Na_2O вулканиты исследуемой серии соответствуют магматическим образованиям калиевого ряда: $\text{K}_2\text{O}/\text{Na}_2\text{O} = 0.61-1.74$. Наиболее широко распространённые породы серии – шшониты характеризуются следующими концентрациями редких и рудных элементов ($n=3, \text{г/т}$): F-1400; В-64; Li-24; Rb-130; Ва-1795; Sr-480; Tl-1.4; Be-2.9; Zr-81; Sn-13.6; Pb-25; Ni-32; Co-21; Cr-38; V-170. Следовательно, этим породам присущи своеобразные геохимические особенности, выраженные в повышенных концентрациях летучих, редких и щелочноземельных (Rb, Ва) элементов, таллия, олова, свинца и микроэлементов группы железа.

Генезис шшонит-латитовых серий сложен и проблематичен. Имеющиеся опубликованные данные позволяют выделить две основные точки зрения о петрогенезисе и источнике магм шшонит-латитовых серий: а) глубинный родоначальный расплав образуется при селективном плавлении вещества верхней мантии на уровне гранатовых ассоциаций [8,9 и др.] и б) образование пород шшонит-латитовых серий происходит при значительной контаминации мантийных магм коровым материалом [10,11 и др.].

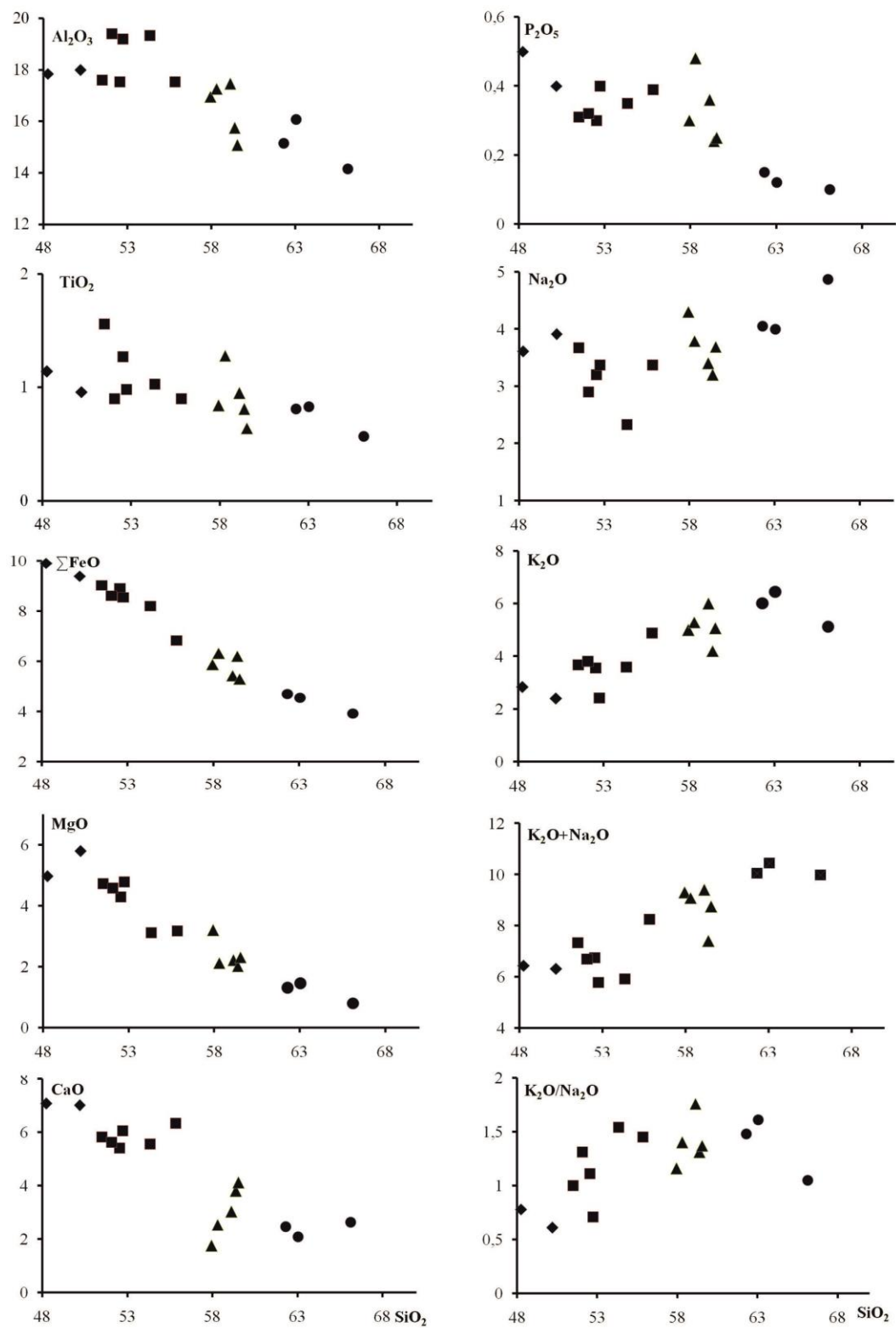


Рис. 3. Диаграмма петрогенные оксиды - SiO_2 для вулканитов абсарокит-шошонит-латитовой серии. Условные обозначения см. на рис.1

Подробный анализ полученного в результате проведенного исследования фактического материала и сравнение достоинств и недостатков обеих точек зрения на происхождение шошонит-латитовых серий позволили автору отдать предпочтение первой гипотезе [12]. Глубинный источник первичной магмы абсарокит-шошонитового состава и зарождение расплава на уровне гранатовых ассоциаций (протолит – гранатовые перидотиты) при небольшом объеме (около 5%) мантийных выплавов, принимаемых для генезиса шошонит-латитовых (шошонитовых) серий орогенных областей наиболее приемлем для объяснения происхождения абсарокит-шошонит-латитовой серий исследуемой зоны. В формировании изученной вулканической серии главная роль принадлежит процессам кристаллизационной дифференциации абсарокит-шошонитового расплава в промежуточных камерах, на что указывает эволюция состава субщелочных базальтоидов Ташкескен-Самгарской структуры, варьирующая от основных (абсарокиты) до кислых (кварцевые латиты) пород включительно.

Тектоническая или геодинамическая природа формирования шошонит-латитовых серий объясняется их приуроченностью к поздним стадиям развития островных дуг, активных континентальных окраин и зон коллизии литосферных плит, то есть деструктивных геодинамических обстановок. Образование субщелочных базальтоидов шурабсайской свиты связывают с процессами пермского внутриплитного рифтогенеза Кураминской подзоны [13]. С постколлизийным средне-позднепермским внутриплитным рифтогенезом Кураминской подзоны Чаткало-Кураминской зоны связаны формирование калиевой щелочной трахибазальт-лейцитит-трахитовой и комагматичной ей шонкинит-сиенитовой интрузивной серии [1]. Абсарокит-шошонит-латитовая серия (в целом вулканогенные образования шурабсайской свиты исследуемой подзоны) Ташкескен-Самгарской вулканоструктуры принадлежит к магматическим образованиям активных континентальных окраин, а не внутриплитным–рифтогенным, что наглядно видно по положению их состава на TiO_2 - Al_2O_3 диаграмме (рис. 4 [14]).

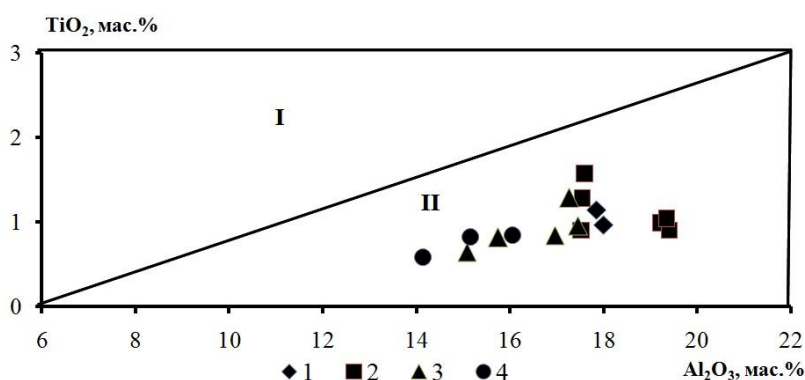


Рис. 4. Составы вулканитов абсарокит-шошонит-латитовой серии Ташкескен-Самгарской структуры на диаграмме TiO_2 - SiO_2

Поля магматических образований: внутриплитных (I), островных дуг и активных континентальных окраин (II). Остальные условные обозначения см. на рис.1.

Высокая рудная продуктивность шошонит-латитовых серий фанерозойских подвижных поясов, особенно комагматичных им субвулканических порфировых и гипабиссальных интрузий монцитонитов, доказана Л.В.Таусоном [15]. С субвулканическими и гипабиссальными образованиями абсарокит-шошонит-латитовой серии Ташкескен-Самгарской кольцевой вулканической мульды генетически тесно связаны скарново-полиметаллические (Янгикан, Кызылтур) и скарново-магнетит-халькопирит-молибденитовое с золотом (Южный Янгикан) месторождения и рудопроявления.

Таким образом, впервые выделенная нами в пределах Ташкескен-Самгарской структуры Чаткало-Кураминской зоны Срединного Тянь-Шаня в составе шурабсайской свиты S_3-R_1 вулканическая серия отличается дифференцированностью состава. Её составными частями являются субщелочные вулканические породы - абсарокиты, шошониты, латиты и кварцевые латиты. Породы абсарокит-шошонит-латитовой серии отличаются высокой калиевой щелочностью, глинозёмистостью и повышенными концентрациями Rb, Ba, Tl, Sn, Pb, элементов группы железа, а также летучих – фтора и бора. Калиевая субщелочная абсарокит-шошонит-латитовая серия имеет мантийный источник магматического расплава, зародившегося на уровне гранатовых ассоциаций. В образовании серии главная роль принадлежит процессам кристаллизационной дифференциации. Абсарокит-шошонит-латитовая вулканическая серия формировалась на поздних стадиях (позднесубдукционная стадия) развития позднепалеозойской активной континентальной окраины и отличается высокой рудной продуктивностью в отношении полиметаллов, меди, молибдена и золота.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мамаджанов Ю. – В кн.: Геодинамика, оруденение и геоэкологические проблемы Тянь-Шаня. – Бишкек: Илим, 2013, с.156-163.
2. Мамаджанов Ю. Петрология и геохимия шошонит-латитовой ассоциации Кураминской зоны (Срединный Тянь-Шань): Автореф. дисс... к.гео.-мин.н. – Душанбе: Институт геологии АН РТ, 1995, 24 с.
3. Рафиков Я.М., Мусаев А.А. – В кн.: Актуальные проблемы геологии и геофизики. – Ташкент: Фан, 2007, с.70-74.
4. Мамаджанов Ю. – В кн.: Актуальные проблемы геологии и сейсмологии Таджикистана. – Душанбе: Дониш, 2011, с.72-77.
5. Шихин Ю.С., Байков В.Н., Ищенко и др. – В кн.: Геология и минеральные комплексы Западного Карамазара. – М.: Недра, 1972, с.18-105.
6. Петрография Таджикистана. Т.1 (Карамазар и Моголтау). – Душанбе: Дониш, 1986, 284 с.
7. Классификация магматических (изверженных) пород и словарь терминов. Рекомендации Подкомиссии по систематике изверженных пород Международного союза геологических наук: Пер. с англ. – М.: Недра, 1997, 248с.
8. Таусон Л.В., Антипин В.С., Захаров М.Н., Зубков В.С. Геохимия мезозойских латитов Забайкалья. – Новосибирск: Наука, 1984, 214 с.
9. Dostal J. et. al. – *Contribs to Mineralogy and Petrology*. 1977, v.63, pp.113-118.
10. Богатиков О.А., Цветков А.А. Магматическая эволюция островных дуг. – М.: Наука, 1988, 248 с.

11. Pichler H., Zeil W. – Bull. Volcanology, 1972, v.35, № 2, pp. 424-452.
12. Мамаджанов Ю. Геодинамика и рудоносность шошонит-латитового магматизма Среднего Тянь-Шаня. – Душанбе: Деваштич, 2004, 192 с.
13. Далимов Т.Н., Рафиков Я.М. Вулканизм пермских континентальных рифтов Кураминской зоны. – Ташкент: Фан, 1986, 112 с.
14. Muller D., Groves D.I. Potassic igneous rocks and associated gold-copper mineralization. – New York: Springer-Verlag, 2000, 252 p.
15. Таусон Л.В. Магматизм и рудообразование. – М.: Наука, 1979, 36 с.

Ю.МАМАДЖОНОВ

**СЕРИЯ И АБСАРОКИТ-ШОШОНИТ-ЛАТИТИИ
ВУЛКАНОСТРОИИ ТОШКЕСКЕН-САМҒОРИ МИНТАҚАИ
ЧАТКАЛУ ҚУРАМАИ ТИЁН-ШОНИ МИЁНА**

*Институти геология, сохтмони ба заминҷунбӣ тобовар ва сейсмологияи
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Дар ҳудуди сохтори Тошкескену Самғори зерминтақаи Қурамаи минтақаи Чаткалу Қурамаи Тиён-Шони Миёна, аввалин маротиба дар ҳаҷми табақаи шӯробсои давраи охири карбону аввали перми буриши стратиграфии палеозои болоӣ, серияи вулкони абсарокит-шошонит-латитӣ ҷудо карда шудааст. Нишон дода шудааст, ки ин серия аз ҷинсҳои вулкони асосӣ (абсарокитҳо) то турш (латитҳои кварцсдор) иборат мебошад.

Калимаҳои калидӣ: абсарокитҳо – шошонитҳо – латитҳо – латитҳои кварцсдор – петрохимия – мантя – канораи палеоактивӣ – Тиён-Шони Мобайнӣ.

Yu.MAMADJONOV

**ABSAROKITE-SHOSHONITE-LATITE SERIES OF TASHKESKEN-SAMGAR
VOLCANOSTRUCTURE OF CHATKAL-KURAMIN ZONE
OF THE MIDDLE TIEN-SHAN**

*Institute of Geology, Earthquake Engineering and Seismology,
Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

Within Tashkesken-Samgar structure Kurama subzone of Chatkal-Kurama zone of the Middle Tien-Shan for the first time was isolated absarokite-shoshonite-latite volcanic series in the volume of the late carboniferous – early Permian Shurab suite of the stratified sequence of the Upper Paleozoic. It is shown that the series are highly differentiated composition from basic volcanic – absarokites to acid – quartz latites - inclusive.

Key words: absarokites – shoshonites – latites – quartz latites – petrochemistry – mantle – paleoactive margin – Middle Tien-Shan.

УДК 556.3

Ф.А.МУХИДИНОВ

ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАЙОНА ТУННЕЛЯ «ЧОРМАГЗАК» (ТАДЖИКИСТАН)

Таджикский национальный университет

Поступила в редакцию 06.05.2014 г.

В данной работе приведена обобщённая характеристика гидрогеологического режима подземных вод участка туннеля “Чормагзак” (характер залегания и направления движения подземных вод, дебит родников, агрессивность по отношению к бетону и железу).

Ключевые слова: осадки – рельеф – комплекс – водоносный горизонт – гидрогеология – дебит – химический состав.

Описываемый район охватывает северный и южный склоны Тианского хребта и сложен морскими и континентальными осадками верхнеюрского, мел-палеогенового и неоген-четвертичного периодов.

Водоносными зонами являются трещинноватости осадочных толщ мезозоя-кайнозоя. Они представлены известняками, гипсами, песчаниками и грубообломочными отложениями.

Формирование подземных вод осуществляется за счёт атмосферных осадков. Относительно слабая водопроницаемость большинства четвертичных образований, перекрывающих дочетвертичные отложения, резко расчленённый рельеф и относительно небольшое количество атмосферных осадков не способствуют созданию больших запасов подземных вод в рассматриваемом районе. Кроме этого, крутопадающие водопроницаемые породы мела и палеогена в пределах синклиналильных и гомоклинальных структур препятствуют способности проникновения вглубь атмосферных осадков в большом количестве.

По результатам ранее выполненных работ в описываемом районе выделено 9 водоносных комплексов и 1 водоупорная толща. Гидрогеологическая характеристика выде-

Адрес для корреспонденции: Мухидинов Файзали Абдукаримович. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет.
E-mail: faizali_ma@mail.ru

ленных водоносных комплексов составлена по итогам рекогносцировочных маршрутов с использованием результатов ранее выполненных гидрогеологических работ по региону.

Ниже приводится характеристика выделенных водоносных комплексов и водоупорных толщ.

Подземные воды спорадического распространения в пролювиально-делювиальных среднечетвертичных (Q_{2pr-dl}) отложениях. В исследуемом районе отложения илякского комплекса имеют широкое распространение, слагая водораздельную часть и склоны Тианского хребта. Илякский комплекс представлен толщей лессовидных суглинков, подстилаемых дресвяно-щебнистым материалом с включением глыб аллювиально-делювиально-пролювиального генезиса. Видимая мощность отложений изменяется от 5-10 до 90 м. Водовмещающими породами являются как суглинистые, так и дресвяно-щебнистые отложения с суглинистым и супесчаным заполнителем. Дебит родников, приуроченных к лессовидным суглинкам (родники № 1а, № 3), характеризуется незначительным, от капельного до 0.1-0.2 л/с (табл.). Водообильность родников, приуроченных к дресвяно-щебнистым отложениям, значительно выше и составляет 0.2-0.5 л/с.

Химический состав и минерализация подземных вод определены по роднику № 1а (табл.). Подземные воды, приуроченные к этим отложениям, весьма слабосоленоватые с минерализацией до 1.5 г/дм³; по химическому составу они гидрокарбонатно-сульфатно-натриево-кальциевые. По отношению к бетону воды не агрессивные, а к арматуре железобетонных конструкций слабоагрессивные.

Абсолютные отметки родников на южном склоне Тианского хребта от 1162 до 1350 м, на северном склоне 1530 м (род. № 3).

Отложения илякского комплекса вскрыты скважиной № ВН-8, пробуренной на южном портале Чормагзакского туннеля. Скважины глубиной 46 м вскрыли следующий литологический разрез суглинков с редкими прослоями дресвяно-щебнистых отложений мощностью 0.1-0.6 м. Суглинки до глубины 7 м, сухие, твердые, откалываются молотком. С глубины от 7 до 17 м суглинки становятся влажными, от 17 до 46 м влажность суглинков увеличивается и приобретает мягкопластичную консистенцию. Скважина подземные воды не вскрыла.

Водоносный комплекс олигоцен-нижнемиоценовых отложений ($P_3-N_1^{1bl}$). Водоносный комплекс в виде полосы субширотного направления прослеживается на южном склоне Тианского хребта и слагает мульду Богимоимской синклинали [1]. Коллекторами подземных вод являются переслаивающиеся песчаники, алевролиты и глины с прослоями гипсов и массивными, толстослоистыми, крупнозернистыми песчаниками с редкими прослоями глин и алевролитов. Суммарная мощность отложений 430-465 м.

Таблица

Результаты полных химических анализов проб воды и агрессивность подземных вод
к бетону и арматуре железобетонных конструкций

№ Родников	Геологич. индекс	Катионы			Анионы			Формула Курлова
	Абс. отметка (м)	Na+K	Ca	Mg	Cl	HCO ₃	SO ₄	
		мг/дм ₃	мг/экв	мг/экв%	мг/дм ₃	мг/экв	мг/экв%	
1	N ₁ bl	620	200	30	40	820	1182	M _{2.9} SO ₄ 63 HCO ₃ 35 C15 Na+K69 Ca 26 Mg5
	1283	27.1	10	2	1	13.5	24.8	
		69.3	25.6	5.1	2.6	34.5	62.9	
1a	Q ₂ il	150	200	30	50	510	414	M _{1.4} SO ₄ 47 HCO ₃ 45 C18 Ca54 Na+K35 Mg11
	1302	6.43	10	2	1.5	8.3	8.63	
		34.9	54.2	10.9	8.1	45.1	46.8	
3	K ₂ km	30	100	60	50	670	175	M _{1.1} HCO ₃ 68 SO ₄ 23 C19 Mg45 Ca45 Na+K10
	1347	1.15	4.99	5	1.5	11	3.65	
		10.3	44.8	44.9	9.3	68.1	22.6	
4	K ₁ iv ₂	0	120	90	50	490	127	M _{0.9} Mg58 Ca41 Na+K1 HCO ₃ 66 SO ₄ 22 C112
	1370	0.15	5	7	1.5	8	2.65	
		1.2	41.2	57.6	12.3	65	21.8	
7	Р ₂ al	700	100	6	70	520	1493	M _{3.0} SO ₄ 75HCO ₃ 20C15 Nf+K74 Ca146 Mg12
	1350	30.6	6	5	2	8.5	31.1	
		73.6	14.4	12	5	20	75	
8	K ₂ cn	100	100	6	50	470	256	M _{1.1} HCO ₃ 53 SO ₄ 37C110 Ca34 Mg34 Na+K31
	1600	4.54	5	5	1.5	7.7	5.34	
		31.2	34.4	34.4	10.3	53	36.7	
10	K ₂ t	50	100	150	70	520	420	M _{1.3} SO ₄ 46 HCO ₃ 44 C110 Mg62 Ca26 Na+K12
	1522	2.25	5	12	2	8.5	8.75	
		11.7	26	62.3	10.4	44.1	45.5	
12	K ₁ kz	70	100	160	70	560	476	M _{1.4} SO ₄ 47 HCO ₃ 43 C110 Mg62 Ca24 Na+K15
	1217	3.08	5	13	2	9.16	9.92	
		14.6	23.7	61.7	9.5	43.4	47,1	

Примечание: рН родников 7.2-6.9.

Водоносный комплекс с севера ограничен водоупорной глинистой толщей эоценовых отложений, а с юга по разлому граничит с верхнеюрскими отложениями. К данному водоносному комплексу приурочены родники № 1 и № 2 (см. табл.). Родники расположены вдоль линии разлома. Дебит родников изменяется от 0.2 до 1.0 л/с. Родники кооптированы, и вода родников используется для водоснабжения кишлаков Шурак и Хучалони. Родники расположены на абсолютных отметках от 1283 до 1302 м.

Подземные воды слабосоленоватые с минерализацией до 3 г/дм³. По химическому составу гидрокарбонатно-сульфатные кальциево-натриевые на портландцемент и к арматуре железобетонных конструкции слабоагрессивные.

Водоупорная толща эоценовых отложений (P₂ is-hn-sm). Исфаринские, ханабадские и сумсарские слои эоцена представлены глинами с редкими прослоями мергелей известняков и песчаников и прослеживаются на южном склоне Тианского хребта в виде полосы субширотного направления. Мощность отложений 90-130 м. Так как эти отложения выдержаны по простиранию и падению, они выделены как региональный водоупор.

Водоносный комплекс эоценовых отложений (P₂rs). Отложения эоценового водоносного комплекса, в виде полосы субширотного направления, прослеживаются на южном склоне Тианского хребта и слагают северное крыло Богимоимской синклинали. Разрез описываемого водоносного комплекса представлен риштанскими гипсами, глинами, алевролитами и песчаниками красно-бурового цвета, мощностью до 90 м.

Ниже в разрезе появляются туркестанские зеленовато-серые оскольчатые, крепкие глины, мощностью 31-48 м. Последние чередуются с алайскими слоями, представленными известняками-устричниками, глинами, алевролитами и песчаниками, мощностью до 100 м. В основании разреза появляются отложения сузакских глин мощностью 77-120 м.

В пределах района выявлены два родника, приуроченных к данному комплексу. Родник № 1 высачивается из делювиальных отложений на контакте риштанских гипсов и исфаринских глин. Мощность делювиальных образований 1-2 м. Дебит родника 0.01-0.02 л/с. Родник № 7 приурочен к контакту алейских слоев с делювиальными отложениями. Дебит родника – 0.3 л/с. Абсолютные отметки родника № 1-1360 м, № 7-1350 м.

Подземные воды слабосоленоватые с минерализацией до 3 г/дм³. По химическому составу гидрокарбонатно-сульфатные натриевые. Воды к портландцементу – среднеагрессивные, а к железу – слабоагрессивные.

Здесь наблюдаются небольшие оползневые потоки, в виде цепочек, приуроченные к контакту риштанских гипсов и исфаринских глин. Оползни развиты в делювиальном покрове, перекрывающем на склонах породы риштанского и исфаринского образования, местами с захватом подстилающих коренных пород (глины). Все оползни формировались из-за избыточного увлажнения, перекрывающего делювиальные отложения. Это указывает на то, что подземные воды эоценового водоносного комплекса вниз по склону подпираются водоупорными глинистыми отложениями «исфара-сумсара» и разгружаются в перекрывающие делювиальные отложения. Местами на поверхности делювиальных отложений наблюдаются заросли влаголюбивых растений (камышей), что указывает на неглубокое залегание уровня подземных вод (3-10 м).

Водоносный комплекс палеоэоценовых отложений (P₁ak-bh). Отложения акджарских слоев слагают водораздельную часть Тианского хребта. Отложения представлены известняками, мергелями, доломитами, гипсами, алевролитами. В разрезе преобладают сильно трещиноватые, закарстованные известняки, разбитые густой сетью трещин раз-

личного направления. Общая мощность комплекса 215 м. Водовмещающими породами являются известняки акджарских и бухарских слоев. По условиям циркуляции подземные воды подразделяются на трещинно-карстовый и трещинно-пластовый типы.

Акджарские и бухарские слои обнажаются на водораздельной части Тианского хребта на абсолютной отметке 1470 м, то есть обнажается только сдринированная часть отложений. В связи с этим на описываемом участке выходов родников не выявлено. На сопредельных участках дебиты родников составили 0.5-1.5 л/с реже 3 л/с и более. Минерализация подземных вод изменяется от 0.9 до 3 г/дм³, по химическому составу – сульфатно-кальциевая.

Водоносный комплекс турон-сенонских отложений (K_{2t-sn}). Отложения турон-сенонского водоносного комплекса широкой полосой прослеживаются в приводораздельной части северного склона Тианского хребта. Отложения турон-сенонского комплекса представлены известняками, глинами, мергелями, реже гипсами общей мощностью 450-530 м. Осадки турана в верхней части представлены известняками, глинами, в нижней части прослоями гипсов общей мощностью до 300 м. Глины туронского яруса являются водоупорным горизонтом сенонских отложений.

В основном подземные воды приурочены к известнякам, реже гипсам и глинам. К данному водоносному комплексу приурочены обследованные родники №№ 8,10,11,11^а; Родник № 8 расположен в 800-900 м восточнее границы участка. Дебиты родников изменяются от 0.2 до 1.5 л/с. Воды пресные, с минерализацией до 1.3 г/дм³. По химическому составу подземные воды гидрокарбонатно-сульфатные, кальциево-магниевые. Воды к бетону неагрессивные, к железу слабоагрессивные. Родники расположены на абсолютных отметках от 1500 до 1600 м.

Водоносный комплекс сеноманских отложений (K_{2 st}). Отложения сеноманского яруса прослеживаются полосой вдоль северного склона Тианского хребта. Литологический комплекс представлен известняками, песчаными известняками, глинами, песчаниками и алевролитами, реже гипсами. К данному водоносному комплексу приурочен родник № 9. Дебит родника 0.2 л/с. Вода пресная, с минерализацией до 1.2 г/дм³. Абсолютная отметка родника 1325 м. В сопредельных участках дебиты родников изменяются от 0.5 до 1 л/с. Минерализация подземных вод от 0.5 до 2.5 г/дм³, по составу сульфатно-кальциевая.

Водоносный комплекс баррем-апт-альбских отложений (K_{1 br-ap-al}). Объединенные баррем-апт-альбские отложения нижнего мела в виде широкой полосы прослеживаются вдоль северного и южного склонов Тианского хребта.

Разрез описываемого водоносного комплекса представлен переслаивающимся глинами, песчаниками, мергелями, доломитами, известняками, гипсами общей мощностью 3300-3400 м. Между баррем-апт и альбскими отложениями достаточно мощные, и выдержанные водоупорные толщи отсутствуют, между отдельными водоносными горизонтами имеется тесная гидравлическая связь, что сказывается на общности минерализа-

ции и химического состава подземных вод. В связи с этим весь комплекс этих отложений отнесен к единому баррем-альбскому водоносному комплексу. По условиям циркуляции – подземные воды пластово-трещинного типа.

За пределами участка в зоне Вахшского хребта, дебиты родников (см. табл.) изменяются от 0.2 до 0.7 л/с. Подземные воды пресные с минерализацией до 1 г/дм³, по составу гидрокарбонатно-кальциевые. Необходимо водоносный комплекс изучить буровыми и опытно-фильтрационными работами.

Водоносный комплекс валанжин-готеривских отложений (K_{IV-n}). Отложения объединенных валанжинского и готеривского ярусов в виде полос прослеживаются в районе северного портала туннеля, а так же по южному склону Тианского хребта по бортам глубоковрезанных поперечных саёв. Литологические отложения комплекса в верхней части разреза представлены тёмно-красными песчаниками, тёмно-коричневыми глинами с прослоями гравелитов и алевролитов [2]. В нижней части разреза – глинами песчаниками, песчаными глинами, алевролитами. Суммарная мощность отложений 530-620 м.

Данный водоносный комплекс с нижележащими верхнеюрскими водоносными отложениями граничит по Зардолинскому разлому. Здесь выявлено более 15 родников, приуроченных к этому водоносному комплексу. Основная часть родников расположена вдоль центральной и южной частей Зардолонского разлома. Дебиты родников от капельного до 0.1 л/с. По родникам № 4 и 20 (см. табл.) - по 1 л/с. Родники каптированы, используются для водоснабжения населенного пункта Зардолу. Подземные воды слабо минерализованные, с минерализацией до 1.4 г/дм³. По химическому составу гидрокарбонатно-сульфатные кальциево-магниевые (род № 12). На портландцемент не агрессивны, к металлоконструкциям слабоагрессивны. Родники расположены на абсолютных отметках от 1190 до 1370 м. (род. 4).

На южном склоне Тианского хребта контакт между описываемым водоносным комплексом и верхнеюрскими отложениями согласный. Здесь на территории участка выходы родников не отмечены. Судя по дебиту родников, водообильность валанжин-готеривских отложений не высокая. При проходке подземных горных выработок, возможно, ощутимых водопротоков не будет.

Пластовые (карстовые и трещинные) воды верхнеюрских отложений (J_{3gr}). На северном склоне Тианского хребта отложения гаурдакской свиты с вышележащими отложениями яванской свиты граничат по Северо-Зардолинскому и Южно-Зардолинскому разломам и обнажаются по бортам глубоковрезанных саёв между вышеперечисленных разломов. Судя по выходу родников и линейной разгрузке подземных вод вдоль нарушений, эти разломы являются водоносными. На южном склоне Тианского хребта, с севера отложения гаурдакской свиты по разлому граничат с красно-бурыми песчаниками больджуанской свиты, а с юга с отложениями яванской свиты. Отложения гаурдарской свиты в верхней части разреза представлены ярко-красными глинами с прослоями белых гипсов. Мощность отложений 150-200 м.

На северном склоне Тианского хребта дебиты родников, приуроченных к гаурдакским отложениям (род. № 15, 16, 19), незначительные - от капельного до 0.1 л/с. На южном склоне хребта родники в гаурдакских отложениях не выявлены. Все это свидетельствует о слабой водопроницаемости (водообильности) отложений, слагающих гаурдакскую свиту. В результате подпора подземных вод гипсов – глинистыми отложениями гаурдака, на северном склоне Тианского хребта родники вдоль разломов высачиваются из вышележащих трещиноватых песчаников яванской свиты, на юге из песчаников больджуанской свиты. Абсолютные отметки родников - от 1190 до 1200 м. Судя по дебиту и количеству родников, приуроченных к отложениям гаурдакской свиты, эти осадки слабоводоносные.

Таким образом, мы выявили, что в районе туннеля «Чормагзак», судя по дебиту родников, водообильность отложений невысокая, ощутимых водопритоков не будет.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ачилов Г.Ш., Бабаев А.М. и др. – Геология и геофизика Таджикистана. – Душанбе: Дониш, 1989, с. 117-138.
2. Винниченко С.М. – ДАН ТаджССР, 1977, т.22, №7. с.46-49.
3. Питьева К.Е. – Гидрогеохимия. – М.: Изд-во Московского университета, 1988, с. 288.

Ф.А.МУҲИДИНОВ

ТАВСИФОТИ ГИДРОГЕОЛОГИИ НОҶИЯИ НАҚБИ «ЧОРМАҒЗАК» (ТОҶИКИСТОН)

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Дар мақола тавсифи умумии ҳолати гидрогеологии обҳои зерзаминии қитъаи туннели “Чормағзак” дода шудааст (хобиши обҳои зерзамини, самти ҳаракати онҳо, обҷудокунии чашмаҳо ва таъсири бади онҳо ба бетон ва оҳан).

Калимаҳои калидӣ: боришот – релеф – комплекс – қабати обдор – гидрогеология – дебит – таркиби химивӣ.

F.A.MUHIDINOV

HYDROGEOLOGICAL CHARACTERISTICS OF THE DISTRICT OF TUNNEL "CHORMAGZAK" (TAJIKISTAN)

Tajik National University

In this paper we give a generalized characteristic the hydrogeological regime groundwater plot of the tunnel "Chormagzak" (the nature of bedding of ground waters, movement of groundwater the direction of, flow rate water springs aggressiveness towards concrete and iron).

Key words: precipitation – relief – complex – aquifer – hydrogeology – debit – chemical composition.

11-е НУМАНОВСКИЕ ЧТЕНИЯ «АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ФИЗИКИ И
ХИМИИ УГЛЕРОДСОДЕРЖАЩЕГО СЫРЬЯ»,
ПОСВЯЩЁННЫЕ 95-ЛЕТИЮ АКАДЕМИКА АН РТ И.У.НУМАНОВА И
80-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ АКАДЕМИКА РАН Н.А.ПЛАТЭ

4 июня 2014 г. в Институте химии им. В.И.Никитина АН РТ состоялись 11-е Нумановские чтения «Актуальные вопросы физики и химии углеродсодержащего сырья», посвящённые 95-летию академика И.У.Нуманова и 80-летию со дня рождения академика Н.А.Платэ.

В 11-х Нумановских чтениях приняло участие более 100 учёных Республики Таджикистан, Российской Федерации и стран ближнего зарубежья. Республику Таджикистан представляли Институт химии им. В.И.Никитина АН РТ, Таджикский национальный университет, НИИ Таджикского национального университета.

Программа 11-х Нумановских чтений включала:

1. Доклады, посвящённые жизни и научной деятельности академиков И.У.Нуманова и Н.А.Платэ, направлениям их исследований и основным достижениям. В данную часть программы чтений также входил показ документальных фильмов о жизни академиков и выступление вокальной группы «Серебряный рассвет».

2. Доклады по современным проблемам физики и химии углеродсодержащего сырья.

На первом заседании председательствовал директор Института химии им. В.И.Никитина АН РТ д.х.н., профессор З.К.Мухиддинов. От имени Президиума АН РТ участников конференции приветствовал вице-президент АН РТ, председатель Отделения физико-математических, химических, геологических и технических наук академик С.О.Одинаев. С докладами «Слово об учителе» и «Академик Николай Альфредович Платэ - выдающийся ученый и человек» выступили академики У.М.Мирсаидов и Д.Х.Халиков. Своими воспоминаниями поделились те, кто знал и работал с академиками И.У.Нумановым и Н.А.Платэ, сотрудники Института химии, ТНУ, в том числе гости из Российской Федерации: секретарь Международной общественной организации писателей «Международный Литературный Фонд» (МООП МЛФ) Ш.М.Ниязи, д.х.н, профессор Ф.Ф.Ниязи, генерал-майор МВД РФ Х.И.Нуманов.

На втором заседании председательствовал академик Д.Х.Халиков. С докладами, охватывающими широкий круг проблем физики и химии углеродсодержащего сырья, вы-

ступили: профессор кафедры физики полимеров физфака Таджикского национального университета Ш.Т.Туйчиев, главный научный сотрудник Института химии им. В.И.Никитина АН РТ д.х.н. Р.У.Усманов, академик АН РТ И.Н.Ганиев, главный научный сотрудник Института химии им. В.И.Никитина АН РТ д.х.н. М.Н.Абдусалымова, профессор Таджикского национального университета д.физ.-мат.н. Т.Х.Салихов, главный научный сотрудник Института химии им. В.И.Никитина АН РТ д.х.н., профессор А.Х.Кадыров.

В докладах было подробно рассмотрено влияние фуллера C_{60} на радиационную стойкость полимеров, рациональные пути переработки и использования гетероциклических соединений сернистой нефти Республики Таджикистан, возможности получения цинк-алюминиевых защитных покрытий нового поколения, результаты исследований в области пниктидов редкоземельных элементов, нелинейный фотоакустический отклик непрозрачных твёрдотельных образцов, проблемы и перспективы синтеза и выделения холелитолитических препаратов на основе некоторых стероидов, а также продуктов лекарственных растений.

И.У.Нуманов, широко известный среди научной общественности Республики Таджикистан, неразрывно связан с развитием химической науки и высшего химического образования в Таджикистане. И.У.Нуманову, наряду с основателем Института химии АН РТ Василием Ивановичем Никитиным, принадлежит заслуженное почётное место.

Ишанкул Усманович Нуманов внёс огромный вклад в организацию научных исследований по органической химии, особенно в химию и физику углеродсодержащего сырья, и по праву считается пионером в области зарождения нефтехимии в Институте химии им. В.И.Никитина АН РТ. Его вклад особенно ценен тем, что он сумел привить любовь к химической науке и привлечь, таким образом, к научным исследованиям много молодых, талантливых исследователей и создал школу химии нефти в Таджикистане.

В его многогранной научной деятельности можно выделить основные направления, которые он со своими учениками развивал несколько десятилетий. Это изучение состава тяжёлых уникальных нефтей Таджикской депрессии и Афгано-Таджикской впадины; распределение в них азота, серы и микроэлементов; изучение структуры и физико-химических свойств гетероатомных компонентов; разработка методов выделения сернистых, азотистых и микроэлементных компонентов из нефтей; поиск путей практического использования гетерокомпонентов из нефтей Средней Азии; направленный синтез и изучение свойств сероорганических соединений тех типов, которые выявлены в исследуемых нефтях. Под руководством И.У.Нуманова Институт химии стал одним из ведущих учреждений в системе Академии наук Таджикистана.

И.У.Нуманов был активным членом Всесоюзного совета по нефтехимии. Академик И.У.Нуманов вёл большую общественную и партийную работу. Он был членом Научного совета по химии и технологии органических соединений серы при ГКНТ Совета Министров СССР, Научного совета по нефтехимии при Отделении общей и техниче-

ской химии АН СССР, Регионального научного совета по нефтехимии Казахстана и Средней Азии, председателем Таджикского республиканского правления ВХО им. Д.И.Менделеева, председателем химической секции терминологического комитета при Совете Министров Таджикской ССР, председателем регионального Специализированного совета по защите кандидатских диссертаций. Он неоднократно избирался членом городской, районной партийной организации и членом партийного комитета Института химии, депутатом городского, районного Совета народных депутатов.

Академику Николаю Альфредовичу Платэ было посвящено несколько выступлений сотрудников АН РТ. Н.А.Платэ являлся олицетворением настоящего патриота науки, примером истинного служения Родине. Благодаря его усилиям и неисчерпаемой энергии, полимерная наука в СССР и в России поднялась до мирового уровня, а Институт нефтехимического синтеза РАН, который он возглавлял, приобрел мировую известность. Результатом его многолетней научной деятельности явились предложение и развитие концепции структурно-химического подхода к процессам модификации полимеров, разработка теоретических аспектов кинетики и статистики макромолекулярных реакций, исследования структуры и свойств гребнеобразных полимеров, исследования в области химии макромономеров и полимеров на их основе, разработки по механохимической полимеризации кристаллических мономеров, по полимеризации оловоорганических непредельных мономеров, по химической и структурной модификации полимерных мембран, по синтезу макромолекулярных реагентов и катализаторов, что закономерно получило широкое мировое признание и отмечено государственными премиями СССР и России, премии им. В.А. Каргина Президиума АН СССР. Будучи директором Института нефтехимического синтеза им.А.В.Топчиева АН СССР, Н.А.Платэ включается в широкий спектр исследований в области нефтехимии и химической технологии, проводившихся в институте. Эти исследования включают оценку состояния и перспектив развития процессов переработки тяжёлых нефтяных остатков, содержащих большое количество высокомолекулярных соединений. Большой интерес Н.А.Платэ привлекали проблемы химических аспектов энергетики. Особый интерес Н.А.Платэ привлекали работы, рассматривающие экзоэнергетические процессы для производства химической продукции и энергии одновременно и задачи утилизации энергии при сжигании отходов.

Выступившие подчеркнули, что Николай Альфредович Платэ был блестящим педагогом и воспитателем научной молодежи, автором и соавтором многочисленных научных работ, изобретений и монографий, изданных не только в России, но и в США и других странах, научным консультантом более 20 докторских и руководителем 89 кандидатских диссертаций, организатором и руководителем многочисленных национальных конференций, симпозиумов и школ.

Благодаря его высокой работоспособности и организаторскому таланту, на всех постах, начиная от заведующего лабораторией, директора института, главного ученого секретаря и вице-президента РАН, Н.А.Платэ с честью справлялся со сложнейшими зада-

чами, способствовал укреплению и развитию научных связей РАН с зарубежными научными организациями. Международная премия за заслуги в области химического разоружения – награда за его вклад в Пагуошском движение ученых.

Будучи председателем Научного совета ГКНТ по полимерам медицинского назначения, Н.А.Платэ способствовал открытию новых институтов и лабораторий в центрально-азиатских научных учреждениях, в том числе лаборатории химии высокомолекулярных соединений в Институте химии им. В.И.Никитина АН РТ.

Доклады были представлены на высоком уровне и отразили современные тенденции развития физики и химии углеродсодержащего сырья. Работа конференции носила не только информативный характер, но и способствовала укреплению связей между институтами и вузами как Республики, так и ближнего и дальнего зарубежья, а также привлечению аспирантов и молодых ученых в организацию работы чтений.

Д.Х.Халиков, Р.М.Горшкова

Редакция и корректура – Н.Г.Сапожников

Сдано в набор 01.10.2014 г. Подписано в печать 15.10.2014 г.
Печать офсетная. Формат 70×100 1/16. Гарнитура Times. Усл. печ. л.8. Заказ № ____.
Тираж 300 экз.

*Адрес редколлегии: 734025, Душанбе, пр.Рудаки, 33, каб. 11.
Тел.:2-21-62-64. E-mail: danrt@mail.ru
Издательство «Дониш»: 734029, Душанбе, ул.Айни, 121, корп.2.*
