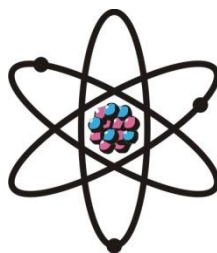


ОТДЕЛЕНИЕ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ, ХИМИЧЕСКИХ,  
ГЕОЛОГИЧЕСКИХ И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Журнал основан  
в январе 1952 г.



№ 3 (160)  
2015 г.

---

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

**С.О.Одинаев** – главный редактор, академик, доктор физико-математических наук, профессор; **Кохирова Г.И.** – зам.главного редактора, доктор физико-математических наук; **Н.Г.Сапожников** – ответственный секретарь; **Х.М.Ахмедов** – академик, доктор химических наук; **П.Б.Бабаджанов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **И.Н.Ганиев** – академик, доктор химических наук, профессор; **М.И.Илолов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **Р.М.Марупов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **У.М.Мирсаидов** – академик, доктор химических наук, профессор; **Х.Х.Муминов** – член-корреспондент, доктор физико-математических наук, профессор; **С.Х.Негматуллаев** – академик, доктор технических наук; **Н.Р.Раджабов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **Ф.Рахими** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **З.Х.Рахмонов** – член-корреспондент, доктор физико-математических наук, профессор; **З.Д.Усманов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **А.Р.Файзиев** – член-корреспондент, доктор геолого-минералогических наук, профессор; **Д.Х.Халиков** – академик, доктор химических наук, профессор.

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

- Ф.М.Шамсудинов.** Интегральные представления решений для одной специальной системы дифференциальных уравнений второго порядка со слабой особенностью .....7
- Т.П.Константинова.** Однородная вариационная задача Дирихле, связанная с некоэрцитивной формой, младшие коэффициенты которой принадлежат лебеговым пространствам ..... 15
- Б.А.Рахмонов.** Об одном обобщении вырождающейся неклассической системы уравнений 4-го порядка..... 24

## **МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА**

**Э.Сейдакмат кызы.** Решение задачи нелинейной оптимизации тепловых процессов, описываемых вольтеррово интегро-дифференциальными уравнениями ..... **31**

## **ИНФОРМАТИКА**

**З.Д.Усманов, С.М.Пиров.** К разработке основ эвфонометрии слов ..... **39**

## **ФИЗИКА**

**Т.Х.Салихов, Зафари Умар, Фарход Рахими.** Вклад температурной зависимости коэффициента теплового расширения в систему волновых уравнений для первого и второго звуков в сверхтекучем гелии ..... **43**

**Н.У.Муллоев, З.З.Исломов, М.Файзиева, Р.Сафарова, Дж.Юсупова.** ИК-спектры родственных гетероциклических соединений ..... **49**

## **МЕХАНИКА**

**Д.Н.Низомов, И.Каландарбеков.** Численное моделирование задач балок на упругом основании ..... **56**

## **НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ**

**С.М.Сафармамадов, Д.А.Мубораккадамов, К.С.Мабаткадамова.** Комплексообразование золота (III) с 1,2,4-триазолом ..... **65**

## **ГЕОХИМИЯ**

**Д.Н.Пачаджанов.** Геохимия калия, рубидия и цезия в мезозойском седиментогенезе Таджикской депрессии ..... **73**

**М.Л.Гадоев.** Элементы-примеси в барите из месторождений и рудопроявлений Карамазара ..... **84**

## **МИНЕРАЛОГИЯ**

**А.Р.Файзиев, Ф.А.Файзиев.** Рудноформационные типы серебряных месторождений Таджикистана ..... **92**

## **ПАЛЕОНТОЛОГИЯ**

**А.А.Сабилов.** Систематика семейства Parathuramminidae E. Bykova, 1955 (фораминиферы) ..... **100**

## **ГИДРОЛОГИЯ**

**И.И.Саидов, А.С.Кодиров, Н.Н.Степанова.** Управление формированием химического состава природных вод ..... **109**

**Р.Рахматиллоев, Ф.Г.Нематова.** Моделирование распределения воды Большого Ферганского канала на территории Канибадамского района Республики Таджикистан ..... **117**

## **БИОЭНЕРГЕТИКА**

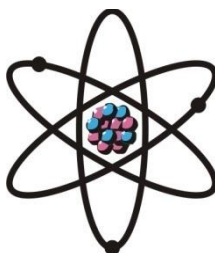
**Х.М.Ахмедов, К.Партоев, Г.А.Ташбаев.** Химический состав, биологическая и хозяйственная продуктивность топинамбура ..... **124**

## **ЮБИЛЕЙ УЧЁНОГО**

**Иному Бободжанову – 80 лет** ..... **132**

**ШҮЪБАИ**  
**ИЛМҲОИ ФИЗИКАЮ МАТЕМАТИКА,**  
**ХИМИЯ, ГЕОЛОГИЯ ВА ТЕХНИКА**

Маҷалла аз моҳи  
январӣ соли 1952  
нашр мешавад



№ 3 (160)  
с. 2015

**ҲАЙАТИ ТАҲРИРИЯ:**

**С.О.Одинаев** – сармуҳаррир, академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор;  
**Кохирова Г.И.** – муовини сармуҳаррир, академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор;  
**Н.Г.Сапожников** – котиби масъул; **Ҳ.М.Аҳмедов** – академик, доктори илми химия;  
**Р.Б.Бобочонов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор;  
**И.Н.Ғаниев** – академик, доктори илми химия, профессор; **М.И.Илолов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Р.М.Маърупов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Ҷ.М.Мирсаидов** – академик, доктори илми химия, профессор;  
**Ҳ.Ҳ.Муминов** – узви вобаста, доктори илмҳои физикаю математика, профессор;  
**С.Х.Неъматуллоев** – академик, доктори илмҳои техника; **Ф.Раҳимӣ** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **З.Ҳ.Раҳмонов** – узви вобаста, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Н.Р.Рачабов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **З.Ҷ.Усмонов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор;  
**А.Р.Ғайзиев** – узви вобаста, доктори илмҳои геология ва минералогия, профессор;  
**Ҷ.Х.Холиқов** – академик, доктори илми химия, профессор.

**МУНДАРИҶА**

**МАТЕМАТИКА**

<b>Ф.М.Шамсудинов.</b> Тасвирҳои интегралҳои ҳал барои як системаи махсуси муодилаҳои дифференсиалии тартиби дуюм бо коэффисиентҳои махсусияташон суст .....	7
<b>Т.П.Константинова.</b> Масъалаи якҷинсаи вариатсионии Дирихлеи алоқаманд бо шакли ғайрикӯрситивии коэффисиентҳои хурдаш аз фазои Лебег .....	15
<b>Б.А.Раҳмонов.</b> Умумиятҳои як системаи ғайриклассикии махсавандаи муодилаи тартиби чорум .....	24

**ФИЗИКАИ МАТЕМАТИКӢ**

<b>Э.Сеидакмаҷ кизи.</b> Ҳали масъалаи оптимизатсияи процесҳои гармӣ, ки бо муодилаҳои интегро-дифференсиалии волтерра тасвир мешаванд .....	31
--	----

## **ИНФОРМАТИКА**

**З.Ч.Усмонов, С.М.Пиров.** Оид ба таҳияи асосҳои андозагирии хушоҳангии калимаҳо ..... **39**

## **ФИЗИКА**

**Т.Ҳ.Солихов, Зафари Умар, Фарход Раҳимӣ.** Саҳми вобастагии ҳарорати зарби васеъшавии гармӣ ба системаи муодилаҳои мавҷӣ барои садоҳои якум ва дуум дар ҳелии абаршоро ..... **43**

**Н.У.Муллоев, З.З.Исломов, М.Файзиёва, Р.Сафарова, Дж.Юсупова.** Спектри инфрасурхӣ пайвастагиҳои ҳамгирӣ гетеросиклӣ ..... **49**

## **МЕХАНИКА**

**Ҷ.Н.Низомов, И.Қаландарбеков.** Моделкунонии адабии ҳалли масъалаи болорҳо бо асоси чандирӣ ..... **56**

## **ХИМИЯИ ҒАЙРИОРГАНИКӢ**

**С.М.Сафармамадов, Д.А.Муборакқадамов, К.С.Мабатқадамова.** Комплекс-ҳосилкунии тиллои (III) бо 1,2,4-триазол ..... **65**

## **ГЕОХИМИЯ**

**Д.Н.Почочонов.** Геохимияи рубидий ва сезий дар седиментогенези мезозои депрессияи Тоҷик ..... **73**

**М.Л.Гадоев.** Элементҳо-ғашҳо дар барити конҳои Қарамазор ..... **84**

## **МИНЕРАЛОГИЯ**

**А.Р.Файзиёв, Ф.А.Файзиёв.** Навъҳои форматсионӣ маъдани конҳои нуқраи Тоҷикистон ..... **92**

## **ПАЛЕОНТОЛОГИЯ**

**А.А.Собиров.** Таснифоти оилаи Parathuramminidae E. Vukova, 1955 (фораминифераҳо) ..... **100**

## **ГИДРОЛОГИЯ**

**И.И.Саидов, А.С.Қодиров, Н.Н.Степанова.** Таҳлили имконпазирӣ ва амалии идораи ташаққули таркиби кимиёвӣ обҳои табиӣ дар мисоли дарёи вахш ..... **109**

**Р.Раҳматиллоев, Ф.Г.Нематова.** Моделсозии тақсимои оби Канали Калони Фарғона дар мисоли ноҳияи қонибодомӣ Ҷумҳурии Тоҷикистон ..... **117**

## **БИОЭНЕРГЕТИКА**

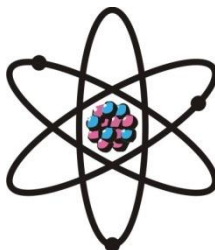
**Ҳ.М.Аҳмедов, К.Партоев, Г.А.Ташбаев.** Таркиби химиявӣ, маҳсулнокии биологӣ ва хоҷагии топинамбур ..... **124**

## **ҶАШНИ ОЛИМОН**

**Ином Бобочанов - 80 сол** ..... **132**

**DEPARTMENT OF  
PHYSICAL, MATHEMATICAL, CHEMICAL,  
GEOLOGICAL AND TECHNICAL SCIENCES**

The journal was established  
in January 1952



*№ 3 (160)*  
2015

---

**EDITORIAL BOARD**

Prof. **Saidmukhammad Odinaev**, Doctor of Physical and Mathematical, Editor-in-Chief; **Gulchekhra Kokhirova**, Doctor of Physical and Mathematical, Deputy Editor-in-Chief; **Nikolay Sapozhnikov**, Secretary; **Khakim Akhmedov**, Doctor of Chemistry; Prof. **Pulat Babadzhanov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Abdulkhak Faysiev**, Doctor of Geology and Mineralogy; Prof. **Mamadsho Ilolov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Izatullo Ganiev**, Doctor of Chemistry; Prof. **Dzhuraboy Khalikov**, Doctor of Chemistry; Prof. **Rakhim Marupov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Ulmas Mirsaidov**, Doctor of Chemistry; Prof. **Khikmat Muminov**, Doctor of Physical and Mathematical; **Sabit Negmatullaev**, Doctor of Engineering; Prof. **Nusrat Rajabov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Farhod Rakhimi**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Zarullo Rakhmonov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Zafar Usmanov**, Doctor of Physical and Mathematical.

**CONTENTS**

**MATHEMATICS**

- F.M.Shamsudinov**. Integral representations solutions for one special system differential equations to order with weak features.....7
- T.P.Konstantinova**. Homogeneous variational Dirichlet problem connected with a noncoercive form which lower coefficients belong to lebesgue spaces ..... 15
- B.A.Rahmonov**. A generalization of the degenerate non-classical systems of equations of fourth order ..... 24

**MATHEMATICAL PHYSICS**

- E.Seidakmat kizi**. The solution of nonlinear optimization of thermal processes described by Volterra integro-differential equations.....31

**INFORMATICS**

- Z.D.Usmanov, S.M.Pirov**. About developing a basis to metrization of word's euphony.....39

## PHYSICS

**T.Kh.Salikhob, Zafari Umar, Farhod Rahimi.** The contribution of the temperature dependence of the thermal expansion coefficient on the wave equations of the first and second sound in superfluid helium.....**43**

**N.U.Mulloev, Z.Z.Islomov, M.Fayzieva, R.Safarova, J.Yusupova.** IR-spectrums of related heterocyclic compounds.....**49**

## MECHANICS

**J.N.Nizomov, I.Kalandarbekov.** Numerical modeling of beams on elastic foundation.....**56**

## INORGANIC CHEMISTRY

**S.M.Safarmamadov, D.A.Muborakkadamov, K.S.Mabatkadamova.** Complexation gold (III) with 1,2,4-triazole.....**65**

## GEOCHEMISTRY

**D.N.Pachadzhonov.** Geochemistry of the potassium, rubidium and cesium in mezozoic sedimentation of Tajik depression .....**73**

**M.L.Gadoev.** Trace elements in barite deposits in the Karamazar .....**84**

## MINERALOGY

**A.R.Faiziev, F.A.Faiziev.** Oreformation types of silver deposits in Tajikistan .....**92**

## PALEONTOLOGY

**A.A.Sabirov.** Taxonomy of family *Parathuramminidae* E. Bykova, 1955 (Foraminifera) .....**100**

## HYDROLOGY

**I.I.Saidov, A.S.Kodirov, N.N.Stepanova.** The analysis of potential and the controls formation of chemical composition of the natural waters, example of vakhsh river .....**109**

**R.Rahmatilloev, F.G.Nematova.** Water distribution modeling in the Fergana Big Canal on example kanibadam district of Republic of Tajikistan .....**117**

## BIO-ENERGETICS

**Kh.M.Akhmedov, K.Partoev, G.A.Tashbaev.** The chemical compound, biological and economic efficiency jerusalem artichoke .....**124**

## JUBILEE OF SCIENTIST

**Inom Bobojanov - 80 year** .....**132**

УДК 517.9

Ф.М.ШАМСУДИНОВ

ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ РЕШЕНИЙ ДЛЯ ОДНОЙ  
СПЕЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ  
ВТОРОГО ПОРЯДКА СО СЛАБОЙ ОСОБЕННОСТЬЮ

*Курган-Тюбинский государственный университет им. Носира Хусрава*  
*Поступила в редакцию 02.06.2015 г.*

*В работе для одной специальной системы уравнений второго порядка со слабой особенностью найдены представления многообразия решений и изучены свойства полученных решений.*

**Ключевые слова:** переопределенная система – слабая особенность – сингулярная точка – прямоугольник – свойства решений.

Через  $D$  обозначим прямоугольник

$$D = \{(x, y) : 0 < x < \delta_1, 0 < y < \delta_2\}.$$

Далее обозначим

$$\Gamma_1 = \{y = 0 < x < \delta_1\}, \quad \Gamma_2 = \{x = 0 < y < \delta_2\}.$$

В области  $D$  рассмотрим систему следующего вида

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{a_1(x, y)}{r^\alpha} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{b_1(x, y)}{r^\beta} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{c_1(x, y)}{r^{\alpha+\beta}} u = \frac{f_1(x, y)}{r^{\alpha+\beta}}, \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{a_2(x, y)}{r^\gamma} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{c_2(x, y)}{r^\gamma} u = \frac{f_2(x, y)}{r^\gamma}, \end{cases} \quad (1)$$

где  $r^2 = x^2 + y^2$ ,  $a_j(x, y), b_1(x, y), c_j(x, y), f_j(x, y)$ ,  $j = 1, 2$  – заданные функции,  
 $\alpha < 1, \beta < 1, \gamma < 1$ .

---

**Адрес для корреспонденции:** Шамсудинов Файзулло Мамадуллоевич. 735140, Республика Таджикистан, г.Курган-Тюбе, ул. Айни, 67, Курган-Тюбинский государственный университет. E-mail: faizullo100@yahoo.com

Дифференциальные уравнения и переопределенные системы с регулярными, сингулярными и сверхсингулярными коэффициентами исследовались в работах [1-10].

В работе на основе способа, разработанного в [4] и [6], получено представление многообразия решений системы (1). Система (1) с переменными коэффициентами ранее не была изучена.

Для системы (1) в случае, когда коэффициенты и правые части первого уравнения связаны определённым образом, найдено многообразие решений при помощи произвольных постоянных и одной произвольной функции одной независимой переменной. В случае, когда коэффициенты и правые части первого уравнения названной системы не связаны вышеуказанным способом, многообразие решений получено при помощи резольвенты явно выписанного интегрального уравнения Вольтерра второго рода со слабой особенностью.

В дальнейшем через  $C_2(D)$  обозначим класс функций, которые имеют непрерывные производные первого порядка в  $D$  и такие, что  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} \in C(D)$ .

**Случай 1.** Если первое уравнение системы (1) является главным, тогда получим следующие утверждения.

**Теорема 1.** Пусть в системе уравнений (1) коэффициенты и правые части удовлетворяют условиям:

$$\begin{aligned}
 & 1) \ a_1(x, y) \in C_x^1(\bar{D}), \ a_2(x, y) \in C_y^1(\bar{D}), \\
 & \ b_1(x, y), c_j(x, y), f_j(x, y) \in C(\bar{D}), \ j = 1, 2; \\
 & 2) \ c_1(x, y) = a_1(x, y)b_1(x, y) + r^{\alpha+\beta} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{a_1(x, y)}{r^\alpha} \right), \\
 & \ c_2(x, y) = r^\gamma \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{a_2(x, y)}{r^\alpha} \right); \\
 & 3) \ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{a_1(x, y)}{r^\alpha} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{a_2(x, y)}{r^\gamma} \right) \text{ в } D; \\
 & 4) \ \left( \frac{a_2(x, y)}{r^\gamma} - \frac{b_1(x, y)}{r^\beta} \right) \exp[-\omega_{b_1}^\beta(x, y)] \times \\
 & \times \left( \psi_1(y) + \int_0^x \frac{f_1(t, y)}{(t^2 + y^2)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}} \exp[\omega_{b_1}^\beta(t, y)] dt \right) + \frac{f_1(x, y)}{r^{\alpha+\beta}} =
 \end{aligned}$$



$$= \frac{a_1(x, y)}{r^\alpha} \left( \psi_2(y) + \int_0^x \frac{f_1(t, y)}{(t^2 + y^2)^{\frac{\gamma}{2}}} dt \right) + \psi_2'(y) + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^x \frac{f_2(t, y)}{(t^2 + y^2)^{\frac{\gamma}{2}}} dt \text{ в } D.$$

Тогда любое решение системы уравнений (1) из класса  $C_2(D)$  представимо в виде

$$u(x, y) = \exp[-\omega_{a_1}^\alpha(x, y)] \left\{ \varphi_1(x) + \int_0^y \exp[\omega_{a_1}^\alpha(x, s) - \omega_{b_1}^\beta(x, s)] \times \right. \\ \left. \times \left( \psi_1(s) + \int_0^x \frac{f_1(t, s)}{(t^2 + s^2)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}} \exp[\omega_{b_1}^\beta(t, s)] dt \right) ds \right\} \equiv M_1(\varphi_1(x), \psi_1(y), f_1(x, y)), \quad (2)$$

$$\varphi_1(x) = \exp[-\omega_{a_2}^\gamma(x, 0)] \left( c_1 + \int_0^x F_1(t) [\omega_{a_2}^\gamma(t, 0)] dt \right) \equiv N_1(c_1, f_2(x, 0)), \quad (3)$$

$$F_1(x) = \psi_2(0) + \int_0^x \frac{f_2(t, 0)}{t^\gamma} dt,$$

$$\psi_2(y) = \left( \frac{a_2(0, y)}{y^\gamma} - \frac{b_1(0, y)}{y^\beta} \right)^{-1} \times \\ \times \left[ \frac{a_1(0, y)}{y^\alpha} \psi_2(y) + \psi_2'(y) - \frac{f_2(0, y)}{y^{\alpha+\beta}} \right] \equiv N_2(\psi_2(y), f_1(0, y)), \quad (4)$$

$$\omega_{a_2}^\alpha(x, y) = \int_0^y \frac{a_1(x, s)}{(x^2 + s^2)^{\frac{\alpha}{2}}} ds, \quad \omega_{b_1}^\beta(x, y) = \int_0^x \frac{b_1(t, y)}{(t^2 + y^2)^{\frac{\beta}{2}}} dt,$$

$$\omega_{a_2}^\gamma(x, 0) = \int_0^x \frac{a_2(t, 0)}{t^\gamma} dt,$$

$\psi_2(y)$  – произвольная функция,  $c_1$  – произвольная постоянная.

При этом

$$u(0, 0) = c_1 = \frac{f_1(0, 0)}{c_1(0, 0)} = \frac{f_2(0, 0)}{c_2(0, 0)},$$

$$V_2(x, y)_{x=0} = \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{a_2(x, y)}{r^\gamma} u \right)_{x=0} = \psi_2(y).$$

Решение в точке  $(0,0)$  является непрерывным.

**Теорема 2.** Пусть в системе уравнений (1) коэффициенты и правые части удовлетворяют всем условиям теоремы 1, кроме условий 2) и 4). Кроме того, пусть выполнены условия

$$\begin{aligned}
 a) \quad c_3(x, y) &= -c_1(x, y) + a_1(x, y)b_1(x, y) + r^{\alpha+\beta} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{a_1(x, y)}{r^\alpha} \right), \\
 c_4(x, y) &= -c_2(x, y) + r^\gamma \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{a_2(x, y)}{r^\gamma} \right); \\
 b) \quad &\left( \frac{a_2(x, y)}{r^\gamma} - \frac{b_1(x, y)}{r^\beta} \right) \exp[-\omega_{b_1}^\beta(x, y)] \times \\
 &\times \left( \psi_1(y) + \int_0^x \frac{f_1(t, y) + c_3(t, y)u(t, y)}{(t^2 + s^2)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}} \exp[\omega_{b_1}^\beta(t, s)] dt \right) + \\
 &+ \frac{f_1(x, y) + c_3(x, y)u(x, y)}{r^{\alpha+\beta}} = \frac{a_1(x, y)}{r^\alpha} \left( \psi_2(y) + \int_0^x \frac{f_2(t, y) + c_4(t, y)u(t, y)}{(t^2 + y^2)^{\frac{\gamma}{2}}} dt \right) + \\
 &+ \psi_2'(y) + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^x \frac{f_2(t, y) + c_4(t, y)u(t, y)}{(t^2 + y^2)^{\frac{\gamma}{2}}} dt.
 \end{aligned}$$

Тогда любое решение системы уравнений (1) из класса  $C_2(D)$  представимо в виде

$$\begin{aligned}
 u(x, y) &= \exp[-\omega_{a_1}^\alpha(x, y)] \left\{ \Omega_1(\varphi_1(x), \psi_1(y), f_1(x, y)) + \right. \\
 &\left. + \int_0^y ds \int_0^x \Gamma_1(x, y; t, s) \Omega_1(\varphi_1(t), \psi_1(s), f_1(t, s)) dt \right\} \\
 &\equiv M_2(\varphi_1(x), \psi_1(y), f_1(x, y)), \tag{5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \varphi_1(x) &= c_2 \int_0^x \exp[-\omega_{a_1}(t, 0)] dt + \int_0^x \exp[-\omega_{a_2}(t, 0)] \\
 &\left( \int_0^t \frac{f_2(t_1, 0)}{t_1^\gamma} \exp[\omega_{a_2}(t_1, 0)] dt_1 \right) dt + c_3 \equiv Q_1(c_2, c_3, f_2(x, 0)), \tag{6}
 \end{aligned}$$

$$\psi_1(y) = F_1(\psi_2(y), f_1(0, y)), \quad (7)$$

$$F_1(\psi_2(y), f_1(0, y)) = \left( \frac{a_1(0, y) y^\beta}{c_4(0, y)} \exp[\omega_{a_1}^\alpha(0, y)] \psi_2(y) + \frac{y^{\alpha+\beta}}{c_4(0, y)} \exp[\omega_{a_1}^\alpha(0, y)] \psi_2'(y) - \frac{f_1(0, y)}{c_4(0, y)} \exp[\omega_{a_1}^\alpha(0, y)] - c_2 \right) \exp[-\omega_{a_1}^\alpha(0, y)],$$

$$\Omega_1(\varphi_1(x), \psi_1(y), f_1(x, y)) = \varphi_1(x) + \int_0^y \exp[\omega_{a_1}^\alpha(x, s) - \omega_{b_1}^\beta(x, s)] \times$$

$$\times \left( \psi_1(y) + \int_0^x \frac{f_1(t, s)}{(t^2 + s^2)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}} \exp[\omega_{b_1}^\beta(t, s)] dt \right) ds,$$

$$\omega_{a_1}^\alpha(x, y) = \int_0^y \frac{a_1(x, s)}{(x^2 + s^2)^{\frac{\alpha}{2}}} ds, \quad \omega_{b_1}^\beta(x, y) = \int_0^x \frac{b_1(t, y)}{(t^2 + y^2)^{\frac{\beta}{2}}} dt,$$

$$\omega_{a_2}^\gamma(x, 0) = \int_0^x \frac{a_2(t, 0)}{t^\gamma} dt,$$

$\psi_2(y)$  – произвольная функция одной независимой переменной  $y$ ,  $c_2, c_3$  – произвольные постоянные числа.

При этом

$$u(0, 0) = c_3 = \frac{f_1(0, 0)}{c_1(0, 0)} = \frac{f_2(0, 0)}{c_2(0, 0)}, \quad \frac{\partial}{\partial x} u(x, 0) = c_2,$$

$$P_{x, a_2}^\gamma(u)_{x=0} = \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{a_2(x, y)}{r^\gamma} u \right)_{x=0} = \psi_2(y).$$

Решение в точке  $(0, 0)$  является непрерывным.

**Случай 2.** Пусть второе уравнение системы (1) является главным, тогда получим следующие утверждения.

**Теорема 3.** Пусть в системе уравнений (1) коэффициенты и правые части удовлетворяют следующим условиям

$$1) \quad a_2(x, y) \in C_y^1(\bar{D}), \quad a_1(x, y) \in C_x^1(\bar{D}), \quad b_1(x, y), \quad c_j(x, y), \quad f_j(x, y) \in C(\bar{D}), \quad j = 1, 2;$$

$$2) \quad c_2(x, y) = r^\gamma \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{a_2(x, y)}{r^\gamma} \right),$$

$$c_1(x, y) = a_1(x, y)b_1(x, y) + r^{\alpha+\beta} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{a_1(x, y)}{r^\alpha} \right),$$

$$3) \quad \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{a_1(x, y)}{r^\alpha} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{a_2(x, y)}{r^\gamma} \right) \text{ в } D;$$

$$4) \quad \left( \frac{a_2(x, y)}{r^\gamma} - \frac{b_1(x, y)}{r^\beta} \right) \exp[-\omega_{b_1}^\beta(x, y)] \left( \psi_1(y) + \int_0^x \frac{f_1(t, y)}{(t^2 + y^2)^{\frac{\alpha+\beta}{2}}} \exp[\omega_{b_1}^\beta(t, y)] dt \right) +$$

$$+ \frac{f_1(x, y)}{r^{\alpha+\beta}} = \frac{a_1(x, y)}{r^\alpha} \left( \psi_2(y) + \int_0^x \frac{f_2(t, y)}{(t^2 + y^2)^{\frac{\gamma}{2}}} dt \right) + \psi_2'(y) + \frac{\partial}{\partial y} \int_0^x \frac{f_2(t, y)}{(t^2 + y^2)^{\frac{\gamma}{2}}} dt \text{ в } D.$$

Тогда любое решение системы уравнений (1) из класса  $C_2(D)$  представимо в виде

$$u(x, y) = \exp[-\omega_{a_2}^\gamma(t, y)] \times$$

$$\times \left\{ \psi_3(y) + \int_0^x \exp[\omega_{a_2}^\gamma(t, y)] \left( \psi_2(y) + \int_0^x \frac{f_2(t, y)}{(t^2 + y^2)^{\frac{\gamma}{2}}} dt \right) dt \right\} \equiv$$

$$\equiv M_3(\psi_3(y), \psi_2(y), f_2(x, y)), \quad (8)$$

$$\psi_3(y) = \exp[-\omega_{a_2}^\alpha(0, y)] \left( c_4 + \int_0^y G_1(s, \psi_2(s)) \exp[\omega_{a_2}^\alpha(o, s)] ds \right) \equiv$$

$$\equiv N_2(c_4, G_1(y, \psi_2(y))), \quad (9)$$

где

$$G_1(y, \psi_2(y)) = \frac{y^{\gamma+\beta}}{y^\beta a_2(0, y) - y^\gamma b_1(0, 0)} \left[ -\frac{f_1(0, y)}{y^{\alpha+\beta}} + \frac{a_1(0, y)}{y^\alpha} \psi_2(y) + \psi_2'(y) \right],$$

$$\omega_{a_2}^\gamma(x, y) = \int_0^x \frac{a_2(t, y)}{(t^2 + y^2)^{\frac{\gamma}{2}}} dt, \quad \omega_{a_1}^\alpha(o, y) = \int_0^y \frac{a_1(o, s)}{s^\alpha} ds,$$

$\psi_2(y)$  – произвольная функция одной независимой переменной  $y$ ,  $c_4$  – произвольная постоянная.

При этом

$$u(0,0) = c_4 = \frac{f_1(0,0)}{c_1(0,0)} = \frac{f_2(0,0)}{c_2(0,0)},$$

$$P_{x,a_2}^{\gamma}(u)_{x=0} = \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{a_2(x,y)}{r^{\gamma}} u \right)_{x=0} = \psi_2(y).$$

Решение в точке  $(0,0)$  непрерывно.

**Замечание.** Когда коэффициенты второго уравнения системы (1) не связаны между собой определённым образом, представление многообразия решений получено при помощи резольвенты одномерного интегрального уравнения Вольтерра второго рода со слабой особенностью.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Wilczynski E.J. Projective Differential Geometry of Curves and Ruled Surfaces. – Zeip. Zig; Leubner, 1906, 120 p.
2. Appel P., Kampe de Fariet M.J. Function shypergeometriges of hyperspheriges Polynomesd Hermite. – Paris, Gauthir– Villars, 1926, 434 p.
3. Михайлов Л.Г. Некоторые переопределённые системы уравнений в частных производных с двумя неизвестными функциями. – Душанбе: Дониш, 1986, 115 с.
4. Раджабов Н. Введение в теорию дифференциальных уравнений в частных производных со сверхсингулярными коэффициентами. – Душанбе: ТГУ, 1992, 236 с.
5. Усманов З.Д. Обобщённые системы Коши-Римана с сингулярной точкой. – Душанбе: ТГУ, 1993, 234 с.
6. Раджабов Н., Мохаммед Эльсаед Абдель Аал. Переопределённая линейная система второго порядка с сингулярными и сверхсингулярными линиями. – Lap Lambert Academic Publishing, Germany, 2011, 234 с.
7. Исхоков С.А. О гладкости решения вырождающихся дифференциальных уравнений. – Дифференциальные уравнения, 1995, т.31, №4, с.641-653.
8. Шамсудинов Ф.М. Интегральные представления решений для одной переопределённой системы дифференциальных уравнений второго порядка со сверхсингулярной точкой. – Труды междунар. науч. конф. «Дифференциальные уравнения и смежные проблемы», г. Стерлитамак, 26-30 июня 2013, с. 300-304.
9. Тасмамбетов Ж.Н. О развитии исследований специальных систем дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. – Мат-лы междунар. науч.-практ. конф. "Информационные технологии: инновации в науке и образовании"; г. Актобе 20-21 февраля 2015 г., с. 6-17.
10. Шамсудинов Ф.М. Об исследовании одной переопределённой системы дифференциальных уравнений второго порядка с сингулярной точкой. – Там же, с. 247-250.

Ф.М.ШАМСУДИНОВ

**ТАСВИРҲОИ ИНТЕГРАЛИИ ҲАЛ БАРОИ ЯК СИСТЕМАИ МАХСУСИ  
МУОДИЛАҲОИ ДИФФЕРЕНСИАЛИИ ТАРТИБИ ДУЮМ БО КОЭФ-  
ФИЦИЕНТҲОИ МАХСУСИЯТАШОН СУСТ**

*Донишгоҳи давлатии Қўрғонтеппа ба номи Носири Хусрав*

Барои як системаи махсуси барзиёдмуайяншудаи тартиби дуюм бо нуқтаи сингулярии махсусияташ сусти тасвирҳои интегралӣ ҳал ёфта шуда, хосиятҳои онҳо омӯхта шудаанд.

**Калимаҳои калидӣ:** системаи барзиёдмуайяншуда – нуқтаи сингулярӣ – бисёршаклии ҳал – росткунча - хосиятҳои ҳал.

F.M.SHAMSUDINOV

**INTEGRAL REPRESENTATIONS SOLUTIONS FOR ONE SPECIAL SYSTEM  
DIFFERENTIAL EQUATIONS TO ORDER WITH WEAK FEATURES**

*N.Khusrav Qurgantyube State University*

In this work for one special system of second order differential equations with singularity point are obtained representation the manifold solution and study the properties of solutions.

**Key words:** over determined system – singular point – manifold solution – rectangle – properties of solutions.

УДК 517.918

Т.П.КОНСТАНТИНОВА

**ОДНОРОДНАЯ ВАРИАЦИОННАЯ ЗАДАЧА ДИРИХЛЕ,  
СВЯЗАННАЯ С НЕКОЭРЦИТИВНОЙ ФОРМОЙ,  
МЛАДШИЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ КОТОРОЙ ПРИНАДЛЕЖАТ  
ЛЕБЕГОВЫМ ПРОСТРАНСТВАМ**

*Политехнический институт (филиал) Северо-Восточного федерального  
университета им. М.К.Аммосова в г. Мирном  
Поступила в редакцию 18.08.2015 г.*

*В работе доказывается теорема об однозначной разрешимости вариационной задачи Дирихле с однородными граничными условиями для эллиптического оператора высшего порядка в ограниченной области со степенным вырождением на границе. Исследуемый оператор порождается с помощью некоэрцитивной полуторалинейной формы, младшие коэффициенты которой принадлежат некоторым  $L_p$ -пространствам с весом.*

**Ключевые слова:** задача Дирихле – эллиптический оператор – степенное вырождение – некоэрцитивная полуторалинейная форма.

Разрешимость вариационной задачи Дирихле для вырождающихся эллиптических операторов высшего порядка в ограниченной области, в основном, исследована в случае, когда исследуемый оператор ассоциирован с полуторалинейной формой, удовлетворяющей оценке коэрцитивности (см., например, [1-4] и имеющуюся в них библиографию). Случай некоэрцитивных полуторалинейных форм сопряжен со многими техническими трудностями и сравнительно мало изучен. Этому случаю посвящены работы [5-9]. Настоящая работа является продолжением работы [9], в которой была исследована разрешимость вариационной задачи Дирихле с однородными граничными условиями для эллиптических операторов, имеющих только ненулевые старшие коэффициенты. Здесь мы рас-

---

*Адрес для корреспонденции:* Константинова Туяаара Петровна. 678170, Россия, Республика Саха (Якутия), г. Мирный, ул. Тихонова, 5/1, Политехнический институт (ф.) СВФУ. E-mail: konct-tua@mail.ru

смотрим случай эллиптического оператора общего вида, младшие коэффициенты которого принадлежат некоторым весовым  $L_p$ -пространствам.

Пусть  $\Omega$  - ограниченная область в  $n$ -мерном евклидовом пространстве  $R^n$  с замкнутой  $(n-1)$ -мерной границей  $\partial\Omega$ , удовлетворяющая условию конуса. Пусть  $r$  - натуральное,  $\alpha$  - вещественные числа. Символом  $V_{2;\alpha}^r(\Omega)$  обозначим пространство функций  $u(x)$ , определенных на  $\Omega$ , имеющих все обобщенные в смысле С.Л. Соболева производные с конечной нормой

$$u; V_{2;\alpha}^r(\Omega) = \left\{ \sum_{|k|=r} \int_{\Omega} \rho^{2\alpha}(x) |u^{(k)}(x)|^2 dx + \int_{\Omega} \rho^{2(\alpha-r)}(x) |u(x)|^2 dx \right\}^{1/2}.$$

Здесь и далее  $k = (k_1, k_2, \dots, k_n)$  - мультииндекс,  $|k| = k_1 + k_2 + \dots + k_n$  - длина мультииндекса  $k$ ,

$$u^{(k)}(x) = \frac{\partial^{|k|} u(x)}{\partial x_1^{k_1} \partial x_2^{k_2} \dots \partial x_n^{k_n}}$$

- обобщенная в смысле С.Л.Соболева производная функции  $u(x)$  мультииндекса  $k$ ,  $\rho(x)$  - регуляризованное расстояние от  $x \in \Omega$  до  $\partial\Omega$ .

Пусть  $\lambda$  - вещественное число. Рассмотрим интегродифференциальную полуторалинейную форму

$$B_{\lambda}[u, v] = \sum_{|k|, |l| \leq r} \int_{\Omega} p_k(x) p_l(x) a_{kl}(x) u^{(k)}(x) \overline{v^{(l)}(x)} dx + \lambda \int_{\Omega} \rho^{2(\alpha-r)}(x) u(x) \overline{v(x)} dx, \quad (1)$$

где  $p_k(x) = \rho^{\alpha-r+|k|}(x)$  и  $a_{kl}(x)$  - комплекснозначные функции, на которых ниже накладываются некоторые условия. Отметим, что форма (1), в отличие от формы, рассмотренной в [9], имеет младшие коэффициенты  $a_{kl}(x), |k| + |l| \leq 2r - 1$ .

Рассмотрим вариационную задачу Дирихле, связанную с формой (1).

**Задача  $D_{\lambda}$ .** Для заданного функционала  $F \in (V_{2;\alpha}^r(\Omega))'$  требуется найти решение  $U(x)$  уравнения

$$B_{\lambda}[u, v] = F, \quad v \in C_0^{\infty}(\Omega), \quad (2)$$

принадлежащее пространству  $V_{2;\alpha}^r(\Omega)$ .



Предположим, что коэффициенты  $a_{kl}(x)$  формы (1) удовлетворяют следующим условиям:

I) старшие коэффициенты  $a_{kl}(x), |k|=|l|=r$ , непрерывны в замкнутой области  $\overline{\Omega}$ ;

II) существуют числа  $c_0 > 0, \varphi \in (0, \pi)$  и непрерывная в  $\overline{\Omega}$  функция  $\gamma(x) \neq 0$  такие, что

$$\left| \arg \sum_{|k|=|l|=r} a_{kl}(x) \xi^k \bar{\xi}^l \right| < \varphi,$$

$$\operatorname{Re} \left\{ \gamma(x) \sum_{|k|=|l|=r} a_{kl}(x) \xi^k \bar{\xi}^l \right\} \geq c_0 |\xi|^{2r}$$

для всех  $x \in \Omega, \xi \in \mathbb{R}^n$ ;

III) младшие коэффициенты  $a_{kl}(x), |k|+|l| \leq 2r-1$ , принадлежат весовому пространству  $L_{p_{kl}; -n/p_{kl}}(\Omega)$ , где числа  $p_{kl}$  определяются следующим соотношением:

$$1) p_{kl}(x) = \begin{cases} \frac{n}{r-|k|} + \varepsilon, |l|=r, n > 2(r-|k|), \\ \frac{n}{r-|l|} + \varepsilon, |k|=r, n > 2(r-|l|); \end{cases}$$

2) если  $|k| < r-1, |l| \leq r-1$ , то

$$p_{kl} = \begin{cases} \frac{n}{2r-|k|-|l|} + \varepsilon, n > 2(r-|k|), n > 2(r-|l|), \\ \frac{n}{r-|l|} + \varepsilon, n \leq 2(r-|k|), n > 2(r-|l|), \\ \frac{n}{r-|k|} + \varepsilon, n > 2(r-|k|), n \leq 2(r-|l|); \end{cases}$$

3)  $p_{kl}$  – любое конечное число больше 2 в оставшихся случаях.

Здесь  $\varepsilon$  – достаточно малое положительное число.

**Теорема.** Пусть  $0 \leq \alpha \leq r$  и выполнены условия I)-III). Тогда найдется число  $\lambda_0 \geq 0$  такое, что при  $\lambda \geq \lambda_0$  для любого заданного функционала  $F \in (V_{2,\alpha}^r(\Omega))'$  существует единственное решение  $U(x)$  задачи  $D_\lambda$  и при этом справедлива оценка

$$\|U; V_{2;\alpha}^r(\Omega)\| \leq M_0 \|F; (V_{2;\alpha}^r(\Omega))'\|, \quad (3)$$

где положительное число  $M_0$  не зависит от  $\lambda$  и  $F$ .

**Доказательство.** Полуторалинейную форму  $B_\lambda[u, v]$  представим в виде

$$B_\lambda[u, v] = B_\lambda^*[u, v] + B_*[u, v] \quad (4)$$

где

$$B_*[u, v] = \sum_{\substack{|k|, |l| \leq r \\ |k|+|l| \leq 2r-1}} \int_{\Omega} p_k(x) p_l(x) a_{kl}(x) u^{(k)}(x) \overline{v^{(l)}(x)} dx, \quad (5)$$

$$B_\lambda^*[u, v] = \sum_{|k|, |l|=r} \int_{\Omega} \rho^{2\alpha}(x) a_{kl}(x) u^{(k)}(x) \overline{v^{(l)}(x)} dx + \lambda \int_{\Omega} \rho^{2(\alpha-r)}(x) u(x) \overline{v(x)} dx.$$

Поступая так же, как при доказательстве теоремы 1 из [9], при  $\lambda \geq \lambda_0$  строится ограниченный оператор

$$\mathbb{R}(\lambda): (V_{2;\alpha}^r(\Omega))' \rightarrow V_{2;\alpha}^r(\Omega)$$

такой, что

$$B_\lambda^*[\mathbb{R}(\lambda)F, v] = \langle F, v \rangle \quad (6)$$

для всех  $v \in V_{2;\alpha}^r(\Omega)$ ,  $F \in (V_{2;\alpha}^r(\Omega))'$ .

Далее определим оператор

$$\mathbb{R}_0(\lambda): (V_{2;\alpha}^r(\Omega))' \rightarrow (V_{2;\alpha}^r(\Omega))',$$

действующий по формуле

$$\langle \mathbb{R}_0(\lambda)F, v \rangle = B_\lambda[\mathbb{R}(\lambda)F, v] \quad (7)$$

для всех  $v \in V_{2;\alpha}^r(\Omega)$ ,  $F \in (V_{2;\alpha}^r(\Omega))'$ . Тогда из (4), (6) следует, что

$$\langle \mathbb{R}_0(\lambda)F, v \rangle = \langle F, v \rangle + B_*[\mathbb{R}(\lambda)F, v] \quad (8)$$

для всех  $v \in V_{2;\alpha}^r(\Omega)$ ,  $F \in (V_{2;\alpha}^r(\Omega))'$ .

**Утверждение.** В условиях теоремы существует положительная функция  $\delta(\lambda)$  такая, что  $\delta(\lambda) \rightarrow 0$  при  $\lambda \rightarrow +\infty$  и

$$\left| B_* \left[ \mathbb{R}(\lambda) F, v \right] \right| \leq \delta(\lambda) \left\| F; \left( V_{2;\alpha}^r(\Omega) \right)' \right\| \left\| v; V_{2;\alpha}^r(\Omega) \right\| \quad (9)$$

для всех  $v \in V_{2;\alpha}^r(\Omega)$ ,  $F \in \left( V_{2;\alpha}^r(\Omega) \right)'$ .

Из (8), (9) следует, что введённый выше оператор-функцию  $\mathbb{R}_0(\lambda)$  можно представить в виде

$$\mathbb{R}_0(\lambda) = E + \mathbb{G}_0(\lambda),$$

где  $\mathbb{G}_0(\lambda): \left( V_{2;\alpha}^r(\Omega) \right)' \rightarrow \left( V_{2;\alpha}^r(\Omega) \right)'$  и существует число  $\lambda_0 \geq 0$  такое, что

$$\left\| \mathbb{G}_0(\lambda) \right\| \leq \frac{1}{2} \text{ при } \lambda \geq \lambda_0.$$

Следовательно, при  $\lambda \geq \lambda_0$  оператор  $\mathbb{R}_0(\lambda)$  непрерывно обратим и

$$\mathbb{R}_0^{-1}(\lambda) = (E + \mathbb{G}_0(\lambda))^{-1}.$$

Пусть  $F$  – произвольный функционал из пространства  $\left( V_{2;\alpha}^r(\Omega) \right)'$ . Рассмотрим функцию

$$U(x) = \left( \mathbb{R}(\lambda) \mathbb{R}_0^{-1}(\lambda) F \right)(x). \quad (10)$$

Используя равенства (5) и (6), имеем

$$\begin{aligned} B_\lambda[u, v] &= B_\lambda^*[u, v] + B_*[u, v] = B_\lambda^* \left[ \mathbb{R}(\lambda) \mathbb{R}_0^{-1}(\lambda) F, v \right] + B_* \left[ \mathbb{R}(\lambda) \mathbb{R}_0^{-1}(\lambda) F, v \right] = \\ &= \left\langle \mathbb{R}_0^{-1}(\lambda) F, v \right\rangle + B_* \left[ \mathbb{R}(\lambda) \mathbb{R}_0^{-1}(\lambda) F, v \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

С другой стороны, из (8) следует, что

$$\begin{aligned} B_* \left[ \mathbb{R}(\lambda) \mathbb{R}_0^{-1}(\lambda) F, v \right] &= \left\langle \mathbb{R}_0(\lambda) \mathbb{R}_0^{-1}(\lambda) F, v \right\rangle - \left\langle \mathbb{R}_0^{-1}(\lambda) F, v \right\rangle = \\ &= \left\langle F, v \right\rangle - \left\langle \mathbb{R}_0^{-1}(\lambda) F, v \right\rangle. \end{aligned}$$

Подставляя это в (11), получим (2), то есть

$$B_\lambda[u, v] = \left\langle F, v \right\rangle \quad (\forall v \in C_0^\infty(\Omega)).$$

Таким образом, мы показали, что функция  $U(x) \in V_{2;\alpha}^r(\Omega)$ , определенная равенством (10), является решением задачи  $D_\lambda$ ,  $\lambda \geq \lambda_0$ .

Оценка (3) следует из (10) в силу ограниченности операторов

$$\mathbb{R}(\lambda) : (V_{2;\alpha}^r(\Omega))' \rightarrow V_{2;\alpha}^r(\Omega)$$

$$\mathbb{R}_0^{-1}(\lambda) = (E + \mathbb{G}_0(\lambda))^{-1} : (V_{2;\alpha}^r(\Omega))' \rightarrow (V_{2;\alpha}^r(\Omega))' \text{ при } \lambda \geq \lambda_0.$$

Теперь приведём вкратце схему доказательства утверждения.

Полуторалинейную форму  $B_*[u, v]$  (см.(5)) представим в виде

$$B_*[u, v] = B_*^{(1)}[u, v] + B_*^{(2)}[u, v],$$

где

$$B_*^{(1)}[u, v] = \sum_{\substack{|k| \leq r-1 \\ |l| \leq r}} \int_{\Omega} p_k(x) p_l(x) a_{kl}(x) u^{(k)}(x) \overline{v^{(l)}(x)} dx,$$

$$B_*^{(2)}[u, v] = \sum_{\substack{|k|=r \\ |l| \leq r-1}} \int_{\Omega} p_k(x) p_l(x) a_{kl}(x) u^{(k)}(x) \overline{v^{(l)}(x)} dx.$$

Теперь для доказательства утверждения достаточно доказать следующие две оценки

$$\|B_*^{(1)}[\mathbb{R}(\lambda)F, v]\| \leq \delta_1(\lambda) \|F; (V_{2;\alpha}^r(\Omega))'\| \|v; V_{2;\alpha}^r(\Omega)\|$$

$$\|B_*^{(2)}[\mathbb{R}(\lambda)F, v]\| \leq \delta_2(\lambda) \|F; (V_{2;\alpha}^r(\Omega))'\| \|v; V_{2;\alpha}^r(\Omega)\|$$

для всех  $v \in V_{2;\alpha}^r(\Omega)$ ,  $F \in (V_{2;\alpha}^r(\Omega))'$ . В этих оценках  $\delta_1(\lambda), \delta_2(\lambda)$  – положительные функции такие, что  $\delta_1(\lambda) \rightarrow 0, \delta_2(\lambda) \rightarrow 0$  при  $\lambda \rightarrow +\infty$ .

Для доказательства единственности решения задачи  $D_\lambda$  рассмотрим сопряженную задачу

**Задача  $D_\lambda^*$ .** Для заданного функционала  $F \in (V_{2;\alpha}^r(\Omega))'$  требуется найти решение  $U_1(x)$  уравнения

$$\overline{B_\lambda[v, U_1]} = \langle F, v \rangle \quad (\forall v \in C_0^\infty(\Omega)), \quad (12)$$

принадлежащее пространству  $V_{2;\alpha}^r(\Omega)$ .

Так как

$$\begin{aligned}
\overline{B_\lambda[v, U_1]} &= \overline{\sum_{|k|, |l| \leq r} (p_k(x) p_l(x) a_{kl}(x) v^{(k)}(x), U_1^{(l)}(x))} + \\
&+ \lambda \overline{(\rho^{2(\alpha-r)} v(x), U_1(x))} = \sum_{|k|, |l| \leq r} (p_k(x) p_l(x) \overline{a_{kl}(x)} U_1^{(l)}(x), v^{(k)}(x)) + \\
&+ \lambda (\rho^{2(\alpha-r)} U_1(x), v(x)) = \sum_{|k|, |l| \leq r} \int_{\Omega} p_k(x) p_l(x) \overline{a_{kl}(x)} U_1^{(l)}(x) \overline{v^{(k)}(x)} dx + \\
&+ \lambda \int_{\Omega} (\rho^{2(\alpha-r)} U_1(x) \overline{v(x)}) dx,
\end{aligned}$$

то

$$\begin{aligned}
B_\lambda[v, U_1] &= \sum_{|k|, |l| \leq r} \int_{\Omega} p_k(x) p_l(x) b_{kl}(x) U_1^{(k)}(x) \overline{v^{(l)}(x)} dx + \\
&+ \lambda \int_{\Omega} \rho^{2(\alpha-r)} U_1(x) \overline{v(x)} dx,
\end{aligned}$$

где  $b_{kl}(x) = \overline{a_{kl}(x)}$ .

В условиях теоремы  $a_{kl}(x) \in L_{p_{kl}; -n/p_{kl}}(\Omega)$  при  $|k| + |l| \leq 2r - 1$  и  $p_{kl} = p_k$ . Поэтому все  $b_{kl}(x) \in L_{p_{kl}; -n/p_{kl}}(\Omega)$  при  $|k| + |l| \leq 2r - 1$  и, действуя так же, как и в первой части доказательства теоремы, можно построить операторы ( $\lambda \geq \lambda_0$ )

$$\mathbb{R}_1(\lambda) : (V_{2;\alpha}^r(\Omega))' \rightarrow V_{2;\alpha}^r(\Omega),$$

$$\mathbb{R}_*(\lambda) : (V_{2;\alpha}^r(\Omega))' \rightarrow (V_{2;\alpha}^r(\Omega))'$$

такие, что оператор  $\mathbb{R}_*(\lambda)$  непрерывно обратим и для любого функционала  $F \in (V_{2;\alpha}^r(\Omega))'$ , функция  $U_1(x) = \mathbb{R}_1(\lambda) \mathbb{R}_*^{-1}(\lambda) F$  будет решением задачи  $D_\lambda^*$ .

Теперь рассмотрим уравнение (2) с нулевой правой частью, то есть

$$B_\lambda[u, v] = 0 \quad (\forall v \in C_0^\infty(\Omega)). \quad (13)$$

Так как множество  $C_0^\infty(\Omega)$  плотно в пространстве  $V_{2;\alpha}^r(\Omega)$ , то равенство (13) имеет место для всех  $v \in V_{2;\alpha}^r(\Omega)$ .

Пусть функция  $u \in V_{2;\alpha}^r(\Omega)$  удовлетворяет уравнению (13) и  $U_1(x) \in V_{2;\alpha}^r(\Omega)$  – уравнению (12). Из равенства (13) при  $v = U_1(x) = \mathbb{R}_1(\lambda)\mathbb{R}_*^{-1}(\lambda)F$  получим  $B_\lambda[u, U_1] = 0$ , то есть  $\overline{B_\lambda[u, U_1]} = 0$ .

Отсюда и из (12) следует, что

$$F, v = 0 \quad (14)$$

для всех  $F \in (V_{2;\alpha}^r(\Omega))'$ . Так как  $V_{2;\alpha}^r(\Omega)$  вложено в  $(V_{2;\alpha}^r(\Omega))'$ , то, полагая  $F = u$ , из (14) имеем  $\langle u, v \rangle = 0$ , то есть  $u = 0$ .

Таким образом мы доказали, что уравнение (2) с нулевой правой частью при  $\lambda \geq \lambda_0$ , где  $\lambda_0$  – некоторое неотрицательное число, имеет только нулевое решение. Это и означает единственность решения задачи  $D_\lambda$ .

Теорема доказана полностью.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Никольский С.М., Лирозкин П.И, Мирошин Н.В. Весовые функциональные пространства и их приложения к исследованию краевых задач для вырождающихся эллиптических уравнений. – Известия вузов. Математика, 1988, №8, с. 4-30.
2. Искоков С.А. О гладкости решения вырождающихся эллиптических уравнений. – Дифференциальные уравнения, 1995, т. 31, № 4, с. 641-653.
3. Искоков С.А., Куджмуродов А.Я. О вариационной задаче Дирихле для вырождающихся эллиптических операторов. – Доклады Академии наук России, 2005, т. 403, №2, с. 165-168.
4. Искоков С.А. Неравенство Гординга для эллиптических операторов с вырождением. – Математические заметки, 2010, т. 87, №2, с. 201-216.
5. Бойматов К.Х. Обобщенная задача Дирихле, связанная с некоэрцитивной билинейной формой. – Доклады Академии наук России, 1993, т. 330, № 3, с. 285-290.
6. Бойматов К.Х. Матричные дифференциальные операторы, порожденные некоэрцитивными билинейными формами. – Доклады Академии наук России, 1994, т. 339, № 1, с. 5-10.
7. Бойматов К.Х., Искоков С.А. О разрешимости и гладкости решения вариационной задачи Дирихле, связанной с некоэрцитивной билинейной формой. – Труды Математического института им. В.А.Стеклова РАН, 1997. т. 214, с. 107-134.
8. Бойматов К.Х. О базисности по Абелю системы корневых вектор-функций вырожденно-эллиптических дифференциальных операторов с сингулярными матричными коэффициентами. – Сибирский математический журнал, 2006, т. 47, № 1, с. 46-57.
9. Гадоев М.Г., Константинова Т.П. О разрешимости вариационной задачи Дирихле для одного класса вырождающихся эллиптических операторов. – Математические заметки СВФУ, 2014, т. 21, № 2, с. 8-21.

Т.П.КОНСТАНТИНОВА

**МАСЪАЛАИ ЯКЧИНСАИ ВАРИАТСИОНИИ ДИРИХЛЕИ  
АЛОҚАМАНД БО ШАКЛИ ҒАЙРИКОЭРСИТИВИИ КОЭФФИТСИ-  
ЕНТҲОИ ХУРДАШ АЗ ФАЗОҲОИ ЛЕБЕГ**

*Институти политехникии (филиали) Донишгоҳи федералии Шимолу-Шарқии  
ба номи М.К.Аммосов дар ш.Мирный*

Дар мақола теорема оиди ҳалшавандагии яққимматаи масъалаи вариатсионии Дирихле бо шартҳои якҷинсаи сарҳадӣ барои оператори эллиптикии дараҷаи олӣ, ки дар сарҳади соҳа таназзулӯбии дараҷагӣ дорад исбот карда шудааст. Оператори тадқиқшаванда бо ёрии шакли якунимхаттии ғайрикоэрситивие муайян карда мешавад, ки коэффицентҳои хурдаш дар баъзе  $L_p$  –фазоҳои вазндор меҳобанд.

**Калимаҳои калидӣ:** масъалаи Дирихле – оператори эллиптикӣ – таназзулӯбии эллиптикӣ - шакли якунимхаттии ғайрикоэрситивӣ.

T.P.KONSTANTINOVA

**HOMOGENEOUS VARIATIONAL DIRICHLET PROBLEM CONNECTED  
WITH A NONCOERCIVE FORM WHICH LOWER COEFFICIENTS BELONG  
TO LEBESGUE SPACES**

*Polytechnic institute (branch) of North-Eastern Federal university  
named after M.K.Ammosov in Mirny*

We prove a theorem on a unique solvability of the variational Dirichlet problem with homogeneous boundary conditions for an higher order elliptic operator in a bounded domain with power degeneracy on the boundary. The operator under consideration generated by noncoercive sesquilinear form which lower coefficients belong to some weighted  $L_p$ -spaces.

**Key words:** Dirichlet problem – elliptic operator – power degeneracy – noncoercive sesquilinear form.

УДК 517.946

Б.А.РАХМОНОВ

ОБ ОДНОМ ОБОБЩЕНИИ ВЫРОЖДАЮЩЕЙСЯ НЕКЛАССИЧЕСКОЙ  
СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ 4-ГО ПОРЯДКА

*Таджикский национальный университет*

*Поступила в редакцию 28.10.2015 г.*

*В работе рассматривается обобщение одной вырождающейся системы уравнений 4-го порядка составного типа и исследуется однозначная разрешимость задачи Коши с видоизмененными начальными условиями.*

**Ключевые слова:** разрешимость – видоизмененная задача Коши – корректные задачи – неклассическая система уравнений – функция Грина – характеристический определитель.

В работах [1,2] для неклассической системы уравнений второго порядка

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -\Delta U + \lambda \operatorname{grad} \operatorname{div} U, \quad \lambda > 1 \quad (1)$$

с характеристическим определителем

$$\chi(\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_n) = (\xi_0^2 + |\xi|^2)^{n-1} (\xi_0^2 + (1-\lambda)|\xi|^2),$$

где  $\operatorname{div}$ ,  $\operatorname{grad}$ ,  $\Delta$  - соответственно операторы дивергенции, градиента и Лапласа по  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in R^n$ ,  $U(t, X) = (u_1, u_2, \dots, u_n)$  – искомая вектор-функция, исследован вопрос корректности различных задач с начальными и начально-краевыми условиями в ограниченных и неограниченных областях полупространства  $R_+^{n+1}$ .

В работе [3] рассмотрена неклассическая система дифференциальных уравнений 4-го порядка

---

*Адрес для корреспонденции:* Рахмонов Бахтовар Абдуганиевич. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: bakhtovar-1989@mail.ru



$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \Delta\right)\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \Delta - \lambda \text{graddiv}\right)U = 0, \quad \lambda > 1,$$

состоящая из композиции двух операторов, один из которых неклассический, а другой – модельный оператор второго порядка.

В отличие от системы уравнений, рассмотренной в работе [3], в данной работе рассматривается вырождающаяся неклассическая система уравнений 4-го порядка, состоящая из композиции двух вырождающихся операторов второго порядка следующего вида

$$\left(\Delta + t^p \frac{\partial}{\partial t} \left(t^p \frac{\partial}{\partial t}\right)\right)\left(t^p \frac{\partial}{\partial t} \left(t^p \frac{\partial}{\partial t}\right) + \Delta - (1+t^{2p}) \text{graddiv}\right)U = 0, \quad (2)$$

где  $0 < p < 1$  – вещественная постоянная, и для нее исследуется однозначная разрешимость задачи Коши с видоизмененными начальными условиями.

В полупространстве  $R_+^{n+1} = \{(t, X) : X \in R^n, t > 0\}$  с границей  $\Gamma = \{t = 0\}$  рассмотрим задачу.

**Задача А:** Требуется найти в полупространстве  $R_+^{n+1}$  решение  $U(t, X)$  системы (2), удовлетворяющее условиям

$$U|_{t=0} = \varphi_1(X), \quad \lim_{t \rightarrow 0} t^p U_t = \varphi_2(X), \quad \lim_{t \rightarrow 0} t^p \frac{\partial}{\partial t} (t^p U_t) = \varphi_3(X),$$

$$\lim_{t \rightarrow 0} t^p \frac{\partial}{\partial t} \left(t^p \frac{\partial}{\partial t} (t^p U_t)\right) = \varphi_4(X), \quad (3)$$

где  $\varphi_1(X), \varphi_2(X), \varphi_3(X), \varphi_4(X) \in C^\infty(R^n)$ .

Нетрудно заметить, что следствием системы (2) является следующая система уравнений второго порядка

$$\Delta U + t^p \frac{\partial}{\partial t} (t^p U_t) = V(t, X),$$

$$t^p \frac{\partial}{\partial t} (t^p V_t) + \Delta V - (1+t^{2p}) \text{graddiv} V = 0,$$

где первая система уравнений в рассматриваемой области эллиптическая, а вторая вырождающаяся система составного типа.

При этом задача А распадается на две следующие задачи:

$$t^p \frac{\partial}{\partial t} (t^p V_t) + \Delta V - (1+t^{2p}) \text{graddiv} V = 0, \quad (4)$$

$$V|_{t=0} = \alpha_1(X), \quad \lim_{t \rightarrow 0} t^p \text{div} V_t = \alpha_2(X), \quad (5)$$

где

$$\alpha_1(X) = \Delta\varphi_1(X) - \varphi_3(X), \quad \alpha_2(X) = \Delta\operatorname{div}\varphi_2(X) - \operatorname{div}\varphi_4(X)$$

и

$$\Delta U + t^p \frac{\partial}{\partial t}(t^p U_t) = V(t, X), \quad (6)$$

$$U|_{t=0} = \varphi_1(X). \quad (7)$$

Таким образом, для определения искомой вектор-функции  $V$  необходимо решить задачу Коши с видоизменненными начальными данными (5) для составной системы уравнений (4), а для определения  $U$  – задачу Дирихле с граничными условиями (7) для эллиптической системы уравнений (6).

Применяя к системе (4) операторы  $\operatorname{div}$  и  $\operatorname{rot}$  по  $X \in R^n$ , получим относительно скалярной функции  $s(t, X) = \operatorname{div}V$  уравнение Эйлера-Пуассона-Дарбу

$$\Delta s - s_{tt} - \frac{p}{t} s_t = 0 \quad (8)$$

и относительно вектор-функции  $\omega(t, X) = \operatorname{rot}V$  – вырождающуюся эллиптическую систему

$$\Delta\omega + t^p \frac{\partial}{\partial t}(t^p \omega_t) = 0, \quad (9)$$

соответственно, которая с помощью замены переменной  $\sigma = t^{1-p} / (1-p)$  преобразуется в систему уравнений

$$\Delta\omega + \omega_{\sigma\sigma} = 0. \quad (10)$$

Тогда задача с начальными условиями (5) распадается на видоизменённую задачу Коши

$$s(0, X) = \operatorname{div}\alpha_1(X), \quad \lim_{t \rightarrow 0} t^p s_t(t, X) = \alpha_2(X) \quad (11)$$

для уравнения (8) и на задачу Дирихле

$$\omega(0, X) = \operatorname{rot}\alpha_1(X) \quad (12)$$

для системы (10). Как известно, функции  $s, \omega$  однозначно определяются в [4,5].

Тогда, зафиксировав  $t \geq 0$ , решим неоднородную систему уравнений векторных полей с заданными правыми частями

$$\operatorname{div}V = s(t, X), \quad \operatorname{rot}V = \omega(t, X). \quad (13)$$

При выполнении условия  $\operatorname{div}\omega(t, X) = 0$  система (13) совместна и её решение представляется в виде [1,2]

$$\begin{aligned} V(t, X) = & -\frac{1}{(n-2)|\sigma|} \operatorname{grad} \int_{R^n} \frac{s(t, \xi)}{|\xi - X|^{n-2}} d\xi + \\ & + \frac{1}{(n-2)|\sigma|} \operatorname{rot} \int_{R^n} \frac{\omega(t, \xi)}{|\xi - X|^{n-2}} d\xi, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $|\sigma|$  – площадь поверхности единичной сферы в  $R^n$ .

Сначала покажем, что формула (14) является также решением задачи (4),(5). Принимая во внимание (8) и (9), из (14) имеем

$$\begin{aligned} t^p \frac{\partial}{\partial t} (t^p V_t) = & -\frac{1}{(n-2)|\sigma|} \operatorname{grad} \int_{R^n} \frac{t^p \frac{\partial}{\partial t} (t^p s_t(t, \xi))}{|\xi - X|^{n-2}} d\xi + \\ & + \frac{1}{(n-2)|\sigma|} \operatorname{rot} \int_{R^n} \frac{t^p \frac{\partial}{\partial t} (t^p \omega_t(t, \xi))}{|\xi - X|^{n-2}} d\xi = \\ = & -\frac{1}{(n-2)|\sigma|} \operatorname{grad} \int_{R^n} \frac{pt^{2p-1} s_t(t, \xi) + t^{2p} s_{tt}(t, \xi)}{|\xi - X|^{n-2}} d\xi + \\ + & \frac{1}{(n-2)|\sigma|} \operatorname{rot} \int_{R^n} \frac{t^p \frac{\partial}{\partial t} (t^p \omega_t(t, \xi))}{|\xi - X|^{n-2}} d\xi = \frac{t^{2p}}{(n-2)|\sigma|} \operatorname{grad} \int_{R^n} \frac{-\Delta s}{|\xi - X|^{n-2}} d\xi + \\ + & \frac{t^{2p}}{(n-2)|\sigma|} \operatorname{rot} \int_{R^n} \frac{-\Delta \omega}{|\xi - X|^{n-2}} d\xi = t^{2p} \operatorname{grad} s + \operatorname{rot} \omega, \end{aligned} \quad (15)$$

с другой стороны, применяя к (14) операцию  $-\Delta + (1 + t^{2p}) \operatorname{grad} \operatorname{div}$ , получим

$$\begin{aligned} -\Delta V + (1 + t^{2p}) \operatorname{grad} \operatorname{div} V = & -\operatorname{grad} \Delta \left( \frac{-1}{(n-2)|\sigma|} \int_{R^n} \frac{s(t, \xi)}{|\xi - X|^{n-2}} \right) d\xi + \\ & + \operatorname{rot} \Delta \left( \frac{-1}{(n-2)|\sigma|} \int_{R^n} \frac{\omega(t, \xi)}{|\xi - X|^{n-2}} \right) d\xi + \\ + & (1 + t^{2p}) \operatorname{grad} \operatorname{div} \left( \operatorname{grad} \frac{-1}{(n-2)|\sigma|} \int_{R^n} \frac{s(t, \xi)}{|\xi - X|^{n-2}} \right) d\xi + \\ + & (1 + t^{2p}) \operatorname{grad} \operatorname{div} \left( \operatorname{rot} \frac{1}{(n-2)|\sigma|} \int_{R^n} \frac{\omega(t, \xi)}{|\xi - X|^{n-2}} \right) d\xi = \end{aligned}$$

$$= -grads + rot\omega + (1 + t^{2p})grads = t^{2p}grads + rot\omega. \quad (16)$$

Из равенств (15) и (16) следует, что формула (14) удовлетворяет системе (4).

Полагая в (14)  $t=0$  и принимая во внимание первое условие (11) и условие (12), увидим, что формула (14) удовлетворяет первому начальному условию (5):

$$\begin{aligned} V(0, X) &= -grad \frac{1}{(n-2)|\sigma|} \int_{R^n} \frac{div\alpha_1(\xi)}{|\xi - X|^{n-2}} d\xi + rot \frac{1}{(n-2)|\sigma|} \int_{R^n} \frac{rot\alpha_1(\xi)}{|\xi - X|^{n-2}} d\xi = \\ &= -graddiv \left( \frac{1}{(n-2)|\sigma|} \int_{R^n} \frac{\alpha_1(\xi)}{|\xi - X|^{n-2}} d\xi \right) + \\ &\quad + rotrot \left( \frac{1}{(n-2)|\sigma|} \int_{R^n} \frac{\alpha_1(\xi)}{|\xi - X|^{n-2}} d\xi \right) = \\ &= -graddiv \left( \frac{1}{(n-2)|\sigma|} \int_{R^n} \frac{\alpha_1(\xi)}{|\xi - X|^{n-2}} d\xi \right) + \\ &\quad + graddiv \left( \frac{1}{(n-2)|\sigma|} \int_{R^n} \frac{\alpha_1(\xi)}{|\xi - X|^{n-2}} d\xi \right) + \\ &\quad + \Delta \left( \frac{-1}{(n-2)|\sigma|} \int_{R^n} \frac{\alpha_1(\xi)}{|\xi - X|^{n-2}} d\xi \right) = \alpha_1(X). \end{aligned}$$

Далее, в силу второго равенства (5) имеем

$$\begin{aligned} divV_t(t, X) &= -\frac{1}{(n-2)|\sigma|} divgrad \int_{R^n} \frac{s_t(t, \xi)}{|\xi - X|^{n-2}} d\xi + \\ &+ \frac{1}{(n-2)|\sigma|} divrot \int_{R^n} \frac{\omega_t(t, \xi)}{|\xi - X|^{n-2}} d\xi = -\frac{1}{(n-2)|\sigma|} \Delta \int_{R^n} \frac{s_t(t, \xi)}{|\xi - X|^{n-2}} d\xi \end{aligned}$$

Тогда

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow 0} t^p divV_t(t, X) &= \Delta \left( \frac{-1}{(n-2)|\sigma|} \int_{R^n} \frac{\lim_{t \rightarrow 0} t^p s_t(t, \xi)}{|\xi - X|^{n-2}} d\xi \right) = \\ &= \Delta \left( \frac{-1}{(n-2)|\sigma|} \int_{R^n} \frac{\alpha_2(\xi)}{|\xi - X|^{n-2}} d\xi \right) = \alpha_2(X), \end{aligned}$$

то есть функция  $V(t, X)$ , определяемая формулой (14), удовлетворяет второму начальному условию (5). Таким образом, формула (14) также является решением задачи (4),(5).

Теперь переходим к рассмотрению задачи (6),(7). С помощью подстановки

$$z = \frac{1}{1-p} t^{1-p}$$

система уравнений (6) приводится к эллиптической системе

$$U_{zz} + \Delta U = V(z, X) \quad (17)$$

с краевым условием

$$U|_{z=0} = \varphi_1(X). \quad (18)$$

По известной правой части решение системы уравнений (17), удовлетворяющее условию (18), представимо виде [5]

$$U(M_0) = \frac{\eta}{2\pi} \int_{R^n} \frac{\varphi_1(x) dx}{\left[ \sum_{i=1}^n (x_i - \xi_i)^2 + \eta^2 \right]^{3/2}} + \int_{R_+^{n+1}} G(M, M_0) V(M) dM, \quad (19)$$

где  $M = (z, X)$ ,  $G(M, M_0)$  – функция Грина для верхнего полупространства,  $z > 0$ .

Таким образом, имеет место следующий результат.

**Теорема.** Если вектор-функции  $\varphi_1(X), \varphi_2(X), \varphi_3(X), \varphi_4(X) \in C^\infty(R^n)$ , то существует единственное классическое решение задачи  $A$ , которое представимо через решение задачи (4),(5) в виде (19).

**Замечание.** Аналогично исследуется задача типа задачи  $A$  и для вырождающейся неклассической системы уравнений вида

$$\left( \Delta - t^p \frac{\partial}{\partial t} \left( t^p \frac{\partial}{\partial t} \right) \right) \left( t^p \frac{\partial}{\partial t} \left( t^p \frac{\partial}{\partial t} \right) + t^p \Delta - (1+t^p) \operatorname{graddiv} \right) U = 0.$$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Джураев А.Д. Метод сингулярных интегральных уравнений. – М.: Наука, 1987, 415 с.
2. Сафаров Д.Х. Неклассические системы уравнений. – Душанбе: Дониш, 2008, 431 с.
3. Рахмонов Б.А. Граничные задачи для неклассических систем уравнений 4-го порядка. – Ученые записки Худжандского госуниверситета им. академика Б.Гафурова (специальный выпуск), 2014, 2(29), ч.1, с.224-227.
4. Раджабов Н.Р. Интегральные представления и граничные задачи для некоторых дифференциальных уравнений с сингулярной линией или сингулярными поверхностями. – Душанбе: Изд-во ТГУ им. В.И.Ленина, 1980, ч.1, 127 с.
5. Курант Р. Уравнения с частными производными. – М.: МИР, 1964, 830 с.

Б.А.РАҲМОНОВ

**УМУМИЯТДОДИ ЯК СИСТЕМАИ ҒАЙРИКЛАССИКИИ  
МАХШАВАНДАИ МУОДИЛАИ ТАРТИБИ ЧОРУМ**

*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Дар мақола барои як системаи ғайриклассикии махшаванда (вырождающей-ся) - и муодилаҳои умумии тартиби чорум якқимата ҳалшавандагии масъалаи наму-ди масъалаи Коши бо шарти дигаргункардашуда мавриди тадқиқ қарор меёбад.

**Калимаҳои калидӣ:** ҳалшавандагӣ – масъалаи дигаргункардашудаи Коши – масъалаҳои кор-ректӣ – системаҳои ғайриклассикии муодилаҳо – функсияи Грин – муайянкунандаи характе-ристикӣ.

B.A.RAHMONOV

**A GENERALIZATION OF THE DEGENERATE NON-CLASSICAL SYSTEMS  
OF EQUATIONS OF FOURTH ORDER**

*Tajik National University*

In this work the general degenerate system equation of the 4th order of composite type are considered and unambiguous resolvability of a task like Cauchy's task with modified entry conditions is investigated.

**Key words:** solvability – modified Cauchy problem – posed problems – non-classical systems of equations – Green's function – characteristic form.

УДК 517.97

Э.СЕЙДАКМАТ КЫЗЫ

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ТЕПЛОВЫХ  
ПРОЦЕССОВ, ОПИСЫВАЕМЫХ ВОЛЬТЕРРОВО  
ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМИ УРАВНЕНИЯМИ

*Кыргызско-Российский Славянский университет*

*Поступила в редакцию 02.09.2015 г.*

*В статье исследованы вопросы однозначной разрешимости задачи нелинейной оптимизации теплового процесса, описываемого вольтеррово интегро-дифференциальным уравнением в случае, когда управляющие параметры нелинейно входят как в уравнение, так и в граничное условие. Найдено достаточное условие однозначной разрешимости задачи нелинейной оптимизации и разработан алгоритм построения полного решения в виде тройки.*

**Ключевые слова:** краевая задача – функционал – векторное оптимальное управление – система нелинейных интегральных уравнений.

Рассмотрим задачу оптимизации, где требуется минимизировать квадратичный интегральный функционал

$$J[\vartheta(t), u(t)] = \int_0^1 [v(T, x) - \xi(x)]^2 dx + \beta \int_0^T (\vartheta^2(t) + u^2(t)) dt, \quad \beta > 0, \quad (1)$$

на множестве решений краевой задачи [1,2]

$$v_t = v_{xx} + \lambda \int_0^t K(t, \tau) v(\tau, x) d\tau + g(t, x) f[t, \vartheta(t)], \quad (t, x) \in Q, \quad (2)$$

$$v(0, x) = \psi(x), \quad 0 < x < 1, \quad (3)$$

$$v_x(t, 0) = 0, \quad v_x(t, 1) + \alpha v(t, 1) = p[t, u(t)], \quad 0 < t \leq T. \quad (4)$$

**Адрес для корреспонденции:** Сейдакмат кызы Эркеаим. 720000, Кыргызская Республика, г. Бишкек, ул. Киевская, 44, Кыргызско-Российский Славянский университет. E-mail<sup>®</sup> erkeai90@list.ru

Здесь  $\xi(x) \in H(0,1)$ ,  $g(t,x) \in H(Q)$ ,  $\psi(x) \in H(0,1)$  — заданные функции;  $f[t, \mathcal{G}(t)] \in H(0,T)$ ,  $p[t, u(t)] \in H(0,T)$  — функции внешних источников, нелинейно зависящие от функции управления  $\mathcal{G}(t) \in H(0,T)$  и  $u(t) \in H(0,T)$  и по функциональным переменным  $\mathcal{G}(t)$ ,  $u(t)$  удовлетворяют условию

$$\frac{\partial f[t, \mathcal{G}(t)]}{\partial \mathcal{G}} \neq 0, \quad \frac{\partial p[t, u(t)]}{\partial u} \neq 0, \quad \forall t \in [0, T]; \quad (5)$$

ядро  $K(t, \tau)$  — известная ограниченная функция, то есть

$$K_0 = \sup_{(t, \tau) \in D} |K(t, \tau)|, \quad D = \{0 \leq t \leq T, \quad 0 \leq \tau \leq T\},$$

$\lambda$  — параметр, постоянная  $\alpha > 0$ ,  $T$  — фиксированный момент времени,  $H(Y)$  — гильбертово пространство функций, определенных на множестве  $Y$ .

Как показано в работе [3], оптимальное управление определяется как решение системы нелинейных интегральных уравнений

$$\begin{aligned} \beta \begin{pmatrix} \mathcal{G}(t) \\ f_g[t, \mathcal{G}(t)] \\ u(t) \\ p_u[t, u(t)] \end{pmatrix} + \sum_{n=1}^{\infty} \begin{pmatrix} g_n(t) \\ z_n(1) \end{pmatrix} G_n(t, \lambda) \int_0^T S_n(\tau, \lambda) (g_n(\tau), z_n(1)) \begin{pmatrix} f[\tau, \mathcal{G}(\tau)] \\ p[\tau, u(\tau)] \end{pmatrix} d\tau = \\ = \sum_{n=1}^{\infty} \begin{pmatrix} g_n(t) \\ z_n(1) \end{pmatrix} G_n(t, \lambda) h_n, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} h_n &= \xi_n - \psi_n \left( e^{-\lambda_n^2 T} + \lambda \int_0^T R_n(T, s, \lambda) e^{-\lambda_n^2 s} ds \right) - \int_0^T S_n(t, \lambda) g_n(\tau) d\tau; \\ S_n(t, \lambda) &= \left( e^{-\lambda_n^2 (T-t)} + \lambda \int_t^T R_n(T, s, \lambda) e^{-\lambda_n^2 (s-t)} ds \right); \\ G_n(t, \lambda) &= \left( e^{-\lambda_n^2 (T-t)} + \lambda \int_t^T J_n(s, t, \lambda) e^{-\lambda_n^2 (T-s)} ds \right), \end{aligned} \quad (6)$$

и при этом должны выполняться условия



$$f_g[t, \mathcal{G}(t)] \left( \frac{\mathcal{G}(t)}{f_g[t, \mathcal{G}(t)]} \right)_g > 0, \quad p_u[t, u(t)] \left( \frac{u(t)}{p_u[t, u(t)]} \right)_u > 0. \quad (7)$$

Система нелинейных интегральных уравнений (6) решается согласно методике, разработанной проф. А. Керимбековым [4]. Положим

$$\beta \frac{\mathcal{G}(t)}{f_g[t, \mathcal{G}(t)]} = \theta_1(t), \quad \beta \frac{u(t)}{p_u[t, u(t)]} = \theta_2(t). \quad (8)$$

**Лемма 1.** Вектор функция  $\theta(t) = (\theta_1(t), \theta_2(t))$  является элементом гильбертова пространства  $H^2(0, T) = H(0, T) \times H(0, T)$ .

**Доказательство.** В силу условия (4) имеет место оценка

$$\sup |f_g[t, \mathcal{G}(t)]| \leq M_1, \quad \sup |p_u[t, u(t)]| \leq M_2, \quad \forall t \in [0, T]$$

Так как  $\mathcal{G}(t) \in H(0, T)$  и  $u(t) \in H(0, T)$ , то утверждение леммы следует из неравенств

$$\int_0^T \theta_1^2(t) dt \leq \beta^2 \int_0^T |f_g[t, \mathcal{G}(t)]|^2 |\mathcal{G}(t)|^2 dt \leq \beta^2 M_1^2 \int_0^T \mathcal{G}^2(t) dt < \infty,$$

$$\int_0^T \theta_2^2(t) dt \leq \beta^2 \int_0^T |p_u[t, u(t)]|^2 |u(t)|^2 dt \leq \beta^2 M_2^2 \int_0^T u^2(t) dt < \infty.$$

Согласно условию (7), из равенства (8) управления  $\mathcal{G}(t)$  и  $u(t)$  определяются однозначно, то есть существуют функции  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  такие, что

$$\mathcal{G}(t) = \varphi_1[t, \theta_1(t), \beta], \quad u(t) = \varphi_2[t, \theta_2(t), \beta]. \quad (9)$$

В силу (8) и (9) систему уравнений (6) перепишем в виде

$$\begin{pmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \end{pmatrix} + \sum_{n=1}^{\infty} \begin{pmatrix} g_n(t) \\ z_n(1) \end{pmatrix} G_n(t, \lambda) \int_0^T S_n(\tau, \lambda) (g_n(t), z_n(1)) \begin{pmatrix} f[\tau, \varphi_1(\tau, \theta_1(\tau), \beta)] \\ p[\tau, \varphi_2(\tau, \theta_2(\tau), \beta)] \end{pmatrix} d\tau =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \begin{pmatrix} g_n(t) \\ z_n(1) \end{pmatrix} G_n(t, \lambda) h_n.$$

Введя обозначения

$$\theta(t) = \begin{pmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \end{pmatrix}, \quad Z_n(t,1) = \begin{pmatrix} g_n(t) \\ z_n(1) \end{pmatrix}, \quad P[\tau, \vartheta(\tau), u(\tau)] = \begin{pmatrix} f[\tau, \vartheta(\tau)] \\ p[\tau, u(\tau)] \end{pmatrix},$$

перепишем её в следующем виде

$$\begin{aligned} \theta(t) + \sum_{n=1}^{\infty} Z_n(t,1) G_n(t, \lambda) \int_0^T S_n(\tau, \lambda) Z_n^*(t,1) P[\tau, \varphi_1[\tau, \theta_1(\tau), \beta], \varphi_2[\tau, \theta_2(\tau), \beta]] d\tau = \\ = \sum_{n=1}^{\infty} Z_n(t,1) G_n(t, \lambda) h_n \end{aligned}$$

или в операторной форме

$$\theta(t) = E[\theta_1(t), \theta_2(t)] + h(t), \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} E[\theta_1(t), \theta_2(t)] = \\ = \sum_{n=1}^{\infty} Z_n(t,1) G_n(t, \lambda) \int_0^T S_n(\tau, \lambda) Z_n^*(t,1) P[\tau, \varphi_1[\tau, \theta_1(\tau), \beta], \varphi_2[\tau, \theta_2(\tau), \beta]] d\tau, \\ h(t) = \sum_{n=1}^{\infty} Z_n(t,1) G_n(t, \lambda) h_n. \end{aligned}$$

Теперь исследуем вопросы однозначной разрешимости операторного уравнения (10).

**Лемма 2.** *Функция  $h(t)$  является элементом пространства  $H(0, T)$ .*

**Доказательство.** Непосредственным вычислением имеем неравенство

$$\begin{aligned} \int_0^T \|h(t)\|_{R^2}^2 dt &= \int_0^T (h_1^2(t) + h_2^2(t)) dt = \\ &= \left\{ \int_0^T \left( \sum_{n=1}^{\infty} g_n(t) G_n(t, \lambda) h_n \right)^2 + \left( \sum_{n=1}^{\infty} z_n(1) G_n(t, \lambda) h_n \right)^2 \right\} dt \leq \\ &\leq \int_0^T \sum_{n=1}^{\infty} G_n^2(t, \lambda) (g_n^2(t) + z_n^2(1)) dt \sum_{n=1}^{\infty} h_n^2 \leq 3 \left( \|g(t, x)\|_H^2 + 2 \right) \left( \frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{6} \right) \left( 1 + \frac{|\lambda| K_0 T M_0}{2\lambda_1^2} \right) \times \\ &\times \left( \|\xi(x)\|_H^2 + 2 \|\psi(x)\|_H^2 \left( 1 + \frac{|\lambda| K_0 M_0}{(2\lambda_1^2)^2} \right) + \left( \frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{6} \right) \left( 1 + \frac{|\lambda| T K_0 M_0}{2\lambda_1^2} \right) \|g(t, x)\|_H^2 \right) < \infty, \end{aligned}$$

из которого следует утверждение леммы.

**Лемма 3.** Оператор  $E[\theta_1(t), \theta_2(t)]$  отображает пространство  $H^2(0, T)$  в себя, то есть является элементом пространства  $H^2(0, T)$ .

**Доказательство.** Непосредственным вычислением получим неравенство

$$\begin{aligned} & \int_0^T E^2[\theta_1(t), \theta_2(t)] dt = \\ & = \int_0^T \left( \left\| \sum_{n=1}^{\infty} Z_n(t, 1) G_n(t, \lambda) \int_0^T S_n(\tau, \lambda) Z_n^*(t, 1) P[\tau, \varphi_1[\tau, \theta_1(\tau), \beta], \varphi_2[\tau, \theta_2(\tau), \beta]] d\tau \right\|^2 \leq \right. \\ & \leq \left( \|g(t, x)\|_H^2 + 2 \right) \left( \frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{6} \right)^2 \left( 1 + \frac{|\lambda| K_0 T M_0}{2\lambda_1^2} \right)^2 \times \\ & \times \left( \|f[\tau, \varphi_1(\tau, \theta_1(\tau), \beta)]\|_H^2 + \|p[\varphi_2(\tau, \theta_2(\tau), \beta)]\|_H^2 \right) < \infty, \end{aligned}$$

из которого следует утверждение леммы.

**Лемма 4.** Пусть выполнены следующие условия Литвица

$$\begin{aligned} & \|f[t, \mathcal{G}(t)] - p[t, \bar{\mathcal{G}}(t)]\|_H \leq f_0 \|\mathcal{G}(t) - \bar{\mathcal{G}}(t)\|_H, \\ & \|p[t, u(t)] - p[t, \bar{u}(t)]\|_H \leq p_0 \|u(t) - \bar{u}(t)\|_H, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \|\varphi_i[t, \theta_i(t), \beta] - \varphi_i[t, \bar{\theta}_i(t), \beta]\|_{H(0, T)} \leq \varphi_{0i}(\beta) \|\theta_i(t) - \bar{\theta}_i(t)\|_{H(0, T)}, \\ & \varphi_{0i}(\beta) > 0, \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (12)$$

Тогда при выполнении условия

$$\gamma = \left( \|g(t, x)\|_H^2 + 2 \right) \left( \frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{6} \right) \left( 1 + \frac{|\lambda| K_0 T M_0}{2\lambda_1^2} \right) B(f_0, p_0, \varphi_{10}(\beta), \varphi_{20}(\beta)) < 1, \quad (13)$$

оператор  $E[\theta]$  является сжимающим.

**Доказательство.** С учётом вычислений, полученных при доказательстве леммы 3, имеем неравенство

$$\begin{aligned}
\|E[\theta] - E[\bar{\theta}]\|_{H^2}^2 &= \int_0^T \left( \sum_{n=1}^{\infty} Z_n(t,1) G_n(t,\lambda) \int_0^T S_n(\tau,\lambda) Z_n^*(t,1) \begin{pmatrix} f[\tau, \varphi_1(\tau, \theta_1(\tau), \beta)] \\ p[\tau, \varphi_2(\tau, \theta_2(\tau), \beta)] \end{pmatrix} d\tau - \right. \\
&\quad \left. - \sum_{n=1}^{\infty} Z_n(t,1) G_n(t,\lambda) \int_0^T S_n(\tau,\lambda) Z_n^*(t,1) \begin{pmatrix} f[\tau, \varphi_1(\tau, \bar{\theta}_1(\tau), \beta)] \\ p[\tau, \varphi_2(\tau, \bar{\theta}_2(\tau), \beta)] \end{pmatrix} d\tau \right)^2 dt \leq \\
&\leq \left( \|g(t,x)\|_H^2 + 2 \right)^2 \left( \frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{6} \right)^2 \left( 1 + \frac{|\lambda| K_0 T M_0}{2\lambda_1^2} \right)^2 \times \\
&\times \left( \|f[\tau, \varphi_1(\tau, \theta_1(\tau), \beta)] - f[\tau, \varphi_1(\tau, \bar{\theta}_1(\tau), \beta)]\|_H^2 + \right. \\
&\quad \left. + p_2 [\tau, \varphi_2(\tau, \theta_2(\tau), \beta)] - p[\tau, \varphi_2(\tau, \bar{\theta}_2(\tau), \beta)]_H^2 \right) \leq \\
&\leq \left( \|g(t,x)\|_H^2 + 2 \right)^2 \left( 1 + \frac{|\lambda| K_0 T M_0}{2\lambda_1^2} \right)^2 \times \\
&\times \left( f_0^2 \varphi_{01}^2(\beta) \|\theta_1(t) - \bar{\theta}_1(t)\|_H^2 + p_0^2 \varphi_{02}^2(\beta) \|\theta_2(t) - \bar{\theta}_2(t)\|_H^2 \right) \leq \\
&\leq \left( \|g(t,x)\|_H^2 + 2 \right)^2 \left( \frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{6} \right)^2 \left( 1 + \frac{|\lambda| K_0 T M_0}{2\lambda_1^2} \right)^2 \times \\
&\times B^2(f_0, p_0, \varphi_{01}(\beta), \varphi_{02}(\beta)) \|\theta(t) - \bar{\theta}(t)\|_H^2 < \infty,
\end{aligned}$$

где  $B^2(f_0, p_0, \varphi_{01}(\beta), \varphi_{02}(\beta)) = \max(f_0^2 \varphi_{01}^2(\beta), p_0^2 \varphi_{02}^2(\beta))$ ,

откуда находим, что

$$\begin{aligned}
\|E[\theta] - E[\bar{\theta}]\|_H &\leq \left( \|g(t,x)\|_H^2 + 2 \right)^2 \left( \frac{1}{\lambda_1^2} + \frac{1}{6} \right)^2 \left( 1 + \frac{|\lambda| K_0 T M_0}{2\lambda_1^2} \right)^2 \times \\
&\times B^2(f_0, p_0, \varphi_{01}(\beta), \varphi_{02}(\beta)) \|\theta(t) - \bar{\theta}(t)\|_H^2 = \gamma \|\theta(t) - \bar{\theta}(t)\|_H < \infty.
\end{aligned}$$

**Теорема 1.** Пусть выполнены условия (5), (7), (11)-(13). Тогда операторное уравнение (10) в пространстве  $H^2(0, T)$  имеет единственное решение.

**Доказательство.** Согласно леммам 1 – 3 операторное уравнение (10) можно рассматривать в пространстве  $H^2(0, T)$ . Согласно лемме 4 оператор  $E[\theta]$  является сжимающим. Поскольку гильбертово пространство  $H^2(0, T)$  является полным метрическим пространством, то согласно теореме [5] о принципе сжимающих отображений оператор

$E[\theta]$  имеет единственную неподвижную точку, то есть операторное уравнение (10) имеет единственное решение.

Решение операторного уравнения (10) может быть найдено методом последовательных приближений, то есть  $l$ -е приближение решения находится по формуле

$$\theta_l(t) = E[\theta_{l-1}(t)], \quad l = 1, 2, 3, \dots,$$

где  $\theta_0(t)$  - произвольный элемент пространства  $H^2(0, T)$ , причём имеет место оценка

$$\|\bar{\theta}(t) - \theta_l(t)\|_{H^2(0, T)} \leq \frac{\gamma^l}{1 - \gamma} \|E[\theta_0(t)] + \hbar(t) - \theta_0(t)\|_H,$$

которая в силу произвольности  $\theta_0(t)$  при  $\theta_0(t) = \hbar(t)$  имеет вид

$$\|\bar{\theta}(t) - \theta_l(t)\|_{H^2(0, T)} \leq \frac{\gamma^l}{1 - \gamma} \|E[\theta_0(t)]\|_H.$$

Точное решение  $\bar{\theta}(t)$  может быть найдено как предел приближенных решений, то есть

$$\bar{\theta}(t) = \lim_{l \rightarrow \infty} \theta_l(t).$$

Подставляя это решение в (7), находим искомое оптимальное управление

$$\mathcal{G}^0(t) = \varphi_1[t, \bar{\theta}_1(t), \beta],$$

$$u^0(t) = \varphi_2(t, \bar{\theta}_2(t), \beta).$$

Оптимальный процесс  $v^0(t, x)$ , то есть решение краевой задачи (2)-(4), соответствующее оптимальному управлению  $\mathcal{G}^0(t)$  и  $u^0(t)$ , находим по формуле

$$v^0(t, x) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \lambda \int_0^t R_n(t, s, \lambda) b_n^0(s) ds + b_n^0(t) \right] z_n(x),$$

где  $b_n^0(t) = e^{-\lambda_n^2 t} \psi_n + \int_0^t e^{-\lambda_n^2(t-\tau)} \left( g_n(\tau) f[\tau, \mathcal{G}^0(\tau)] + z_n(1) p[\tau, u^0(\tau)] \right) d\tau$ .

Минимальное значение функционала (1) вычислим по формуле

$$J[\mathcal{G}^0(t), u^0(t)] = \int_0^1 [v^0(T, x) - \xi(x)]^2 dx + \beta \int_0^T \left( [\mathcal{G}^0(t)]^2 + [u^0(t)]^2 \right) dt.$$

Найденная тройка  $\left( (\mathcal{G}^0(t), u^0(t)), v^0(t, x), J[\mathcal{G}^0(t), u^0(t)] \right)$  является полным решением задачи нелинейной оптимизации.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Владимиров В.С. Математические задачи односкоростной теории переноса частиц. – Тр. МИАН, 1961, т.61, с.3-158.
2. Вольтерра В. Теория функционалов, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1982, 304 с.
3. Керимбеков А.К. Нелинейное оптимальное управление линейными системами с распределенными параметрами. – Дисс... д. физ.-мат н., – Бишкек, 2003, 224 с.
4. Керимбеков А.К., Сейдакमत кызы Э... Вывод уравнения векторного оптимального управления в задаче нелинейной оптимизации тепловых процессов. – Доклады Академии наук Республики Таджикистан, 2015, т.58, №7, с.570-576.
5. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. – М.: Наука, 1965, 520 с.

Э.СЕЙДАКМАТ ҚИЗИ

## ҲАЛИ МАСЪАЛАИ ОПТИМИЗАТСИЯИ ПРОСЕССҲОИ ГАРМӢ, КИ БО МУОДИЛАҲОИ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНСИАЛИИ ВОЛТЕРРА ТАСВИР МЕШАВАНД

*Донишгоҳи Славянии Қирғизистону Руссия*

Дар мақола қазияи ҳалшавандагии якқимматаи масъалаи канории оптимизатсияи ғайрихати, ки тавассути муодилаҳои интегродифференциалии Волтерра тасвир гардидаанд, омӯхта мешаванд. Шарти кифоягии ҳалшавандагии якқимматаи масъалаи оптимизатсияи ғайрихаттӣ ёфта шуда, алгоритми сохтани ҳали пурра дар намуди сегона кор карда шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** масъалаи канорӣ – функционал – идоракунии оптималии векторӣ – системаи муодилаҳои ғайрихаттӣ интегралӣ.

E.SEIDAKMAT KIZI

## THE SOLUTION OF NONLINEAR OPTIMIZATION OF THERMAL PROCESSES DESCRIBED BY VOLTERRA INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATIONS

*Russian-Kyrgyz ( Slavonic) University*

In the paper, we investigated the questions of unique solvability the problem of nonlinear optimal control of the thermal processes described by Volterra integro-differential equations when the control parameters are nonlinearly included into the equation as well as into the boundary condition. For optimization problems we obtained the sufficient conditions of the unique solvability and we developed for constructing the complete solution in the form of the triple.

**Key words:** boundary problem – functional – weak optimal control – system of nonlinear integral equations.

УДК 81'322:: 519.25

З.Д.УСМАНОВ, С.М.ПИРОВ\*

## К РАЗРАБОТКЕ ОСНОВ ЭВФОНОМЕТРИИ СЛОВ

*Институт математики им. А.Джураева АН Республики Таджикистан,  
\*Таджикский национальный университет  
Поступила в редакцию 03.08.2015 г.*

*Излагается системный подход для формирования основ автоматизированного распознавания благозвучия слов естественных языков*

**Ключевые слова:** слово – эвфония – эвфонометрия – системный подход.

Эвфония (благозвучие) – понятие *качественное*, ибо всякий индивид по-своему оценивает звучание слова, предложения, стихотворения, текста и речи. Вместе с тем рассматриваемое понятие – *статистическое*, поскольку совокупность индивидов относительно одних и тех же объектов во многих случаях высказывает “общее” мнение. Этот факт служит основой для развития эвфонометрии – новой научной дисциплины, нацеленной на изучение закономерностей благозвучия письменной и устной речи математико-статистическими методами. Практическая значимость таких исследований заключается в несомненном влиянии качества звучания речи на результаты восприятия информации.

Определённое представление о достижениях в интересующей нас области можно получить из статьи [1], в которой предлагается также формула для оценки эвфонического индекса русских текстов. В настоящей работе излагается системный подход для разработки с нуля основ эвфонометрии. Предлагаемый подход в равной мере применим к разнообразным естественным языкам.

1. Первый этап разработки основ эвфонометрии начинается с создания или же с обращения к уже имеющейся **коллекции текстов** (ещё лучше к лингвистическому корпусу) некоторого естественного языка. Коллекция должна быть достаточно представительной, включать в надлежащих пропорциях художественную литературу, газетные и журнальные статьи, научные и научно-популярные тексты из разных областей знаний, обще-

---

*Адрес для корреспонденции:* Усманов Зафар Джураевич. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Айни, 299/1, Институт математики АН РТ. E-mail: zafar-usmanov@rambler.ru

ственно-политические произведения, драматургию и т.п. Желательно, чтобы объём коллекции исчислялся десятками миллионов словоупотреблений.

2. Из коллекции текстов извлекается **список**  $L = \{W\}$  словоформ  $W$ , упорядоченных по убыванию их частот встречаемости. В дальнейшем, однако, используется только  $\bar{L} = \{W\}_p$  – часть списка, прежде всего высокочастотные словоформы, осуществляющие в совокупности  $p\%$  - уровень покрытия исходной коллекции текстов (например,  $p = 75$ ). Такой список содержит в своём составе наиболее употребительные словоформы “грубого”, “нейтрального” и “приятного” звучания.

3. **Распределение словоформ по трём классам** следует производить на основании опроса общественного мнения путём анкетирования. Респонденту надлежит каждой словоформе из списка  $\bar{L}$  приписать одно из трёх чисел:  $-1$ ,  $0$  или  $+1$ , кодирующих соответственно качественные признаки – “грубое”, “нейтральное” и “приятное” звучания.

Индивидуальные ответы сводятся в таблицу, представляющую итоги опроса общественного мнения. В ней каждой словоформе, включённой в анкету, ставится в соответствие тройка чисел  $a$ ,  $b$  и  $c$ , обозначающих доли респондентов (по отношению к их общему количеству), приписавших словоформе соответственно коды  $-1$ ,  $0$  или  $+1$ . Таблицу можно упростить, присоединяя к словоформам лишь один из трёх кодов, а именно тот, который соответствует максимальному числу из  $a$ ,  $b$  и  $c$ . Таблица в таком виде выдаёт разделение словоформ на три класса по качеству звучания на базе обработки статистических данных опроса общественного мнения. Обозначим эти классы через  $C_{-1}$ ,  $C_0$ ,  $C_{+1}$ .

Отметим, что респондентом может быть любой индивид, для которого используемый язык является родным. Количество респондентов должно быть таким, чтобы их совокупный ответ отражал закономерности генеральной совокупности, то есть общественного мнения носителей языка.

4. Одновременно с выполнением предыдущих пунктов необходимо составить **перечень признаков**, которые в той или иной мере могут быть связанными с качеством звучания слов. Для многих языков таковыми являются длина слова, количество слогов в слове, количество согласных букв, сочетания определенных гласных и согласных и т.д.

5. Следующий этап состоит в описании словоформ на языке признаков, которые согласно предыдущему пункту могут быть как количественными, так и качественными. Пусть  $x_1, x_2, \dots, x_n$  – упорядоченный набор признаков. Рассматривая их в качестве компонентов вектора  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ , мы можем изображать  $X$  точкой – **образом словоформы  $W$  в пространстве признаков  $Z_n$  размерности  $n$** .

6. Итак, мы имеем список  $\bar{L}$  словоформ, разделённых по признаку благозвучия на три класса  $C_{-1}$ ,  $C_0$ ,  $C_{+1}$ . Эти классы представлены множествами  $M_{-1}$ ,  $M_0$ ,  $M_{+1}$ , элементами которых являются образы словоформ в пространстве  $Z_n$ . Полученные данные



следует рассматривать как **обучающую выборку**, извлечённую из генеральной совокупности. Она предназначена для разработки **алгоритма классификации**, то есть комплекса решающих правил, которые по образу словоформы в пространстве  $Z_n$  устанавливают её принадлежность тому или иному классу.

**7. Эффективность** автоматической классификации следует проверять на обучающей и контрольных выборках. В обоих случаях показателем эффективности может служить процент совпадения результатов автоматической классификации с итогами опроса общественного мнения. На этом пути нет необходимости стремиться к достижению самых высоких показателей, ибо неизбежные ошибки в сборе, обработке и интерпретации экспериментальных данных станут составной частью алгоритмического обеспечения классификации. По-видимому, 75-90% -уровни совпадения могут оказаться приемлемыми, оставляющими на долю совершения случайных ошибок люфт в 10-25%.

При “низкой” эффективности, очевидно, потребуется вернуться к вопросу о модернизации алгоритма классификации.

**8.** На этом этапе представляет интерес применение разработанного программного обеспечения к разделению на классы неисследованных ранее низкочастотных словоформ из первоначально извлечённого списка  $L = \{W\}$ . На выборочных примерах (но конечно не на всех словоформах, поскольку их может оказаться слишком много) следует провести **дополнительную оценку качества классификатора** путём сравнения полученных результатов с мнением экспертов.

**9.** При формировании пространства  $Z_n$  поначалу в качестве координат можно использовать любые свойства словоформ, то есть привлекать такую априорную информацию, которая могла бы способствовать описанию классов словоформ на языке признаков. Однако в дальнейшем, при разработке автоматического классификатора неизбежно приходится решать вопрос об эффективности такого инструмента. Имея в наличии достаточно представительный список словоформ, характеризуемых фиксированным набором признаков и разделённых на три класса по свойству благозвучности, нам необходимо перейти к решению **задачи о выделении наиболее информативных (различительных) признаков** и, как следствие, к сжатию данных, используемых в вычислительных процедурах.

Для достижения этих целей можно привлекать различные методы, основанные на сравнительной оценке различительных свойств тех или иных признаков, используемых для характеристики словоформ.

**10.** Создание компьютерного инструментария для автоматического распознавания качества звучания слов предоставит возможность составления эвфонометрического словаря, который может стать полезным дополнением к лингвистическому корпусу естественного языка. Успехи в разработке основ эвфометрии слов неизбежно повлекут за собой ускоренное развитие систем автоматической оценки благозвучия предложений, текстов, произведений и творчества авторов. За этим, в свою очередь, последует проектиро-

вание систем автоматического редактирования текстов в сторону улучшения усвоения их содержания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов К.В. Автоматизация оценки благозвучия текстов – Материалы 16 научно-практического семинара "Новые информационные технологии в автоматизированных системах", Москва, ИПМ РАН, 2013, с. 253 - 256.

З.Ҷ.УСМОНОВ, С.М.ПИРОВ\*

#### ОИД БА ТАҲИЯИ АСОСҶОИ АНДОЗАГИРИИ ХУШОҲАНГИИ КАЛИМАҶО

*Институти математика ба номи А. Ҷӯраеви,  
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон,  
\*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Усули системавии ташаккули асосҳои автоматизиронии шинохтани хушоҳангии калимаҳои забонҳои табиӣ оварда шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** калима – хушоҳангӣ – андозагирӣ – усули системавӣ.

Z.D.USMANOV, S.M.PIROV\*

#### ABOUT DEVELOPING A BASIS TO METRIZATION OF WORD'S EUPHONY

*A.Juraev Institute of Mathematics, Tajik Academy of Sciences,  
\*Tajik National University*

We present a systematic approach to forming a basis to the automated recognition of word's euphony for natural languages.

**Key words:** word – euphony – metrization – systematization.

УДК 535.21: 536.48: 538:953

Т.Х.САЛИХОВ, ЗАФАРИ УМАР, ФАРХОД РАХИМИ\*

**ВКЛАД ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА  
ТЕПЛОВОГО РАСШИРЕНИЯ В СИСТЕМУ ВОЛНОВЫХ УРАВНЕНИЙ  
ДЛЯ ПЕРВОГО И ВТОРОГО ЗВУКОВ В СВЕРХТЕКУЧЕМ ГЕЛИИ**

*Таджикский национальный университет,  
\*Президиум Академии наук Республики Таджикистан  
Поступила в редакцию 25.06.2015 г.*

*Получена система взаимосвязанных волновых уравнений для колебания давления и температуры в сверхтекучем гелии, учитывающая зависимость  $\alpha_T(T)=0$  – коэффициента теплового расширения от температуры. Это позволяет создать теорию генерации акустических волн первого и второго звуков лазерным излучением в сверхтекучем гелии посредством теплового механизма вблизи особой точки сверхтекучего гелия с  $\alpha_T(T_0)=0$ .*

**Ключевые слова:** оптоакустика – сверхтекучий гелий – тепловой механизм – тепловая нелинейность.

Основным механизмом лазерного возбуждения акустических волн в жидкостях, включая квантовые, является тепловой [1-8]. При этом облучаемый объем жидкости превращается в резонатор звуковых волн и механизмом превращения полученной системой тепловой энергии от лазерного луча в звуковую является периодическое изменение коэффициента теплового расширения  $\alpha_T$  освещаемого объема системы. Между тем, известно [9], что величина  $\alpha_T$  является зависящей от температуры и ее численное значение для огромного количества сред является положительным. Однако в природе встречается несколько систем, коэффициенты теплового расширения которых имеют как отрицательное, так и положительное значения, то есть температурная зависимость  $\alpha_T(T)$  проходит через нулевое значение из области отрицательных значений к положительным или наоборот. К таким системам, прежде всего, относится вода, включая тяжелую, сверхтекучий гелий и

---

**Адрес для корреспонденции:** Салихов Тагаймурод Хаитович. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр.Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: tsalikhov@mail.ru

др. Подчеркнем, что если для воды величина температурного коэффициента  $d\alpha_T(T)/dT$  всегда положительна, то для сверхтекучего гелия она может быть как положительной, так и отрицательной. Для сверхтекучего гелия  $\alpha_T(T) = 0$  при  $T = 1,13K$  [10]. Это означает, что при оптическом возбуждении первого звука акустический сигнал при этой температуре должен отсутствовать. Однако многочисленные опыты для воды показывают, что при  $\alpha_T(T) = 0$  все же наблюдается оптоакустический (ОА) сигнал [3,4,11]. Тогда можно предположить, что этот эффект непосредственно связан с температурной зависимостью величины  $\alpha_T(T)$  этого объема жидкости. В акустике этот вклад принято считать вкладом от тепловой нелинейности, дабы отличить от акустической нелинейности. Результаты многочисленных работ, посвященных этому вопросу, подробно описаны в обзоре [11].

Целью настоящей работы является получение системы взаимосвязанных волновых уравнений для акустических колебаний давления и температуры в поле лазерного излучения в сверхтекучем гелии с учетом температурной зависимости величины  $\alpha_T(T)$ . Считается, что длина волны падающего луча соответствует одной из полос поглощения этой системы. Исходим из линеаризованной системы двухскоростных уравнений гидродинамики Ландау [12]

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_s \operatorname{div} \vec{u}_s + \rho_n \operatorname{div} \vec{u}_n = 0, \quad (1)$$

$$\rho_s \frac{\partial \vec{u}_s}{\partial t} + \rho_n \frac{\partial \vec{u}_n}{\partial t} + \vec{\nabla} P' = \eta \Delta \vec{u}_n + \left( \frac{\eta}{3} + \zeta_2 \right) \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{u}_n + \rho_s \zeta_1 \operatorname{grad} \operatorname{div} (\vec{u}_s - \vec{u}_n), \quad (2)$$

$$\frac{\partial \vec{u}_s}{\partial t} + \nabla \mu' = \zeta_4 \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{u}_n + \rho_s \zeta_3 \operatorname{grad} \operatorname{div} (\vec{u}_s - \vec{u}_n), \quad (3)$$

$$T_0 \rho_0 \left( \frac{\partial \sigma'}{\partial t} + \sigma_0 \operatorname{div} \vec{u}_n + \frac{\sigma_0}{\rho_0} \frac{\partial \rho'}{\partial t} \right) = \kappa \Delta T + f(t, r) \quad (4)$$

и термодинамического тождества

$$\nabla \mu' = \frac{1}{\rho_0} \nabla P' - \sigma_0 \nabla T'. \quad (5)$$

В (1)-(4) использованы следующие обозначения:  $\rho_s, \rho_n, \vec{g}_s, \vec{g}_n$  – сверхтекучая и нормальная компоненты плотности и скорости соответственно;  $\rho_0 = \rho_s + \rho_n$ ;  $\sigma_0$  – удельная энтропия;  $\eta, \xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$  – коэффициенты сдвиговой и объемной вязкости;  $\kappa$  – коэффициент теплопроводности;  $T_0$  – равновесная температура;  $p$  и  $\mu$  – давление и химический потенциал соответственно;  $f(z)$  – тепловой источник, обусловленный погло-

щением падающего монохроматического излучения; величины со штрихом соответствуют возмущенным частям этих величин относительно равновесных значений.

Исключив величины  $\vec{u}_n$  и  $\vec{u}_s$  в уравнениях (1)-(4), будем иметь:

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \sigma'}{\partial t^2} - \frac{\sigma_0^2 \rho_0 \rho_s}{\rho_n} \Delta T' + \frac{\sigma_0 \rho_s}{\rho_n} \left[ \rho_0 \zeta_3 - \zeta_1 - \frac{\Lambda}{\rho_0} \right] \Delta \frac{\partial \rho'}{\partial t} - \frac{\rho_s}{\rho_n} \Lambda \Delta \frac{\partial \sigma'}{\partial t} + \frac{\rho_s}{\rho_n} \Lambda \frac{k}{T_0 \rho_0} \Delta^2 T'' + \frac{\rho_s}{\rho_n} \Lambda \Delta \frac{f}{T_0 \rho_0} = \frac{1}{T_0} \left( k \Delta \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial t} \right), \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - \Delta P' - \frac{1}{\rho_0} \left( \frac{4}{3} \eta + \zeta_2 \right) \frac{\partial}{\partial t} \Delta \rho' - \frac{1}{\sigma_0} \left( \frac{4}{3} \eta + \zeta_2 - \zeta_1 \rho_0 \right) \frac{\partial}{\partial t} \Delta \sigma' = 0, \quad (7)$$

где  $\Lambda = \frac{4}{3} \eta + \zeta_2 - 2\rho_0 \zeta_1 + \rho_0^2 \zeta_3$  - комбинация коэффициентов вязкостей ( $\zeta_1 = \zeta_4$ ). Используя термодинамические равенства

$$\sigma' = \frac{C_p}{T_0} T' - \frac{\alpha_T}{\rho_0} P', \quad P' = U_1^2 \rho' + \rho_0 U_1^2 \alpha_T T',$$

где  $C_p$  и  $U_1$  - удельная теплоемкость и скорость первого звука, из (6)-(7) получим следующую систему взаимосвязанных волновых уравнений для акустических возмущения давления  $P'$  и температуры  $T'$ :

$$\frac{1}{U_1^2} \frac{\partial^2 P'}{\partial t^2} - \Delta P' - 2\Gamma_1 \Delta \frac{\partial P'}{\partial t} = \frac{T_0 \rho_0}{C_p} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\alpha_T \sigma'), \quad (8)$$

$$\frac{1}{U_2^2} \frac{\partial^2 T'}{\partial t^2} - \Delta T' - 2\Gamma_{(2)} \Delta \frac{\partial T'}{\partial t} = \frac{1}{U_2^2} \frac{T_0}{\rho_0 C_p} \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\alpha_T P') + \frac{1}{U_2^2} \frac{1}{C_p \rho_0} \frac{\partial f}{\partial t}. \quad (9)$$

В уравнениях (8) и (9)  $U_2^2 = \frac{\sigma_0^2 T \rho_s}{\rho_n C_p}$  - скорость второго звука, а величины

$$2\Gamma_{(1)} = \left( \frac{4}{3} \eta + \zeta_2 \right) \frac{1}{\rho_0 U_1^2}, \quad \Gamma_2 = \frac{1}{2U_2^2} \frac{1}{\rho_0} \frac{\rho_s}{\rho_n} \left( \Lambda + \frac{\rho_n}{\rho_s} \frac{k}{C_p} \right)$$

соответствуют коэффициентам затухания первого и второго звуков. Отметим, что при выводе системы уравнений (8)-(9) пренебрегались величины второго порядка малости, как по диссипативным параметрам типа  $\Lambda k$  (квадратичные по диссипациям), так и по термодинамическим  $\Lambda/U_1^2$ ,  $\alpha_T \xi_{1,3}$  и  $\xi_{1,3}/U_1^2$ .

Нетрудно заметить, что существенное отличие уравнения (8) от ранее полученного в [7] состоит в виде слагаемого в правой части. Это отличие в уравнении (9) содержит-

ся в виде первого слагаемого её правой части. Выполним анализ этих слагаемых, для чего представим величину  $\alpha_T(T)$  в виде  $\alpha_T(T) = \alpha^{(0)} + \frac{d\alpha_T}{dT}T'$ , где  $\alpha^{(0)} = \alpha_T(T_0)$ . Тогда справедливы равенства

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}[\alpha_T \sigma'] = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ \left( \alpha^{(0)} + \left( \frac{d\alpha_T}{dT} \right)_p T' \right) \sigma' \right] = \alpha^{(0)} \frac{\partial^2 \sigma'}{\partial t^2} + \left( \frac{d\alpha_T}{dT} \right)_p \frac{\partial^2}{\partial t^2} (T' \sigma'), \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}[\alpha_T P'] = \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ \left( \alpha^{(0)} + \left( \frac{d\alpha_T}{dT} \right)_p T' \right) P' \right] = \alpha^{(0)} \frac{\partial^2 P'}{\partial t^2} + \left( \frac{d\alpha_T}{dT} \right)_p \frac{\partial^2}{\partial t^2} (T' P'). \quad (11)$$

В первое слагаемое выражения (10) подставим величину  $\partial^2 \sigma' / \partial t^2$  из уравнения (6), в которой пренебрежены малые вклады, обусловленные наличием диссипативных коэффициентов, а в последнем слагаемом воспользуемся приближенным равенством  $\sigma' \approx (C_p / T_0) T'$ . Тогда уравнение (8) можно написать в виде

$$\begin{aligned} & \frac{1}{U_1^2} \frac{\partial^2 P'}{\partial t^2} - \Delta P' - 2\Gamma_1 \Delta \frac{\partial P'}{\partial t} = \\ & = \frac{T_0 \rho_0 \alpha_T^{(0)} \sigma_0^2 \rho_s}{C_p \rho_n} \Delta T' + \frac{\alpha_T^{(0)}}{C_p} \frac{\partial f}{\partial t} + \left( \frac{d\alpha_T}{dT} \right)_p \rho_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} (T')^2 \end{aligned} \quad (12)$$

Аналогичным образом, в первое слагаемое выражения (11) подставим величину  $\partial^2 P' / \partial t^2$  из уравнения (12), в результате чего уравнение (9) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{U_2^2} \frac{\partial^2 T'}{\partial t^2} - (1+b)\Delta T' - 2\Gamma_{(2)} \Delta \frac{\partial T'}{\partial t} = \frac{T_0 \alpha_T^{(0)} U_1^2}{\rho_0 C_p U_2^2} \Delta P' = \frac{1}{\rho_0 C_p U_2^2} (1+b) \frac{\partial f}{\partial t} + \\ & + \frac{T_0}{U_2^2 \rho_0 C_p} \left( \frac{\partial \alpha}{\partial T} \right) \frac{\partial^2}{\partial t^2} [(\alpha_T^{(0)} \rho_0 T' + P') T'] \end{aligned} \quad (13)$$

где  $b = T_0 (\alpha_T^{(0)})^2 u_1^2 / C_p$ . Система взаимосвязанных уравнений (12) и (13) является искомой. Последние слагаемые в уравнениях (12) и (13) обусловлены учетом температурной зависимости величины  $\alpha_T(T)$  и приводят к тому, что генерируемые ОА-сигналы, наряду линейными составляющими, будут иметь и нелинейные.

Таким образом, в рамках настоящей работы получена система взаимосвязанных волновых уравнений для колебания давления и температуры, учитывающих зависимость коэффициента теплового расширения от температуры и описывающих особенности генерации акустических волн лазерным излучением в сверхтекучем гелии посредством теплового механизма вблизи особой точки сверхтекучего гелия с  $\alpha_T(T_0) = 0$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Там А.С. – Rev. Mod. Phys., 1986, v.58, № 2, pp.381-431.
2. Лямшев Л.М. Лазерное термооптическое возбуждение звука. – М.: Наука, 1989, 237 с.
3. Егерев С.В., Лямшев Л.М., Пученков О.В. – УФН, 1990, т. 160, № 9, с.111-154.
4. Гусев В.Э., Карабутов А.А. Лазерная оптоакустика. – М.: Наука, 1991, 304 с.
5. Romanov V.P., Salikhov T.Kh. – Phys. Letters, 1991, v. 161, №2, pp.161-163.
6. Salikhov T.Kh. – Low. Temp. Phys. 1999, v.25, №10, pp. 760-764.
7. Салихов Т.Х. Термооптическое возбуждение акустических волн первого и второго звуков в сверхтекучем гелии. – ДАН РТ, 1999, т. 42, №9, с. 29-36.
8. Солихов Т.Х., Одилов О.Ш. Передаточные функции оптоакустических сигналов первого и второго звуков в He-II, граничащем с твердым телом. – ДАН РТ, 2007, т. 50, № 6, с.510-515.
9. Физические величины. Справ. /Под. Ред. Григорьева И.С., Мейлихова Е.З. – М.: Энергоатомиздат, 1991, 1232 с.
10. Есельсон Б.Н., Григорьев В.Н., Иванцов В.Г., Рудаковский Э.Я. Свойства жидкого и твердого гелия. – М.: Изд.-во Стандартов, 1978, 128 с.
11. Салихов Т.Х. Тепловая нелинейность в теплоакустике (Обзор), ч.1. Тепловая нелинейность в оптоакустическом спектре воды. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2011, №4(145), с. 76-85.
12. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика, – М.: Наука, 1986, 733 с.

Т.Х.СОЛИХОВ, ЗАФАРИ УМАР, ФАРХОД РАҲИМӢ\*

### САҲМИ ВОБАСТАГИИ ҲАРОРАТИИ ЗАРИБИ ВАСЕЪШАВИИ ГАРМӢ БА СИСТЕМАИ МУОДИЛАҲОИ МАВЧӢ БАРОИ САДОҲОИ ЯКУМ ВА ДУЮМ ДАР ҲЕЛИИ АБАРШОРО

*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон,*

*\*Раёсати Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Системаи муодилаҳои мавҷи барои садоҳои якум ва дуум дар ҳелии абаршоро бо назардошти таъсири аз ҳарорат вобаста будани зариби аз гармо васеъшави, ҳосил карда шудааст. Ин муодилаҳо барои сохтори назариёти ангиши лазерии мавҷҳои акустикӣ садоҳои якум ва дуум дар ҳелии абаршоро пайваста бо механизми ҳароратӣ дар, наздикии нуқтаи махсуси ин система, ки дар он  $\alpha_T(T_0) = 0$  имконият медиҳад.

**Калимаҳои калидӣ:** оптоакустика – ҳелии абаршоро – механизми ҳароратӣ – ғайрихаттияти ҳароратӣ.

T.KH.SALIKHOB, ZAFARI UMAR, FARHOD RAHIMI\*

**THE CONTRIBUTION OF THE TEMPERATURE DEPENDENCE OF THE  
THERMAL EXPANSION COEFFICIENT ON THE WAVE EQUATIONS OF  
THE FIRST AND SECOND SOUND IN SUPERFLUID HELIUM**

*Tajik National University,*

*\*Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

The system of wave equations for the vibration of the pressure and temperature in superfluid helium with takes into account the dependence the  $\alpha_T(T)$  – coefficient of thermal expansion of the temperature has been obtained. This will create a theory of acoustic waves of the first and second sound laser beam in superfluid helium through the thermal mechanism near a special point of superfluid helium when  $\alpha_T(T_0)=0$ .

**Key words:** optoacoustic – superfluid helium – thermal mechanism – thermal nonlinearity.



УДК 538.958+541.65

Н.У.МУЛЛОЕВ, З.З.ИСЛОМОВ, М.ФАЙЗИЕВА, Р.САФАРОВА, ДЖ.ЮСУПОВА

## ИК-СПЕКТРЫ РОДСТВЕННЫХ ГЕТЕРОЦИКЛИЧЕСКИХ СОЕДИНЕНИЙ

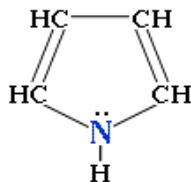
*Таджикский национальный университет*

*Поступила в редакцию 17.06.2015 г.*

*Исследовано влияние введенных в молекулярный цикл структурных элементов на ИК-спектры гетероциклических соединений пиррольного ряда. Показано, что введенные структурные элементы оказывают влияние на частоту колебания колеблющейся группы, а также оказывают противоположное влияние – в одном случае заместитель понижает частоту, а в другом приводит к её повышению. Наблюдаемые изменения объясняются поляризующим влиянием введенных структурных элементов на равновесное распределение электронов колеблющейся группы.*

**Ключевые слова:** ароматические гетероциклы – ИК-спектры – структурные фрагменты – индукционный эффект.

Гетероциклические соединения обладают ароматическими свойствами и особым электронным строением. В них сильно выражено взаимодействие электронов циклической структуры и неподелённых пар электронов гетероатома. Из них наиболее распространёнными являются пятичленные соединения. Гетероциклические органические соединения широко используются в многих физико-химических, медико-биологических и химико-технологических процессах. Это связано с особенностями строения и амфотерной способностью группы  $N-H$ , придающей молекулам уникальные свойства. К ним относятся прежде всего соединения ряда пиррола. Пиррол является простым пятичленным гетероциклическим соединением, содержащим в цикле атом азота:



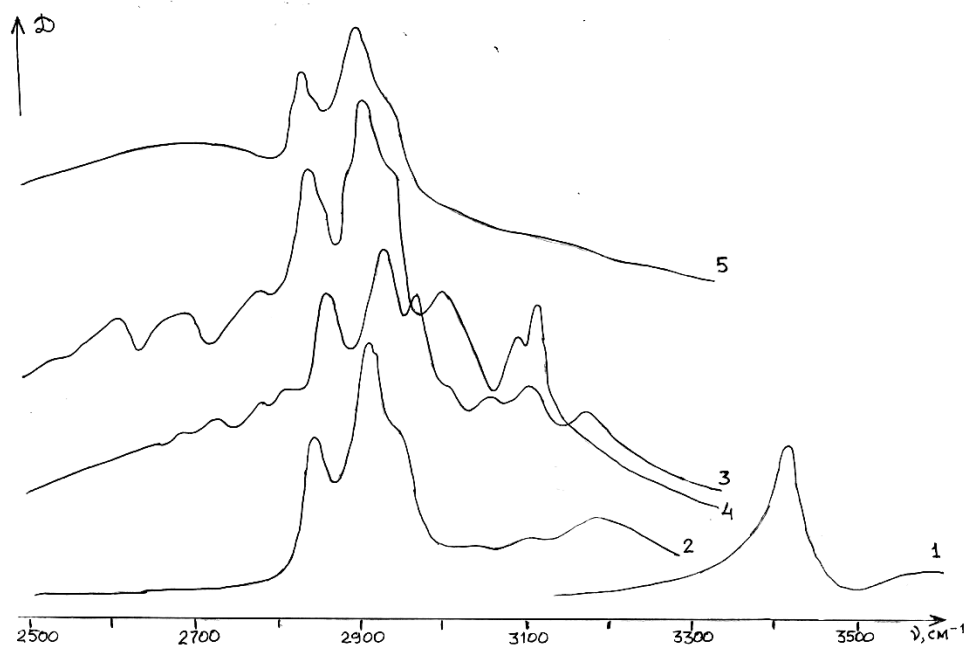
**Адрес для корреспонденции:** Муллоев Нурулло Урунбойевич. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: voruch@eml.ru

Свойства аналогичных (родственных) соединений определяются амфотерными свойствами, главным образом, группировки  $N-H$ , называемой пиррольной, в этих соединениях 4 $\pi$ -электрона двойных связей и неподелённая пара электронов азота образуют  $\pi$ -электронный секстет, который и определяет ароматические свойства пиррола во многих реакциях [1].

В работах [2-4] было изучено влияние природы введённых в молекулярные циклы структурных фрагментов на протондонорные и протонакцепторные свойства гетероциклических соединений пиррольного ряда.

Было показано, что усложнение электронной и геометрической структуры гетеросоединений путём введения новых структурных фрагментов приводит к повышению как протондонорной, так и протонакцепторной способности группы  $N-H$ , причём протонакцепторная способность изменяется сильнее. Оказалось, что исследованные гетероциклы относятся к числу слабых доноров и сильных или средних акцепторов протона. Однако влияние природы введённых в молекулярный цикл структурных фрагментов на спектральные характеристики указанных гетероциклов не было изучено.

В данной работе исследовано влияние изменения электронной и геометрической структуры на ИК-спектры поглощения гетероциклических соединения пиррольного ряда. ИК-спектры записаны на спектрофотометре SPECORD-75 IR. Измерения спектров исследованных соединений проводились в твёрдом кристаллическом состоянии в виде таблеток с KBr и суспензий с вазелиновым маслом [5].



**Рис.1.** ИК-спектры поглощения гетероциклических соединений пиррольного ряда в области 3500-2500 $\text{cm}^{-1}$ : 1 – карбазол, 2 – изатин, 3 – бензимидазол, 4 – 1,2,3бензотриазол и 5 – имидазол.

На рис.1. представлены ИК-спектры поглощения некоторых(1-карбазол,2-изатин,3-бензимидазол, 4-1,2,3бензотриазол и 5-имидазол.) исследованных соединений в диапазоне частот 3400-2200 см<sup>-1</sup>. Особое внимание было уделено частотам валентных колебаний связей *N – H*, которые надёжно определяются и весьма чувствительны к изменениям структуры молекулы. Взаимодействие электронов связи *N – H* с введёнными в цикл структурными фрагментами может в определённой степени изменить прочность этих связей, что выразится в изменении частоты валентных колебаний группы *N – H*.

Для пиррола, как исходного соединения (соединений 1), наблюдается симметричная полоса поглощения в области 3395 см<sup>-1</sup>, обусловленная валентными колебаниями группы *N – H*, участвующими в водородной связи  $\nu_{NHacc}$  [6].

При переходе от пиррола к другим соединениям его ряда наблюдается изменение частоты колебаний группы *N – H* ассоциированных молекул  $\nu_{NHacc}$  (таблица).

Таблица

Параметры некоторых полос поглощения исследованных веществ

Пиррол I	Карбазол II	Изатин III	Бензимидазол IV	1,2,3- Бензотриазол V	Имидазол VI	3-метил-5- пиразолон VII	Отнесение
3403	3414	3195	2950	2942	2878	2725	$\nu_{NHacc}$
1676	1630	1622	1622	1630	1670	1621	$\nu(c=0)$
1569	1606	-	1590	1598	1574	1554	$\delta NH$
1528	1495	1484	1486	-	1482	-	$\delta NH + \delta CH$
1473	1456	-	-	-	1452	-	$\delta NH, \delta CH$
1418	1400	1406	1414	1414	-	-	$\delta CH + \nu_{\kappa}$
-	1340	-	1344	1374	-	-	$\delta CH + \nu_{\kappa}$
-	1332	1336	1302	1308	1330	1315	$\delta CH + \nu_{\kappa}$
-	1290	1292	-	-	1266	-	$\delta CH$
1253	1240	1272	1278	1272	1246	1250	$\delta CH$
-	1202	1202	1210	1210	-	1198	$\delta CH$
1080	1142	1144	1138	1150	1150	1164	$\delta CH$
1074	1110	1094	-	1102	1100	-	$\delta CH$
1014	1014	-	1004	1008	1050	1005	$\delta CH$
-	965	943	960	-	-	967	$\delta CH + \nu_{\kappa}$
-	888	884	880	-	888	880	$\delta CH + \nu_{\kappa}$
849	840	812	844	-	836	-	$\gamma CH_{нел.}$
-	752	766	766	776	754	776	$\gamma CH + \gamma NH$
735	742	732	744	742	730	762	$\delta NH + \kappa$
565	572	628	624	-	618	613	$\nu CNC$

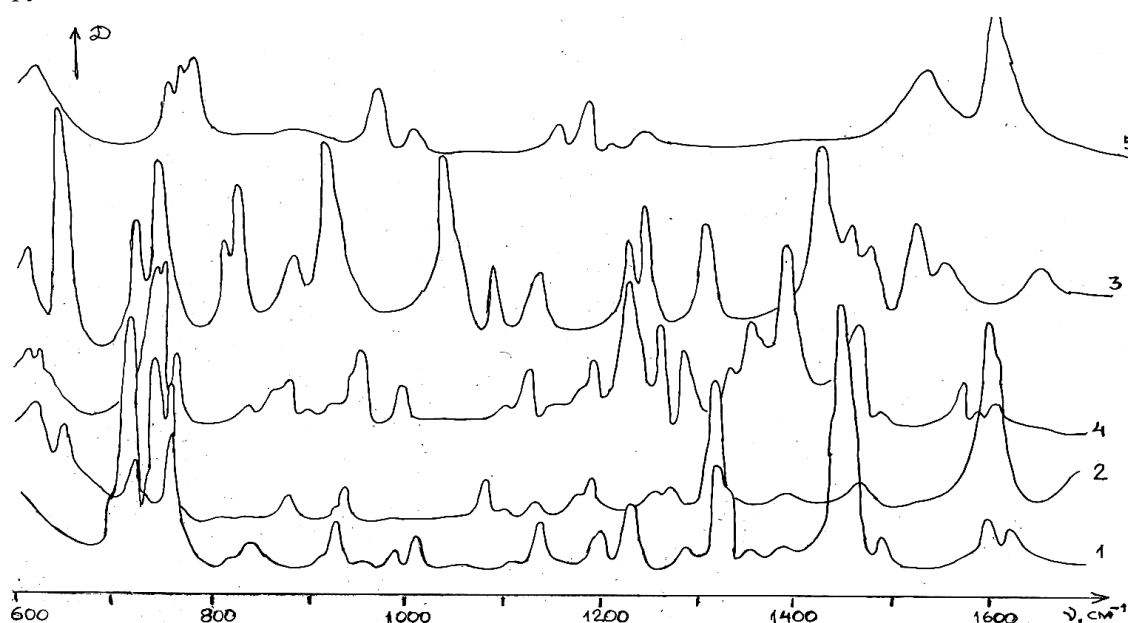
При соединении двух бензольных колец (соединения II) частоты колебаний  $\nu_{NHacc}$  сдвигаются в высокочастотную область спектра на  $19 \text{ см}^{-1}$  и проявляются при  $3414 \text{ см}^{-1}$ . При введении в положения 2 и 3 карбонильной группы  $C=O$  (соединений III) частота колебаний  $\nu_{NHacc}$  смещается в низкочастотную область спектра на  $200 \text{ см}^{-1}$  и проявляется при  $3195 \text{ см}^{-1}$ . Введение гетератома азота в положение 3 и бензольного кольца (соединений IV), а также двух атомов азота в положениях 2 и 3 и бензольного кольца (соединений V), или гетератома азота в положение 3 (соединений VI), частота колебаний  $\nu_{NHacc}$  смещается в низкочастотную область спектра на  $445\text{-}517 \text{ см}^{-1}$ . При замещении атомов водорода в положениях 2, 3 и 5 на атомы азота, радикальной группы  $CH_3$  и атомы  $O$  (соединений VII) частота колебаний  $\nu_{NHacc}$  смещается в низкочастотную область спектра на  $670 \text{ см}^{-1}$  и проявляется при  $2725 \text{ см}^{-1}$  [6].

Полученные экспериментальные результаты показывают, что изменение структуры молекул путём введения новых структурных элементов приводит к изменению её спектроскопических параметров.

Среди введённых в пиррольный цикл структурных фрагментов наибольшее влияние на равновесную электронную конфигурацию группы  $N-H$  оказывают радикальная группа  $CH_3$  и атомы  $O$  (соединений VII), а также атомы азота в соединениях IV–VI, меньшую – карбонильная группа – в III, еще в меньшей степени – бензольный цикл в соединении II. При этом структурные фрагменты на равновесную электронную конфигурацию группы  $N-H$  оказывают противоположное влияние. Соединение бензольного цикла в соединении II приводит к смещению электронного облака в сторону гетератома  $N$  группы  $N-H$ , в результате чего увеличиваются силовые константы колеблющейся группы (упрочнение ковалентной связи, повышение частоты колебаний). При введении в пиррольный цикл карбонильной группы  $C=O$  (соединение III), а также атомов азота  $N$  в соединениях IV–VI и радикальной группы  $CH_3$ , и атомов  $O$  (соединений VII) происходит смещение орбиталей неподелённых пар электронов гетератома азота группы  $N-H$  к заместителю, в результате чего происходит ослабление колеблющейся группы  $N-H$  (уменьшение силовых констант) и понижение частоты колебаний  $\nu_{NHacc}$ . Эти изменения обусловлены индукционным влиянием структурных фрагментов на равновесную электронную конфигурацию группы  $N-H$ . Такие изменения спектров показывают, что за счёт водородной связи типа  $N-H \cdots H$  происходит образование самоассоциатов. В соединениях I–III они имеют более простую форму, так как полосы являются почти симметричными и бесструктурными. В случае соединений IV–VIII могут появляться и ассоциаты более высокого порядка. Одной из причин сильного уширения низкочастотной половины полосы  $\nu_{NH}$ , простирающейся до  $2600 \text{ см}^{-1}$ , и появления структуры в виде дополнительных максимумов может быть появление многомерных ассоциатов. Другой причиной при

сильных донорно-акцепторных взаимодействиях является проявление Ферми-резонансной структуры [6].

Введение структурных фрагментов также влияет на частоту в области деформационных и кольцевых колебаний. У всех исследованных соединений в области  $1600-500\text{ см}^{-1}$  (рис.2) было обнаружено много полос различной формы и интенсивности. В таблице приведены характеристики ряда полос поглощения исследуемых гетероциклических органических соединений. Анализ спектров этих соединений показывает, что некоторые из полос являются наиболее чувствительными к изменению электронного строения и окружения молекул, что связано с влиянием введённых структурных фрагментов, приводящих к изменению спектроскопических свойств молекул. При этом изменяется электронное строение данной группы, что должно влиять на динамические параметры колеблющейся группы.



**Рис.2.** ИК-спектры поглощения гетероциклических соединений пирольного ряда в области  $1700-600\text{ см}^{-1}$ : 1 – карбазол, 2 – изатин, 3 – бензимидазол, 4 – 1,2,3бензотриазол и 5 – имидазол.

Среди этих полос наиболее чувствительными к изменению структуры молекулы оказались полосы деформационных  $\delta NH$  и пульсационных  $\nu CNC$  колебаний с активным участием гетероатома азота изучаемых соединений.

Интенсивные полосы, обусловленные деформационным  $\delta NH$  колебанием группы  $N-H$ , в исходном соединении (I) проявляются при  $1569, 1530, 1473\text{ см}^{-1}$  [5]. При переходе от пиррола к другим соединениям его ряда, частоты колебаний этой группы изменяются на  $10-30\text{ см}^{-1}$  и наблюдаются в областях  $1610-1550\text{ см}^{-1}$  и  $1530-1480\text{ см}^{-1}$ .

Полоса  $\nu_{C-N}$  для пиррола, как исходного соединения, лежит при  $565 \text{ см}^{-1}$  и является одиночной, узкой и почти симметричной. При введении структурных фрагментов (соединениях II-VII) частоты колебаний этой полосы изменяются на  $40-60 \text{ см}^{-1}$  и проявляются в области  $613-628 \text{ см}^{-1}$ .

Из анализа и обобщения приведённых данных следует, что присоединение к исходному пятичленному соединению ароматического характера, то есть к пирролу, «новых» структурных элементов в виде бензольного цикла, другого гетероатома (азота) или функциональной группы (карбонила) приводит к существенному изменению электронного окружения колеблющейся группы. Это связано с изменением конфигурации электронного облака группы при введении радикалов, вследствие которого изменяется силовая константа связи и, следовательно, частота колебания. Этим же фактором обусловлено поляризующее влияние заместителей на равновесное распределение электронов колеблющейся группы [7].

На основании спектроскопических результатов можно определить направления смещения неподелённых пар электронов атома азота группы N-H. Введённые структурные фрагменты оказывают на эти неподелённые пары электронов индукционное (противоположное) влияние, в результате чего «новые соединения» приобретают другие физико-химические свойства по сравнению с исходными.

Таким образом, полученные результаты позволяют определить влияние заместителей на перераспределение электронного облака цикла в целом и его фрагментов в частности. Причина изменений спектральных характеристик исследованных соединений, по видимому, связана с изменением электронной плотности колеблющейся группы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Иванский В.И. – Химия гетероциклических соединений – М.: Высшая школа, 1978, 559 с.
2. Нарзиев Б.Н., Муллоев Н. Амфотерные свойства группы N-H в соединениях пиррольного ряда - Журнал структурной химии, 1996, т. 37, №1, с. 137-141.
3. Муллоев Н., Нарзиев Б.Н. Н-комплексы в растворах карбазола по данным ИК-спектроскопии. - Журнал структурной химии, 1996, т. 37, №2, с. 394-395.
4. Нарзиев Б.Н., Муллоев Н. Протондонорные свойства гетероциклических соединений пиррольного ряда по данным ИК-спектроскопии. - Журнал структурной химии, 1999, т.40, №3, с.585-589.
5. Прикладная инфракрасная спектроскопия. /Под ред.Кенделла Д. -М.:Мир, 1970, 376 с.
6. Беллами Л. Новые данные по ИК-спектрам сложных молекул. – М.:Мир, 1971, 318 с.
7. Нарзиев Б.Н. Водородные связи и строение растворов гетероциклических соединений по данным ИК-спектроскопии: Автореф. дисс... д. физ.-мат. н. – Душанбе, 1994, 39 с.

Н.У.МУЛЛОЕВ, З.З.ИСЛОМОВ, М.ФАЙЗИЕВА, Р.САФАРОВА, ДЖ.ЮСУПОВА  
**СПЕКТРИ ИНФРАСУРХӢ ПАЙВАСТАГИҲОИ ҲАМГИРИ ГЕТЕРО-  
СИКЛӢ**

*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Таъсири унсурҳои сохтори ба синкли молекулавии воридкардашудаи пайва-стагиҳои гетеросиклии қатори пиррол аз рӯи спектрҳои ИС таҳқиқ карда шуд. Нишон дода шудааст, ки унсурҳои сохтори воридкардашуда ба басомади лаппишҳои лаппанда таъсири мутақобил намуда, дар як (лаҳза) ҳолат ҷонишинҳо басомадро кам ва дар ҳолати дигар бошад ба зиёдшавӣ меоранд. Тағйиротҳои ба амалномада дар асоси таъсири поляризаторсионӣ унсурҳои сохтори воридкардашуда, ба ҷойгиршавии мувозинатии электронҳои лаппандаи гурӯҳ нишон дода шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** гетеросиклҳои хӯшбӯӣ – спектрҳои инфрасурх – фрагментҳои сохторӣ – эффекти илқоӣ (индуксионӣ)

N.U.MULLOEV, Z.Z.ISLOMOV, M.FAYZIEVA, R.SAFAROVA, J.YUSUPOVA

**IR-SPECTRUMS OF RELATED HETEROCYCLIC COMPOUNDS**

*Tajik National University*

The effect introduced in the molecular cycle structural elements in the IR spectra of heterocyclic compounds of the pyrroles series has been investigated. It is shown that the entered structural elements influence the oscillation frequency of the oscillating group, and also have the opposite effect – in one case the constituent lowers the frequency, and the other leads to its increase. The observed changes the polarizing influence entered the structural elements in the equilibrium distribution of the electrons oscillating group are explained

**Key words:** aromatic heterocyclic – IR-spectrums – structural fragments – induction effect.

УДК 624.042

Д.Н.НИЗОМОВ, И.КАЛАНДАРБЕКОВ

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧ БАЛОК  
НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ**

*Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии*

*АН Республики Таджикистан*

*Поступила в редакцию 10.03.2015 г.*

*Численным моделированием исследуется напряженно-деформированное состояние балок на упругом основании при статических и динамических воздействиях. Показано, что предлагаемый алгоритм расчёта на основе метода сосредоточенных деформаций позволяет исследовать статический изгиб и динамическое поведение балки на упругом основании при различных граничных условиях. Достоверность результатов численного моделирования подтверждается сопоставлением данных с результатами точного решения.*

**Ключевые слова:** метод сосредоточенных деформаций – расширенная область – винклеровское основание – динамическая модель – коэффициент жёсткости основания – параметр жёсткости – аналитическое решение.

Конструкции, опирающиеся на упругое основание, имеют широкое применение в строительстве зданий и сооружений. Для таких конструкций применяются различные модели упругого основания [1]. В данной статье используется винклеровская модель упругого основания как наиболее приемлемой для практических целей [2].

Рассмотрим призматическую балку конечной длины на упругом винклеровом основании. Чтобы иллюстрировать метод сосредоточенных деформаций (МСД), рассмотрим случай балки с шарнирными концами от действия равномерно распределённой нагрузки. Разбивая балку на  $m$  равных элементов МСД [3], внешнюю нагрузку и реакцию упругого основания сосредоточим в узлах фиктивных связей и из рассмотрения  $i$ -го элемента, получим

---

*Адрес для корреспонденции:* Низомов Джахонгир Низомович. 734029, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 267, Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии АН РТ. E-mail: tiees@mail.ru, nizomov-jn@mail.ru



$$\begin{aligned} \sum x &= 0, \quad -N_{i-1,i} + N_{i,i+1} = 0, \\ \sum m_i &= 0, \quad Q_{i-1,i} \cdot a_i + Q_{i,i+1} \cdot b_i + M_{i,i-1} - M_{i,i+1} = 0, \\ \sum z &= 0, \quad -Q_{i-1,i} + Q_{i,i+1} = -P_{zi} + r_{0i}w_i, \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $r_{0i} = kd_i = bcd_i$  – вертикальная реакция в упругой опоре (сила упругого основания от единичного смещения),  $d_i = l/m$ ,  $P_{zi} = qd_i$  – сосредоточенная сила, заданная в узле  $i$ .

Приведём решение задачи шарнирно опертой балки постоянного сечения ( $EI_y$ ,  $GF_z$ ) на упругом основании с коэффициентом жёсткости  $r_0$  при её разбивке на три элемента. Используя симметрию, получим систему уравнений

$$\begin{bmatrix} (3GF_z d^2 + 4EI) / 4d & -GF_z / 2 & -GF_z / 2 \\ -GF_z / 2 & (3GF_z / d + r_0) & -GF_z / d \\ -GF_z & -2GF_z / d & (2GF_z / d + r_0) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ w_1 \\ w_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ P_3 \\ P_6 \end{Bmatrix},$$

в результате решения которой находим прогиб в середине балки

$$w_2 = P \frac{4d(4\alpha + 5) + r_0 d^2(3\alpha + 4) / GF_z}{16GF_z + r_0 d(20 + 13\alpha) + r_0^2 d(3\alpha + 4) / GF_z},$$

где  $\alpha = GF_z d^2 / EI_y$ ,  $d = l/3$ , откуда следует, что при  $r_0 \rightarrow 0$  прогиб стремится к прогибу балки без упругого основания

$$w_2 = P \left( l^3 / 27EI + 5l / 12GF_z \right),$$

а при  $r_0 \rightarrow \infty$ , прогиб стремится к нулю. Из этого примера можно заключить, что матрицу жёсткости балки на упругом основании можно получить из матрицы жёсткости обычной балки путем добавления параметра  $r_{0,i}$  в диагональных элементах, соответствующих вертикальным перемещениям

$$k_w(i, i) = k(i, i) + r_{0i}, \quad i = 3, 6, \dots, 3m. \quad (2)$$

С целью построения общего алгоритма расчёта призматических балок на упругом основании используем расширенную область, в которой производится разбиение. Затем, устремляя  $a_1$  и  $b_n$  к нулю, получаем расчётную модель балки на упругом основании при произвольных граничных условиях на концах (рис. 1).

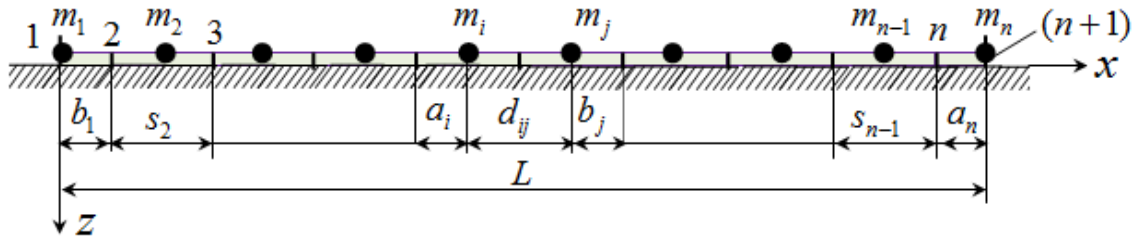


Рис. 1. Динамическая модель балки на упругом основании.

В этой модели в  $n + 1$  сечениях, в том числе опорных, сосредотачиваются деформации, а в  $n$  узлах, в том числе опорных, сосредотачивается распределённая масса балки:

$$m_1 = \bar{m}b_1, \quad m_2 = \bar{m}s_2, \quad \dots \quad m_{n-1} = \bar{m}s_{n-1}, \quad m_n = \bar{m}a_n, \quad (3)$$

$$s_i = a_i + b_i, \quad (i = 2, 3, \dots, n-1), \quad s_1 = b_1, \quad s_n = a_n,$$

$$d_{i+1} = b_i + a_{i+1}, \quad (i = 1, 2, \dots, n-1).$$

При равномерном разбиении балки

$$b_1 = b_2 = \dots = b_{n-1} = L/2(n-1), \quad a_2 = a_3 = \dots = a_n = L/2(n-1).$$

Распределённая нагрузка сосредотачивается в тех узлах, в которых сосредоточены массы. Диагональная матрица масс состоит из диагональных подматриц, каждая из которых состоит из трёх элементов (3)

$$[M] = \text{diag}(M_1, M_2, \dots, M_n), \quad [M]_i = \text{diag}(m_{xi}, m_{yi}, m_{zi}),$$

здесь  $m_{xi} = m_0s_i$ ,  $m_{yi} = m_0s_i^3/12$ ,  $m_{zi} = m_0s_i$ ,  $(i = 2, 3, \dots, n-1)$ ,

$$m_{x1} = m_0b_1, \quad m_{y1} = m_0b_1^3/3, \quad m_{z1} = m_0b_1,$$

$$m_{xn} = m_0a_n, \quad m_{yn} = m_0a_n^3/3, \quad m_{zn} = m_0a_n,$$

$m_0 = bh\gamma_0/9.81$  – распределённая масса балки,  $m_{yi}$  – момент инерции  $i$ -го элемента относительно оси  $y$ , проходящей через центр масс,  $m_{xi}, m_{zi}$  – сосредоточенные массы элемента, соответствующие осям координат  $x$  и  $z$ .

Матрица коэффициентов (1) формируется так же, как в балке без упругого основания, исходя из принятой расчётной модели, где учитывается особенность крайних элементов. Это особенность заключается в том, что здесь узлы фиктивных связей и сосредоточенных деформаций совпадают. Поэтому системы уравнений равновесия для первого и последнего элементов записываются в виде

$$-N_1 + N_2 = 0, \quad Q_1 \cdot 0 + Q_2 \cdot b_1 + M_1 - M_2 = 0, \quad -Q_1 + Q_2 = -P_{z1} + r_{01}w_1, \quad (4)$$

$$-N_n + N_{n+1} = 0, \quad Q_n \cdot a_n + Q_{n+1} \cdot 0 + M_n - M_{n+1} = 0, \quad -Q_n + Q_{n+1} = -P_{zn} + r_{0n} w_n. \quad (5)$$

Следовательно, первый и последний блоки матрицы коэффициентов  $[A]$  с учетом (4) и (5) представляются так:

$$[A]_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ & 1 & 0 & 0 & -1 & b_1 \\ 0 & & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad [A]_n = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ & 1 & a_n & 0 & -1 & 0 \\ 0 & & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

а остальные блоки этой матрицы остаются такими же, как в обычной балке.

Матрица внутренней жёсткости  $[C]$  формируется по аналогии балки без упругого основания

$$[C] = \text{diag}(C_1, C_2, \dots, C_n, C_{n+1}), \quad C_i = \text{diag}(\xi_i, \omega_i, \eta_i),$$

$$\xi_i = EF_{xi} / d_{i-1,i}, \quad \omega_i = EI_{yi} / d_{i-1,i}, \quad \eta_i = GF_{zi} / d_{i-1,i}, \quad (i = 2, 3, \dots, n),$$

$$C_1 = C_A = \text{diag}(\xi_A, \omega_A, \eta_A), \quad C_{n+1} = C_B = \text{diag}(\xi_B, \omega_B, \eta_B),$$

$$\xi_A = k_{xA}, \quad \omega_A = k_{\phi A}, \quad \eta_A = k_{zA}, \quad \xi_B = k_{xB}, \quad \omega_B = k_{\phi B}, \quad \eta_B = k_{zB},$$

где коэффициенты  $k_{iA}, k_{iB}$  задаются в зависимости от граничных условий. Например, при свободном опирании балки на упругом основании, коэффициенты  $k_{iA}, k_{iB}$  принимаются равными нулю. Матрица внешней жёсткости балки на упругом основании формируется на основе (2)

$$[K]_w = [K] + [R], \quad [K] = [A][C][A]^T, \quad (6)$$

$$[R] = \text{diag}(R_1, R_2, \dots, R_n), \quad [R]_i = \text{diag}(0, 0, r_{0i}).$$

Решение статической задачи сводится к рассмотрению системы уравнений с искомым вектором перемещений

$$[K]_w \{V\} = \{P\},$$

и определением векторов деформаций и внутренних усилий

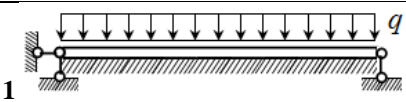
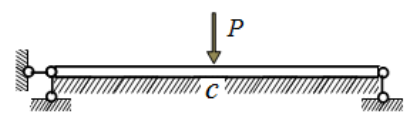
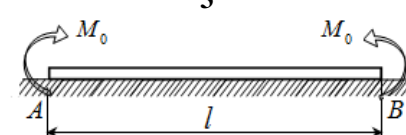
$$\{\lambda\}_n = -[A]^T \{V\}_n, \quad \{S\}_n = [C] \{\lambda\}_n.$$

Таким образом, алгоритм расчёта балки на упругом основании методом сосредоточенных деформаций отличается от расчёта обычной балки только на стадии формирования матрицы жёсткости (6), где к главным элементам добавляются коэффициенты жёсткости от упругого основания.

**Пример 1.** Исследуется статический изгиб балки конечной длины на упругом основании при различных граничных условиях. В данном примере результаты численного решения методом сосредоточенных деформаций сопоставлялись с результатами аналитического решения [4]. Алгоритм реализован на примере со следующими данными:  $k = 0.01$  тс/м<sup>2</sup> – коэффициент упругости основания;  $E = 2 \cdot 10^6$  тс/м<sup>2</sup> – модуль упругости  $l = 6$  м - пролёт; сечение балки  $b \times h = 1 \times 0.4$  м, где  $b$  – ширина балки,  $h$  - высота сечения;  $\nu = 0.25$  - коэффициент Пуассона. В табл. представлены безразмерные прогибы и изгибающие моменты для трёх схем балки на упругом основании, полученные при  $n = 10$ . В первой и во второй схеме прогиб и момент соответствуют середине пролёта; в третьей схеме прогиб в точке  $A$ , а момент в центре; действительные их значения определяются так: 1)  $w = \bar{w}q/k$ ,  $M = \bar{M}q/\beta^2$ ; 2)  $w = \bar{w}P\beta/k$ ,  $M = \bar{M}P/\beta$ ; 3)  $w = \bar{w}M_0\beta^2/k$ ,  $M = \bar{M}M_0$ ;  $\beta = \sqrt[4]{k/4EI_y}$  (м<sup>-1</sup>).

Таблица

Сопоставление результатов ( $b = 1$  м,  $h = 0.4$ ,  $n = 10$ )

Схема балки	Аналитическое решение		МСД	
	$\bar{w}$	$\bar{M}$	$\bar{w}$	$\bar{M}$
 <p>1</p>	$0.582 \cdot 10^{-4}$	$0.2179 \cdot 10^{-2}$	$0.1590 \cdot 10^{-4}$	$0.2151 \cdot 10^{-2}$
 <p>2</p>	$0.1917 \cdot 10^{-3}$	$0.3300 \cdot 10^{-1}$	$0.1916 \cdot 10^{-3}$	$0.3300 \cdot 10^{-1}$
 <p>3</p>	$-0.5809 \cdot 10^{-2}$	1.000	$-0.5977 \cdot 10^{-2}$	1.000

Сравнение показывает, что результаты МСД практически совпадают с аналитическим решением.

Таким образом, на основе решенных задач и сравнении результатов можно сделать вывод о том, что МСД при предлагаемой разбивке даёт результаты, достаточно близкие к точному решению.

Динамическая модель балки на упругом основании при её разбивке на  $n$  элементов МСД представляется в виде системы с  $3n$  степенями свободы. Здесь считается, что опорные узлы имеют по 3 степени свободы - линейное перемещение вдоль балки, угловое перемещение и прогиб. Разбивка балки на элементы МСД производится по схеме, представленной на рис.1, где имеется два вида элементов - опорные и промежуточные. Особенность опорного элемента состоит в том, что в одной плоскости сосредотачиваются и деформации и перемещения. При регулярной разбивке балки длина опорного элемента в

два раза меньше, чем длина промежуточного элемента. Учёт упругого основания осуществляется через сосредоточенные силы, установленные в узлах от действия реактивного давления  $p(x)$ .

Система динамических уравнений равновесия для дискретной модели балки на упругом основании представляется в виде

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{V}}\} + [\mathbf{D}]\{\dot{\mathbf{V}}\} + [\mathbf{K}]_w\{\mathbf{V}\} = \{\mathbf{P}(t)\}, \quad (7)$$

где  $[\mathbf{K}]_w$  – матрица жёсткости балки с учётом реактивного давления. Внося аппроксимирующие функции в (7), получим систему разрешающих уравнений, которая записывается в матричной форме

$$[\mathbf{K}]_w^*\{\mathbf{V}\}_{n+1} = \{\mathbf{P}\}_{n+1}^*, \quad (8)$$

$$[\mathbf{K}]_w^* = [\mathbf{K}]_w + \alpha_1^*[\mathbf{M}] + \beta_1^*[\mathbf{D}],$$

$$[\mathbf{P}]_{n+1}^* = [\mathbf{P}]_{n+1} + [\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{U}}\}_n + [\mathbf{D}]\{\dot{\mathbf{U}}\}_n,$$

$$\{\ddot{\mathbf{U}}\}_n = \alpha_1^*\{\mathbf{V}\}_n + \alpha_2^*\{\dot{\mathbf{V}}\}_n + \alpha_3^*\{\ddot{\mathbf{V}}\}_n,$$

$$\{\dot{\mathbf{U}}\}_n = \beta_1^*\{\mathbf{V}\}_n + \beta_2^*\{\dot{\mathbf{V}}\}_n + \beta_3^*\{\ddot{\mathbf{V}}\}_n,$$

$$\alpha_1^* = \alpha_1 / \tau^2, \quad \beta_1^* = \beta_1 / \tau, \quad \alpha_2^* = \alpha_2 / \tau, \quad \beta_3^* = \tau\beta_3,$$

где  $\alpha_i, \beta_i$  – коэффициенты аппроксимации,  $\tau$  – шаг по времени. Обобщённая матрица жёсткости и соответствующие векторы свободных членов, в зависимости от вида представления матрицы демпфирования, могут быть записаны в виде

$$[\mathbf{K}]_w^* = [\mathbf{R}]_0 + (1 + b_0\beta_1^*)[\mathbf{K}] + (\alpha_1^* + a_0\beta_1^*)[\mathbf{M}],$$

$$\{\mathbf{P}\}_{n+1}^* = \{\mathbf{P}\}_{n+1} + [\mathbf{M}](\{\ddot{\mathbf{U}}\}_n + a_0\{\dot{\mathbf{U}}\}_n) + b_0[\mathbf{K}]\{\dot{\mathbf{U}}\}_n,$$

$$[\mathbf{K}]_w^* = [\mathbf{R}]_0 + [\mathbf{K}] + \alpha_1^*[\mathbf{M}] + \beta_1^*\gamma([\mathbf{M}] \times [\mathbf{K}])^{1/2},$$

$$\{\mathbf{P}\}_{n+1}^* = \{\mathbf{P}\}_{n+1} + [\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{U}}\}_n + \gamma([\mathbf{M}] \cdot [\mathbf{K}])^{1/2}\{\dot{\mathbf{U}}\}_n, \quad (9)$$

$$[\mathbf{K}]_w^* = [\mathbf{R}]_0 + [\mathbf{K}] + \alpha_1^*[\mathbf{M}] + \beta_1^*[\mathbf{M}]([\mathbf{M}]^{-1} \cdot [\mathbf{K}])^{1/2}[\mathbf{\Gamma}],$$

$$\{\mathbf{P}\}_{n+1}^* = \{\mathbf{P}\}_{n+1} + [\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{U}}\}_n + [\mathbf{M}]([\mathbf{M}]^{-1} \cdot [\mathbf{K}])^{1/2}[\mathbf{\Gamma}]\{\dot{\mathbf{U}}\}_n,$$

где  $[\mathbf{\Gamma}]$  – матрица коэффициентов потерь в связях системы.

Решение динамической задачи балки на упругом основании от действия произвольной динамической нагрузки сводится к следующему. Исходя из дискретной динами-

ческой модели и заданного коэффициента постели, формируется вектор правой части. После составления матрицы жёсткости балки формируется общая матрица жёсткости. Матрица обобщённой жёсткости формируется по одной из представленных формул (9). Исходя из начальных условий задачи, формируется вектор свободных членов. Из решения (8) определяется вектор искомых перемещений  $\{V\}_{n+1}$ , а затем вычисляются векторы деформаций и внутренних усилий

$$[\lambda]_{n+1} = -[A]^T \{V\}_{n+1}, \quad \{S\}_{n+1} = [C]\{\lambda\}_{n+1}.$$

Предлагаемый алгоритм расчёта позволяет исследовать динамическое поведение балок на упругом основании при различных внешних воздействиях из непосредственного решения систем дифференциальных уравнений.

**Пример 2.** Шарнирно опёртая балка на упругом основании испытывает действие гармонической силы  $P = P_0 \sin \theta t$ , приложенной на расстоянии  $c$  от левой опоры. Аналитическое решение этой задачи без учёта массы основания описывается формулой [5]

$$w(x,t) = \frac{2P_0 l^3 \sin \theta t}{\bar{m}} \sum_{i=1}^{i=\infty} \frac{\sin(i\pi c/l) \sin(i\pi x/l)}{\pi^4 a^2 (i^4 + \alpha) - \theta^2 l^4},$$

где безразмерный параметр  $\beta = kl^4 / \pi^4 EI$  характеризует жёсткость упругого основания.

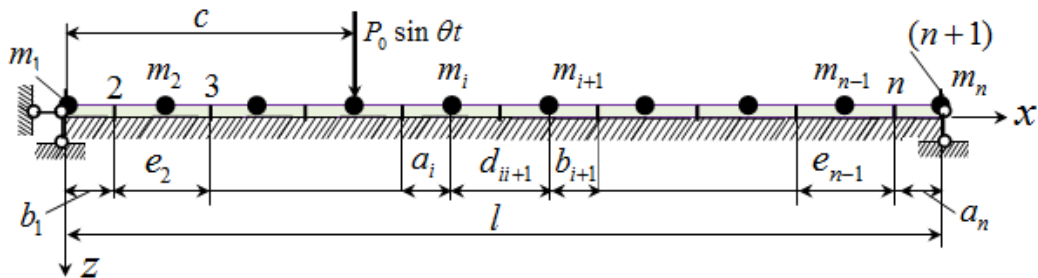


Рис.2. К расчёту балки на вибрационную нагрузку.

Динамический расчёт балки по МСД производится на основе дискретной модели, представленной на рис. 2, где сосредоточенная вибрационная нагрузка с круговой частотой  $\theta$  приложена на расстоянии  $c$  от начала координат. На рис. 3 приведены результаты численного решения, полученные при

$$n = 10, \quad c = 4l/9, \quad \tau = T_{1,0} / 100, \quad \theta = 0.2\omega_0,$$

где  $\omega_0 = \pi^2 \sqrt{EI / \bar{m}} / l^2$  - круговая частота шарнирно опёртой балки без упругого основания с основным периодом  $T_{1,0} = 2\pi / \omega_0$ , сравниваются с данными аналитического решения при различных значениях параметра  $\beta$ .

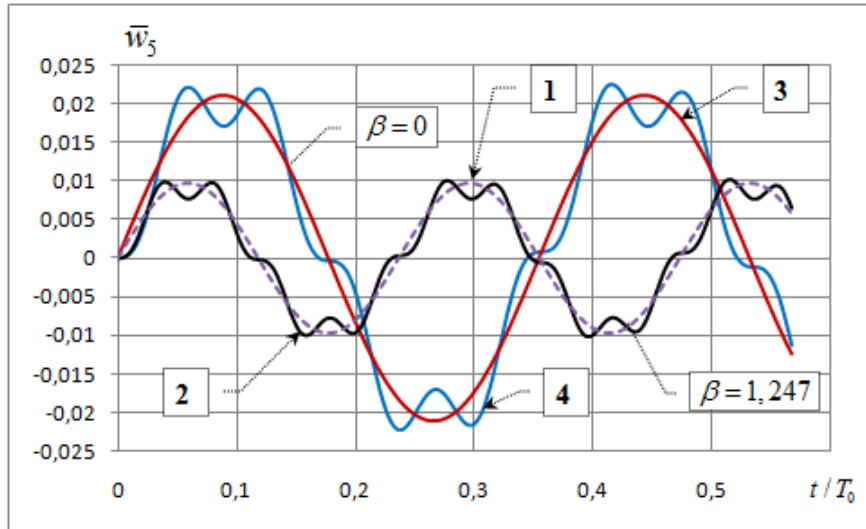


Рис. 3. Вынужденные колебания балки на упругом основании с шарнирными концами при различных значениях  $\beta$ .

Реализация алгоритма осуществлена на примере балки при данных:

$$l = 6 \text{ м}; b \times h = 1 \times 0,4 \text{ м}; E = 2 \cdot 10^6 \text{ тс/м}^2; \nu = 0,25; \gamma_0 = 2,5 \text{ т/м}^3.$$

Сравнение показывает, что результаты численного решения без учёта затухания (кривые 2 и 4) достаточно хорошо согласуются с аналитическим решением (кривые 1 и 3). С уменьшением  $\beta$  прогиб  $\bar{w}_5$  ( $w_5 = \bar{w}_5 P_0 l^3 / EI$ ), соответствующий точке приложения  $m_5$ , увеличивается, а при  $\beta = 0$  будет равняться прогибу балки без упругого основания. Основная круговая частота свободных колебаний балки на упругом основании [5] выражается формулой  $\omega = \pi^2 \sqrt{(1 + \beta)EI / \bar{m}} / l^2$ , откуда следует, что при  $\beta = 1,247$  ( $k = 1000$  тс/м<sup>2</sup>) в 1,5 раза уменьшается период по сравнению с периодом балки без упругого основания. Как видно из графиков, такое же соотношение сохраняется в основных периодах вынужденных колебаний. Следует отметить, что графики численного решения (кривые 2 и 4), в отличие от аналитического решения (кривые 1 и 3), содержат две гармоники с отношением частот 5:1, то есть вторая частота в 5 раз больше, чем первая частота.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Жемочкин Б.Н., Сеницын А.П. Практические методы расчёта фундаментных балок и плит на упругом основании. – М.: Госстройиздат, 1962, 239 с.
2. Клепиков С.Н. Расчёт конструкций на упругом основании. – Киев: Будивельник, 1967, 184 с.
3. Низомов Д.Н., Каландарбеков И. Метод сосредоточенных деформаций в решении статических и динамических задач строительной механики. – Душанбе: Ирфон, 2005, 290 с
4. Тимошенко С.П. Сопrotивление материалов. – М.: Наука, т.2, 1965, 480 с.
5. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М.: Физматгиз, 1959, 439 с.

Ҷ.Н.НИЗОМОВ, И.ҚАЛАНДАРБЕКОВ

## МОДЕЛКУНОНИИ АДАДИИ ҲАЛЛИ МАСЪАЛАИ БОЛОРҲО БО АСОСИ ЧАНДИРӢ

*Институти геология, сохтмони ба заминҷунбӣ тобовар ва сейсмологияи  
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Бо тарзи моделкунонии ададӣ ҳолати шиддатнокӣ ва деформатсияшавии болорҳои асоси чандирӣ дошта, тадқиқ карда шудаанд. Алгоритми пешниҳодгардида дар асоси методи мутамарказкунии деформатсияҳо имкон медиҳад, ки тадқиқоти статикӣ ва динамикии чунин конструкцияҳо гузаронида шавад. Эътимоднокии натиҷаҳои ҳисоб дар ҳалли мисолҳои муқоисавӣ исбот карда шудаанд.

**Калимаҳои калидӣ:** методи мутамарказкунии деформатсияҳо – мавзӯи васеъшуда – асоси винклерӣ – модели динамикӣ – коэффиенти сахтии асос – параметри сахтӣ – ҳалли аналитикӣ.

J.N.NIZOMOV, I.KALANDARBEKOV

## NUMERICAL MODELING OF BEAMS ON ELASTIC FOUNDATION

*Institute of Geology, Earthquake Engineering and Seismology,  
Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

Investigated by numerical simulation of the stress-strain state of beams on elastic foundation under static and dynamic loads. It is shown that the proposed algorithm is based on the basis of concentrated deformation allows us to investigate the static and dynamic behavior of the bending of the beam on elastic foundation under various boundary conditions. The accuracy of the simulation results is confirmed by comparing the data with the results of the exact solution.

**Key words:** method of concentrated deformation – expanded area – Winkler foundation – a dynamic model – stiffness coefficient of foundation – the stiffness parameter – analytic solution.



УДК 541.4:(4546.74.2 +548.736)

С.М.САФАРМАМАДОВ, Д.А.МУБОРАККАДАМОВ, К.С.МАБАТКАДАМОВА

**КОМПЛЕКСООБРАЗОВАНИЕ ЗОЛОТА (III) С 1,2,4-ТРИАЗОЛОМ**

*Таджикский национальный университет*

*Поступила в редакцию*

*Потенциометрическим методом изучен процесс комплексообразования золота (III) с 1,2,4-триазолом при 288-318 К. Установлено, что золото (III) с 1,2,4-триазолом образует четыре комплексные формы. Для всех комплексных форм определен состав и общие константы устойчивости. Выявлена закономерность в изменение численных значений констант устойчивости комплексов золота(III) от количества присоединённых молекул 1,2,4-триазола и температуры. Рассчитаны термодинамические функции реакции образования комплексов.*

**Ключевые слова:** золото(III) – 1,2,4-триазол – комплексообразование – константы устойчивости.

Триазол и его производные в последнее время находят все большее применение в народном хозяйстве. Аминотриазолы используют в медицине и фотографии [1,2]. На основе триазолов получают высокоактивные гербициды и фунгициды, успешно защищающие урожай [2,3]. Триазол и его производные образуют разные по составу комплексные соединения с d-переходными металлами. Авторы работы [4] синтезировали и изучили физико-химические свойства комплексов некоторых переходных металлов с 1,2,4-триазолом. По данным ИК-спектров комплексов Ni (II), Cu (II) и Co (II) с 1,2,4-триазолом установлено, что 1,2,4-триазол с указаниями металлами координирует через донорный атом азота, находящегося во втором положении. В работе [5] синтезированы и изучены физико-химические свойства комплексов рения(V) с 1,2,4-триазолом. Показано, что 1,2,4-триазол с рением(V) также координирует посредством атома азота находящего во втором положении. Среди полученных комплексов рения(V) с 1,2,4-триазолом найдены вещества, обладающие высокими рентгеноконтрастными свойствами [6]. В научной литературе отсутствуют сведения о комплексообразовании золота (III) с 1,2,4-триазолом в растворах.

---

*Адрес для корреспонденции:* Сафармамадов Сафармамад Муборакшоевич, Мубораккадамов Даврон Ахмаджонович, Мабаткадамова Кимё Сабзкадамовна. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: sash65@mail.ru; m.i.davron@mail.ru; kimyo84@mail.ru

Целью наших исследований являлось исследование комплексообразования золота (III) с 1,2,4-триазолом (ТТ) при различных температурах методом потенциометрического титрования.

### Экспериментальная часть

1,2,4-триазол синтезировали согласно [2,7]. Раствор  $\text{H[AuCl}_4\text{]}$  готовили растворением золота (99.99%) в царской водке по методике, описанной в [8]. Золото в составе  $\text{H[AuCl}_4\text{]}$  определяли весовым методом, хлорид ион - методом Мора. Начальная концентрация  $C_{\text{Au}^{3+}}$  была равна  $2.77 \cdot 10^{-6}$  моль/л, концентрация 1,2,4-триазола -  $1 \cdot 10^{-3}$  моль/л. Для исследования комплексообразования использовали гальванический элемент без переноса. В качестве индикаторного электрода применяли золотой электрод. Электродом сравнения служил хлорсеребряный электрод. Процесс комплексообразования исследовали в водном растворе с ионной силой 0.1 моль/л, создаваемой  $\text{NaNO}_3$ . Потенциал системы при потенциометрическом титровании измеряли с помощью рН-метра марки рН-150МИ. Равновесное значение потенциала на индикаторном электроде устанавливалось в течение 10-15 мин. Температуру в ячейке поддерживали постоянной при помощи водяного термостата ( $\pm 0.5^\circ\text{C}$ ). При каждой температуре потенциометрическое титрование проводили 3-4 раза. Равновесную концентрацию иона золота определяли по уравнению [9]:

$$\lg[\text{Au}^{3+}] = \lg C_{\text{Au}^{3+}} - \frac{\Delta E}{1,985 \cdot 10^{-4} \cdot T / n},$$

где:  $[\text{Au}^{3+}]$  – равновесная концентрация ионов золота в каждой точке титрования;  $\Delta E = E_1 - E_2$ ;  $E_1$  – начальный потенциал системы;  $E_2$  – потенциал системы в каждой точке титрования;  $C_{\text{Au}^{3+}}$  – концентрация золота в каждой точке титрования с учетом разбавления. Равновесную концентрацию 1,2,4-триазола рассчитывали по уравнению [9]:

$$[\text{L}] = C_{\text{L}} - n(C_{\text{Au}^{3+}} - [\text{Au}^{3+}]),$$

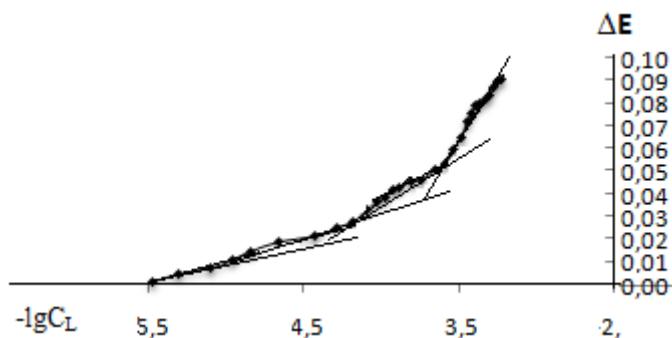
где:  $C_{\text{L}}$  – концентрация 1,2,4-триазола в каждой точке титрования с учетом разбавления;  $n$  – среднее число лигандов, присоединённых ионом золота(III);  $C_{\text{Au}^{3+}}$  – концентрация золота в каждой точке титрования с учетом разбавления;  $[\text{Au}^{3+}]$  – равновесная концентрация ионов золота в каждой точке титрования. Функцию  $F^0$  рассчитывали по уравнению [9]:

$$F^0 = \frac{C_{\text{Au}^{3+}} - [\text{Au}^{3+}]}{[\text{L}] \cdot [\text{Au}^{3+}]},$$

### Результаты и их обсуждение

Для определения количества частиц, образующихся при действии золота (III) с 1,2,4-триазолом, нами был использован графический метод предложенный Яцимирским, основные положения которого изложены в работе [10]. На рисунке 1 представлена зависимость  $\Delta E$  от  $-\lg[\text{L}]$  при 298 К, характер которой свидетельствует о ступенчатом комплексообразовании между ионом золота(III) и 1,2,4-триазолом. Угол наклона зависимости

$\Delta E$  от  $-\lg[L]$  при избытке 1,2,4-триазола в растворе равняется  $0.078 \text{ В} \cdot \text{л} \cdot \text{моль}^{-1}$ , что свидетельствует о присоединении четырех молекул 1,2,4-триазола к иону золота (III).



**Рис.1.** Зависимость  $\Delta E$  от  $-\lg C_L$  для 1,2,4-триазольных комплексов золота (III) при 298 К.  $I = 0.1$  моль/л.

На кривой зависимости  $\Delta E$  от  $-\lg C_L$  найдены углы наклона, равные  $0.021$ ;  $0.042$ ,  $0.058$  и  $0.076 \text{ В} \cdot \text{л} \cdot \text{моль}^{-1}$  соответствующие последовательному образованию четырех комплексных частиц состава  $\text{AuL}^{3+}$ ;  $\text{AuL}_2^{3+}$ ;  $\text{AuL}_3^{3+}$  и  $\text{AuL}_4^{3+}$ .

Для определения общих констант устойчивости комплексов золота (III) с 1,2,4-триазолом по данным потенциометрического титрования использовали методику, предложенную Фридманом, и нелинейный метод наименьших квадратов, основные положения которых изложены в работах [11,12]. В табл. 1 в качестве примера представлены данные по определению равновесной концентрации ионов золота (III), 1,2,4-триазола, функция Ледена ( $\lg \varphi$ ) и функция  $F^0$  при 298 К.

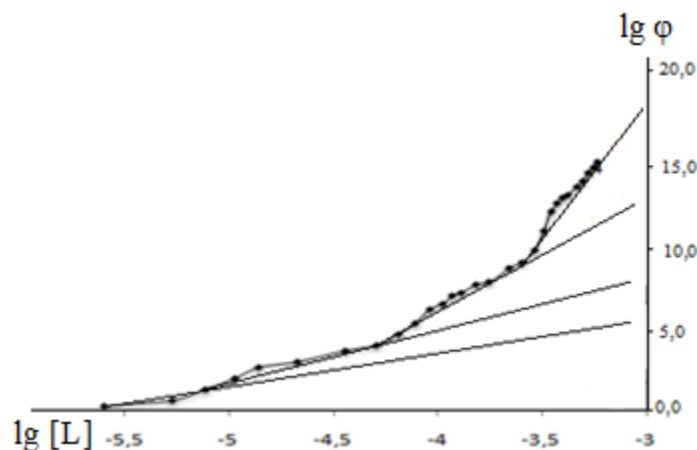
Таблица 1

Данные по определению равновесной концентрации ионов золота (III), 1,2,4-триазола при 298 К;  $C_L = 1 \cdot 10^{-3}$  моль/л;  $C_{\text{Au}^{3+}} = 2.77 \cdot 10^{-6}$  моль/л

$\Delta E, \text{ мВ}$	$\lg[\text{Au}^{3+}]$	$\lg [L]$	$\lg \varphi$	$F^0$
2.00	-5.85	-5.59	0.10	104573.977
4.00	-5.95	-5.27	0.20	111990.601
8.00	-6.16	-5.11	0.40	202998.615
12.00	-6.36	-4.97	0.60	291535.427
16.00	-6.57	-4.86	0.81	398648.365
18.00	-6.67	-4.67	0.91	338828.317
22.00	-6.88	-4.44	1.11	335814.466
24.00	-6.99	-4.29	1.21	307632.914
28.00	-7.20	-4.19	1.41	393381.252
32.00	-7.41	-4.10	1.62	525520.917
37.00	-7.67	-4.04	1.87	813976.906
39.00	-7.78	-3.98	1.97	903009.329
42.00	-7.93	-3.93	2.12	1147433.734
43.00	-7.99	-3.88	2.18	1168209.115
46.00	-8.15	-3.81	2.33	1405673.302
47.00	-8.22	-3.75	2.38	1379274.151
52.00	-8.49	-3.66	2.63	2004927.912

$\Delta E, \text{мВ}$	$\lg[\text{Au}^{3+}]$	$\lg [L]$	$\lg \varphi$	$F^0$
54.00	-8.62	-3.59	2.73	2160546.450
59.00	-8.89	-3.54	2.99	3419018.350
66.00	-9.26	-3.49	3.34	6992704.708
73.00	-9.64	-3.46	3.70	14541085.057
76.00	-9.81	-3.42	3.85	19194733.824
78.00	-9.92	-3.40	3.95	22770562.451
79.00	-9.99	-3.37	4.00	24227006.346
82.00	-10.17	-3.33	4.15	31389849.615
84.00	-10.31	-3.30	4.25	36846277.591
87.00	-10.48	-3.28	4.41	49245121.998
89.00	-10.61	-3.25	4.51	59136065.413
91.00	-10.74	-3.24	4.61	71548633.992

Для определения общих констант устойчивости по методике Фридмана строилась зависимость функции Ледена ( $\lg \varphi$ ) от логарифма равновесной концентрации 1,2,4-триазола (рис.2.). К экспериментальным кривым  $\lg \varphi$  от  $-\lg[L]$  проводились касательные с тангенсом угла наклона, равным предполагаемому числу координированных молекул 1,2,4-триазола. Касательные продолжались до пересечения с осью ординат, что давало возможность определить общие константы устойчивости образующихся комплексов



**Рис. 2.** Зависимость  $\lg \varphi$  от  $-\lg [L]$  для определения общих констант  $\beta_1$ ;  $\beta_2$ ;  $\beta_3$  и  $\beta_4$ , в системе  $\text{Au}^{3+}$ -1,2,4-триазол-  $\text{H}_2\text{O}$  при 298 К.  $I= 0.1$  моль/л.

Определенные методом Фридмана величины общих констант устойчивости в интервале температур 288-318К были следующими (табл.2.)

Таблица 2

Значения общих констант устойчивости 1,2,4-триазольных комплексов  $\text{Au}(\text{III})$ , определенные методом Фридмана, при 288-318 К  $I=0.1$  моль/л  $\text{NaNO}_3$

Т.К	288	298	308	318
$\lg \beta_1$	$5.28 \pm 0.09$	$5.27 \pm 0.05$	$5.05 \pm 0.09$	$4.71 \pm 0.2$
$\lg \beta_2$	$10.17 \pm 0.27$	$9.74 \pm 0.09$	$9.40 \pm 0.09$	$8.64 \pm 0.4$
$\lg \beta_3$	$13.86 \pm 0.42$	$13.46 \pm 0.12$	$13.07 \pm 0.36$	$13.21 \pm 1.15$
$\lg \beta_4$	$17.77 \pm 0.38$	$17.05 \pm 0.50$	$16.51 \pm 0.18$	$15.88 \pm 0.36$

Обработка данных потенциометрического титрования с использованием нелинейного метода наименьших квадратов [14] дала следующие значения общих констант устойчивости при температурах 288-318 К (табл.3).

Таблица 3

Значения общих констант устойчивости 1,2,4-триазольных комплексов Au(III), определенные нелинейным методом наименьших квадратов при 288-318 К.

I=0.1 моль/л NaNO<sub>3</sub>

Т,К	288	298	308	318
lg β <sub>1</sub>	5.30±0.40	4.90±0.40	4.80±0.35	4.74±0.30
lg β <sub>2</sub>	10.41±0.30	9.76±0.05	9.10±0.45	8.90±0.01
lg β <sub>3</sub>	13.44±0.40	13.21±0.05	13.01±0.05	12.30±0.3
lg β <sub>4</sub>	17.53±0.38	17.11±0.18	16.59±0.3	16.21±0.12

В табл. 4 представлены усредненные значения общих констант устойчивости, найденные методом Фридмана и нелинейным методом наименьших квадратов при 288-318 К.

Таблица 4

Усредненные значения общих констант устойчивости 1,2,4-триазольных комплексов Au(III) при 288-318 К. I=0.1 моль/л NaNO<sub>3</sub>

Т,К	288	298	308	318
lg β <sub>1</sub>	5.28±0.25	5.08±0.23	4.90±0.22	4.72±0.25
lg β <sub>2</sub>	10.29±0.30	9.75±0.07	9.25±0.27	8.77±0.21
lg β <sub>3</sub>	13.65±0.41	13.34±0.09	13.04±0.21	12.75±0.72
lg β <sub>4</sub>	17.65±0.38	17.08±0.36	16.55±0.24	16.05±0.21

Из данных таблицы видно, что с увеличением температуры наблюдается уменьшение общих констант устойчивости комплексов золота (III). Этот экспериментальный факт свидетельствует об отрицательном действии температуры на устойчивость образующихся комплексов и в пользу экзотермичности процесса комплексообразования. С целью контроля правильности полученных значений констант устойчивости проведено сопоставление величин ΔE<sub>теор.</sub>, рассчитанных по уравнению

$$\Delta E_{\text{теор}} = 2,3RT/nF \lg (1 + \beta_1[L] + \beta_2[L]^2 + \beta_3[L]^3 + \beta_4[L]^4),$$

с экспериментальными данными ΔE<sub>эксп.</sub>, при различных температурах. В качестве примера на рис.3. представлена зависимость ΔE от lg[L] для 1,2,4-триазольных комплексов золота (III) при 298 К. Как видно из рис.3, расчетные и экспериментально найденные величины ΔE дают удовлетворительное совпадение.

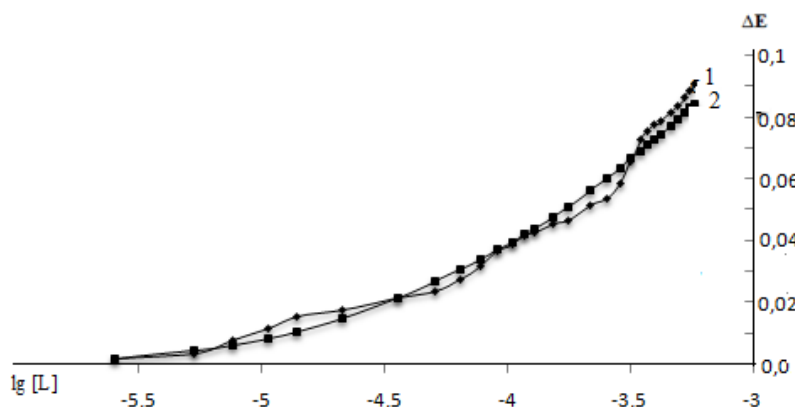


Рис.3. Зависимость  $\Delta E$  от  $-\lg[L]$  для 1,2,4-триазольных комплексов золота (III): 1- $\Delta E_{\text{эксп}}$ ; 2- $\Delta E_{\text{теор}}$ .

Одним из распространённых методов оценки термодинамических функций процесса комплексообразования считается метод температурного коэффициента. Нами с использованием этого метода были рассчитаны термодинамические функции реакции образования комплексов золота(III) с 1,2,4-триазолом (рис.4).

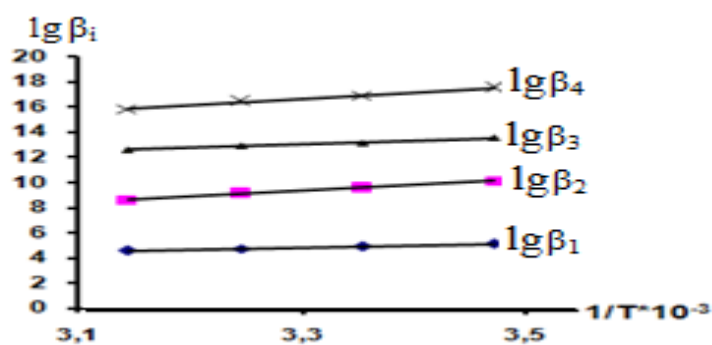


Рис. 4. Зависимость  $\lg\beta_i$  от  $1/T$  для реакций образования моно-, двух-, трех- и четырехзамещённого комплекса золота (III) с 1,2,4-триазолом при ионной силе раствора 0.1 моль/л.

Зависимость  $\lg\beta_i$  от  $1/T$  для всех реакций образования в интервале 288-318К линейна. Определённые методом температурного коэффициента величины  $\Delta H$  и  $\Delta S$ , а также рассчитанные по уравнению  $\Delta G = \Delta H - T\Delta S$ , величины  $\Delta G$  реакции образования комплексов золота(III) с 1,2,4-триазола представлены в табл. 4.

Таблица 4

Значения термодинамических функций процесса образования 1,2,4-триазольных комплексов золота (III)

Реакция образования комплексов	$\Delta H, \text{кДж/моль}$	$\Delta G, \text{кДж/моль}$	$\Delta S, \text{Дж/(моль}\cdot\text{К)}$
$\text{Au}^{3+} + \text{L} \leftrightarrow [\text{AuL}]^{3+}$	$-32 \pm 1.1$	$-29 \pm 1.3$	$-12 \pm 3.7$
$\text{Au}^{3+} + \text{L}_2 \leftrightarrow [\text{AuL}_2]^{3+}$	$-88 \pm 1.2$	$-55 \pm 0.4$	$-111 \pm 3.9$
$\text{Au}^{3+} + \text{L}_3 \leftrightarrow [\text{AuL}_3]^{3+}$	$-52 \pm 2.3$	$-76 \pm 0.5$	$78 \pm 7.7$
$\text{Au}^{3+} + \text{L}_4 \leftrightarrow [\text{AuL}_4]^{3+}$	$-93 \pm 0.3$	$-97 \pm 2.0$	$13 \pm 1.1$

Величина  $\Delta H$  для всех реакций образования комплексов отрицательна, хотя максимальное тепловыделение наблюдается при образовании четырёхзамещенного комплекса.

С целью определения области доминирования всех комплексных форм образующихся в системе золото(III) – 1,2,4-триазол -  $H_2O$ , были построены диаграммы их распределения, при 288-318 К.

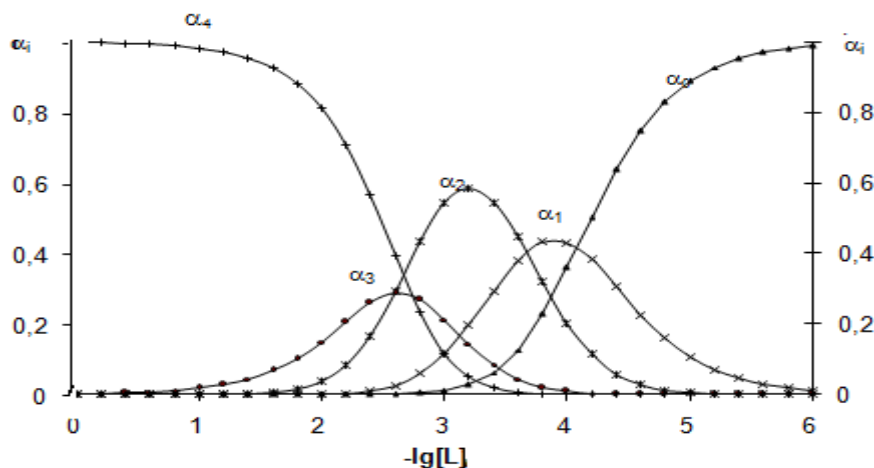


Рис.5. Кривые распределения 1,2,4-триазольных комплексов Au (III) при 298К, где  $\alpha_0 - [Au^{3+}]$ ,  $\alpha_1 - [AuL]^{3+}$ ;  $\alpha_2 - [AuL_2]^{3+}$ ;  $\alpha_3 - [AuL_3]^{3+}$ ;  $\alpha_4 - [AuL_4]^{3+}$ .

В качестве примера на рис.5 приведены диаграммы распределения всех комплексных частиц, образующихся в системе Au(III) - 1,2,4-триазол -  $H_2O$  при 298К. Анализ диаграмм распределения показал, что в системе золото(III) – 1,2,4-триазол -  $H_2O$  при малых концентрациях 1,2,4-триазола в растворе доминирует монозамещенный комплекс. С увеличением концентрации 1,2,4-триазола наблюдается переход монозамещенного комплекса в двух-, трех- и постепенно в четырёхзамещенный комплекс. С возрастанием температуры выход всех комплексных форм уменьшается. Таким образом, проведённые нами исследования показали, что Au(III) с 1,2,4-триазолом реагирует ступенчато с образованием четырех комплексных частиц. Для всех комплексных форм определены величины общих констант образования. Выявлена закономерность в изменении констант устойчивости от количества присоединённых молекул 1,2,4-триазола и температуры. Рассчитаны термодинамические функции процесса комплексообразования и показана самопроизвольность реакций образования комплексов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Каплан Г.И., Кукаленко С.С. Триазолы и их пестицидная активность. – вып. 2 (140), М., 1983.
2. Ивановский В.И. Химия гетероциклических соединений. – М.: Высшая школа, 1978, 205 с.
3. Мелников Н.Н. Химия и технология пестицидов. – М.: Химия, 1974, 659 с.
4. Кукаленко С.С., Володкович С.Д. Системные фунгициды и протравители семян. – М.: НИИТЭХИМ, 1981, вып. 1(103), 51 с.

5. Амиджанов А. А., Гагиева С.Ч. Комплексные соединения рения (V) с 1,2,4-триазолом. – Изв. вузов, сер. химия и хим. технология, 1992, т.35(7), с.12-18.
6. Billing D.E. The infrared spectra of some cobalt, nickel and copper complexes of heteroaromatic amines. – Inorgan. Chem., 1969, v.31, pp. 137-143.
7. Эльдерфильда Р. Гетероциклические соединения. – М.: Мир, 1965, 296 с.
8. Карякин Ю.В. Ангелов И.И. – Чистые химические вещества. – М., 1974, 209 с.
9. Хартли Ф., Бергес К., Оллок Р. – Равновесия в растворах. – М.: Мир, 1983, 365 с.
10. Новаковский М.С. Лабораторные работы по химии комплексных соединений. – Харьковский университет, 1972, 217 с.
11. Фридман Я.Д., Сарбаев Дж.С., Р.И.Сорочан. – Изучение равновесий в растворах гетерогенных комплексных соединений металлов. – Журн. неорган. химии, 1960, т.5, вып.4, с.790-804.
12. Интернет ресурсы. Е.И.Капустин. – Решение некоторых классов математических задач в программе Excel. Невинномысской химический колледж, г. Невинномыск (<http://exponenta.ru/educat/systemat/Kapustin/014.asp>)

С.М.САФАРМАМADOV, Д.А.МУБОРАКҚАДАМОВ, К.С.МАБАТҚАДАМОВА

### КОМПЛЕКСХОСИЛКУНИИ ТИЛЛОИ (III) БО 1,2,4-ТРИАЗОЛ

*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Бо усули потенциометрӣ раванди комплексҳоилкунии тиллои(III) бо 1,2,4-триазол дар ҳароратҳои 288-318 К омӯхта шудааст. Муайян карда шуд, ки тиллои (III) бо 1,2,4-триазол чор заррачаи комплексӣ ҳосил мекунад. Бо зиёдшавии ҳарорат собитаи устувории пайвастиҳои комплексӣ кам мешавад.

**Калимаҳои калидӣ:** тиллои (III) – 1,2,4-триазол – комплексҳоилкуни – собитаи устуворӣ

S.M.SAFARMAMADOV, D.A.MUBORAKKADAMOV, K.S.MABATKADAMOVA

### COMPLEXATION GOLD (III) WITH 1,2,4-TRIAZOLE

*Tajik National University*

Potentiometric method studied complexation of gold (III) with 1,2,4-triazole at 288-318 K. It has been established that gold (III) with 1,2,4-triazole forms four complex forms. For all complex forms to determine the composition and overall stability constants. The regularity of the change in the numerical values of the stability constants of complexes of gold (III) of the number of attached of 1,2,4-triazole and temperature. The thermodynamic functions of reaction of formation of complexes.

**Key words:** gold (III) – 1,2,4-triazole – complexation – stability constants.



УДК 550.423

Д.Н.ПАЧАДЖАНОВ

**ГЕОХИМИЯ КАЛИЯ, РУБИДИЯ И ЦЕЗИЯ В МЕЗОЗОЙСКОМ  
СЕДИМЕНТОГЕНЕЗЕ ТАДЖИКСКОЙ ДЕПРЕССИИ**

*Институт химии им. В.И.Никитина АН Республики Таджикистан  
Поступила в редакцию 27.02.2015 г.*

*Изучено распределение K, Rb и Cs в осадочных породах Таджикской депрессии.*

**Ключевые слова:** калий – рубидий – цезий – осадочные породы – Таджикская депрессия.

Для выработки объективных геохимических критериев условий осадкообразования необходимо рассмотреть зависимость распределения элементов от петрографического состава водосборных площадей, литолого-фациального типа отложений, изменения климатических условий, палеосолёности седиментационных вод, форм нахождения элементов, их физико-химических свойств и др. С этой целью нами изучалось распределение представителей всех групп Периодической системы элементов в генетических типах мезозойских отложений Таджикской депрессии. Главное внимание уделялось установлению основных закономерностей геохимии мезозойского седиментогенеза депрессии, связям близких элементов и их изменению, перераспределению различных форм элементов в течение седиментационного цикла, оценке миграционной способности элементов и их геохимического фона в исследуемых отложениях.

При изучении индикаторных свойств элементов для сравнения использовались данные по геохимии бора, индикаторные свойства которого детально изучались в юрских и нижнемеловых отложениях Таджикской депрессии [1,2]. Геохимия рассматриваемых элементов в мезозойских отложениях депрессии совершенно не изучена, а для ряда элементов (Sn, As, Mo, W и др.) впервые для осадочных пород получены достоверные данные об их распределении в литолого-фациальных типах отложений.

Систематизированный материал по геохимии мезозойского седиментогенеза Таджикской депрессии имеет не только практическое значение – как основа для проведения

---

*Адрес для корреспонденции:* Пачаджанов Далер Набиджанович. 734063, Республика Таджикистан, Душанбе, пр. Айни, 299/2, Институт химии АН РТ. E-mail: Daler37@mail.ru

поисково-разведочных работ на территории региона, но и важное значение для теории геохимии осадочного процесса в целом, так как на широком круге элементов рассмотрено влияние многих факторов на их поведение в осадочном процессе. Детальный анализ распределения элементов в разнообразных по составу и генезису осадочных породах, их гранулометрических фракциях, в глинистых минералах, в составе 5%-ной солянокислой вытяжке глинистых пород позволил исследовать индикаторные свойства некоторых элементов и дать практические рекомендации по использованию геохимических данных в палеореконструкциях.

Рубидий и цезий являются типичными литофилами. Их определение производилось рентгенофлуоресцентным методом анализа с использованием международных стандартных образцов. В магматическом процессе они накапливаются от 2 и 0.1 г/т, соответственно, в ультраосновных породах до 400 и 5 г/т в гранитоидах и пегматитах [3,4]. Рубидий преимущественно концентрируется в полевых шпатах, а цезий – в слюдах [5, 6]. Данные об их распределении неполны, особенно для генетических типов отложений. Глинистые породы содержат 140 г/т Rb и 5 г/т Cs, песчаники – 50 и 1 г/т, бокситы и известняки – 5-10 и 1 г/т, соответственно [3,7]. Вместе с тем М.Кейт и Э.Дегенс [8], А.Б.Ронов с сотр. [9] и др. обнаружили существенное влияние условий осадкообразования на распределение в глинистых отложениях их ближайшего соседа в Периодической системе – лития. Всё это говорит о необходимости дальнейшего углубленного изучения гипергенной геохимии рубидия и цезия, факторов, контролирующих их поведение в осадочном процессе.

### **Рубидий и цезий в коре выветривания**

Мобилизация элементов и вовлечение их в седиментационный цикл во многом зависят от интенсивности процессов химического выветривания на водосборных площадях [10]. Исследования по геохимии Rb и Cs в корах выветривания гранитоидов СССР показали, что обычно Rb обладает большей геохимической подвижностью (коэффициент устойчивости (КУ) от 0.66 до 0.79) относительно лития (КУ от 0.69 до 0., 2), а цезия (КУ от 0.72 до 0.84) занимает промежуточное положение между рубидием и бором (КУ от 0.62 до 1.27) [11,12].

Имеющийся в нашем распоряжении материал по мезозойской (доюрской) коре выветривания Гиссарского хребта позволяет наметить лишь общие тенденции поведения Rb и Cs в процессе выветривания (табл. 1). Для Rb характерно накопление в продуктах выветривания, для Cs эта тенденция проявлена менее чётко. Очевидно, это обусловлено сорбцией их глинистыми частицами. Пелитовая фракция продуктов выветривания гранитов содержит на 10-20% больше Rb, чем неизмененный гранит. Еще контрастнее этот процесс проявляется в аллитах – их пелитовая фракция в отдельных случаях содержит на 120% больше Rb и на 46% Cs по сравнению с самими аллитами.

Таблица 1

Содержание К(%), Rb, Cs, В (г/т) и Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> (%) в некоторых породах Гиссарского хребта и продуктах их выветривания

Порода	Кол-во обр.	К	Rb	Cs	В	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>
Фельзит – порфир	3	3.40	194	8.4	11	0.82
Фельзит – порфир ЗК	3	3.73	220	7.3	13	2.90
Гранит	4	2.07	163	7.9	12	0.60
Гранит ЗД	2	2.24	173	8.1	11	1.10
Гранит ЗК	2	0.83	128	8.6	14	1.92
Андезит - порфирит	1	3.07	62	6.8	63	9.70
Андезит – порфирит ЗГ	1	1.91	94	8.0	18	16.30
Андезит – порфирит ЗКО	1	0.17	150	7.6	13	22.70
Гранодиорит	2	2.90	145	7.3	20	2.42
Гранодиорит ЗДО	1	3.15	196	5.2	20	9.60
Аллит серый	2	0.10	130	6.3	50	0.97
Аллит красный	3	0,15	99	5.6	62	13.10

Примечание: ЗД – зона дезинтеграции, ЗДО – зона дезинтеграции и ожелезнения, ЗК – зона каолинизации, ЗКО – зона каолинизации и ожелезнения, ЗГ – зона гидрослюдизации.

Лучшим способом описания геохимии процесса выветривания является сопоставление привноса–выноса элементов с первичным объёмом пород. Но это не всегда возможно, непрерывное перемещение остаточных продуктов выветривания, особенно интенсивное в горных районах с резко расчленённым рельефом, делает невозможным воссоздание первичных условий. В этом случае могут использоваться коэффициенты концентрации, отражающие накопление-рассеяние элементов по профилю выветривания относительно неизменных пород. Другой подход к установлению баланса привноса-выноса элементов заключается в расчёте КУ при допущении, что содержание одного из элементов остаётся постоянным [13].

Обычно в качестве таких элементов–свидетелей используют Al, Ti, или Fe(III) [14,15]. В качестве элемента–свидетеля использовали окисное железо. В продуктах выветривания кислых и средних магматических пород Гиссарского хребта коэффициент устойчивости (КУ) Rb, Cs и В увеличивается в зоне каолинизации: кислые породы калий, рубидий, цезий зона дезинтеграции 0.60 0.51 зона каолинизации 0.21 0.57 0.61 0.74, а средние породы: зона дезинтеграции 0.25 0.36 0.19 каолинизации 0.22 1.01 0.67 0.36.

По величине КУ рассматриваемые элементы в профиле выветривания кислых пород образуют ряд:

бор > цезий > рубидий > калий

и в профиле выветривания средних пород:

рубидий > цезий > бор > калий

Таким образом, рубидий и цезий обладают заметной геохимической подвижностью при выветривании кислых и средних магматических пород Гиссара. Повышение их

КУ в зоне каолинизации свидетельствует о важной роли их сорбционного накопления глинистыми частицами.

### Рубидий и цезий в мезозойских отложениях Таджикской депрессии

Основными растворимыми формами рубидия и цезия в поверхностных водах являются их катионы. Поэтому главными процессами их фиксации в осадочном процессе являются сорбция и соосаждение их с осадочными частицами. Определенная часть сорбированных Rb и Cs входит в кристаллическую решетку глинистых минералов [16]. Литературные данные свидетельствуют об их относительном накоплении в континентальных отложениях [7,17]. Зависимость распределения Rb и Cs от условий осадкообразования может быть подчеркнута сравнительным анализом данных о распределении бора.

Анализ большого количества проб мезозойских отложений Таджикской депрессии позволил установить основные тенденции распределения Rb и Cs в различных обстановках гумидного (J<sub>1-2</sub>) и аридного (J<sub>3</sub>-K<sub>1</sub>) седиментогенеза межгорной впадины.

Таблица 2

Содержание Rb, Cs (г/т) и К (%) в гранулометрических фракциях юрских алевро-песчаных пород Таджикской депрессии  
(в знаменателе – содержание элементов в отн. %)

Фракция		Рубидий	Цезий	Калий
размер, мм	сод., %			
Аллювиальные отложения (n=5)				
>0.1	33.4	91/22.0	1.6/18.4	0.76/19.2
0.1-0.01	34.0	113/30.2	1.5/14.9	1.24/28.4
0.01-0.001	21.2	196/36.0	7.0/50.7	2.16/39.2
<0.001	6.4	217/11.8	7.4/16.0	2.77/13.2
Озёрно-болотные отложения (n = 5)				
>0.1	28.0	101/21.8	1.5/13.3	0.88/16.3
0/1-0/01	36/4	119/31/4	1.5/17.4	1.37/31.6
0/01-0/001	24/6	212/40/4	7.4/59.5	2.53/41.6
<0.001	4/7	217/6/4	7.3/9.8	3.16/10.5
Прибрежно-морские отложения (n = 5)				
>0.1	42.6	78/33.6	1.6/23.5	0.71/17.9
0.1-0.01	20.3	95/17.0	1.4/10.0	1.50/18.0
0.01-0.001	21.3	159/32.2	6.4/46.2	3.02/38.5
<0.001	9.1	185/16.2	6.6/20.3	4.04/25.6
Заливно-лагунные отложения (n = 3)				
>0.1	33.3	77/25.2	1.6/21.0	0.74/17.7
0.1-0.01	40.6	98/39.3	1.5/22.0	1.18/35.9
0.01-0.001	17.1	147/25.8	7.0/44.5	2.71/29.0
<0.001	5.2	228/9.7	6.5/12.5	4.18/17.4

Примечание: сумма фракций меньше 100% на количество растворимого остатка.

Данные о распределении средних содержаний Rb и Cs по генетическим типам юрских пород показывают, что песчаники Ю.-З. Гиссара мало дифференцированы по содержанию в них Rb. Это может быть следствием их более высокой минералогической зрелости относительно песчаников Ю.Гиссара. Последние характеризуются не только более

резкими колебаниями в содержании Rb по фациальному профилю, но и более высокими его содержаниями. Эти данные могут быть использованы для расчленения юрских аллювиальных песчаников по областям питания. Их дискриминация, согласно методу линейных дискриминантных функций [18], может быть произведена по уравнению:

$$D(X_i) = Rb - 0.0045 \cdot K - 35 = 0$$

(концентрация Rb-в г/т, K-в % на 10<sup>4</sup>). Для континентальных песчаников Ю.-З. Гиссара  $D(X_i) > 0$ , а для песчаников Ю. Гиссара  $< 0$ . Так как песчано-гравийные отложения Ю.-З. Гиссара являются минералогически более зрелыми, то полученные результаты свидетельствуют об ослаблении контроля макроэлемента над микроэлементом (Rb) с усилением степени минералогической зрелости терригенных отложений. С удалением от областей сноса также должна усиливаться минералогическая зрелость грубозернистых отложений под воздействием механической дифференциации и гидrolитического воздействия на них седиментационных вод. Это подтверждается тем, что континентальные и прибрежно-морские песчаники могут быть расчленены:

$$D(X_i) = Rb - 0.0036 \cdot K - 41.5 = 0.$$

Для континентальных песчаников  $D(X_i) > 0$ , для прибрежно-морских, включая и заливно-лагунные  $< 0$ .

Характерной особенностью распределения рубидия в алевrolитах является чёткое уменьшение его концентрации от аллювиальных отложений к образованиям конечных бассейнов аккумуляции. Такая же закономерность в распределении рубидия наблюдается и в аргиллитах.

Гравелиты и песчаники юрского бассейна седиментации, независимо от областей питания и фациальных условий, характеризуются равномерным распределением цезия в них. В конечных бассейнах седиментации алевrolиты обнаруживают заметное понижение концентрации цезия. В морском бассейне с увеличением солёности вод (в лагунах) растёт его содержание в алевrolитах. Наиболее чётко по содержанию цезий различаются алевrolиты континентальных (аллювиальных+озёрно-болотных) и морских фаций. В аргиллитах эта тенденция сглаживается.

В аридных нижнемеловых отложениях распределение Rb и Cs очень равномерное, но и в этом случае глинистые породы в 1.5-2 и 4.5-5 раз богаче этими элементами относительно песчаников.

Близость кристаллохимических свойств K, Rb и Cs обуславливает их совместную миграцию в зоне гипергенеза. Это иллюстрируется изменением величины отношений K/Rb и K/Cs. Для гравелитов и песчаников наблюдается увеличение отношения K/Rb от континентальных фаций к прибрежно-морским. В алевrolитах и аргиллитах это отношение увеличивается в 1.5-2 раза от континентальных фаций к морским, что позволяет использовать это отношение для фациального расчленения глинистых отложений.

Таблица 3

Содержание К (%), Rb, Cs, и В (г/т) в пелитовой фракции (<0.001 мм)  
юрских терригенных отложений Таджикской депрессии

Ассоциация глинистых минералов	К	Rb	Cs	В	К/Rb	К/Cs.103	Rb/B
Аллювиальные отложения							
КГ (n = 4)	2.00	187	7.6	52	107	2.6	3.6
ГК (n = 5)	3.82	234	7.3	57	163	5.2	4.1
Озёрно-болотные отложения							
КГ (n = 4)	2.15	198	7.8	62	108	2.8	3.2
ГК (n = 2)	2.74	249	6.8	63	110	4.0	3.9
Г (n = 1)	5.39	160	7.3	60	337	7.4	2.6
Крупноозёрные отложения							
КГ (n = 3)	2.47	234	7.5	77	105	3.3	3.0
ГК (n = 3)	4.52	258	6.9	180	175	6.6	1.4
КГТ (n = 1)	3.14	237	7.6	97	132	4.1	2.4
Прибрежно-морские гумидные отложения							
КГ (n = 4)	3.54	182	6.4	140	199	5.5	1.3
ГТ (n = 2)	4.18	217	6.8	175	192	6.1	1.2
Прибрежно-морские аридные отложения							
ГТ (n = 1)	5.57	197	6.3	330	283	9.0	0.6
КГТ (n = 4)	4.55	197	6.5	220	231	7.0	0.9
Отложения сравнительно удалённой части морского бассейна							
ГТ (n = 3)	4.48	214	7.2	240	209	602	0.9
Заливно-лагунные гумидные отложения							
ГТ (n = 8)	4.86	254	7.0	220	191	6.9	1.1
КГТ (n = 8)	3.77	225	6.8	208	168	5.5	1.0
Заливно-лагунные аридные отложения							
КГТ (n = 2)	4.69	253	6.9	290	185	6.8	0.9

Примечание: КГ – каолинит-гидролюдастая, ГК – гидролюдаисто-каолинитовая, КГТ – каолинит-гидратированно-гидролюдастая, Г – гидролюдастая, ГТ – гидратированно-гидролюдастая ассоциации глинистых минералов.

Для аридных нижнемеловых глинистых отложений отношение К/Rb со стороны Гиссара закономерно увеличивается от аллювиальных отложений к прибрежно-морским. Со стороны Дарваза обнаружено максимальное значение величины этого отношения. Это в сочетании с данными о равномерном распределении рубидия может свидетельствовать об унаследовано высоком содержании калия за счёт переотложения осадочных пород Ю.-З. Дарваза. Аналогично изменяется и отношение К/Cs. Однако в этом случае переход от континентальных условий к прибрежно-морским характеризуется более резким увеличением этого отношения.

По величине отношений К/Rb-К/Cs юрские глинистые породы разбиваются на континентальные и морские. Они изменяются прямо пропорционально и хорошо укладываются на общую линию дифференциации, показывая тем самым, что на всём пути миграции действовал близкий механизм взаимодействия  $K \leftrightarrow Rb \leftrightarrow Cs$ . Для алевролитов смена континентальных условий прибрежно-морскими, заливно-лагунными и далее морскими

ми сопровождается некоторым выполаживанием линии дифференциации. Для аргиллитов прямая пропорциональная зависимость сохраняется по всему фациальному профилю. По изменению величины этих отношений чётко выделяются континентальные, прибрежно-морские и морские фации глинистых отложений, дискриминация которых может проводиться по уравнениям:

$$D(X_i) = K/Cs + 34.5 \cdot K/Rb - 1.10 = 0$$

Для морских отложений  $D(X_i) > 0$ , а для остальных -  $< 0$ . Последние могут быть расчленены на прибрежно-морские (в том числе и заливно-лагунные) и континентальные согласно уравнению:

$$D(X_i) = K/Cs + 33,3 K/Rb - 0.82 = 0.$$

Для прибрежно-морских отложений  $D(X_i) > 0$ , для континентальных  $< 0$ .

Относительное накопление редких щелочей в континентальных отложениях, а бо- ра в морских можно использовать для их генетического расчленения :

$$D(X_i) = Rb-0.56 \cdot B-120= 0.$$

Для континентальных отложений  $D(X_i) > 0$ , для морских  $< 0$ .

Таблица 4

Средневзвешенные содержания Rb и Cs в литолого-фациальных типах мезозойских отложений Таджикской депрессии, г/т

Порода	Юрские		Нижнемеловые		Кларк (Turekian, Wedepohl, 1961)	
	Rb	Cs	Rb	Cs	Rb	Cs
Континентальные						
Ю.Гиссар						
Песчаник	117	1.5	79	1.4		
Алевролит	206	7.6	152	6.7		
Аргиллит	207	7.3	-“-	-“-		
Ю.-3 Гиссар						
Песчаник	77	1.4				
Алевролит	185	7.2				
Аргиллит	210	7.7				
Морские-прибрежно-морские						
Песчаник	80	1.5	83	1.4		
Алевролит	138	6.5	142	6.6		
Аргиллит	189	6.8	-“-	-“-		
Известняк	25	1.2				
Гипс	23	1.2				
Все типы фациальных условий						
Песчаник	87	1.5	82	1.4	60	0.1
Алевролит	165	6.9	146	6.7	140	5
Аргиллит	197	7.1	-“-	-“-	-“-	-“-
Известняк	25	1.2	-	-	3	0.1
Гипс	23	1.2	-	-	-	-

Примечание: к континентальным отнесены аллювиальные, озёрно-болотные и крупноозёрные юрские и аллювиальные, опресненные заливно-лагунные нижнемеловые отложения.

Аридные глинистые отложения по величине этих отношений также разбиваются на континентальные - K/Rb от 125 до 152, K/Cs от 3090 до 3220 и Rb/B от 1.7 до 2.3 и прибрежно-морские - 174, 3780 и 1.3, соответственно. Исключение составляют аллювиальные отложения Дарвазской группы, что связано с переотложением юрских осадочных пород и вторичной мобилизацией подвижных форм калия.

Таким образом, распределение Rb и Cs в терригенных породах контролируется составом пород областей питания, фациальными условиями и концентрацией калия в водах и осадках. Данные об их распределении могут использоваться для генетического расчленения отложений и детализации условий их формирования.

### **Рубидий и цезий в ископаемых почвах и углистых аргиллитах**

Почвообразование является одним из процессов рассеяния-накопления редких и рассеянных элементов в зоне гипергенеза [19]. Содержание Rb и Cs в различных типах современных почв близко к их содержанию в начальных продуктах выветривания [20]. Л.Э.Хорстман [7] отмечал рассеяние Rb и Cs при формировании почв по алевролитам и песчанникам.

Данные о содержании Rb и Cs в юрских ископаемых почвах и их материнских породах Таджикской депрессии также свидетельствуют о рассеянии этих элементов при образовании почв. Ископаемые почвы в среднем содержат 203 г/т Rb, 7.1 г/т Cs и 2.39% K, а их материнские породы – 231, 7.3 и 2.40, соответственно. Если содержание Cs уменьшается незначительно, то для Rb его концентрация в почвах на 10-30% ниже, чем в подстилающих породах.

В ископаемых почвах, как и в их материнских породах, сохраняется контроль над распределением Rb ( $r_{K/Rb}=0.83$  при  $r_{0.95}=0.58$ ). Это согласуется с предположением о ведущей роли глинистых минералов в геохимии Rb и Cs в почвах (Бойко Т.В.[11], Айдинян Р.Х.[21]). На распределение этих элементов в почвах определённое влияние может оказывать и такой активный сорбент, как С орг. В юрских ископаемых почвах  $r_{Cs - C_{орг}} = 0.75$  при  $r_{0.95}=0.72$  и  $r_{K/Rb - C_{орг}} = 0.69$  при  $r_{0.95}=0.67$ .

Таким образом, в почвообразовательном процессе происходит рассеивание Rb и Cs, в этом процессе участвует и С орг. Эти данные показывают, что в гипергенной геохимии Rb и Cs важную роль играет и органическое вещество. Эти тенденции сохраняются и при скоплении значительных масс органического вещества, что видно при сравнении аргиллитов и их углистых разностей:

Таблица 5

	Аргиллиты	Углистые аргиллиты	Разность	
			г/т	отн.%
		Аллювиальные отложения		
Калий,%	2.50	1.91	-0.59	24
Рубидий	203	178	-25	12
Цезий	7.3	7.1	-0.2	3
		Озерно-болотные отложения		
Калий,%	2.41	0.86	-1.55	65
Рубидий	240	153	-87	36



	Аргиллиты	Углистые аргиллиты	Разность	
Цезий	7.6	7.6	0	0
		Крупно-озёрные отложения		
Калий, %	2.37	2.79	+0.42	1.17
Рубидий	213	232	+19	9
Цезий	7.6	7.4	-0.2	3
		Прибрежно-морские отложения		
Калий, %	3.32	2.80	-0.52	16
Рубидий	203	218	+15	8
Цезий	8.9	7.8	+0.9	13

В аллювиальных и озёрно-болотных условиях скопления органического вещества ведут к рассеянию К, Rb и Cs, в крупно-озёрных условиях К и Rb накапливаются в углистых аргиллитах, а Cs – рассеивается, в то время как в прибрежно-морских накопление Rb и Cs происходит на фоне рассеяния К.

Таким образом, влияние органического вещества на процессы распределения Rb и Cs зависят от фациальной обстановки осадкообразования

#### **Рубидий и цезий в юрских карбонатных отложениях**

Распределение Rb и Cs в карбонатных породах Таджикской депрессии в основном контролируется терригенной примесью. Максимальное количество нерастворимого остатка (Н.о.) обнаружено в прибрежно-морских известняках – до 35%, минимальное в морских – 7.5%, заливно-лагунные известняки характеризуются содержанием Н.о. порядка 11-14%.

От прибрежно-морских известняков к морским и далее к гумидным заливно-лагунным содержание К и Н.о. изменяется параллельно, но с аридизацией климата содержание Н.о. несколько уменьшается, а концентрация К увеличивается в 1.6 раз. Известняки в целом характеризуются минимальными значениями отношений К/Rb и К/Cs. Это может быть следствием некоторого накопления Rb и Cs относительно К в хемогенной стадии осадкообразования. Об этом свидетельствует и закономерное уменьшение величины отношений К/Rb и К/Cs известняков вглубь морского бассейна седиментации.

Известняки прибрежно-морских и заливно-лагунных фаций характеризуются величинами отношений  $K/Rb > 100$  и  $K/Rb > 2.0$ , а известняки наиболее удаленных частей морского бассейна и аридных прибрежно-морских фаций – 58-86 и 1.0-1.8, соответственно. Это свидетельствует об усилении миграционной способности Rb и Cs в морском бассейне. Одной из причин этого может быть и десорбция элементов с поверхности осадочных частиц с увеличением рН и минерализации седиментационных вод. О разделении щелочных элементов в хемогенном осадкообразовании говорит и факт отсутствия значимых корреляционных связей Rb и Cs с К и Н.о. в известняках. Однако следует учитывать совместное влияние Н.о. и К на поведение Rb в процессе карбонатообразования ( $r_{Н.о. \cdot K-Rb}$  во всех фациальных типах известняков больше 0.95).

Таким образом, в карбонатных отложениях Rb и Cs обнаруживают более высокую геохимическую подвижность, чем в терригенных породах и их миграционная способность усиливается с ростом минерализации седиментационных вод.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Валиев Ю.Я. Геохимия бора в юрских отложениях Гиссарского хребта. – М: «ИГЕМ», 1977, 156 с.
2. Тимофеев П.П., Валиев Ю.Я., Адамчук И.П., Пачаджанов Д.Н. – Литология и полезные ископаемые, 1982, №1, с.91-99.
3. Tureikan K.K., Wedepohl K. Distribution of the elements in some Major Units of the Earths Crust. – Bull. Geol. Soc.Amer.,1961, v. 72, №2, pp. 175-172.
4. Виноградов А.П. – Геохимия, 1962, №7, с. 555-571.
5. Слепнев Ю.С., Бойко Т.Ф. Рубидий – В кн.: Геохимия, минералогия и генетические типы месторождений редких элементов. – М.,1964, т.I, с. 51-73.
6. Солодов Н.А., Слепнёв Ю.С., Бойко Т.Ф. Цезий. – В кн.: Геохимия, минералогия и генетические типы месторождений редких элементов. – М., 1964, т. I, с. 74-93.
7. Хорстман Л.Э. Распределение лития, рубидия и цезия в изверженных и осадочных породах. – В кн.: Геохимия редких элементов. – М., 1959, с. 9-68.
8. Кейт М.Л., Дегенс Э.Т. Геохимические индикаторы морских и пресноводных осадков. – В кн.: Геохимические исследования. – М., 1961, с.56-84.
9. Ронов А.Б., Мигдисов А.А., Воскресенская Н.Т., Корзина Г.А. Геохимия лития в осадочном процессе. – Геохимия, 1970, № 2, с.131-161.
10. Польшин Б.Б. Кора выветривания. – М., 1956, 751 с.
11. Бойко Т.В. Редкие щёлочи в зоне гипергенеза. – В кн.: Редкие элементы в осадочных и метаморфических породах. – М., 1964.
12. Бурков В.В., Подпорина Е.К. Некоторые особенности геохимии редких элементов в корах выветривания. – Литология и полезные ископаемые, 1971, №4, с.55-64.
13. Страхов Н.М. К вопросу о количественных методах исследования осадкообразования геологического прошлого. – Литология и полезные ископаемые, 1970, №3, с. 3-14.
14. Перельман А.И., Батулин С.Г. Миграционные ряды элементов в коре выветривания. – Кора выветривания. – М., 1962, вып. 4, с. 83-115.
15. Гаррелс Р.М., Макензи Ф. Эволюция осадочных пород. – М., 1974, 296 с.
16. Мило К. Геология глин (выветривание, геохимия, седиментация). – Л.,1968, 360 с.
17. Морозов Н.П. К геохимии щелочных элементов в речных водах. – Геохимия, 1969, №6, с. 729-739.
18. Миллер Р.А., Канн Дж.С. Статистический анализ в геологических науках. – М.,1965, 481 с.
19. Виноградов А.П. Геохимия редких и рассеянных элементов в почвах. – М., 1957, 273 с.
20. Иванов Д.Н. Распределение лития, рубидия и цезия в продуктах современного выветривания и почвах. – В кн.: Кора выветривания. – М.,1956, вып. 2, с.77-84.
21. Айдиньян Р.Х. Распределение редких щелочей в коллоидах почв и участие растительности в этом процессе. – Геохимия, 1959, № 4, с. 346 -357.

Д.Н.ПОЧОЧОНОВ

**ГЕОХИМИЯ И РУБИДИЙ ВА СЕЗИЙ ДАР СЕДИМЕНТОГЕНЕЗИ  
МЕЗОЗОИИ ДЕПРЕССИЯИ ТОЧИК**

*Институти химияи ба номи В.И.Никитини Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Тақсимшавии К, Rb ва Cs дар чинсҳои таҳшини депрессияи Тоҷик омӯхта шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** калий – рубидий – сезий – чинсҳои депрессияи Тоҷик.

D.N.PACHADZHANOV

**GEOCHEMISTRY OF THE POTASSIUM, RUBIDIUM AND CEZIUM IN ME-  
ZOZOIC SEDIMENTATION OF TAJIK DEPRESSION**

*V.I.Nikitin Institute of Chemistry, Academy of Sciences of Republic of Tajikistan*

The distribution of K, Rb and Ce in sedimentation of the Tajik depression has been investigated.

**Key words:** potassium – rubidium – cesium – sedimentary rocks of Tajik depression.

УДК 550.4 553.689.2 (575.3)

М.Л.ГАДОЕВ

**ЭЛЕМЕНТЫ-ПРИМЕСИ В БАРИТЕ ИЗ МЕСТОРОЖДЕНИЙ И  
РУДОПРОЯВЛЕНИЙ КАРАМАЗАРА**

*Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии*

*АН Республики Таджикистан*

*Поступила в редакцию 28.07.2015 г.*

*В статье приводятся данные о распределении элементов-примесей в барите из месторождений и рудопроявлений Карамазара. Установлено, что барит каждого из рассмотренных месторождений характеризуется высокими содержаниями определенных элементов: Sr, Al, Ca, Fe, Mg, и др.*

**Ключевые слова:** месторождение – рудопроявление – барит – элементы-примеси.

Состав барита тесно связан с его свойствами и условиями образования. Особое значение имеют элементы-примеси, вхождение которых в структуру минерала отражается на его физических свойствах.

Изучение элементов-примесей в барите из проявлений и месторождений Карамазарского рудного района приводится по данным спектральных и атомно-абсорбционных анализов, результаты которых оказались сопоставимы между собой.

В статье использованы результаты более 250 анализов, их средние содержания приведены в табл. 1, а колебания содержания изображены на графиках (рис. 1,2).

Для барита месторождений и рудопроявлений Карамазарского рудного района характерно постоянное присутствие петрогенных элементов (Si, Al, Ca, Na), содержание которых резко различное.

*Силиций.* Концентрация Si в барите этого региона варьирует от 0.3 (Алтынтопкан) до 1.2% (Курусай-Туранглы).

---

*Адрес для корреспонденции:* Гадоев Мустафо Лоикович. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 267, Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии АН РТ. E-mail: silver\_05@mail.ru

*Алюминий* в различных количествах обнаружен во всех исследуемых образцах минерала, причем высокое среднее содержание его доходит до 1.2% (Канимансур), а низкое – 0.08% (Замбарак).

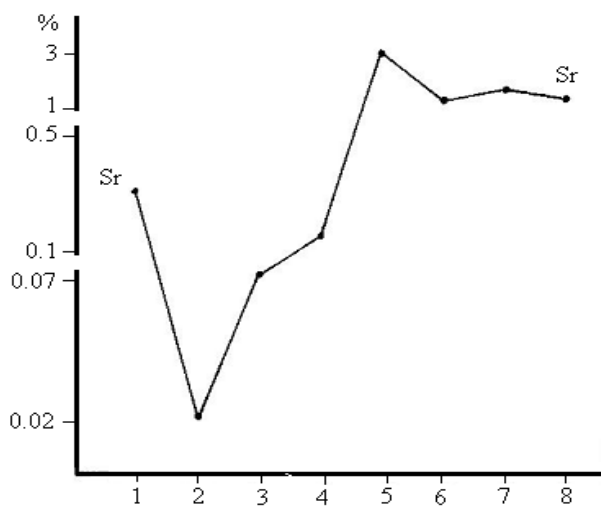
*Кальций*. В барите описываемого района Ca содержится в следующих количествах: 0.2% (Акмогол и Замбарак), 0.5% (Алтынтопкан), 0.8% (Канимансур) и др.

*Натрий* установлен в пробах барита различных месторождений при колебаниях от 0.05 до 0.7%.

*Марганец* также отмечается во всех образцах барита с содержанием от 0.004 (Баритовая горка, Акмогол) до 0.54% (Замбарак). В барите других месторождений содержание Mn колеблется от 0.006% (Северная жила), 0.034 (Музбек) до 0.09 (Алтынтопкан), 0.13 (Канимансур) и 0.34% (Курусай-Туранглы).

*Магний* содержится в барите постоянно (табл. 1). Максимальное его количество в среднем равно 0.3-0.4% (Туранглы, Баритовая горка), а минимальное – 0.02-0.025% (Северная жила, Акмогол). В других месторождениях содержание Mg распределено таким образом: Алтынтопкан (0.12%), Замбарак (0.06%).

*Железо* играет роль хромофора и вызывает красную, бурую или желтовато-бурую окраску минерала. Его содержание измеряется десятными и сотыми долями процента. Наиболее высокая концентрация Fe отмечается в барите из Канимансурского рудного поля – 0.82%. Повышенные содержания элемента характерны и для барита Курусай-Туранглинской группы месторождений (0.46%), а также Акмогола (0.45%) и Баритовой горки (0.35%). Минимальными содержаниями Fe характеризуется барит из месторождений Алтынтопкан (0.09%) и Замбарак (0.06%).



**Рис. 1.** Распределение средних содержаний Sr в барите различных месторождений Карамазара (здесь и на рис.2): 1 – Северная жила, 2 – Баритовая горка, 3 – Акмогол, 4 – Музбек, 5 – Замбарак, 6 – Канимансур, 7 – Алтынтопкан, 8 – Курусай-Туранглы.

*Стронций*, наряду с Ca и Mg, является изоморфной примесью барита. Как было отмечено выше, для барита месторождений Карамазара характерно сравнительно высокое содержание Sr. В большей части исследованных образцов барита его концентрация более одного процента. В барите месторождения Замбарак его содержание достигает 2.87% [1]. В барите месторождений Кошмагатского рудного поля и гор Моголтау содержание Sr низкое и колеблется от 0.004 до 0.034% (табл., рис. 1). Установлено, что изменение удельного веса минерала связано с примесью Sr [2].

*Титан.* Концентрация Ti в барите различных месторождений Карамазара колеблется в широких пределах – 0.008-0.3% (рис. 2). Наиболее высокое содержание Ti (0.3%) отмечено в барите из Музбекского месторождения. Это, вероятно, связано с присутствием микровключений титановых минералов в барите этого месторождения. Высоким содержанием этого элемента характеризуется и барит проявлений Курусай-Туранглинского рудного поля (0.12%). В других месторождениях региона концентрация Ti находится в пределах 0.005-0.014%.

В барите месторождений рассматриваемого региона постоянными спутниками являются Pb, Cu, Zn.

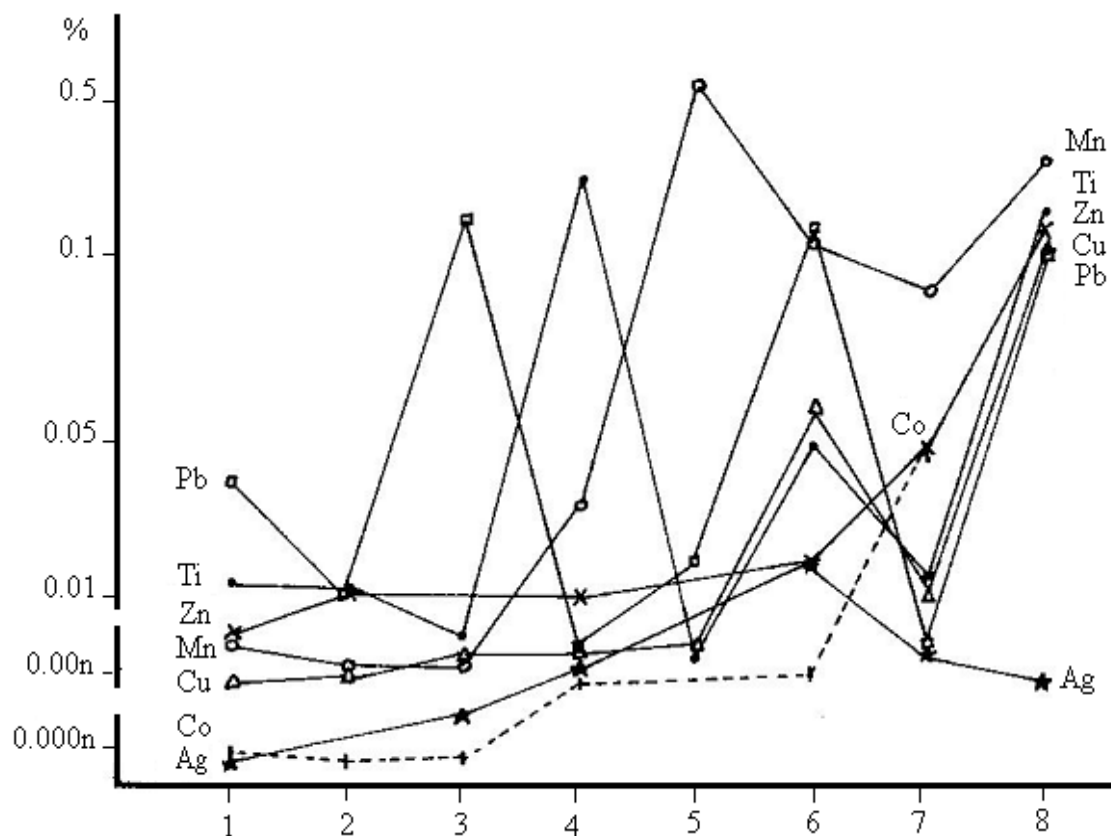
*Свинец.* Распределение Pb в барите месторождений Карамазара неравномерное (рис. 2). Наиболее высокая его концентрация (в среднем 0.1-0.2%) установлена в барите месторождений Акмогол и Курусайского [3] и Канимансур-Караташкотанского [4] рудных полей. Меньшее количество Pb обнаружено в барите проявлений Северная жила (0.04%), Замбарак (0.02%) и Баритовая горка (0.01%). В других месторождениях (Музбек, Алтынтопкан) количество Pb колеблется в пределах 0.003-0.009%.

*Медь* относится к числу распространенных элементов-примесей в барите описываемого региона (табл. 1). Наиболее высокое среднее содержание Cu обнаружено в барите месторождений Курусайского рудного поля (0.1%). Заметно повышенные концентрации этого элемента определены в проявлениях Канимансурского рудного поля (0.06%) и месторождения Алтынтопкан (0.01%). В других месторождениях региона концентрация Cu колеблется от 0.0015 до 0.003%.

*Цинк.* Содержание Zn в барите различных месторождений этого региона также неодинаковое (рис. 2). Наиболее высокая концентрация элемента характерна для месторождений Курусай-Туранглинского рудного поля (0.18%). В сотых долях процента определено содержание Zn в барите большинства исследуемых месторождений (Алтынтопкан, Акмогол). В минерале из проявления Северная жила содержание Zn снижается до 0.009%.

Следует отметить, что присутствие Pb, Cu, Zn в барите объясняется микровключениями сульфидных минералов (галенита, халькопирита, пирита и сфалерита), находящихся в тесной парагенетической ассоциации с баритом.

*Серебро* присутствует в небольших количествах во всех изученных образцах барита (табл. 1). Самое высокое среднее содержание Ag установлено в барите Канимансурского рудного поля – 0.02% [4]. Сравнительно высокими средними концентрациями Ag характеризуется барит из месторождений Алтынтопкан (0.005%), Музбек (0.001%) и Курусай-Туранглинского рудного поля (0.001%). Минимальное среднее содержание элемента характерно для барита месторождений Акмогол (0.0008%) и Северная жила (0.0005%). Присутствие высоких содержаний Ag в барите первых групп месторождений, вероятно, связано с присутствием минералов серебра в них, а в последних – микровключениями галенита.



**Рис. 3.** Распределение средних содержаний элементов-примесей в барите различных месторождений Карамазара.

Примечание: 0.00 n – предел колебания элементов-примесей от 0.001 до 0.009%

0.000 n – предел колебания элементов-примесей от 0.0001 до 0.0009%

*Кобальт.* Концентрация Co в рассматриваемом минерале варьирует в широких пределах (рис. 2). Если в барите из месторождений Алтынтопканского рудного поля его среднее содержание равно 0.05% [5], то в минерале из Кошмагатского рудного поля это значение оказалось сравнительно низким – 0.05%. Низкие содержания Co характерны и для барита из месторождений Акмогол (0.0004%) и Баритовя горка (0.0002). Несколько более высокое содержание элемента имеет место в барите из проявлений Канимансурского рудного поля (0.001%) и месторождения Музбек (0.001%).

*Никель* отмечен не во всех образцах барита месторождений Карамазара (табл.). Этот элемент обнаружен в барите месторождений Акмогол и Канимансурского рудного поля. В минерале из проявлений последнего рудного поля среднее содержание Ni равно 0.001%. В барите месторождений гор Моголтау (Акмогол, Музбек) и Кошмагатского рудного поля (Баритовя горка, Северная жила) концентрация Ni находится в пределах 0.0006-0.0015%.

Таблица 1

## Среднее содержание элементов-примесей в барите из месторождений Карамазара

Месторождения Рудные поля	Э л е м е н т ы, %										
	Si	Al	Ca	Na	Mn	Mg	Fe	Sr	Ti	Pb	Cu
Северная жила	0.7	0.4	0.1	0.3	0.006	0.02	0.1	0.3	0.014	0.04	0.0015
Баритовая горка	0.4	0.5	0.3	0.7	0.004	0.4	0.35	0.02	0.013	0.01	0.0017
Акмогол	0.3	0.6	0.2	0.3	0.004	0.025	0.45	0.07	0.008	0.2	0.0025
Музбек	-	-	-	-	0.034	-	-	0.14	0.3	0.003	0.003
Замбарак	1.0	0.08	0.2	-	0.54	0.06	0.06	2.87	0.005	0.02	0.004
Канимансур	0.8	1.2	0.8	-	0.13	0.34	0.82	1.0	0.05	0.18	0.06
Алтынтопкан	0.5	0.4	0.5	0.5	0.09	0.12	0.09	1.5	0.016	0.009	0.01
Курусай- Туранглы	1.2	0.2	0.4	0.05	0.34	0.3	0.46	1.0	0.21	0.1	0.1
Месторождения Рудные поля	Э л е м е н т ы, %										
	Zn	Ag	Co	Ni	Mo	V	As	Bi	Zr	Sb	Ga
Северная жила	0.009	0.0005	0.0005	0.0006	0.0002	-	0.005	-	0.012	-	-
Баритовая горка	0.01	-	0.0002	0.0007	0.0002	0.001	0.009	-	-	-	0.00003
Акмогол	-	0.0008	0.0004	0.0006	0.0003	-	0.005	0.0003	0.013	-	-
Музбек	0.01	0.001	0.001	0.0015	0.001	0.001	-	0.0031	0.001	-	0.0015
Замбарак	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Канимансур	0.02	0.02	0.001	0.001	-	-	-	0.027	-	0.023	0.001
Алтынтопкан	0.05	0.005	0.05	-	-	0.005	-	-	-	-	-
Курусай- Туранглы	0.18	0.001	-	-	0.005	0.005	-	-	-	0.027	-

Примечание: в таблице использовались данные Л.М.Лурье (Замбарак), М.Р.Еникеева (Алтынтопкан) и В.Д.Сазонова (Курусай-Туранглы).



*Молибден* обнаружен в количествах от 0.001 до 0.0003%. Наиболее высокая его концентрация (0.005%) характерна для барита месторождений Курусай-Туранглинского рудного поля, что свидетельствует о присутствии мелких включений молибденита в составе этого минерала. В проявлениях Кошмагатского рудного поля содержание Мо снижается до 0.0002%.

*Ванадий* редок в составе барита. Его средняя концентрация в нем находится в пределах 0.001-0.005%.

*Мышьяк* имеет ограниченное распространение в составе рассматриваемого минерала. Он обнаружен лишь в единичных образцах барита из проявлений Кошмагатского рудного поля и месторождения Акмогол в количестве от 0.005 до 0.009%.

*Висмут* выявлен в единичных пробах барита из отдельных групп месторождений (табл.). Средняя концентрация элемента варьирует в широких пределах от 0.0003% (Акмогол) до 0.0031% (Музбек). В барите из проявлений Канимансурского рудного поля присутствует повышенная концентрация элемента (0.027%). В проявлениях последних групп месторождений, как известно, присутствует висмутовая минерализация, где наблюдается сонахождение различных сульфосолей висмута и барита.

*Цирконий* обнаруживается в барите не всегда. Более высокое его содержание имеет место в барите месторождения Акмогол (0.013%) и проявления Северная жила (0.012%), а в минерале из месторождения Музбек концентрация Zr всего 0.001%.

*Сурьма* найдена только в барите месторождений Курусайского (0.027%) и Канимансурского (0.023%) рудных полей. Это, вероятно, связано с тем, что на площадях развития этих рудных полей широко распространены сульфоантимониты свинца и блеклые руды.

*Галлий* в барите распределен крайне неравномерно (табл.). Он отмечается в единичных образцах из месторождений Музбек (0.0015%) и Баритовая горка (0.00003). Более заметное его количество характерно для месторождений Канимансурского рудного поля – 0.001%.

*Редкоземельные элементы* в барите различных месторождений Карамазара отмечаются исключительно редко. Но, несмотря на это, обнаруженные содержания редкоземельных элементов характеризуются

высокими значениями. Так, для барита из месторождений Курусайского рудного поля средние концентрации La и Y равны соответственно 0.16 и 0.18% [3]. В барите из проявления Северная жила среднее содержание Yb (0.0003%) и Y (0.003%) сравнительно низкое. Высокая средняя концентрация Gd (0.2%) установлена лишь в минерале из месторождений Канимансурского рудного поля, а Sc (0.001%) - из Музбекского месторождения. Нахождение редкоземельных элементов в барите определяется кристаллографическими факторами [6].

*Радиоактивные элементы.* Из радиоактивных элементов в барите присутствуют уран и торий. Рентгеноспектральным анализом в баритах месторождения Большой Кани-

мансур [4] установлена заметно высокая концентрация U (0.003-0.01%) и Th (0.001-0.02%).

Помимо перечисленных элементов в барите месторождений Карамазара обнаружены также примеси *Be*-0.0009 и *Cr*-0.002% (Музбек) и *Sn*-0.001% (Канимансур-Караташкотан). В ничтожных количествах в минерале обнаружены *Li*, *Hg*, *Te*, *Tl*, *Nb*, *In*, *Ce* и др.

Изучение элементов-примесей в барите различных месторождений Карамазара показывает, что основным типоморфным элементом этого минерала является стронций, который входит в кристаллическую решетку минерала. Кальций, магний и свинец также относятся к числу изоморфных примесей. В целом для барита из месторождений различных типов Карамазара характерны повышенные концентрации Sr, Al, Si, Ca, Fe, Mg, Mn, Pb, Zn, Ti, Cu, которые являются сквозными. Барит каждого из рассмотренных месторождений характеризуются высокими содержаниями определенных элементов. Так, характерными элементами-примесями барита месторождений гор Моголтау и Кошмагатского рудного поля являются титан, магний, цирконий, никель, мышьяк, молибден, галлий и итрий, а барита проявлений Канимансур-Караташкотанского рудного поля – серебро, висмут и никель. Типоморфными элементами барита из месторождений Курусай-Туранглинского рудного поля являются редкие земли, сурьма, ванадий и титан.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лурье Л. М. – Докл. АН СССР, 1963, т. 149, №5, с. 1167-1169.
2. Моисеева М. И. Барит. Минералы Узбекистана. Справочник. – Ташкент, 1975, т. II, с. 174-191.
3. Сазонов В. Д. – Тр. Института геологии АН ТаджССР. Сер. петрог., минерал., 1962, вып. 6, с. 137-164.
4. Файзиев А.Р., Фозилов М.М., Гадоев М.Л. – Тр. Института геологии АН РТ, 2001, с. 185-189.
5. Еникеев М.Р. Вопросы минералогии и геохимии. – Ташкент, 1964, с. 248-256.
6. Знаменский В.С., Диков Ю.П. и др. Барит. – М.: Наука, 1986, с. 45-64.

М.Л.ГАДОЕВ

#### ЭЛЕМЕНТҲО-ҒАШҲО ДАР БАРИТИ КОНҲОИ ҚАРАМАЗОР

*Институти геология, сохтмони ба заминчунбӣ тобовар ва сейсмологияи*

*Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Дар мақола маълумот оиди паҳншавии элементҳо-ғашҳо дар барити конҳои Қарамазор оварда шудааст. Муайян карда шудааст, ки барит дар ҳар як кони ин минтақа бо миқдори зиёди элементҳои муайян ба монанди Sr, Al, Ca, Fe, Mg, ва ғ. тавсиф меёбад.

**Калимаҳои калидӣ:** кон – нуктаҳои маъдандор – барит – элементҳо-ғашҳо.

M.L.GADOEV

**TRACE ELEMENTS IN BARITE DEPOSITS IN THE KARAMAZAR**

*Institute of Geology, Earthquake Engineering and Seismology,  
Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

The article shows the distribution of trace elements in barite deposits in the Karamazar. The report demonstrates that each of the barite deposits examined was characterized by high contents of certain elements such as Sr, Al, Ca, Fe, Mg, etc.

**Key words:** deposits – ore occurrence – barite – trace elements.

УДК 553.412.1 (575.3)

А.Р.ФАЙЗИЕВ, Ф.А.ФАЙЗИЕВ

**РУДНОФОРМАЦИОННЫЕ ТИПЫ СЕРЕБРЯНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ  
ТАДЖИКИСТАНА**

*Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии*

*АН Республики Таджикистан*

*Поступила в редакцию 10.03.2015 г.*

*Серебро образует собственно серебряные и серебросодержащие месторождения. К первым относятся серебро-полиметаллические, серебро-сурьмяные, серебро-оловянные и серебро-золотые рудноформационные типы, а ко вторым – серебросодержащие полиметаллические месторождения. Они отличаются друг от друга по минеральному составу, физико-химическим условиям образования и другим особенностям.*

**Ключевые слова:** серебро – месторождение – формационный тип – минерал – рудное поле.

На территории Таджикистана встречаются два типа месторождений серебра. Это собственно серебряные объекты гидротермального генезиса и серебросодержащие полиметаллические месторождения, связанные со скарнами. По минералого-геохимическим особенностям среди первого типа можно выделить серебро-полиметаллические, серебро-сурьмяные, серебро-оловянные и серебро-золотые рудноформационные типы. К серебро-полиметаллическому типу относятся месторождения Центрально-Карамазарского (Адрасман-Канимансурское и Табошар-Канджолское рудные поля) и Южно-Памирского (Токузбулакское рудное поле) горнорудных районов. Месторождения Акджилгинского и Марджанайского рудных полей (Базардаринский горнорудный район Памира) относятся к серебро-сурьмяному, а Тарорского, Казнок-Мушистонского и Пети-Такфонского рудных полей (Центральный Таджикистан) – к серебро-оловянным типам. Серебро-золотая минерализация известна только на одном месторождении – Школьное (Карамазар). Наиболее известными представителями проявлений серебросодержащих полиметаллических руд являются месторождения Алтынтопканского рудного поля (Северный Таджикистан).

---

*Адрес для корреспонденции:* Файзиев Абдулхак Раджабович, Файзиев Фотех Абдувакилович. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 267, Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии АН РТ. E-mail: faiziev38@mail.ru; foteh81@mail.ru

Месторождения различных рудноформационных типов характеризуются определёнными закономерностями, связанными с геолого-структурными особенностями объектов, минеральным составом, физико-химическими условиями образования, стадийностью минералообразования и другими факторами.

Месторождения серебро-полиметаллического формационного типа являются наиболее распространёнными. Рудоконтролирующими и рудолокализирующими структурами этих месторождений являются дизъюнктивные нарушения. Месторождения этого формационного типа характеризуются обычно большим набором минеральных видов и разновидностей (до 150). Главными рудными минералами в них являются галенит и сфалерит (таблица), хотя другие сульфиды (халькопирит, пирит, борнит и др.) также могут образовать значительные скопления. Встречаются здесь и сульфосоли, но они относятся к числу второстепенных минералов. Характерной особенностью месторождений серебро-полиметаллического типа является ещё наличие в них висмутовых минералов (висмутин, самородный висмут, базобисмутит), образующих промышленную концентрацию. Исключения составляют месторождения Токузбулакского рудного поля. Здесь не описаны висмутовые минералы, и кроме того, в отличие от других рудных полей, карбонаты представлены железистыми разновидностями – сидеритом и мангансидеритом. Минерализация в месторождениях Адрасман-Канимансурского и Канджольского рудных полей образована после внедрения наиболее молодых магматических образований региона – даек диабазовых порфириров. Она относится к раннепермской эпохе, а возраст месторождений Токузбулакского рудного поля – палеогеновый.

Месторождения серебро-полиметаллической формации отличаются длительностью процесса минералообразования. Их становление происходит в результате проявления 4-5 стадий минерализации. В них отчётливо проявляются различные виды вертикальной зональности [1], в том числе и минералогической. Например, к приповерхностной части месторождения Большой Канимансур, до глубины 200-250 м от дневной поверхности, приурочена зона развития кварц-барит-карбонатного минерального комплекса. Галенит-сфалеритовый комплекс находится на глубинах 200-600 м. Ниже в интервале глубин от 550-600 до 800-850 м, а порою и глубже, находится зона преобладающего развития айкинит-халькопиритового комплекса. В нижней части интервала ореолов распространения этого комплекса появляется и гематитовая минерализация. Однако наиболее широкое распространение кварц-гематитовый комплекс получает ниже глубины 800-850 м от дневной поверхности примерно до 1000 м и, возможно, ниже. В Токузбулакском рудном поле в верхних частях рудных тел развиты продукты барит-сульфидной стадии. Ниже они сменяются образованиями кварц-баритовой ассоциации, а ещё ниже развит карбонатно-сульфидный комплекс. Становление месторождений серебро-полиметаллической формации происходило из водно-солевых растворов низкой концентрации (5-35 вес.%), в составе которых преобладают хлориды Na и Ca при подчинённом количестве фторидов, бикарбонатов и сульфатов Na, Ca, K и Mg, в широком диапазоне температур (460-50°C) и давлений (850-50 бар) с палеотемпературным градиентом, равным от 5-6 до 10-12°C/100 м.

Таблица

## Рудноформационные типы серебряных месторождений Таджикистана

Рудное поле, месторождение	Минеральный состав	Термобарогеохимические параметры
Адрасман-Канимансурское, Большой Канимансур, Замбарак, Тарыэкан, Чукурджилга, Кафтархона	<i>Главные рудные:</i> галенит, сфалерит, халькопирит, пирит, блеклая руда, борнит, халькозин, айкинит, висмутин, самородное серебро. <i>Второстепенные и редкие:</i> магнетит, пирротин, кобальтин, арсенопирит, вольфрамит, касситерит, аргентит, виттихенит, эмплектит, матильдит, шапбахит, клапротит, самородный висмут, полибазит, штрмейерит, акантит, пираргирит, ялпаит и др. <i>Жильные:</i> флюорит, барит, кварц, кальцит, анкерит, ангидрит/ <i>Гипергенные:</i> лимонит, кераргирит, псиломелан, церуссит, смитсонит, малахит, вульфенит, англезит, бисмутит и др.	Гипогенные минералы образовались при температурах 460-50°C и давлениях 850-100 бар, а серебро-полиметаллическое оруденение в более узком интервале 300-150°C. Палеотемпературный градиент 5-12°C, концентрация растворов 5-35 вес.%. Состав газов: углекислота, азот
Канджольское, Терекликан, Алчалыкан, Талдыкан, Четсу, Акташ	<i>Главные рудные:</i> галенит, арсенопирит, лёллинит, сфалерит, халькопирит, пирит, тетраэдрит, галено-бисмутит, висмутин, пираргирит, полибазит, аргентит. <i>Второстепенные и редкие:</i> пирротин, марказит, гематит, буланжерит, саффлорит, самородный висмут, джемсонит, франклинит, самородное серебро, фрейбергит. <i>Жильные:</i> кварц (в том числе аметист), родохрозит, барит, кальцит, сидерит. <i>Гипергенные:</i> кераргирит, самородное серебро, аргентофозит, церуссит, смитсонит, каламин, скородит, лимонит, гётит, куприт, ковеллин, малахит, азурит, брошантит, аурихальцит, вульфенит, англезит, торбернит и др.	Нет данных
Токузбулакское, Токузбулак, Бачор	<i>Главные рудные:</i> галенит, сфалерит, тетраэдрит. <i>Второстепенные и редкие:</i> халькопирит, пираргирит, самородное серебро, аргентит, полибазит, фрейбергит, пирит, миаргирит, бурнонит. <i>Жильные:</i> кварц, барит, сидерит, мангансидерит, кальцит, анкерит, флюорит. <i>Гипергенные:</i> гётит, церуссит, псиломелан, гаусманит, пиролозит, ковеллин, халькозин, азурит, англезит, вульфенит, самородная медь, борнит	Образование минеральных ассоциаций происходило в диапазоне температур 300-250°C и давлении около 200 бар
Акджилгинское, Акджилга, Верхняя Акджилга, Элгисай, Карасай, Левобережье, Перевальное, Теплоключанское, Аличурское	<i>Главные рудные:</i> тетраэдрит, фрейбергит, тетраэдрит-теннантит, халькостибит, халькопирит, висмутин. <i>Второстепенные и редкие:</i> бурнонит, семсейит, козалит, густавит, андорит, викингит, диафорит, физелиит, бенжаменит, арамоит, матильдит, миаргирит, пираргирит, арсенопирит, пирит, галенит, сфалерит, антимонит, хоробетсуит, станнин. <i>Жильные:</i> сидерит, флюорит, кварц, барит, Fe-кальцит, диксит, монтмориллонит. <i>Гипергенные:</i> гётит, гидрогётит, малахит, азурит, халькозин, ковеллин, сурьмяная охра, самородные медь и серебро, ярозит, скородит, смитсонит, куприт, борнит, бисмутит, бисмит, полибазит	Температура гомогенизации флюидных включений равна интервалу 280-50°C. Палеотемпературный градиент 8-10°C/100м. Минералообразующие растворы были существенно хлоридно-натриево-калиевые с концентрацией от 1 до 38 масс.%
Марджанайское, Марджанай, Зурцерчек, Серташ, Чангил, Ташбийрак, Карадара	<i>Главные рудные:</i> галенит, пирит, халькопирит, сфалерит, блёклые руды (теннантит, тетраэдрит). <i>Второстепенные и редкие:</i> аргентит, самородное серебро, самородный висмут, шваццит, висмутин, антимонит, арсенопирит, прустит, пираргирит, сульфосоли серебра и висмута. <i>Жильные:</i> сидерит, кварц, барит, кальцит. <i>Гипергенные:</i> церуссит, англезит, смитсонит, гётит, малахит, азурит	Нет данных

Рудное поле, месторождение	Минеральный состав	Термобарогеохимические параметры
Тарорское, Мирхант, (Нижний Кштудак, Мирхант, Вичгона)	<i>Главные рудные:</i> арсенопирит, сфалерит, галенит, пирит, марказит, гематит, Аг-тетраэдрит, пираргирит, андорит, полибазит, станнин, касситерит, самородное серебро. <i>Второстепенные и редкие:</i> халькопирит, акантит, козалит, штернбергит, фрейеслебенит, киноварь, матильдит, прустит, миаргирит, рамдорит, густавит, науманнит, гудмундит, фаматинит, теннантит, клаусталит, тиманнит, валлериит, богдановичит. <i>Жильные:</i> кварц, кальцит, анкерит, доломит, арагонит. <i>Гипергенные:</i> халькозин, ковеллин, церуссит, самородное серебро, самородная медь, кераргирит, куприт, тенорит, скородит, гётит, пирролизит, псиломелан, марганит, малахит, азурит, гипс, ярозит, конихальцит, кальциофольбортит	Минералы кристаллизовались в диапазоне температур 430-65°C и давлений 1000-150 бар, а серебряное оруденение – 300-150°C и 300-200 бар. Состав растворов бикарбонатно-магниевое-калиево-кальциево-бромово-хлоридный
Казнок-Мушистонское, Мушистон, Вен, Нижний Вен, Хиргасанг, Конинокра, Пагна	<i>Главные рудные:</i> касситерит, шеелит, галенит, сфалерит, халькопирит, станнин, пирит, пирротин, марказит, арсенопирит, блёклая руда, шамозит, штромейерит, аргентит, диопсид, тремолит. <i>Второстепенные и редкие:</i> самородный висмут, киноварь, реальгар, висмутин, молибденит, лёллинит, буланжерит, козалит, джемсонит, кутнагорит, гематит, ильменит, брусит. <i>Жильные:</i> кальцит, доломит, кварц, барит, флюорит, сидерит, анкерит. <i>Гипергенные:</i> гидростаннат, варламовит, каламин, малахит, азурит, гидроокислы Fe	Образование минералов происходило в пределах температур 440-100°C. Концентрация растворов включений 5-24 масс. %.
Пети-Такфонское, Симич, Пшанза, Урашт	<i>Главные рудные:</i> касситерит, шеелит, арсенопирит, пирротин, галенит, сфалерит, станнин, пирит, блёклые руды. <i>Второстепенные и редкие:</i> висмутин, халькопирит киноварь, реальгар, висмутин, молибденит, лёллинит, буланжерит, козалит, джемсонит, кутнагорит, гематит, ильменит, брусит, сидерит, анкерит. <i>Жильные:</i> кварц, кальцит, хлорит. <i>Гипергенные:</i> лимонит, скородит, малахит, азурит	Минералообразование происходило в пределах температур 360-170°C. Растворы носили хлоридно-сульфатно-бикарбонатный состав
Канджольское, Школьное	<i>Главные рудные:</i> пирит, пираргирит, фрейбергит, самородное золото. <i>Второстепенные и редкие:</i> арсенопирит, пирротин, марказит, никелин, сфалерит, халькопирит, галенит, Аг-тетраэдрит, акантит, науманнит, полибазит, миаргирит, стефанит, самородный висмут, алларгентум, дискразит, электрум, кюстелит, самородное серебро, буланжерит, семсеит, овихит. <i>Жильные:</i> кварц, кальцит, сидерит, анкерит, кутнагорит, родохрозит, барит, адуляр. <i>Гипергенные:</i> гидроокислы железа и марганца и др.	Минералообразование происходило в интервале температур 300-70°C и давлений 83-6 бар из бикарбонатно-хлоридных растворов с концентрацией 37-20 вес. %
Алтынтопкан, Северный Алтынтопкан, Чалата, Пайбулак, Ташбулак, Мышиккол, Перевальное, Учкатлы, Ташгезе, Сардоб, Кичиксай	<i>Главные рудные:</i> галенит, сфалерит, халькопирит, пирит, блёклые руды. <i>Второстепенные и редкие:</i> арсенопирит, антимонит, пирротин, гематит, висмутин, лёллинит, галенобисмутит, валлериит, айкинит, тетрадимит, семсеит, самородное серебро, дискразит, аргентит, акантит, гессит, сильванит, науманнит, штернбергит, пираргирит, миаргирит, полибазит, матильдит, ширмерит, виттихенит, фрейбергит, густавит, козалит, феллепит, барьерит, киноварь, гудмундит, реальгар, аурипигмент, клаусталит, розазит, хоулит. <i>Жильные:</i> кварц, кальцит, флюорит, доломит, ангидрит, барит. <i>Гипергенные:</i> лимонит, гётит, гидрогётит, церуссит, англезит, смитсонит, самородное серебро, малахит, азурит	Общий интервал температур гомогенизации включений в минералов 430-90°C. Продуктивное полиметаллическое оруденение образовалось при температурах 280-200°C и давлений 350-100 бар

Состав газов включений существенно углекислотно-азотный, рН включений от 6.5 до 7.7. Продуктивное серебро-полиметаллическое оруденение формировалось в более узком диапазоне температур (300-150°C) при меньших давлениях (400-50 бар) в условиях резкого изменения физико-химических параметров. Главным источником рудообразующих флюидов на месторождениях формации предполагается верхняя мантия, на что указывают изотопный состав серы, углерода, свинца и кислорода в минералах и минералообразующих флюидах [1, 2]. Но, тем не менее, некоторые компоненты, чаще петрогенные и редкие, могли мобилизоваться гидротермальными растворами по пути их циркуляции из подстилающих и окружающих пород. Вертикальный размах оруденения на месторождениях этой формации сравнительно большой – 600-1500 м.

Месторождения серебро-сурьмяной рудной формации отличаются от других формационных типов по минералого-геохимическим особенностям руд, РТХ-условиям формирования и своеобразным составом рудообразующих растворов. Специфика этого формационного типа заключается в преимущественно сидеритовом составе рудных тел, преобладании в минеральном составе высокосурьмянистых сульфосолей. Характерной особенностью месторождений серебро-сурьмяной формации является также преобладание в составе руд сурьмяных сульфосолей Ag, Cu и Pb [3]. Основными носителями серебра являются Ag-тетраэдрит и фрейбергит. В составе руд присутствуют также высокосурьмянистые минералы, такие как халькостибит, антимонит, хоробетсуит. Процессы минералообразования происходили в три стадии [4]. Минерализация в них низкотемпературная. Общий интервал температур гомогенизации флюидных включений в кварце, сидерите и флюорите из сидеритовых жил с серебро-сурьмяным оруденением равен 280-50°C с вертикальным температурным градиентом, равным от 8-10°C в нижних горизонтах до 14°C – в верхних. Минералообразующие флюиды были существенно хлоридно-натриево-калиевые с концентрацией от 1 до 38 мас.%. В составе газов, кроме углекислоты, присутствовали незначительное количество азота и метана. Для серебро-сурьмяных месторождений характерна пространственная и временная связь с ареалами щелочно-базальтоидного магматизма, свидетельствующего о том, что источником рудного вещества и рудообразующих флюидов могли быть мантийные щелочно-базальтовые магмы [3]. Для этого типа минерализации характерна также приуроченность к оловорудным районам. Вертикальный размах оруденения достигает 360 м.

Отличительной особенностью месторождений серебро-оловянного рудноформационного типа является присутствие в рудных телах, наряду с серебряными минералами, минералов олова – станнина, варламовита, гидростанната, мушистонита и висмирновита. Кроме того, в рудах присутствуют касситерит и шеелит. Среди сульфидов арсенопирит, пирротин, марказит, халькопирит и пирит имеют более широкое распространение, чем галенит и сфалерит. В рудах находятся и минералы висмута – висмутин и самородный висмут, а также самородное золото. Основными минералами серебра являются пираргирит, андорит, фрейбергит, полибазит и самородное серебро. Из более редких минералов серебра уста-



новлены штромейерит, акантит, штернбергит, фрейеслебенит, матильдит, кераргирит, прустит, миаргирит, рамдорит, густавит, науманнит, богдановичит. Серебро связано также с блёклыми рудами, галенитом и другими минералами. Минералообразование на месторождениях серебро-оловянного типа также носило стадийный характер – 3-4 стадии. Кристаллизация минералов протекала из бикарбонатно-сульфатных (с подчиненным значением хлора) растворов низкой концентрации (5-24 масс.%) в пределах температур 430-100°C. Давление в период кристаллизации минералов колебалось от 1000 бар в начале процесса до 150 бар и ниже в его конце. Из закономерностей серебро-оловянного рудноформационного типа следует отметить увеличение концентрации серебра в рудных телах от нижних горизонтов месторождений к верхним. Вертикальный размах оруденения в них колеблется от 150-200 до 250-300 м.

Серебро-золотой формационный тип представлен убогосульфидными высокосеребристыми кварц-золоторудными жилами, мощность которых достигает 10-20 м. Жилы имеют простой состав: кварц составляет 80-90% их объёма. Другие нерудные минералы представлены анкеритом, кальцитом, сидеритом, кутнагоритом, баритом, адуляром. Рудные минералы составляют всего 0.5% объёма жил. Представлены они пиритом, пираргиритом, фрейбергитом и самородным золотом. На месторождении также описаны сфалерит, галенит, халькопирит, арсенопирит, электрум и др. (см. табл.). Образование минералов происходит в пять стадий [5]. Серебро-золотая минерализация образовалась во второй стадии, в размещении продуктов которой имеет место фациальная зональность. Проявляется она в снижении их золотоносности и содержания рудных минералов с глубиной. По падению жил уменьшается содержание арсенопирита, сфалерита, блёклых руд и сульфоселей серебра, но возрастает роль галенита, халькопирита и пирита. В нижних частях жил появляется и самородный висмут. Месторождение Школьное считается близповерхностным – 1-1.5 км, а глубина распространения оруденения определена в 250-300 м. Основное количество «продуктивного» кварца в нём отложилось при температурах 300-160°C и давлении 83-38 бар [5]. Закончилось минералообразование на месторождении при 70°C и низком давлении. Состав растворов бикарбонатно-хлоридный существенно кальциево-натриевый с концентрацией 37-20 вес.%. Участие в образовании серебро-золотого оруденения как биогенного углерода, так и металлов и серы из магматического источника свидетельствует о смешении гидротермальных растворов разного происхождения [5].

На месторождениях Алтынтопканского (Зарнисорского) рудного поля, подсчитанные запасы серебра оцениваются более чем в 7000 т. Основными элементами структуры месторождений рудного поля являются среднекарбонные вулcano-тектонические депрессии: Алтынтопканская грабен-синклиналь и Сардобская мульда. Процессы минералообразования в них происходили в дорудный (скарновый) и рудный (гидротермальный) этапы. Гидротермальный этап разделяется на 10 стадий минералообразования. Описано в рудном поле более 80 минералов. Главными рудными минералами являются галенит, сфалерит, пирит и халькопирит. Жильные минералы представлены кварцем, кальцитом, флюоритом, доломитом, анкеритом, ангидритом и баритом. Минералы серебра состоят из ар-

гентита, полибазита, матильдита, айкинита, густавита, хейровскита, гессита и самородного серебра. Однако основное количество серебра находится в виде субмикронных включений или изоморфных примесей в рудных минералах, в особенности в галените, в котором содержание этого элемента достигает более 1000 г/т. На месторождениях Алтынтюпканского рудного поля наблюдается зональность в размещении рудных минералов. В надскарновых интервалах отмечается редкая вкрапленность пирита. В участках скарнирования появляется галенит-сфалеритовая минерализация, количество которой возрастает с глубиной. Магнетит-гематитовая и халькопирит-сульфовисмутитовая минеральные ассоциации появляются ниже максимальных скоплений сфалерит-галенитовых руд. В этих же участках отмечаются шеелит и самородное золото. Вертикальная зональность наблюдается и в распределении серебра. Оно в рассеянном виде встречается в породах надскарновой зоны. В скарновом интервале серебро изоморфно входит в галенит или отмечается в виде собственных минералов. В этой зоне серебро постоянно присутствует также в составе блёклых руд. В подскарновой зоне серебро рассеивается в пирите, галените и нерудных минералах. Месторождения рудного поля локализуются в скарнах. Однако полиметаллические руды с серебром являются постскарновыми образованиями и носят явно выраженный наложенный характер. Для месторождений серебряносодержащей полиметаллической формации информативными оказались литолого-стратиграфические признаки. Наиболее рудоносной в них является джарбулакская свита карбонатного разреза. На оруденение влияет и состав скарнов. Наиболее благоприятны гранат-пироксеновые и пироксеновые разности экзоконтактных зон. В чистых гранатовых скарнах оруденение бедное, вкрапленное и тонко-прожилковое. Глубина формирования месторождений Алтынтюпканского рудного поля колеблется от 400 до 1300 м. Общий интервал температур гомогенизации газовой-жидких включений в кварце, кальците, флюорите, барите и сфалерите равен 430-90°C, но продуктивная полиметаллическая минерализация образовалась в диапазоне температур 280-200°C и давлений 350-100 бар [6].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Файзиев А.Р. Большой Канимансур. – Душанбе: Дониш, 2008, 416 с.
2. Сафонов Ю.Г. и др. – Геол. рудн. месторожд., 2000, № 4, с. 350-362.
3. Павлова Г.Г. Серебро-сурьмяные месторождения Азии: геология, минеральный состав и генезис оруденения: Автореф. дисс.... д.геол.-мин. н. – Новосибирск, 2010, 36 с.
4. Павлова Г.Г., Морцев Н.К., Борисенко А.С., Дыщук М.Ю., Боровиков А.А. – В сб.: Гранитоидный магматизм и оруденение Базардаринского горно-рудного района (Юго-Восточный Памир). – Новосибирск, 1990, с. 124-159.
5. Моралёв Г.В. Минеральные ассоциации, зональность и условия формирования золото-серебряного месторождения Школьное (Канджольское рудное поле), Северный Таджикистан. – М.: 1993, 24 с.
6. Файзиев А.Р., Фозилов М.М. Термобарогеохимия эндогенных систем. – Душанбе, 1998, с. 55-58.

А.Р.ФАЙЗИЕВ, Ф.А.ФАЙЗИЕВ

## НАВЪҲОИ ФОРМАТСИОНИЮ МАЪДАНИИ КОНҲОИ НУҚРАИ ТОҶИКИСТОН

*Институти геология, сохтмони ба заминҷунбӣ тобовар ва сейсмологияи  
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Нукра дар намуди конҳои соф нукра ва нукрадор вохӯрад. Ба навъи яқум конҳои нукраю полиметаллҳо, нукраю сурма, нукраю қалъагӣ ва нукраю тилло ва ба навъи дуум бошад, конҳои полиметаллҳои нукрадор дохил мешаванд. Онҳо аз рӯи таркиби минералӣ, шароитҳои физикӣ-химиявӣ пайдоиш ва дигар омилҳо аз якдигар фарқ мекунанд.

**Калимаҳои калидӣ:** нукра – кон – навъи форматсионӣ – минерал – майдони маъданӣ.

A.R.FAIZIEV, F.A.FAIZIEV

## OREFORMATION TYPES OF SILVER DEPOSITS IN TAJIKISTAN

*Institute of Geology, Earthquake Engineering and Seismology,  
Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

Silver occurs in the form of actual silver and silver deposits. The first is the silver-polymetallic silver-antimony, tin-silver and silver-gold oreformation types, and the second – silver-polymetallic deposits. They differ in mineral composition, physical and chemical conditions of education and other factors.

**Key words:** silver – mine – formation type – mineral – ore field.

УДК 563.12:551.73

А.А.САБИРОВ

**СИСТЕМАТИКА СЕМЕЙСТВА PARATHURAMMINIDAE Е.ВУКОВА, 1955  
(ФОРАМИНИФЕРЫ)**

*Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии*

*АН Республики Таджикистан*

*Поступила в редакцию 02.02.2015 г.*

*В статье на основе анализа мировой литературы и изучения авторского материала по палеозою Тянь-Шаня разработана новая систематика семейства Parathuramminidae, в состав которого включены 14 родов и 4 подрода фораминифер, из которых 5 родов и 2 подрода установлены автором.*

**Ключевые слова:** фораминиферы – паратурамминиды – систематика – палеозой.

Первоначально семейство Parathuramminidae, установленное Е.В.Быковой в 1955 г. [1] объединяло 10 различных по строению раковины родов фораминифер, главным таксономическим признаком которых было наличие известковой секреторной стенки. В состав семейства вошли как однокамерные, так и двухкамерные формы, сообщающиеся с внешней средой посредством устьев или без них. Во втором случае предполагалось наличие в стенке раковин тонкой пористости. В «Основах палеонтологии» [2] ранг таксона был повышен до надсемейства Parathuramminidea, в составе которого были выделены семейства Parathuramminidae Е. Вукова, 1955 и Caligellidae Reitlinger, 1959. Во второе были включены биморфные однорядные двух- и псевдомногокамерные формы, подразделение раковины которых на отдельные камеры или псевдокамеры происходило с помощью различных пережимов стенки, псевдосепт или септ. В свою очередь, вышеназванное надсемейство было включено в отряд Astrorhizida, объединившего, наряду с известковыми секреторными формами, также агглютинирующие фораминиферы. В составе этих двух семейств было выделено 19 родов примитивных фораминифер. В последующие годы число

---

*Адрес для корреспонденции:* Сабиров Абдувахид Абдухамидович. 734063, Республика Таджикистан, Душанбе, ул. Айни, 267, Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии АН Республики Таджикистан. E-mail: svakhid@mail.ru

известных родов неуклонно росло и к настоящему времени достигло более 50, не считая синонимов и тех родов, которые впоследствии были отнесены к водорослям.

Б.В.Поярков [3] предложил систему паратурамминид, выделив в их составе подсемейства *Parathurammininae*, *Tuberitinae* и *Usloniinae*. В первое подсемейство были объединены лишь одно-двухкамерные формы с многочисленными устьями, проходящими сквозь стенку или внутри устьевых возвышений различной формы.

И.А.Антроповым [4], разработана несколько иная систематика паратурамминид, в составе которых выделены подсемейства *Archaesphaerinae*, *Parathurammininae* и *Tuberitinae*. Состав родов подсемейства *Parathurammininae* в данной систематике близок к составу подсемейства в системе Б.В. Пояркова.

Позднее Б.В.Поярков [5] повысил ранг подсемейств *Parathurammininae*, *Tuberitinae* и *Usloniinae*, выделив их в качестве семейств в составе надсемейства *Parathuramminidea*. В семейство *Parathuramminidae* в новом, узком смысле, вошли роды *Parathurammina* Suleimanov, 1945 с подродами *Parathurammina* Suleimanov, 1945; *Parathuramminites* Антропов, 1967 и *Salpingothurammina* Pojarkov, 1961, а также роды *Archaelagena* Howchin, 1988; *Irregularina* Vissarionova, 1950; *Uralinella* Е.Вукова, 1952; *Ivdelina* Malakhova, 1963; *Bithurammina* М.-Мацлау, 1963.

В настоящее время в составе собственно семейства *Parathuramminidae*, в узком смысле, рассматриваются лишь однокамерные формы с устьями [6-8].

В работе В.М.Задорожного и О.В.Юферева [6] предложена новая систематика этого семейства, в составе которого выделены новые подсемейства *Dagmarellinae* и *Cushmanellinae*, в которые включены только однокамерные формы, сообщающиеся с внешней средой посредством устьев. В данной систематике радикально пересмотрен ранг рода *Parathurammina* Suleimanov, 1945. Диагноз семейства *Parathuramminidae*, измененный Б.И.Чувашовым и О.В.Юферевым [6] совпадает с диагнозом рода *Parathurammina*. Выделенные в его составе новые подсемейства объединяют 10 родов и подродов, общий объем которых соответствует объему рода *Parathurammina* по первоначальному диагнозу И.С.Сулейманова [9]. В этой классификации не выдерживается единый принцип выделения таксономических единиц, поэтому часто близкие по строению раковины родственные таксоны попадают в разные роды и подсемейства, в результате чего границы между ними расплывчаты.

Например, в подсемейство *Dagmarellinae* объединены паратураммины с тонкостенными раковинами, как с сосочковидными, так и с трубчочковидными устьевыми возвышениями, а в подсемейство *Cushmanellinae* – формы с толстой стенкой без устьевых возвышений, либо с трубчочковидными или коническими устьевыми возвышениями. В результате в последнее подсемейство попали виды подрода *Radiosphaerella* и рода *Polygonella*, которые имеют трубчатые устьевые возвышения и более близки к родам, помещенным авторами в подсемейство *Dagmarellinae*. В данном случае признаком подсемейственного ранга послужила толщина стенки. Однако и по этому признаку перечисленные

выше таксоны и некоторые виды из других родов подсемейства *Cushmanellinae* практически трудно отделимы от родов подсемейства *Dagmarellinae*. С другой стороны, в составе последнего выделяются роды либо по форме устьевых возвышений (сосочковидные или трубчочковидные), либо по характеру стенки (одно- или трехслойная), либо по форме раковины или внутренней полости.

В опубликованной позднее работе [10] В.М.Задорожный несколько уточнил эту систематику, поместив выделенные ранее в [6] новые роды *Cushmanella* и *Polygonella* в синонимику родов *Parathuramminites* и *Salpingothurammina*, тем самым, восстановив статус этих родов.

В работе [8] новые роды и подроды паратурамминид, выделенные в [6] включены в синонимику родов *Parathurammina*, *Parathuramminites* и *Saltovskajina* в связи с тем, что при их выделении авторы не придерживались единого принципа систематики и главными таксономическими критериями при выделении родов служили совершенно разные морфологические признаки. Некоторые виды, включенные в них, не всегда соответствовали диагнозам этих новых родов и, таким образом, эти роды были сборными. По этой же причине автор отказался от выделения в составе паратурамминид подсемейств *Dagmarellinae* и *Cushmanellinae*.

В настоящее время, учитывая большое количество известных видов паратурамминид (около 100), общую тенденцию повышения таксономического ранга фораминифер, основанную на новых исследованиях в области протистологии, накопление многочисленных новых данных по морфологии и стратиграфическому распространению различных видов паратурамминид, автор пришел к выводу о необходимости выделения в их составе новых родов. В связи с этим, в новой систематике семейства восстановлены два рода из выделенных в работе [6] восьми новых родов и подродов, однако полностью пересмотрен их видовой состав, внесены уточнения в диагнозы, а также на основе других важных критериев выделены 3 новых рода [11, 12]. При этом, в основу систематики положена строгая соподчиненность ранга принятых таксономических признаков.

Класс Foraminifera d' Orbigny, 1826

(nom. correct Eichwald, 1930 pro ordo Foraminiferes d' Orbigny, 1826)

Надотряд Parathuramminoida Mikhalevich, 1980

(nom. transl. Sabirov, 1993 ex Parathuramminida Mikhalevich, 1980)

Отряд Parathuramminida Mikhalevich, 1980

Надсемейство Parathuramminacea E. Bykova, 1955

(nom. transl. Fursenko, 1959 ex Parathuramminidae E. Bykova, 1955)

(nom. correct. Sabirov, 1987 ex Parathuramminidea E. Bykova, 1955)

Семейство Parathuramminidae E. Bykova, 1955 [1, с. 15])

emend. Sabirov, 1987 [7, с. 65]), emend. Sabirov, hic.

Parathuramminidae: Быкова, 1955 (part.) [1, с. 15]); Антропов, 1967 (part.) [14, с. 3]; 1970 (part.) [4, с. 142]; Поярков, 1979 (part.) [5, с. 43]);  
Dagmarellinae: Чувашов, Юферев, Задорожный, 1984 в: Задорожный, Юферев, 1984 [6, с. 77]) (nom.van.);  
Cushmanellinae: Юферев, Чувашов, Задорожный, 1984 в: Задорожный, Юферев, 1984 [6, с. 84]) (nom.van.);  
Chrysothuramminidae: Loeblich, Tappan, 1986 [14, p. 342]);  
Marginaridae: Loeblich, Tappan, 1986 [14, p. 342]

**Диагноз.** Раковины свободные, редко прикрепленные, однокамерные, сферической, овоидной, многогранной, округло-угловатой или неправильной формы; устья многочисленные (редко единственное) на концах устьевых возвышений или непосредственно на поверхности раковины. Стенка одно-, двух- или трехслойная, с постоянным темным микрогранулярным слоем, непористая, редко тонкопористая.

**Замечания.** Отличительный признак семейства – наличие устьев, отсутствие на поверхности раковины каких-либо дополнительных образований, кроме устьевых возвышений, при однокамерном строении раковин.

В это семейство нами включены только часть родов фораминифер, которые по систематикам И.А. Антропова [4], Б.В. Пояркова [3], В.М.Задорожного и О.В.Юферева [6, 10] отнесены к подсемейству Parathurammininae. Из состава семейства исключены: род *Uralinella*, как имеющий концентрически двухкамерное строение, род *Ivdelina*, отнесенный к семейству Tuberitinae [15] и род *Bithuramina*, выделение которого, по нашему мнению, необоснованно, так как к нему отнесены формы с вложенными друг в друга раковинами паратураммин. Для выделения этого рода послужили паратураммины, развивавшиеся одна в другой. Такие случаи многократно наблюдались нами при изучении фораминифер Таджикистана (см. [16]). По-видимому, это происходило в случаях, когда молодая особь начинала развиваться и строить раковину во внутренней полости погибшей особи. Наблюдаются случаи, когда центры раковин паратураммин совпадают и создается видимость трехслойной стенки [16, рис. 1, VII, а-б] или расположены эксцентрично, вплоть до того, что центр внутренней раковины смещен настолько, что одной стороной она касается внутренней поверхности внешней раковины [16, рис. 1, VII, в-г; 18, табл. II, фиг. 7,8]. Чаще всего такая картина наблюдалась у видов *Parathuramina dagmarae* и *P.* (= *Salpingothuramina*) *crassithec*a. По этой же причине отнесенные к паратурамминидам род *Cordatella* Petrova с под родами *Cordatella* и *Marginarae* [6, с. 81-84], являются невалидными, так как типами этих таксонов послужили аналогичные формы.

Семейство Chrysothuramminidae Loeblich, Tappan, 1986 [14, p. 342]), выделенное на основании структуры стенки номинативного рода *Chrysothuramina*, помещено в синонимику семейства Parathuramminidae, так как ранее автором доказано вторичное происхождение светлой стекловатой стенки у паратураммин [18, с. 34]. Также невалидным, в

связи с отмеченным выше, является семейство Marginaridae Loeblich et Tappan, 1986, выделенное по типовому роду (подроду) *Marginara* (Petrova) (название исправлено Лёбликом и Тэппэн из *Marginarae* Petrova, согласно статье 11(g) Международного кодекса зоологической номенклатуры) [14, p. 342]), поэтому оно также помещено нами в синонимику семейства Parathuramminidae.

В связи с вышеизложенным, в составе семейства выделяются 14 родов и 4 подрода. Объём и видовой состав старых таксонов, сохраненных в семействе, автором полностью пересмотрены. В отличие от систем, предложенных в работах упомянутых выше авторов, в его состав дополнительно включены роды *Hemithurammina* Mamet, 1973; *Irregularina* Vissarionova, 1950; *Pachythurammina* Vachard, 1977; *Palachemonella* Beckman, 1953; *Paralagena* Sabirov, 1986; *Saltovskajina* Sabirov, 1982, так как все они характеризуются наличием однокамерной известковой раковины, сообщающейся с внешней средой посредством устьевых каналов, проходящих внутри устьевых возвышений различной формы и размера. Из 10 новых родов и подродов, установленных в [6], в составе семейства оставлены только род *Suleimanovella* и подрод *Kolongella*, ранг которого поднят до рода.

Кроме того, в состав семейства включены три новых рода – *Kukhistanella*, *Spinosaella* и *Tchuvashovella* [11, 12] и два новых подрода – *Astroparathurammina* и *Pachysalpingothurammina* [19]. Виды паратурамминид с неясными изображениями и описаниями с использованием не общепринятой терминологии, не дающей четкого представления о морфологии раковин, в составе этих родов не рассматриваются.

Систематика рода *Irregularina* Vissarionova, 1950 очень запутана и до сих пор не разработана. Автором рода [20] у типового вида *I. karlensis* отмечалось наличие апертурных горлышек. На изображении этого вида ясно видны цилиндрические каналы, проходящие внутри коротких трубчатых возвышений, аналогичных таковым у паратураммин. У описанного там же вида *I. cardiformis* нет никаких признаков устьев, и в описании о них ничего не говорится. В диагнозе рода указано, что «раковины свободные, неправильной формы, нередко угловатые. Выступы, возможно, соответствуют апертурам». В этом диагнозе нет четкого указания на обязательное присутствие у раковин устьев и устьевых возвышений, хотя у типового вида они ясно наблюдаются, и акцент сделан на неправильной форме раковин.

В результате последующие исследователи к этому роду стали относить различные однокамерные формы неправильных очертаний, независимо от наличия или отсутствия устьевых каналов и возвышений. В предлагаемой системе все формы, описанные в литературе, но не имеющие устьевых возвышений и вообще устьев, исключены из состава рода. В таком объёме данный род отличается от рода *Salpingothurammina* лишь неправильной формой, что у паратурамминид не является родовым признаком. Поэтому в состав семейства род включён условно, до дополнительного исследования вопроса.



Таблица сравнения родов и подродов семейства Parathuramminidae.

Род и подрод	Форма раковины и (внутренней полости)	Наличие и форма устьевых возвышений	Форма устьевых каналов	Строение стенки	Образ жизни	
<i>Pod u n/pod Parathurammina</i>	субсферическая, сферическая	сосочковидная		тонкая, равномерная, однослойная	планктон	
<i>П/под Astroparathurammina</i>	звёздчато-сферическая	коническая, закруглена на конце	широко-коническая			
<i>Hemithurammina</i>	полусферическая	трубчочковидная	цилиндрическая	однослойная, равномерная	прикреплённый	
<i>Kolongella</i>	сферическая, угловато-округлая (звёздчатая)	отсутствуют	конусообразная	толстая, неравномерная	свободный бентос	
<i>Kukhistanella</i>	округло-угловатая или угловатая (вн. пол. подразделена)	коническая				
<i>Pachythurammina</i>	субсферическая	трубчатая	цилиндрическая ?	пористая толстая, равномерная		
<i>Palachemonella</i>	овальная, неправильная	широкогорловидные, малочисленные (2-3)		двухслойная		
<i>Paralagena</i>	колбообразная	одно, трубчатое или коническое	цилиндрическая или коническая	однослойная, тонкая или средняя		
<i>Parathuramminites</i>	шарообразная, угловато-округлая (внутр. полость шарообразная)	отсутствуют	цилиндрическая	толстая однослойная		
<i>Pod u подпод Salpingothurammina</i>	сферическая и неправильно-угловатая	трубчатая			тонкая равномерная	планктон
<i>П/под Pachysalpingothurammina</i>					толстая равномерная	свободный бентос
<i>Saltovskajina</i>	сферическая и субсферическая				трёхслойная равномерная	
<i>Spinoseella</i>	округлая или угловато-округлая (внутрен. полость сферическая)				сред. толщины, неравномерная, поверхность неровная	
<i>Suleimanovella</i>	округло-угловатая (внутренняя полость сферическая)		толстая, неравномерная		свободный бентос	
<i>Tchuvashovella</i>	многоугольная (соответствует форме внутренней полости)	коническая	неравномерная, поверхность неровная			

В [3, с. 67] утверждалось, что паратурамминины (= паратурамминиды в объёме, принятом в настоящей работе, вместе с родами *Ivdelina*, *Uralinella* и *Bituberitina*, о систематической принадлежности которых говорилось выше), произошли от вида *Cribrosphaeroides enormis* Pronina из силурийских отложений Урала. Предполагалось, что в девонском периоде многочисленные конусовидные поры, расположенные в его стенке, «в результате олигомеризации гомологичных органелл постепенно превратились в устья» [3, с. 69]. Однако, нами получены данные о том, что намного раньше, ещё в раннем ордовике, на территории Тянь-Шаня существовали уже довольно высоко организованные формы паратурамминид, различающиеся строением устьев и толщиной стенки [21, с. 15-16], отнесённые здесь к родам *Parathuramminites*, *Suleimanovella* и *Tchuvashovella*. Вероятно, паратурамминиды появились еще в кембрии, независимо от крибросфероидесов, первые представители которых появились намного позже, в нижнем силуре Средней Азии, Урала и Уфимского амфитеатра, а поэтому, не могут быть их предками.

**Состав.** Род *Parathuramina* Suleimanov, 1945 (подроды *Parathuramina* Suleimanov, 1945 и *Astroparathuramina* Sabirov, 2014); *Hemithuramina* Mamet, 1973; *Irregularina* Vissarionova, 1950?; *Kolongella* Zadorozhnyi, 1984; *Kukhistanella* Sabirov, 2012; *Pachythuramina* Vachard, 1977; *Palachemonella* Beckman, 1953; *Paralagena* Sabirov, 1986; *Parathuramminites* Antropov, 1970; *Salpingothuramina* Pojarkov, 1961 (подроды *Salpingothuramina* Pojarkov, 1961 и *Pachysalpingothuramina* Sabirov, 2014); *Saltovskajina* Sabirov, 1982; *Spinoseella* Sabirov, 2014; *Suleimanovella* Juferev, 1984; *Tchuvashovella* Sabirov, 2014.

**Возраст.** Ордовик–карбон.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Быкова Е.В. Фораминиферы и радиолярии девона Волго-Уральской области и Центрального девонского поля и их значение для стратиграфии. – Тр. ВНИГРИ. Нов. сер., 1955, вып. 87, с. 5-190.
2. Основы палеонтологии. Т. 1. Общая часть. Простейшие. – М.: Изд-во АН СССР, 1959. 482 с.
3. Поярков Б.В. Стратиграфия и фораминиферы девонских отложений Тянь-Шаня. – Фрунзе: Илим, 1969. 169 с.
4. Антропов И.А. К вопросам систематики, филогении и стратиграфического распространения паратурамминид. – Тр. Казанск. Ун-та. 1970, вып. 26, с. 138-150.
5. Поярков Б.В. Развитие и распространение девонских фораминифер. – М.: Наука, 1979. 172 с.
6. Задорожный В.М., Юферев О.В. Foraminifera. – Палеозой юго-востока Западно-Сибирской плиты. – Новосибирск: Наука, 1984, с. 70-113.
7. Сабиров А.А. О систематике и таксономическом ранге паратурамминидей (фораминиферы). – Вопр. микропалеонтологии. – М.: Наука, 1987, вып. 29, с. 60-70.
8. Сабиров А.А. Надотряд Parathuraminoida Mikhalevich, 1980. – Справочник по систематике мелких фораминифер палеозоя. – М.: Наука, 1993, с. 26-45, табл. V-VIII.
9. Сулейманов И.С. Новые виды мелких фораминифер из турнейского яруса Ишимбаевского нефтеносного района. – ДАН СССР, 1945, т. 48, № 2, с. 130-134.

10. Задорожный В.М. Фораминиферы и биостратиграфия девона Западно-Сибирской плиты и ее складчатого обрамления. – Новосибирск: Наука, 1987. 117 с.
11. Сабиров А.А. Kukhistanella – новый род фораминифер из девонских и турнейских отложений Таджикистана. – Докл. АН РТ, 2012, том 55, № 6, с. 487-493.
12. Сабиров А.А. Два новых рода примитивных палеозойских фораминифер. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. наук, 2014а, № 1 (154), с. 107-113.
13. Антропов И.А. О надродовых систематических категориях паратурамминид. – Тез. докл. XIII сессии ВПО. – Л., 1967, с. 5-7.
14. Loeblich A.R., Tappan H. Some new and redefined genera and families of the Textularina, Fusulinina, Involutina and Miliolina (Foraminiferida). – J. Foram. Res. 1986, vol. 16, pp. 334-346.
15. Сабиров А.А. Систематика, экология и стратиграфическое значение рода Ivdalina (Foraminifera). – Новые данные по геологии Таджикистана. – Душанбе: Тадж. ун-тет, 1974, вып. 3, с. 45-52.
16. Сабиров А.А. К классификации паратураммин. – Изв. АН ТаджССР. Отд. физ.-мат., хим. и геол. наук, 1982, № 3 (85), с. 62-67.
17. Гроздилова Л.П., Лебедева Н.С. Фораминиферы нижнего карбона и башкирского яруса среднего карбона Колво-Вишерского края. – Тр. ВНИГРИ. Нов. сер., вып. 81. Микрофауна СССР, сб. VII. – Л.: Гостоптехиздат, 1954, с. 4-236.
18. Сабиров А.А. О вторичных изменениях стенки раковин паратураммин. – Изв. АН РТ. Серия биол. наук, 1992, № 2 (126), с. 29-35.
19. Сабиров А.А. Новые известковые палеозойские фораминиферы. – Геология и вопросы сейсмичности территории Таджикистана. – Душанбе: Дониш, 2014б, с. 72-80.
20. Виссарионова А.Я. Фауна фораминифер в девонских отложениях Башкирии. – Башкир. Нефть, 1950, № 1, с. 34-37.
21. Сабиров А.А., Гуштин С.Б. Новые раннеордовикские известковые фораминиферы Среднего Тянь-Шаня. – Палеонтологический журнал, 2006, №1, с. 13-19.

А.А.СОБИРОВ

## ТАСНИФОТИ ОИЛАИ PARATHURAMMINIDAE E. ВУКОВА, 1955 (ФОРАМИНИФЕРАҲО)

*Институти геология, сохтмони ба заминчунбӣ тобовар ва сейсмологияи*

*Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Дар мақола дар асоси таҳлили адабиёти ҷаҳонӣ ва омӯзиши маълумоти муаллиф оиди палеозои Тиён-Шон таснифоти нави оилаи Parathuramminidae мукамал карда шудааст, ки ба таркиби он 14 зот ва 4 зерзоти фораминифераҳо дохил шудааст, аз он ҷумла 5 зот ва 2 зерзот аз тарафи муаллиф муайян карда шудаанд.

**Калимаҳои калидӣ:** фораминифераҳо – паратурамминидҳо – таснифот – палеозой.

A.A.SABIROV

**TAXONOMY OF FAMILY PARATHURAMMINIDAE E. BYKOVA, 1955  
(FORAMINIFERA)**

*Institute of Geology, Earthquake Engineering and Seismology,  
Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

In the article on the basis of analysis of the world literature and author's study of Paleozoic Tien-Shan the new taxonomy of family Parathuramminidae has been worked out, into the composition of which 14 genera and 4 subgenera of the primitive foraminifera are included, 5 genera and 2 subgenera from being established by the author.

**Key words:** foraminifera – parathuramminides – taxonomy – Paleozoic.

УДК 628.161

И.И.САИДОВ, А.С.КОДИРОВ, Н.Н.СТЕПАНОВА

**УПРАВЛЕНИЕ ФОРМИРОВАНИЕМ ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА  
ПРИРОДНЫХ ВОД**

*Институт водных проблем, гидроэнергетики и экологии  
АН Республики Таджикистан  
Поступила в редакцию 06.07.2015 г.*

*В статье исследуются природные процессы формирования качества вод. Проводится литературный анализ минерализации основных рек Таджикистана и разработана схема оценки возможного и осуществляемого управления формированием химического состава природных вод.*

**Ключевые слова:** природный процесс – качество воды – управление водой – система наблюдений – минерализация.

В Законе Республики Таджикистан «Об охране окружающей среды» (2009 г.) предусмотрена система стандартов и нормативов качества окружающей среды, включающая в себя нормативы предельно-допустимых концентраций (ПДК) вредных веществ в воде и нормативы предельно-допустимых сбросов вредных веществ в водные объекты.

Основными руководящими документами при анализе проб воды являются: Руководство гидрометеорологическим станциям по актинометрическим наблюдениям; Руководство по химическому анализу поверхностных вод суши; Руководство для анализа проб воды и Методика определения загрязняющих веществ на фотометре SQ 118.

К основным стандартам и нормативным документам относятся:

- ГОСТ 17.1.1.01-77 «Охрана природы. Гидросфера. Использование и охрана вод. Основные термины и определения»;
- Руководство по химическому анализу поверхностных вод суши (Л.: Гидрометеиздат, 1977); ГОСТ 17.1.5.04-81 «Охрана природы. Гидросфера. Приборы и устройства для отбора, первичной обработки и хранения проб природных вод. Общие технические условия»;

---

**Адрес для корреспонденции:** Саидов Ибрагим Ильёсович, Кодиров Анвар Саидкулович, Степанова Наталья Николаевна. 734002, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Парвин, 12, Институт водных проблем, гидроэнергетики и экологии АН РТ. E-mail: as.kodirov@gmail.com.

- ГОСТ 17.1.3.07-82 «Охрана природы. Гидросфера. Правила контроля качества воды водоемов и водотоков»; ГОСТ 17.1.3.04-82 «Охрана природы. Гидросфера. Общие требования к охране поверхностных и подземных вод от загрязнения пестицидами»;
- Временные методические указания гидрометеорологическим станциям и постам по отбору, подготовке проб воды и грунта на химический и гидробиологический анализ и проведение анализа первого дня (М.: Гидрометеиздат, 1983);
- Методические рекомендации по анализу причин возникновения экстремально высоких уровней загрязнения природной среды (М.: Гидрометеиздат, 1988);
- Обобщённый перечень предельно-допустимых концентраций (ПДК) и ориентировочно безопасных уровней воздействия вредных веществ для воды рыбохозяйственных водоемов (М., 1990);
- Методические указания по принципам организации системы наблюдений и контроля качества воды водоема и водотоков на сети Госкомгидромета в рамках ОГСНК. (Л.: Гидрометеиздат, 1984);
- РД 52.24.309-92 «Организация и проведение режимных наблюдений за загрязнением поверхностных вод суши на сети Роскомгидромета» (СПб., 1992);
- Методические указания. Организация и функционирование подсистемы мониторинга состояния трансграничных поверхностных вод суши. РД 52.24.508-96, М., 1999;
- РД Руководство по отбору проб воды и донных отложений на станциях региональной сети мониторинга качества вод бассейна Аральского моря (САНИГМИ, Ташкент, 1996).

Система наблюдений за загрязнением поверхностных вод осуществляется в местах, подверженных влиянию хозяйственной деятельности человека и в районах минимального загрязнения – фоновые наблюдения (территории заповедников, парков, национальных парков).

В Таджикистане со времен Советского Союза остались неизменными концептуальные подходы к управлению качеством вод, основанные на санитарном нормировании, которое требовало соблюдения ПДК загрязняющих веществ в воде водных объектов. При этом предельно-допустимые сбросы (ПДС) до настоящего времени рассчитываются на основе ПДК и не учитывают экологические возможности самоочищения водных бассейнов – важный аспект при переходе на интегрированное управление водными ресурсами [1].

Состояние водных объектов, существующие способы, методы и условия водопользования, потребности в воде, а также ряд правовых норм и требований в области использования вод, особенно на трансграничных водных объектах, в Таджикистане требуют особых решений и мер, направленных на обеспечение устойчивого водопользования.

Наряду с этим химический состав воды характеризуется большим числом ингредиентов: газовый состав (4 показателя), главные ионы (6 показателей), органические вещества (7 показателей), биогенные компоненты и загрязняющие вещества неорганического происхождения (более 13 показателей). Самый распространенный загрязнитель водоемов – синтетически поверхностно активные вещества. Уже при небольших его концентрациях прекращается рост водорослей и другой растительности.

Минерализация и состав растворенных солей является основным показателем пригодности воды для питья. Увеличение минерализации поверхностных вод возможно

не только вследствие их загрязнения, но и за счёт преобладания в периоде маловодных лет продолжительной меженной фазы питания рек более минерализованными водами, чем в паводок. Содержание микроэлементов понижается по мере уменьшения расходов и увеличения в водном стоке доли подземного питания.

Так, минерализация вод в реках Исфара и Ходжабакирган колеблется от 240-300 до 400-500 мг/л, понижаясь в половодье до 130 мг/л. В нижнем течении рек и в период межени минерализация воды достигает 600 мг/л и более.

Главная закономерность гидрохимии рек – связь с их гидрологическим режимом: уменьшение до минимума содержания веществ в период паводка и увеличение минерализации при переходе рек на меженное питание грунтовыми и подземными водами, более минерализованными, чем при таянии снегов и ледников. Минимальная минерализация, удовлетворяющая требованиям к качеству и составу поливной воды орошаемого земледелия, приходится на весь период вегетации хлопчатника и других возделываемых культур (в 55% рек – 70-200 мг/л, около 45% - 200-500 мг/л и в реках Кызылсу, Таирсу более – 1000 мг/л).

Увеличение минерализации и массы микроэлементов до максимума наблюдается в начале паводка и приходится на апрель, когда сходят воды со значительной площади водосбора рек при таянии снегов, выносящие продукты регенерации подвижных форм элементов из отмершего органического вещества (микро- и макрорастений, животных). Это второй важнейший фактор – биогеохимический в гидрохимии вод РТ.

Третьим природным фактором, обуславливающим значительные отклонения в гидрохимическом режиме рек от среднемноголетнего, является водность рек: в маловодные годы содержание подвижных форм веществ повышено во всех фазах гидрологического режима, в многоводные – понижено.

Из гидрохимической характеристики реки Вахш с водохранилищами следует отметить следующее: среднемноголетняя минерализация и состав воды за длительный период изменяются мало, что объясняется быстрым водообменом горных рек; гидрохимический режим рек благоприятен для поливного земледелия.

На рисунке представлена схема оценки возможного и осуществляемого управления формированием химического состава природных вод, а в табл. 1 представлены гидрохимические данные основных рек РТ в зоне формирования стока. Полученные гидрохимические данные еще раз показывают, что по минерализации и составу речные воды республики удовлетворяют требованиям к качеству по ПДК как питьевых, по ГОСТам, и как технологическое сырье по своим критериям качества для промышленности и для почв республики – как оросительных.

В качестве источников водоснабжения в Таджикистане используются поверхностные и подземные воды. Почти одна треть потребляемой воды с повышенной жёсткостью (15-22 мгэ/л) и минерализацией (до 10 г/л) приходится на территорию Сугдской области и Курган-Тюбинскую зону Хатлонской области.

Основными источниками загрязнения поверхностных вод в РТ являются объекты и предприятия жилищно-коммунальной системы, сельского хозяйства и промышленности. Наибольшее воздействие происходит со стороны жилищно-коммунального сектора и составляет 80-90% от общего объема сброса загрязненных сточных вод в поверхностные водоемы.

Таблица 1

Минерализация основных рек Таджикистана

Наименование рек	Минерализация	Особенности минерализации
Вахш, Кафирниган, Пяндж.	Вода маломинерализованная. По среднемноголетним взвешенным величинам минерализация находится в пределах 71-200 мг/л, что составляет около 55% всех рек, 200-500 мг/л – до 44%. В составе вод преобладают гидрокарбонатные анионы, определяющие класс вод, катион кальция – группу состава и ионное соотношение второго типа. В качестве оросительной – вода высокого качества.	Исключительно изменчив состав воды во второй по водности (после Пянджа) реки Вахш, составляющие ее реки Кызылсу, Сурхоб и Обихингоу несут сульфатную воду (паводок из реки Обихингоу – гидрокарбонатную), группы кальциевой второго типа. В меженный период в составе воды на первом месте находятся сульфаты и хлориды.
Сырдарья и ее левобережные притоки Исфаны, Аксу	Убывание по ряду: Cu>Mn>Zn>Cr>Ni>Pb>Mo>Bi и Co не обнаружен	В реке Сырдарья наибольшее содержание микроэлементов наблюдается в период питания ее паводковыми водами, образовавшимися при таянии горных снегов нижнего яруса (апрель-начало паводка).
Зеравшан и ее притоки	Имеют в паводок маломинерализованную воду (до 200 мг/л), преобладают гидрокарбонаты с кальцием, соотношение ионов второго типа.	В паводковое время (июнь-август) минерализация воды почти не изменяется в различные периоды времени.
Кызылсу	Содержит до 3 г/л растворенных солей и относится к водам солоноватым. В верховье реки (кишлак Бабаханшаид-дашт) в воде преобладают сульфаты и кальций, соотношение ионов второго типа, а у кишлака Сомончи минерализация повышается и состав меняется на хлоридно-натриевый в том же типе – втором.	В повышении минерализации воды в этих реках главную роль играет испарительное концентрирование растворенных веществ в блуждающих руслах в летнюю межень (паводок в этих реках проходит весной, т.к. истоки и водосбор их расположены на небольших высотах), кроме того, подпитывающие их грунтовые и подземные воды, возможно, выносят хорошо растворимые соли солевых месторождений, расположенных в 0,5 км от реки Кызылсу и в 5 км от реки Таирсу (солевой купол Ходжасаритиси др.).
Таирсу	Вода более минерализована – более 6 г/л.	





Рис. Схема оценки возможного и осуществляемого управления формированием химического состава природных вод.

Подземные воды в Таджикистане используются для различных целей, в том числе: 39.3% на хозяйственно-питьевые нужды; 7.7% на производственно-технические нужды; 38.1% на орошение [1]. В сфере коммунального хозяйства водопотребление и водозабор равны между собой, потому что обратное водоснабжение в данной отрасли на современном уровне практически не осуществляется. В промышленности водозабор оказывается намного ниже водопотребления за счет применения замкнутых циклов водоснабжения, когда из источников вода забирается лишь для компенсации безвозвратных потерь.

Объем возвратных вод от ирригации или учтенный сброс по коллекторно-дренажной сети в водоприемники достиг 3.25 км<sup>3</sup>, а на орошение использовано 5.75 км<sup>3</sup> или 9.2% общего стока рек.

По результатам оценки возможного и осуществляемого управления формированием химического состава природных вод приведены основные водохозяйственные проблемы в Таджикистане.

«Правила охраны поверхностных вод», действующие еще с советского периода, регламентируют отведение в водотоки и водоемы всех сточных вод, включая хозяйственно-бытовые и производственные, дождевые и талые, воды застроенных территорий, сбросные воды мелиоративных систем, дренажные и шахтные воды и другие сточные воды. Правила также регламентируют различные виды хозяйственной деятельности, включая гидротехническое строительство, которые оказывают или могут оказывать неблагоприятное воздействие на состояние поверхностных вод. Эти правила распространяются на все водотоки и водоемы Республики Таджикистан, включая озера и водохранилища.

Вместе с тем следует отметить, что интенсивное использование рек и их водосборов неизбежно приводит к увеличению частоты наводнений. Выбраться из этого замкнутого круга, возможно, позволяют не только инженерные методы борьбы, сколько регулирование хозяйственного развития в поймах, подверженным паводкам и селям.

Системы регулирования качества воды на основе жестких стандартов ПДК в странах ЦА не учитывают технических и экономических возможностей. Такой подход приводит к тому, что требования в схожих предприятиях могут быть различны. Так как многие предприятия не могут соблюдать ПДС, установленных на основе ПДК, в Таджикистане практикуется применение «временных» (менее жестких) лимитов на сбросы. В таблице 2 приведена соответственно Рекомендуемая классификация водных объектов [3].

Современная концепция экологического нормирования в Таджикистане направлена на установление системы нормативов состояния и нормативов предельно-допустимого воздействия на экосистемы, необходимых для достижения эффективного природоохранного баланса. Экологическое нормирование призвано обеспечить создание системы, направленной на минимизацию экологического ущерба [1, 2].

Таблица 2

## Рекомендуемая классификация водных объектов

Показатели классификации	Класс качества				
	I	II	III	IV	V
1. Биологические параметры					
1.1. Индексы острой и хронической токсичности	≤0-0.25	≤0.26-0.5	≤0.51-0.7	≤ 0.71- 1.0	≥ 1.0
2. Гидроморфологические параметры					
2.1. Суммарный гидроморфологический индекс водного объекта	До 5.0	5-7	8-10	10-13	> 13
3. Физико-химические параметры					
3.1. Температура. t°С	ЕФ	летом ЕФ +3°С зимой ЕФ +5°С	Летом ЕФ +3°С Зимой ЕФ +5°С	Летом ЕФ +5°С Зимой ЕФ +8°С	Летом ЕФ +5°С Зимой ЕФ +8°С
3.2. Растворенный кислород (O <sub>2</sub> )	ЕФ	летом ≥4, зимой ≥6	Летом ≥4, Зимой ≥6	Летом ≤4, Зимой ≤6	Летом <4, Зимой <6
3.3. Плавающие примеси (вещества), визуальный осмотр	-	-	-	-	Допустимые следы
3.4. Запахи (20°С), баллы	Природный запах	1	1-2	>2	До 4
3.5. Окраска, высота столбика, см	-	20	10	10	10
3.6. Взвешенные вещества	Сфон0.25	Сфон+0.25	Сфон+0.25	Сфон+0.50	Сфон+0.75
3.7. Минерализация	<1000	1000	1300	1500	>1500
3.8. Окисляемость: - химическое потребление кислорода (ХПК), мгО <sub>2</sub> /л - биохимическое потребление кислорода (БПК <sub>5</sub> /БПК <sub>полн</sub> ), мгО <sub>2</sub> /л	до 15  <3.0	15  3.0	15  4.5	20  6.0	>20  >6.0
3.9. Аммиак солевой: – мгN/л – мгNH <sub>4</sub> /л	< 0.4 < 0.5	0.4 0.5	0.8 1.0	1.2 2.0	2.0 2.6
3.10. Цинк (раств.), мг/л	0.3	0.7	<1.0	1.0	>1.0
3.11. Реакция рН	6.5-8.5	6.5-8.5	6.5-8.5	6-9.5	≤6.0 - ≥9.0
4. Бактериологические параметры					
4.1. Лактозоположительные кишечные палочки (ЛКП) в 1 дм <sup>3</sup>	1000	1000	50 000	>50 000	>50 000
4.2. Колифаги (в бляшкообразующих единицах) в 1 дм <sup>3</sup>	-	<100	100	100	>100
4.3. Возбудители заболеваний	-	-	-	-	Следы
4.4. Жизнеспособные яйца гельминтов и жизнеспособные цисты патогенных кишечных простейших	-	-	-	-	Следы
Не должны обнаруживаться в 1 дм <sup>3</sup>					

Примечание: ЕФ – естественный фон.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Саидов И.И. Научно-прикладные и организационно-методологические основы управления водными ресурсами в зоне формирования стока (на примере Республики Таджикистан). – Душанбе-Бишкек: Дониш, 2012, 382 с.
2. Тюрязев А.А. Национальный доклад «Стандарты и нормы качества вод в Республике Таджикистан». – Проект ЕЭК ООН «Качество вод в Центральной Азии». -Душанбе, 2009, 117 с.

3. Бурлибаев М.Ж. Неронова Т.И., Саидов И.И. и др. Перспективы гармонизации стандартов и норм качества вод в странах Центральной Азии и Водной рамочной директивы Европейского Союза. – Алматы: ОО «OST-XXI век, 2010, 240 с.

И.И.САИДОВ, А.С.ҚОДИРОВ, Н.Н.СТЕПАНОВА

**ТАҲЛИЛИ ИМКОНПАЗИРӢ ВА АМАЛИИ ИДОРАИ ТАШАККУЛИ  
ТАРКИБИ КИМИӢВИИ ОБҲОИ ТАБИӢ ДАР МИСОЛИ ДАРӢИ ВАХШ**

*Институти масъалаҳои об, гидроэнергетика ва экологияи  
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Равандҳои табиӣи ташаккули сифати об тадқиқ карда шудааст. Адабиёт оид ба таркиби минералии дарёҳои асосии Тоҷикистон таҳлил карда шуда, тарҳи баҳодихии имконпазирӣ ва амалии идораи ташаккули таркиби кимиёвии обҳои табиӣ коркард карда шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** равандҳои табиӣ – сифати об – идоракунии об – сохтори назоратӣ – минералнокӣ.

I.I.SAIDOV, A.S.KODIROV, N.N.STEPANOVA

**THE ANALYSIS OF POTENTIAL AND THE CONTROLS FORMATION  
OF CHEMICAL COMPOSITION OF THE NATURAL WATERS,  
EXAMPLE OF VAKHSH RIVER**

*Institute of Water Problems, Hydropower and Ecology,  
Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

The article examines the natural processes of formation of water quality. Conducted literary analysis of mineralization of the main rivers of Tajikistan and developed a scheme for evaluating the likely and manage a chemical composition of natural waters.

**Key words:** natural process – water quality – water management – surveillance systems – mineralization.

УДК 556.1 (575.3)

Р.РАХМАТИЛЛОЕВ, Ф.Г.НЕМАТОВА

**МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВОДЫ БОЛЬШОГО  
ФЕРГАНСКОГО КАНАЛА НА ТЕРРИТОРИИ КАНИБАДАМСКОГО  
РАЙОНА РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН**

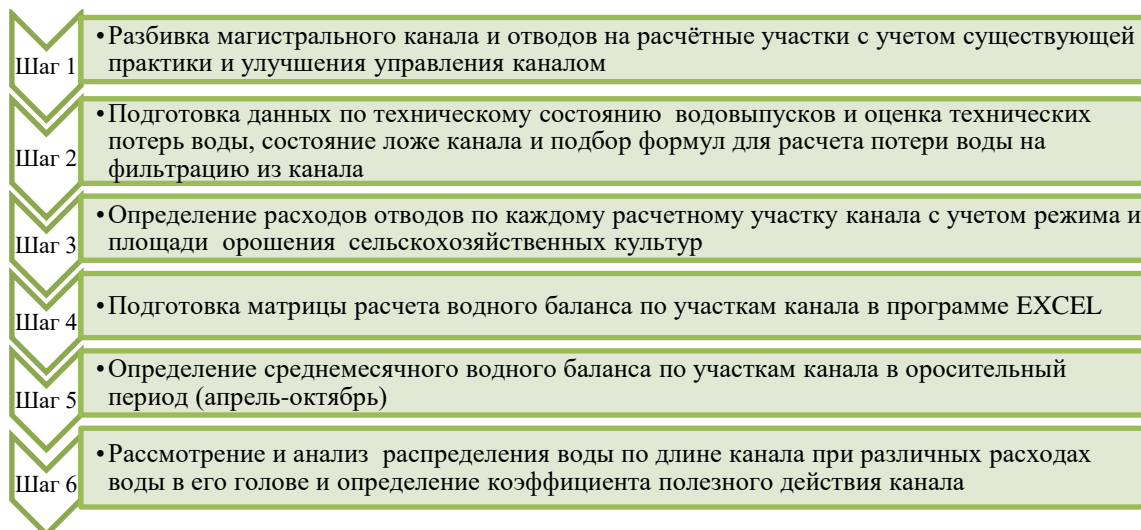
*Таджикский аграрный университет им. Ш.Шохтемура*

*Поступила в редакцию ??????????*

*За основу модели принят метод расчёта водного баланса по отдельным узловым участкам канала. Проведены расчёты распределения головного расхода канала по его длине с учетом потерь воды, отобранных расходов в отводы, коэффициента полезного действия канала, обеспечивающие минимальные транзитные сбросы в конце канала.*

**Ключевые слова:** канал – водораспределение – участок канала – водный баланс – потери воды.

Концептуальная модель распределения воды составляется на основе расчета водного баланса по участкам канала (рис. 1).



**Рис. 1.** Алгоритм построения концептуальной модели распределения воды по магистральному каналу.

**Адрес для корреспонденции:** Рахматиллоев Рахмонкул. 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 146, Таджикский аграрный университет. E-mail: rahmonkul@gmail.com; Нематова Фарзона. E-mail: nematovaf@gmail.com

Расход воды на выходе  $i$ -того участка канала определяется по формуле [1]:

$$Q_{ик} = Q_{ин} - (Q_{иф} + Q_{ин} + Q_{итп} + \Sigma Q_{ио}); \quad (1)$$

где  $Q_{ик}$  – расход воды канала в конце расчетного участка  $i$ ,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;

$Q_{ин}$  – расход воды канала в начале участка  $i$ ,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;

$Q_{иф}$  – потери воды на фильтрацию на  $i$ -том участке канала,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;

$Q_{итп}$  – потери воды на испарение на  $i$ -том участке канала,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;

$Q_{итп}$  – технические и эксплуатационные потери воды на  $i$ -том участке канала,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;

$\Sigma Q_{ио}$  – сумма расходов отводов на  $i$ -том участке канала,  $\text{м}^3/\text{с}$ .

$Q_{ин}$  – расход воды канала в начале участка  $i$  равен расходу канала в конце предыдущего участка, то есть  $Q_{ин} = Q_{(i-1)к}$ .

Подсчет потерь воды в магистральных каналах без облицовки производится по следующей формуле [2]:

$$Q_{иф} = \sigma_i Q_{ин} l_i / 100, \text{ м}^3/\text{с}, \quad (2)$$

где  $\sigma_i$  – потери воды на 1 км канала, % от  $Q_{ин}$ ;

$l_i$  – протяженность канала на  $i$ -ом участке, км.

Значения  $\sigma_i$  определяются по фактическим замерам расхода в начале и конце километровых участков, отобранных в зависимости от разновидности грунтов ложа канала по фильтрационным показателям по формуле [2]:

$$\sigma_i = 100 * (1 - Q_{ик} / Q_{ин}), \%, \quad (3)$$

Потери воды на фильтрацию из оросительных каналов с облицовкой при установившейся свободной фильтрации рассчитывают по формуле Н.Н.Веригина и С.В.Васильева [3]:

$$Q_{ф} = k'_{обл} * \left[ \frac{b * (h_0 + \delta_0)}{\delta_0} + 2m * h_0 + \frac{h_0^2}{\delta_{отк}} * \sqrt{1 + m^2} \right], \text{ м}^3/\text{с}, \quad (4)$$

где  $k'_{обл}$  – коэффициент фильтрации облицованных участков канала,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $b$  – ширина канала по дну,  $\text{м}$ ;  $m$  – заложение откосов;  $h_0$  – глубина воды в канале,  $\text{м}$ ;  $\delta_0$ ,  $\delta_{отк}$  – толщина облицовки по дну и на откосах канала,  $\text{м}$ .

Глубину воды в канале ( $h_0$ ) определяют по формуле [4]:

$$h_0 = 0.85 \sqrt{Q_{иср}^3}, \quad (5)$$

где  $Q_{иср}$  – средний расход расчетного участка канала,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;  $Q_{иср} = (Q_{ин} + Q_{ик}) / 2$ .

Потери воды на испарение ( $Q_{ин}$ ) из оросительных каналов трапециодального сечения находят по формуле:

$$Q_{ин} = 3.86 * 10^{-10} * E_o * I_1 * (b + 2m * h_0), \text{ м}^3/\text{с},$$

где  $b$  – ширина канала по дну, м;  $h_0$  – глубина воды в канале, м;  $l_i$  – длина расчетного участка канала, м;  $E_0$  – скорость испарения воды (испаряемость) с водной поверхности канала, мм/месяц;  $m$  – коэффициент заложения откосов канала,  $m=1.5$ .

В Центральной Азии для определения испаряемости используют формулу [5]:

$$E_0 = 0.0018 * 0.8 (25+t)^2 * (100-a) \quad (6)$$

где:  $E_0$  – среднемесячная испаряемость, мм/сутки или  $86.4 * 10^{-6}$  м/с;

$t$  – среднемесячная температура воздуха,  $^{\circ}\text{C}$ ;

$a$  – среднемесячная относительная влажность воздуха, %.

Технические и эксплуатационные потери воды или эксплуатационные потери воды ( $Q_{\text{итп}}$ ) это утечки и холостые сбросы из каналов, возникающие при регулировании расхода воды. К техническим и эксплуатационным потерям относятся потери воды на образование «мертвых» запасов воды в каналах, переливов воды через дамбы каналов и утечки воды через сооружения.

Технические и эксплуатационные потери воды в практике устанавливаются путём фактических измерений.

Технические и эксплуатационные потери на  $i$ -том участке канала определяют по формуле:

$$Q_{\text{итп}} = \Sigma Q_{\text{ут}} + \Sigma Q_{\text{имз}} + \Sigma Q_{\text{ипер}},$$

где  $\Sigma Q_{\text{ут}}$  – сумма измеряемых утечек (потерь) воды из сооружений на  $i$ -том участке канала,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;  $\Sigma Q_{\text{имз}}$  – сумма измеряемых мертвых запасов (потерь) воды на  $i$ -том участке канала,  $\text{м}^3/\text{с}$ ;  $\Sigma Q_{\text{ипер}}$  – сумма измеряемых переливов (потерь) воды через дамбы на  $i$ -том участке канала,  $\text{м}^3/\text{с}$ .

На основе литературных данных выявлено, что утечки воды через сооружения на существующих оросительных каналах составляют 2-5% от головного расхода воды в канале [6].

Расход каждого отвода определяется по формуле:

$$Q_{\text{ю.}} = \Sigma Q_{\text{дхм}} + \Sigma Q_{\text{дхиз}},$$

где  $\Sigma Q_{\text{дхм}}$  – сумма максимальных расходов дехканских хозяйств, подвешенных к отводу, л/с;  $\Sigma Q_{\text{дхиз}}$  – сумма измененных расходов дехканских хозяйств, подвешенных к отводу, л/с.

Расходы воды, необходимые ( $Q_{\text{дхм}}$ ,  $Q_{\text{дхиз}}$ ) для подачи воды одному дехканскому хозяйству, зависят от количества одновременно работающих временных оросителей и режима их работы [6]. Эти расходы определяются по формулам:

$$Q_{\text{дхм}} = Q_{1\text{вом}} + Q_{2\text{вом}} + \dots + Q_{n\text{вом}}, \text{ л/с,}$$

$$Q_{\text{дхиз}} = Q_{1\text{воиз}} + Q_{2\text{воиз}} + \dots + Q_{n\text{воиз}}, \text{ л/с,}$$

где  $Q_{1\text{вом}}$ ,  $Q_{2\text{вом}}$ ,  $Q_{n\text{вом}}$  – соответственно максимальные расходы одновременно работающих временных оросителей дехканского хозяйства с максимальным расходом поливных

струй, л/с;  $Q_{1\text{воиз}}$ ,  $Q_{2\text{воиз}}$ ,  $Q_{n\text{воиз}}$  – соответственно измененные расходы одновременно работающих временных оросителей дехканского хозяйства с минимальным расходом поливных струй, л/с.

Расходы каждого временного оросителя ( $Q_{\text{во}}$ ) определяются по формулам:

$$Q_{\text{вом}} = (B \cdot q_{\text{мах}}/a)/\eta_{\text{во}}, \text{ л/с,}$$

$$Q_{\text{воизм}} = (1,1B \cdot q_{\text{уд}}/a)/\eta_{\text{во}}, \text{ л/с,}$$

где  $B$  – ширина зоны обслуживания временного оросителя, м;  $a$  – расстояния между поливными бороздами, м;  $q_{\text{мах}}$  – максимальная неразрывающаяся поливная струя, подаваемая на протяженности время  $t$  (часов) в борозду до ее добега до конца борозды и стабилизации сбросного расхода, л/с;  $q_{\text{уд}}$  – удельный расход впитывания до которой уменьшается  $q_{\text{мах}}$  после стабилизации сбросного расхода из борозды, л/с;  $\eta_{\text{во}}$  – КПД временного оросителя, обычно принимают  $\eta_{\text{во}} = 0.9-0.95$ .

Очень важным показателем модели является определение расстояния от начала канала до точки, где расход воды, подаваемый в голове канала полностью отбирается в отводы (длина добега головного расхода), а также теряется на фильтрацию, испарение и утечки из сооружений, то есть возникает условие, когда  $Q_{\text{ик}} = Q_{\text{ин}} - (Q_{\text{иф}} + Q_{\text{ин}} + Q_{\text{итп}} + \Sigma Q_{\text{ио}}) \leq 0$ .

Вводим понятие «удельного расхода воды из канала ( $Q_{\text{уд}}$ ) на единицу его длины».

Эта величина определяется по формуле:

$$Q_{\text{уд}} = (Q_{\text{иф}} + Q_{\text{ин}} + Q_{\text{итп}} + \Sigma Q_{\text{ио}})/L_i,$$

где  $L_i$  – длина  $i$ -того участка канала, км;  $Q_{\text{уд}}$  – удельный расход воды из канала, м<sup>3</sup>/с.км.

Длину добега головного расхода при известном  $Q_{\text{уд}}$  можно определить по формуле:

$$L_{\text{доб}} = \Sigma L_i \cdot Q_{\text{гол}} / \Sigma Q_{\text{уд}},$$

$Q_{\text{гол}}$  – головной расход воды канала, м<sup>3</sup>/с;

Коэффициент полезного действия (КПД) канала  $i$ -того участка канала определяется по формуле:

$$\eta_i = [Q_{\text{ин}} - (Q_{\text{иф}} + Q_{\text{ин}} + Q_{\text{итп}})] / Q_{\text{ин}}.$$

Коэффициент полезного действия всего канала ( $\eta_k$ ) определяется по формуле:

$$\eta_k = [Q_{\text{гол}} - \Sigma(Q_{\text{иф}} + Q_{\text{ин}} + Q_{\text{итп}})] / Q_{\text{гол}}.$$

С учётом предложенного алгоритма нами построена модель распределения воды по длине Большого Ферганского канала (БФК), обеспечивающего водой более 15000 га земель Канибадамского района.

Протяженность канала БФК на территории района составляет более 60.7 км, на ней имеются 102 водовыпусков, 7 гидростов. Для оперативного управления водой и



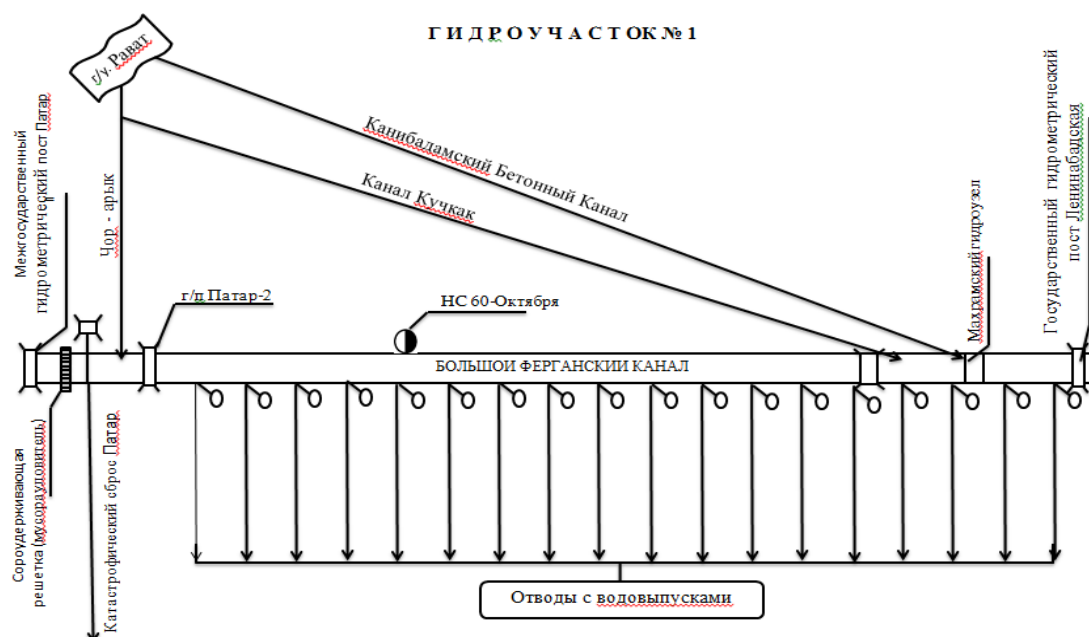
учета воды канал разделен на 6 эксплуатационных гидроучастков, на границах которых имеются гидрометрические посты типа «Фиксированное русло».

Канал проходит в земляном русле, сложенном гравийно-галечниковыми отложениями с супесчаным и песчаным заполнителем, только в хвостовой части с ПК 398+00 по ПК 560+00 (16.2км) канал облицован монолитным бетоном.

Водовыпуски оборудованы водомерными устройствами (аттестованными).

В канал вода поступает из Узбекистана и гидроузла Равот через каналы Чор-арык, Кучкак и Канибадамский бетонный канал.

Схема расположения водовыпусков, гидропостов, подпитывающих каналов и других сооружений на первом гидроучастке БФК показана на рис. 2.



**Рис. 2.** Схема расположения водовыпусков, гидропостов, подпитывающих каналов и других сооружений на первом гидроучастке БФК.

Модель водного баланса составлена по участкам канала протяженностью каждого 1 км и на створе каждого из 6 гидропостов.

В табл. 2 приведены результаты расчета на модели, сумму потерь воды, КПД канала, длину добега воды и транзитный расход в конце канала в условиях марта при различных головных расходах и плановых заборах в отводы.

Результаты показывают, что при подаче головного расхода  $7.0 \text{ м}^3/\text{с}$  вода забирается в отводы согласно плана, равного  $3.68 \text{ м}^3/\text{с}$ , суммарные потери составят  $2.44 \text{ м}^3/\text{с}$ , вода доходит до конца канала, где образуется транзитный расход, равный  $0.88 \text{ м}^3/\text{с}$ . При этом КПД канала минимальный, всего 0.60.

Таблица 2

Суммарные потери воды, КПД канала, длина добега и транзитный расход воды в конце канала в зависимости от головного его расхода

№№	Головной расход, м <sup>3</sup> /с	Сумма потерь воды, м <sup>3</sup> /с	КПД канала	Длина добега головного расхода, км	Транзитный расход в конце канала, м <sup>3</sup> /с
1	7.00	2.44	0.60	60.07	0.88
2	6.50	2.29	0.62	60.07	0.31
3	6.00	2.13	0.65	60.07	0.20
4	5.70	2.01	0.67	60.07	0.01
5	5.50	1.92	0.69	57.00	0.00
6	5.00	1.76	0.72	45.00	0.00

Если изменить головной расход до 5.7 м<sup>3</sup>/с, тогда вода добежит до конца канала, образуется небольшой транзитный расход (всего 11 л/с), суммарные потери составят 2.01 м<sup>3</sup>/с или по сравнению с головным расходом уменьшаются примерно на 0.43 м<sup>3</sup>/с (17%). КПД канала в этом случае повышается до 0.67 или на 11.7% .

В табл. 3 приведены результаты распределения воды по гидроучасткам при рекомендуемом головном расходе, включая другие элементы водного баланса канала и его КПД.

Таблица 3

Результаты расчета элементов водного баланса по гидроучасткам БФК в условиях марта месяца при головном расходе 5.7 м<sup>3</sup>/с

Показатели		В том числе по гидроучасткам					
обозначения	по каналу на март месяц	№1	№2	№3	№4	№5	№6
$\sigma_i$ , %	1.742	1.005	1.168	1.331	1.404	0.0000006	5.660
$Q_{иф}$ , м <sup>3</sup> /с	1.778	0.794	0.435	0.292	0.099	0.074	0.086
$Q_{ин}$ , м <sup>3</sup> /с	0.085	0.022	0.015	0.013	0.007	0.014	0.014
$Q_{итп}$ , м <sup>3</sup> /с	0.147	0.040	0.030	0.014	0.044	0.011	0.008
Сумма потерь воды, м <sup>3</sup> /с	2.011	0.856	0.480	0.319	0.150	0.098	0.108
$\Sigma Q_{io}$ , м <sup>3</sup> /с	3.678	0.989	0.751	0.361	1.099	0.268	0.211
$Q_{ин}$ , м <sup>3</sup> /с	5.700	5.700	3.855	2.624	1.944	0.696	0.330
$Q_{ик}$ , м <sup>3</sup> /с	0.011	3.855	2.624	1.944	0.696	0.330	0.011
$Q_{гол}$ , м <sup>3</sup> /с	5.700	5.700	3.855	2.624	1.944	0.696	0.330
$\eta_i$	0.67	0.71	0.76	0.76	0.87	0.73	0.37

Результаты исследований, направленные на дальнейшее развитие управления использованием водных ресурсов в ирригации, в том числе показывают, что в зависимости от головного расхода можно получить потери воды по его участкам, суммарные потери воды, длину добега воды (когда знак  $Q_{ин}$  меняется с «+» на «-»), КПД канала и величину транзитного расхода в конце канала.

Использование модели на практике позволит заметно ускорить принятие решений по эффективному управлению использованием водных ресурсов в ирригации, распределению дефицитных водных ресурсов и планированию мероприятий для проведения работ по сокращению потерь воды и улучшению водообеспеченности на отдельных участках канала.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Рахматиллоев Р., Нематова Ф. Организационно-методологические подходы к разработке компьютерной модели распределения воды в оросительной системе. – Кишоварз, 2014, №4 с.24-26.
2. Натальчук М.Ф., Ахмедов Х.А., Ольгаренко В.И. Эксплуатация гидромелиоративных систем. – М.:Колос, 1983, с. 11.
3. Алтунин В.С и др. Защитные покрытия оросительных каналов – М.: Агропромиздат, 1988, с. 132-137.
4. Акрамов А. Гидравлический расчет трапецидальных каналов: Тезисы и доклады. - Водные ресурсы Центральной Азии и их рациональное использование. – Душанбе, 2001, с. 26-27.
5. Рекомендации по режимам орошения сельскохозяйственных культур в Таджикской ССР, т. 1 – Душанбе: Дониш, 1988, с.5-15.
6. Оффенгенден С.Р., Пандиади А.Д. и др. – Эксплуатация оросительных систем. – М.: Сельхозгиз, 1956, с.75-157.

Р.РАҲМАТИЛЛОЕВ, Ф.Г.НЕМАТОВА

#### МОДЕЛСОЗИИ ТАҚСИМОТИ ОБИ КАНАЛИ КАЛОНИ ФАРҶОНА ДАР МИСОЛИ НОҲИЯИ КОНИБОДОМИ ҶУМҲУРИИ ТОҶИКИСТОН

*Донишгоҳи аграрии Тоҷикистон ба номи Ш.Шоҳтемур*

Модели номбурда дар асоси усули ҳисоббарории мувозинаи об дар қитъаҳои алоҳидаи канал сохта шудааст. Ҳисоббарории тақсимбандии масрафи об дар сарғав ва қад-қадӣ канал бо дарназардошти талафи об, масрафи оби гирифташуда ба каналҳои хурд, зарби амали муфиди канал, ки масрафи камтарини транзитиро таъмин мекунад, ба амал бароварда шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** канал – тақсимбандии об – қитъаи канал – мувозинаи об – талафи об.

R.RAHMATILLOEV, F.G.NEMATOVA

#### WATER DISTRIBUTION MODELING IN THE FERGANA BIG CANAL ON EXAMPLE KANIBADAM DISTRICT OF REPUBLIC OF TAJIKISTAN

*Tajik Agrarian University named after Sh.Shotemur*

According to the model applied the calculation water balance method on the certain part of canal. Conducted calculation of main water expense distribution of canal with the canal length an account to water loess, taken by water taps, the useful action canal coefficient which provided the transit dump to end of canal.

**Key words:** canal – water-distribution – canal part – water balance – water loess.

УДК 606.620.95

Х.М.АХМЕДОВ, К.ПАРТОЕВ\*, Г.А.ТАШБАЕВ

**ХИМИЧЕСКИЙ СОСТАВ, БИОЛОГИЧЕСКАЯ И ХОЗЯЙСТВЕННАЯ  
ПРОДУКТИВНОСТЬ ТОПИНАМБУРА**

*Центр инновационного развития науки и новых технологий*

*АН Республики Таджикистан,*

*\*Институт ботаники, физиологии и генетики растений*

*АН Республики Таджикистан*

*Поступила в редакцию 05.08.2015 г.*

*Приводятся данные по химическому составу топинамбура, результаты исследований по изучению особенностей роста и развития, биологической продуктивности и хозяйственного урожая клубней топинамбура в условиях Гиссарской и Раитской долин. Дана оценка перспективности использования топинамбура как корма для животноводства и сырья для получения биотоплива. Разработан способ получения продукции с высоким выходом биоэтанола из топинамбура. Рекомендован состав биотоплива для двигателей внутреннего сгорания. Указаны пути интенсификации работ по выращиванию и применению топинамбура в сельскохозяйственном производстве Республики Таджикистан.*

**Ключевые слова:** биотехнология – растительное сырьё – биоэнергетика – биотопливо – топинамбур – урожайность – биоэтанол – нетрадиционные виды сырья – спиртовая промышленность - углеводы.

Ценность топинамбура как пищевой культуры в первую очередь определяется его биохимическим составом. При изучении биохимического состава и пищевой ценности топинамбура установлено большое разнообразие витаминов, макро- и микроэлементов, содержащихся в клубнях и надземной массе этого растения. Клубни топинамбура содержат большое количество пектина, пищевых волокон, белка, аминокислот, а также органи-

---

*Адрес для корреспонденции: Ахмедов Хаким Мунавварович. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/3а, Центр инновационного развития науки и новых технологий АН РТ. E-mail: khakim48@mail.ru / Партоев Курбонали. 734017, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Каримова, 27, Институт ботаники, физиологии и генетики растений АН РТ. E-mail: pcurbonali@mail.ru*

ческих и жирных кислот. По содержанию витаминов В<sub>1</sub> В<sub>2</sub> и С топинамбур превосходит картофель, морковь, столовую свеклу [1, 2].

Общее содержание фруктозанов, то есть инулина и других углеводов, которые в результате гидролиза дают фруктозу, в клубнях топинамбура составляет 65-80% от общей суммы сухих веществ [3-5].

Образцы топинамбура могут значительно отличаться не только массовой долей в них суммарных фруктозанов, но и процентным содержанием отдельных фракций. И если первый параметр определяет выход этанола из единицы сырья, то второй может оказать существенное влияние на ход протекания технологических процессов [6, 7].

Второе место в количественном отношении после фруктозанов занимают полисахариды, входящие в состав клеточных оболочек тканей клубней топинамбура. Из них большая часть - целлюлоза и пектиновые вещества (80-82%), а на последнем месте в количественном отношении стоят гемицеллюлозы [5].

По сравнению с традиционными видами сырья, перерабатываемыми в спиртовой промышленности, топинамбур содержит повышенное количество пектиновых веществ [2,3,5,8].

Содержание азотистых веществ варьирует в пределах от 4.3 до 11.0% [3]. На долю белкового азота приходится 57-59%, небелкового - 41-43%.

Общее количество зольных элементов в клубнях топинамбура близко к их содержанию в картофеле [9]. В них обнаружено повышенное количество кремния и железа [3]. В клубнях топинамбура содержится (мг/100 г): калия – 21.5; натрия - 21; магния -1.12; цинка – 2.53; кремния – 4.2; алюминия – 1.0 [10], витамины и кислоты [11]. Для всех сортов топинамбура общим является высокое содержание витамина В<sub>7</sub> (биотина) [12].

Клубни топинамбура обладают определенными ферментами, и знания в этой области позволяют прогнозировать режимы стадий производства этанола, что является существенным при разработке современных способов переработки сырья [10].

Обзор литературы по изучению топинамбура и разработкам на основе его сырья [2, 13-16] показал, что топинамбур является культурой многоцелевого использования (таблица). Его надземная масса и клубни могут быть использованы в качестве корма и кормовых добавок для животных. Клубни и надземная масса топинамбура служат весьма ценным сырьем для кулинарии, пищевой, фармацевтической промышленности и биоэнергетики [1].

На основе зеленой массы и клубней топинамбура уже разработаны и производятся различные диетические и функциональные продукты питания, первые и вторые блюда, салаты, компоты, фитосборы, биокорректоры, пищевые добавки, лекарственные препараты, косметические средства и другая продукция, пользующая повышенным спросом на внутреннем и внешнем рынке. В последние годы показана перспективность использования топинамбура как нетрадиционного альтернативного дешёвого сырья для производства моторного топлива и другой технической продукции [1].

Многие виды продукции, производимые на основе топинамбура, сегодня оцениваются как импортозамещающие и экспортоориентированные, что имеет принципиальное значение для развития экономики.

Таблица

Сфера производства, виды продукции и область использования топинамбура [1]

Сферы производства	Виды продукции	Область использования
Сельское хозяйство	Корма и кормовые добавки. Ветеринарные препараты	Животноводство. Ветеринария
Пищевая промышленность и кулинария	Хлебобулочные, макаронные, кондитерские изделия, молочные и мясные продукты, салаты, первые блюда, гарниры, соки, сиропы, чайные и кофейные напитки.  Сухие экстракты, квас, цукаты, джемы, варенья, конфеты, драже.	Общественное питание, домашняя кулинария, диетотерапия, профилактическое и диетическое питание
Медицинская промышленность	Иммунопрепарат нового поколения, инъекционные формы. Капсулы, таблетки драже, порошки, биокорректоры, бактериальные препараты. Инулин: таблетки, капсулы	Народная и традиционная медицина в профилактике и лечении различных заболеваний. Лекарственные и лечебно-профилактические средства и препараты. Санаторно-курортное лечение
Косметическая промышленность	Косметические средства	Лечебно-профилактическая косметика
Биоэнергетика	Этиловый спирт (биоэтанол)	Моторное топливо для двигателей внутреннего сгорания

Топинамбур – одно из важнейших инулиносодержащих растений, культивируемых во всем мире и в качестве лекарственной культуры может выращиваться для организации производства инулина и фруктозы [17].

Благодаря высокому содержанию сухих веществ, хорошей углеводной и витаминной обеспеченности, а также малому количеству клетчатки, зелёная масса топинамбура обладает значительными кормовыми достоинствами. Питательность 100 кг зелёной массы составляет до 25 кормовых единиц, а в 100 кг клубней содержится до 30 кормовых единиц, что 1.5-2 раза выше питательности зелёной массы подсолнечника [18].

По питательной ценности зелёная масса топинамбура превосходит также цветущий клевер и кукурузу. В листьях топинамбура в 2 раза больше белка. Животные поедают топинамбур охотнее, чем другие травянистые культуры не только в свежем виде, но и в виде силоса и сенажа.

Зелёная масса служит хорошим сырьём для заготовки травяной муки. Питательность 1 кг муки из топинамбура составляет около 0.9 кормовой единицы [18].

Учитывая, что Республика Таджикистан не обладает природными запасами ископаемых источников углеводородного сырья, особую экономическую и экологическую целесообразность представляет использование клубней и зелёной массы топинамбура в производстве биоэтанола для двигателей внутреннего сгорания.

Следует отметить, что эффективность превращения углеводов при производстве спирта из топинамбура составляет 80-95%. Расчеты показывают, что при средних урожаях один гектар посева топинамбура обеспечивает в 1.5-3 раза больший выход биоэтанола в сравнении с гектаром посевов зерновых и картофеля. Вследствие высокой урожайности и меньшей производственных затрат себестоимость 1 л спирта из топинамбура ниже, чем из картофеля или зерна [19].

Кроме того, потребительское значение имеет и барда, оставшаяся после дистилляции этанола. При переработке цельных клубней топинамбура или пюре, барда содержит остаточные сахара, минеральные соли и белки. В ней содержится большое количество перевариваемого протеина, который имеет высокую питательную ценность в качестве корма для животных.

При производстве этилового спирта из топинамбура производители экономят значительное количество посевных площадей и экономическая эффективность от этого в сравнении с зерновыми культурами в 6-10 раз больше.

Однако, несмотря на множество разработанных технологий, позволяющих производить из топинамбура разнообразную продукцию, существенного роста объемов производства и поставки на рынок такой продукции не отмечается как в ближнем, так и дальнем зарубежье.

Основными причинами этого являются [1]:

- отсутствие устойчивой сырьевой базы, что связано с малыми объемами возделывания топинамбура;
- отсутствие разработанных и проверенных в условиях производства типовых, региональных и адаптивных технологий возделывания топинамбура;
- недостаток технологичных для возделывания и переработки сортов топинамбура, а также средств механизации для уборки надземной массы и клубней;
- слабая изученность топинамбура, недостаток знаний и информации по его использованию, способам промышленного возделывания и переработки;
- некоторый консерватизм специалистов среди работников сельскохозяйственного производства, пищевой и фармацевтической промышленности и топливно-энергетического комплекса республики о возможностях многоцелевого использования топинамбура.

В Таджикистане по состоянию на 2011 г. имеется 281134 га богарных земель. В соответствии с данными литературы на этих богарных землях можно получить до 300 ц/га зелёной массы и не менее 120 ц/га клубней топинамбура. Если посадить клубни топинамбура на площади 10000 га, то с указанной площади в год можно получить до 9.6 млн. литров биоэтанола, добавляя который в бензин с низким октановым числом в определенном соотношении можно повысить его октановое число и уменьшить потребление бензина. Даже при использовании 50% площадей богарных земель республики и земель с сильно пересеченным рельефом, где другие культуры произрастать не могут, можно получить около 4.8 млн. литров биоэтанола в год, что намного уменьшит нашу зависимость от импорта энергоносителей.

Анализ данных литературы и сельскохозяйственного производства показал, что в Таджикистане топинамбур все ещё остается мало изученной и редкой нетрадиционной культурой, не получившей распространение в сельскохозяйственном производстве в условиях интенсивного земледелия.

В связи с этим в настоящей работе были изучены особенности роста и развития, биологическая и хозяйственная продуктивность топинамбура в долине и в горной зоне и оценена перспективность использования топинамбура как корма для животноводства и сырья для получения биотоплива [20].

В течение 2012-2013 гг. нами были проведены исследования по выращиванию топинамбура в условиях Гиссарской и Раштской долин. Опыты были проведены на богарных землях и при поливе, без использования удобрений и с внесением в почву минеральных и органических удобрений. Материалом для опытов служили клубни топинамбура сорта «Интерес» первой клубневой репродукции, которые в 2011 г. были выращены в условиях Яванского района. Клубни данного сорта топинамбура были приобретены в Общественной организации «Консультативно-Информационной Сети» («КИС»).

Результаты наших исследований показали, что величина биологического урожая топинамбура на поливных землях Гиссарской и Раштской долин колеблется в пределах от 66.5 до 94.2 т/га, а на богарных землях - от 30.4 до 72.5 т/га. Хозяйственный урожай клубней колеблется от 24.95 до 38.4 т/га на поливных землях и от 11.85 т/га до 22.95 г/га на богарных землях. В среднем биологическая масса топинамбура на поливных землях составляла 77.8 т/га, на богарных землях – 47.4 т/га, а урожай клубней соответственно 30.63 т/га и 15.73 т/га, что свидетельствует об эффективности выращивания топинамбура как на поливных, так и на богарных землях. Поливы способствуют увеличению биомассы топинамбура на 30.4 т/га (64.1%), а урожая клубней на 14.9 т/га (94.7%) по сравнению с выращиванием топинамбура без полива.

Показателем, отражающим связь между размером биологического и хозяйственного урожая, является индекс урожая ( $K_{хоз}$ ). Уборочный индекс  $K_{хоз}$ , как относительно безразмерная единица, выражает отношение хозяйственно ценной части биомассы к общему биологическому урожаю. Кроме этого, индекс урожая ( $K_{хоз}$ ) служит критерием эффективности использования фотосинтетических продуктов на формирование хозяйственного урожая растений.

Результаты наших подсчетов показали, что в среднем  $K_{хоз}$  у растений топинамбура варьирует в поливе от 0.37 до 0.41, а на богаре – от 0.33 до 0.39. Эти данные свидетельствуют о том, что топинамбур обладает высокой интенсивностью потенциального фотосинтеза и высоким хозяйственным урожаем.

Нами разработан способ получения биоэтанола из клубней топинамбура. Метод позволяет получить осветлённое сусло с высоким переходом в него фруктозанов клубней и минимальной деструкцией пектиновых веществ, значительно улучшающей микробио-



логические характеристики сырья и не влияющий негативно на процесс сбраживания осветленного сусла.

Опыты по получению биоэтанола с помощью разработанного нами способа из клубней топинамбура сорта «Интерес», выращенного в условиях Гиссарской долины на опытном участке Института ботаники, физиологии и генетики растений АН Республики Таджикистан в 2012г., показали, что выход этилового спирта из 1 т исходного сырья составляет 85л, а концентрация спирта 95% об.

На основе полученного нами биоэтанола рекомендуется следующий состав биотоплива для двигателей внутреннего сгорания:

- 90% об. АИ-80+ 10% об. биоэтанола. Октановое число бензина 85 ед.
- 90% об. АИ-80+8,5% об биоэтанола+1.5% присадки. Октановое число бензина – 92 ед.

Обзор литературы и приведенные нами экспериментальные данные свидетельствуют об актуальности разработки данной проблемы, что требует налаживания в республике научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ по всестороннему изучению топинамбура и выдачи обоснованных научных рекомендаций по его использованию, как культуры многоцелевого назначения.

Приведенные в обзоре материалы дают все основания считать, что организовав в республике производство нетрадиционного биологического сырья - топинамбура можно получить ценное кормовое растение в дополнение к уже существующим кормовым культурам, а также ценное сырьё для пищевой, медицинской промышленности и биоэнергетики для получения альтернативного источника энергии - биотоплива с соответствующими экономическими и социальными выгодами.

В связи с этим, по нашему мнению, настало время переосмысления сложившегося отношения к топинамбуру. Для чего необходимо:

1) широко развернуть научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы по различным направлениям использования топинамбура. Принять государственную целевую программу «Топинамбур», которая обеспечила бы проведение комплексных исследований по разработке современных технологий возделывания и эффективных способов использования и переработки топинамбура в условиях республики;

2) организовать в республике специализированные хозяйства для обеспечения фермерских, дехканских и индивидуальных хозяйств качественным посадочным материалом. Для этого необходимо увеличить объёмы возделывания топинамбура. Топинамбур надо возделывать не на орошаемых землях, а на склонах, в оврагах и балках, поймах рек и на богарных землях, обеспеченных влагой. Это поможет обеспечить стабильность производства топинамбура и организовать его многоцелевое использование;

3) активизировать работу среди населения республики по повышению уровня знаний и информации о топинамбуре, его использованию и формированию нового отноше-

ния к этой культуре, как эффективной и перспективной культуре для использования в пищевых, кормовых, лекарственных и технических целях.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ярошевич М.И., Веьер Н.Н. Топинамбур – перспективная культура многоцелевого использования. – Тр. БГУ, 2010, т. 4, вып. 2, с. 1-12.
2. Кочнев Н.К., Колинничева М.В. Топинамбур – биоэнергетическая культура XXI века. – М.: Типография «Арес», 2002, 76 с.
3. Голубев В.Н., Мамонова Г.В. Сохранение качества клубней топинамбура. – Хранение и переработка сельхозсырья, 1997, №22, с. 20-23.
4. Багаутдинова Р.И., Федосеева Г.П. Продуктивность и фракционный состав углеводного комплекса разных по скороспелости сортов топинамбура. – Сельскохозяйственная биология, 2000, №1, с. 55-63.
5. Кохана Б.М., Арасимович Б.В. Биохимия топинамбура. – Кишинев, 1974, 88 с.
6. Александрова М.М. Разработка энерго- и ресурсосберегающей технологии этанола из топинамбура: Дисс... к. т. н. – М., 2001, 138 с.
7. Кохана Б.М. Изучение полисахаридов тыквы и топинамбура: - Автореф. дисс... к. т. н. – Кишинев, 1970, 25 с.
8. Данченко Л.В. Технология пектина и пектинопродуктов. – М.: Изд-во Дели, 2000, 255 с.
9. Варламова К.А., Кошелев В.И., Серегин В.В. Химический состав и пищевая ценность некоторых сортов топинамбура. – Проблемы возделывания и использования топинамбура и тописолнечника: IV Межд. науч.- практ. конф. – Воронеж, 1992, с. 18-19.
10. Пономарева М.С. Разработка комплексной технологии этанола из топинамбура на основе дифференцированных способов переработки сырья: Дисс... к. т. н. - М., 2009, 178 с.
11. Прокопенко Л.С., Юрченко Х.Ф. Химический состав и питательная ценность клубней топинамбура. – Топинамбур и тописолнечник – проблемы возделывания и использования: Тез. докл. III Всес. научн.-произв. конф. – Одесса, 1991, с. 59.
12. Микробиология пищевых производств. – М.: Агропромиздат, 1988, 256 с.
13. Зеленков В.Н., Кочнев Н.К., Шелкова Т.В. Топинамбур (земляная груша) – перспективная культура многоцелевого назначения. - Новосибирск: НТФ «Арис», 1993, с. 18-30.
14. Пасько Н.М. Топинамбур – кормовое, техническое и пищевое растение. – Охрана природы Адыгеи, 1987, вып. 3, с. 72-75.
15. Королев Д.Д., Симаков Е.А., Старовой В.И. Картофель и топинамбур – продукты будущего. – М.: ФНГУ «Росинформагротех», 2007, с. 236-239.
16. Сумин Ю.Р., Бородин А.М. Программа Топинамбур – стратегический ресурс России. – Биоэнергетические культуры XXI века: Тез. докл. конф. - Н. Новгород, 2008, с. 50-51.
17. Варгамов Г.П., Долгошеев А.М., Варламов А.Г., Зимин В.С. Технология и оборудование для глубокой переработки топинамбура: получение фруктозы и инулина. –Тракторы и с.-х. машины, 1999, №6, с. 17-21.
18. Литвинов В.Н. Кормовые культуры Таджикистана. – Душанбе: Ирфон, 1965, 295 с.
19. Рейнгарт Э.С., Кочнев Н.К., Понамарев А.Г., Звягинцев П.С. Перспективы использования топинамбура для производства биоэтанола. – Достижения науки и техники РПК, 2008, №1, с. 38-40.
20. Партоев К., Сайдалиев Н., Рахимов А. Топинамбур – возобновляемый биологический ресурс в условиях Таджикистана. – Сб.науч.тр. межд.науч.-практ.конф., посвящ. 85-летию со дня рождения Л.Г. Боброва (11-12 декабря 2013 г, КазНИИКО, Кайнар). – Алматы, 2013, с. 437-440.

Ҳ.М.АХМЕДОВ, К.ПАРТОЕВ\*, Г.А.ТАШБАЕВ  
**ТАРКИБИ ХИМИЯВӢ, МАҲСУЛНОКИИ БИОЛОГӢ ВА ҲОҶАГИИ  
ТОПИНАМБУР**

*Маркази рушди инноватсионии илм ва технологияҳои нави  
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон,  
\*Институти ботаника, физиология ва генетикаи растани  
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Дар мақола таркиби химиявии лӯндаҳои топинамбур, натиҷаҳои таҳқиқоти муаллифон доир ба омӯхтани хусусиятҳои нашъунамо, маҳсулнокии биологӣ ва ҳосилнокии бехмеваи топинамбур дар водиҳои Ҳисор ва Рашт маълумот дода шудааст. Дурнамои истифодаи топинамбур ҳамчун хӯроки чорво ва ашёи хом барои ҳосил кардани сӯзишвори биологӣ баҳодихӣ карда шудааст. Тарзи ҳосил кардани биоэтанол аз топинамбур коркард шудааст, ки он барои ба даст овардани миқдори зиёди биоэтанол имконият медиҳад. Таркиби сӯзишвори биологӣ барои муҳаррикҳои дарунсӯз тавсия шудааст. Роҳҳои пурзӯр намудани корҳо дар соҳаи ҳосил кардан ва татбиқ намудани топинамбур дар Ҷумҳурии Тоҷикистон нишон дода шудаанд.

**Калимаҳои калидӣ:** биотехнология – ашёи растанигӣ – биоэнергетика – сӯзишвори биологӣ – топинамбур – ҳосилнокӣ – биоэтанол – намудҳои ашёи ғайримуқаррарӣ – саноати спиртӣ – карбогидратҳо.

KH.M.AKHMEDOV, K.PARTOEV\*, G.A.TASHBAEV  
**THE CHEMICAL COMPOUND, BIOLOGICAL AND ECONOMIC  
EFFICIENCY JERUSALEM ARTICHOKE**

*Center for innovative development of science and new technologies,  
Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan,  
\*Institute of Botany, Plant Physiology and Genetics,  
Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

In this article provides basic information on the chemical composition of Jerusalem artichoke, research authors on the study of features of growth and development, biological productivity and yield of Jerusalem artichoke tubers under Gissar and the Rasht Valley. Given the prospect of evaluation use Jerusalem artichoke, as feed for livestock and raw materials for biofuels. Developed a method of producing ethanol from Jerusalem artichoke allows to obtain high yield of ethanol. Recommended composition of biofuels for internal combustion engines. Indicated the ways of intensification of work in the field of preparation and application of Jerusalem artichoke in the Republic of Tajikistan.

**Key words:** biotechnology – plant material – bioenergy – biofuels – Jerusalem artichoke – productivity – bioethanol – unconventional materials – alcohol industry – carbohydrates.

ИНОМУ БОБОДЖАНОВУ – 80 ЛЕТ



23 февраля 2015 года исполнилось 80 лет со дня рождения одного из первых исследователей-таджиков в области физики космических лучей, кандидата физико-математических наук Инома Бободжанова.

Он родился 23 февраля 1935 году в городе Ура-Тюбе (ныне Истаравшан). В 1953-58 гг. обучался на физико-математическом факультете Таджикского госуниверситета (ныне Таджикский национальный университет).

В 1957 году был направлен в лабораторию профессора С.Э.Фриша (Ленинградский университет) для прохождения производственной практики и выполнения ди-

пломной работы. Трудовую деятельность начал в Таджикском госуниверситете в 1958 году в качестве старшего лаборанта кафедры экспериментальной физики, затем проходил стажировку на кафедре ядерной физики в Казахском государственном университете в г. Алма-Ата под руководством профессора В.В.Чердынцева.

С 1959 года И.Бободжанов перешел на работу в Отдел физики и математики при Президиуме Академии наук Таджикской ССР, далее стажировался в г. Алма-Ата и проходил аспирантуру в Академии наук Таджикской ССР, продолжая исследования под руководством профессора В.В.Чердынцева.

В 1960 году И.Бободжановым была организована экспедиция на Памир, на станцию Чечекты (3860 м над ур. моря в Мургабский район Горно-Бадахшанской автономной области) для выполнения совместных работ в области космических лучей с физиками Таджикского госуниверситета.

Первая научная работа И.Бободжанова по оценке асимметрии вылета нейтронов при захвате отрицательных мю-мезонов космических лучей ядрами была опубликована в журнале «Известия АН Таджикской ССР» в 1962 году совместно с Л.Л.Кашкаровым и В.М.Иваненко. Пожалуй, это была первая работа в области ядерной физики в Таджикистане.

В 70-е годы Ином Бободжанов активно сотрудничает с физиками-ядерщиками Объединенного института ядерных исследований (ОИЯИ, г. Дубна), где в 1972 году им

была защищена кандидатская диссертация на тему: «Образование нейтронов в мюзахвате». В те же годы начинаются работы по теме «Поиск новых короткоживущих частиц и исследование их свойств» совместно с Лабораторией высоких энергий ОИЯИ г.Дубна, руководимой академиком А.М.Балдиным. Первые совместные результаты были опубликованы совместно с сотрудниками профессора К.Д.Толстова в журнале «Письма в ЖЭТФ» в 1977 году.

Хотя работы по изучению космических лучей по инициативе Д.В.Скобельцина и под руководством В.И.Векслера были начаты на Памире еще с 1944 года, с 1971 года начинается крупномасштабный рентгенэмульсионный эксперимент «Памир» (Н.А.Добротин, С.А.Славатинский, Ю.А.Смородин).

И.Бободжановым совместно с В.М.Максименко в 1971 году в ходе поисковой экспедиции была выбрана площадка для монтажа методической камеры в урочище Ак-Архар (высота 4400-4900 м над ур. м.). В том же году совместно с ФИАН СССР впервые на высоте 4400 м над ур. м. в суровых климатических условиях были смонтированы рентгенэмульсионные камеры «Памир-20-71» и «Памир-120-72», предназначенные для изучения возможностей регистрации адронной компоненты космических лучей.

При активном участии И.Бободжанова в 1973-1975 годы были собраны крупномасштабные РЭК «Памир-73/74», «Памир-74/75» и, наконец, проектная камера «Памир-75/76» площадью 1000 м<sup>2</sup>, для исследования ядерных взаимодействий при энергиях 10<sup>15</sup>-10<sup>17</sup> эВ.

В 1994 году совместно с японскими физиками из Института космических исследований г. Токио обработал суперсемейство «Таджикистан» с энергией взаимодействия частиц космических лучей 10<sup>18</sup> эВ. Это наибольшая энергия взаимодействия частиц, из всех зарегистрированных в 20 веке, в мировой практике, с использованием больших рентгеноэмульсионных камер.

С результатами научных исследований Ином Бабаджанов неоднократно выступал на международных конференциях, симпозиумах, семинарах и на рабочих совещаниях в Москве, Дубне, Тбилиси, Ташкенте, Якутске, Самарканде, Польше, Болгарии, Японии и др. странах.

Глубокий профессионализм, неиссякаемое трудолюбие, высокое чувство ответственности и требовательности к себе характеризуют И.Бободжанова, заслужившего уважение всех, кто его знает и работает вместе с ним в стенах Физико-технического института им. С.У.Умарова.

Мы искренне поздравляем Инома Бободжанова с юбилеем, желаем ему крепкого здоровья и больших творческих успехов.

Вице-президент АН Республики Таджикистан, академик АН РТ С.О.Одинаев,  
директор ФТИ им.С.У.Умарова, чл.-корр. АН РТ Х.Х.Муминов,  
главный научный сотрудник ФТИ им.С.У.Умарова, академик АН РТ Р.М.Марупов,  
ведущий научный сотрудник лаборатории физики кристаллов Р.А.Кариева и другие.

Редакция и корректура – Н.Г.Сапожников

---

---

Сдано в набор 01.09.2015 г. Подписано в печать 15.09.2015 г.  
Печать офсетная. Формат 70×100 1/16. Гарнитура Times. Усл. печ. л.8. Заказ № \_\_\_\_.  
Тираж 300 экз.

---

---

*Адрес редколлегии: 734025, Душанбе, пр.Рудаки, 33, каб. 47.  
Тел.:2-21-62-64. E-mail: danrt@mail.ru  
Издательство «Дониш»: 734029, Душанбе, ул.Айни, 121, корп.2.*

---

---