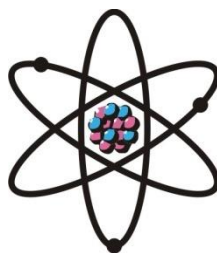


ОТДЕЛЕНИЕ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ, ХИМИЧЕСКИХ,  
ГЕОЛОГИЧЕСКИХ И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Журнал основан  
в январе 1952 г.



№ 4 (161)  
2015 г.

---

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

**С.О.Одинаев** – главный редактор, академик, доктор физико-математических наук, профессор; **Кохирова Г.И.** – зам.главного редактора, доктор физико-математических наук; **Н.Г.Сапожников** – ответственный секретарь; **Х.М.Ахмедов** – академик, доктор химических наук; **П.Б.Бабаджанов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **И.Н.Ганиев** – академик, доктор химических наук, профессор; **М.И.Илолов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **Р.М.Марупов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **У.М.Мирсаидов** – академик, доктор химических наук, профессор; **Х.Х.Муминов** – член-корреспондент, доктор физико-математических наук, профессор; **С.Х.Негматуллаев** – академик, доктор технических наук; **Н.Р.Раджабов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **Ф.Рахими** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **З.Х.Рахмонов** – член-корреспондент, доктор физико-математических наук, профессор; **З.Д.Усманов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **А.Р.Файзиев** – член-корреспондент, доктор геолого-минералогических наук, профессор; **Д.Х.Халиков** – академик, доктор химических наук, профессор.

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

**М.Ш.Шабозов, С.Н.Мехмонзода.** Точные оценки совместного приближения функций двух переменных и их производных многогранными функциями .....7

**К.Тухлиев, К.Н.Муродов.** Точные оценки скорости сходимости рядов Фурье-Бесселя и значения  $\mathcal{K}$ -функционалов ..... 16

ИНФОРМАТИКА

**Т.И.Хайтов.** Нахождение единицы собственного времени колебательного процесса ..... 27

АСТРОНОМИЯ

**Г.И.Кохирова, С.П.Литвинов, У.Х.Хамроев, М.Р.Ахметзянов.** Результаты астрометрии суперболида 23 июля 2008 г. .... 32

#### **АСТРОФИЗИКА**

**Х.И.Ибадинов, А.Г.Сафаров.** Некоторые закономерности образования аномального хвоста комет ..... 47

#### **ФИЗИКА**

**Х.Х.Муминов, Ф.Ш.Шокиров.** Динамика взаимодействия доменных границ в (2+1)-мерной нелинейной сигма-модели ..... 57

**Д.М.Акдолов.** Определение коэффициента объёмной вязкости и модуля объёмной упругости на основе обобщенного потенциала ионно-молекулярных систем ..... 65

**Т.Х.Салихов, Ю.П.Ходжаев.** Теория генерации основной гармоники нелинейного фотоакустического отклика двухслойных полупрозрачных образцов ..... 75

#### **ФИЗИКА АТМОСФЕРЫ**

**Х.И.Кодирова, Т.Шукуров, Б.И.Назаров, С.Ф.Абдуллаев.** ИК-спектроскопия проб пылевого аэрозоля и почв зоны распространения пылевой бури ..... 88

#### **АНАЛИТИЧЕСКАЯ ХИМИЯ**

**М.И.Дегтев, А.А.Аминджанов\*, Е.Н.Аликина.** Комплексообразование ионов скандия (III) и иттрия (III) с аминотетраамированными производными 1,2-диоксиантрахинона ..... 97

#### **НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ**

**О.А.Азизкулова, Г.Н.Солехова.** Координационные соединения цинка (II) с 3-метил-1,2,4-триазолтиолом-5 ..... 105

#### **ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ**

**Э.М.Аслзода.** Буровые растворы и их значение при проходке соленосных отложений в сложных геологических условиях ..... 113

#### **ПЕТРОХИМИЯ**

**М.М.Мамадвафоев.** К петрохимии магматических образований бассейна Фан-Дарьи (Зеравшанский хребет) ..... 119

#### **ПАЛЕОНТОЛОГИЯ**

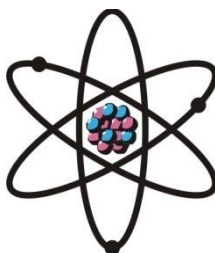
**А.А.Сабилов.** Классификация и филогения палеозойских известковых фораминифер отряда Earlandiida ..... 128

#### **ПАМЯТИ УЧЁНОГО**

**Магалим Акрамович Субханкулов (11.04.1920 – 10.09.1976)** ..... 138

**ШҮЪБАИ**  
**ИЛМҲОИ ФИЗИКАЮ МАТЕМАТИКА,**  
**ХИМИЯ, ГЕОЛОГИЯ ВА ТЕХНИКА**

Маҷалла аз моҳи  
январӣ соли 1952  
нашр мешавад



№ 4 (161)  
с. 2015

**ҲАЙАТИ ТАҲРИРИЯ:**

**С.О.Одинаев** – сармуҳаррир, академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор;  
**Кохирова Г.И.** – муовини сармуҳаррир, академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор;  
**Н.Г.Сапожников** – котиби масъул; **Ҳ.М.Ахмедов** – академик, доктори илми химия;  
**Р.Б.Бобочонов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор;  
**И.Н.Ғаниев** – академик, доктори илми химия, профессор; **М.И.Илолов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Р.М.Маърупов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Ҷ.М.Мирсаидов** – академик, доктори илми химия, профессор;  
**Ҳ.Ҳ.Муминов** – узви вобаста, доктори илмҳои физикаю математика, профессор;  
**С.Х.Неъматуллоев** – академик, доктори илмҳои техника; **Ф.Раҳимӣ** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **З.Ҳ.Раҳмонов** – узви вобаста, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Н.Р.Рачабов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **З.Ҷ.Усмонов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор;  
**А.Р.Ғайзиев** – узви вобаста, доктори илмҳои геология ва минералогия, профессор;  
**Ҷ.Х.Холиқов** – академик, доктори илми химия, профессор.

**МУНДАРИҶА**

**МАТЕМАТИКА**

<b>М.Ш.Шабозов, С.Н.Меҳмонзода.</b> Наздиккунии функсияҳои дутағирёбанда ба воситаи функсияҳои бисёрруя.....	7
<b>Қ.Тухлиев, К.Н.Муродов.</b> Баҳои аниқи суръти наздикшавии қаторҳои Фурье-Бессел ва кимати $K$ -функсионалҳо .....	16

**ИНФОРМАТИКА**

<b>Т.И.Ҳайтов.</b> Муайян кардани воҳиди вақти хоси раванди лапиш .....	27
---	----

**АСТРОНОМИЯ**

<b>Г.И.Қохирова, С.П.Литвинов, У.Ҳ.Ҳамроев, М.Р.Аҳметзянов.</b> Натиҷаҳои коркарди астрометрии суперболиди 23 июли с. 2008 .....	32
--	----

## **АСТРОФИЗИКА**

**Х.И.Ибодинов, А.Ф.Сафаров.** Баъзе қонуниятҳои пайдошавии думи аномалии кометаҳо ..... 47

## **ФИЗИКА**

**Ҳ.Ҳ.Муминов, Ф.Ш.Шокиров.** Динамикаи таъсири мутақобили сарҳадҳои доменӣ дар сигма-моделҳои ғайрихаттии (2+1)-чена..... 57

**Д.М.Ақлодов.** Муайян намудани коэффисиенти часпакии ҳаҷмӣ ва модули чандирии ҳаҷмӣ дар асоси потенциали мутақобилаи умумишудаи системаҳои ионӣ-молекулавӣ ..... 65

**Т.Ҳ.Солиҳов, Ю.П.Хочаев.** Назариёти ангезиши гармоникаи асосии сигнали ғайрихаттии фотоакустикии намунаҳои дуқабатаи нимшаффоф ..... 74

## **ФИЗИКАИ АТМОСФЕРӢ**

**Х.И.Қодирова, Т.Шуқуров, Б.И.Назаров, С.Ф.Абдуллоев.** Тадқиқоти намунаҳои аэрозолҳои хокӣ ва хокҳои минтақаҳо бо усули спектроскопияи инфрасурх ҳангоми ҳаракати бӯҳрони чангу губор..... 88

## **ХИМИЯИ АНАЛИТИКӢ**

**М.И.Дегтев, А.А.Аминҷонов, Е.Н.Аликина.** Комплексишудани ионҳои скандиӣ (III) ва иттрийӣ (III) бо ҳосилаҳои аминометилҳои 1,2-диоксиантрахинон ..... 97

## **ХИМИЯИ ҒАЙРИОРГАНИКӢ**

**О.А.Азизқуллова, Г.Н. Солеҳова.** Пайвастиҳои координатсионии руҳ (II) бо 3-метил-1,2,4-триазолтиол-5..... 105

## **ХИМИЯИ ФИЗИКАВӢ**

**Э.М.Аслзода.** Маҳлулҳои гилӣ ва аҳамияти онҳо ҳангоми пармакунии қабатҳои намақдор дар шароитҳои мушкили геологӣ ..... 113

## **ПЕТРОХИМИЯ**

**М.М.Мамадҷафоев.** Оиди петрохимии ташкилфтаҳои магматикии водии Фон-Дарё (қаторкуҳи Зарафшон) ..... 119

## **ПАЛЕОНТОЛОГИЯ**

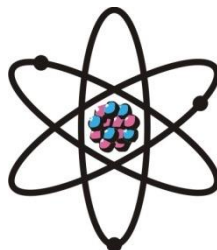
**А.А.Собиров.** Таснифот ва таҳаввулоти фораминифераҳои палеозои оҳакии гурӯҳи Earlandiida ..... 128

## **ЁДБУДИ ОЛИМ**

**Мағалим Акрамович Субханкулов (11.04.1920 – 10.09.1976)** ..... 138

**DEPARTMENT OF  
PHYSICAL, MATHEMATICAL, CHEMICAL,  
GEOLOGICAL AND TECHNICAL SCIENCES**

The journal was established  
in January 1952



*№ 4 (161)*  
2015

---

**EDITORIAL BOARD**

Prof. **Saidmukhammad Odinaev**, Doctor of Physical and Mathematical, Editor-in-Chief; **Gulchekhra Kokhirova**, Doctor of Physical and Mathematical, Deputy Editor-in-Chief; **Nikolay Sapozhnikov**, Secretary; **Khakim Akhmedov**, Doctor of Chemistry; Prof. **Pulat Babadzhanov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Abdulkhak Faysiev**, Doctor of Geology and Mineralogy; Prof. **Mamadsho Iolov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Izatullo Ganiev**, Doctor of Chemistry; Prof. **Dzhuraboy Khalikov**, Doctor of Chemistry; Prof. **Rakhim Marupov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Ulmas Mirsaidov**, Doctor of Chemistry; Prof. **Khikmat Muminov**, Doctor of Physical and Mathematical; **Sabit Negmatullaev**, Doctor of Engineering; Prof. **Nusrat Rajabov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Farhod Rakhimi**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Zarullo Rakhmonov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Zafar Usmanov**, Doctor of Physical and Mathematical.

**CONTENTS**

**MATHEMATICS**

- M.Sh.Shabozov, S.N.Mehmonzoda**. On approximation of functions of two variables by polyhedral functions ..... 7
- K.Tukhliev, K.N.Murodov**. Exact estimates of the rate of convergence of Fourier-Bessel and the values of  $\mathcal{K}$ -functional ..... 16

**INFORMATICS**

- T.I.Khaitov**. Finding the proper time unit oscillatory process ..... 27

**ASTRONOMY**

- G.I.Kokhirova, S.P.Litvinov, U.H.Hamroev, M.R.Ahmetzyanov**. The results of astrometric reduction of the superbolide 23 July 2008 ..... 32

**ASTROPHYSICS**

- Kh.I.Ibadinov, A.G.Safarov**. Some laws abnormal tail formation in the comets ..... 47

## PHYSICS

- Kh.Kh.Muminov, F.Sh.Shokirov.** Dynamics of interaction of domain walls in (2+1)-dimensional non-linear sigma-model ..... 57
- D.M.Akdodov.** Determining coefficient bulk viscosity and the bulk elasticity modulu on the basis generalized of ion-molecule systems ..... 65
- T.Kh.Salikhov, Yu.P.Khojaev.** The theory of generation of the first harmonic of photoacoustic signal of the bilayer semitransparents samples ..... 75

## ATMOSPHERE PHYSICS

- Kh.I.Kodirova, T.Shukurov, B.I.Nazarov, S.F.Abdullaev.** IR-spectroscopy of dust aerosol samples and soil of the dust storms transformation zone..... 88

## ANALITICAL CHEMISTRY

- M.I.Degtev, A.A.Aminjanov, E.N.Alikina.** Complexation of scandium ions (III) and yttrium (III) with amino methylated derivatives of 1,2-dioksiantrahinon..... 97

## INORGANIC CHEMISTRY

- O.A.Azizulova, G.N.Solehova.** Coordinating compounds of zincum (ii) with 3-methyl-1,2,4-triazolthiol-5..... 105

## PHYSICAL CHEMISTRY

- E.M.Asizoda.** Drilling agents and their value when driving salt-bearing deposits in difficult geological conditions ..... 113

## PETROCHEMISTRY

- M.M.Mamadvafoev.** On petrochemical magmatic formations of Fan-Darya river basin (Zeravchan ridge) ..... 119

## PALEONTOLOGY

- A.A.Sabirov.** The taxonomy and phylogenesis of the paleozoic calcareous foraminifera of the order Earlandiida ..... 128

## MEMORY OF SCIENTIST

- Magalim Akramovich Subkhankulov (11.04.1920 – 10.09.1976)** ..... 138

УДК 517.5

М.Ш.ШАБОЗОВ, С.Н.МЕХМОНЗОДА\*

**ТОЧНЫЕ ОЦЕНКИ СОВМЕСТНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ФУНКЦИЙ  
ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ И ИХ ПРОИЗВОДНЫХ МНОГОГРАННЫМИ  
ФУНКЦИЯМИ**

*Институт математики им.А.Джураева АН Республики Таджикистан,*

*\*Таджикский национальный университет*

*Поступила в редакцию 12.10.2015 г.*

*В работе найдены точные оценки погрешности приближения непрерывных функций двух переменных и их частных производных многогранными функциями и их соответствующими частными производными в равномерной метрике.*

**Ключевые слова:** многогранная функция, модуль непрерывности, выпуклая функция, решетка узлов.

1. Пусть  $C(Q)$  – множество функций двух переменных  $f(x, y)$ , заданных и непрерывных в квадрате  $Q := \{(x, y) : 0 \leq x, y \leq 1\}$ , с обычной нормой

$$\|f\|_C := \|f\|_{C(Q)} = \max\{|f(x, y)| : (x, y) \in Q\}.$$

Через  $C^{(r,s)}(Q)$  ( $r, s \in \mathbb{Z}_+$ ,  $C^{(0,0)}(Q) = C(Q)$ ) обозначим класс функций  $f(x, y)$ , обладающих непрерывными частными производными

$$f^{(i,0)}(x, y) := \partial^i f / \partial x^i \quad (i \leq r) \text{ и } f^{(0,j)}(x, y) := \partial^j f / \partial y^j \quad (j \leq s).$$

Произвольную функцию  $f(x, y) \in C(Q)$  можно сопоставить как полный модуль непрерывности [1]

$$\omega(f; t, \tau) = \sup\{|f(x', y') - f(x'', y'')| : |x' - x''| \leq t, |y' - y''| \leq \tau\},$$

---

*Адрес для корреспонденции:* Шабозов Мирганд Шабозович. 734063, Республика Таджикистан, г.Душанбе, ул.Айни, 299/4. Институт математики АН РТ. E-mail: shabozov@mail.ru

где  $(x', y'), (x'', y'') \in Q$ , так и частные модули непрерывности:

$$\omega(f; t, 0) = \sup \{ |f(x', y) - f(x'', y)| : |x' - x''| \leq t, 0 \leq y \leq 1 \},$$

$$\omega(f; 0, \tau) = \sup \{ |f(x, y') - f(x, y'')| : 0 \leq x \leq 1, |y' - y''| \leq \tau \},$$

характеризующие изменение функции  $f(x, y)$  вдоль каждой переменной.

Обозначим через  $W^{(r,s)}H^\omega := W^{(r,s)}H^\omega(Q)$  ( $r, s \in \mathbb{Z}_+, W^{(0,0)}H^\omega = H^\omega$ ) класс таких функций  $f(x, y) \in C^{(r,s)}(Q)$ , для любых двух точек  $(x', y'), (x'', y'') \in Q$  удовлетворяющих условию

$$|f^{(r,s)}(x', y') - f^{(r,s)}(x'', y'')| \leq \omega(|x' - x''|, |y' - y''|),$$

где  $\omega(t, \tau)$  – заданный полный модуль непрерывности. Через  $W^{(r,s)}H^{\omega_1, \omega_2} := W^{(r,s)}H^{\omega_1, \omega_2}(Q)$  ( $r, s \in \mathbb{Z}_+, W^{(0,0)}H^{\omega_1, \omega_2} = H^{\omega_1, \omega_2}$ ) – обозначим класс функций  $f(x, y) \in C^{(r,s)}(Q)$ , которые для любых двух точек  $(x', y'), (x'', y'') \in Q$  удовлетворяют условию

$$|f^{(r,s)}(x', y') - f^{(r,s)}(x'', y'')| \leq \omega_1(|x' - x''|) + \omega_2(|y' - y''|),$$

где  $\omega_1(t)$  и  $\omega_2(\tau)$  – заданные модули непрерывности.

Параллельно будем рассматривать класс  $W^{(r,s)}H^{\omega, 2} := W^{(r,s)}H^{\omega, 2}(Q)$  ( $r, s \in \mathbb{Z}_+, W^{(0,0)}H^{\omega, 2} = H^{\omega, 2}$ ) – функций  $f(x, y) \in C^{(r,s)}(Q)$ , таких, что

$$|f^{(r,s)}(M') - f^{(r,s)}(M'')| \leq \omega(\rho(M', M'')),$$

где  $\rho(M', M'')$  – евклидово расстояние между точками  $M'(x', y'), M''(x'', y'') \in Q$ , то есть  $\rho(M', M'') = \sqrt{(x'' - x')^2 + (y'' - y')^2}$ , а  $\omega(t)$  – заданный на отрезке  $0 \leq t \leq \sqrt{2}$  модуль непрерывности.

Пусть  $f(x, y) \in C(Q)$  и задана решётка равноотстоящих узлов  $M_{ki} := M(x_k, y_i)$ , где  $x_k = k/m (k = \overline{0, m}), y_i = i/n (i = \overline{0, n}), m, n \in \mathbb{N}$  – фиксированные числа. Прямоугольники с вершинами в точках  $M_{k-1, i-1}, M_{k-1, i}, M_{k, i-1}, M_{k, i} (k = \overline{0, m}, i = \overline{0, n})$  обозначим через  $Q_{k, i}$ .

**Определение.** Многогранной функцией, вписанной в  $f(x, y)$  в узлах  $M_{ki}$ , называется такая функция  $\mathcal{L}_{m, n}(f; x, y)$ , для которой:

$$1) \mathcal{L}_{m, n}(f; x_k, y_i) = f(x_k, y_i), k = \overline{0, m}, i = \overline{0, n};$$



2) каждый прямоугольник  $Q_{k,i}$  можно разбить на два треугольника с вершинами в узлах, на которых  $\mathcal{L}_{m,n}(f; x, y)$  линейна по каждой из переменных  $x$  и  $y$ .

Ясно, что для любой функции  $f(x, y) \in C(Q)$  многогранная функция  $L_{m,n}(f; x, y) \in C(Q)$  определяется при фиксированных узлах, вообще говоря, неоднозначно. Для  $(x, y) \in Q_{k,i}$  ( $k = \overline{0, m}; i = \overline{0, n}$ ) полагаем:

$$\begin{aligned} H_{0,k}(x) &= m(x_k - x), \sum_{p=0}^1 H_{p,k}(x) = 1; \\ H_{0,i}(y) &= n(y_i - y), \sum_{p=0}^1 H_{p,i}(y) = 1, \end{aligned} \quad (1)$$

а также определим подобласти из  $Q_{k,i}$ , зависящие от параметра  $\tau \in [0, 1]$ :

$$\begin{aligned} Q_{k,i}^{(1)} &:= \{(x, y) : x_{k-1} \leq x \leq x_k, y_{i-1} + \tau/n \leq y \leq y_i\}; \\ Q_{k,i}^{(2)} &:= \{(x, y) : x_{k-1} \leq x \leq x_k, y_{i-1} \leq y \leq y_{i-1} + \tau/n\}; \\ Q_{k,i}^{(3)} &:= \{(x, y) : x_{k-1} \leq x \leq x_k, y_{i-1} \leq y \leq y_i - \tau/n\}; \\ Q_{k,i}^{(4)} &:= \{(x, y) : x_{k-1} \leq x \leq x_k, y_i - \tau/n \leq y \leq y_i\}. \end{aligned}$$

Тогда многогранная функция  $\mathcal{L}_{m,n}(f; x, y)$  есть непрерывная функция, которая может быть задана одним из двух следующих выражений

$$\begin{aligned} L_{m,n}(f; x, y) &:= \\ &= \begin{cases} H_{0,i}(y)f(x_{k-1}, y_{i-1}) + (H_{1,i}(y) - H_{1,k}(x))f(x_{k-1}, y_i) + \\ + H_{1,k}(x)f(x_k, y_i), (x, y) \in Q_{k,i}^{(1)}; \\ H_{0,k}(x)f(x_{k-1}, y_{i-1}) + (H_{1,k}(x) - H_{1,i}(y))f(x_k, y_{i-1}) + \\ + H_{1,i}(y)f(x_k, y_i), (x, y) \in Q_{k,i}^{(2)}. \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} L_{m,n}(f; x, y) &:= \\ &= \begin{cases} (H_{0,k}(x) - H_{1,i}(y))f(x_{k-1}, y_{i-1}) + H_{1,i}(y)f(x_{k-1}, y_i) + \\ + H_{1,k}(x)f(x_k, y_i), (x, y) \in Q_{k,i}^{(3)}; \\ H_{0,k}(x)f(x_{k-1}, y_i) + (H_{1,k}(x) + H_{1,i}(y))f(x_k, y_i) - \\ - H_{1,i}(y)f(x_k, y_{i-1}), (x, y) \in Q_{k,i}^{(4)}. \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

Из представлений (2) и (3) сразу видно, что в частичных треугольниках  $Q_{k,i}^{(\nu)}$  ( $\nu = \overline{1, 4}$ ) многогранная функция имеет вид:

$$\mathcal{L}_{m,n}(f; x, y) := a_{k,i}^{(\nu)} + b_{k,i}^{(\nu)}x + c_{k,i}^{(\nu)}y \quad (\nu = \overline{1,4}),$$

где  $a_{k,i}^{(\nu)}, b_{k,i}^{(\nu)}, c_{k,i}^{(\nu)}$  – произвольные действительные числа.

Требуется оценить погрешность одновременного приближения функций и ее частных производных многогранной функцией и ее соответствующими частными производными:

$$|e_{m,n}^{(l,j)}(f; x, y)| \stackrel{\text{def}}{=} |f^{(l,j)}(x, y) - \mathcal{L}_{m,n}^{(l,j)}(f; x, y)| \quad (l, j = \overline{0,1})$$

в каждой точке  $(x, y) \in Q_{k,i} (k = \overline{1, m}, i = \overline{1, n})$  и для значений  $l \leq r, j \leq s, 0 \leq r + s \leq 1$  найти точное значение величины

$$\mathcal{E}_{m,n}^{(l,j)}(\mathfrak{M}) = \sup \left\{ \|e_{m,n}^{(l,j)}(f; \cdot, \cdot)\|_{C(Q)} : f \in \mathfrak{M} \right\}, \quad (4)$$

где  $\mathfrak{M}$  – один из перечисленных выше классов функций  $W^{(r,s)}H^\omega, W^{(r,s)}H^{\omega_1, \omega_2}$  или  $W^{(r,s)}H^{\omega, 2}$ . Отметим, что задача (4) для случая  $r = s = 0$  для классов функций  $H^\omega, H^{\omega_1, \omega_2}$  и  $H^{\omega, 2}$  в предположении выпуклости  $\omega(t, \tau)$  по обоим переменным  $t$  и  $\tau$  и выпуклости модулей непрерывности  $\omega_1(t), \omega_2(\tau), \omega(t)$  решена В.Ф.Сторчаем [2,3,4], где доказаны следующие равенства

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{m,n}(H^\omega) &= \omega\left(\frac{1}{2m}, \frac{1}{2n}\right), \\ \mathcal{E}_{m,n}(H^{\omega_1, \omega_2}) &= \omega_1\left(\frac{1}{2m}\right) + \omega_2\left(\frac{1}{2n}\right), \\ \mathcal{E}_{m,n}(H^{\omega, 2}) &= \omega\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{m^2} + \frac{1}{n^2}}\right). \end{aligned}$$

Таким образом, задача (4) не решена для случаев  $r = 1, s = 0$  и  $r = 0, s = 1$ , то есть для случаев приближения частных производных  $f^{(1,0)}(x, y)$  и  $f^{(0,1)}(x, y)$  соответствующими производными  $\mathcal{L}_{m,n}^{(1,0)}(f; x, y)$  и  $\mathcal{L}_{m,n}^{(0,1)}(f; x, y)$  многогранной функции  $\mathcal{L}_{m,n}(f; x, y)$  для классов  $W^{(r,s)}H^\omega, W^{(r,s)}H^{\omega_1, \omega_2}, W^{(r,s)}H^{\omega, 2}$  в метрике пространства  $C(Q)$ . Здесь приводим решение задачи (4) для этих случаев.

В дальнейшем полагаем

$$F_\nu(x_k, y_\nu) = f(x_k, y_\nu) - f(x_{k-1}, y_\nu), \quad \nu = i, i-1,$$

$$F_\mu(x_\mu, y_i) = f(x_\mu, y_i) - f(x_\mu, y_{i-1}), \quad \mu = k, k-1.$$

Очевидно, что частные производные  $\mathcal{L}_{m,n}^{(1,0)}(f; x, y)$  и  $\mathcal{L}_{m,n}^{(0,1)}(f; x, y)$  соответственно на множествах

$$A_k = \{(x, y) : x = x_k, 0 \leq y \leq 1\} \quad (k = \overline{0, m}),$$

$$B_\nu = \{(x, y) : y = y_\nu, 0 \leq x \leq 1\} \quad (j = \overline{0, n})$$

и на гипотенузах треугольников, соединяющих вершины прямоугольников  $Q_{k,i}$ , терпят разрывы первого рода. Частную производную  $\mathcal{L}_{m,n}^{(1,0)}(f; x, y)$ , как и в работах [5,6], определим для всех точек  $(x, y) \in G'_k := [x_{k-1}, x_k] \times [0, 1]$  ( $k = \overline{1, m-1}$ ) до непрерывности, полагая  $\mathcal{L}_{m,n}^{(1,0)}(f; x, y) := mF_\nu(x_k, y_\nu)$ ,  $\nu = i, i-1$ . При этом, если  $(x, y) \in G'_m = [x_{m-1}, x_m] \times [0, 1]$ , то  $\mathcal{L}_{m,n}^{(1,0)}(f; x, y) = mF_\nu(x_{m-1}, y_\nu)$ ,  $\nu = i, i-1$ . Аналогичным образом определим производную  $\mathcal{L}_{m,n}^{(0,1)}(f; x, y)$  в областях вида  $G''_i = [0, 1] \times [y_{j-1}, y_j]$   $j = \overline{1, n-1}$ ;  $G''_n = [0, 1] \times [y_{n-1}, y_n]$  и на всех областях  $Q_{k,i}^{(\nu)}$ ,  $\nu = \overline{1, 4}$ . Дифференцируя равенства (1) и (2) по переменным  $x$  и  $y$  соответственно будем иметь

$$\mathcal{L}_{m,n}^{(1,0)}(f; x, y) := \begin{cases} mF_i(x_k, y_i), & \text{если } (x, y) \in Q_{k,i}^{(1)} \cap Q_{k,i}^{(4)}, \\ mF_{i-1}(x_k, y_{i-1}), & \text{если } (x, y) \in Q_{k,i}^{(2)} \cap Q_{k,i}^{(3)}. \end{cases} \quad (5)$$

$$\mathcal{L}_{m,n}^{(0,1)}(f; x, y) := \begin{cases} nF_k(x_k, y_i), & \text{если } (x, y) \in Q_{k,i}^{(2)} \cap Q_{k,i}^{(4)}, \\ nF_{k-1}(x_{k-1}, y_i), & \text{если } (x, y) \in Q_{k,i}^{(1)} \cap Q_{k,i}^{(3)}. \end{cases}$$

Имеет место следующая

**Теорема 1.** Пусть  $\omega_1(t)$  и  $\omega_2(\tau)$  – произвольные модули непрерывности. Тогда для любых  $m, n \in \mathbb{N}$  справедливы равенства

$$\mathcal{E}_{m,n}^{(1,0)}(W^{(1,0)}H^{\omega_1, \omega_2}) = m \int_0^{1/m} \omega_1(t) dt + \omega_2\left(\frac{1}{n}\right) \quad (6)$$

$$\mathcal{E}_{m,n}^{(0,1)}(W^{(0,1)}H^{\omega_1, \omega_2}) = \omega_1\left(\frac{1}{m}\right) + n \int_0^{1/n} \omega_2(\tau) d\tau. \quad (7)$$

**Доказательство.** Равенства (6) и (7) доказываются по одной и той же схеме, а потому, не умаляя общности, докажем (6). Используя первое равенство из (5), определение и свойства разделенных разностей функции  $f(x, y)$  [7], а также интегральное представле-

ние разделенных разностей, для произвольных точек  $(x, y) \in Q_{k,i}^{(1)}$  (или  $(x, y) \in Q_{k,i}^{(4)}$ ) получаем

$$\begin{aligned}
e^{(1,0)}(f; x, y) &\stackrel{def}{=} f^{(1,0)}(x, y) - \mathcal{L}_{m,n}^{(1,0)}(f; x, y) = \\
&= f^{(1,0)}(x, y) - mF_i(x_k, y_i) = f^{(1,0)}(x, y) - m[f(x_k, y_i) - f(x_{k-1}, y_i)] = \\
&= f^{(1,0)}(x, y) - m(x_k - x) \frac{f(x_k, y_i) - f(x, y_i)}{x_k - x} - m(x - x_{k-1}) \frac{f(x, y_i) - f(x_{k-1}, y_i)}{x - x_{k-1}} = \\
&= f^{(1,0)}(x, y) - H_{0,k}(x)f(x, x_k; y_i) - H_{1,k}(x)f(x, x_{k-1}; y_i) = \\
&= f^{(1,0)}(x, y) - \sum_{p=0}^1 H_{p,k}(x)f(x, x_{k-p}; y_i) = \\
&= f^{(1,0)}(x, y) - \sum_{p=0}^1 H_{p,k}(x) \int_0^1 f^{(1,0)}(x + t(x_{k-p} - x), y_i) dt = \\
&= \sum_{p=0}^1 H_{p,k}(x) \int_0^1 [f^{(1,0)}(x, y) - f^{(1,0)}(x + t(x_{k-p} - x), y_i)] dt. \tag{8}
\end{aligned}$$

Аналогичным образом, если  $(x, y) \in Q_{k,i}^{(2)}$  (или  $(x, y) \in Q_{k,i}^{(3)}$ ), то, поступая как и выше, получаем представление погрешности (8) с заменой  $y_i$  на  $y_{i-1}$ . Оценивая равенство (8) по абсолютной величине, в силу принадлежности  $f(x, y)$  классу  $W^{(1,0)}H^{\omega_1, \omega_2}$  с учетом тождества (1) имеем

$$\begin{aligned}
|e^{(1,0)}(f; x, y)| &= |f^{(1,0)}(x, y) - \mathcal{L}_{m,n}^{(1,0)}(f; x, y)| \leq \\
&\leq \sum_{p=0}^1 H_{p,k}(x) \int_0^1 |f^{(1,0)}(x, y) - f^{(1,0)}(x + t(x_{k-p} - x), y_i)| dt \leq \\
&\leq \sum_{p=0}^1 H_{p,k}(x) \int_0^1 \left[ \omega_1(t | x_{k-p} - x|) + \sum_{p=0}^1 H_{p,k}(x) \omega_2(|y - y_i|) \right] dt = \\
&= \sum_{p=0}^1 H_{p,k}(x) \int_0^1 \omega_1(t | x_{k-p} - x|) dt + \omega_2(y_i - y) = \\
&= m \sum_{p=0}^1 \int_0^{H_{p,k}(x)/m} \omega_1(t) dt + \omega_2(y_i - y) := \Phi(x) + \omega_2(y_i - y). \tag{9}
\end{aligned}$$

Очевидно, что

$$\max \{ \Phi(x) : x_{k-1} \leq x \leq x_k \} = m \int_0^{1/m} \omega_1(t) dt. \quad (10)$$

Представив любую точку  $y \in [y_{i-1}, y_i]$  в виде  $y = y_{i-1} + \tau / n$ ,  $0 \leq \tau \leq 1$ , непосредственным вычислением получаем

$$\begin{aligned} & \max \{ \omega_2(y_i - y) : y \in [y_{i-1} + \tau / n, y_i] \cup [y_i - \tau / n, y_i] \} = \\ & = \max \left\{ \left( \omega_2 \left( \frac{1-\tau}{n} \right), \omega_2 \left( \frac{\tau}{n} \right) \right) : 0 \leq \tau \leq 1 \right\} = \omega_2 \left( \frac{1}{n} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Таким образом, из неравенства (9), благодаря (10) и (11), имеем

$$|e^{(1,0)}(f; x, y)| \leq m \int_0^{1/m} \omega_1(t) dt + \omega_2 \left( \frac{1}{n} \right). \quad (12)$$

Если же  $(x, y) \in Q_{k,i}^{(2)}$  или  $(x, y) \in Q_{k,i}^{(3)}$ , то аналогичным образом получаем неравенства

$$\begin{aligned} |e^{(1,0)}(f; x, y)| & \leq m \sum_{p=0}^1 \int_0^{H_{p,k}(x)/m} \omega_1(t) dt + \omega_2(y - y_{i-1}) \leq \\ & \leq m \int_0^{1/m} \omega_1(t) dt + \omega_2 \left( \frac{1}{n} \right). \end{aligned} \quad (13)$$

Так как неравенства (12) и (13) справедливы для произвольной функции  $f(x, y) \in W^{(1,0)} H^{\omega_1, \omega_2}$ , то, переходя к верхней грани по всем функциям из этого класса, приходим к неравенству

$$\mathcal{E}_{m,n}^{(1,0)} \left( W^{(1,0)} H^{\omega_1, \omega_2} \right) \leq m \int_0^{1/m} \omega_1(t) dt + \omega_2 \left( \frac{1}{n} \right). \quad (14)$$

Докажем, что в классе  $W^{(1,0)} H^{\omega_1, \omega_2}$  существует функция, для которой неравенство (14) обращается в равенство. С этой целью в качестве экстремальной рассмотрим функцию

$$f_0(x, y) = \int_0^x \varphi(t) dt + x\psi(y), \quad (x, y) \in Q,$$

где функция  $\varphi(x)$  определяется равенством

$$\varphi(x) = \begin{cases} \omega_1\left(\frac{1}{m} - x\right) - m \int_0^{1/m} \omega_1(t) dt, & \text{если } 0 \leq x \leq 1/m, \\ \omega_1\left(x - \frac{1}{m}\right) - m \int_0^{1/m} \omega_1(t) dt, & \text{если } 1/m \leq x \leq 2/m, \end{cases}$$

и продолжим функцию  $\varphi(x)$  периодически с периодом  $2/m$  на всю ось равенством  $\varphi(x + 2/m) = \varphi(x)$ , а функцию  $\psi(y)$  определим равенством

$$\psi(y) = \begin{cases} \omega_2(y - y_{i-1}), & y_{i-1} + \tau/n \leq y \leq y_i, \quad 0 \leq \tau \leq 1, \\ \omega_2(y - y_{i-1}), & y_i - \tau/n \leq y \leq y_i, \quad 0 \leq \tau \leq 1. \end{cases}$$

Легко проверить, что функция  $f_0(x, y) \in W^{(1,0)} H^{\omega_1, \omega_2}$  и так как

$$\|e^{(1,0)}(f_0; x, y)\|_{C(Q)} = \|f_0^{(1,0)}(\cdot, \cdot)\|_{C(Q)} = m \int_0^{1/m} \omega_1(t) dt + \omega_2\left(\frac{1}{n}\right),$$

то равенство (6) доказано, и тем самым теорема 1 доказана.

Предложенный выше метод доказательства теоремы 1 обеспечивает возможность получить аналогичные утверждения также для двух других классов функций  $W^{(r,s)} H^\omega, W^{(r,s)} H^{\omega,2}$ . Доказательство следующих теорем не приводится, поскольку оно буквально повторяет предложенное выше доказательство теоремы 1.

**Теорема 2.** Пусть  $\omega(t, \tau)$  – произвольный полный модуль непрерывности. Тогда для произвольных  $m, n \in \mathbb{N}$  имеют место равенства

$$\mathcal{E}_{m,n}^{(1,0)}(W^{(1,0)} H^\omega) = m \int_0^{1/m} \omega\left(t, \frac{1}{n}\right) dt, \quad (15)$$

$$\mathcal{E}_{m,n}^{(0,1)}(W^{(0,1)} H^\omega) = n \int_0^{1/n} \omega\left(\frac{1}{m}, \tau\right) d\tau. \quad (16)$$

**Теорема 3.** Пусть  $\omega(t)$  – произвольный модуль непрерывности. Тогда для произвольных  $m, n \in \mathbb{N}$  имеют место равенства

$$\mathcal{E}_{m,n}^{(1,0)}(W^{(r,s)} H^{\omega,2}) = m \int_0^{1/m} \omega\left(\sqrt{t^2 + \frac{1}{n^2}}\right) dt,$$

$$\mathcal{E}_{m,n}^{(0,1)}(W^{(r,s)} H^{\omega,2}) = n \int_0^{1/n} \omega\left(\sqrt{\frac{1}{m^2} + \tau^2}\right) d\tau.$$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Корнейчук Н.П. Сплаины в теории приближений. – М.: Наука, 1984, 352 с.
2. Сторчай В.Ф. Приближение непрерывных функций двух переменных сплайн-функциями в метрике  $C$ . – Исследования по современным проблемам суммирования и приближения функций и их приложениям. – Днепропетровск: Днепропетровск. ун-т, 1975, с.66-68.
3. Сторчай В.Ф. Приближение непрерывных функций двух переменных многогранными функциями в равномерной метрике. – Изв. ВУЗов, Математика, 1973, 8(135), с.84-88.
4. Сторчай В.Ф. Приближение непрерывных функций двух переменных многогранными функциями и сплайн-функциями в равномерной метрике. – Исследования по современным проблемам суммирования и приближения функций и их приложениям. – Днепропетровск: Днепропетровск. ун-т, 1975, с.82-89.
5. Шабозов М.Ш. О погрешности интерполяции билинейными сплайнами. – Укр.матем.журнал, 1994, т.46, 1, с.1554-1560.
6. Шабозов М.Ш. Точные оценки одновременного приближения функций двух переменных и их производных билинейными сплайнами. – Матем.заметки, 1996, т.59, вып.1, с.142-159.
7. Крылов В.И. Приближенное вычисление интегралов. – М.: Наука, 1967, 500 с.

М.Ш.ШАБОЗОВ, С.Н.МЕҲМОНЗОДА\*

### НАЗДИККУНИИ ФУНКСИЯҲОИ ДУТАҒИРЁБАНДА БА ВОСИТАИ ФУНКСИЯҲОИ БИСЁРРУЯ

*Институтуи математикаи ба номи А.Чураев*

*Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон,*

*\*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Дар мақола барои баъзе синфҳои функционали баҳодихии хатогии аниқи наздиккунии функсияҳои дутағирёбанда ба воситаи функсияҳои интерполясионии бисёрруя дар метрикаи функсияҳои бифосила ёфта шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** функсияи бисёрруя, модули бифосилаг, функсияи барчаста, панҷараи гирехо.

M.SH.SHABOZOV, S.N.MEHMONZODA\*

### ON APPROXIMATION OF FUNCTIONS OF TWO VARIABLES BY POLYHEDRAL FUNCTIONS

*A.Juraev Institute of Mathematics, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan,*

*\*Tajik National University*

In this paper for the some functional classes, the exact estimate error approximation of the functions of two variables by polyhedral functions was found.

**Key words:** polyhedral functions, module of continuity, convex function, lattice of nodes.

УДК 517.5

К.ТУХЛИЕВ, К.Н.МУРОДОВ

ТОЧНЫЕ ОЦЕНКИ СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ РЯДОВ  
ФУРЬЕ-БЕССЕЛЯ И ЗНАЧЕНИЯ  $\mathcal{K}$ -ФУНКЦИОНАЛОВ

*Худжандский государственный университет им. Б.Гафурова*

*Поступила в редакцию 05.02.2015 г.*

*Найдены точные оценки скорости сходимости рядов Фурье-Бесселя по функциям Бесселя первого рода для некоторых классов функций, характеризующихся обобщенным модулем непрерывности. Используя полученные результаты, вычислены точные значения  $\mathcal{K}$ -функционалов.*

**Ключевые слова:** функция Бесселя, наилучшие приближения,  $\mathcal{K}$ -функционал, обобщенный модуль непрерывности  $n$ -го порядка, ряд Фурье-Бесселя.

1. Пусть  $J_\nu(x)$  – функция Бесселя первого рода индекса  $\nu$ , а  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, \dots$  – занумерованные в порядке возрастания положительные корни уравнения  $J_\nu(x) = 0$  и являются системой собственных функций задачи

$$-\frac{d}{dx} \left( x \frac{du}{dx} \right) + \frac{p^2}{x} u = \lambda x u, \quad 0 < x < 1, \quad |u(0)| < +\infty, \quad u(1) = 0,$$

отвечающих собственным значениям  $\{\lambda_n^2\}_{n=1}^\infty$ . При этом система функций  $\{J_\nu(\lambda_n x)\}_{n=1}^\infty$  является полной и ортогональной в пространстве суммируемых с квадратом функций  $f$  с весом  $x$ .

В этой работе мы продолжим исследования, проведенные в работах [1-3], и докажем ряд точных неравенств Джексона-Стечкина, используя которые вычислим точные значения различных  $n$ -поперечников некоторых классов функций.

---

**Адрес для корреспонденции:** Тухлиев Камаридин, Муродов Каримджон Насимович. 735700, Республика Таджикистан, г.Худжанд, ул. Мавлонбекова, 1, Худжандский государственный университет. E-mail: kamaridin.t54@mail.ru; kn-murodov@mail.ru



Пусть  $L_2 := L_2([0,1]; x)$  – пространство суммируемых с квадратом функций  $f$  с весом  $x$  и конечной нормой

$$\|f\| = \left( \int_0^1 x f^2(x) dx \right)^{1/2}.$$

В монографии [4, с.358] доказана справедливость соотношения

$$\int_0^1 x J_\nu(\lambda_n x) J_\nu(\lambda_m x) dx = 0, n \neq m; \int_0^1 x J_\nu^2(\lambda_n x) dx = \frac{1}{2} J_\nu'^2(\lambda_n),$$

откуда вытекает, что система функций  $\{\sqrt{2} J_\nu(\lambda_n x) \cdot |J_\nu'(\lambda_n)|^{-1}\}$  образует полную ортонормированную систему в пространстве  $L_2$ . Ради простоты, без умаления общности, через  $\{J_\nu(\lambda_k x)\}_{k=1}^\infty$  обозначим полную ортонормированную систему функций в пространстве  $L_2$ , для которой имеет место

$$\int_0^1 x J_\nu(\lambda_n x) J_\nu(\lambda_m x) dx = \begin{cases} 0, & \text{если } n \neq m, \\ 1, & \text{если } n = m. \end{cases}$$

Для произвольных функций  $f \in L_2$  рассмотрим разложение в ряд Фурье-Бесселя следующего вида

$$f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k(f) J_\nu(\lambda_k x), \quad (1)$$

где

$$c_k(f) = \int_0^1 x f(x) J_\nu(\lambda_k x) dx -$$

коэффициенты Фурье-Бесселя. Пусть

$$S_{n-1}(f, x) = \sum_{k=0}^{n-1} c_k(f) J_\nu(\lambda_k x) -$$

частичные суммы  $(n-1)$ -го порядка ряда Фурье-Бесселя (1).

Через  $\mathcal{P}_n$  обозначим подпространство обобщенных полиномов вида

$$p_{n-1}(x) = \sum_{k=1}^{n-1} a_k J_\nu(\lambda_k x).$$

Тогда для величины наилучшего приближения  $f \in L_2$  подпространством  $\mathcal{P}_{n-1}$  справедливо равенство

$$\begin{aligned} E_{n-1}(f) &= \inf \{ \|f - P_{n-1}\| : P_{n-1} \in \mathcal{P}_{n-1} \} = \\ &= \|f - S_{n-1}(f)\| = \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} c_k^2(f) \right\}^{1/2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Рассмотрим дифференциальный оператор второго порядка Бесселя

$$\mathcal{D} = \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{x} \cdot \frac{d}{dx} - \frac{p^2}{x^2} \quad (3)$$

и введём функцию  $T(x, y; t)$  как сумму ряда

$$T(x, y; t) = \sum_{k=1}^{\infty} J_\nu(\lambda_k x) J_\nu(\lambda_k y) t^k, \quad 0 < t < 1,$$

где в последнем соотношении равенство понимается в смысле сходимости в пространстве  $L_2([0, 1] \times [0, 1]; xy)$ . В  $L_2$  рассмотрим оператор

$$F_h f(x) = \int_0^1 t f(t) T(x, t; 1-h) dt, \quad (4)$$

который называют оператором обобщенного сдвига. В работе [2] отмечено несколько свойств оператора (4) и для произвольной  $f \in L_2$  рассматриваются конечные разности первого и высших порядков:

$$\Delta_h f(x) = F_h f(x) - f(x) = (F_h - E) f(x),$$

$$\Delta_h^m f(x) = \Delta_h(\Delta_h^{m-1} f(x)) = (F_h - E)^m f(x) = \sum_{k=0}^m (-1)^{m-k} \binom{m}{k} F_h^k f(x),$$

где

$$F_h^0 f(x) = f(x), \quad F_h^k f(x) = F_h(F_h^{k-1} f(x)), \quad k = 1, 2, \dots, m,$$

а символ  $E$  – единичный оператор в пространстве  $L_2$ . Величину

$$\Omega_m(f; t) = \sup \{ \|\Delta_h^m f(\cdot)\| : 0 < h \leq t \} \quad (5)$$

назовем обобщённым модулем непрерывности  $k$ -го порядка функции  $f \in L_2$ .

2. Всюду далее обозначим через  $L_2(\mathcal{D})$ , где оператор  $\mathcal{D}$  определяется равенством (3), множество функций  $f \in L_2$ , имеющих абсолютно непрерывные производные первого порядка  $f'$ , и таких, что  $\mathcal{D}f \in L_2$ .

Полагаем,  $\mathcal{D}^0 f \equiv f$ ,  $\mathcal{D}^1 f := \mathcal{D}f$ ,  $\mathcal{D}^r f := \mathcal{D}(\mathcal{D}^{r-1} f)$ ,  $r \in \mathbb{N}$ . Символом  $L_2^{(r)}(\mathcal{D})$ ,  $r = 2, 3, \dots$ , обозначим множество функций  $f \in L_2$ , имеющих абсолютно непрерывные производные  $(2r-1)$ -го порядка и для которых  $\mathcal{D}^r f \in L_2$ .

Нам понадобятся некоторые результаты из работы [2], используемые в дальнейшем. Если  $f \in L_2^{(r)}(\mathcal{D})$ ,  $r \in \mathbb{N}$ , то для ее коэффициентов Фурье  $c_k(f)$ ,  $k \in \mathbb{N}$  справедлива формула

$$c_k(f) = (-1)^r \lambda_k^{-2r} c_k(\mathcal{D}^r f), \quad k, r \in \mathbb{N}. \quad (6)$$

Там же доказано, что для произвольной  $f \in L_2(\mathcal{D})$ , имеющей на  $(0,1)$  разложение в ряд Фурье-Бесселя (1), по системе ортонормированных функций  $\{J_\nu(\lambda_k x)\}_{k=1}^\infty$  с весом  $x$  оператор усреднения представляется в виде

$$F_h f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} (1-h)^k c_k(f) J_\nu(\lambda_k x), \quad (7)$$

где равенство (7) понимается в смысле сходимости в норме пространства  $L_2$ . Используя равенства (1) и (7), на основании метода математической индукции получаем

$$\Delta_h^m(f, x) = \sum_{k=1}^{\infty} ((1-h)^k - 1)^m c_k(f) J_\nu(\lambda_k x),$$

откуда сразу следует равенство

$$\|\Delta_h^m(f, \cdot)\|_{L_2} := \sum_{k=1}^{\infty} (1 - (1-h)^k)^{2m} c_k^2(f), \quad (8)$$

где  $h \in (0,1)$ . Из равенств (5) и (8) имеем:

$$\Omega_m(f, t) = \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} (1 - (1-t)^k)^{2m} c_k^2(f) \right\}^{1/2}, \quad 0 < t < 1. \quad (9)$$

Для модуля непрерывности (9) в работе [2] доказано точное неравенство типа Джексона-Стечкина

$$E_{n-1}(f) \leq (1 - (1-t)^n)^{-m} \lambda_n^{-2r} \Omega_m(\mathcal{D}^r f, t), \quad 0 < t < 1. \quad (10)$$

Из (10) вытекает экстремальное равенство

$$\sup_{f \in L_2^{(r)}(\mathcal{D})} \frac{\lambda_n^{2r} E_{n-1}(f)}{\Omega_m(\mathcal{D}^r f, t)} = \frac{1}{(1 - (1-t)^n)^m}, \quad (11)$$

где  $t \in (0, 1)$ . В свою очередь из (11) при  $t = 1/n$  имеем:

$$\sup_{n \in \mathbb{N}} \sup_{\substack{f \in L_2^{(r)}(\mathcal{D}) \\ f \neq \text{const}}} \frac{\lambda_n^{2r} E_{n-1}(f)}{\Omega_m(\mathcal{D}^r f, 1/n)} = \frac{1}{(1 - e^{-1})^m}.$$

Имеет место следующее общее утверждение

**Теорема 1.** Пусть  $m, n \in \mathbb{N}$ ,  $r \in \mathbb{Z}_+$ ,  $0 < p \leq 2$ ,  $0 < h < 1$   $\varphi$  – неотрицательная измеримая суммируемая на интервале  $(0, h)$  неэквивалентная нулю функция. Тогда справедливо равенство

$$\sup_{\substack{f \in L_2^{(r)}(\mathcal{D}) \\ f \neq \text{const}}} \frac{\lambda_n^{2r} E_{n-1}(f)}{\left( \int_0^h \Omega_m^p(\mathcal{D}^r, t) \varphi(t) dt \right)^{1/p}} = \frac{1}{\left( \int_0^h (1 - (1-t)^n)^{mp} \varphi(t) dt \right)^{1/p}}. \quad (12)$$

**Доказательство.** Воспользуемся одним вариантом неравенства Минковского из монографии [5, с.104]

$$\left( \int_0^h \left( \sum_{k=n}^{\infty} |\tilde{f}_k(t)|^2 \right)^{p/2} dt \right)^{1/p} \geq \left( \sum_{k=n}^{\infty} \left( \int_0^h |\tilde{f}_k(t)|^p dt \right)^{2/p} \right)^{1/2}, \quad (13)$$

верное при всех  $0 < p \leq 2$  и  $h \in \mathbb{R}_+$ .

Полагая  $\tilde{f}_k := f_k \varphi^{1/p}$ , из формулы (13) получаем

$$\left( \int_0^h \left( \sum_{k=n}^{\infty} |f_k(t)|^2 \right)^{p/2} \varphi(t) dt \right)^{1/p} \geq \left( \sum_{k=n}^{\infty} \left( \int_0^h |f_k(t)|^p \varphi(t) dt \right)^{2/p} \right)^{1/2}. \quad (14)$$

Для произвольной функции  $f \in L_2^{(r)}(\mathcal{D})$  в силу формулы (6) запишем разложение функции  $\mathcal{D}^r f$  в ряд Фурье по системе  $\{J_\nu(\lambda_k x)\}_{k=1}^{\infty}$ , ортонормированной на  $(0, 1)$  с весом  $x$

$$\mathcal{D}^r f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k(\mathcal{D}^r f) J_\nu(\lambda_k x) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^r \lambda_k^{2r} c_k(f) J_\nu(\lambda_k x), \quad (15)$$

где равенство понимается в смысле сходимости в метрике пространства  $L_2$ . Из равенств (9) и (15) имеем

$$\Omega_m^2(\mathcal{D}^r f, t) = \sum_{k=1}^{\infty} (1-(1-t)^k)^{2m} \lambda_k^{4r} c_k^2(f), \quad 0 < t < 1. \quad (16)$$

Используя неравенства (14), равенства (16) и (2) и имея в виду, что последовательность  $\{\lambda_k\}_{k=1}^{\infty}$  положительных чисел является монотонно возрастающей, с учетом соотношения

$$\inf_{k \geq n} \int_0^h (1-(1-t)^k)^{mp} \varphi(t) dt = \int_0^h (1-(1-t)^n)^{mp} \varphi(t) dt$$

имеем:

$$\begin{aligned} \left\{ \int_0^h \Omega_m^p(\mathcal{D}^r f, t) \varphi(t) dt \right\}^{1/p} &= \left\{ \int_0^h (\Omega_m^2(\mathcal{D}^r f, t))^{p/2} \varphi(t) dt \right\}^{1/p} \geq \\ &\geq \left\{ \int_0^h \left( \sum_{k=n}^{\infty} (1-(1-t)^k)^{2m} \lambda_k^{4r} c_k^2(f) \right)^{p/2} \varphi(t) dt \right\}^{1/p} \geq \\ &\geq \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} \lambda_k^{4r} c_k^2(f) \left( \int_0^h (1-(1-t)^k)^{mp} \varphi(t) dt \right)^{2/p} \right\}^{1/2} \geq \\ &\geq \lambda_n^{2r} \left( \int_0^h (1-(1-t)^n)^{mp} \varphi(t) dt \right)^{1/p} \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} c_k^2(f) \right\}^{1/2} = \\ &= \lambda_n^{2r} \left( \int_0^h (1-(1-t)^n)^{mp} \varphi(t) dt \right)^{1/p} E_{n-1}(f). \end{aligned} \quad (17)$$

Из неравенств (17) получаем оценку сверху величины, стоящей в левой части (12):

$$\sup_{\substack{f \in L_2^{(r)}(\mathcal{D}) \\ f \neq \text{const}}} \frac{\lambda_n^{2r} E_{n-1}(f)}{\left( \int_0^h \Omega_m^p(\mathcal{D}^r f, t) \varphi(t) dt \right)^{1/p}} \leq \frac{1}{\left( \int_0^h (1-(1-t)^n)^{mp} \varphi(t) dt \right)^{1/p}}. \quad (18)$$

Для получения оценки снизу той же величины полагаем  $f_0(x) := J_\nu(\lambda_n x) \in L_2^{(r)}(\mathcal{D})$ . В силу равенства (2) имеем  $E_{n-1}(f_0) = 1$ , а из равенства (16) следует, что

$$\Omega_m(\mathcal{D}^r f_0, t) = (1-(1-t)^n \lambda_n^{2r}), \quad 0 < t < 1,$$

а потому

$$\int_0^h \Omega_m^p(\mathcal{D}^r f_0, t) \varphi(t) dt = \lambda_n^{2rp} \int_0^h (1 - (1-t)^n)^{mp} \varphi(t) dt.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \sup_{\substack{f \in L_2^{(r)}(\mathcal{D}) \\ f \neq \text{const}}} \frac{\lambda_n^{2r} E_{n-1}(f)}{\left( \int_0^h \Omega_m^p(\mathcal{D}^r f, t) \varphi(t) dt \right)^{1/p}} &\geq \frac{\lambda_n^{2r} E_{n-1}(f_0)}{\left( \int_0^h \Omega_m(\mathcal{D}^r f_0, t) \varphi(t) dt \right)^{1/p}} = \\ &= \frac{1}{\left( \int_0^h (1 - (1-t)^n)^{mp} \varphi(t) dt \right)^{1/p}}. \end{aligned} \quad (19)$$

Требуемое равенство (12) получаем из сопоставления оценки сверху (18) и оценки снизу (19), чем и завершаем доказательство теоремы 1.

Из теоремы 1 вытекают следующие следствия

**Следствие 1.** Пусть  $m, n \in \mathbb{N}$ ,  $r \in \mathbb{Z}_+$ ,  $h \in (0, 1)$ ,  $\varphi \geq 0$  суммируемая на  $(0, h]$  функция. Тогда справедливо равенство

$$\sup_{\substack{f \in L_2^{(r)}(\mathcal{D}) \\ f \neq \text{const}}} \frac{\lambda_n^{2r} E_{n-1}(f)}{\left( \int_0^h \Omega_m^{1/m}(\mathcal{D}^r f, t) \varphi(t) dt \right)^m} = \frac{1}{\left( \int_0^h (1 - (1-t)^n) \varphi(t) dt \right)^m}. \quad (20)$$

Заметим, что из (20), в частности при  $\varphi \equiv 1$ , следует равенство

$$\sup_{\substack{f \in L_2^{(r)}(\mathcal{D}) \\ f \neq \text{const}}} \frac{\lambda_n^{2r} E_{n-1}(f)}{\left( (n+1) \int_0^h \Omega_m^{1/m}(\mathcal{D}^r f, t) dt \right)^m} = \frac{1}{\left\{ (n+1)h - 1 + (1-h)^{n+1} \right\}^m}. \quad (21)$$

Полагая в (21), например,  $h = 1/(n+1)$ , получаем

$$\sup_{\substack{f \in L_2^{(r)}(\mathcal{D}) \\ f \neq \text{const}}} \frac{\lambda_n^{2r} E_{n-1}(f)}{\left( (n+1) \int_0^{1/(n+1)} \Omega_m^{1/m}(\mathcal{D}^r f, t) dt \right)^m} = \left[ \left( 1 - \frac{1}{n+1} \right)^{n+1} \right]^{-m}, \quad (22)$$

из которого следует экстремальное равенство

$$\sup_{n \in \mathbb{N}} \sup_{\substack{f \in L_2^{(r)}(\mathcal{D}) \\ f \neq \text{const}}} \frac{E_{n-1}(f)}{\left( (n+1) \int_0^{1/(n+1)} \Omega_m^{1/m}(\mathcal{D}^r f, t) dt \right)^m} = e^m. \quad (23)$$

Отметим, что соотношения вида (20)-(23) для наилучшей аппроксимации в среднем произвольными алгебраическими полиномами с соответствующим весом были получены в работе [6].

**Следствие 2.** Пусть выполнены все условия теоремы 1. Тогда при любом  $h \in (0,1]$  справедливо равенство

$$\sup_{f \in L_2^{(r)}(\mathcal{D})} \frac{\lambda_n^{2r} E_{n-1}(f)}{\left( n \int_0^h \Omega_m^p(\mathcal{D}^r f, t)(1-t)^{n-1} dt \right)^{1/p}} = \left\{ \frac{mp+1}{[1-(1-h)^n]^{mp+1}} \right\}^{1/p}. \quad (24)$$

В частности, из (24) при  $h = 1/n$ ,  $n \in \mathbb{N}$  получаем

$$\sup_{n \in \mathbb{N}} \sup_{\substack{f \in L_2^{(r)}(\mathcal{D}) \\ f \neq \text{const}}} \frac{\lambda_n^{2r} E_{n-1}(f)}{\left( n \int_0^{1/n} \Omega_m^p(\mathcal{D}^r f, t)(1-t)^{n-1} dt \right)^{1/p}} = \frac{(mp+1)^{1/p}}{(1-e^{-1})^{m+1/p}}. \quad (25)$$

В свою очередь из (25) при  $p = 1/m$ ,  $m \in \mathbb{N}$  следует равенство

$$\sup_{n \in \mathbb{N}} \sup_{\substack{f \in L_2^{(r)}(\mathcal{D}) \\ f \neq \text{const}}} \frac{\lambda_n^{2r} E_{n-1}(f)}{\left( n \int_0^{1/n} \Omega_m^{1/m}(\mathcal{D}^r f, t)(1-t)^{n-1} dt \right)^{1/p}} = \frac{2^m}{(1-e^{-1})^{2m}}.$$

**3.** Теория приближения функций основана на одной из фундаментальных идей математики – замене сложных математических выражений более простыми и удобными. Эта идея является определяющей в вопросах связи математики с практикой и стимулирует развитие теории приближения функций в целом. В последнее время для реализации указанной идеи в теории приближения часто используют теорию  $\mathcal{K}$ -функционалов Петре. В экстремальных задачах теории приближения в смысле слабой эквивалентности были установлены связи между  $\mathcal{K}$ -функционалами и различными обобщенными модулями непрерывности в работах [6-8].

Рассмотрим  $\mathcal{K}$ -функционал следующего вида

$$\mathcal{K}(f, t^m) := \mathcal{K}(f, t^m; L_2; L_2^{(m)}(\mathcal{D})) = \inf \left\{ \|f - g\| + t^m \|D^m g\| : g \in L_2^{(m)}\mathcal{D} \right\}, \quad (26)$$

где  $m \in \mathbb{N}$ ,  $0 < t < 1$ . Имеет место следующее утверждение

**Теорема 2.** Пусть  $m, n \in \mathbb{N}$ ,  $r \in \mathbb{Z}_+$ . Тогда справедливо равенство

$$\sup_{\substack{f \in L_2^{(r)}(\mathcal{D}) \\ f \neq \text{const}}} \frac{\lambda_n^{2r} E_{n-1}(f)}{K(\mathcal{D}^r f, \lambda_n^{-2m})} = 1. \quad (27)$$

**Доказательство.** Воспользуясь формулами (2) и (16) и заметив, что последовательность  $\{\lambda_k\}_{k=n}^{\infty}$  – монотонно возрастающая для произвольной функции  $f \in L_2^{(r)}(\mathcal{D})$ , имеем

$$\begin{aligned} E_{n-1}(f) &= \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} c_k^2(f) \right\}^{1/2} = \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} \lambda_k^{-4r} c_k^2(\mathcal{D}^r f) \right\}^{1/2} \leq \\ &\leq \lambda_n^{-2r} \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} a_k^2(\mathcal{D}^r f) \right\}^{1/2} = \lambda_n^{-2r} E_{n-1}(\mathcal{D}^r f) \leq \lambda_n^{-2r} \|\mathcal{D}^r f - S_{n-1}(g)\|, \end{aligned} \quad (28)$$

где

$$S_{n-1}(g, x) = \sum_{k=1}^{n-1} c_k(g) J_\nu(\lambda_k x)$$

- частичная сумма (n-1)-го порядка ряда Фурье-Бесселя функции  $g \in L_2^{(m)}\mathcal{D}$  по ортогональной с весом  $x$  системы специальных функций  $\{J_\nu(\lambda_k x)\}_{k=1}^{\infty}$ . В силу равенства (2) для произвольной функции  $g \in L_2^{(m)}(\mathcal{D})$  имеем:

$$\|g - S_{n-1}(g)\| = E_{n-1}(g) \leq \lambda_n^{-2m} E_{n-1}(\mathcal{D}^m g). \quad (29)$$

Учитывая (29) и применяя неравенство треугольника к правой части неравенства (28), получаем

$$\begin{aligned} E_{n-1}(f) &\leq \lambda_n^{-2r} \|\mathcal{D}^r f - S_{n-1}(g)\| \leq \lambda_n^{-2r} \left\{ \|\mathcal{D}^r f - g\| + \|g - S_{n-1}(g)\| \right\} \leq \\ &\leq \lambda_n^{-2r} \left\{ \|\mathcal{D}^r f - g\| + \lambda_n^{-2m} E_{n-1}(\mathcal{D}^m g) \right\} \leq \lambda_n^{-2r} \left\{ \|\mathcal{D}^r f - g\| + \lambda_n^{-2m} \|\mathcal{D}^m g\| \right\}. \end{aligned} \quad (30)$$

Переходя в обеих частях неравенства (30) к нижней грани по всем функциям  $g \in L_2^{(m)}(\mathcal{D})$ , с учетом определения  $\mathcal{K}$ -функционала будем иметь

$$E_{n-1}(f) \leq \lambda_n^{-2r} \mathcal{K}(\mathcal{D}^r f, \lambda_n^{-2m}),$$

откуда сразу следует оценка сверху

$$\sup_{\substack{f \in L_2^{(r)}(\mathcal{D}) \\ f \neq const}} \frac{\lambda_n^{2r} E_{n-1}(f)}{\mathcal{K}(\mathcal{D}^r f, \lambda_n^{-2m})} \leq 1. \quad (31)$$

Для получения оценки снизу величины, стоящей в левой части неравенства (31) для произвольного обобщенного полинома вида



$$q_n(x) = \sum_{k=1}^n c_k(q_n) J_\nu(\lambda_k x), \quad c_k(q_n) \in \mathbb{R}, \quad k = \overline{1, n},$$

учитывая равенство  $\mathcal{D}^r J_\nu(\lambda_k x) = (-\lambda_k^2)^r J_\nu(\lambda_k x)$  (см., напр., [2]), имеем

$$\mathcal{D}^r q_n(x) = \sum_{k=1}^n c_k(q_n) \mathcal{D}^r J_\nu(\lambda_k x) = \sum_{k=1}^n (-\lambda_k^2)^r c_k(q_n) J_\nu(\lambda_k x), \quad (32)$$

откуда с учётом равенства Парсеваля сразу вытекает соотношение

$$\|\mathcal{D}^r q_n\| = \left\{ \sum_{k=1}^n \lambda_k^{4r} c_k^2(q_n) \right\}^{1/2}. \quad (33)$$

В силу того, что последовательность собственных чисел  $\{\lambda_k\}_{k=1}^n$  является монотонно возрастающей из (33), получаем

$$\|\mathcal{D}^r q_n\| \leq \lambda_n^{2r} \left\{ \sum_{k=1}^n c_k^2(q_n) \right\}^{1/2} = \lambda_n^{2r} \|q_n\|.$$

Полагая теперь в равенстве (26)  $f = q_n$  и  $q \equiv 0$ , для  $\mathcal{K}$ -функционала получаем неравенства

$$\mathcal{K}(q_n, t^m) \leq \begin{cases} \|q_n\|, \\ t^m \|\mathcal{D}^r q_n\|. \end{cases} \quad (34)$$

Полагаем, как и раньше  $f_0(x) = J_\nu(\lambda_n x)$  и поскольку  $f_0 \in L_2(\mathcal{D})$ , то в силу равенства (32) имеем

$$\mathcal{D}^{r+m} f_0(x) = (-\lambda_n^2)^{r+m} J_\nu(\lambda_n x). \quad (35)$$

Из равенства (35) и второго неравенства в соотношении (34) получаем

$$\mathcal{K}(\mathcal{D}^r f_0, \lambda_n^{-2m}) \leq \lambda_n^{-2m} \|\mathcal{D}^{r+m} f_0\| = \lambda_n^{-2m} \lambda_n^{2(r+m)} = \lambda_n^{2r}. \quad (36)$$

Используя неравенство (36) и тот факт, что  $E_{n-1}(f_0) = 1$ , имеем

$$\sup_{f \in L_2^{(r)}(\mathcal{D})} \frac{\lambda_n^{2r} E_{n-1}(f)}{\mathcal{K}(\mathcal{D}^r f, \lambda_n^{-2m})} \geq \frac{\lambda_n^{2r} E_{n-1}(f_0)}{\mathcal{K}(\mathcal{D}^r f_0, \lambda_n^{-2m})} \geq 1. \quad (37)$$

Сравнивая оценки сверху (31) и оценки снизу (37), получаем требуемое равенство (27). Теорема 2 доказана.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Абилов В.А., Абилова Ф.В. Приближение функций суммами Фурье-Бесселя. – Изв. вузов. Матем., 2001, 8, с.1-7.
2. Абилов В.А., Абилова Ф.В. Точные оценки скорости сходимости рядов Фурье-Бесселя. – Журн. вычисл. матем. и матем. физ., 2015, т.55, 6, с.917-927.
3. Иванов В.И., Чертова Д.В., Лю Юнпин. Точное неравенство Джексона в пространстве  $L_2$  на отрезке  $[-1,1]$  со степенным весом. – Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН, 2008, т.14, 3, с.112-126.
4. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1976, 512 с.
5. Pinkus A.  $n$ -Widths in Approximation Theory. – Berlin: Springer-Verlag, 1985, 292 p.
6. Вакарчук С.Б., Швачко А.Ю. О наилучшей аппроксимации в среднем алгебраическими полиномами с весом и точных значениях поперечников классов функций. – Укр.матем.журн, 2013, т.65, 12, с.1604-1621.
7. Федоров В.М. Приближение алгебраическими многочленами с весом Чебышева-Эрмита. – Изв. вузов. Матем., 1984, 6, с.55-63.
8. [8] Алексеев Д.В. Приближение полиномами с весом Чебышева-Эрмита на действительной оси. – Вестник МТУ. Математика. механика, 1997, 6, с.68-71.

Қ.ТУХЛИЕВ, К.Н.МУРОДОВ

### БАҶОИ АНИҚИ СУРЪТИ НАЗДИКШАВИИ ҚАТОРҲОИ ФУРЬЕ-БЕССЕЛ ВА ҚИМАТИ $\mathcal{K}$ -ФУНКЦИОНАЛҲО

*Донишгоҳи давлатии Хуҷанд ба номи Б.Ғ.Гафуров*

Барои баъзи синфи функсияҳо, ба воситаи модули бефосилагии умумӣ кардашуда характеризиронида мешавад, баҳои аниқи наздикшавии қаторҳои Фурье-Бессели, ки дар системаи функсияҳои Бессели чинси якум сохта шудааст ёфта мешавад. Дар асоси ин натиҷаҳои ёфташуда қимати аниқи  $\mathcal{K}$ -функционалҳо ҳисоб карда шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** функсияи Бессел, наздикунии беҳтарин,  $\mathcal{K}$ -функционалӣ, модули бефосилаи умумикардашудаи тартиби  $n$ , қаторҳои Фурье-Бессел.

K.TUKHLIEV, K.N.MURODOV

### EXACT ESTIMATES OF THE RATE OF CONVERGENCE OF FOURIER-BESSEL AND THE VALUES OF $\mathcal{K}$ -FUNCTIONAL

*B.G.Gafurov Khugand State University*

Exact estimates of the rate of convergence of series Fourier-Bessel Bessel functions of the first kind for some classes of functions characterized by generalized modulus of continuity are found. Using the results, we calculated the exact values of  $\mathcal{K}$ -functionals.

**Key words:** Bessel function, best approximation,  $\mathcal{K}$ -functional, generalized modulus of continuity of  $n$ -th order, ranks of Fourier-Bessel.

УДК 519.246.8+681.3.06

Т.И.ХАИТОВ

**НАХОЖДЕНИЕ ЕДИНИЦЫ СОБСТВЕННОГО ВРЕМЕНИ  
КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА**

*Институт математики им. А. Джураева АН Республики Таджикистан  
Поступила в редакцию 01.10.2015 г.*

*В статье на основе исчисления локальных минимумов и максимумов дается алгоритм для нахождения единицы собственного времени колебательного процесса.*

**Ключевые слова:** процесс, астрономическое время, собственное время.

В брошюре [1] предложены три определения натуральной единицы собственного времени произвольного одномерного колебательного процесса. Для двух определений, основанных на исчислениях локальных минимумов и локальных максимумов, описан вычислительный алгоритм. В статье [2], являющейся по существу дальнейшим развитием [1], рассматриваются два динамических ряда, изначально отнесенных к астрономическому времени. Путём установления специального соответствия между членами обоих рядов предпринимается попытка изучить возможность существования функциональной зависимости членов одного из рядов от “собственного времени” другого ряда.

В настоящей работе в дополнении к указанным выше предыдущим работам разработан алгоритм для формирования натуральной единицы собственного времени, разделяющего друг друга, который основан на исчислении последовательности локальных максимумов и локальных минимумов.

Предположим, что состояние некоторого одномерного колебательного процесса в дискретные моменты астрономического времени

$$t_0, t_1, t_2, \dots, t_n \quad (1)$$

характеризуются последовательностью соответствующих значений

---

*Адрес для корреспонденции:* Хаитов Тельман Ишанович. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/1, Институт математики. E-mail: tomsik36@mail.ru.

$$x_0, x_1, x_2, \dots, x_n. \quad (2)$$

Для определения собственного времени первым шагом является «очищение» данных (1) и (2), у которых разность значений двух соседних данных меньше некоторого заданного числа  $\varepsilon > 0$ . Опишем алгоритм этой процедуры. Для программирования каждую самостоятельную часть алгоритма назовем **модулем**. Каждый шаг модуля будем нумеровать: 1, 2, 3, ... Здесь шаг означает одиночное действие или группу логически связанных действий. Знак  $\rightarrow$  означает «переход» или «перейти»

**Модуль 1.** Исходными данными служат (1), (2) и  $\varepsilon > 0$ . Подготовим счетчики  $i=0$ ,  $j=1$ ,  $k=1$ ,  $l=0$  и  $p=0$ , а также два рабочих поля  $\tilde{x} = (0,0,\dots,0)$  и  $\tilde{t} = (0,0,\dots,0)$ .

1 – присвоим:  $\tilde{x}_0 = x_0$ ,  $\tilde{t}_0 = t_0$ . Фиксируем очередное значение  $x_i$  (вначале  $i=0$ ) и рассмотрим с ним разность последующих значений  $x$ ;

2 – если  $|x_i - x_j| \leq \varepsilon$ , – да, тогда  $\rightarrow$  к 3, – нет, тогда  $\rightarrow$  к 4;

3 –  $j = j + 1$ , проверка  $j < n$  – да, тогда  $\rightarrow$  к 2, – нет, тогда  $\rightarrow$  к 8;

4 –  $\tilde{x}_k = x_j$ ,  $l = k - 1$ ,  $p = j - 1$ ;

5 –  $\tilde{t}_k = \tilde{t}_l + (t_j - t_p)$ ;

6 –  $i = j$ ;

7 –  $k = k + 1$ ,  $j = j + 1$ , проверка  $j < n$  – да, тогда  $\rightarrow$  к 2, – нет, тогда  $\rightarrow$  к 8;

8 – вывод вновь сформированных данных:

$$\tilde{x} = (\tilde{x}_0, \tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_m), \quad (3)$$

$$\tilde{t} = (\tilde{t}_0, \tilde{t}_1, \dots, \tilde{t}_m), \quad (m \leq n). \quad (4)$$

**Модуль 2.** Эта программа предназначена для формирования множества точек  $M$  – локальных максимумов и множества точек  $L$  – локальных минимумов.

Исходными данными служат: (3) и (4), счетчики  $i=0$ ,  $J=1$ ,  $k=2$ ,  $p=0$ ,  $l=0$ ,  $r=0$  и рабочие поля  $M=(0,0,\dots,0)$ ,  $T=(0,0,\dots,0)$ ,  $L=(0,0,\dots,0)$ ,  $\tilde{T}=(0,0,\dots,0)$ . Первым действием является выяснение: куда отнести начальное значение  $x_0$ , к  $M$  или к  $L$ ?

1 – проверка  $\tilde{x}_i < \tilde{x}_j$  да  $\rightarrow$  к 2, – нет, тогда  $\rightarrow$  к 3;

2 –  $L_l = \tilde{x}_i$ ,  $\tilde{T}_l = \tilde{t}_i$ ,  $l = l + 1$ ,  $\rightarrow$  к 4;

3 –  $M_p = \tilde{x}_i$ ,  $T_p = \tilde{t}_i$ ,  $p = p + 1$ . Множество, содержащее  $x_0$ , определено. Теперь снова осуществляем проверку.

4 – проверка  $\tilde{x}_i < \tilde{x}_j$  – да, тогда  $\rightarrow$  к 5, – нет, тогда  $\rightarrow$  к 12;

5 – проверка  $\tilde{x}_k < \tilde{x}_j$  – да, тогда  $\rightarrow$  к 6, – нет, тогда  $\rightarrow$  к 7;

6 –  $M_p = \tilde{x}_j$ ,  $T_p = \tilde{t}_j$ ,  $p = p + 1$ ;

- 7 –  $i = i + 1, \quad j = j + 1, \quad k = k + 1$ ;
- 8 – проверка  $k \leq m - \partial a$ , тогда  $\rightarrow$  к 4, – *нет*, тогда  $\rightarrow$  к 9;
9.  $r = m - 1$ ,
- 10 – проверка  $\tilde{x}_r < \tilde{x}_m - \partial a$ , тогда  $\rightarrow$  к 11, – *нет*, тогда  $\rightarrow$  к 15;
- 11 –  $M_p = \tilde{x}_m, \quad T_p = \tilde{t}_m, \rightarrow$  к 16;
- 12 – проверка  $\tilde{x}_k < \tilde{x}_j - \partial a$ , тогда  $\rightarrow$  к 7, – *нет*, тогда к 13;
- 13 –  $L_l = \tilde{x}_j, \quad \tilde{T}_l = \tilde{t}_j$ ;
- 14 –  $l = l + 1, \quad i = i + 1, \quad j = j + 1, \quad k = k + 1, \rightarrow$  к 8;
- 15 –  $L_l = \tilde{x}_m, \quad \tilde{T}_l = \tilde{t}_m, \rightarrow$  к 16,
- 16 – вывод результатов:

$$M = (M_0, M_1, \dots, M_s), \quad L = (L_0, L_1, \dots, L_{s1})$$

$$T = (T_0, T_1, \dots, T_s), \quad \tilde{T} = (\tilde{T}_0, \tilde{T}_1, \dots, \tilde{T}_{s1})$$

**Модуль 3** предназначен для определения собственного времени колебательного процесса по его статистическим данным (1) и (2). С этой целью в модуле 1. осуществилось избавление от малоинформативных данных, затем в модуле 2. определились локальные максимумы и локальные минимумы. Для программы исходными данными являются:

$$\tilde{x} = (\tilde{x}_0, \tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_m),$$

$$\tilde{t} = (\tilde{t}_0, \tilde{t}_1, \dots, \tilde{t}_m),$$

то есть (3) и (4), а также моменты времени, в которых достигаются локальные максимумы

$$T = (T_0, T_1, \dots, T_s),$$

и рабочие поля:  $x = (0, 0, \dots, 0)$  и  $t = (0, 0, \dots, 0)$ , счетчики:  $i=0, j=1, p=1, l=0, k=0, c=0$ . В программе точки, лежащие левее точки  $M_0$ , и точки, лежащие правее  $M_s$ , отбрасываются.

- 1 – если  $T_0 = \tilde{t}_i - \partial a$ , тогда  $\rightarrow$  3, если – *нет*, тогда  $\rightarrow$  к 2;
- 2 –  $i = i + 1, \rightarrow$  к 1;
- 3 –  $t_k = \frac{\tilde{t}_i}{T_p}, \quad x_k = \tilde{x}_i$ ,
- 4 –  $c = c + 1, \quad p = p + 1$  ;
- 5 –  $i = i + 1, \quad k = k + 1$ ;
- 6 – если  $i \leq s, - \partial a$ , тогда  $\rightarrow$  к 7, если же – *нет*, тогда  $\rightarrow$  к 9;

7 – если  $\tilde{t}_i \leq T_p - \delta a$ , тогда  $\rightarrow$  к 8, если же – *нет*, тогда  $\rightarrow$  к 4;

$$8 - t_k = \frac{\tilde{t}_i}{T_p} + c, \quad x_k = \tilde{x}_i, \quad \rightarrow \text{к } 5,$$

9 – вывод полученных результатов:

$$t = (t_0, t_1, \dots, t_s), \quad (5)$$

$$x = (x_0, x_1, \dots, x_s). \quad (6)$$

В записи (5) моменты  $t_i$ , ( $i = 0, 1, \dots, s$ ), измерены в единицах собственного времени, а (6) соответствующие значения исследуемого процесса.

Если в исходных данных моменты времени  $T = (T_0, T_1, \dots, T_s)$  заменить на  $\tilde{T} = (\tilde{T}_0, \tilde{T}_1, \dots, \tilde{T}_{s1})$ , то в программе модуль 3, результаты (5), (6) выдаст в единицах собственного времени, измеренных по локальному минимуму.

**Модуль 4.** В этой программе используются локальные максимумы и локальные минимумы для определения собственного времени в единицах, измеренных следующим образом: локальные максимумы определяют целые доли собственного времени, а локальные минимумы половинную долю от разности двух соседних локальных максимумов.

Исходные данные – результаты, полученные в модуле 2.:

$$\begin{aligned} M &= (M_0, M_1, \dots, M_s), & L &= (L_0, L_1, \dots, L_{s1}) \\ T &= (T_0, T_1, \dots, T_s), & \tilde{T} &= (\tilde{T}_0, \tilde{T}_1, \dots, \tilde{T}_{s1}) \end{aligned}$$

константа  $c = s + s1 + 1$ , счетчики  $i = 0, k = 0, p = 1$ , и рабочие поля  $x = (0, 0, \dots, 0)$  и  $t = (0, 0, \dots, 0)$ .

1 – если  $T_0 < \tilde{T}_0 - \delta a$ , тогда  $\rightarrow$  к 2, если же – *нет*, тогда  $\rightarrow$  к 5;

2 –  $x_k = M_i, k = k + 1$ ;

3 –  $x_k = L_i, k = k + 1, i = i + 1$ ;

4 – если  $k \leq c, - \delta a$ , тогда  $\rightarrow$  к 2, если же – *нет*, тогда  $p = p + 1 \rightarrow$  к 8;

5 –  $x_k = L_i, k = k + 1$ ;

6 –  $x_k = M_i, k = k + 1, i = i + 1$ ;

7 – если  $k \leq c, - \delta a$ , тогда  $\rightarrow$  к 5, если же – *нет*, тогда  $\rightarrow$  к 8;

8 –  $k = 0, i = 0$ ;

9 –  $t_k = 0,5 \cdot p, k = k + 1, p = p + 1$ ;

10 – если  $k \leq c, - \delta a$ , тогда  $\rightarrow$  к 9, если же – *нет*, тогда  $\rightarrow$  к 11;

11 – вывод результатов:

$$t = (t_0, t_1, \dots, t_c),$$
$$x = (x_0, x_1, \dots, x_c).$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Усманов З.Д. Моделирование времени. – М.: Знание, Сер. «Математика и кибернетика», 1991, №4, 48 с.
2. Усманов З.Д., Хаитов Т.И., Усманова М.Д. Об одном алгоритме преобразования динамических рядов. – ДАН ТаджССР, 1983, т. XXVI, №8, с. 486-488.

Т.И.ХАИТОВ

### МУАЙЯН КАРДАНИ ВОҲИДИ ВАҚТИ ХОСИ РАВАНДИ ЛАПИШ

*Институти математикаи ба номи А. Ҷӯраев  
Академия илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Дар мақала алгоритми муайянкунии воҳиди вақти хоси раванди лапиш дода шудааст. Алгоритм аз 4 ҳиссаи мустақил иборат аст, ки ҳар яке аз онҳо дар намуди модули том таҳия карда шудаанд.

**Калимаҳои калидӣ:** раванд, вақти астрономӣ, вақти хос.

T.I.KHAI TOV

### FINDING THE PROPER TIME UNIT OSCILLATORY PROCESS

*A. Juraev Institute of Mathematics, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

The algorithm for determining the proper time unit of oscillatory process is given in the article. The algorithm consists of 4 independent parts, each of which is framed as a complete module.

**Key words:** process, astronomical time, own time.

УДК 523.532

Г.И.КОХИРОВА, С.П.ЛИТВИНОВ, У.Х.ХАМРОЕВ, М.Р.АХМЕТЗЯНОВ\*

## РЕЗУЛЬТАТЫ АСТРОМЕТРИИ СУПЕРБОЛИДА 23 ИЮЛЯ 2008 Г.

*Институт астрофизики АН Республики Таджикистан,  
\*Институт истории, археологии и этнографии им. А.Дониша  
АН Республики Таджикистан  
Поступила в редакцию 15.12.2015 г.*

*Выполнена астрометрическая обработка двух снимков суперболида, полученных в Гиссарской астрономической обсерватории и Хульбуке 23 июля 2008 г. Представлены результаты определения атмосферной траектории и координат видимого радианта суперболида. Координаты конечной точки видимого пути суперболида соответствуют району, находящемуся вблизи г. Турсунзаде.*

**Ключевые слова:** суперболид, измерение, координаты, траектория, радиант.

Одним из самых заметных астрономических событий в Таджикистане за последние десятилетия стал пролет суперболида 23 июля 2008 г. Координаты конечной точки видимой траектории суперболида соответствуют району, расположенному вблизи г. Турсунзаде.

Болиды и суперболиды являются разновидностью явления метеора, которое представляет собой в совокупности свечение и связанные с ним процессы – нагрев, испарение, ионизация, фрагментация, происходящие в результате вторжения (прочного) твердого объекта из космического пространства в газообразную атмосферу. Такой твердый объект диаметром от 10 микрон до 1 метра,двигающийся в межпланетном пространстве или входящий из него, называется метеороидом. Кроме бесчисленного множества метеороидов, популяцию малых тел Солнечной системы составляют также астероиды и кометы. Астероидом принято называть прочное тело диаметром свыше 1 метра, но не превышающего размера карликовой планеты,двигающегося как свободный объект в межпланетном пространстве или поступающего из него и не проявляющего активности в виде выделе-

---

*Адрес для корреспонденции:* Кохирова Гулчехра Исроиловна. 734042, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Бухоро, 22, Институт астрофизики АН РТ. E-mail: kokhirova2004@mail.ru



ния газа, пыли или метеороидов. Твердое тело диаметром свыше 1 метра, но менее размера карликовой планеты, двигающееся как свободный объект в межпланетном пространстве или поступающее из него и проявляющее активность в виде выделения газа, пыли или метеороидов, называется кометой. Какое-либо твердое тело, сохранившееся в течение метеорной стадии в газообразной атмосфере и не испарившееся полностью, называется метеоритом. В атмосфере метеороид становится метеоритом после прекращения процесса его абляции (разрушения или потери массы), при этом тело продолжает лететь по т.н. темновой траектории и в дальнейшем может быть обнаружено на земной поверхности.

Явление метеора может произвести метеороид, астероид, комета, а также любая частица при подходящей комбинации значений скорости, массы и средней длины свободного пробега частиц планетной атмосферы. Метеоры могут произойти на любой планете или на ее спутнике с достаточно плотной атмосферой, которая обусловит испарение, по крайней мере, части вторгнувшегося метеороида во время его атмосферного пролета. В контексте метеорных наблюдений любое из перечисленных объектов тело, порождающее метеор, независимо от размера может быть названо метеороидом.

Имеющаяся разновидность явления метеора связана с его яркостью. Когда метеор уже ярче -4 абсолютной звездной величины, оценивающей блеск планеты Венера, то его называют болидом, в свою очередь, болид ярче -17 абсолютной звездной величины может быть назван суперболидом. Как правило, болидообразующие метеороиды имеют начальную массу от нескольких десятков грамм до нескольких десятков кг, а метеороиды с внеатмосферными массами выше этого предела образуют суперболиды.

В земной атмосфере метеоры происходят систематически (непрерывно) и круглосуточно и их можно наблюдать наземными средствами. Для наблюдений в темное время суток используются оптические и радиолокационные инструменты, в то время как для дневных наблюдений можно применять только радиолокационные установки. Самым эффективным способом наблюдений болидов и суперболидов являются болидные сети, состоящие из многих станций, обеспечивающих систематические наблюдения в течение ясных ночей. Сети позволяют собирать и накапливать данные о динамических и физических свойствах крупных метеороидов, вторгающихся в земную атмосферу. Кроме того, болидные сети являются единственным средством получения фотографических данных по падениям метеоритов, в случаях, когда этим завершается явление болида или суперболида. Многолетний опыт базисных наблюдений метеоров свидетельствует, что фотографирование метеоритообразующего болида является чрезвычайно редким событием. Это обусловлено тем, что метеоритообразующими могут быть только крупные метеороиды, имеющие достаточно большие начальные массы и состоящие из камня или железа, при этом интервал возможных скоростей входа в атмосферу Земли метеоритообразующих тел составляет  $11.2 \text{ км/с} \leq V_{\infty} \leq 25 \text{ км/с}$  [1,2].

Кроме того, ограничение числа сфотографированных метеоритообразующих болидов связано также с тем, что профессиональные оптические наблюдения выполняются

только в ясные ночи, а мониторинг действующих наблюдательных сетей охватывает сравнительно небольшие территории.

Отметим, как показали Brown et al. [3], вторжение в земную атмосферу космических объектов размером 50-100 м (именно к этому классу размерности относится объект, произведший Тунгусское событие в 1908 г. в Сибири) происходит с периодичностью один раз в тысячу лет, в то время как метеороиды размерами порядка 1-10 м проникают в земную атмосферу в среднем 20 раз в год.

Выполнение астрометрической и фотометрической обработки снимков болида с целью получения его атмосферной траектории, радианта и орбиты в межпланетном пространстве осуществимо, если болид был сфотографирован хотя с двух станций, что возможно только в темное время суток. В случаях, когда болид вторгается в светлое время суток и оптические средства наблюдений не задействованы, а радиолокационные отсутствуют, то его регистрация может произойти очевидцами события, случайно оказавшимися свидетелями явления, с помощью подручных средств. Таковыми в наше время могут служить мобильные телефоны, снабженные фотографическими камерами, цифровые фотоаппараты, регистраторы, камеры наблюдений и т.д. Очень ценными являются и визуальные наблюдения очевидцев. Конечно, в таких ситуациях регистрация явления происходит с некоторым опозданием от самого момента пролета, причем время регистраций разными участниками также отличается между собой, то есть нет одновременного фотографирования хотя бы с двух пунктов, и все это значительно усложняет процесс обработки таких случайных снимков болида.

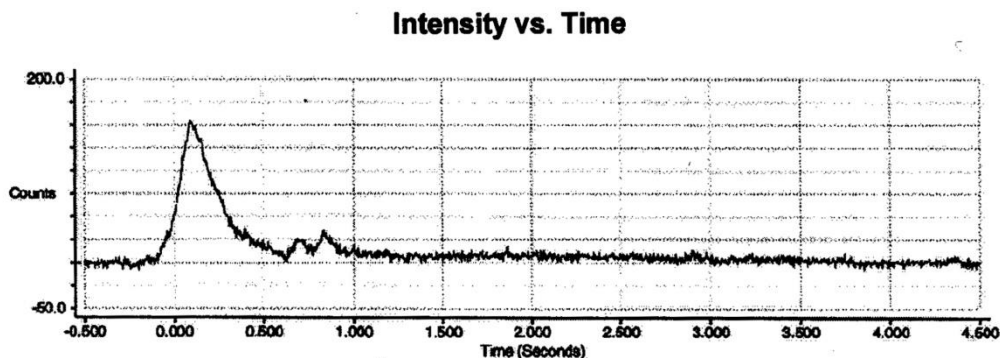
Поскольку движение и разрушение крупных космических тел в атмосфере сопровождается мощными акустико-гравитационными и акустико-инфразвуковыми возмущениями, то существует возможность их регистрации соответствующими наземными станциями. К тому же мощные звуковые волны, достигая земной поверхности, приводят к образованию сейсмических волн, регистрируемых наземными сейсмостанциями. И, наконец, вспышки яркости суперболида могут зарегистрировать спутниковые системы наблюдений из космоса.

**Пролет суперболида 23 июля 2008 г. и его регистрация.** Все эти обстоятельства имели место во время пролета суперболида 23 июля 2008 г. Хотя в Таджикистане на тот момент активно оперировала болидная сеть, суперболид не был сфотографирован станциями сети, так как пролетел в светлое время суток в 19 часов 45 минут местного времени. В этот момент происходил закат Солнца и суперболид медленно почти вертикально пролетел на его фоне в западной части неба над Гиссарским районом. Свечение болида было настолько сильным, что его не затмило излучение заходящего Солнца. Его пролет оставил яркий светящийся след, который под воздействием воздушных потоков принимал различные формы и наблюдался многими очевидцами, как в Гиссарском и окрестных районах, так и в Душанбе в течение более 20 минут. Пролет суперболида сопровождался также звуковыми и сейсмическими явлениями. Появление звуков, похожих на раскаты

грома, скорее всего, связано с фрагментацией болидообразующего метеороида. По оценкам специалистов, болиды такой яркости сопровождаются выпадением метеорита на поверхность Земли. Изучение траектории болида и исследование самого метеорита, вероятно выпавшего после пролета болида, представляют большой интерес для науки. Поэтому в СМИ незамедлительно было объявлено о просьбе ко всем, кто имеет какие-либо данные по этому уникальному явлению, а именно, фотографии болида и его следа, полученные из различных районов Таджикистана, а также сведения о возможном выпадении метеорита, сообщить о них в Институт астрофизики Академии наук Республики Таджикистан.

Чувствительные оптические датчики, установленные на военных спутниках США системы Satellite Network (SN), зарегистрировали вспышку яркости крупного метеороида, вошедшего в атмосферу, в 14 ч. 45 м. 25 с. мирового времени 23 июля 2008 г., и определили координаты проекции вспышки на земную поверхность. Оказалось, что широта составляет 38.6 град. и долгота – 68.0 град. Стало очевидным, что речь идет о явлении суперболида в Таджикистане. По данным спутников, оценка высоты максимальной яркости равна 31.5 км, компоненты проекции скорости в прямоугольной геоцентрической системе на оси XYZ составляют -7.7; -8.2 и -9.1, соответственно. Такие значения соответствуют скорости метеороида в этой точке, равной 14.5 км/с.

По данным регистрации оптических сенсоров спутника, получена кривая блеска суперболида, то есть зависимость интенсивности его видимого свечения от времени, представленная на рис.1. По кривой блеска оценено значение максимума яркости вспышки, составляющего приблизительно  $3.6 \cdot 10^{10}$  ватт/стер, а полная энергия, излученная вспышкой, равна почти  $1.87 \cdot 10^{11}$  Дж. По данным интегральной кривой блеска (рис.2) первоначальная кинетическая энергия болида соответствует 0.5-0.6 кт тротилового эквивалента. Кривая блеска показывает также, что после основной максимальной вспышки яркости произошли еще две мелких. Длительность регистрации сенсоров с момента главной вспышки до конца свечения составляет 4.5 сек. Временной интервал между первой и второй вспышками составляет 0.60 сек., между второй и третьей – 0.14 сек. Найденная максимальная яркость главной вспышки суперболида эквивалентна -21 видимой звездной величине. Для сравнения отметим, что видимая звездная величина Солнца составляет -26 звездных величин, а Луны в полнолуние -14 звездных величин.



**Рис.1.** Кривая блеска суперболида в видимом диапазоне свечения по данным SN.

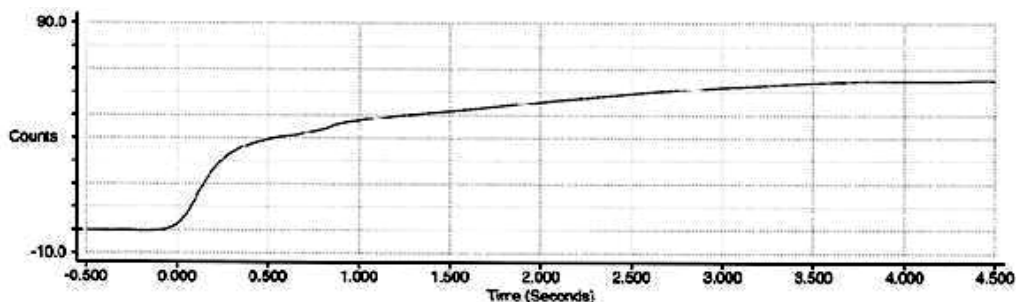


Рис.2. Интегральная кривая блеска суперболида по данным SN.

Инфразвуковые сигналы, связанные с пролётом суперболида, были зарегистрированы двумя из 43 инфразвуковых станций Международной Мониторинговой Системы, находящихся на расстоянии соответственно 1530 и 2130 км от источника спустя несколько минут после события [4].

Сейсмические волны, порожденные звуковыми явлениями суперболида, были зарегистрированы сейсмостанциями, размещенными на территории Таджикистана.

**Оптическая регистрация суперболида.** Поскольку здесь будут изложены результаты астрометрической обработки снимков болида, то приведем детальное описание имеющихся фотоматериалов, пригодных для обработки. В Гиссарской астрономической обсерватории ИА АН РТ полет суперболида и оставленный след были сфотографированы сотрудником Отдела метеорной астрономии ИА АН РТ У.Хамроевым (рис.3). По счастливой случайности, его съёмка была произведена с помощью мобильного телефона спустя несколько секунд после основной вспышки болида. До этого он услышал сильный звук, схожий со звуком взрыва, поднял голову к небу и, увидев болид в виде яркого светящегося сигарообразного следа, начал фотографировать. Отметим, что на снимках У.Хамроева зарегистрирована только финальная часть болида, которая началась с момента вспышки/взрыва и составляет приблизительно от 1/2 до 1/3 части всей траектории болида. Из-за заката Солнца, на фоне которого он пролетел, так называемая «видимая» траектория болида стала действительно заметной лишь с момента вспышки, где его блеск увеличился в несколько раз. Большую часть пути болида до вспышки, также светящуюся, но гораздо слабее, затмило Солнце. Снимки У.Хамроева запечатлели по крайней мере 5 последовательных вспышек на этой части траектории суперболида, что свидетельствует об интенсивном разрушении метеороида. Отметим, что количество вспышек на этих снимках отличается от их числа на кривой блеска, полученной по регистрации спутниковой системы.

Вторая серия снимков, попавших в наше распоряжение, была получена М.Р.Ахметзяновым, на тот момент сотрудник Отдела востоковедения и археологии Института истории, археологии и этнографии им. А.Дониша АН РТ. Снимки М.Р.Ахметзянова были найдены в архиве Отдела и переданы нам заведующим Отделом востоковедения и археологии Института истории, археологии и этнографии им.А.Дониша

АН РТ Бобомуллоевым Б. в июне 2015 г. В июле 2008 г. сотрудники отдела выполняли раскопки на городище Хульбук Хатлонской области Таджикистана, где М.Р.Ахметзяновым и были получены фотографии явления (рис.4). Здесь съемка началась только через несколько минут после пролета, и мы имеем изображение уже расширившегося светящегося следа. Зато М.Р. Ахметзяновым позже было получено изображение участка ночного неба со звездами на месте пролета болида, что помогло нам оценить масштаб использованной им фотокамеры. Таким образом, для измерений и астрометрии мы имели неодновременные фотографии с двух пунктов ГисАО и Хульбук. Координаты этих пунктов и расстояние между ними приведены в табл.1.



Рис.3. Пролет суперболида по снимкам ГисАО.

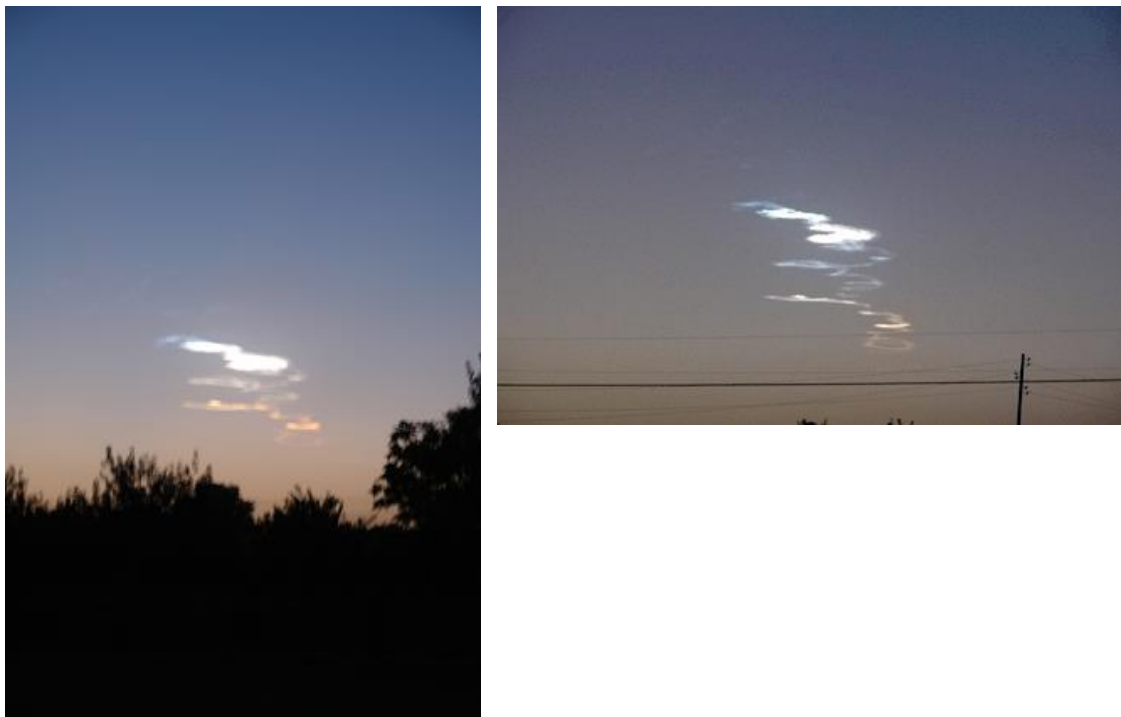
Таблица 1

Географические координаты наблюдательных пунктов и расстояние между ними

Наблюдательный пункт	Долгота	Широта	Высота (м)	Расстояние (км)
Гиссарская астрономическая обсерватория (ГисАО)	68°41'	38°29'	730	110.0
Хульбук	69°33'	37°46'	470	

**Астрометрическая обработка и результаты.** Все фотографии являются цифровыми, поэтому для измерений опорных звезд, которые к тому же отсутствовали на снимках, а также самого суперболида невозможно было использовать координатно-измерительную машину Аскорекард. Все необходимые измерения выполнены на ПК с помощью программы FISHSCAN, разработанной доктором И.Боровичка для измерений

сканированных изображений болидов, полученных фотографическими камерами всего неба [5]. Программа позволяет накладывать на внесенный в нее снимок область неба со всеми имеющимися яркими звездами, соответствующую дате, времени и координатам станции.

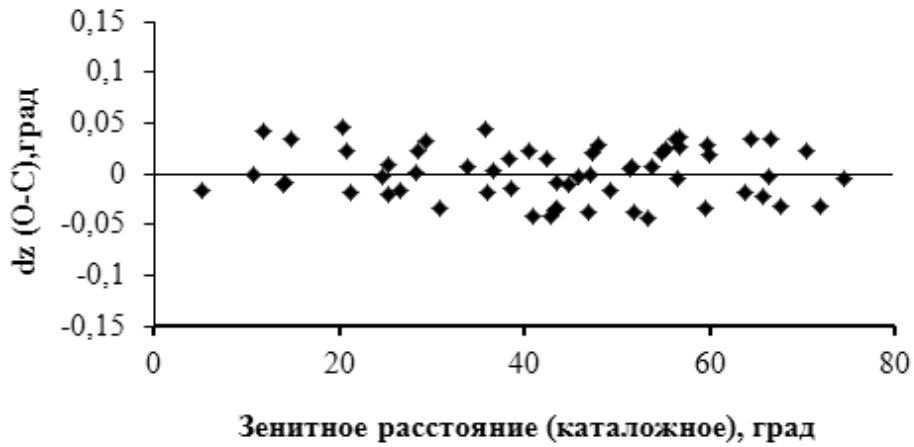


**Рис.4.** След от пролета суперболида по снимкам Хульбука.

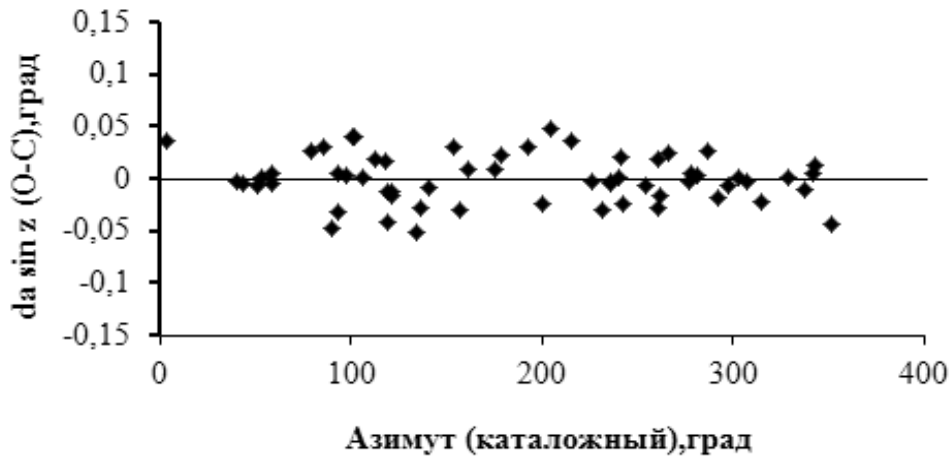
Астрометрическая обработка болидных фотографий заключается в определении горизонтальных ( $a$ -азимут и  $z$ -зенит) и экваториальных ( $\alpha$ -прямое восхождение и  $\delta$ -склонение) координат болида путем привязки к координатам опорных звезд с помощью измеренных прямоугольных координат звезд и болида. Астрометрия суперболида проведена по методике, разработанной для редукции снимков, получаемых с помощью камер всего неба и позволяющей определять положение деталей изображения объекта с точностью не более 1 минуты дуги [6-8], что является достаточно хорошим результатом для негативов такого масштаба.

Для измерений на снимках ГисАО и Хульбука выбрано соответственно 92 и 82 опорных звезд, расположенных по всему кадру. На рис.5а приведены отклонения  $dz(O-C)$  каталожных от вычисленных значений зенитных расстояний опорных звезд в зависимости от их зенитных расстояний  $z$ , а на рис. 5б – отклонения  $d\alpha \sin z(O-C)$  каталожных значений азимутов опорных звезд от вычисленных в зависимости от их азимута  $a$  по снимку из ГисАО. Те же самые характеристики для фотографии Хульбука приведены на рис.6а-6б. Из этих рисунков видно, что стандартное отклонение каждого измеренного положения не превышает 0.05 град. или одной минуты дуги в интервале зенитных расстояний звезд

от 0 до 90 град., что соответствует почти 6 мкм на фотопленке, т.е. величине сопоставимой с ошибками измерений. Однако, отметим, что в случае снимка Хульбука, эти ошибки относятся к той траектории, которую мы интерполировали по имеющемуся размытому следу, следовательно, они не могут характеризовать корректность нашей интерполяции.

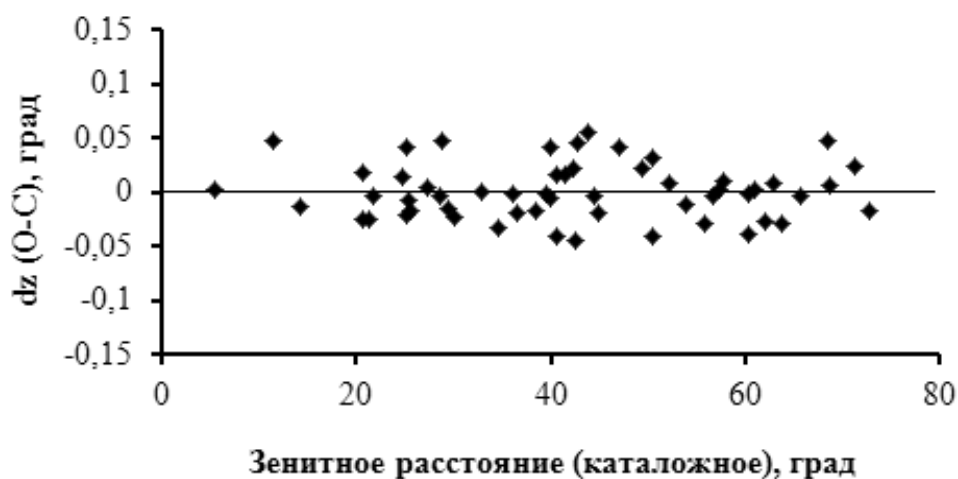


а

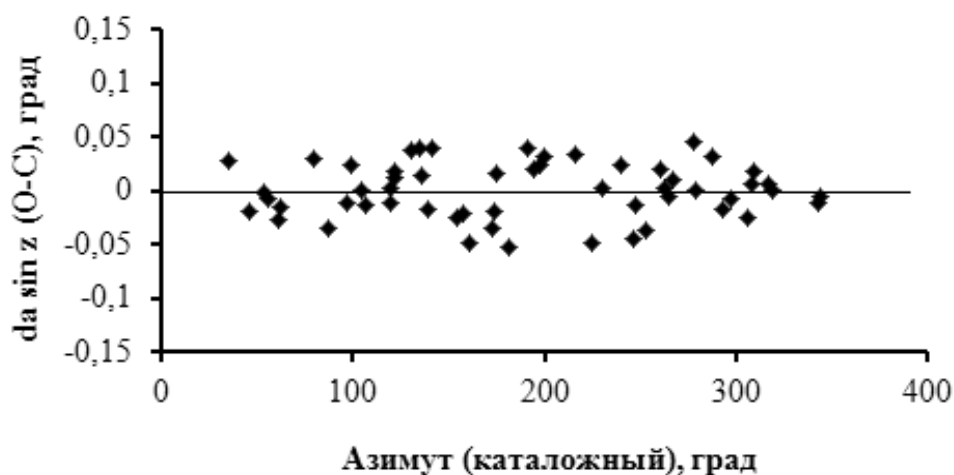


б

**Рис.5.** Результаты определения невязок  $dz$  в зенитном расстоянии и невязок  $da \cdot \sin z$  в азимуте опорных звезд для снимка суперболида в ГисАО.



а



б

**Рис.6.** Результаты определения невязок  $dz$  в зенитном расстоянии и невязок  $da \cdot \sin z$  в азимуте опорных звезд для снимка суперболида в Хульбуке.

На снимке ГисАО суперболид пролетел почти строго с востока на запад с небольшим наклоном к северу. Измерение точек болида на этом снимке практически не создало трудностей. До основной вспышки удалось измерить еще одно положение, но определение истинного положения конца траектории по этому снимку, да и по снимку Хульбука, оказалось затруднительным. Поэтому конечная высота определена с некоторой долей сомнения.

Но в нашем случае здесь появляются еще две проблемы – совмещение масштабов фотографий всего неба и фотографий, полученных иными цифровыми аппаратами, и определение точной траектории болида на фоне расширенного следа в Хульбуке.



Эти трудности были преодолены следующим путем. Для определения масштаба камеры мобильного телефона с его помощью была произведена контрольная съемка двух предметов, размещенных на противоположных краях кадра, расстояние между которыми и до которых было нам известно. Таким образом, оценено поле зрения камеры, составляющее 40 град. х 20 град. С учетом этого угловой размер болида на ПЗС кадре, полученном с помощью объектива «рыбий глаз», должен быть 23.5 град. или 51.8 мм. Поэтому снимок ГисАО был конвертирован к этому размеру. Затем для измерений были выбраны 92 опорных звезды и 15 точек на следе болида.

По следу болида в Хульбуке была изготовлена палетка (сетка), состоящая из всех возможных положений объекта в данном раструбе (интервале) расширения. Оказалось, что здесь возможны 7 положений, размещенных с интервалом 5 град. Все эти позиции следа были измерены. Обработка совместно с измерениями снимка ГисАО и анализ графических результатов показали, что в этом наборе самым реальным оказалось положение, имеющее наклон к следу в ГисАО 30 град. Относительно этого направления была сделана еще одна палетка в интервале 28-33 град. с шагом 1 град. и выполнена следующая серия измерений 6-ти направлений. Обработка и анализ графических результатов показал, что измеренные точки обеих станций расположились вдоль средней траектории болида наилучшим образом при наклоне следа в Хульбуке к следу ГисАО равному 32 град. Иными словами, наименьшие невязки вычисленных положений от теоретической траектории (О-С) изображения обеих станций имеют при угле между ними 32 град. (рис.5-6). Длина следа в Хульбуке определена таким же образом, что и в ГисАО. М.Р.Ахметзяновым также был снят участок звездного неба, и учитывая, что поле зрения его фотокамеры составляет 40 град. х 30 град., то после конвертации масштаба угловой размер суперболида на ПЗС кадре, полученном с помощью объектива «рыбий глаз», должен составлять 11.1 град. или 19 мм. Всего на этом следе измерено 13 точек.

**Траектория и радиант суперболида.** Небесные горизонтальные и экваториальные координаты суперболида вместе с их стандартными отклонениями, вычисленные по известным соотношениям (см. например, [9,10]) на основе измерений выбранных точек на его следе на фотографиях ГисАО и Хульбука, приведены в табл.2 и 3, соответственно. Все измерения суперболида выполнены в направлении от его начала к концу пути. При измерениях время пролета суперболида задано 14ч.45м.31с. UT.

Таблица 2

Координаты суперболида по снимку ГисАО

№ точки измерения	$\alpha$ (град.)	$\delta$ (град.)	$a$ (град.)	$z$ (град.)	$\sigma$ (град.)
1	180.671	23.981	86.864	45.409	-0.007
2	179.515	23.484	87.040	46.571	-0.006
3	178.367	22.975	87.205	47.736	-0.009
4	178.318	22.963	87.224	47.781	0.000
5	178.238	22.933	87.242	47.859	0.005
6	175.634	21.717	87.584	50.545	-0.012
7	173.013	20.487	87.967	53.266	0.021

№ точки измерения	$\alpha$ (град.)	$\delta$ (град.)	$a$ (град.)	$z$ (град.)	$\sigma$ (град.)
8	170.930	19.412	88.202	55.491	0.000
9	168.615	18.199	88.478	57.984	-0.001
10	167.476	17.616	88.639	59.208	0.025
11	164.891	16.142	88.889	62.079	-0.013
12	162.530	14.821	89.174	64.698	0.014
13	159.924	13.275	89.444	67.650	0.011
14	157.282	11.624	89.678	70.706	-0.024
15	155.097	10.282	89.915	73.226	-0.005

Таблица 3

Координаты суперболида по снимку Хульбук

№ точки измерения	$\alpha$ (град.)	$\delta$ (град.)	$a$ (град.)	$z$ (град.)	$\sigma$ (град.)
1	134.834	35.382	123.049	74.507	0.007
2	134.542	35.212	123.051	74.800	-0.003
3	134.202	35.028	123.066	75.133	-0.002
4	133.876	34.855	123.084	75.451	0.003
5	132.539	34.092	123.129	76.791	-0.005
6	131.349	33.410	123.187	77.992	0.004
7	130.394	32.821	123.213	78.984	-0.008
8	129.482	32.271	123.259	79.928	0.001
9	128.767	31.816	123.285	80.686	-0.003
10	127.524	31.029	123.348	82.005	0.009
11	126.422	30.277	123.378	83.215	-0.007
12	125.730	29.806	123.408	83.976	-0.007
13	125.083	29.380	123.451	84.681	0.010

Параметры той части атмосферной траектории суперболида, которую удалось сфотографировать в ГисАО, приведены в табл.4. Напомним, что большая часть пути болида была затемнена Солнцем, поэтому на снимки она не попала. Длина видимого пути, определенная по этому снимку, составила  $l=29.3$  км. В табл.4 даны высоты над уровнем моря точек, измеренных вдоль видимого следа суперболида, длина пути  $L$  и расстояния этих точек до пункта ГисАО  $R$ , географические долготы  $\lambda$  и широты  $\varphi$  вертикальной проекции измеренных точек траектории болида на поверхность геоида. Стандартные отклонения, приведенные для измеренных точек, являются показателем геометрической точности вычисления их высот, долгот и широт.

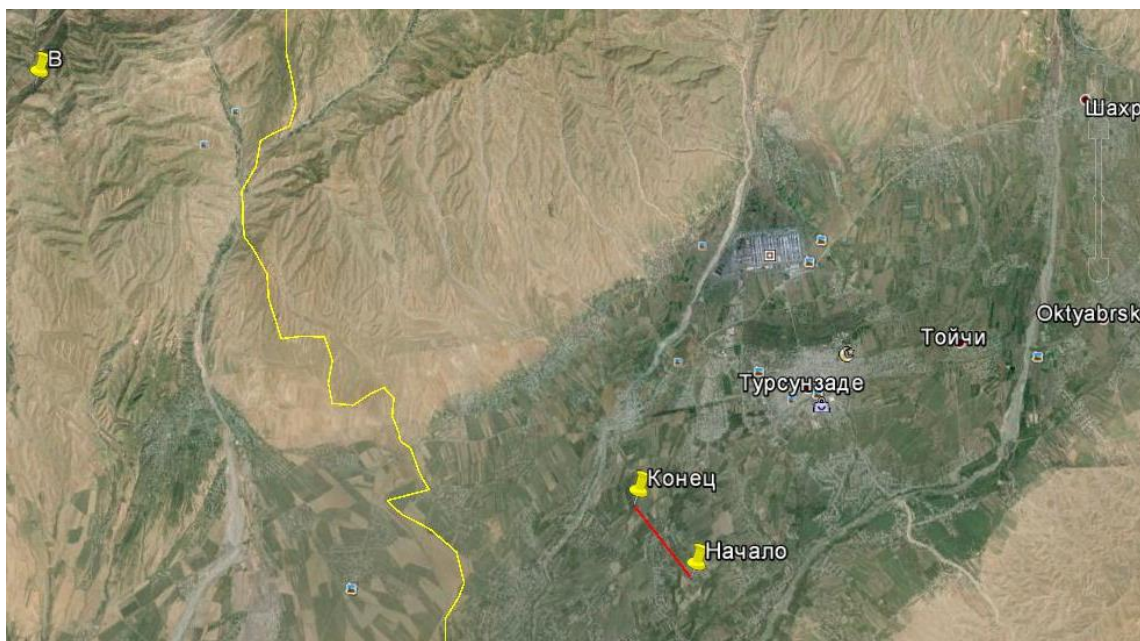
Таблица 4

Параметры атмосферной траектории суперболида

№ точки измерения	$H$ (км)	$L$ (км)	$R$ (км)	$\lambda$ (град.)	$\varphi$ (град.)
1	43.39±.007	0.00	46.33	68.1914±.0003	38.4674±.0003
2	41.76±.007	1.64	46.90	68.1905	38.4685
3	40.19±.009	3.22	47.74	68.1896	38.4696
4	40.13±.000	3.28	48.71	68.1895	38.4697
5	40.02±.005	3.39	49.72	68.1894	38.4698
6	36.60±.012	6.83	51.00	68.1874	38.4721

№ точки измерения	$H$ (км)	$L$ (км)	$R$ (км)	$\lambda$ (град.)	$\varphi$ (град.)
7	33.36±.020	10.07	51.61	68.1856	38.4744
8	30.88±.000	12.57	52.97	68.1841	38.4761
9	28.23±.001	15.23	54.33	68.1825	38.4780
10	26.98±.022	16.49	56.23	68.1818	38.4789
11	24.15±.011	19.32	58.36	68.1802	38.4809
12	21.69±.012	21.80	58.43	68.1787	38.4826
13	19.03±.009	24.48	58.47	68.1771	38.4845
14	16.37±.020	27.14	59.49	68.1756	38.4863
15	14.25±.004	29.27	60.58	68.1743±.0003	38.4878±.0002

Согласно данным спутниковых систем, координаты вертикальной проекции главной вспышки суперболида на геоид составляют по долготе 68.0 град. и широте 38.6 град. По нашим результатам, эти величины имеют следующие значения: долгота 68.1 град. и широта 38.5 град. Величина 0.1 град. равна примерно 10 км и, таким образом, видно, что эти данные отличаются между собой на  $\pm 10$  км. Однако следует учесть, что, во-первых, данные спутников зачастую имеют определенную погрешность в определении координат, как показывает практика прежних событий. Во-вторых, результаты астрометрической обработки таких нетипичных снимков имеют оценочный характер и также могут содержать соответствующие ошибки. Проекция вычисленной по снимку ГИСАО траектории суперболида на земную поверхность приведена на рис.7, где также отмечена проекция точки (В) максимальной яркости по данным спутника SN.



**Рис.7.** Проекция видимой траектории суперболида на земную поверхность, точка В – проекция участка максимальной яркости по данным SN.

По нашим оценкам, диапазон высот суперболида находится в интервале 43.4-14.3 км, максимуму первой вспышки суперболида, скорее всего, соответствует диапазон высот 42.8-40.2 км. Свечение вдоль видимой траектории состоит из трех сегментов, разделенных небольшими перемичками. Самый яркий первый участок до первой перемички, где вследствие начала сильного разрушения метеороида произошла самая мощная вспышка блеска, охватывает диапазон высот 42.9-32.1 км, второму сегменту до второй перемички соответствуют высоты в пределах 32.1-25.6 км и на последний сегмент приходятся высоты в интервале 25.6-14.3 км.

На основе обработки инфразвуковых сигналов, сопровождавших пролет суперболида, зарегистрированных двумя станциями Международной Мониторинговой Системы, с последующим анализом результатов Popova et al. [4], показали, что возможный диапазон высот явления – источника зарегистрированных волн, заключен в пределах 55-15 км с отклонением  $\pm 5$  км, а интенсивное дробление метеороида имело место на высотах примерно 45-25 км.

В работе [11] определены геофизические параметры суперболида, в том числе определена высота яркой вспышки суперболида, равная 36.4 км. Данная оценка получена на основе географических координат проекции вспышки на земную поверхность по данным SN и пункта наблюдения в г. Душанбе, а также зенитного расстояния вспышки, измеренного из пункта наблюдения в г. Душанбе. Однако авторы рассматривают эту оценку как сомнительную, поскольку в статье не приводятся сведения о фотоматериалах, доступных для обработки, и поэтому не ясно, каким образом было измерено зенитное расстояние вспышки. Ошибка, равная нескольким градусам, при глазомерном наведении угломера на расположение вспышки, когда от нее уже ничего не осталось, может дать ошибку в определении высоты в несколько км.

Имея координаты болида по двум корреспондирующим снимкам, можно вычислить координаты его радианта, то есть точки на небесной сфере, из которого болид вошел в земную атмосферу. Угол схождения между двумя пунктами составляет  $Q=31.9$  град., видимые координаты радианта суперболида на момент наблюдений:  $\alpha=234.8\pm 0.1$  град. и  $\delta=34.0\pm 0.1$  град., зенитное расстояние радианта  $z_R=5.1$  град.,  $\cos z_R=0.996$ .

По имеющимся наблюдательным данным, метеорный поток с такими значениями координат радианта и датой активности пока не известен, поэтому суперболид классифицируется как спорадический.

По геоцентрическим координатам радианта и скорости, а также моменту пролета можно определить орбиту объекта. Однако в нашем случае внеатмосферная скорость суперболида не известна. Значение скорости, найденное спутником, соответствует моменту вспышки, а, как известно, здесь начинается сильное торможение и скорость входа будет выше скорости в этой точке.

Авторы выражают благодарность Б.Бобомуллоеву, заведующему Отделом востоковедения и археологии Института истории, археологии и этнографии им. А.Дониша АН РТ, за предоставленные фотоматериалы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Левин Б.Ю. *Астрономический журнал*, 1946, т.23, 2, с. 83.
2. Levin B. Yu., Simonenko A.N., Anders E. *Icarus*, 1976, 28, p. 307.
3. Brown P., Spalding R.E., ReVelle D.O., Tagliaferri E. Worden S.P. *Nature*, 2002, v. 420, p. 294.
4. Popova O., Silber E., Rybnov Yu. The detection of superbolide over Tajikistan (July 23, 2008), in print.
5. Kokhirova G.I., Borovicka J. *Astron. and Astrophys.*, 2011, v.533, p.A115.
6. Borovicka J. *Publ. Astron. Inst. Czech. Acad. Sci.*, 1992, № 79, p. 19.
7. Borovicka J., Spurny P., Keclikova J. *Astron. and Astrophys. Suppl. Ser.*, 1995, v. 112, p. 173.
8. Babadzhанov P.B., Kokhirova G.I., Borovicka J., Spurny P. *Solar System Res.*, 2009, v. 43, p. 353.
9. Бабаджанов П.Б., Крамер Е.Н. *Методика и некоторые результаты фотографических исследований метеоров. Ионосфера и метеоры. 5 раздел программы МГГ, № 12/Отв.ред. В.В. Федынский. М.: Изд-во АН СССР, 1963, 144 с. (Результаты исследований по программе МГГ).*
10. Cerplecha Z. *Bull. Astron. Inst. Czechosl.*, 1987, v. 38, № 4, p.222.
11. Коновалова Н.А., Алимов О.А. *ДАН РТ*, 2011, т.54, №4, с.286.

Г.И.ҚОҶИРОВА, С.П.ЛИТВИНОВ, У.Ҳ.ҲАМРОЕВ, М.Р.АХМЕТЗЯНОВ\*

### НАТИҶАҶОИ ҚОРҚАРДИ АСТРОМЕТРИИ СУПЕРБОЛИДИ 23 ИЮЛИ С. 2008

*Институту астрофизикаи АИ Ҷумҳурии Тоҷикистон,*

*\*Институту таърих, бостоншиносии ва мардумшиносии ба номи Дониши  
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Қорқарди астрометрии дуто акеҳи суперболид, ки дар Расадхонаи астрономии Ҳисор ва Хульбук 23 июли с.2008 фотографиронида шуданд иҷро гардид. Натиҷаҳои муайян намудани траекторияи атмосферии ва координатҳои радианти суперболид пешниҳод шудаанд. Координатҳои нуқтаи охири траекторияи суперболид дар минтақаи назди ш. Турсунзаде ҷойгир астанд.

**Калимаҳои калидӣ:** суперболид, ченкунӣ, координатҳо, траектория, радиант.

G.I.KOKHIROVA, S.P.LITVINOV, U.H.HAMROEV, M.R.AHMETZYANOV\*

## **THE RESULTS OF ASTROMETRIC REDUCTION OF THE SUPERBOLIDE**

**23 JULY 2008**

*Institute of Astrophysics, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan,  
Institute of History, archeology and ethnography named after Donish,  
Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

The astrometric reduction of the two images of the superbolide obtained at the Gissar astronomical observatory and Hulbuk on 23 July 2008 was fulfilled. The results of determination of the atmospheric trajectory and coordinates of apparent radiant of the superbolide are presented. The coordinates of the terminal point of the superbolide trajectory are located near Tur-sunzade.

**Key words:** superbolide, measuring, coordinates, trajectory, radiant.

УДК 523.6

Х.И.ИБАДИНОВ, А.Г.САФАРОВ\*

НЕКОТОРЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ОБРАЗОВАНИЯ АНОМАЛЬНОГО  
ХВОСТА КОМЕТ

*Институт астрофизики АН Республики Таджикистан,*

*\*Таджикский национальный университет*

*Поступила в редакцию 18.06.2015 г.*

*Систематизированы наблюдательные данные об аномальном хвосте комет в виде каталога. Изучены закономерности образования аномального хвоста комет. Выявлена связь появления аномального хвоста от гелиоцентрического  $r$  и геоцентрического  $\rho$  расстояний кометы, от расстояния перигелия орбиты  $q$ , от наклона плоскости орбиты кометы к плоскости эклиптики  $i$  и от  $(r - q)$ . Изучена зависимость длины аномального хвоста  $S$  от абсолютной звёздной величины  $H_{10}$  и от расстояния перигелия кометы  $q$ .*

**Ключевые слова:** кометы, каталог, аномальный хвост, статистическое исследование.

Кометы крайне нестационарные объекты Солнечной системы. Одним из видов нестационарности является образование аномального хвоста комет. Согласно механической теории кометных форм, аномальный хвост является результатом синхронного выброса крупных пылевых частиц из ядра кометы в сторону Солнца. Этот хвост, состоящий из пылевых частиц размерами более  $10^{-2}$  см, формируется под действием сил гравитации Солнца. У таких частиц эффективное ускорение  $\mu$  (отношение ускорений, приобретённых частицей под действием фотонного излучения и гравитации Солнца) равно нулю, поэтому они двигаются вокруг Солнца под действием его гравитации и образуют метеороидные рои [1]. Отклонение орбиты таких частиц от орбиты кометы-родительницы определяется, в основном, начальными условиями – скоростью и углом выброса частиц из ядра кометы. Наличие аномального хвоста у кометы является явным признаком значительной активности кометного ядра кометы.

---

*Адрес для корреспонденции:* Сафаров Абдулджалол Гафурович 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: aj\_safarov@mail.ru

Целью настоящей работы является статистическое исследование образования аномального хвоста комет.

Аномальные хвосты комет не достаточно изучены. А.А.Деменко [2] даёт сведения об аномальном хвосте 16 комет. В [3] приведены данные об аномальном хвосте 12 комет. Наблюдения последних десятилетий позволили установить аномальный хвост у других комет. Для детального исследования условий формирования такого хвоста необходима систематизация всех наблюдений. Нами составлен каталог комет с аномальным хвостом. Каталог содержит 65 комет (таблица). В каталоге приведены: обозначение комет по каталогу Marsden и Williams [4], время ( $T$ ) прохождения кометы через перигелий орбиты, расстояние перигелия ( $q$ ) орбиты, наклон ( $i$ ) орбиты кометы к плоскости эклиптики, гелио- ( $r$ ) и геоцентрическое ( $\rho$ ) расстояния кометы во время наблюдения аномального хвоста, абсолютная звёздная величина кометы ( $H_{10}$ ), краткая информация об аномальном хвосте и указан источник информации.

### **Статистическое исследование аномальных хвостов комет**

Нами изучена зависимость аномальных хвостов комет от некоторых параметров их орбиты [5]. В частности, зависимость его появления от гелиоцентрического расстояния  $r$  и от геоцентрического расстояния кометы  $\rho$ , от расстояния перигелия орбиты  $q$ , от наклона плоскости орбиты кометы к плоскости эклиптики  $i$  и от  $(r - q)$ . Некоторые результаты представлены на рис. 1-5.

Статистически максимумы числа комет с аномальным хвостом наблюдаются в интервале гелиоцентрических расстояний комет 0.4-1.6 а. е., геоцентрических расстояний 0.5 а.е., 1 а.е. и 1.4-1.6 а.е., расстояний перигелия орбиты 0.1-0.5 а.е. и 0.8-1.5 а.е. и наклонов орбиты 15-20 и 60 градусов. По нашему мнению, это обусловлено условиями наблюдений комет (близость к Земле). Выявлено, что максимальное число аномального хвоста комет приходится на район перигелия орбиты ( $r - q \approx 0$ ). Это можно объяснить воздействием приливной силы Солнца, большим притоком солнечной лучевой энергии на ядро кометы и большой скоростью сублимации льдов ядра.

Представляет интерес исследование зависимости плотности появления аномального хвоста комет, то есть отношение числа аномальных хвостов к общему числу комет. Поэтому мы исследовали зависимость этого параметра от наклона орбиты и расстояния перигелия орбиты (рис.6,7). Показано, что образование аномального хвоста комет не зависит от этих параметров. Была исследована зависимость длины аномального хвоста от абсолютной звёздной величины кометы. На рис. 8 приведено распределение числа комет по длине аномального хвоста. Видно, что длина аномального хвоста большинства комет составляет  $10^{-4}$  и  $10^{-3}$  а.е.



Таблица

## Каталог комет с аномальным хвостом

N п/п	Кометы	T, год	q, а.е.	i, град.	r, а.е.	$\rho$ , а.е.	H <sub>10</sub>	Информация об аномальном хвосте комет	Лит-ра
1	C/1577 V1	1577 г. Октябрь 27.4	0.17750	104.88	0.61	0.12	-1.8	Аномальный хвост наблюдался 3 декабря 1577 г. Данные об аномальном хвосте кометы не сохранились.	1,2,6
2	C/1596 N1	1596 г. Июль 25.7	0.56716	21.49	0.64	1.24	5.2	Аномальный хвост наблюдался 9 июля 1956 г. Данные об аномальном хвосте кометы не сохранились.	1,2,6
3	C/1680 V1	1680 г. Декабрь 18.4	0.00622	60.67			4.0	Аномальный хвост наблюдался 7 и 8 января 1681 г. Готфрид Кирхом. Данные об аномальном хвосте кометы не сохранились.	1,2,6
4	C/1823 Y1	1823 г. Декабрь 9.9	0.22674	103.81	1.17	0.49	4.2	Гамбар, Гардинг и Ольберс с 22 по 31 января 1823 г. наблюдали аномальный хвост кометы.	1,2,3,6
5	C/1844 Y1	1844 г. Декабрь 14.2	0.25053	45.56	0.83	1.02	4.9	Аномальный хвост наблюдался с 11 по 31 января 1845 г. Бредихином и Маклером.	1,2,3,6
6	C/1851 U1	1851 г. Октябрь 1.2	0.14205	73.98	0.73	0.96	6.0	Аномальный хвост наблюдался Брорсен и Литров с 22 октября по 21 ноября 1851 г.	1,6
7	C/1877 G1	1877 г. Апрель 27.3	0.94498	121.15	0.96	1.40	5.7	Аномальный хвост наблюдался Виннеке и Бредихином, 5 апреля и 15 мая 1877 г.	1,2,6
8	C/1882 R1	1882 г. Сентябрь 17.7	0.00775	142.01	1.01	1.42	0.8	Аномальный хвост наблюдался с 4 октября до 21 ноября 1882 г. Гардинг и Барнардом.	1,2,6
9	C/1883 D1	1883 г. Февраль 19.4	0.76006	78.06	0.81	1.16	7.0	Аномальный хвост наблюдался 28 февраля, 1 и 2 марта 1883 г. Скиапарелли.	1,6
10	C/1885 X2	1886 г. Май 3.78	0.47925	84.44	0.48	0.75	6.6	Бакхауз наблюдал аномальный хвост кометы 1 мая 1885 г.	6
11	C/1888 R1	1889 г. Январь 31.6	1.81491	166.38	0.92	1.36	3.6	Барнард, 3 июля отметил хвост длиной 1° направленный к Солнцу.	1,6
12	C/1892 E1	1892 г. Апрель 7.2	1.02683	38.70	1.05	1.08	3.2	Конколи 2 апреля 1892 г. наблюдал сильный выброс при P = 250°.	6
13	D/1894 F1	1894 г. Февраль 9.9	1.14700	5.52	1.22	0.48	10.4	Аномальный хвост наблюдался Кнопф, Борелли и Гартманом от 27 до 29 марта 1894 года.	6
14	C/1910 A1	1910 г. Январь 17.5	0.12897	138.78	0.40	1.17	5.0	Аномальный хвост наблюдался многими наблюдателями в конце января и начале февраля 1910 г.	1,2,6

Продолжение таблицы

N п/п	Кометы	T, год	q, а.е.	i, град.	r, а.е.	$\rho$ , а.е.	H <sub>10</sub>	Информация об аномальном хвосте комет	Лит- ра
15	C/1921 E1	1921 г. Май 10. 4	1.00845	132.18	1.20	1.21	6.4	Аномальный хвост наблюдался в апреле и начале мая 1921 .	6
16	C/1922 U1	1922 г. Октябрь 26.5	2.25877	51.45	2.26	1.88	5.3	Аномальный хвост наблюдался 25 октября 1922 г.	6
17	C/1925 V1	1925 г. Декабрь 7.2	0.76356	144.59	0.76	1.02	9.6	Аномальный хвост наблюдался 10 декабря 1925 г.	6
18	C/1930 D1	1930 г. Январь 15.6	1.08711	99.88	1.26	0.39	12.6	Аномальный хвост наблюдал Струве 24 февраля 1930 г.	6
19	C/1931 O1	1931 г. Июнь 11.7	1.04690	42.29	1.33	1.84	4.7	Аномальный хвост наблюдался 31 июля и 5 августа 1931 г.	3,6
20	C/1931 P1	1931 г. Август 25.9	0.07492	169.28	0.32	1.18	6.6	Аномальный хвост наблюдал Ван Бисбурк. Он получил фотографии кометы 17 и 18 ноября 1931 г., где виден аномальный хвост длиной 0°,75.	6
21	C/1932 M1	1932 г. Сентябрь 24.5	1.64741	78.38	2.03	1.30	9.2	Аномальный хвост наблюдался в 27 июня 1932 г.	6
22	C/1935 A1	1935 г. Февраль 26.4	0.81114	65.42	0.81	0.87	10.0	Аномальный хвост наблюдался в 27 и 28 февраля и 2 марта 1935 г.	6
23	C/1939 B1	1939 г. Февраль 6.8	0.71649	63.52	0.74	0.60	9.2	12, 21 февраля 1940 г. наблюдался хвост, направленный к Солнцу.	6
24	C/1954 O1	1954 г. Июнь 1.9	0.67746	116.15	1.31	1.69	7.3	Аномальный хвост наблюдался 1, 6 и 7 августа 1954 г.	3,6
25	C/1961 O1	1961 г. Июль 17.4	0.04099	24.21	0.39	0.88	7.5	Аномальный хвост наблюдался с конца июля до начала августа 1961 г.	3,7
26	C/1962 C1	1962 г. Апрель 1.6	0.03139	65.01	0.42	0.99	5.7	Аномальный хвост наблюдался с 10 до 25 апреля 1962 г. МакКлюром, в обсерватории Маунт Паломар и Э.Рёмером во Флагстаффе.	3,7
27	C/1963 A1	1963 г. Март 21.4	0.63213	160.64	0.94	0.33	6.4	Аномальный хвост наблюдался с февраля до июня 1963 г.	7
28	C/1968 H1	1968 г. Август 7.9	1.16043	143.23	1.18	1.60	5.5	Аномальный хвост наблюдался 24 июля 1968 г. Р. Утерфилдом в обсерватории Уилсон.	8

## Продолжение таблицы

N п/п	Кометы	T, год	q, а.е.	i, град.	r, а.е.	$\rho$ , а.е.	H <sub>10</sub>	Информация об аномальном хвосте комет	Лит- ра
29	C/1969 T1	1969 г. Декабрь 21.2	0.47260	75.81	0.49	1.03	6.3	Аномальный хвост наблюдался Ф.Миллером 26 декабря 1969 г. и 2 января 1970 г.	3,8
30	C/1973 E1	1973 г. Декабрь 28.4	0.14242	14.30	0.55	0.72	6.1	Аномальный хвост наблюдался с конца декабря 1973 г. до февраля 1974 г.	3,8,9, 12
31	C/1975 V2	1975 г. Декабрь 21.1	0.21872	70.62	0.58	1.07	7.5	Аномальный хвост длиной 24' под углом P=260° наблюдался Уотерфилдом.	9
32	C/1980 O1	1980 г. Июнь 22.4	0.52274	49.06	1.23	1.60	7.9	Аномальный хвост наблюдался с середины августа до середины сентября 1980 г.	12
33	C/1983 H1	1983г. Май 21.2	0.99134	73.25	1.01	0.13	9.4	Аномальный хвост кометы наблюдался в виде сильного выброса к Солнцу. Станции ГАИШ МГУ В.П. Горанский 11 мая 1983 г.	10
34	C/1984 N1	1984 г. Август 12.1	0.29128	164.15	0.55	1.34	7.8	Аномальный хвост кометы наблюдался от 29 августа до 30 сентября 1984 года многими наблюдателями	10
35	C/1987 P1	1987 г. Ноябрь 7.2	0.86895	34.08	1.08	0.84	6.0	Аномальный хвост был получен в Абастуман. астроф. обсерватории Кимеридзе. На снимках 8, 9,10, 17, 18 и 19 января был обнаружен узкий яркий хвост длиной 1°, направленный в сторону Солнца.	11
36	C/1995 O1	1997 г. Апрель 1.1	0.91395	89.42	2.93	3.07	-2.2	Аномальный хвост наблюдался после прохождения кометы перигелия на поясе астероидов.	12
37	C/1999 H1	1999 г. Июль 11.2	0.70810	149.35	0.92	1.45	6.3	Аномальный хвост наблюдался в конце июля до начала сентября 1999 г.	13
38	C/1999 T2	2000 г. Ноябрь 24.4	3.03739	111.02	6.08	6.99	4.3	К. Харноч в конце апреля и май месяце наблюдал аномальный хвост.	13
39	C/2002 T7	2004 г. Апрель 23.6	0.61518	160.57	0.64	1.37	4.6	Аномальный хвост наблюдался с середины апреля до июля 2004 г.	13
40	C/2004 Q2	2005 г. Январь 24.8	1.20341	38.59	1.95	1.31	4.9	Аномальный хвост наблюдался 13 и 14 декабря 2004 г.	13
41	C/2004 F4	2004 г. Апрель 17.0	0.16826	63.16	0.49	1.06	8.8	Аномальный хвост наблюдали М.Джегер, Г.Феманн и Д.Тирелли 30 апреля, 2 и 7 мая 2004 г.	14

Продолжение таблицы

N п/п	Кометы	T, год	q, а.е.	i, град.	r, а.е.	$\rho$ , а.е.	H <sub>10</sub>	Информация об аномальном хвосте комет	Лит- ра
42	2P/1924	1924 г. Октябрь 31.9	0.34106	12.53	0.73	0.77	7.5	Узкий слегка волнистый хвост P = 305° длиной до 8' от ядра	6
43	2P/1937	1937 г. Декабрь 27.7	0.33241	12.55	0.85	0.30	10.4	Излияние, направленное к Солнцу. 25 и 29 ноября 1937 г.	6
44	2P/1941	1941 г. Апрель 17.1	0.34138	12.35	1.01	1.74	12.4	Широкий хвост, истечение к Солнцу в феврале 1941 г.	6
45	2P/1947	1947 г. Ноябрь 26.3	0.34102	12.35	1.08	0.48	10.6	В середине октября комета была вытянута к Солнцу (аномальный хвост).	6
46	2P/1951	1951 г. Март 16.2	0.33801	12.38	0.98	1.33	11.0	Аномальный хвост наблюдался в начале февраля 1951 г., под углом 240°-270° и длиной 0°,03.	6
47	6P/1950	1950 г. Июнь 6.3	1.37755	18.04	1.44	1.19	11.7	Аномальный хвост наблюдался в 14 и 18 июля 1950 г.	6
48	6P/1976	1976 г. Август 12.8	1.16399	16.68	1.34	0.42	11.8	Аномальный хвост наблюдался Морисом, Шустером и Пизарро длиной 20' под углом 158°.	3
49	7P/1869 G1	1869 г. Июнь 30.4	0.78151	10.79	1.13	0.57	9.6	Аномальный хвост наблюдался 11 мая 1869 г.	6
50	7P/1933	1933 г. Май 18.7	1.01784	20.11	1.11	0.53	10.4	Аномальный хвост наблюдался 23 мая 1933 г.	6
51	10P/1930	1930 г. Октябрь 5.7	1.31868	12.75	1.41	1.49	10.2	Аномальный хвост наблюдался 18 ноября 1930 г.	6
52	19P/1918	1918 г. Ноябрь 17.1	1.39578	30.49	1.69	1.26	10.3	31 августа 1918 г. Е.Барнард и В.Бибрук наблюдали аномальный хвост кометы.	15
53	19P/2001	2001 г. Сент. 22.0	1.35820	30.32	1,36	1,47	10.5	У кометы одновременно наблюдался аномальный хвост и пылевой джет.	15
54	26P/1927 F1	1927 г. Май 10.2	0.89270	17.48	0.99	0.96	13.0	Аномальный хвост длиной 6' под углом 245° -315° наблюдался 1 июня 1927 г.	6
55	33P/1950	1950 г. Август 23.9	1.46454	19.70	2.80	3.51	12.8	Аномальный хвост кометы наблюдался Ван Бисбруком 10, 11 и 19 октября 1950 г.	6
56	34P/1938 J1	1939 г. Июнь 18.4	1.18290	11.72	1.32	0.40	12.0	У кометы 6 и 10 мая 1938 г. наблюдался аномальный хвост.	6

## Продолжение таблицы

N п/п	Кометы	T, год	q, а.е.	i, град.	r, а.е.	$\rho$ , а.е.	H <sub>10</sub>	Информация об аномальном хвосте комет	Лит- ра
57	35/1939 O1	1939 г. Август 9.4	0.74849	64.21	1.51	1.97	8.5	Аномальный хвост наблюдался Ван Бисбруком 20 октября 1939 года.	6
58	37P/1942 L1	1942 г. Апрель 16.2	1.54869	4.62	1.62	1.45	12.7	5 июня и 4 сентября 1942 г. Ван Бисбруком наблюдался аномальный хвост.	6
59	39P/1943 G1	1942 г. Август 21.1	3.38889	3.98	6.09	7.10	7.8	В июле – сентябре наблюдался хвост длиной 2' направленный к Солнцу.	6
60	45P/1948	1948 г. Ноябрь 17.7	0.559269	13.15	0.69	0.60	12	Аномальный хвост наблюдал Ван Бисбрук 8 декабря 1948 года на Иеркской обсерватории.	6
61	67P/1982	1982 г. Ноябрь 12.1	1.30614	7.12	1.67	0.47	8.1	Аномальный хвост наблюдался 24 декабря 1982 года А. Хейлом.	13
62	73P/1930 J1	1930 г. Июнь 14.2	1.01142	17.39	1.08	0.14	6.8	Аномальный хвост наблюдался в с 21 по 31 мая 1930 г.	6
63	81P/1997	1997 г. Май 6.64	1.58261	3.24			7.2	У кометы в феврале 1997 году наблюдался аномальный хвост и пылевой джет.	15
64	96P/1986 J1	1986 г. Апрель 23.5	0.12677	94.50	0.68	0.68	12	Г.Эмерсон 13 мая наблюдал аномальный хвост длиной 2' под углом P=159°, направленный к Солнцу.	9
65	109P/1862 O1	1862 г. Август 23.4	0.96265	113.56	1.08	1.12	4.0	Аномальный хвост наблюдал Скиапарелли с 30 июля по 6 августа 1862 г.	6

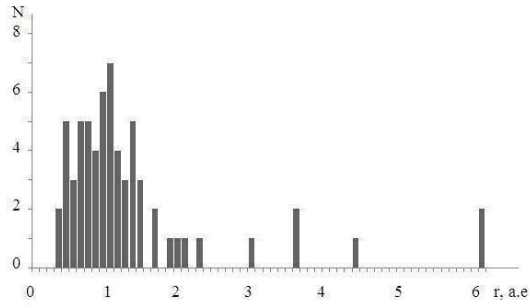


Рис. 1. Зависимость числа комет N с аномальным хвостом от гелиоцентрического расстояния r.

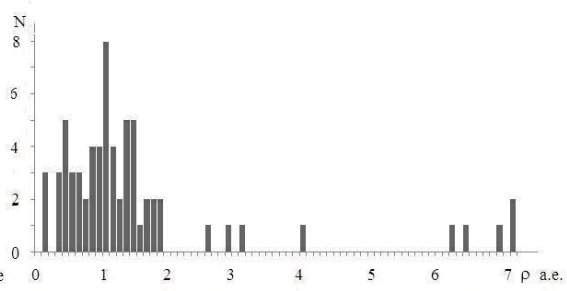


Рис. 2. Зависимость числа комет N с аномальным хвостом от геоцентрического расстояния rho.

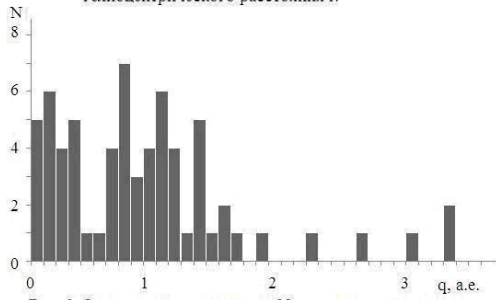


Рис. 3. Зависимость числа комет N с аномальным хвостом от расстояния перигелия орбиты q.

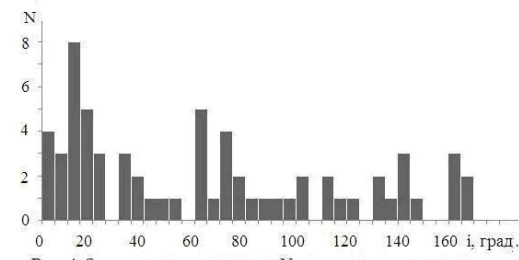


Рис. 4. Зависимость числа комет N с аномальным хвостом от наклона орбиты комет i.

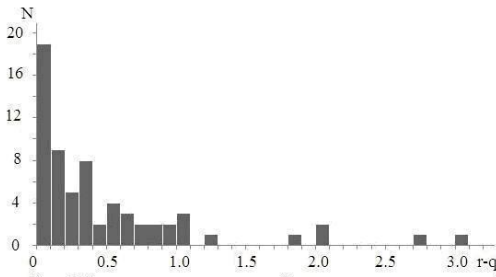


Рис. 5. Зависимость числа комет N с аномальным хвостом от (r-q).

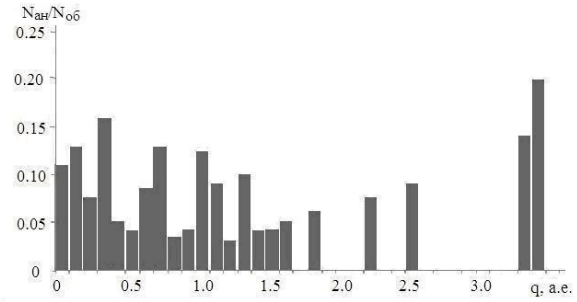


Рис. 6. Распределение появления аномального хвоста у комет  $N_{ан}/N_{об}$  от перигелийного расстояния q.



Рис. 7. Распределение появления аномального хвоста у комет  $N_{ан}/N_{об}$  от наклона орбиты комет i.

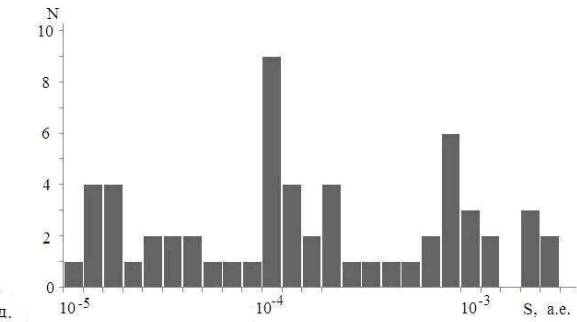


Рис. 8. Распределение комет N по длине аномального хвоста S.

Из рис. 9 видно, что абсолютная звёздная величина комет лежит в пределах от  $-2^m$  до  $13^m$ . Абсолютная звёздная величина комет наблюдается от  $3^m$ .6 до  $13^m$ , и длина аномального хвоста составляет до 0.01 а.е. Большинство из них лежат в пределах от  $4^m$  до  $8^m$  и длина аномального хвоста до 0.065 а.е. Отсюда можно сделать выводы, что

наблюдаемые аномальные хвосты комет не зависят от площади поверхности ядра или конгломерата твёрдых составляющих, с чем связана абсолютная яркость кометы.

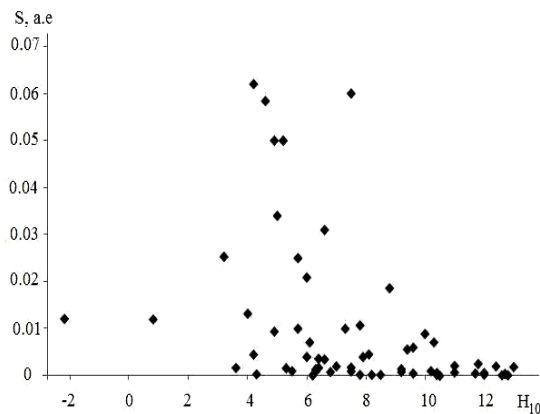


Рис. 9. Зависимость длины аномального хвоста S от абсолютной звёздной величины.

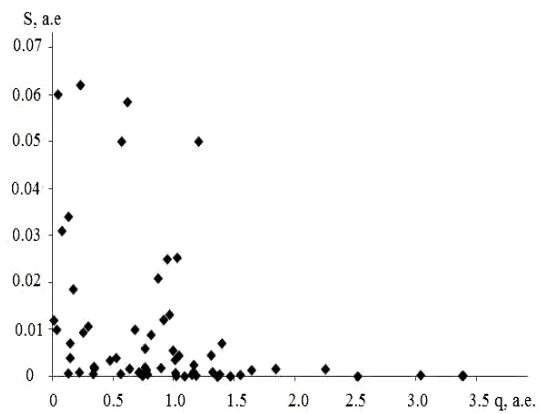


Рис. 10. Зависимость длины аномального хвоста S от перигелийного расстояния q.

Из рис. 10 следует, что большинство комет с аномальным хвостом наблюдается до гелиоцентрического расстояния 3.4 а.е. и длина аномального хвоста составляет 0.001 а.е. Есть и кометы, у которых длина аномального хвоста достигает до 0.06 а.е.

### Выводы

Систематизированы наблюдательные данные об аномальном хвосте комет в виде каталога. Каталог содержит данные о 65 кометах.

Установлено, что вероятность регистрации с Земли образования аномального хвоста комет высока на гелиоцентрических и геоцентрических расстояниях 0.6-1.6 а.е. Показано, что длина аномального хвоста большинства комет составляет  $10^{-4}$  и  $10^{-3}$  а.е. Выявлено, что образование аномального хвоста комет не зависит от абсолютной звёздной величины.

Наибольшее число аномального хвоста у комет зарегистрировано вблизи Солнца, в районе перигелия орбиты комет, наиболее вероятными причинами чего являются приливное воздействие Солнца и большая скорость сублимации ядра комет.

Образование аномального хвоста у комет происходит и на больших расстояниях от Солнца, между орбитами Марса и Юпитера. Причиной может быть столкновение метеороидов с ядрами комет и разрушение ядра комет под действием возмущения Юпитера.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Бредихин Ф.А. Этюды о метеорах. – М.: АНССР, 1958, 548 с.
2. Деменко А.А. – Физика Луны и планет. – Киев: Наукова думка, 1964, с. 126-137.
3. Sekanina Z. – NASA-SP, 1976, v. 393, pp. 893-942.
4. Marsden B.G., Williams G.V. – Catalogue of cemetery orbits. 1996, 11th ed – IAU Minor planet center, Cambridge, USA, 110 p.
5. Ibadinov K.I., Buriev A.M., Safarov A.G. – Astronomical and Astrophysical Transaction, 2012, v. 27, pp. 499-503.

6. Всехсвятский С.К. Физические характеристики комет. – М., 1958, 575 с.
7. Всехсвятский С.К. Кометы 1961-1965 гг. – М.: Наука, 1967, 86 с.
8. Всехсвятский С.К., Ильчишина Н.И. Физические характеристики комет 1965-1970 гг. – М.: Наука, 1974, 112 с.
9. Tatum J.B., Balam D.D., Lowe T.B. – J.Roy.Astron.Soc.Can., 1991, v. 85, № 2, pp. 91-96.
10. Андриенко Д.А., Карпенко А.В. Физические характеристики комет 1981-1985 гг. – Киев: МП Феникс, 1993, 270 с.
11. Сизоненко В.Ю. – Кинематика и физика небесных тел, 1996, т. 12, № 1, с. 35-43.
12. Voenhardt H. – Earth, Moon and Planets, 2003, v. 93, pp. 19-35.
13. IAU Circular. № № 2874; 2904; 7144; 7201; 7233; 7250; 7630; 7633; 8326; 8330, 1975-2005.
14. Pansecchi L., Scardia M. – Astron. and Astrophys., 2005, v. 430, pp. 1129-1139.
15. Farnham T.L., Schliecher D.G. – Icarus, 2005, v. 173, № 5, pp. 533-558.

Х.И.ИБОДИНОВ, А.Ф.САФАРОВ\*

## БАЪЗЕ ҚОНУНИЯТҲОИ ПАЙДОШАВИИ ДУМИ АНОМАЛИИ КОМЕТАҲО

*Институти астрофизикаи Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон,  
\*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Дар мақола маводҳои мушоҳидавии оиди думҳои аномалии кометаҳо ба намуни каталог ҷамъоварӣ карда шудааст. Дар асоси ин каталог пайдоиши омории думи аномалии кометаҳо аз параметрҳои мадори онҳо омӯхта шудааст. Аз ҷумла вобастагии пайдоиши думи аномалии кометаҳо аз масофаҳои комета то Офтоб  $r$  ва Замин  $\rho$ , аз масофаи перигелий мадор  $q$ , аз моилии ҳамвории мадори комета  $i$  нисбат ба ҳамвории эклиптика, аз  $(r - q)$ , вобастагии дарозии думи аномалий  $S$  аз бузургии мутлақи ситорагӣ  $H_{10}$  ва аз масофаи перигелий  $q$  омӯхта шудаанд.

**Калимаҳои калидӣ:** комета, каталог, думи аномалий, таҳқиқоти оморӣ.

Х.И.ИВАДИНОВ, А.Г.САФАРОВ\*

## SOME LAWS ABNORMAL TAIL FORMATION IN THE COMETS

*Institute of Astrophysics, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan,  
\*Tajik national University*

In this paper observational data on the anomalous tail of the comet and the catalog were collected. On the basis of statistical education directory studied anomalous tail of comets, the parameters of their orbits. In particular, the dependence of the anomalous appearance of the tail on the heliocentric  $r$  and geocentric distance comet  $\rho$ , from perihelion distance  $q$ , the inclination of the plane of the comet's orbit to the ecliptic plane  $i$  and from the  $(r - q)$ , the dependence of the anomalous tail length  $S$  of the absolute magnitude  $H_{10}$  and perihelion distance  $q$  were consider.

**Key words:** comets, catalogue, abnormal tails, statistical research.



УДК 537.611, 530.146

Х.Х.МУМИНОВ, Ф.Ш.ШОКИРОВ

**ДИНАМИКА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДОМЕННЫХ ГРАНИЦ  
В (2+1)-МЕРНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ СИГМА-МОДЕЛИ**

*Физико-технический институт им. С.У.Умарова АН Республики Таджикистан*

*Поступила в редакцию 29.06.2015 г.*

*Методами численного моделирования проведено исследование динамики взаимодействия 180-градусных доменных границ (стенок) неёловского типа в (2+1)-мерной O(3) векторной нелинейной сигма-модели. Получены численно: новые решения в виде доменной стенки с вращением вектора A3-поля в изотопическом пространстве; дальнедействующие модели взаимодействия доменных стенок; осциллирующие (бионные) модели связанных состояний доменных стенок.*

**Ключевые слова:** связанное состояние доменных стенок, неёловская доменная стенка, O(3) векторная нелинейная сигма-модель, дальнедействие доменных стенок, динамика взаимодействия.

Локализованные границы магнитных доменов (доменные стенки, топологические солитоны: кинки, антикинки) являются важным элементом магнитных доменных структур, прежде всего с точки зрения их практического применения. Исследование свойств магнитных доменных стенок привлекает внимание специалистов области в связи с возможностями их приложений в различных современных технологических процессах, например в спиновой электронике, при создании производительных и надежных устройств считывания, записи, хранения и обработки цифровых данных, использующих связь намагниченности и электрической поляризации. Динамика доменных стенок особенно актуальна, например в концепции трековой памяти (magnetic racetrack memory, MRM) [1], базирующейся на использовании спинового тока для перемещения доменных стенок в пределах магнитных нанопроволок.

В настоящей работе получены модели столкновения новых видов движущихся доменных стенок (с вращением вектора намагниченности в изотопическом пространстве:

---

*Адрес для корреспонденции:* Муминов Хикмат Халимович, Шокиров Фарход Шамсидинович. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Айни, 299/1, Физико-технический институт АН РТ. E-mail: muminov@phti.tj; shokirov@rambler.ru

$\varphi(x, y, t) \neq 0.0$ ) неёловского типа в (2+1)-мерной анизотропной O(3) векторной нелинейной сигма-модели (ВНСМ). Уравнения Лагранжа-Эйлера исследуемой модели имеют вид [2,3]

$$2\partial_\mu\partial^\mu\theta + \sin 2\theta(1 - \partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi) = 0, \quad (1)$$

$$2\cos\theta\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi + \sin\theta\partial_\mu\partial^\mu\varphi = 0, \quad \mu = 0, 1, \dots, D, \quad D = 2,$$

где  $\theta(x, y, t)$  и  $\varphi(x, y, t)$  эйлеровы углы. Напомним, что уравнения (1) в меридианном сечении изотопического пространства ( $\varphi(x, y, t) = 0$ ) сводятся к уравнению sin-Гордон вида [2-3]:

$$2\left(\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2} - \frac{\partial^2\theta}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}\right) = \delta \sin 2\theta.$$

В настоящей работе на основе приведённого в работе [4] аналитического вида решения в виде доменной стенки неёловского типа

$$z(x, y, t) = 4\text{arctg} \left( e^{B_1\left(\frac{w}{k_1}x - \frac{w}{k_1}x_0\right) + B_2\left(\frac{w}{k_2}y - \frac{w}{k_2}y_0\right)} \right),$$

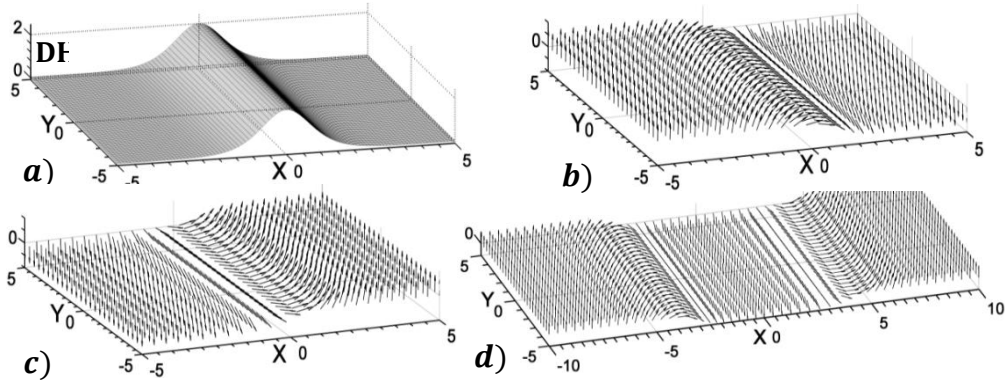
(2+1)-мерного синус-уравнения Гордона следующего вида:

$$z_{tt} - k_1^2 z_{xx} - k_2^2 z_{yy} + w^2 \sin z = 0,$$

была получена численная модель доменной стенки (2+1)-мерной O(3) ВНСМ с вращением вектора A3-поля ( $\varphi(x, y, t) \neq 0$ ) в изотопическом пространстве (рис.1abc) в виде

$$\theta(x, y, t) = 2\text{arctg} \left( e^{\pm \left[ B_1\left(\frac{w}{k_1}x - \frac{w}{k_1}x_0\right) + B_2\left(\frac{w}{k_2}y - \frac{w}{k_2}y_0\right) \right]} \right), \quad (2)$$

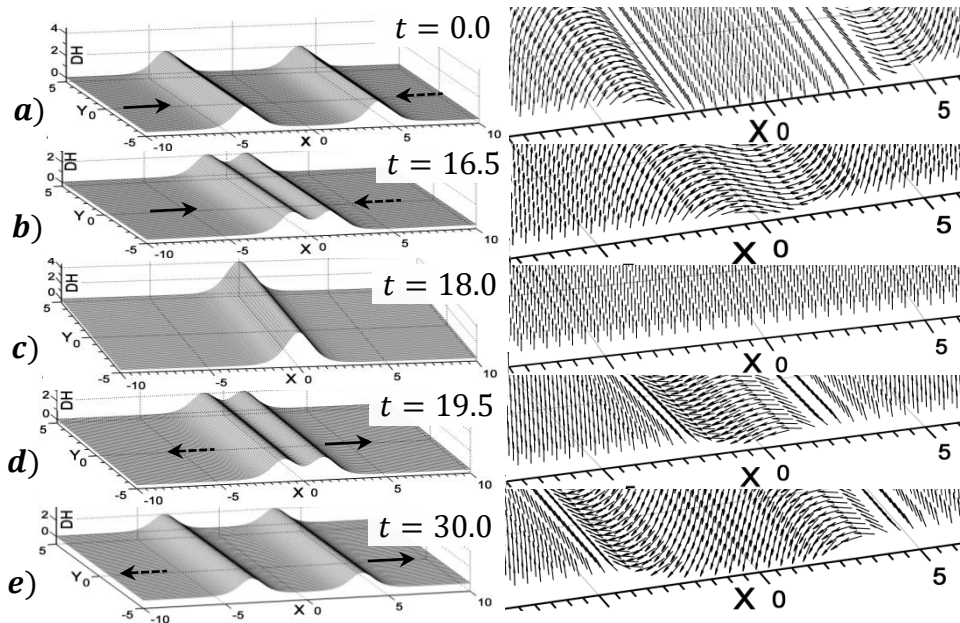
$$\varphi(x, y, t) = \omega\tau.$$



**Рис. 1.** Численная модель доменной стенки вида (2) модели (1) при  $\omega = 0.3$ :

a) плотность энергии (DH). Динамика спинов в изотопическом пространстве при  $t = 0.0$ : b) кинк; c) антикинк; d) поле кинк-антикинк.

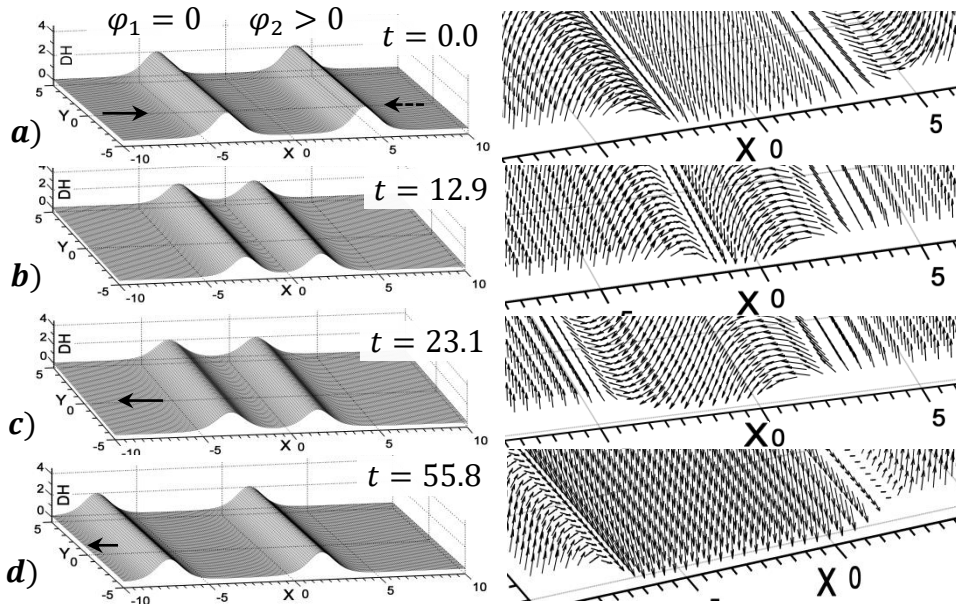
Известно, что реальную динамику солитонных решений, где в полной мере проявляются их особые, частицеподобные свойства, можно получить проведением исследования динамики их взаимодействий [5]. В настоящей работе на основе полученных новых решений (рис.1d) были разработаны модели лобовых столкновений доменных стенок – решений типа кинк-антикинк вида (2) (2+1)-мерной O(3) ВНСМ ( $\varphi(x, y, t) \neq 0$ ) (рис.2).



**Рис. 2.** Численная модель (DH, динамика спинов в изотопическом пространстве) лобового столкновения доменных стенок (2),  $\varphi(x, y, t) = \omega\tau$ ,  $\omega = 0.3$ ,  $v_k(t_0) = v_{ak}(t_0) \approx 0.1$ : a)  $t = 0.0$ ; b)  $t = 16.5$  – взаимодействие; c)  $t = 18.0$  – объединение; d)  $t = 19.5$  – прохождение солитонами резонансной зоны; e)  $t = 30.0$ . Направление движения:  $\rightarrow$  – кинк;  $\leftarrow$  – антикинк.

На рис.2 видно, что при лобовом столкновении (рис.2abc) топологические солитоны (2) (кинк-антикинк) проходят друг сквозь друга (рис.2de), при этом кинк переходит в состояние антикинк и наоборот.

Далее приведём модели дальнедействующих доменных стенок вида (2), полученные нами для (2+1)-мерной O(3) ВНСМ. Численные эксперименты показали, что при взаимодействии пары доменных стенок вида (2), отличающихся друг от друга наличием вращения вектора A3-поля в изотопическом пространстве ( $\varphi_1(x, y, t) = 0, \varphi_2(x, y, t) > 0$ ) (рис.3а), проявляется эффект дальнего действия. На рис.3 приведён пример проявления дальнедействующих сил при моделировании лобового столкновения доменных стенок вида (2) модели (1). При этом скорость движения доменной стенки (справа) обладающей вращением спинов в изотопическом пространстве ( $\varphi_2(x, y, t) > 0$ ) уменьшается почти до нуля ( $v_{\varphi_2}(t \geq 12.9) \rightarrow 0$ ) (рис.3b), а кинк (слева) ( $\varphi_1(x, y, t) = 0$ ) после взаимодействия продолжает движение в обратном направлении (рис.3cd).



**Рис. 3.** Численная модель (DH, динамика спинов в изотопическом пространстве) взаимодействия доменных стенок (2),  $\varphi_1(x, y, t) = 0, \varphi_2(x, y, t) = 0.3\tau, v_k(t_0) = v_{ak}(t_0) = 0.1$ : а)  $t = 0.0$ ; б)  $t = 12.9: v_k \rightarrow 0, v_{ak} \rightarrow 0$ ; в)  $t = 23.1: \overline{v}_k > 0, v_{ak} \approx 0$ ; д)  $t = 19.5: \overline{v}_k > 0, v_{ak} \approx 0$ .

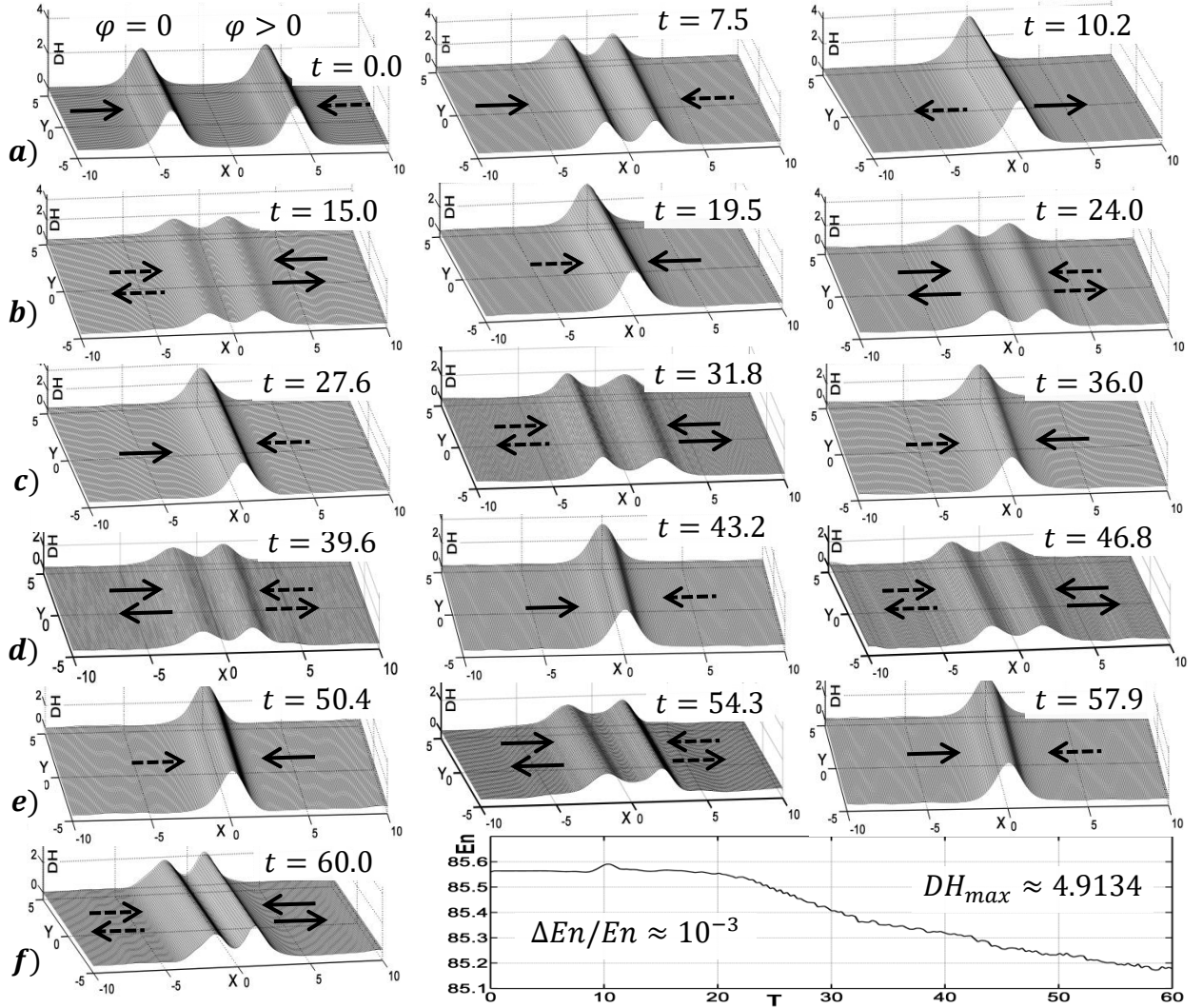
Проявление дальнедействующих сил в экспериментах, приведённых на рис.3, были обнаружены при скоростях движения доменных стенок в промежутке  $v_k(t_0) = v_{ak}(t_0) \in (0.0, 0.185)$ . В промежутке  $v_k(t_0) = v_{ak}(t_0) \in (0.345, 0.86)$  численные модели показали результаты, описанные на рис.2, то есть в этом случае солитоны проходят сквозь друг друга. Отметим, что качественно новые результаты были получены в

среднем промежутке скоростей движения сталкивающихся доменных стенок вида (2) модели (1), которые описаны ниже.

При движении доменных стенок со скоростями  $v_k(t_0) = v_{ak}(t_0) \in (0.186, 0.34)$  в модели, приведённой на рис.3, были получены новые виды решений (2+1)-мерной O(3) ВНСМ в виде осциллирующих взаимосвязанных (бионных) состояний доменных стенок (2) (при  $\varphi_1(x, y, t) = 0$  и  $\varphi_2(x, y, t) > 0$ ) (рис.4).

При лобовом столкновении (рис.4а) двух доменных стенок вида (2), где один из топологических солитонов (справа,  $t = 0.0$ ) обладает вращением вектора A3-поля в изопространстве ( $\varphi(x, y, t) > 0$ ) при определенных скоростях движения сталкивающихся солитонов, образуется осциллирующее решение в виде взаимосвязанных доменных стенок – кинк-антикинк. При  $t = 0.0$  расстояние между солитонами составляет ровно 8 единиц (рис.4а), в течение времени  $t \in [0.0, 7.5]$  расстояние сокращается примерно до 3.4 единиц. В промежутке времени  $t \in [7.5, 10.2]$  солитоны проходят расстояние примерно 3.4 единиц, то есть скорость движения солитонов (заданная нами при  $t = 0.0$  преобразованием Лоренца) в этом промежутке увеличивается почти вдвое:  $v_k \approx v_{ak} \approx 0.63$ . Далее солитоны, проходя друг сквозь друга, отдаляются на расстояние, равное примерно 3.4-3.5 единиц (рис.4б,  $t = 15.0$ ), и силами взаимного протяжения объединяются заново (рис.4б,  $t = 19.5$ ). В течение всего времени моделирования  $t \in [0.0, 60.0]$  описанный процесс повторяется в течение нескольких периодов (рис.4с,д,е,ф).

Анализ динамики спинов в изотопическом пространстве системы взаимодействующих доменных стенок, приведённых на рис.4, показал, что при каждой осцилляции солитоны проходят друг сквозь друга. Интеграл энергии системы сохраняется с точностью  $\Delta E_n / E_n \approx 10^{-3}$  (рис.4ф). Напомним, что при численных экспериментах на границе области моделирования вставлены специально-разработанные граничные условия, поглощающие линейные волны возмущения, образовавшиеся при взаимодействии доменных стенок.



**Рис. 4.** Численная модель (DH, плотность энергии) образования взаимосвязанного (бионного) состояния кинк-антикинк при столкновении доменных стенок вида (2) при  $\varphi_1(x, y, t) = 0$ ,  $\varphi_2(x, y, t) = 0.3\tau$ ,  $v_k(t_0) = v_{ak}(t_0) \approx 0.29$ : a)  $t \in [0.0, 10.2]$ ; b)  $t \in [15.0, 24.0]$ ; c)  $t \in [27.6, 36.0]$ ; d)  $t \in [39.6, 46.8]$ ; e)  $t \in [50.4, 57.9]$ ; f)  $t = 60.0$ , интеграл энергии системы при  $t \in [0.0, 60.0]$ . Направление движения:  $\rightarrow$  - кинк;  $\dashrightarrow$  - антикинк.

Таким образом, наши исследования показали, что в (2+1)-мерной  $O(3)$  ВНСМ существуют новые устойчивые решения в виде доменных стенок (2) с вращением вектора АЗ-поля в изопространстве ( $\varphi(x, y, t) \neq 0$ ) (рис.1). Также наши численные модели показали, что при взаимодействии двух доменных стенок вида (2), один из которых обладает вращением вектора АЗ-поля в изопространстве, в пределах скоростей движения доменных стенок  $v_k(t_0) = v_{ak}(t_0) \in (0.0, 0.185)$  наблюдается проявление дальнодействующих

сил (рис.3). И наконец, нами получены численно новые осциллирующие (бионные) решения в (2+1)-мерной  $O(3)$  ВНСМ в виде двух взаимосвязанных доменных стенок вида (2) (рис.4). Для полученных осциллирующих решений определены пределы скоростей (при  $t = 0$ ) движения сталкивающихся доменных стенок вида (2) (при  $\omega = 0.3$ ), которые приводят к образованию устойчивого взаимосвязанного состояния.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Parkin S.S.P., Hayashi M., Thomas L. Magnetic Domain-Wall Racetrack Memory. – Science 320, 2008, pp. 190-194.
2. Muminov Kh.Kh., Shokirov F.Sh. Numerical simulation of new types of topological solitons of  $O(3)$  vectorial non-linear sigma-model. – Science, Technology and Higher Education: materials of the III international research and practice conference, v. II, Westwood, October 16th, 2013 / Publishing office Accent Graphics communications – Westwood – Canada, 2013, pp. 349-357.
3. Муминов Х.Х., Шокиров Ф.Ш. Динамика взаимодействий двумерных топологических солитонов в  $O(3)$  нелинейной векторной сигма-модели. – ДАН РТ, 2010, т.53, №9, с. 679-684.
4. Johnson S., Suarez P., Biswas A. New Exact Solutions for the Sine-Gordon Equation. – Computational Mathematics and Mathematical Physics, 2012, v. 52, №1, pp. 98-104.
5. Маханьков В.Г. Солитоны и численный эксперимент. – ФЭЧАЯ, 1983, т.14, №1, с.123-180.

Ҳ.Ҳ.МУМИНОВ, Ф.Ш.ШОКИРОВ

#### ДИНАМИКАИ ТАЪСИРИ МУТАҚОБИЛИ САРҲАДҲОИ ДОМЕНӢ ДАР СИГМА-МОДЕЛИ ҒАЙРИХАТӢИ (2+1)-ЧЕНА

*Институти физикаю техникаи ба номи С.У.Умарови*

*Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Тавассути тархрезии ададӣ тадқиқи динамикаи таъсири мутақобили сарҳадҳои доменӣ навъи неёлии 180-градусӣ дар  $O(3)$  сигма-модели вектории ғайрихаттӣ (2+1)-чена гузаронида шуд. Дар намуди ададӣ ҳосил карда шуданд: халлҳои нав дар намуди сарҳадҳои доменӣ бо гардиши вектори А3-майдон дар фазои изотопӣ; моделҳои дуртаъсиркунанда ва лаппишкунандаи (бионӣ) таъсири мутақобили сарҳадҳои доменӣ.

**Калимаҳои калидӣ:** ҳолати алоқаманди сарҳадҳои доменӣ, сарҳади доменӣ навъи неёлӣ,  $O(3)$  сигма-модели вектории ғайрихаттӣ, дуртаъсиркунии сарҳадҳои доменӣ, динамикаи таъсири мутақобил.

KH.KH.MUMINOV, F.SH.SHOKIROV

**DYNAMICS OF INTERACTION OF DOMAIN WALLS  
IN (2+1)-DIMENSIONAL NON-LINEAR SIGMA-MODEL**

*S.U.Umarov Physical-Technical Institute, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

By numerical simulation the dynamics of interactions of 180-degree Neel type domain walls in (2+1) dimensional  $O(3)$  vectorial nonlinear sigma model is investigated. Are obtained numerically: new solutions in the form of domain walls with the rotation of the vector of  $A_3$  field in isotopic space; long-range model of interaction of the domain walls; oscillating (bionic) model of the bound states of the domain walls.

**Key words:** bound state of domain walls, Neel-type domain wall,  $O(3)$  nonlinear vectorial sigma-model, long-range interactions of domain walls, dynamics of interaction.



УДК 532.7; 532.12; 532.133

Д.М.АКДОДОВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ОБЪЁМНОЙ ВЯЗКОСТИ И МОДУЛЯ  
ОБЪЁМНОЙ УПРУГОСТИ НА ОСНОВЕ ОБОБЩЕННОГО  
ПОТЕНЦИАЛА ИОННО-МОЛЕКУЛЯРНЫХ СИСТЕМ

*Таджикский национальный университет*

*Поступила в редакцию 23.10.2015 г.*

На основе обобщённой энергии взаимодействия, которая состоит из суммы межсионных, ионно-молекулярных и межмолекулярных потенциалов взаимодействия, получены аналитические выражения для коэффициента объёмной вязкости  $\eta_V(\omega)$  и модуля объёмной упругости  $K(\omega)$ . Проводится численный расчёт  $\eta_V(\omega)$  для водного раствора электролита NaCl при фиксированной частоте в широком интервале изменения температуры и концентрации.

**Ключевые слова:** объёмная вязкость, объёмный модуль упругости, потенциал межмолекулярного взаимодействия, радиальная функция распределения.

На основе молекулярной кинетической теории в [1,2] для коэффициента объёмной вязкости  $\eta_V(\omega)$  и объёмного модуля упругости  $K(\omega)$  растворов электролитов с учётом вкладов внутренних релаксационных процессов, получены аналитические выражения в следующем виде:

$$\eta_V(\omega) = \sum_{a,b} \frac{2\pi}{3} n_a n_b d_{ab}^3 \int_0^\infty dr r^2 \frac{\partial \Phi_{ab}}{\partial r} \int_0^r G_1(r, r_1, \omega) \varphi_{ab}^*(r_1) r_1 dr_1, \quad (1)$$

$$K_r(\omega) = \sum_{a,b} \frac{2\pi}{3} n_a n_b d_{ab}^3 \omega \int_0^\infty dr r^2 \frac{\partial \Phi_{ab}}{\partial r} \int_0^r G_2(r, r_1, \omega) \varphi_{ab}^*(r_1) r_1 dr_1, \quad (2)$$

где  $K_r(\omega) = K(\omega) - K_S$ ,  $K_S = \rho \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T + \frac{T}{\rho C_V} \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_\rho^2$ ,

**Адрес для корреспонденции:** Акдодов Донаёр Мавлобахшович. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: donaer.a@mail.ru

$$G_1(r, r_1, \omega) = \frac{\tau_1}{\alpha_{ab}} \left( \frac{\tau_{ab}}{\tau_1} \right) [(\sin \varphi_1 - \cos \varphi_1) e^{-\varphi_1} - (\sin \varphi_2 - \cos \varphi_2) e^{-\varphi_2}], \quad (3)$$

$$G_2(r, r_1, \omega) = -\frac{\tau_1}{\alpha_{ab}} \left( \frac{\tau_{ab}}{\tau_1} \right) [(\sin \varphi_1 + \cos \varphi_1) e^{-\varphi_1} - (\sin \varphi_2 + \cos \varphi_2) e^{-\varphi_2}], \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{ab}^*(r_1) &= 2g_{ab}(r_1) \left\{ 1 + \frac{r_1}{6} \frac{\partial \ln g_{ab}(r_1)}{\partial r_1} - \frac{1}{2} \left[ \rho \left( \frac{\partial \ln g_{ab}}{\partial \rho} \right)_T + \gamma T \left( \frac{\partial \ln g_{ab}}{\partial T} \right)_\rho \right] \right\} = \\ &= 2g_{ab}(r_1) + \frac{r_1}{3} \frac{\partial g_{ab}(r_1)}{\partial r_1} - \left[ \rho \left( \frac{\partial g_{ab}}{\partial \rho} \right)_T + \gamma T \left( \frac{\partial g_{ab}}{\partial T} \right)_\rho \right] \end{aligned}, \quad (5)$$

$$\varphi_{1,2} = \varphi_{1,2}^{ab}(r, r_1, \omega) = \frac{\alpha_{ab}}{2} (r \mp r_1), \quad \alpha_{ab} = \sqrt{2 \omega^* \frac{\tau_{ab}}{\tau_1}}; \quad \omega^* = \omega \tau_1 - \text{безразмерная частота;}$$

$\omega = 2\pi\nu$ ,  $\nu$  – частота внешнего процесса;  $\tau_a = m_a / \beta_a$  – время трансляционной релаксации частиц сорта  $a$ ;  $\tau_{ab} = \frac{d_{ab}^3}{kT} \cdot \frac{\beta_a \beta_b}{\beta_a + \beta_b}$  – феноменологическое характеристическое время структурной релаксации;  $m_a, m_b, \beta_a$  и  $\beta_b$  – массы и коэффициенты трения ионов сортов  $a$  и  $b$ , соответственно;  $n_a = \frac{\rho N_0 c_a}{M_a}$ ,  $c_a = m_a / m$  – концентрация,  $M_a$  – молярная масса частиц сорта  $a$ .

В сферико-симметричном случае при выборе полуфеноменологического осмотической модели раствора, которая, согласно [3,4], описывается в приближении теорией Мак-Миллана-Майера, растворитель предполагается сплошной (бесструктурной) средой и в нем имеет место тепловое движение ионной подсистемы. Вклад растворителя в коэффициенты переноса и модули упругости учитывается посредством коэффициента диэлектрической проницаемости растворителя  $\varepsilon_{ss}$ , а также коэффициентами трения  $\beta_a$  и  $\beta_b$  ионов сорта  $a$  и  $b$ . Согласно этой модели в [2] проведен численный расчет коэффициентов объёмной  $\eta_V(\omega)$  и сдвиговой  $\eta_S(\omega)$  вязкости водного раствора NaCl.

Для ионно-молекулярных систем потенциальная энергия парного взаимодействия между структурными единицами раствора состоит из суммы  $\Phi_{ij}(r_{ij})$  – межйонные,  $\Phi_{is}(r_{ij})$  – ионно-молекулярные и  $\Phi_{ss}(r_{ij})$  – межмолекулярные потенциалы взаимодействия, которая имеет вид [3]:

$$\Phi_{ab}(r) = \sum_{i < j} \Phi_{ij}(r_{ij}) + \sum_{i,j} \Phi_s(r_{ij}) + \sum_{i < j} \Phi_{ss}(r_{ij}). \quad (6)$$

В работе [5], на основе явного вида этих потенциалов согласно [6-9], для потенциальной энергии взаимодействия ионно-молекулярных систем нами получены следующие выражения:

$$\Phi_{ab}(r, \mathcal{G}) = \Phi_{ij}(r, \mathcal{G}) + \sum_{i=1}^2 U_{is}(r, \mathcal{G}) + U_{ss}(r, \mathcal{G}), \quad (7)$$

где

$$\Phi_{ij}(r, \mathcal{G}) = \Phi_{ab}^0(r) = 4 \frac{\varepsilon_{ab}}{\varepsilon k T} (r^{-12} - r^{-6}) + \frac{f z_a z_b e^2 \exp(\chi^*) e^{-\chi^* r}}{k T \varepsilon d_{ab} (1 + \chi^*) r}$$

$$U_{is}(r, \mathcal{G}) = \begin{cases} +\infty, & \text{если } r \leq 1 \ (r \leq d_{ab}) \\ \frac{f z_i e \mu \cos \mathcal{G}}{d_{ab}^2 r^2}, & \text{если } r > 1 \ (r > d_{ab}) \end{cases}$$

$$U_{ss}(r, \mathcal{G}) = \begin{cases} +\infty, & \text{если } r \leq 1 \ (r \leq d_{ab}) \\ -\frac{f \mu^2 \cos \mathcal{G}}{d_{ab}^3 r^3}, & \text{если } r > 1 \ (r > d_{ab}) \end{cases}$$

$$\mu^2 = \mu_s \mu_s, \quad f = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ М/Ф}, \quad \varepsilon_{ab} = \sqrt{\varepsilon_{aa} \varepsilon_{bb}}, \quad \chi^* = d_{ab} \chi_a,$$

$$d_{ab} = (d_a + d_b) / 2, \quad \chi^2 = \frac{\sum n_a e_a^2}{\varepsilon \varepsilon_0 k T}, \quad n_a = \frac{N_a}{V}.$$

Рассмотрим сумму энергий взаимодействия: ион-диполь и диполь-дипольного взаимодействия, то есть два последних члена формулы (7)

$$U_{ab}(r, \mathcal{G}) = (U_{is}(r) + U_{ss}(r)) \cos \mathcal{G}, \quad (8)$$

где

$$U_{is}(r) = \frac{f (z_a + z_b) e \mu}{d_{ab}^2} \frac{1}{r^2} \quad \text{и} \quad U_{ss}(r) = -\frac{f \mu^2}{d_{ab}^3} \frac{1}{r^3}.$$

Таким образом, с учетом (7) и (8) имеем:

$$\Phi_{ab}(r, \mathcal{G}) = \Phi_{ab}^0(r) + (U_{is}(r) + U_{ss}(r)) \cos \mathcal{G}. \quad (9)$$

Определим явное выражение радиальной функции распределения  $g_{ab}(r, \mathcal{G})$  с учетом общего выражения потенциальной энергии взаимодействия в виде (9) в следующем виде [5]:

$$g_{ab}(r, \vartheta) = g_{ab}^0(r) e^{-(a_1(r) + a_2(r)) \cos \vartheta}, \quad (10)$$

где  $g_{ab}^0(r) = y(\rho^*) e^{-\Phi_{ab}^0(r)/kT}$ ,

$$a_1(r) = \frac{U_{is}(r)}{kT} = \frac{f(z_a + z_b) e \mu}{kT d_{ab}^2} \frac{1}{r^2} \quad \text{и} \quad a_2(r) = \frac{U_{is}(r, \theta)}{kT} = -\frac{f \mu^2}{kT d_{ab}^3} \frac{1}{r^3}.$$

А теперь, учитывая (9) и (10), в (1) определим аналитическое выражение коэффициента объемной вязкости  $\eta_V(\omega)$ . Подставляя (5) в выражение (1) имеем:

$$\begin{aligned} \eta_V(\omega) = & \sum_{a,b} \frac{n_a n_b d_{ab}^3}{12\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{r} \frac{\partial \Phi_{ab}(r_1, \vartheta)}{\partial r} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_1(r, r_1, \omega)}{r_1} g_{ab}(r_1, \vartheta) d\vec{r}_1 + \\ & + \sum_{a,b} \frac{n_a n_b d_{ab}^3}{72\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{r} \frac{\partial \Phi_{ab}(r_1, \vartheta)}{\partial r} \int_{-\infty}^{\infty} G_1(r, r_1, \omega) \frac{\partial g_{ab}(r_1, \vartheta)}{\partial r_1} d\vec{r}_1 - \sum_{a,b} \frac{n_a n_b d_{ab}^3}{24\pi} \times \\ & \times \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{r} \frac{\partial \Phi_{ab}(r_1, \vartheta)}{\partial r} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_1(r, r_1, \omega)}{r_1} \left[ \rho \left( \frac{\partial \ln g_{ab}(r_1, \vartheta)}{\partial \rho} \right)_T + \gamma T \left( \frac{\partial \ln g_{ab}(r_1, \vartheta)}{\partial T} \right)_\rho \right] d\vec{r}_1. \end{aligned} \quad (11)$$

Согласно (11),  $\eta_V(\omega)$  состоит из трех интегральных членов:

$$I_1 = \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{r} \frac{\partial \Phi_{ab}(r_1, \vartheta)}{\partial r} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_1(r, r_1, \omega)}{r_1} g_{ab}(r_1, \vartheta) d\vec{r}_1, \quad (12)$$

$$I_2 = \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{r} \frac{\partial \Phi_{ab}(r_1, \vartheta)}{\partial r} \int_{-\infty}^{\infty} G_1(r, r_1, \omega) \frac{\partial g_{ab}(r_1, \vartheta)}{\partial r_1} d\vec{r}_1, \quad (13)$$

$$\begin{aligned} I_3 = & \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{r} \frac{\partial \Phi_{ab}(r_1, \vartheta)}{\partial r} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_1(r, r_1, \omega)}{r_1} \times \\ & \times \left[ \rho \left( \frac{\partial \ln g_{ab}(r_1, \vartheta)}{\partial \rho} \right)_T + \gamma T \left( \frac{\partial \ln g_{ab}(r_1, \vartheta)}{\partial T} \right)_\rho \right] d\vec{r}_1. \end{aligned} \quad (14)$$

Рассмотрим каждый член интегралов (12)-(14) в отдельности с учетом  $d\vec{r} = r^2 dr \sin \vartheta d\vartheta d\alpha$  ( $0 \leq r \leq \infty$ ,  $0 \leq \vartheta \leq \pi$ ,  $0 \leq \alpha \leq 2\pi$ ). Сначала рассмотрим внутренний интеграл (12)

$$\begin{aligned}
J_1 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{G_1(r, r_1, \omega)}{r_1} g_{ab}(r_1, \vartheta) d\vec{r}_1 = \\
&= \int_0^{\infty} G_1(r, r_1, \omega) \left\{ \int_0^{2\pi} d\alpha \int_0^{\pi} g_{ab}(r_1, \vartheta) \sin \vartheta d\vartheta \right\} \frac{1}{r_1} r_1^2 dr_1 = \\
&= 2\pi \int_0^{\infty} G_1(r, r_1, \omega) \left\{ \int_0^{\pi} g_{ab}^0(r_1) e^{-(a_1(r)+a_2(r))\cos \vartheta} \sin \vartheta d\vartheta \right\} r_1 dr_1 = \\
&= 4\pi \int_0^{\infty} G_1(r, r_1, \omega) g_{ab}^0(r_1) \frac{\text{sh } a(r_1)}{a(r_1)} r_1 dr_1.
\end{aligned} \tag{15}$$

Учитывая (15), в (12) получим:

$$\begin{aligned}
I_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{r} \frac{\partial \Phi_{ab}(r_1, \vartheta)}{\partial r} J_1(r) = \\
&= \int_0^{+\infty} dr r^2 J_1(r) \int_0^{\pi} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \Phi_{ab}^0(r) + [U_{is}(r, \theta) + U_{ss}(r, \theta)] \cos \vartheta \right\} \sin \vartheta d\vartheta \int_0^{2\pi} d\alpha = \\
&= 2\pi \int_0^{+\infty} dr r^2 J_1(r) \left\{ \frac{\partial \Phi_{ab}^0}{\partial r} \int_0^{\pi} \sin \vartheta d\vartheta + \frac{\partial}{\partial r} [U_{is}(r, \theta) + U_{ss}(r, \theta)] \int_0^{\pi} \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta \right\} = \\
&= 4\pi \int_0^{+\infty} \frac{\partial \Phi_{ab}^0}{\partial r} J_1(r) r^2 dr.
\end{aligned} \tag{16}$$

С учётом (15) в (16), имеем:

$$I_1 = 16\pi^2 \int_0^{+\infty} \frac{\partial \Phi_{ab}^0}{\partial r} \left\{ \int_0^r G_1(r, r_1, \omega) g_{ab}^0(r_1) \frac{\text{sh } a(r_1)}{a(r_1)} r_1 dr_1 \right\} r^2 dr. \tag{17}$$

Для интеграла  $I_2$  в виде (13), ранее нами в [5] было получено следующее выражение:

$$\begin{aligned}
I_2 &= -8\pi^2 \int_0^{+\infty} \frac{\partial \Phi_{ab}^0}{\partial r} \left\{ \int_0^{\infty} G_1(r, r_1, \omega) g_{ab}^0(r_1) \frac{\text{sh } a(r_1)}{a(r_1)} \left[ \frac{\partial}{\partial r_1} \left( \frac{\Phi_{ab}^0(r_1)}{kT} \right) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + L(a(r_1)) \left( \frac{2a_1(0)}{r_1^3} + \frac{3a_2(0)}{r_1^4} \right) \right] r_1^2 dr_1 \right\} dr r^2.
\end{aligned} \tag{18}$$

Теперь рассмотрим члены внутреннего интеграла (14) в отдельности:

$$I_3 = \int_{-\infty}^{\infty} d\vec{r} \frac{\partial \Phi_{ab}(r_1, \mathcal{G})}{\partial r} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{G_1(r, r_1, \omega)}{r_1} \times \left[ \rho \left( \frac{\partial \ln g_{ab}(r_1, \mathcal{G})}{\partial \rho} \right)_T + \gamma T \left( \frac{\partial \ln g_{ab}(r_1, \mathcal{G})}{\partial T} \right)_\rho \right] d\vec{r}_1. \quad (19)$$

Определим каждый член внутреннего интеграла (19) на основе (10) в отдельности:

$$\rho \left( \frac{\partial g_{ab}(r_1, \mathcal{G})}{\partial \rho} \right)_T = \frac{\partial}{\partial \rho} \left( y(\rho^*) e^{-\frac{\Phi_{ab}(r, \theta)}{kT}} \right)_T = \frac{1}{y(\rho^*)} \rho^* \left( \frac{\partial y(\rho^*)}{\partial \rho} \right)_T g_{ab}(r_1, \mathcal{G}),$$

где  $\left( \frac{\partial y(\rho^*)}{\partial \rho} \right)_T = \frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{2 - \rho^*}{2(1 - \rho^*)^3} \right) = \frac{\rho^* (5 - 2\rho^*)}{(1 - \rho^*)(2 - \rho^*)} = y_2(\rho^*)$ , следовательно

$$\rho \left( \frac{\partial g_{ab}(r_1, \mathcal{G})}{\partial \rho} \right)_T = y_2(\rho^*) g_{ab}(r_1, \mathcal{G}) = y_2(\rho^*) g_{ab}^0(r_1) e^{-a(r_1) \cos \mathcal{G}}. \quad (20)$$

Для второго члена суммы в подынтегральном выражении (19) имеем:

$$\begin{aligned} \gamma T \left( \frac{\partial g_{ab}(r_1, \mathcal{G})}{\partial T} \right)_\rho &= \gamma T \frac{\partial}{\partial T} \left( y(\rho^*) e^{-\frac{\Phi_{ab}(r, \theta)}{kT}} \right)_\rho = \gamma T \frac{\partial}{\partial T} \left( g_{ab}^0(r_1) e^{-a(r_1) \cos \mathcal{G}} \right)_\rho = \\ &= \gamma g_{ab}^0(r_1) e^{-a(r_1) \cos \mathcal{G}} \left[ \frac{\Phi_{ab}^0(r_1)}{kT} + a(r_1) \cos \mathcal{G} \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

Следовательно

$$\begin{aligned} \rho \left( \frac{\partial \ln g_{ab}(r_1, \mathcal{G})}{\partial \rho} \right)_T + \gamma T \left( \frac{\partial \ln g_{ab}(r_1, \mathcal{G})}{\partial T} \right)_\rho &= \\ &= g_{ab}^0(r_1) e^{-a(r_1) \cos \mathcal{G}} \left[ y_2(\rho^*) + \gamma \left( \frac{\Phi_{ab}^0(r_1)}{kT} + a(r_1) \cos \mathcal{G} \right) \right]. \end{aligned} \quad (22)$$

Учитывая (22) во внутреннем интеграле (19), получим следующее выражение:

$$\begin{aligned}
J_3 &= \int_0^{\infty} dr_1 r_1^2 \frac{G_1(r, r_1, \omega)}{r_1} \times \\
&\times \int_0^{\pi} g_{ab}^0(r_1) e^{-a(r_1) \cos \vartheta} \left[ y_2(\rho^*) + \gamma \left( \frac{\Phi_{ab}^0(r_1)}{kT} + a(r_1) \cos \vartheta \right) \right] \sin \vartheta d\vartheta \int_0^{2\pi} d\alpha = \\
&= 4\pi \int_0^{\infty} G_1(r, r_1, \omega) \left[ y_2(\rho^*) + \gamma \frac{\Phi_{ab}^0(r_1)}{kT} \right] g_{ab}^0(r_1) \frac{\text{sha}(r_1)}{a(r_1)} r_1 dr_1 + \\
&+ 4\pi \int_0^{\infty} G_2(r, r_1, \omega) a(r_1) \frac{\text{sha}(r_1)}{a(r_1)} L(a(r_1)) g_{ab}^0(r_1) r_1 dr_1,
\end{aligned} \tag{23}$$

где  $L(a(r_1)) = \text{cth } a(r) - \frac{1}{a(r)}$  – функция Ланжевена.

Учитывая (23), в (19) получим:

$$\begin{aligned}
I_3 &= \int_{-\infty}^{\infty} d\bar{r} \frac{\partial \Phi_{ab}(r_1, \vartheta)}{\partial r} J_3(r_1) = 2\pi \int_0^{+\infty} \frac{\partial \Phi_{ab}^0}{\partial r} J_3(r_1) r^2 dr = \\
&= 8\pi^2 \int_0^{+\infty} \frac{\partial \Phi_{ab}^0}{\partial r} \left\{ \int_0^{\infty} G_1(r, r_1, \omega) \left[ y_2(\rho^*) + \gamma \frac{\Phi_{ab}^0(r_1)}{kT} \right] g_{ab}^0(r_1) \frac{\text{sha}(r_1)}{a(r_1)} r_1 dr_1 + \right. \\
&\left. + \int_0^{\infty} G_2(r, r_1, \omega) a(r_1) \frac{\text{sha}(r_1)}{a(r_1)} L(a(r_1)) g_{ab}^0(r_1) r_1 dr_1 \right\} r^2 dr.
\end{aligned} \tag{24}$$

С учётом (17), (18) и (24), выражение (11) для  $\eta_V(\omega)$  принимает следующий вид:

$$\begin{aligned}
\eta_V(\omega) &= \sum_{a,b} \frac{4\pi n_a n_b d_{ab}^3}{3} \int_0^{+\infty} \frac{\partial \Phi_{ab}^0}{\partial r} \left\{ \int_0^r G_1(r, r_1, \omega) g_{ab}^0(r_1) \frac{\text{sha}(r_1)}{a(r_1)} r_1 dr_1 \right\} r^2 dr + \\
&- \sum_{a,b} \frac{\pi n_a n_b d_{ab}^3}{9} \int_0^{+\infty} \frac{\partial \Phi_{ab}^0}{\partial r} \left\{ \int_0^{\infty} G_1(r, r_1, \omega) g_{ab}^0(r_1) \frac{\text{sha}(r_1)}{a(r_1)} \left[ \frac{\partial}{\partial r_1} \left( \frac{\Phi_{ab}^0(r_1)}{kT} \right) + \right. \right. \\
&\left. \left. + L(a(r_1)) \left( \frac{2a_1(0)}{r_1^3} + \frac{3a_2(0)}{r_1^4} \right) \right] r_1^2 dr_1 \right\} dr r^2 - \sum_{a,b} \frac{\pi n_a n_b d_{ab}^3}{3} \times \\
&\times \int_0^{+\infty} \frac{\partial \Phi_{ab}^0}{\partial r} \left\{ \int_0^{\infty} G_1(r, r_1, \omega) \left[ y_2(\rho^*) + \gamma \frac{\Phi_{ab}^0(r_1)}{kT} \right] g_{ab}^0(r_1) \frac{\text{sha}(r_1)}{a(r_1)} r_1 dr_1 + \right. \\
&\left. + \int_0^{\infty} G_2(r, r_1, \omega) a(r_1) \frac{\text{sha}(r_1)}{a(r_1)} L(a(r_1)) g_{ab}^0(r_1) r_1 dr_1 \right\} r^2 dr,
\end{aligned} \tag{25}$$

где  $a_1(0) = \frac{f(z_a + z_b)e\mu}{kTd_{ab}^2}$ ;  $a_2(r) = -\frac{2f\mu^2}{kTd_{ab}^3}$ .

Если  $a(r) \ll 1$ , разлагая в ряд подинтегральные функции  $\text{sh} a(r)$  и функции Ланжевена  $L(a(r_1))$ , ограничиваясь линейными членами, получим:

$$\frac{\text{sh} a(r_1)}{a(r_1)} \approx 1, \quad L(a(r_1)) \approx \frac{a(r_1)}{3}. \quad (26)$$

Учитывая (26), в (25) для динамического коэффициента объемной вязкости  $\eta_V(\omega)$  имеем:

$$\begin{aligned} \eta_V(\omega) = & \sum_{a,b} \frac{4\pi n_a n_b d_{ab}^3}{3} \int_0^{+\infty} \frac{\partial \Phi_{ab}^0}{\partial r} \left\{ \int_0^r G_1(r, r_1, \omega) g_{ab}^0(r_1) r_1 dr_1 \right\} r^2 dr + \\ & - \sum_{a,b} \frac{\pi n_a n_b d_{ab}^3}{9} \int_0^{+\infty} \frac{\partial \Phi_{ab}^0}{\partial r} \left\{ \int_0^\infty G_1(r, r_1, \omega) g_{ab}^0(r_1) \left[ 3r_1 \frac{\partial}{\partial r_1} \left( \frac{\Phi_{ab}^0(r_1)}{kT} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{a(r_1)}{3} \left( \frac{2a_1(0)}{r_1^3} + \frac{3a_2(0)}{r_1^4} \right) \right] r_1^2 dr_1 \right\} dr r^2 - \sum_{a,b} \frac{\pi n_a n_b d_{ab}^3}{3} \times \\ & \times \int_0^{+\infty} \frac{\partial \Phi_{ab}^0}{\partial r} \left\{ \int_0^\infty G_1(r, r_1, \omega) \left[ y_2(\rho^*) + \gamma \frac{\Phi_{ab}^0(r_1)}{kT} + \frac{a^2(r_1)}{3} \right] g_{ab}^0(r_1) r_1 dr_1 \right\} r^2 dr. \end{aligned} \quad (27)$$

Учитывая (5) в (2) для  $K_r(\omega)$  и проводя аналитические математические преобразования, а также заменяя  $G_1(r, r_1, \omega)$  на  $\omega G_2(r, r_1, \omega)$  в выражении (27), для случая  $a(r) \ll 1$  получим:

$$\begin{aligned} K_r(\omega) = & \sum_{a,b} \frac{4\pi n_a n_b d_{ab}^3 \omega}{3} \int_0^{+\infty} \frac{\partial \Phi_{ab}^0}{\partial r} \left\{ \int_0^r G_2(r, r_1, \omega) g_{ab}^0(r_1) r_1 dr_1 \right\} r^2 dr + \\ & - \sum_{a,b} \frac{\pi n_a n_b d_{ab}^3 \omega}{9} \int_0^{+\infty} \frac{\partial \Phi_{ab}^0}{\partial r} \left\{ \int_0^\infty G_2(r, r_1, \omega) g_{ab}^0(r_1) \left[ 3r_1 \frac{\partial}{\partial r_1} \left( \frac{\Phi_{ab}^0(r_1)}{kT} \right) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{a(r_1)}{3} \left( \frac{2a_1(0)}{r_1^3} + \frac{3a_2(0)}{r_1^4} \right) \right] r_1^2 dr_1 \right\} dr r^2 - \sum_{a,b} \frac{\pi n_a n_b d_{ab}^3 \omega}{3} \times \\ & \times \int_0^{+\infty} \frac{\partial \Phi_{ab}^0}{\partial r} \left\{ \int_0^\infty G_2(r, r_1, \omega) \left[ y_2(\rho^*) + \gamma \frac{\Phi_{ab}^0(r_1)}{kT} + \frac{a^2(r_1)}{3} \right] g_{ab}^0(r_1) r_1 dr_1 \right\} r^2 dr. \end{aligned} \quad (28)$$

Формулы (27) и (28) с учетом (9) и (10) позволяют провести численные расчеты  $\eta_V(\omega)$  и  $K_r(\omega)$  в широком интервале плотности, концентрации, температуры и частот.



Таблица

Температурная и концентрационная зависимость коэффициента объемной вязкости  $\eta_V$  водного раствора NaCl при  $\nu^*=10^{-6}$ .

t, °C	c=10.5%		c=14.9%		c=19%		c=22.6%	
	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup> [10]	$\eta_V$ , мПа·с форм (27)	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup> [10]	$\eta_V$ , мПа·с форм (27)	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup> [10]	$\eta_V$ , мПа·с форм (27)	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup> [10]	$\eta_V$ , мПа·с форм (27)
15	1025.9	2.606	1109.8	3.469	1141.6	4.253	1171.0	4.975
20	1072.1	2.556	1105.4	3.404	1137.0	4.184	1166.1	4.911
30	1070.1	2.495	1103.2	3.327	1134.6	4.111	1163.5	4.857
35	1067.9	2.462	1100.9	3.285	1132.3	4.069	1160.9	4.819
55	1058.3	2.347	1090.8	3.136	1121.6	3.909	1109.9	4.300
80	1042.2	2.220	1074.6	2.970	1105.3	3.722	1093.7	4.116
90	1035.8	2.177	1068.1	2.913	1098.8	3.656	1087.1	4.047

В таблице приведены результаты численных расчетов изочастотного коэффициента объемной вязкости при различных значениях концентраций 10.5 ÷ 22.6%, температур  $t=15^\circ\text{C} \div 90^\circ\text{C}$  и при фиксированной частоте  $\nu^*=10^{-6}$  (или  $\nu \sim 10^6$  Гц) для водного раствора NaCl.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Одинаев С., Шарифов Н.Ш., Додарбеков А.Ш. Расчет частотной зависимости коэффициентов вязкости и модулей упругости растворов электролитов в широком интервале изменения термодинамических параметров – Журнал физической химии. 2006, т. 80, № 4, с. 667-772.
2. Одинаев С., Акдолов Д.М., Шарифов Н.Ш., Мирзоаминов Х. О частотной дисперсии вязкоупругих свойств растворов электролитов. – Журнал физической химии. 2010, т. 84, № 6, с. 1063-1068.
3. Юхновский И.Р., Головкин М.Ф. Статистическая теория классических равновесных систем. – Киев: Наукова думка, 1980, 372 с.
4. Смирнова Н.А. Молекулярные теории растворов. – Л.: Химия, 1987, 336 с.
5. Одинаев С., Акдолов Д.М. Расчет коэффициента сдвиговой вязкости и сдвигового модуля упругости растворов электролитов с учетом обобщенного потенциала взаимодействия – ДАН РТ. 2015, т.58, № 10, с.910-915.
6. Гиршфельдер Дж., Кергисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. – М.: ИЛ, 1961, 929 с.
7. Каплан И.Г. Межмолекулярные взаимодействия. Физическая интерпретация, компьютерные расчеты и модельные потенциалы – М.:БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012, 394 с.
8. Honggang Zhao, M. Carolina dos Ramos, Clare McCabe. Development of an equation of state for electrolyte solutions by combining the statistical associating fluid theory and the mean spherical approximation for the nonprimitive model. – The Journal of Chemical Physics, 2007, v.126, pp. 244503
9. Литинский Г.Б. Статистическая термодинамика жидкости дипольных твердых сфер. Модель заторможенного вращения молекул – Журнал Структурной химии. 2004, т. 45, № 1 с. 86-93.

10. Максимова Н.И., Пак Ч.С., Правдин Н.Н. и др. Свойства электролитов. – М.: Metallurgy, 1987, 128 с.

Д.М.АҚДОДОВ

**МУАЙЯН НАМУДАНИ КОЭФФИЦИЕНТИ ЧАСПАКИИ ҲАЧМӢ  
ВА МОДУЛИ ЧАНДИРИИ ҲАЧМӢ ДАР АСОСИ ПОТЕНСИАЛИ МУ-  
ТАҚОБИЛАИ УМУМИШУДАИ СИСТЕМАҲОИ  
ИОНӢ-МОЛЕКУЛАВӢ**

*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Дар асоси энергияи потенциалӣ, ки аз суммаи потенциалҳои таъсири байни-ионӣ, ион-молекулавӣ ва байнимолекулавӣ иборат аст, коэффисиенти часпакии ҳаҷмӣ  $\eta_V(\omega)$  ва модули чандирии ҳаҷмӣ  $K(\omega)$  таҳқиқ шудаанд. Барои ифодаи аналитикии  $\eta_V(\omega)$  ҳисобкунии рақамии маҳлули обии электролити  $\text{NaCl}$  гузаронида шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** часпакии ҳаҷмӣ, модули чандирии ҳаҷмӣ, потенциали таъсири мутақобила, функсияи тақсимои радиалӣ.

D.M.AKDODOV

**DETERMINING COEFFICIENT BULK VISCOSITY  
AND THE BULK ELASTICITY MODULU ON THE BASIS GENERALIZED  
OF ION-MOLECULE SYSTEMS**

*Tajik National University*

On the basis of the generalized interaction energy, which consists of the sum of ion-ion, ion-molecular and intermolecular interaction potentials analytical expressions for the coefficient of bulk viscosity and bulk modulus are obtained. Numerical calculation for aqueous electrolyte solution of  $\text{NaCl}$  at a fixed frequency in a wide range of changes of temperature and concentration are carried out.

**Key words:** bulk viscosity, bulk modulus of elasticity, the potential of intermolecular interaction, the radial distribution function.

УДК 534.16:535.341

Т.Х.САЛИХОВ, Ю.П.ХОДЖАЕВ

ТЕОРИЯ ГЕНЕРАЦИИ ОСНОВНОЙ ГАРМОНИКИ НЕЛИНЕЙНОГО  
ФОТОАКУСТИЧЕСКОГО ОТКЛИКА ДВУХСЛОЙНЫХ  
ПОЛУПРОЗРАЧНЫХ ОБРАЗЦОВ

*Таджикский национальный университет*

*Поступила в редакцию 10.07.2015 г.*

*Предложена теория генерации основной гармонике нелинейного ФА-сигнала в полупрозрачных двухслойных твёрдотельных образцах. Получено общее выражение для акустического колебания давления в газовой среде. Найдены выражения для амплитуды и фазы этого сигнала для наиболее интересных случаев и установлена зависимость этих величин от частоты модуляции падающего луча.*

**Ключевые слова:** фотоакустика, тепловая нелинейность, двухслойные системы, нелинейный фотоакустический отклик.

В [1-4] было показано, что учёт температурной зависимости теплофизических и оптических параметров твёрдотельных образцов приводит к состоянию, при котором имеет место возбуждение нелинейного фотоакустического (ФА) сигнала. Оказалось, что нелинейный ФА-сигнал состоит из набора гармоник, из которых основными являются генерируемый сигнал на частоте модуляции падающего луча (основная гармоника)  $\omega$  и на ее удвоенной частоте  $2\omega$  (вторая гармоника). Особенности генерации нелинейного ФА-сигнала для непрозрачных двухслойных образцов подробно рассмотрены в [5-8]. Между тем, очевидно, что при умеренных значениях коэффициента оптического поглощения  $\beta_i$  падающий лазерный луч, частично поглотившись, может пройти сквозь образец. Подобные системы принято называть полупрозрачными. Для подобных двухслойных систем определяющими являются значения параметров  $\beta_1 l_{S(1)}$  и  $\beta_2 l_{S(2)}$ , где  $\beta_i$  и  $l_{S(i)}$  –

---

*Адрес для корреспонденции:* Салихов Тагаймурод Хаитович. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, НИИ Таджикского национального университета.  
E-mail: t\_salikhov@rambler.ru

оптические коэффициенты поглощения и толщины слоев соответственно. Теоретическое рассмотрение особенностей генерации второй гармоники нелинейного ФА-сигнала для случая, когда двухслойные образцы являются полупрозрачными, проведено в [9]. Целью настоящей работы является создание теории генерации основной гармоники (ОГ) нелинейного ФА-сигнала в подобных системах, обусловленной температурной зависимостью теплофизических параметров газового слоя (g), подложки (b), первого (s1) и второго слоев (s2), а также поглощательной способностью обоих слоев образца.

Предположим, что интенсивность падающего луча  $I_0$  на двухслойном образце в ФА-камере модулировано гармонически с частотой  $\omega$ . Исходим из следующей системы уравнений для  $\Phi_{1N}(t, x)$  - нелинейной составляющей колебания температуры [10]:

$$\frac{\partial^2 \Phi_{1Ng}}{\partial x^2} - \frac{1}{\chi_g^{(0)}} \frac{\partial \Phi_{1Ng}}{\partial t} = -(\delta_{2g} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\delta_g}{\chi_g^{(0)}} \frac{\partial}{\partial t}) [T_{0g}(x) \Phi_{Lg}(t, x)], \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi_{1NS(1)}}{\partial x^2} = \frac{1}{\chi_{1S(1)}^{(0)}} \frac{\partial \Phi_{1NS(1)}}{\partial t} - (\delta_{2S(1)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\delta_{1S(1)}}{\chi_{1S(1)}^{(0)}} \frac{\partial}{\partial t}) \times \\ \times (T_{0S(1)}(x) \Phi_{LS(1)}(x, t)) - \frac{I_0 A_{S(1)}^{(0)} \beta_1 e^{\beta_1 x}}{2k_{S(1)}^{(0)}} \delta_{3S(1)} [e^{i\omega t} \Theta_0 + \Phi_{LS(1)}(0, t)] \end{aligned}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi_{1NS(2)}}{\partial x^2} = \frac{1}{\chi_{1S(2)}^{(0)}} \frac{\partial \Phi_{1NS(2)}}{\partial t} - (\delta_{2S(2)} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\delta_{1S(2)}}{\chi_{1S(2)}^{(0)}} \frac{\partial}{\partial t}) (T_{0S(2)}(x) \Phi_{LS(2)}(x, t)) - \\ - \frac{I_0 A_{S(1)}^{(0)} (1 - R_{S(1)})^{(0)} \beta_2 e^{\beta_2(x+l_1)} e^{-\beta_1 l_1}}{2k_{S(2)}^{(0)}} \delta_{3S(2)} [e^{i\omega t} W_{01} + \Phi_{LS(2)}(-l_1, t)] \end{aligned}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_{1Nb}}{\partial x^2} - \frac{1}{\chi_b^{(0)}} \frac{\partial \Phi_{1Nb}}{\partial t} = -(\delta_{2b} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\delta_b}{\chi_b^{(0)}} \frac{\partial}{\partial t}) [T_{0b}(x) \Phi_{Lb}(t, x)]. \quad (4)$$

В (1)-(4):  $\Phi_{Li}(t, x)$  – линейная составляющая генерируемого ФА- сигнала,  $\delta_g$ ,  $\delta_{2g}$ ,  $\delta_{S(1)}$ ,  $\delta_{2S(1)}$  и  $\delta_{3(i)}$  – термические коэффициенты теплоемкости единицы объема  $C_{pi}(T_i)$ ;  $\kappa_i(T_i)$  – теплопроводности,  $A_{S(i)}(T)$  – поглощательные способности слоев,  $R_{S(i)}$  – коэффициент отражения,  $T_{0i}(x)$  – стационарное поле температуры,  $\chi_i^{(0)} = \kappa_i^{(0)} / C_{pi}^{(0)}$  – начальные значения коэффициента температуропроводности соответствующих слоев;  $\Theta_0$  и  $W_{01}$  – температуры облучаемой и тыловой сторон поверхности первого слоя.

Виды функции  $\Phi_{Li}(t, x)$  для рассматриваемой геометрии эксперимента были получены в [11]:

$$\Phi_{Lg} = \Theta_L e^{-\sigma_{1g}x}, \Phi_{Lb} = W_L e^{\sigma_{1b}(x+l_1+l_2)}, \Theta_L = -(E_1\Delta_1 + 2E_2\Delta_2) / \Delta, E_1 = \frac{A_1}{(\beta_1^{(0)})^2 - \sigma_{1S(1)}^2},$$

$$\Phi_{LS(1)} = U_{L1} e^{\sigma_{1S(1)}x} + V_{L1} e^{-\sigma_{1S(1)}x} - E_1 e^{\beta_1^{(0)}x}, A_1 = \frac{I_0 \beta_1 A_{S(1)}^{(0)}}{2k_{S(1)}^{(0)}}, E_2 = \frac{B}{\beta_2^2 - \sigma_2^2},$$

$$B = \frac{I_0 \beta_2 A_{S(2)}^{(0)}}{2k_{S(2)}^{(0)}} e^{-\beta_1 l_1}, \Phi_{LS(2)} = U_{L2} e^{\sigma_{1S(2)}(x+l_1)} + V_{L2} e^{-\sigma_{1S(2)}(x+l_1)} - E_2 e^{\beta_2^{(0)}(x+l_1)},$$

$$2U_{L1} = \Theta_L + E_1 \left( \frac{\beta_1}{\sigma_{1S(1)}} + 1 \right).$$

Здесь использованы следующие обозначения:  $\sigma_j = (1+i)\mu_j^{-1}$ ,  $\mu_i = (2\chi_i^{(0)} / \omega)^{1/2}$  - длина тепловой диффузии соответствующего слоя,  $E_{0i} = \exp(-\beta_i l_i)$ ,  $b_1 = k_{S(2)}^{(0)} \sigma_{1S(2)} / k_b^{(0)} \sigma_b$ ,  $W_L = b_1 (U_{L2} e^{-\sigma_{1S(2)} l_2} - V_{L2} e^{\sigma_{1S(2)} l_2} - E_2 e^{-\beta_2 l_2} \beta_2 \sigma_{1S(2)}^{-1})$ ,  $2V_{L1} = \Theta_L - E_1 (\beta_1 \sigma_{1S(1)}^{-1} - 1)$ ,  $b = b_1^{-1}$ ,

$$U_{L2} = 0.25 \{ [\Theta_L + E_1 (\beta_1 \sigma_{1S(1)}^{-1} + 1)] (s_1 + 1) e^{-\sigma_{1S(1)} l_1} - [\Theta_L - E_1 (\beta_1 \sigma_{1S(1)}^{-1} - 1)] (s_1 - 1) e^{\sigma_{1S(1)} l_1} - 2E_1 (s_1 \beta_1 \sigma_{1S(1)}^{-1} + 1) e^{-\beta_1 l_1} + 2E_2 (\beta_2 \sigma_{1S(2)}^{-1} + 1) \},$$

$$V_{L2} = -0.25 \{ [\Theta_L + E_1 (\beta_1 \sigma_{1S(1)}^{-1} + 1)] (s_1 - 1) e^{-\sigma_{1S(1)} l_1} - [\Theta_L - E_1 (\beta_1 \sigma_{1S(1)}^{-1} - 1)] (s_1 + 1) e^{\sigma_{1S(1)} l_1} - 2E_1 (s_1 \beta_1 \sigma_{1S(1)}^{-1} - 1) E_{01} + 2E_2 (\beta_2 \sigma_{1S(2)}^{-1} - 1) \},$$

$$\Delta = [(s_1 + 1)(b_1 - 1) e^{-\sigma_{1S(1)} l_1} e^{-\sigma_{1S(2)} l_2} - e^{\sigma_{1S(1)} l_1} (s_1 - 1)] (b_1 - 1) e^{-\sigma_{1S(2)} l_2} + [(s_1 - 1) e^{-\sigma_{1S(1)} l_1} - (s_1 + 1) e^{\sigma_{1S(1)} l_1}] (b_1 + 1) e^{\sigma_{1S(1)} l_1} e^{\sigma_{1S(2)} l_2},$$

$$s_1 = k_{S(1)}^{(0)} \sigma_{1S(1)} / k_{S(2)}^{(0)} \sigma_{1S(2)},$$

$$\Delta_1 = [(\beta_1 \sigma_{1S(1)}^{-1} + 1)(s_1 + 1) e^{-\sigma_{1S(1)} l_1} + (\beta_1 \sigma_{1S(1)}^{-1} - 1)(s_1 - 1) e^{\sigma_{1S(1)} l_1}] (b_1 - 1) e^{-\sigma_{1S(2)} l_2} - 2[(s_1 \beta_1 \sigma_{1S(1)}^{-1} + 1)(b_1 - 1) e^{-\sigma_{1S(2)} l_2} + (s_1 \beta_1 \sigma_{1S(1)}^{-1} - 1)(b_1 + 1) e^{\sigma_{1S(2)} l_2}] e^{-\beta_1 l_1} + [(\beta_1 \sigma_{1S(1)}^{-1} + 1)(s_1 - 1) e^{-\sigma_{1S(1)} l_1} + (\beta_1 \sigma_{1S(1)}^{-1} - 1)(s_1 + 1) e^{\sigma_{1S(1)} l_1}] (b_1 + 1) e^{\sigma_{1S(2)} l_2}$$

$$\Delta_2 = (\beta_2 \sigma_{1S(2)}^{-1} + 1)(b_1 - 1) e^{-\sigma_{1S(2)} l_2} + (\beta_2 \sigma_{1S(2)}^{-1} - 1)(b_1 + 1) e^{\sigma_{1S(2)} l_2} - 2(b_1 \beta_2 \sigma_{1S(2)}^{-1} - 1) E_{02}.$$

Граничные условия, необходимые для решения системы уравнений (1)-(4), имеют вид

$$\Phi_{1Ns(1)}(t, 0) = \Phi_{1Ng}(t, 0), \Phi_{1Nb}(t, -l_{S(1)} - l_{S(2)}) = \Phi_{1Ns(2)}(t, -l_{S(1)} - l_{S(2)}),$$

$$\Phi_{1NS(1)}(t, -l_{S(1)}) = \Phi_{1NS(2)}(t, -l_{S(1)}), \quad (5)$$

$$\left. \left\{ \frac{\partial \Psi_{1g}(t, x)}{\partial x} \right\} \right|_{x=0} = \frac{\kappa_{S(1)}^{(0)}}{\kappa_g^{(0)}} \left. \frac{\partial \Psi_{1S(1)}(t, x)}{\partial x} \right|_{x=0},$$

$$\left. \frac{\partial \Psi_{1S(1)}(t, x)}{\partial x} \right|_{x=-l_{S(1)}} = \frac{\kappa_{S(2)}^{(0)}}{\kappa_{S(1)}^{(0)}} \left. \frac{\partial \Psi_{1S(2)}(t, x)}{\partial x} \right|_{x=-l_{S(1)}}, \quad (6)$$

$$\Phi_{1Nb}(t, -l_{S(1)} - l_{S(2)} - l_b) = \Phi_{1Ng}(t, l_g) = 0,$$

$$\left. \frac{\partial \Psi_{1b}(t, x)}{\partial x} \right|_{x=-(l_{S(1)}+l_{S(2)})} = \frac{\kappa_{S(2)}^{(0)}}{\kappa_b^{(0)}} \left. \frac{\partial \Psi_{1S(2)}(t, x)}{\partial x} \right|_{x=-(l_{S(1)}+l_{S(2)})}. \quad (7)$$

Принимая во внимание, что  $\Phi_{Lg}(x, t) = e^{-i\omega t} \Phi_{Lg}(x, \omega)$  в системе уравнений (1)-(4) представим  $\Phi_{1Ni}(x, t) = \Phi_{1Ni}(x, \omega) e^{-i\omega t}$ . Тогда для функции  $\Psi_{li}(x, \omega) = \Phi_{1Ni}(x, \omega) + \delta_{2i} T_{0i}(x) \Phi_{Li}(x, \omega)$  получим следующую систему уравнений:

$$\frac{d^2 \Psi_{1N(i)}}{dx^2} - \sigma_{1(i)}^2 \Psi_{1N(i)} = \sigma_{1(i)}^2 (\delta_i - \delta_{2i}) T_{0(i)}(x) \Phi_{L(i)}(\omega, x), \quad i = g, b, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \Psi_{1NS(1)}}{dx^2} - \sigma_{1S(1)}^2 \Psi_{1NS(1)} = \\ = \sigma_{1S(1)}^2 (\delta_{S(1)} - \delta_{2S(1)}) T_{0S(1)}(x) \Phi_{LS(1)}(\omega, x) - B_1 [\Theta_0 + \Phi_{LS(1)}(\omega, 0)] e^{\beta_1 x}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \Psi_{1NS(2)}}{dx^2} - \sigma_{1S(2)}^2 \Psi_{1NS(2)} = \\ = \sigma_{1S(2)}^2 (\delta_{S(2)} - \delta_{2S(2)}) T_{0S(2)}(x) \Phi_{LS(2)}(\omega, x) - B_2 [W_{01} + \Phi_{LS(2)}(\omega, -l_{S(1)})] e^{\beta_2(x+l_{S(1)})} \end{aligned}, \quad (10)$$

где  $B_1 = \frac{I_0 A_{S(1)}^{(0)} \beta_1 \delta_{3S(1)}}{2k_{S(1)}^{(0)}}$ ,  $B_2 = \frac{I_0 A_{S(2)}^{(0)} (1 - R_{S(1)}^{(0)}) \beta_2 \delta_{3S(2)} e^{-\beta_1 l_{S(1)}}}{2k_{S(2)}^{(0)}}$ ,  $\sigma_{1(i)} = \left( \frac{i\omega}{\chi_i^{(0)}} \right)^{1/2}$ .

Используя обозначения  $R_{li} = 0, 5 \delta_{2i}^{-1} \sigma_{1i} (\delta_i - \delta_{2i})$  и  $g_{0i}(x) = \delta_{2i} T_{0i}(x)$ , решение системы уравнений (8)-(10), полученной методом вариации постоянных, можно написать в виде

$$\Psi_{1Ng} = \Theta_{1Ng} e^{-\sigma_{1g} x} + R_{1g} S_{1g}(x) e^{\sigma_{1g} x} - R_{1g} S_{2g}(x) e^{-\sigma_{1g} x}, \quad (11)$$

$$\Psi_{1Nb} = W_{1Nb} e^{\sigma_{1b}(x+l_{S(1)}+l_{S(2)})} + R_{1b} S_{1b}(x) e^{\sigma_{1b}(x+l_{S(1)}+l_{S(2)})} - R_{1b} S_{2b}(x) e^{-\sigma_{1b}(x+l_{S(1)}+l_{S(2)})}, \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{1NS(1)} = & U_{N1} e^{\sigma_{1S(1)} x} + V_{N1} e^{-\sigma_{1S(1)} x} + \\ & + [R_{S(1)} S_{1S(1)}(x) - \Omega_{1S(1)}(x)] e^{\sigma_{1S(1)} x} - [R_{S(1)} S_{2S(1)}(x) - \Omega_{2S(1)}(x)] e^{-\sigma_{1S(1)} x}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{1NS(2)} = & U_{N2} e^{\sigma_{1S(1)}(x+l_{S(1)})} + V_{N2} e^{-\sigma_{1S(1)}(x+l_{S(1)})} + \\ & + [R_{S(2)} S_{1S(2)}(x) - \Omega_{1S(2)}(x)] e^{\sigma_{1S(1)}(x+l_{S(1)})} - [R_{S(2)} S_{2S(2)}(x) - \Omega_{2S(2)}(x)] e^{-\sigma_{1S(1)}(x+l_{S(1)})}. \end{aligned} \quad (14)$$

Вид функций  $S_i(x)$  и  $\Omega_i(x)$  в (11)-(14) определен следующим образом:

$$S_{1g}(x) = \int g_{0g}(x) \Phi_{Lg}(\omega, x) e^{-\sigma_g x} dx, \quad S_{2g}(x) = \int g_{0g}(x) \Phi_{Lg}(\omega, x) e^{\sigma_g x} dx, \quad (15)$$

$$S_{1S(1)}(x) = \int g_{0S(1)}(x) \Phi_{LS(1)}(\omega, x) e^{-\sigma_{1S(1)} x} dx,$$

$$S_{2S(1)}(x) = \int g_{0S(1)}(x) \Phi_{LS(1)}(\omega, x) e^{\sigma_{1S(1)} x} dx, \quad (16)$$

$$S_{1S(2)}(x) = \int g_{0S(2)}(x) \Phi_{LS(2)}(\omega, x) e^{-\sigma_{1S(2)}(x+l_1)} dx,$$

$$S_{2S(2)}(x) = \int g_{0S(2)}(x) \Phi_{LS(2)}(\omega, x) e^{\sigma_{1S(2)}(x+l_1)} dx, \quad (17)$$

$$S_{1b}(x) = \int g_{0b}(x) \Phi_{Lb}(\omega, x) e^{-\sigma_b(x+l_1+l_2)} dx,$$

$$S_{1b}(x) = \int g_{0b}(x) \Phi_{Lb}(\omega, x) e^{\sigma_b(x+l_1+l_2)} dx, \quad (18)$$

$$\Omega_{1S(1)}(x) = Q_1 \int e^{(\beta_1 - \sigma_{1S(1)})x} [\Theta_0 + \Phi_{LS(1)}(\omega, 0)] dx,$$

$$\Omega_{2S(1)}(x) = Q_1 \int e^{(\beta_1 + \sigma_{1S(1)})x} [\Theta_0 + \Phi_{LS(1)}(\omega, 0)] dx \quad (19)$$

$$\Omega_{1S(2)}(x) = Q_2 \int e^{(\beta_2 - \sigma_{1S(2)})(x+l_1)} [W_0 + \Phi_{LS(2)}(\omega, -l_1)] dx,$$

$$\Omega_{2S(2)}(x) = Q_2 \int e^{(\beta_2 + \sigma_{1S(2)})(x+l_1)} [W_0 + \Phi_{LS(2)}(\omega, -l_1)] dx, \quad (20)$$

где  $Q_1 = I_0 \beta_1 A_{S(1)}^{(0)} \delta_{3S(1)} / 4k_{S(1)}^{(0)} \sigma_{1S(1)}$ ,  $Q_2 = I_0 \beta_2 A_{S(2)}^{(0)} (1 - R_{S(1)}^{(0)}) \delta_{3S(2)} E_{01} / 4k_{S(2)}^{(0)} \sigma_{1S(2)}$ .

Вид функций  $\Omega_{1S(i)}(x)$ , согласно выражениям (19)-(20) вычисляется тривиально. Подставляя функции  $\Phi_{Li}(x)$  в подынтегральные выражения (15)-(18) для функций  $S_{ij}(x)$  и выполнив интегрирование согласно предложенной в [1] схеме, будем иметь:

$$S_{1g}(x) \approx \frac{\Theta_L}{2\sigma_g} [1 - \sqrt{1+b_g} + \frac{b_g}{2l_g \sqrt{1+b_g}} (x + \frac{1}{2\sigma_g})] \exp(-2\sigma_g x),$$

$$S_{2g}(x) = -\left[\frac{2l_g}{3b_g}(1+b_g^{3/2})\left[\sqrt{\left(1-\frac{b_g x}{(1+b_g)l}\right)^3-1}\right]+x\right]\Theta_L,$$

$$\begin{aligned} S_{1S(1)}(x) &= U_{L1}\left\{D_2^{1/2}\left[x+\frac{1}{4}\frac{D_3}{D_2}\frac{x^2}{l_1}-\frac{D_1 e^{\beta_1 x}}{2D_2\beta_1}\right]-x\right\}+ \\ &+ \frac{V_{L1}}{2\sigma_{1S(1)}}\left\{1-D_2^{1/2}-\frac{D_3}{2D_2^{1/2}l_1}\left(x+\frac{1}{2\sigma_{1S(1)}}\right)-\frac{D_1\sigma_{1S(1)}e^{\beta_1 x}}{D_2^{1/2}(\beta_1-2\sigma_s)}\right\}e^{-2\sigma_{1S(1)}x}- \\ &-\frac{E_1}{\beta_1-\sigma_{1S(1)}}\left\{D_2^{1/2}-1+\frac{D_3}{2D_2^{1/2}l_1}\left(x-\frac{1}{\beta_1-\sigma_{1S(1)}}\right)-\frac{D_1(\beta_1-\sigma_{1S(1)})e^{\beta_1 x}}{2D_2^{1/2}(2\beta_1-\sigma_{1S(1)})}\right\}e^{(\beta_1-\sigma_{1S(1)})x} \end{aligned},$$

$$\begin{aligned} S_{2S(1)}(x) &= \frac{U_{L1}}{2\sigma_{1S(1)}}\left\{D_2^{1/2}-1+\frac{D_3}{2l_1 D_2^{1/2}}\left(x-\frac{1}{2\sigma_{1S(1)}}\right)-\frac{D_1\sigma_{1S(1)}}{D_2^{1/2}}\frac{e^{\beta_1 x}}{\beta_1+2\sigma_{1S(1)}}\right\}e^{2\sigma_{1S(1)}x}+ \\ &+ V_{L1}\left\{D_2^{1/2}\left[x+\frac{1}{4}\frac{D_3}{D_2}\frac{x^2}{l_1}-\frac{D_1}{2\beta_1 D_2}e^{\beta_1 x}\right]-x\right\}- \\ &-\frac{E_1}{\beta_1+\sigma_{1S(1)}}\left\{D_2^{1/2}-1+\frac{D_3}{2D_2^{1/2}l_1}\left(x-\frac{1}{\beta_1+\sigma_{1S(1)}}\right)-\frac{D_1(\beta_1+\sigma_{1S(1)})e^{\beta_1 x}}{2D_2^{1/2}(2\beta_1+\sigma_{1S(1)})}\right\}e^{(\beta_1+\sigma_{1S(1)})x} \end{aligned},$$

$$\begin{aligned} S_{1S(2)}(x) &= U_{L2}\left\{D_{22}^{1/2}\left[x+\frac{1}{4}\frac{D_{32}}{D_{22}}\frac{x(0.5x+l_1)}{l_2}-\frac{D_{12}e^{\beta_2(x+l_1)}}{2D_{22}\beta_2}\right]-x\right\}+ \\ &+ \frac{V_{L2}}{2\sigma_{1S(2)}}\left\{1-D_{22}^{1/2}-\frac{D_{32}}{2D_{22}^{1/2}l_2}\left(x+l_1+\frac{1}{2\sigma_{1S(2)}}\right)-\frac{D_{12}\sigma_{1S(2)}e^{\beta_2(x+l_1)}}{D_{22}^{1/2}(\beta_2-2\sigma_{1S(2)})}\right\}e^{-2\sigma_{1S(2)}(x+l_1)}- \\ &-\frac{E_2}{\beta_2-\sigma_{1S(2)}}\left\{D_{22}^{1/2}-1+\frac{D_{32}}{2D_{22}^{1/2}l_2}\left(x+l_1-\frac{1}{\beta_2-\sigma_{1S(2)}}\right)-\frac{D_{12}(\beta_2-\sigma_{1S(2)})e^{\beta_2(x+l_1)}}{2D_{22}^{1/2}(2\beta_2-\sigma_{1S(2)})}\right\}e^{(\beta_2-\sigma_{1S(2)})(x+l_1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{2S(2)}(x) &= \frac{U_{L2}}{2\sigma_{1S(2)}}\left\{D_{22}^{1/2}-1+\frac{D_{32}}{2l_2 D_{22}^{1/2}}\left(x+l_1-\frac{1}{2\sigma_{1S(2)}}\right)-\frac{D_{12}\sigma_{1S(2)}}{D_{22}^{1/2}}\frac{e^{\beta_2(x+l_1)}}{\beta_2+2\sigma_{1S(2)}}\right\}e^{2\sigma_{1S(2)}(x+l_1)}+ \\ &+ V_{L2}\left\{D_{22}^{1/2}\left[x+\frac{1}{4}\frac{D_{32}}{D_{22}}\frac{x(0.5x+l_1)}{l_2}-\frac{D_{12}}{2\beta_2 D_{22}}e^{\beta_2(x+l_1)}\right]-x\right\}- \\ &-\frac{E_2}{\beta_2+\sigma_{1S(2)}}\left\{D_{22}^{1/2}-1+\frac{D_{32}}{2D_{22}^{1/2}l_2}\left(x+l_1-\frac{1}{\beta_2+\sigma_{1S(2)}}\right)-\frac{D_{12}(\beta_2+\sigma_{1S(2)})e^{\beta_2(x+l_1)}}{2D_{22}^{1/2}(2\beta_2+\sigma_{1S(2)})}\right\}e^{(\beta_2+\sigma_{1S(2)})(x+l_1)} \end{aligned}$$

$$S_{1b}(x) = \left[\frac{2l_b}{3b_b}(1+b_b)^{3/2}\left[\sqrt{\left(1+\frac{b_b(x+l_{S(1)}+l_{S(2)})}{(1+b_b)l_b}\right)^3-1}\right]-(x+l_{S(1)}+l_{S(2)})\right]W_L,$$

$$S_{2b}(x) \approx \frac{W_L}{2\sigma_b}\left[\sqrt{1+b_b}-1+\frac{b_b}{2l_b\sqrt{1+b_b}}\left(x+l_{S(1)}+l_{S(2)}-\frac{1}{2\sigma_b}\right)\right]\exp(2\sigma_b(x+l_{S(1)}+l_{S(2)})).$$



Здесь использованы следующие обозначения:  $D_1 = \delta_{2s} A_{S(1)}^{(0)} I_0 / \beta \kappa_s^{(0)}$ ,

$$D_{12} = 2\delta_{2S(2)} F_2, D_2 = 1 + b_s + D_1, D_3 = b_s - b_{sb} + D_1(1 - E_{01}), D_{22} = a_1 - l_1 l_2^{-1} a_2 + b_{sc},$$

$$D_{32} = a_2 + b_{sc} - b_{ss}, b_{sb} = \delta_{2s} W_{01} (2 + \delta_{2S(1)} W_{01}), b_{sc} = 2\delta_{2S(2)} (W_{01} + 0.5\delta_{2S(2)} W_{01}^2),$$

$$b_{ss} = 2\delta_{2S(2)} (W_{02} + 0.5\delta_{2S(2)} W_{02}^2), a_1 = 1 - 2\delta_{2S(2)} F_2 [E_{02} - (l_1 + l_2) l_1^{-1}] l_1 l_2^{-1},$$

$$a_2 = 2\delta_{2S(2)} F_2 (1 - E_{02}) l_1 l_2^{-1}.$$

Для нахождения комплексных амплитуд  $\Theta_{1Ng}$ ,  $W_{1Nb}$ ,  $U_{N1}$ ,  $V_{N1}$ ,  $U_{N2}$  и  $V_{N2}$  используем граничные условия непрерывности температур и потоков тепла на границах между слоями в ФА-камере, то есть условия (5)-(7). Тогда получим следующую систему алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} & \Theta_{1Ng} + R_{1g} [S_{1g}(0) - S_{2g}(0)] = \\ & = U_{N1} + V_{N1} + R_{S(1)} [S_{1S(1)}(0) - S_{2S(1)}(0)] + \\ & + \Omega_{2S(1)}(0) - \Omega_{1S(1)}(0) - g_{0S(1)}(0) \Phi_{LS(1)}(\omega, 0) + g_{0g}(0) \Phi_{Lg}(\omega, 0) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} & U_{N1} e^{-\sigma_{1S(1)} l_1} + V_{N1} e^{\sigma_{1S(1)} l_1} + [R_{S(1)} S_{1S(1)}(-l_1) - \Omega_{1S(1)}(-l_1)] e^{-\sigma_{1S(1)} l_1} - \\ & - [R_{S(1)} S_{2S(1)}(-l_1) - \Omega_{2S(1)}(-l_1)] e^{\sigma_{1S(1)} l_1} = \\ & = U_{N2} + V_{N2} + [R_{S(2)} S_{1S(2)}(-l_1) - \Omega_{1S(2)}(-l_1)] - [R_{S(2)} S_{2S(2)}(-l_1) - \Omega_{2S(2)}(-l_1)] - \\ & - g_{0S(2)}(-l_1) \Phi_{LS(2)}(\omega, -l_1) + g_{0S(1)}(-l_1) \Phi_{LS(1)}(\omega, -l_1) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} & U_{N2} e^{-\sigma_{1S(2)} l_2} + V_{N2} e^{\sigma_{1S(2)} l_2} + [R_{S(2)} S_{1S(2)}(-l_1 - l_2) - \Omega_{1S(2)}(-l_1 - l_2)] e^{-\sigma_{1S(2)} l_2} - \\ & - g_{0S(2)}(-l_1 - l_2) \Phi_{LS(2)}(\omega, -l_1 - l_2) - [R_{S(2)} S_{2S(2)}(-l_1 - l_2) - \\ & - \Omega_{2S(2)}(-l_1 - l_2)] e^{\sigma_{1S(2)} l_2} + g_{0b}(-l_1 - l_2) \Phi_{Lb}(\omega, -l_1 - l_2) = \\ & = W_{1Nb} + R_{1b} [S_{1b}(-l_1 - l_2) - S_{2b}(-l_1 - l_2)] \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} & g \{ R_{1g} [S_{1g}(0) + S_{2g}(0)] - \Theta_{1Ng} \} = \\ & = U_{N1} - V_{N1} + R_{S(1)} [S_{1S(1)}(0) + S_{2S(1)}(0)] - \Omega_{1S(1)}(0) - \Omega_{2S(1)}(0) \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} & s \{ U_{N1} e^{-\sigma_{1S(1)} l_1} - V_{N1} e^{\sigma_{1S(1)} l_1} + [R_{S(1)} S_{1S(1)}(-l_1) - \Omega_{1S(1)}(-l_1)] e^{-\sigma_{1S(1)} l_1} + \\ & + [R_{S(1)} S_{2S(1)}(-l_1) - \Omega_{2S(1)}(-l_1)] e^{\sigma_{1S(1)} l_1} \} = \\ & = U_{N2} - V_{N2} + [R_{S(2)} S_{1S(2)}(-l_1) - \Omega_{1S(2)}(-l_1)] + [R_{S(2)} S_{2S(2)}(-l_1) - \Omega_{2S(2)}(-l_1)] \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} & U_{N2} e^{-\sigma_{1S(2)} l_2} - V_{N2} e^{\sigma_{1S(2)} l_2} + [R_{S(2)} S_{1S(2)}(-l_1 - l_2) - \Omega_{1S(2)}(-l_1 - l_2)] e^{-\sigma_{1S(2)} l_2} + \\ & + [R_{S(2)} S_{2S(2)}(-l_1 - l_2) - \Omega_{2S(2)}(-l_1 - l_2)] e^{\sigma_{1S(2)} l_2} = \\ & = b \{ W_{1Nb} + R_{1b} [S_{1b}(-l_1 - l_2) + S_{2b}(-l_1 - l_2)] \} \end{aligned} \quad (26)$$

В методе газомикрофонной ФА-спектроскопии регистрация возбуждаемого сигнала осуществляется посредством газового слоя. Тогда, очевидно, возникает необходимость нахождения величины  $\Theta_{Ng}$  - комплексной составляющей амплитуды колебания температуры в этом слое. Решая систему уравнений (21)-(26) для  $\Theta_{Ng}$ , будем иметь:

$$\begin{aligned}
\Theta_{1Ng} = & R_{1g} [S_{2g}(0) - S_{1g}(0)] - \\
& - [g_{0S(1)}(0)\Phi_{LS(1)}(\omega, 0) - g_{0g}(0)\Phi_{Lg}(\omega, 0)] + \frac{2\tau_1}{\tau} \{ [R_{S(1)}S_{1S(1)}(0) - \Omega_{1S(1)}(0)] - \\
& - [R_{S(1)}S_{1S(1)}(-l_1) - \Omega_{1S(1)}(-l_1)] \} - \\
& - \frac{2\tau_2}{\tau} \{ [R_{S(1)}S_{2S(1)}(0) - \Omega_{2S(1)}(0)] - [R_{S(1)}S_{2S(1)}(-l_1) - \Omega_{2S(1)}(-l_1)] \} + \\
& + \frac{2\tau_3}{\tau} [g_{0S(2)}(-l_1)\Phi_{LS(2)}(\omega, -l_1) - g_{0S(1)}(-l_1)\Phi_{LS(1)}(\omega, -l_1)] + \\
& + \frac{4\tau_4}{\tau} \{ [R_{S(2)}S_{1S(2)}(-l_1) - \Omega_{1S(2)}(-l_1)] - \\
& - [R_{S(2)}S_{1S(2)}(-l_1 - l_2) - \Omega_{1S(2)}(-l_1 - l_2)] \} + \\
& + \frac{4\tau_5}{\tau} \{ [R_{S(2)}S_{2S(2)}(-l_1) - \Omega_{2S(2)}(-l_1)] - [R_{S(2)}S_{2S(2)}(-l_1 - l_2) - \\
& - \Omega_{2S(2)}(-l_1 - l_2)] \} + 4b\tau^{-1} [2R_{1b}S_{2b}(-l_1 - l_2) + \\
& + g_{0S(2)}(-l_1 - l_2)\Phi_{LS(2)}(\omega, -l_1 - l_2) - g_{0b}(-l_1 - l_2)\Phi_{Lb}(\omega, -l_1 - l_2)].
\end{aligned} \tag{27}$$

В выражении (27) использованы следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
\tau &= e^{-\sigma_{1S(2)l_2}(1-b)} [e^{-\sigma_{1S(1)l_1}(1+s)} + \\
& + e^{\sigma_{1S(1)l_1}(1-s)}] - e^{\sigma_{1S(2)l_2}(1+b)} [e^{-\sigma_{1S(1)l_1}(1-s)} + e^{\sigma_{1S(1)l_1}(1+s)}], \\
\tau_1 &= e^{-\sigma_{1S(2)l_2}(1-b)} e^{-\sigma_{1S(1)l_1}(1+s)} - e^{\sigma_{1S(2)l_2}(1+b)} e^{-\sigma_{1S(1)l_1}(1-s)}, \\
\tau_3 &= e^{-\sigma_{1S(2)l_2}(1-b)} - e^{\sigma_{1S(2)l_2}(1+b)}, \\
\tau_2 &= e^{-\sigma_{1S(2)l_2}(1-b)} e^{\sigma_{1S(1)l_1}(1-s)} - e^{\sigma_{1S(2)l_2}(1+b)} e^{\sigma_{1S(1)l_1}(1+s)}, \\
\tau_4 &= e^{-\sigma_{1S(2)l_2}(1-b)}, \tau_5 = e^{\sigma_{1S(2)l_2}(1+b)}.
\end{aligned}$$

Принимая во внимание определение  $\Psi_{Ing}(\omega, x)$  и выражение (11) для акустического колебания температуры в газовом слое, можем записать

$$\Phi_{1Ng}(\omega, x) = [\Theta_{1N} - R_{1g}S_{2g}(x) - \Theta_L g_{0g}(x)] \exp(-\sigma_g x) + R_{1g}S_{1g}(x) \exp(\sigma_g x). \tag{28}$$

Тогда регистрируемый ФА-сигнал определяется выражением [1-4,12]

$$\delta p_{1N}(\omega) = \frac{\gamma P_0 2\pi\mu_g}{T_{00}l_g} \overline{\Phi}_{1Ng}(\omega) = \frac{\gamma P_0}{T_{00}l_g} \int_0^{2\pi\mu_g} \Phi_{1Ng}(\omega, x) dx, \quad (29)$$

которое, совместно с (27), описывает все особенности генерации ОГ нелинейного ФА – сигнала для двухслойных полупрозрачных систем. Из вида выражения (28) видно, что оно является достаточно сложным и, в связи с этим, представляется интересным исследовать те случаи, которые представляют интерес для эксперимента. Нетрудно заметить, что для рассматриваемого случая имеются три характерных параметра – толщина образца  $l_i$ , длина пробега фотона  $\mu_{\beta(i)}(\omega) = \beta_i^{-1}$  и длина тепловой диффузии  $\mu_{1(i)}(\omega)$  в соответствующих слоях. В зависимости от соотношения между этими параметрами может иметь место достаточное большое количество вариантов. Подробно рассмотрим наиболее интересные случаи.

**А.** Предположим, что **первый слой является сильнопоглощающим**. Тогда  $l_1 \gg \mu_{\beta(1)}$ ,  $\exp(-l_1\beta_1) \approx 0$ .

**1а. Оба слоя являются термически толстыми** с условиями  $l_{S(1)} \gg \mu_{\beta(1)}(\omega)$ ,  $l_{S(1)} \gg \mu_{1S(1)}(\omega)$ ,  $\mu_{1S(1)} \gg \mu_{\beta(1)}(\omega)$ ,  $l_{S(2)} \gg \mu_{1S(2)}(\omega)$ . Для этого случая из (29) получим:

$$\delta p_{1N1}(\omega) = \frac{\gamma P_0 I_0 A_{S(1)}^{(0)} \Theta_0}{2k_{S(1)}^{(0)} T_{00} l_g \sigma_{1g} \sigma_{1S(1)}} K_{1N1}, \quad (30)$$

где  $K_{1N1}(l_{S(i)} \gg \mu_{2S(i)}, \mu_{2S(1)} \gg \mu_{\beta 1}) = \delta_{3S(1)} - 0.5(\delta_{S(1)} + \delta_{2S(1)})$ . Из (30) легко убеждаемся в том, что в этом случае частотная зависимость амплитуды ФА-сигнала  $|\delta p| \propto \omega^{-1}$ .

**2а. Оба слоя являются термически толстыми** с условиями  $l_{S(1)} \gg \mu_{\beta(1)}(\omega)$ ,  $l_{S(1)} \gg \mu_{1S(1)}(\omega)$ ,  $\mu_{1S(1)} \ll \mu_{\beta(1)}(\omega)$ ,  $l_{S(2)} \gg \mu_{1S(2)}(\omega)$ . Выполнив необходимые вычисления, получим

$$\delta p_{1N2}(\omega) = \frac{\gamma P_0 I_0 A_{S(1)}^{(0)} \Theta_0 \beta_1}{2k_{S(1)}^{(0)} T_{00} l_g \sigma_{1g} \sigma_{1S(1)}^2} K_{1N2}. \quad (31)$$

Здесь  $K_{1N1}(l_{S(i)} \gg \mu_{2S(i)}, \mu_{2S(1)} \ll \mu_{\beta 1}) = \delta_{3S(1)} - \delta_{2S(1)}$ . Нетрудно убедиться в том, что для этого случая справедлива оценка  $|\delta p| \propto \omega^{-3/2}$ .

**3а. Первый слой является термически тонким, а второй термически толстым** с условиями  $l_{S(1)} \gg \mu_{\beta(1)}(\omega)$ ,  $l_{S(1)} \ll \mu_{1S(1)}(\omega)$ ,  $\mu_{1S(1)} \gg \mu_{\beta(1)}(\omega)$  и  $l_{S(2)} \gg \mu_{1S(2)}(\omega)$ . Тогда вычисление интеграла (29) позволяет получить для нелинейного составляющего ФА-сигнала выражение

$$\begin{aligned} \delta p_{1N3} &= \\ &= \frac{\gamma P_0 I_0 A_{S(1)}^{(0)}}{2k_{S(2)}^{(0)} T_{00} l_g \sigma_{1g} \sigma_{1S(2)}} [(\delta_{3S(1)} - \delta_{2S(1)})\Theta_0 + (\delta_{2S(2)} - \delta_{2S(1)} - \frac{\delta_{S(2)} - \delta_{2S(2)}}{2})W_{01}] \end{aligned} \quad (32)$$

Из (32) видно, что имеет место  $|\delta p| \propto \omega^{-1}$ .

**4а. Оба слоя являются термически тонкими** с условиями  $l_{S(1)} \gg \mu_{\beta(1)}(\omega)$ ,  $l_{S(1)} \ll \mu_{1S(1)}(\omega)$ ,  $\mu_{1S(1)} \gg \mu_{\beta(1)}(\omega)$  и  $l_{S(2)} \ll \mu_{1(2)}(\omega)$ . Тогда справедливо выражение

$$\begin{aligned} \delta p_{1N4} &= \\ &= \frac{\gamma P_0 I_0 A_{S(1)}^{(0)}}{2k_b^{(0)} T_{00} l_g \sigma_{1g} \sigma_{1b}} [(\delta_{3S(1)} - \delta_{2S(1)})\Theta_0 + \\ &+ (\delta_{2S(2)} - \delta_{2S(1)})W_{01} - \frac{\delta_b - 3\delta_{2b}}{2} + \delta_{2S(2)}W_{02}] \end{aligned} \quad (33)$$

из которого следует, что частотная зависимость амплитуды ФА-сигнала подчиняется закону  $|\delta p| \propto \omega^{-1}$ .

**Б. Первый слой является прозрачным, а второй сильнопоглощающим.** Тогда справедливо  $l_{S(1)}\beta_1 \ll 1$ ,  $\exp(-l_{S(1)}\beta_1) \approx 1 - l_{S(1)}\beta_1$ ,  $\exp(-l_{S(2)}\beta_2) \approx 0$ .

**1б. Оба слоя являются термически тонкими** с условиями  $l_{S(1)} \ll \mu_{1S(1)}(\omega)$ ,  $l_{S(2)} \ll \mu_{2S(2)}(\omega)$ ,  $|r_1| > 1$  и  $|r_2| > 1$ . Выполняя необходимые вычисления и пренебрегая малыми поправками, из (29) получим

$$\begin{aligned} \delta P_{1N5} &= \\ &= \frac{\gamma P_0 I_0 A_{S(2)}^{(0)} (1 - R_{S(1)}^{(0)})}{2k_b^{(0)} T_{00} l_g \sigma_{1g} \sigma_{1b}} [-\delta_{2S(1)}\Theta_0 + (\delta_{2S(2)} - \delta_{2S(1)} + \delta_{3S(2)})W_{01} - \\ &- (\frac{\delta_b - \delta_{2b}}{2} - \delta_{2S(2)} + \delta_{2b})W_{02}]. \end{aligned} \quad (34)$$

В этом случае частотная зависимость амплитуды ФА-сигнала описывается согласно  $|\delta p| \propto \omega^{-1}$ .

**2б. Первый слой термически тонкий, а второй термически толстый** с условиями  $l_{S(1)} \ll \mu_{1S(1)}(\omega)$ ,  $l_{S(2)} \ll \mu_{2S(2)}(\omega)$ ,  $|r_1| > 1$  и  $|r_2| < 1$ . Выполняя необходимые вычисления и пренебрегая малыми поправками, из (29) получим

$$\begin{aligned}
& \delta P_{1N6} = \\
& = \frac{\gamma P_0}{T_{00} l_g \sigma_{1g}} \left\{ \frac{I_0 [A_{S(1)}^{(0)} \beta_1 l_1 + A_{S(2)}^{(0)} (1 - R_{S(1)}^{(0)}) \beta_2 / \sigma_{1S(2)}]}{2k_{S(2)}^{(0)} \sigma_{1S(2)}} [-\delta_{2S(1)} \Theta_0 + \right. \\
& \quad \left. + (\delta_{2S(2)} - \delta_{2S(1)} + \delta_{3S(2)}) W_{01}] - \right. \\
& \quad \left. - \left[ \frac{(\delta_{S(2)} - \delta_{2S(2)})}{2} \frac{I_0 A_{S(1)}^{(0)} \beta_1 l_1}{2k_{S(2)}^{(0)} \sigma_{1S(2)}} - \frac{I_0 A_{S(2)}^{(0)} (1 - R_{S(1)}^{(0)}) \delta_{3S(2)} \beta_2}{2k_{S(2)}^{(0)} \sigma_{1S(2)} \sigma_{1S(1)}} \right] W_{01} \right\}. \tag{35}
\end{aligned}$$

Из (35) следует, что для этого случая частотная зависимость амплитуды нелинейного ФА-сигнала на основной частоте является достаточно сложной и описывается зависимостью  $|\delta p| \propto A_1 \omega^{-1} + A_2 \omega^{-3/2}$ , где  $A_i$  определяются посредством термических коэффициентов и значениями теплофизических коэффициентов второго слоя.

**3б. Первый слой термически тонкий, а второй термически толстый** с условиями  $l_{S(1)} \ll \mu_{1S(1)}(\omega)$ ,  $|r_1| \gg 1$ ,  $|r_2| \gg 1$  и  $l_{S(2)} \gg \mu_{1S(2)}(\omega)$ . В результате соответствующих вычислений будем иметь

$$\begin{aligned}
\delta P_{1N7} = \frac{\gamma P_0}{T_{00} l_g \sigma_{1g}} \left\{ \frac{I_0 [A_{S(1)}^{(0)} \beta_1 l_1 + A_{S(2)}^{(0)} (1 - R_{S(1)}^{(0)}) \beta_2 / \sigma_{1S(2)}]}{2k_{S(2)}^{(0)} \sigma_{1S(2)}} [-\delta_{2S(1)} \Theta_0 + \right. \\
\left. + \frac{3\delta_{2S(2)} - \delta_{2S(1)} - \delta_{S(2)} + 2\delta_{3S(2)}}{2} W_{01}] \right\}. \tag{36}
\end{aligned}$$

Анализ выражения (36) показывает, что для этого случая спад амплитуды нелинейного ФА-сигнала с ростом частоты описывается зависимостью

$$|\delta p| \propto B_1 \omega^{-1} + B_2 \omega^{-3/2},$$

где величины  $B_i$  сложным образом определяются посредством значения коэффициента теплопроводности обоих слоёв и их термических коэффициентов.

**С. Оба слоя являются прозрачными.** Тогда справедливо  $\exp(-l_{S(1)} \beta_1) \approx 1 - l_{S(1)} \beta_1$ ,  $\exp(-l_{S(2)} \beta_2) \approx 1 - l_{S(2)} \beta_2$ .

**1с. Первый слой термически тонкий, а второй термически толстый** с условиями  $l_{S(1)} \ll \mu_{1S(1)}(\omega)$ ,  $|r_1| \gg 1$ ,  $|r_2| \gg 1$  и  $l_{S(1)} \beta_1 \ll 1$ ,  $l_{S(2)} \beta_2 \ll 1$ . В результате соответствующих вычислений будем иметь

$$\delta P_{1N8} = \frac{\gamma P_0 I_0 A_{S(2)}^{(0)} (1 - R_{S(1)}^{(0)})}{2k_{S(2)}^{(0)} T_{00} l_g \sigma_{1g} \sigma_{1S(2)}} [-\delta_{2S(1)} \Theta_0 + (2\delta_{2S(2)} - \delta_{2S(1)} - \delta_{S(2)}) W_{01}]. \tag{37}$$

Из (37) следует, что спад амплитуды ФА-сигнала с ростом частоты происходит по закону  $\propto \omega^{-1}$ .

**2с. Первый слой термически тонкий, а второй термически толстый** с условиями  $l_{S(1)} \ll \mu_{1S(1)}(\omega)$ ,  $|r_1| \gg 1$ ,  $|r_2| \gg 1$  и  $l_{S(1)}\beta_1 \ll 1$ ,  $l_{S(2)}\beta_2 \gg 1$ . Из (29) для этого случая имеем

$$\delta P_{1N9} = \frac{\gamma P_0}{T_{00} l_g \sigma_{1g}} \left\{ \frac{I_0 [A_{S(1)}^{(0)} \beta_1 l_1 + A_{S(2)}^{(0)} (1 - R_{S(1)}^{(0)}) \beta_2 / \sigma_{1S(2)}]}{2k_{S(2)}^{(0)} \sigma_{1S(2)}} \times \right. \\ \left. \times [-\delta_{2S(1)} \Theta_0 + (\delta_{2S(2)} - \delta_{2S(1)}) W_{01}] - \right. \\ \left. - (\delta_{S(2)} - \delta_{2S(2)}) W_{01} I_0 A_{S(1)}^{(0)} \beta_1 l_1 / 4k_{S(2)}^{(0)} \sigma_{1S(2)} \right. \quad (38)$$

Видно, что для этого случая частотная зависимость амплитуды генерируемого сигнала  $|\delta p| \propto C_1 \omega^{-1} + C_2 \omega^{-3/2}$  и в зависимости от соотношения между параметрами  $C_1$  и  $C_2$  может реализоваться как в общем виде, так и в виде одной из зависимостей.

**3с. Оба слоя являются термически тонкими** с условиями  $l_{S(1)} \ll \mu_{1S(1)}(\omega)$ ,  $l_{S(2)} \ll \mu_{2S(2)}(\omega)$ ,  $|r_1| > 1$  и  $|r_2| > 1$ .

$$\delta P_{1N10} = \frac{\gamma P_0}{T_{00} l_g \sigma_{1g}} \left\{ \frac{I_0}{2k_b^{(0)} \sigma_{1b}} [A_{S(1)}^{(0)} \beta_1 l_1 + A_{S(2)}^{(0)} (1 - R_{S(1)}^{(0)}) \beta_2 l_2 [-\delta_{2S(1)} \Theta_0 + \right. \\ \left. + (\delta_{2S(2)} - \delta_{2S(1)}) W_{01} - (\delta_{2S(2)} + \delta_b - 2\delta_{2b}) W_{02}] + \right. \\ \left. + \frac{I_0 A_{S(1)}^{(0)} \delta_{3S(1)} \beta_1 l_1}{2k_b \sigma_{1b}} \Theta_0 + \frac{I_0 A_{S(2)}^{(0)} (1 - R_{S(1)}^{(0)}) \delta_{3S(2)} \beta_2 l_2}{2k_b \sigma_{1b}} W_{01} \right\} \quad (39)$$

Из выражения (39) следует, что спад амплитуды этого сигнала с ростом частоты для этого случая подчиняется закону  $\propto \omega^{-1}$ .

Подводя итоги настоящей работы, отметим, что выражения для амплитуды нелинейного ФА-сигнала сложным образом зависят от частоты модуляции луча. Тем не менее, для многих случаев эти зависимости подчиняются закону  $\sim \omega^{-1}$ . Зависимости типа  $\sim \omega^{-3/2}$  появляются в комбинациях  $|\delta p| \propto C_1 \omega^{-1} + C_2 \omega^{-3/2}$  и могут стать доминирующими при превалировании второго члена над первым. Из простых выражений для амплитуды нелинейного ФА-сигнала, полученных выше для предельных случаев, также следует возможность определения как теплофизических и оптических параметров того или иного слоя, так и их термических коэффициентов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Мадвалиев У., Салихов Т.Х., Шарифов Д.М. – ЖТФ, 2004, т.74, № 2, с. 17-23.
2. Мадвалиев У., Салихов Т.Х., Шарифов Д.М. и др. – ЖПС, 2006, т. 73, № 2, с. 170-176.
3. Мадвалиев У., Салихов Т.Х., Шарифов Д.М. – ЖТФ, 2006, т.76, № 6, с. 87-97.
4. Салихов Т.Х. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2012, №2(147), с. 51-63.
5. Салихов Т.Х., Ходжаев Ю.П. – ДАН РТ, 2011, т.54, № 9, с.737-745.

6. Салихов Т.Х., Ходжаев Ю.П – ДАН РТ, 2012, т.55, № 2, с.132-140.
7. Салихов Т.Х., Ходжаев Ю.П. – Вестник ТНУ, 2012, № 1/1, с.69-77.
8. Салихов Т.Х., Ходжаев Ю.П. – Вестник ТНУ, 2012, № 1/2(81), с.94-103.
9. Салихов, Т.Х. Ходжаев. Ю.П. – ДАН РТ, 2012, т.55, № 12, с.965-974.
10. Салихов Т.Х., Ходжаев Ю.П. – Вестник ТНУ, 2013, № 1/1(102), с.83-89.
11. Fujii Y., Moritani A., Nakai J. – Jpn. J. Appl. Phys., 1981, v. 20, №. 2, 1981, pp. 361-367.
12. Rosencwaig A., Gersho A. – J.Appl. Phys, 1976, v.47, № 1, pp.64–69.

Т.Х.СОЛИХОВ, Ю.П.ХОҶАЕВ

## НАЗАРИЁТИ АНГЕЗИШИ ГАРМОНИКАИ АСОСИИ СИГНАЛИ ҒАЙ- РИХАТТИИ ФОТОАКУСТИКИИ НАМУНАҲОИ ДУҚАБАТАИ НИМ- ШАФФОФ

*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Назариёти ангезиши гармоникаи асосии сигнали фотоакустикӣ аз намунаҳои дуқабатаи нимшаффоф пешниҳод шудааст. Ифодаи ҳосил карда шуда вобастагии параметрҳои ин сигналро аз қобилияти фурубари қабати якум, бузургҳои гармофизикӣ ва коэффицентҳои термикӣ қабатҳо тавсиф менамояд.

**Калимаҳои калидӣ:** фотоакустика, ғайрихаттии ҳароратӣ, системаҳои дуқабатта, сигнали ғайрихатти фотоакустикӣ, гармоникаи асоси.

T.KH.SALIKHOV, YU.P.KHOJAEV

## THE THEORY OF GENERATION OF THE FIRST HARMONIC OF PHOTOA- COUSTIC SIGNAL OF THE BILAYER SEMITRANSARENTS SAMPLES

*Tajik National University*

The theory of generation of the first harmonic of a photoacoustic signal by bilayer semi-transparent samples has been presented. The general expression for the acoustic oscillations of the pressure in a gases medium is obtained. The expressions for the amplitude and phase of the signal for the most interesting cases and the dependence of these values on the modulation frequency of the incident laser beam are found.

**Key words:** photoacoustic, thermal nonlinearity, two layer systems, nonlinear photoacoustic responses, first harmonic.

УДК 551.521.3, 551.583

Х.И.КОДИРОВА, Т.ШУКУРОВ, Б.И.НАЗАРОВ, С.Ф.АБДУЛЛАЕВ

**ИК-СПЕКТРОСКОПИЯ ПРОБ ПЫЛЕВОГО АЭРОЗОЛЯ И ПОЧВ ЗОНЫ  
РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПЫЛЕВОЙ БУРИ**

*Физико-технический институт им. С.У.Умарова АН Республики Таджикистан  
Поступила в редакцию 22.10.2015 г.*

*Проведены исследования проб, собранных методом осаждения пылевого аэрозоля в период пылевых бурь (ПБ) (пылевой мглы) (ПМ), из различных зон распространения пыли, а также из отдаленных зон, в которые попадают только мелкодисперсные частицы, методом ИК-спектроскопии в диапазоне частот 4000-400 см<sup>-1</sup>. С целью оперативного определения источника образования ПБ (ПМ) также были исследованы ИК-спектры почв вероятных зон их образования. Полученные результаты показали, что сравнительный анализ ИК - спектров осадков ПБ (ПМ) и почв вероятных районов позволяют определить зоны их образования.*

**Ключевые слова:** ИК-спектр, аэрозоль, пылевая мгла, пылевая буря, метод ИК-спектроскопии, валентные колебания, деформационные колебания, углеводородная группа, органика.

Анализ метеорологических данных за последние тридцать лет показывает, что в связи с изменением климата после 80-х годов прошлого столетия в Таджикистане наблюдались сильные пылевые бури (ПБ) продолжительностью 5-7 часов (особенно в сентябре 1989 и октябре 1990 гг.), которые нанесли огромный ущерб окружающей среде, в частности на юге Таджикистана.

Проблема определения зоны образования, распространения и характера ПБ является очень актуальной для Таджикистана, но изучена недостаточно, хотя - это один из существенных факторов, влияющих на экологию и формирование климата в регионе.

Необходимо отметить, что за последние тридцать лет участились эпизоды пылевой мглы (ПМ) продолжительностью от 4 до 15 дней с пульсирующим изменением дальности видимости и без ливневых дождевых осадков. В этом плане, уместно указать на периоды лето-осень 2001 г., ноябрь (с 5 по 24) 2007 г., август (с 4 по 15) 2008 г., август

---

**Адрес для корреспонденции:** Кодирова Хикоят Исматуллоевна. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/1, Физико-технический институт АН РТ. E-mail: kh.kodirova@gmail.com



2010 г., июль-август 2011 г. и август 2012 г., пульсирующие с горизонтальной дальностью видимости до 200 метров.

В последние годы после ПМ осадки в виде ливневых дождей не выпадали, субмикронные частицы пыли, оставаясь в атмосфере долгое время в приземном слое, существенно влияли на экологию и на температуру региона, следовательно, и на здоровье людей. Поэтому определение зоны образования и экспресс - анализ физико-химического состава ПБ (ПМ) представляют большой научно-практический интерес. Состав ПМ зависит от почвы зон образования. Поэтому исследования физико-химического состава почв вероятных зон образования, составление банка спектральных данных и их сравнительный анализ со спектрами осадков ПБ (ПМ) позволяют быстро определить их состав.

В настоящей работе методом ИК-спектроскопии исследованы спектральные свойства почв вероятных зон образования ПБ (ПМ) и приведены результаты сбора проб методом естественного осаждения за период 2007-2012 гг.

Существуют разные методы определения вероятного источника образования пылевых бурь (пылевой мглы) [1-4], в частности фотоснимки спутниковых ТВ-изображений для определения вероятных зон распространения пылевых бурь (ПМ) [1], а так же самолетное зондирование параметров атмосферы [2], которое проводится в двух режимах: режим «профиль» и режим «площадка». Сущность метода заключается в том, что зондирование атмосферы проводится с борта самолета-лаборатории. Однако вышеперечисленные методы определения источника образования ПБ (ПМ) используют очень дорогостоящее оборудование и отличаются длительностью во времени. Поэтому поиск способов, позволяющих быстро определить зоны образования ПБ (ПМ) и провести физико-химический состав пылевой мглы, представляет большой научный и практический интерес.

Для определения зоны образования и распространения ПБ (ПМ) с целью изучения оптических, химических и микрофизических характеристик пылевого аэрозоля, а также их влияния на экологию и температурный режим зоны распространения, необходимо найти методы, которые наиболее точно и эффективно позволили бы определить вероятные зоны их образования и состав. В регионах, где распространяется ПБ (ПМ), существенно изменяется экология окружающей среды, что отражается на здоровье жителей этих регионов. В результате распространения и естественного осаждения пылевых частиц происходит также загрязнение как атмосферы, так и водных ресурсов. Это и определяет интерес к созданию методов экспресс-анализа вероятной зоны образования ПБ (ПМ).

#### **Метод исследования**

Пробы пылевого аэрозоля собраны в период ПБ (ПМ) при естественном осаждении способами, описанными в [5]. Было исследовано 37 проб осадков ПМ. Пробы почв были собраны по пути распространения ПБ (ПМ) по территории Таджикистана: от границы с Афганистаном, южного района Айваджа ( $36^{\circ}58'42''$  с.ш.,  $68^{\circ}01'11''$  в.д.,  $h=319$  м) до г. Душанбе ( $38^{\circ}33'12''$  с.ш.,  $68^{\circ}51'37''$  в.д.,  $h=866$  м), включая Термез (Республика Узбекистан) и Шаартуз, а также на Памире (район Рушан, село Баджу  $37^{\circ}56'26''$  с.ш.,  $71^{\circ}33'38''$

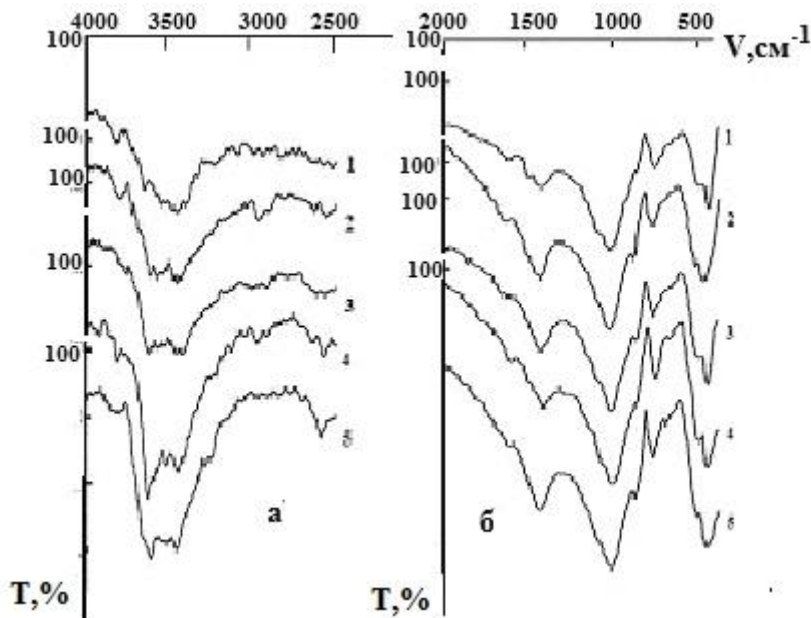
в.д.,  $h=1984$  м и Ак-Архар  $37^{\circ}57'36''$ с.ш.,  $73^{\circ}43'15''$ в.д.,  $h=4365$  м), в Гиссарской долине (окрестности Аллюминиевого завода, вблизи границы с Узбекистаном,  $38^{\circ}30'30''$  с.ш.,  $68^{\circ}13'30''$  в.д.,  $h=700$  м) и на севере Таджикистана, г. Истаравшан:  $39^{\circ}54'21''$ с.ш.,  $69^{\circ}01'15''$ в.д.,  $h=1039$  м), куда доходит только мелкодисперсная фракция аэрозольных частиц. Методика отбора проб почв (43 проб) описана в [5].

Анализ ИК-спектров проводился методом таблетирования в среде спектрально чистого КВг. Запись ИК-спектров осуществлялась в диапазоне частот  $4000-400$   $\text{см}^{-1}$ .

### Результаты и их обсуждение

Состав ПБ (ПМ) непосредственно связан с химическим составом почвы места их образования, состав атмосферного аэрозоля в различных географических зонах зависит от зоны образования. Следовательно, исследование спектрального состава почв и создание банка спектральных данных, а также их сравнительный анализ со спектрами осадков ПБ (ПМ) позволяют определить вероятные зоны их образования и состав.

С целью создания банка спектральных данных почв вероятных зон образования ПБ (ПМ), исследованы ИК-спектры проб почв, отобранных из пустынных зон: 1 – Шаартуз; 2 – Термез; 3 – Айвадж; 4,5 – Кабадиён (белые и красные холмы). На рис.1 приведены ИК-спектры этих проб почвы из пустынных зон в области частот  $4000-400$   $\text{см}^{-1}$ . Как видно из рис.1а (кривые 1-5), для всех исследованных проб почв в области частот  $3860-2700$   $\text{см}^{-1}$  характерна широкая полоса различающаяся по форме, интенсивности и частоте максимума ( $\nu_{\text{max}}$ ) которой приведены в табл.1



**Рис.1.** ИК-спектры проб почв, взятых из пустынных зон: 1 – Шаартуз, 2 – Термез, 3 – метеостанция Айвадж, 4 – Кабадиён (белые холмы), 5 – Кабадиён (красные холмы).

Как видно из рис.1, в низко- и высокочастотном крыле полос поглощения в областях частот 3900-3730 и 2950-2750  $\text{см}^{-1}$  проявляются очень слабые полосы, положение  $\nu_{\text{max}}$  которых приведено в табл.1. В пробе почв из Шаартуза, рис.1 (крив.1) интенсивность широкой полосы ( $\nu_{\text{max}} = 3450 \text{ см}^{-1}$ ) более слабая и не имеет дублетного вида по сравнению со спектрами почв других зон. В ИК-спектрах проб почв из Айваджа, Кабадиёна (белые и красные холмы) и Термеза широкие полосы в области максимума имеют дублетно-триплетный характер с различными соотношениями интенсивности и положениями  $\nu_{\text{max}}$  (табл.1). В спектрах проб почв из Айваджа (3) и Шаартуза (4) и при частотах  $3800 \pm 10 \text{ см}^{-1}$ ,  $2920 \pm 10$  и  $2835 \pm 5 \text{ см}^{-1}$  не проявляются.

Таблица 1

Положения  $\nu_{\text{max}}$  [ $\text{см}^{-1}$ ] ИК-полос поглощения почв

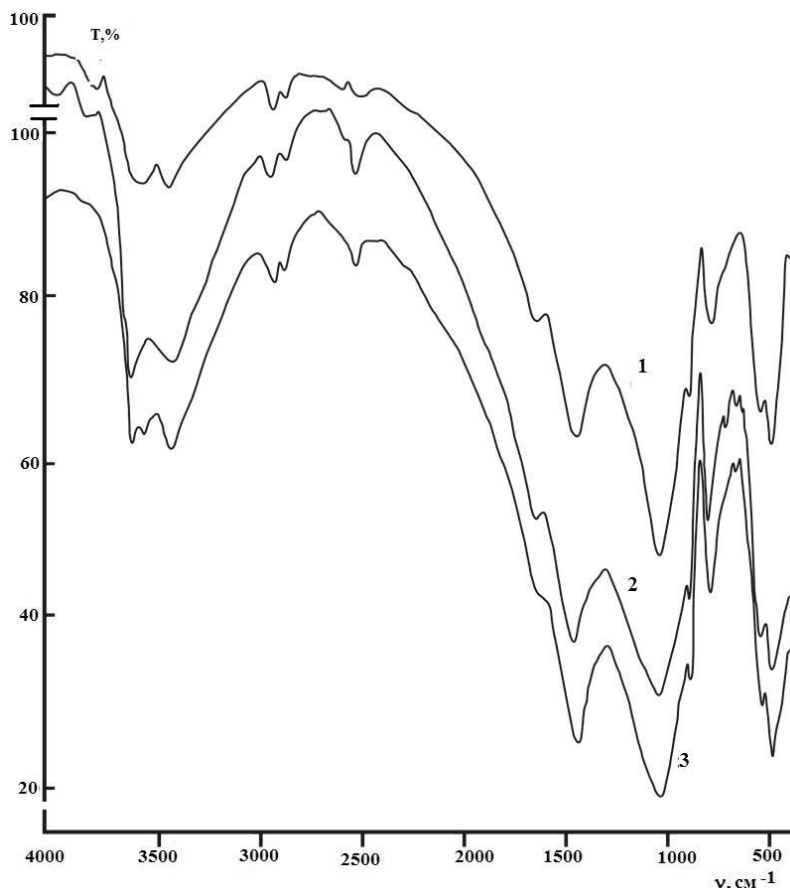
Пробы почвы				
Айвадж	Шаартуз	Термез	Кабадиён (холмы)	
			красные	белые
—	3820 о. сл.	3800 сл.	—	—
3600 сл.	—	3600 ср.	3602 сл.	3580 сл.
3400 сл.	3440 сл.	3430 ср.	3400 сл.	3450 сл.
2935 сд.	—	2910 сл.	2930 о.сл.	—
2880 сд.	—	2850 о.сл.	2870 о.сл.	—
2500 о.сл.	—	2500 о.сл.	—	2505 о.с.
—	1650 о.сл.	—	—	—
1620 сд.	—	1625 о.сл.	1610 сд.	1620 сд.
1420 ср.	1430 сл.	1430 с.	1420 ср.	1450 с.
1027 о.с.	1030 с.	1030 о.с.	1020 о.с.	1015 о.с.
860 сл.	—	875 о.сл.	—	875 сд.
780 сл.	790 ср.	770 сл.	775 ср.	780 ср.
—	—	—	—	—
510 сд.	535 сд.	525 о.сл.	505 сл.	510 сд.
460 с.	470 с.	470 ср.	460 с.	465 с.

Примечание (здесь и в табл.2,3): о.с. – очень сильные, с. – сильные, ср. – средние, сл. – слабые, о. сл. – очень слабые, сд. – следы.

Полоса с  $\nu_{\text{max}} 3600 \text{ см}^{-1}$  относится к свободным колебаниям ОН-группы, а полоса при  $3400 \text{ см}^{-1}$  к ОН-группам, участвующим в меж- и внутримолекулярных водородных связях [6-12]. В области частот 3000-2800  $\text{см}^{-1}$  наблюдаются следы очень слабых полос с  $\nu_{\text{max}}$  при 2970 и 2860  $\text{см}^{-1}$ , которые относятся к симметричным и антисимметричным валентным колебаниям  $\text{СН}_2$ -групп, характерным для органических соединений исследованных образцов.

Для исследованных образцов почв из пустынных зон в области частот 1800-400  $\text{см}^{-1}$  (рис.1б, крив.1-5) характерны практически одни и те же полосы, только полосы ( $1410 \pm 10$ ) и ( $1020 \pm 10$ )  $\text{см}^{-1}$  отличаются по соотношению интенсивности (табл.1).

На рис.2 (кривые 1-3) приведены ИК-спектры почв и осадков при ПБ (ПМ). Как видно из рис.2 (крив.1), для ИК-спектров пробы почв из Термеза в области частот 3700-3100  $\text{см}^{-1}$  характерна широкая дублетная полоса со средней интенсивностью при 3620 и 3430  $\text{см}^{-1}$ . В высокочастотном крыле в области частот 3900-3800  $\text{см}^{-1}$  наблюдаются следы слабой полосы при 3800  $\text{см}^{-1}$ , а в низкочастотном крыле проявляется очень слабая дублетная полоса с  $\nu_{\text{max}}$  при 2930 и 2850  $\text{см}^{-1}$ .



**Рис.2.** ИК-спектры проб: 1 – почва из Термеза (05.10.2010): осадки ПБ (ПМ), собранные из: 2 – г. Душанбе (период 4-15. 08. 2008 г.); 3 – пустыня Айваджа (25-30.08.2009 г.).

Из рис.2 (кривые 2,3) видно, что для ИК-спектров ПМ в области частот 3700-3100  $\text{см}^{-1}$  также характерна широкая интенсивная полоса, которая в области максимума расщеплена на дублет и триплет, на низкочастотном крыле наблюдается слабая дублетная полоса, положение  $\nu_{\text{max}}$  которой приведено в табл.2. В области частот 2600-2400  $\text{см}^{-1}$  проявляется очень слабая полоса с  $\nu_{\text{max}}$  при 2500  $\text{см}^{-1}$ .

В области частот 1800-400  $\text{см}^{-1}$  в исследованных пробах наблюдается ряд ИК-полос поглощения различной формы и интенсивности с  $\nu_{\text{max}}$  при 1430, (1005±10) $\text{см}^{-1}$ , (780 ±10)  $\text{см}^{-1}$  и дублетная полоса при 525 и 470  $\text{см}^{-1}$ , которые отличаются друг от друга только по соотношению интенсивностей.

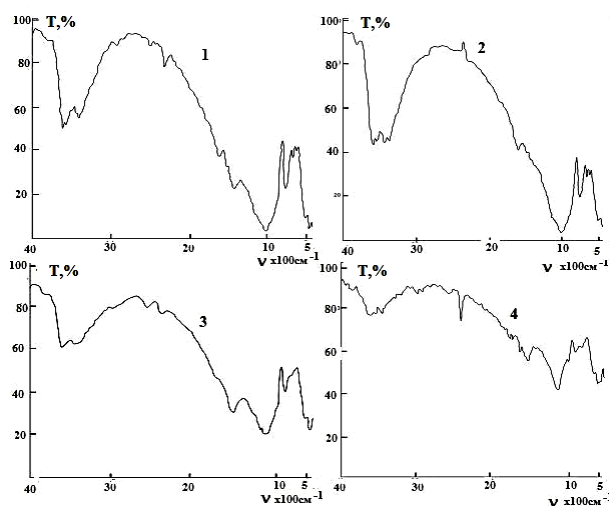
Таблица 2

Положения  $\nu_{\max}$  [см<sup>-1</sup>] ИК-полос поглощения почв и пылевой мглы\*

Пробы почвы и осадка ПМ		
Термез	Айвадж	Душанбе
3600 ср.	3600 сл.	3580 с.
3430 ср.	3400 сл.	3400 с.
2910 сл.	2935 слд.	2910 сл.
2850 о.сл.	2880 слд.	2850 о.сл.
2500 о.сл.	2500 о.сл.	2500 о.сл.
—	1695 слд.	—
1625 о.сл.	1620 слд.	1605 о.сл.
1430 с.	1420 с.	1420 о. с.
1030 о.с.	1030 о.с.	1040 о. с.
875 слд.	860 слд.	910 сл.
770 сл.	780 сл.	807 ср.
525 о.сл.	525 слд.	730 о.сл.
470 ср.	465 с.	570 сл.
—	Айвадж	500 сл.

Согласно [6-12] наблюдаемые ИК - полосы поглощения при  $(1610 \pm 10)$  см<sup>-1</sup> приписываются к деформационным колебаниям ОН-групп, а полоса при  $1420$  см<sup>-1</sup> - к деформационным колебаниям СН<sub>2</sub> и СН<sub>3</sub> групп. Интенсивную полосу с  $\nu_{\max}$  при  $(1005 \pm 10)$  см<sup>-1</sup> относят к колебаниям -С-С- и -С-О-С-групп органических соединений. Полосу поглощения с  $\nu_{\max}$  при  $780$  см<sup>-1</sup> относят к деформационным колебаниям ОН-групп.

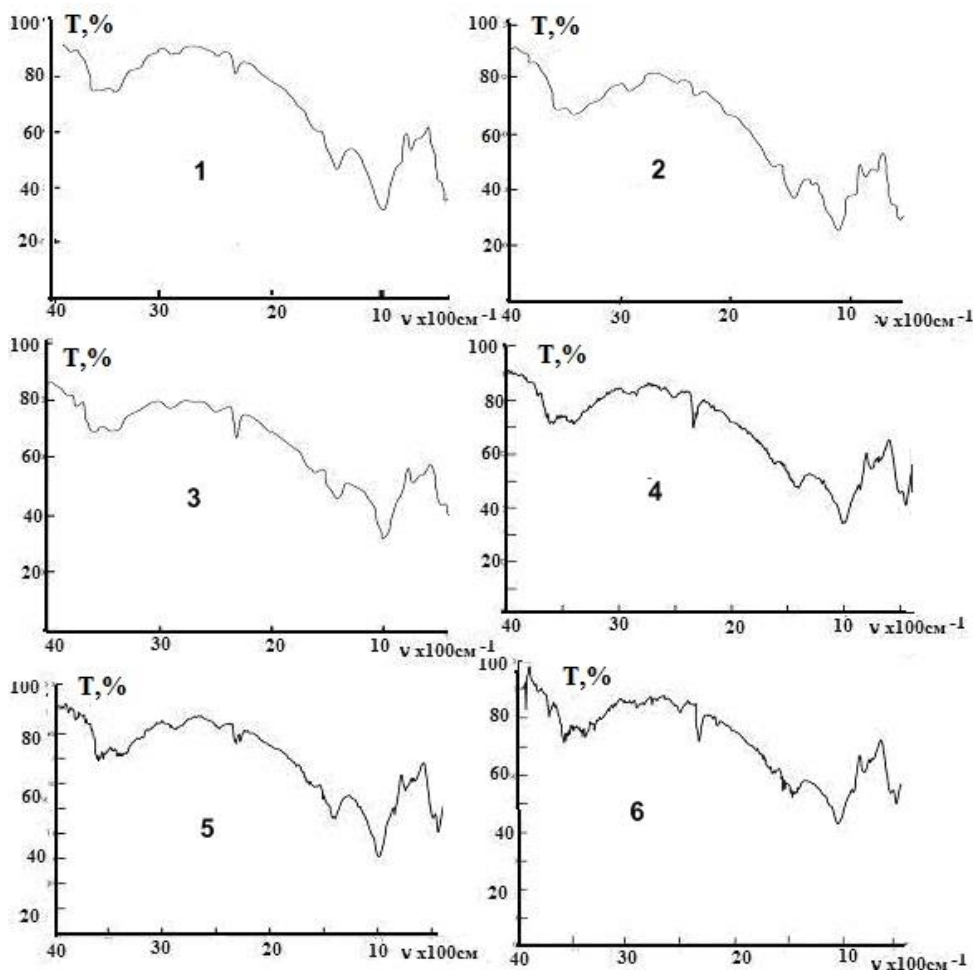
На рис.3 (крив. 1-4) приведены ИК-спектры проб осадков пылевой мглы, собранных в разные периоды, в г. Душанбе: (3-30.09.2007 г. и 15.08.2008 г.), а также в Айвадже; (16.09.2009 и 17.03.2010 г.). Как видно, широкие ИК-полосы поглощения, проявляющиеся в области частот  $2900-3100$  см<sup>-1</sup>, отличаются друг от друга по форме, соотношению и интенсивности пиков в области максимума.



**Рис.3.** Пыль, собранная в период пылевой мглы: 1 – г. Душанбе (30.09.2007 г.); 2 – г. Душанбе (15.08.2008 г.); 3 – Айвадж (16.09.2009 г.); 4 – Айвадж (17.03.2010 г.).

Для проб ПМ г.Душанбе (крив. 2) полоса более интенсивная и пики в области максимума расщеплены, полоса в области частот  $1420\text{ см}^{-1}$  не проявляется. Узкая и интенсивная полоса с  $\nu_{\max}$  при  $780\text{ см}^{-1}$  в пробах ПМ от 17.03.2010 г. (рис.4) Айваджа очень слабая. В табл.3 приведены положения  $\nu_{\max}$  ИК-полос поглощения. Наблюдаемые различия в ИК-спектрах проб осадков ПМ свидетельствуют о том, что исследованные осадки проб соответствуют концентрациям компонентов, которые могут быть связаны с зоной образования ПБ (ПМ).

На рис.4 приведены ИК-спектры осадков ПМ, собранных в разные периоды 2010 г. из одной местности, район Айваджа. Сравнительный анализ спектров показывает, что они практически имеют одни и те же полосы поглощения и отличаются по соотношениям интенсивностей которые, по-видимому, связаны с концентрацией соответствующих частиц, зависящих от мощности образования ПМ.



**Рис.4.** ИК-спектры проб пылевой мглы, собранных в метеостанции Айвадж в период: 1 – 24.05.-28.05.2010; 2 – 31.05.-14.06.2010; 3 – 09.07.-13.07.2010; 4 – 23.08.-25.08.2010; 5 – 12.09.2010; 6 – 08.10.2010.

Таблица 3

Положения  $\nu_{\max}$  [см<sup>-1</sup>] ИК полос поглощения пылевой мглы\*

Пробы осадков ПМ			
Душанбе		Айвадж	
30.09.2007 г.	15.08.2008 г.	16.09.2009 г.	17.03.2010 г.
3805 сд.	3805 о. сл.	3830 сд.	3805 сд.
3600 с.	3596 с.	3605 с.	3605 ср.
3400 с.	3435 ср.	3400 ср.	3400 ср.
2940 сд.	3386 ср.	2920 сд.	2940 о. сл.
2850 сд.	2850 сд.	—	2850 о. сл.
2500 сд.	2500 сд.	2510 о.сл.	2510 о. сл.
2312 о. сл.	—	2340 сл.	2315 сл.
1603 о.сл.	1600 о. сл.	—	—
1415 с.	—	1450 с.	1400 ср.
1005 о. с.	1000 о. с.	1010 о. с.	1005 о. с.
—	—	—	840 сд.
760 с.	750 с.	760 ср.	750 о. сл.
675 о.сл.	670 о. сл.	670 о. сл.	670 о. сл.
505 сд.	505 сд.	505 сд.	505 сд.
465 о.с.	465 о.с.	465 о.с.	465 о.с.

### Заключение

Полученные ИК-спектры почв показывают, что в зависимости от места сбора они отличаются друг от друга. Следовательно, создание банка спектральных данных способствует интерпретации зоны образования и состава ПБ (ПМ). Результаты исследования ИК-спектров проб аэрозолей и почв (80 проб) свидетельствуют о почвенном происхождении пылевого аэрозоля. Сравнительный анализ ИК-спектров почв и ПБ (ПМ) в диапазоне частот 4000-400 см<sup>-1</sup> позволяет оперативно определить источник образования ПБ (ПМ).

*Работа выполнена при поддержке Международного научно-технического центра, проект Т-2076.*

### ЛИТЕРАТУРА

1. Мак-Кинон Д., Советско-американский эксперимент по изучению аридного аэрозоля. – СПб.: НПО “Тайфун”, 1992, с.25-26.
2. Белан Б.Д., Кабанов Д.М., Панченко М.В. и др., Советско-американский эксперимент по изучению аридного аэрозоля. – СПб.: НПО “Тайфун”, 1992, с.26-38.
3. Фадеев В.В., Лазерная спектроскопия водных сред: Дисс. докт. физ. мат. н. – М.: МГУ, 1983.
4. Golitsyn G.S., Shukurov A.Kh., Abdullaev S.F., Nazarov B.I. - Joint Soviet-American experiment on arid aerosol. – St. Petersburg. Hydrometeoizdat, 1993, pp. 67-78.
5. Абдуллаев С.Ф., Шукуров Т., Марупов Р. – XVII Международный симпозиум "Оптика атмосферы и океана. – Физика атмосферы" – Томск.: ИОА СО РАН, 2011, с.57-60.
6. Шукурова Л.М., Назаров Б.И. Советско-американский эксперимент по изучению аридного аэрозоля. – СПб, НПО “Тайфун”, 1992, с.103-109.
7. Назаров Б.И., Голицын Г.С., Шукуров А.Х., Абдуллаев С.Ф. - ДАН РТ, 1999, т.42, №10, с.59-63.
8. Nazarov B.I., Abdullaev S.F. and Maslov V. A. – Izvestiya Atmospheric and Oceanic Physics, 2010, v.46. №.4, pp.475-481.

9. Шукурова Л.М., Груздев А. Н., - Изв. РАН. Физика атмосферы и океана, 2010, т.46, №3, с.332-346.
10. Абдуллаев С.Ф., Шукуров Т. Патент № ТЈ 474. МПК (2011.01), G 01 N 33/24. Способ определения источника образования пылевых бурь.
11. Плюснина И.И. Инфракрасные спектры минералов. – М.: Изд. МГУ, 1977, 175с.
12. White J.L. – Soil Science, 1971, v.112, №1, pp. 45-49.

Х.И.ҚОДИРОВА, Т.ШУКУРОВ, Б.И.НАЗАРОВ, С.Ф.АБДУЛЛОЕВ  
**ТАДҚИҚОТИ НАМУНАҲОИ АЭРОЗОЛИ ХОКӢ ВА ХОҚҲОИ  
 МИНТАҚАҲО БО УСУЛИ СПЕКТРОСКОПИЯИ ИНФРАСУРҲ  
 ҲАНГОМИ ҲАРАКАТИ БӢХРОНИ ЧАНГУ ҒУБОР.**

*Институти физикаю-техникаи ба номи С.У.Умарови  
 Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Тадқиқоти хокбориш дар натиҷаи абри хокӣ ва бӯҳрони хокӣ, ки дар минтақаҳои гуногун ва аз ҷумла дар маҳалҳои дурдаст, ки фақат зарраҳои хурд буда метавонанд дар доираи басомадҳои 4000-400 см<sup>-1</sup> бо усули спектроскопияи инфрасурх гузаронида шудааст. Бо мақсади сари вақт муайян намудани манбаи пайдоиши чангу ғубор хокҳои минтақаҳои эҳтимоли бӯ истифода аз усули спектроскопияи инфрасурх омӯхта шудааст. Натиҷаҳои дастрасшуда шаҳодат медиҳанд, ки муҳоисаи онҳо барои муайян намудани манбаи оғозшавии чанги ғубори хокиро имконият медиҳад.

**Калимаҳои калидӣ:** спектри инфрасурх, абри чангӣ, бӯҳрони чангӣ, усули спектроскопияи инфрасурх, лаппишҳои валентӣ, лаппишҳои деформационӣ, гурӯҳи карбогидридҳо, органика.

KH.I.KODIROVA, T.SHUKUROV, B.I.NAZAROV, S.F.ABDULLAEV  
**IR-SPECTROSCOPY OF DUST AEROSOL SAMPLES AND SOIL  
 OF THE DUST STORMS TRANSFORMATION ZONE**

*S.U.Umarov Physical-Technical Institute, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

Precipitation of dust aerosol (dust storms) collected from different areas of distribution, as well as in remote areas, where only achieved fine particles by IR spectroscopy in the frequency range of 4000-400 cm<sup>-1</sup> were investigated. In order to determine the source of generation of DS (DH), the infrared spectra of the likely areas of soil formation were also studied. The results showed that a comparative analysis of the IR - spectra precipitation DS (DH) and soil likely areas to determine if they match areas of determination of DS (DH).

**Key words:** IR-spectrum, the aerosol, dust haze, dust storm, the method IR-spectroscopy, stretching vibrations, bending vibrations, hydrocarbon group, the organic.



УДК 547.432:547.673

М.И.ДЕГТЕВ, А.А.АМИНДЖАНОВ\*, Е.Н.АЛИКИНА

**КОМПЛЕКСООБРАЗОВАНИЕ ИОНОВ СКАНДИЯ (III) И ИТТРИЯ (III)  
С АМИНОМЕТИЛИРОВАННЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ  
1,2-ДИОКСИАНТРАХИНОНА**

*Пермский государственный национальный исследовательский университет, Россия,*

*\*Таджикский национальный университет*

*Поступила в редакцию 18.03.2015 г.*

*Синтезированы алкиламинометилированные в положение 3 производные 1,2-диоксиантрахиноны (ДА). Исследованы их физико-химические и комплексообразующие свойства на примере ионов скандия и иттрия. Введение алкиламинометилированного радикала в молекулу ДА повышает основность реагентов, их растворимость в органических растворителях и смещает рН максимума образования комплексов с соотношением компонентов Me:L = 2:1 в более кислую область. Рассчитаны константы нестойкости и значения коэффициентов молярного светопоглощения.*

**Ключевые слова:** 1,2-диоксиантрахиноны, растворимость, алкиламинометилированные производные, оптическая плотность, комплексы, скандий, иттрий, константа нестойкости, коэффициент светопоглощения.

Интерес к ализарину и его производным связан с их способностью давать окрашенные комплексы с фторид-ионами. К их числу относятся ализаринкомплексон (АК) [1,2], хинализаринкомплексон (ХАК) [3,4], 5-сульфоализаринкомплексон (5-САК) [5,6] и др. [7] Уникальность соединений в том, что они позволяют определять фториды прямым фотометрическим методом. Кроме того, полиоксиантрахиноны, образуя окрашенные комплексы со многими ионами металлов, применяются не только в качестве реагентов, но и в качестве металлохромных индикаторов.

---

*Адрес для корреспонденции:* Дёгтев Михаил Иванович. 614990, Российская Федерация, г. Пермь, ул. Букирева, 15, Пермский государственный национальный исследовательский университет, Россия. E-mail: anchet@psu.ru

Вместе с тем продукты конденсации ализарина с формальдегидом и вторичными аминами – аминотетраметилпроизводные АК, имея оксигруппы и электронодонорный атом азота, могут быть использованы не только в методах анализа, но и для экстракции высокозарядных ионов. Поэтому изучение физико-химических свойств таких соединений, установление зависимостей «состав – свойство», расчет количественных характеристик представляет теоретический и практический интерес.

### Экспериментальная часть

В работе применяли 3-N,N-диметиламинометил-, 3-N,N-диэтиламинометил-, 3-N,N-дибутиламинометил-1,2-диоксиантрахиноны (ДМАА, ДЭАА, ДБАА), синтезированные по методу [8], но с внесенными изменениями.

Ацетатный буферный раствор готовили по прописям [9]. Моногидрат перхлората натрия использовали марки «ч.д.а.». Трихлорацетат натрия получали нейтрализацией трихлоруксусной кислоты раствором гидроксида натрия. Желатин применяли в виде 0.5 %-ного раствора.

Оптическую плотность измеряли на спектрофотометре Unicо-1201. Кривые светопоглощения реагентов снимали на спектрофотометре СФ-2000. Элементный анализ соединений проводили на СНNS-анализаторе «Vario L Cube». рН растворов регистрировали на рН-метре МУЛЬТИТЕСТ ИПЛ-101. ИК-спектры снимали на спектрометре UR-20, скорость записи 160 см<sup>-1</sup>·мин, призма NaCl (диапазон 670 – 3700 см<sup>-1</sup>). Соотношение компонентов в комплексе определяли методом насыщения или изомолярных серий. Определение констант нестойкости комплексов осуществляли методом разбавления Бабко, а молярные коэффициенты светопоглощения комплексов – графическим методом Комаря – Толмачева. Константы диссоциации реагентов определяли спектрофотометрическим методом.

### Результаты и их обсуждение

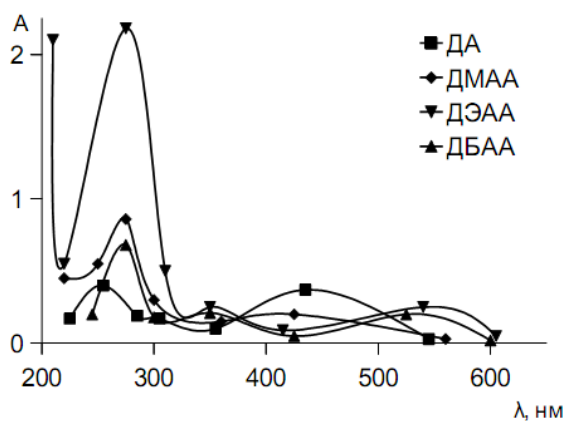
Аминотетраметилпроизводные ДМАА, ДЭАА и ДБАА – кристаллические вещества темно-красного цвета. Данные элементного анализа, например для ДБАА ( $\omega_C = 72.29\%$ ,  $\omega_H = 6.92\%$ ,  $\omega_N = 3.50\%$ ), согласуются с литературными [8,10]. Реагенты, включая и ДА, растворимы в уксусной, хлороводородной, серной кислотах, растворах щелочей, хлороформе. Продукты ограниченно растворимы в спиртах, диметилформамиде, бензоле, тетрагидрофуране, плохо растворимы в алифатических углеводородах.

Растворимость (S) в кислотах значительно ниже, чем в щелочах. Растворимость реагентов повышается в органических растворителях с ростом цепи алифатического амина. Так для CCl<sub>4</sub> она равна (г/л): ДМАА (0.58) < ДЭАА (0.60) < ДБАА (0.78). Аномальная растворимость наблюдается в CHCl<sub>3</sub> (ДЭАА – 50.3; ДБАА – 52.6), и, напротив, в бутаноле она не превышает 0.77; 0.80; 0.84 г/л для ДМАА, ДЭАА и ДБАА соответственно.

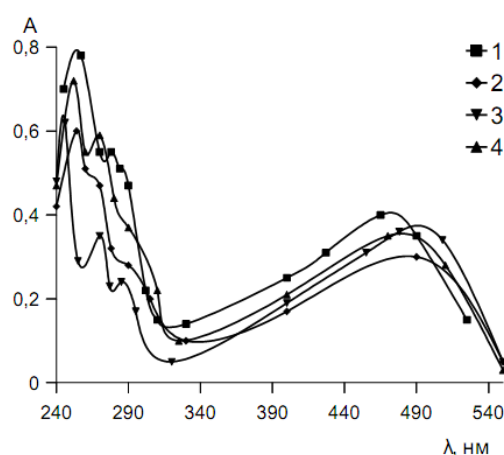
По данным Горелика [13], наиболее характеристическими в ИК-спектрах антрахинонов являются полосы валентных колебаний карбонильных групп, лежащих в области 1625-1680 см<sup>-1</sup>. Положение этих полос зависит от заместителей, например ОН-групп 1,2-

антрахинонового цикла, образующих, с одной стороны, с карбонильной группой ( $\alpha$ -оксигруппа) внутримолекулярную водородную связь (ВМВС), а с другой ( $\beta$ -оксигруппа) возможно, такую же связь с электронодонорным атомом аминного азота. Если в образовании ВМВС принимает участие только одна карбонильная группа, то в ИК-спектре будут две полосы – связанной С=О группы и свободной ( $\beta$ -оксигруппа) и для 1,2-диоксиантрахинона положение этих полос будет соответственно 1660 и 1640  $\text{см}^{-1}$ . В случае ДМАА, ДЭАА и ДБАА по нашим данным положение полос С=О практически одинаково 1650 и 1620  $\text{см}^{-1}$  для всех трех реагентов. Если принять к сведению литературные [8,10] и приведенные выше данные, то можно допустить образование в молекулах реагентов внутримолекулярных хелатных циклов с вовлеченными для этих целей гидроксильными группами, либо биполярных ионов.

Исследования электронных спектров поглощения производных 1,2-диоксиантрахинона (ДМАА, ДЭАА, ДБАА), снятых в этаноле (гексане), также подтвердили эффекты внутримолекулярного влияния, вносимого в молекулу ализарина диалкиламинометильными заместителями (рис. 1 и 2).



**Рис. 1.** Спектры поглощения реагентов в этаноле:  $C_R = 0.001$  г/25 мл,  $l = 0.1$  см.



**Рис. 2.** Спектры поглощения реагентов: 1 – ДА; 2 – ДЭАА; 3 – ДБАА в  $\text{CCl}_4$ ; 4 – ДЭАА в гексане;  $C_R = 0.001$  г/25 мл,  $l = 0.1$  см.

Из приведенных спектров поглощения, снятых в этаноле, следует, что в случае диалкиламинометильных заместителей в третьем положении молекулы ДА в реагентах ДМАА, ДЭАА и ДБАА исчезает полоса поглощения при  $\lambda = 225$  нм. При этом, в отличие от ДА, наблюдается расщепление полосы  $\lambda = 250$  нм с bathochromным смещением максимума поглощения на  $\Delta\lambda = 20$  нм. Если принять к сведению результаты работы [12], то bathochromное смещение возрастает с увеличением длины алкильного радикала амина. В видимой области спектра полоса поглощения  $\lambda = 438$  (ДА) также bathochromно смещается ( $\Delta\lambda = 90$  нм) у ДЭАА и других соединений.

Bathochromное смещение полосы  $\lambda = 250$  нм, по-видимому, обусловлено  $\sigma$ - $\pi$  сопряжением алкильных радикалов с  $\pi$ -электронами антрахинонового цикла и возрастает с

увеличением индукционного эффекта. Батохромный сдвиг полосы  $\lambda = 438$  нм связан с тем, что при растворении реагента, например ДА или ДЭАА, в этаноле возникает внутримолекулярная водородная связь с замыканием шестичленного цикла (II) с последующим переходом диалкиламинометильного производного ализарина в биполярный ион (III).

В спектрах, снятых в  $CCl_4$ , у ДМАА и ДЭАА появляется полоса поглощения при  $\lambda = 305-307$  нм, интенсивность которой растет от ДМАА к ДЭАА. То есть аминотетилированные производные ализарина ведут себя аналогично  $\beta$ -замещенным антрахинонам.

Появление полос в интервале  $\lambda = 270-280$  нм и  $\lambda = 470-500$  нм авторы [11] объясняют образованием внутримолекулярных (II) или межмолекулярных (IV) водородных связей в молекулах реагента.

Определение констант кислотной диссоциации показало, что депротонизация аминотетилированных производных в кислых растворах не сопровождается изменением окраски растворов реагентов, поскольку не затрагивает  $\pi$ -электронную систему антрахинона. Депротонизация заместителей, входящих в  $\pi$ -электронную систему ДА, приводит к батохромному смещению максимума светопоглощения реагента.

Таким образом, только депротонизация по третьей ступени сопровождается изменением окраски растворов реагентов и их оптических характеристик (табл.).

Действительно на кривых светопоглощения наблюдается три максимума. Константы алкиламинометилированных производных ДА мало отличаются друг от друга.

Таблица

Константы диссоциации производных ДА

Реагент	$pK_1$	$pK_2$	$pK_3$
ДА	3.30 ( $\lambda_{\max} = 430$ нм)	9,63 ( $\lambda_{\max} = 530$ нм)	
ДМАА	4.44 ( $\lambda_{\max} = 427$ нм)	9.02 ( $\lambda_{\max} = 520$ нм)	10.48 ( $\lambda_{\max} = 570$ нм)
ДЭАА	4.46 ( $\lambda_{\max} = 426$ нм)	9.12 ( $\lambda_{\max} = 520$ нм)	11.25 ( $\lambda_{\max} = 580$ нм)
ДБАА	4.48 ( $\lambda_{\max} = 426$ нм)	9.34 ( $\lambda_{\max} = 520$ нм)	11.32 ( $\lambda_{\max} = 580$ нм)

Сравнение полученных данных с константами диссоциации ДА показывает, что появляется дополнительная ступень диссоциации, которая связана с депротонизацией аминного азота, как и в случае ализаринкомплексона [12]. Введение аминоалкильных групп в молекулу ДА приводит к повышению основности реагентов и появлению соответствующих констант с  $pK$  10.48 – 11.30. Таким образом, помимо образования внутримолекулярной водородной связи  $\alpha$ -гидроксогруппы с карбонильным кислородом возникает водородная связь протона азота с кислородом  $\beta$ -гидроксогруппы.

Спектрофотометрические характеристики реагентов приведены на примере ДБАА, поскольку для ДМАА и ДЭАА они аналогичны.

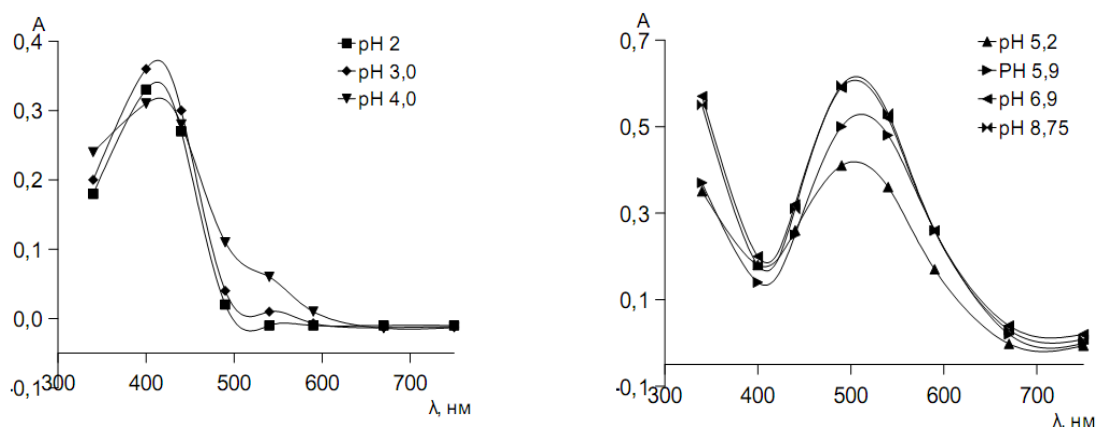
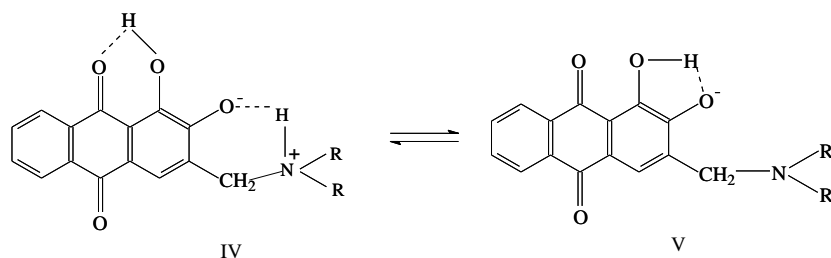


Рис. 3. Спектры поглощения ДБАА в зависимости от рН среды,  $l = 2$  см.

Как следует из рис. 3, в интервале рН 2.0 – 4.0 на кривых светопоглощения ДБАА имеет место максимум при  $\lambda = 400 - 420$  нм, и раствор реагента окрашен в желтый цвет.

При этом изменение окраски реагентов не происходит, она остается желтой, поскольку  $\pi$ -электронная система антрахинона не претерпевает никаких изменений. Повышение рН  $> 4.0$  приводит к батохромному сдвигу максимума светопоглощения реагентов на 110 нм и при рН  $> 5.0$  доминируют в равной степени следующие формы (IV) и (V) с максимумом светопоглощения при  $\lambda = 490 - 520$  нм, имеющие красно-малиновую окраску.

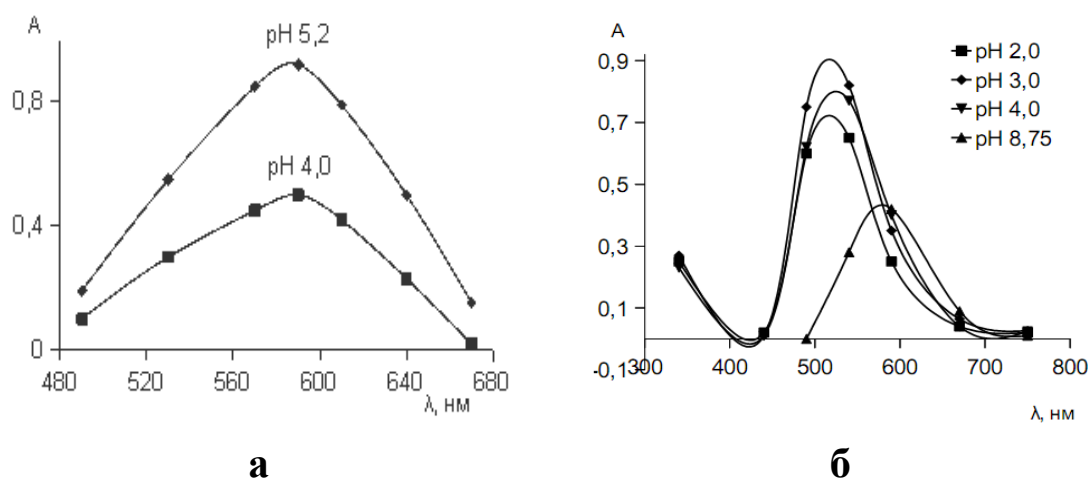


Из трёх реагентов ДМАА, ДЭАА и ДБАА растворы двух последних имеют максимальную плотность 0.38 при рН 3.0 и  $\lambda = 400$  нм и 0.60-0.68 при рН 6.9-8.75 и  $\lambda = 510$  нм.

Комплексообразование реагентов с ионами скандия и иттрия исследовано в интервале рН 2.0-9.0, значение которого поддерживали ацетатными буферными растворами, а также растворами смесей  $\text{CH}_3\text{COONa} - \text{HCl}$  или  $\text{CH}_3\text{COONa} - \text{NaOH}$ .

На рис. 4 приведены кривые светопоглощения комплексов, согласно которым максимальный выход комплекса Y – ДЭАА (ДМАА, ДБАА) достигается в условиях рН 5.2 при  $\lambda = 590$  нм. Максимальную оптическую плотность (на рис. 4 приведены кривые только для ДЭАА) комплекса обеспечивают ДЭАА и ДБАА. При этом батохромный сдвиг поглощения составляет более 90 нм, а оптическая плотность возрастает для ДЭАА на 0.60, а для ДБАА – на 0.66 единицы.

В случае скандия (рис. 4б) максимальное комплексообразование с ДМАА и ДЭАА наблюдается при pH 2.0-4.0 и длине волны  $\lambda = 515$  нм. Если сравнивать спектры поглощения реагентов и их комплексов со скандием, то bathochromный сдвиг максимума поглощения ДМАА-Sc (pH 3.0) составляет 100 нм, а оптическая плотность возрастает на 0.44 ед. Для ДЭАА увеличение оптической плотности растворов комплекса еще больше и близко к 0.53 единицы.



**Рис. 4.** Зависимость оптической плотности комплексов иттрия (а) и скандия (б) от pH раствора:  
 ДЭАА:Me = 2:1,  $C_{Me} = 8 \cdot 10^{-5}$  моль/л,  $l = 2$  см.

Таким образом, чем сильнее выражены кислотные свойства металла, тем при меньших значениях pH наблюдается его комплексообразование с реагентами, сходными по строению и наличию одной и той же функционально-аналитической группировки. Такими свойствами, в отличие от иттрия, обладают ионы скандия, оптическая плотность комплексов которого изменяется в ряду: ДБАА (0.90) > ДЭАА (0.86) > ДМАА (0.70).

Влияние количеств реагента на максимальный выход комплексов Y (III) и Sc (III), исследованное в оптимальных условиях (pH 5.2;  $\lambda = 590$  нм,  $l = 2$  см), показало отношение R:Me = 2:1. Зависимость  $\lg \frac{A_x}{A_{max} - A_x} - \lg C_R$  (y - x) подтвердила это отношение и

описывается линейными уравнениями:

$$y_Y = 1.95x + 7.96; y_{Sc} = 1.87x + 7.65 \text{ для ДМАА};$$

$$y_Y = 2.11x + 8.75; y_{Sc} = 1.84x + 7.53 \text{ для ДЭАА};$$

$$y_Y = 2.04x + 8.12; y_{Sc} = 1.98x + 8.67 \text{ для ДБАА}.$$

Определение констант нестойкости комплексов R - Y (Sc), проведенное по методу Бабко, дало следующие результаты:  $K_H(Y - ДЭАА) = 9.9 \cdot 10^{-7}$ ;  $K_H(Sc - ДЭАА) = 2.5 \cdot 10^{-7}$ . Значения коэффициентов светопоглощения, определенные графическим методом Комаря-Толмачева, составляют  $\epsilon_k(Y) = 10800$ ;  $\epsilon_k(Sc) = 12200$ .

Приведённые количественные характеристики свидетельствуют о правильности механизма комплексообразования трехзарядных ионов (Y, Sc) с алкиламинометиловыми производными 1,2-диоксиантрахинона. При этом введение алкильного радикала повышает основность реагента и для более «кислых» ионов металлов (Sc) максимум выхода комплекса смещается в кислую область, что дает возможность их селективного выделения и определения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Belcher R., Leonard M.A., West T.S. The preparation and analytical properties of N,N-di-(carboxymethyl)-derivatives of some hydroxyantraquinones – I. Chem. Soc. 1958, v.6, pp. 2390-2393.
2. АС 224531 (СССР) Способ получения 1,2-дигидроксиантрахинон-3-метиламино-N,N-диуксусной кислоты – А.А. Минин, А.П. Филиппова. № 334531, заявл. 03.05.67, опубл. в БИ № 38, 1969.
3. Хахалкина И.Г., Минин А.А., Хлюпина Л.Л. Донскова А.П. Хинализаринкомплексон – реагент для фотометрического определения бора – Заводская лаборатория, 1983, № 5, с. 1415.
4. Минин А.А., Бармина Г.А., Хахалкина И.Г. Хинализаринкомплексонный реагент для фотометрического определения фтора – Журн. аналит. химии, 1975, №11, с.2196-2200.
5. Leonard M.A., Murran Y.T. Sulphonated alizarine yuhurine blue: an improved reagent for the positive absorptiometric determination of un fluoride. – Ion. Analyst, 1974, Vol. 99. pp. 645-654.
6. АС 1161510 (СССР) Тетрагидрат 1,2-диокси-5-сульфоантрахинон-3-метиламин-N,N-диуксусной кислоты в качестве реагента для фотометрического определения фторид-ионов. – А.А. Минин, В.А. Бабушкин, Е.А. Петрова, Г.А. Бармина. № 3370067-23-04, заявл. 23.12.81, опубл. в БИ № 22, 1985.
7. Минин А.А., Хахалкина И.Г., Игнатова Л.А. Синтез и некоторые свойства 1,2,5-триоксиантрахинонкомплексона-4. – Органические реагенты в аналитической химии: Межвуз. сб. науч. трудов. – Пермь: Перм. ун-т, 1979, с.140-146.
8. Бабушкин В.А., Бармина Г.А., Сарана И.А., Дегтев М.И. Комплексные соединения скандия с диэтиламинометилаллизарином и их использование в практике анализа – Органические реагенты в аналитической химии: Межвуз. сб. науч. трудов. – Пермь: Перм. ун-т, 1991, 131 с.
9. Сусленникова В.М., Киселева Е.К. Практическое руководство по приготовлению титрованных растворов – Л.: Химия, 1964, 147 с.
10. Русских В.В., Фокин Е.П.  $\alpha$ -Аминоалкилирование производных хинонов. Реакция Манниха с оксиантрахинонами – Журн. орган. химии, 1971, т.7, №2, с. 371-376.
11. Бабушкин В.А., Бармина Г.А., Леонтьева С.А., Минин А.А., Хахалкина И.Г. Изучение строения и свойств аминометилованных 1,2-дигидроксиантрахинонов методом электронной спектроскопии–«Физико-химические свойства композитов и органических реагентов с активными функциональными группами»: Сб. научн. трудов. – Свердловск: УрО РАН, 1991, с.19-25.
12. Хахалкина И.Г., Хлюпина Л.Л., Бабушкин В.А., Минин А.А. и др. «Физико-химические свойства композитов и органических реагентов с активными функциональными группами»: Сб. научн. трудов. – Свердловск: УрО РАН, 1991, с.10-19.
13. Горелик М.В., Химия антрахинона и его производных. – М.: Химия, 1987, 296 с.

М.И.ДЕГТЕВ, А.А.АМИНЦОНОВ\*, Е.Н.АЛИКИНА

**КОМПЛЕКСҲОСИЛКУНИИ ИОНҲОИ СКАНДИЙИ (III) ВА  
ИТТРИЙИ (III) БО ҲОСИЛАҲОИ АМИНОМЕТИЛҲОИ  
1,2-ДИОКСИАНТРАХИНОН**

*Донишгоҳи давлатии миллии таҳқиқоти Перм, Россия,*

*\*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Ҳосилаҳои алкиламинометилаго дар ҳолати 3-и 1,2-диоксиант-рахинонҳо (ДА) тавлиф карда шудаанд. Хосиятҳои физико-химиявӣ ва комплексҳосилкунии онҳо дар мисоли скандий ва иттрий омӯхта шуд. Дохилкунии радикали алкиламинометилаго дар молекулаи ДА асоснокии реагентҳо, ҳалшававандагӣ дар ҳалкунандаҳои органикӣ баланд намуда, рН-и ҳосилшавии максимумро ба ҳосилшавии комплексҳо компонентно дар таносуби Me:L = 2:1 ба кислотанокии баландтар оварда мерасонад. Собитаҳои ноустуворӣ ва қимматҳои зарифҳои ба худкашии шуоъҳо ҳисоб карда шуд.

**Калимаҳои калидӣ:** 1,2-диоксиантрахинонҳо, ҳалшавандагӣ, ҳосилаҳои алкиламинометилӣ, зичии оптикӣ, комплексҳо, скандий, иттрий, собитаи ноустуворӣ, зарифи баҳуд кашидани шуоъ.

M.I.DEGTEV, A.A.AMINJANOV\*, E.N.ALIKINA

**COMPLEXATION OF SCANDIUM IONS (III) AND YTTRIUM (III) WITH  
AMINO METHYLATED DERIVATIVES OF 1,2-DIOKSIANTRAHINON**

*Perm State National Research University, Russia,*

*\*Tajik National University,*

Alkilaminometil synthesized in the 3-position derivatives of 1,2-dioksiantrahinon (DA). Investigated their physical and chemical properties and complexing ions on the example of scandium and yttrium. Introduction into the molecule of the radical alkilaminometil DA basified reagents, their solubility in organic solvents and pH shifts maximum complex formation in a ratio Me: L = 2: 1 in a more acidic range. Calculated instability constants and molar absorbance coefficients.

**Key words:** 1,2-dioksiantrahino, solubility, alkilaminometilirovan derivative, optical density, complexes, scandium, yttrium, constant instability, the coefficient of light absorption.



УДК 541.54:546.47.

О.А.АЗИЗКУЛОВА, Г.Н.СОЛЕХОВА

**КООРДИНАЦИОННЫЕ СОЕДИНЕНИЯ ЦИНКА (II)  
С 3-МЕТИЛ-1,2,4-ТРИАЗОЛТИОЛОМ-5**

*Таджикский национальный университет*

*Поступила в редакцию 21.09.2015 г.*

*В среде этанола синтезированы новые координационные соединения цинка (II) с 3-метил-1,2,4-триазолтиолом-5. Состав и физико-химические свойства синтезированных координационных соединений установлены методами ИК-спектроскопии, потенциометрии и кондуктометрии. Показано, что 3-метил-1,2,4-триазолтиол-5 координируется к цинку (II) как монодентатный, так и бидентатный лиганд.*

**Ключевые слова:** 3-метил-1,2,4-триазолтиол-5, металлоферменты, цинкпротеин, переходные металлы, координационные соединения, бидентатный лиганд.

Триазолтиол, имеющий в своем составе четыре донорных атома, может образовывать координационные соединения с различными d-переходными металлами. Интерес к лигандам из числа производных 1,2,4-триазола вызван, с одной стороны, их высокими донорными свойствами, а с другой, проявлением у соединений этого класса высокой биологической активности [1].

Цинк является малораспространённым химическим элементом. Этот металл проявляет высокую биологическую и каталитическую активность и играет важную роль в организмах растений, животных и человека. Цинк предохраняет печень и желчь от воздействия вредных веществ, предупреждает сахарный диабет, образуя соединения с гормоном инсулином, обеспечивает нормальное функционирование органов чувств, восприятия и вкуса. Для нормальной работы органов зрения и слуха существенную роль играет процесс взаимодействия цинка с витамином А [2]. Цинк входит в состав многих металлоферментов и энзимов, диссоциирующих лишь в присутствии реактивов, разрушающих труднорастворимые внутрикомплексные соединения. Важнейшими представителями этой

---

*Адрес для корреспонденции:* Солехова Гулру Нуралиевна. 734025, Республика Таджикистан, г Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: gulru-s@mail.ru

группы ферментов являются карбоангидраза, панкреатическая карбоксипептилаза, глютаминодегидраза и другие дегидразы. Карбоангидраза является цинкпротеином и в его молекуле цинк прочно связан с белком в виде комплексного соединения и не удаляется при диализе [3].

Валли и Нейрот показали, что выделенная из состава панкреас кристаллическая карбоксипептидаза является цинксодержащим металлоэнзимом. Этими авторами выявлено, что печёночный фермент глютаминодегидраза, выделенная из бычьей печени, является цинксодержащим металлоэнзимом. Установлено, что металлическая пыль цинка и его оксид вызывают патологические изменения в легких. Соли цинка (II) при попадании на кожу вызывают экзему, дерматит и другие заболевания [4,5].

Будучи d-переходным металлом, цинк (II) проявляет высокую способность к образованию координационных соединений с различными азот-, сера-, фосфор- и арсеносодержащими органическими лигандами.

Известны координационные соединения цинка (II), кадмия (II), никеля (II), меди (II), кобальта (II) и других металлов с 1,2,4-триазолом и некоторыми его производными. Синтезировано координационное соединение цинка с ацетазоламидом, которое специфически ингибирует действие карбоангидразы. В медицинской практике его применяют в качестве диуретического препарата [1].

Работа [6] посвящена синтезу и исследованию физико-химических свойств координационных соединений Ni (II), Zn (II) и Cd (II) с 3-метил-5-(2-пиридил)-1,3,4-тиадиазолидин-2-тионом ( $L^1$ ) и 3-метил-5-(6-метилпиридин-2-ил)-1,3,4-тиадиазолидин-2-тионом (II) общих составов:  $[NiL_2^1]$   $[NiL_2^{II}]$ . Выделены в твёрдой фазе комплексы составов:  $[ZnL^1]$ ,  $[ZnL^{II}]$  с помощью ИК-спектра, магнетохимии и кондуктометрии. В [7] синтезированы и методом ИК-спектроскопии исследованы комплексные соединения 4-амино-1,2,4-триазола (АТ) с хлоридами, бромидами и нитратами Cu (II), Cd (II), Ni (II) и Zn (II). Показано, что независимо от природы катиона образуются комплексные соединения общих составов  $[M(AT)_2] \cdot X_2$ , где  $M-Cu^{2+}$ ,  $Ni^{2+}$ ,  $Cd^{2+}$ ,  $Zn^{2+}$ ,  $X-Cl^-$ ,  $Br^-$ ,  $NO_3^-$ . Показано, что при образовании этих комплексов 4-амино-1,2,4-триазол выступает в виде бидентатно-мостикового лиганда.

В работах [8,9] исследован процесс комплексообразования меди (II) с 1,2,4-триазолтиолом-5 в средах 0.01–1.0 моль/л  $NaNO_3$  в интервале температур 273–338 К. Этими авторами также разработаны методики синтеза новых координационных соединений меди (II) с 1,2,4-триазолтиолом-5 и 3-метил-1,2,4-триазолтиолом-5 в нейтральной среде этанола и выделен в твёрдом виде целый ряд новых координационных соединений меди (II). Состав и свойства полученных в твёрдом виде соединений установлены на основе данных физико-химических методов исследования.

Авторами [10,11] изучен процесс комплексообразования меди (II), рения (V) и ванадия (V) с 1,2,4-триазолтиолом-5 в средах HCl разной концентрации и получены новые координационные соединения общих составов:  $[ReOL_2I_3] \cdot H_2O$ ,  $[ReOL_2(NH_3)_3]I_3$ ,

$[\text{Re}_2\text{O}_3\text{L}_2(\text{H}_2\text{O})_2\text{Cl}_4] \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ,  $[\text{ReO}(4\text{-МТТ})_2(\text{SCN})\text{Cl}_2] \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ,  $[\text{ReO}(4\text{-МТТ})_2\text{Br}_2] \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ,  
 $[\text{ReO}(3,4\text{-ДМТТ})_2\text{I}_3] \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ .

Анализ данных литературы показывает, что сведения о координационных соединениях цинка (II) с производными 1,2,4-триазола представлены ограничено. Нет сведений о координационных соединениях цинка (II) с 3-метил-1,2,4-триазолтиолом.

Настоящая работа посвящена синтезу и исследованию физико-химических свойств координационных соединений цинка (II) с 3-метил-1,2,4-триазолтиолом-5.

### Экспериментальная часть

При синтезе координационных соединений цинка (II) в качестве исходных использовали  $\text{ZnSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{ZnCl}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$  квалификации (хч) и 3-метил-1,2,4-триазолтиол-5 марки (чда). Все использованные соединения были дважды перекристаллизованы путём растворения их в воде и высаливания соответствующих насыщенных растворов абсолютным этанолом.

Синтез координационных соединений цинка (II) с 3-метил-1,2,4-триазолтиолом-5 осуществляли в среде этанола при комнатной температуре в мольном соотношении реагирующих компонентов Zn:L от 1:0.5 до 1:4.

Для установления состава и физико-химических свойств новых координационных соединений нами были использованы методы элементного, РФА анализов, ИК-спектроскопии и кондуктометрии. Спектр синтезированных комплексных соединений регистрировали на ИК-Фурье спектрометре марки IRAffinity-1 фирмы Shimadzu (Япония).

Содержание цинка в виде труднорастворимого сульфида цинка, хлор и бром - в виде  $\text{AgCl}$ , а воду определяли гравиметрическим методом [12,13]. Углерод, азот и серу определяли на приборе CHNOS (элементный анализатор vario MICRO Cube, фирмы Elementar, Германия).

**Синтез  $[\text{ZnLSO}_4] \cdot 2\text{H}_2\text{O}$  (I).** 0.71 г (0.0063 моль) 3-метил-1,2,4-триазолтиола-5 (L) растворяли в 20 мл этанола и при интенсивном перемешивании небольшими порциями прибавляли 1.56 г (0.0062 моль)  $\text{ZnSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ , растворённого в 10 мл этанола. Мольное отношение Zn:L = 1:1. Образовавшийся осадок отстаивали в течение одного часа при комнатной температуре, отфильтровывали, промывали водой (100 мл), этанолом (50 мл), эфиром (35 мл) и сушили в вакуум-эксикаторе над KOH до постоянной массы. Выход – 68%. Синтезированное соединение - порошок белого цвета, растворяется в диметилформамиде, диметилсульфоксиде и в минеральных кислотах, не растворяется в воде и других органических растворителях.

Найдено, %: Zn – 21.15; S – 21.65; N – 14.02; C – 12.09;  $\text{H}_2\text{O}$  – 11.85.

Вычислено, %: Zn – 20.83; S – 20.51; N – 13.46; C – 11.54;  $\text{H}_2\text{O}$  – 11.54.

ИК-спектры: 864-963  $\text{cm}^{-1}$ ; 1026-1195  $\text{cm}^{-1}$ ; 1487-1750  $\text{cm}^{-1}$ ; 2633-2923  $\text{cm}^{-1}$ ; 3250-3600  $\text{cm}^{-1}$ .

На основании данных элементного анализа и ИК-спектров образование нового соединения можно представить в виде следующей реакции:



**Синтез  $[\text{ZnL}_2]\text{SO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$  (II).** В 20 мл этанола растворяли 1.43 г (0.0125 моль) 3-метил-1,2,4-триазолтиола-5 и при интенсивном перемешивании небольшими порциями прибавляли 1.56 г (0.00624 моль)  $\text{ZnSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ , растворённого в 10 мл этанола. Мольное отношение Zn:L составило 1:2.

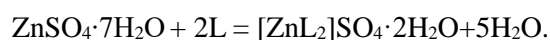
Реакционную смесь нагревали (70°C) до образования осадка белого цвета. Раствор с осадком отстаивали при комнатной температуре в течение 24 ч. Осадок отделяли фильтрованием, промывали водой (50 мл), этанолом (40 мл), эфиром (20 мл) и сушили до постоянной массы в вакуум-эксикаторе над КОН. Выход – 75%. Выпавший осадок растворяется в минеральных кислотах, диметилформамиде, диметилсульфоксиде, не растворяется в воде, ацетоне, этаноле, толуоле, бензоле.

Найдено, %: Zn – 16.05; S – 23.65; N – 19.06; C – 17.01;  $\text{H}_2\text{O}$  – 8.66.

Вычислено, %: Zn – 15.22; S – 22.48; N – 19.67; C – 16.86;  $\text{H}_2\text{O}$  – 8.43.

ИК-спектры: 659-952  $\text{cm}^{-1}$ ; 1068-1195  $\text{cm}^{-1}$ ; 1554-2083  $\text{cm}^{-1}$ ; 2590-2879  $\text{cm}^{-1}$ ; 3192-3750  $\text{cm}^{-1}$ .

Результаты элементного анализа и ИК-спектроскопических исследований позволили представить образование нового соединения в виде следующей реакции:



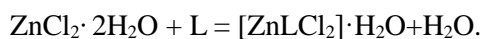
**Синтез  $[\text{ZnLCl}_2] \cdot \text{H}_2\text{O}$  (III).** 0.85 г (0.0063 моль) 3-метил-1,2,4-триазолтиола-5 (L) растворяли в 20 мл этанола и при интенсивном перемешивании небольшими порциями прибавляли 1.26 г (0.0062 моль)  $\text{ZnCl}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ , растворённого в 10 мл этанола. Мольное отношение Zn:L = 1:1. Реакционную систему перемешивали в течение 30 мин до образования осадка. Осадок с раствором отстаивали один час при комнатной температуре, отфильтровывали, промывали водой (100 мл), этанолом (50 мл), эфиром (35 мл) и сушили в вакуум-эксикаторе над КОН до постоянной массы. Выход – 79%. Синтезированное соединение – порошок белого цвета, растворяется в минеральных кислотах, диметилформамиде, диметилсульфоксиде, не растворяется в воде и неполярных органических растворителях.

Найдено, %: Zn – 25.03; S – 12.05; N – 16.98; C – 14.21; Cl – 27.18;  $\text{H}_2\text{O}$  – 7.05.

Вычислено, %: Zn – 24.16; S – 11.89; N – 15.61; C – 13.38; Cl – 26.39;  $\text{H}_2\text{O}$  – 8.43.

ИК-спектры: 898  $\text{cm}^{-1}$ ; 1103-1197  $\text{cm}^{-1}$ ; 1278-1363  $\text{cm}^{-1}$ ; 2171  $\text{cm}^{-1}$ ; 2484-2922  $\text{cm}^{-1}$ ; 3420-3654  $\text{cm}^{-1}$ .

Результаты проведённых исследований позволили образование нового соединения представить в виде следующей реакции:



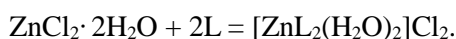
**Синтез  $[\text{ZnL}_2(\text{H}_2\text{O})_2]\text{Cl}_2$  (IV).** 1,69 г (0.0063 моль) 3-метил-1,2,4-триазолтиол-5 (L) растворяли в 20 мл этанола и при интенсивном перемешивании небольшими порциями прибавляли 1.26 г (0.0062 моль)  $\text{ZnCl}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ , растворённого в 15 мл этанола. Молярное отношение  $\text{Zn:L} = 1:2$ . Реакционную систему перемешивали в течение 30-60 мин до образования нерастворимого в воде осадка. Осадок отстаивали один час при комнатной температуре, отфильтровывали, промывали водой (100 мл), этанолом (50 мл), эфиром (35 мл) и сушили в вакуум-эксикаторе над KOH до постоянной массы. Выход – 71.5%. Синтезированное соединение - порошок белого цвета, растворяется в минеральных кислотах, диметилформамиде, диметилсульфоксиде, не растворяется в воде и других органических растворителях.

Найдено, %: Zn – 16,45; S – 16,67; N – 11,00; C – 18,68; Cl – 18,18.

Вычислено, %: Zn – 16,17; S – 15,92; N – 10,45; C – 17,91; Cl – 17,66.

ИК-спектр: 810-974  $\text{cm}^{-1}$ , 1029-1197  $\text{cm}^{-1}$ , 1217-1338  $\text{cm}^{-1}$ , 2157  $\text{cm}^{-1}$ , 2376-2924  $\text{cm}^{-1}$ , 3571-3695  $\text{cm}^{-1}$ .

С учётом данных элементного анализа и ИК-спектров образование комплексного соединения можно представить в виде следующей реакции:



### Результаты и обсуждение

Поведение координационных соединений цинка (II) при растворении в различных растворителях, наличие внутренней и внешней сферы в их составе были установлены кондуктометрическим методом. В связи с тем, что некоторые синтезированные координационные соединения цинка (II) являются труднорастворимыми в воде, нам представлялось возможным изучить температурную зависимость электрической проводимости некоторых растворимых комплексов в диметилформамиде. В таблице представлены результаты исследований по измерению, молярной электрической проводимости координационных соединений составов:  $[\text{ZnLSO}_4] \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ,  $[\text{ZnL}_2]\text{SO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ,  $[\text{ZnLCl}_2] \cdot \text{H}_2\text{O}$ ,  $[\text{ZnL}_2(\text{H}_2\text{O})_2]\text{Cl}_2$ .

Таблица.

Молярная электрическая проводимость диметилформамидных растворов синтезированных координационных соединений цинка (II) с 3-метил-1,2,4-триазолтиолом-5

Соединения	$\mu \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}\text{мол}^{-1}$						tga	$E_{\text{акт}}$
	0°C	15°C	25°C	35°C	45°C	55°C		
$[\text{ZnLSO}_4] \cdot 2\text{H}_2\text{O}$	24.4	27.3	30.1	32.1	35.6	38.4	-267.66	51.15
$[\text{ZnLCl}_2] \cdot \text{H}_2\text{O}$	23.5	28.6	30.5	35.3	36.5	36.8	-288.24	55.09
$[\text{ZnL}_2]\text{SO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$	64.6	82.9	107.3	124.5	149.2	166.3	-594.12	11.36
$[\text{ZnL}_2(\text{H}_2\text{O})_2]\text{Cl}_2$	89.2	90.4	110.7	122.2	134.6	149.5	-335.29	6.41

Изучение температурной зависимости молярной электрической проводимости ( $\mu$ ) диметилформамидных растворов показало, что соединения составов:  $[\text{ZnL}_2]\text{SO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$  и  $[\text{ZnL}_2(\text{H}_2\text{O})_2]\text{Cl}_2$  являются электролитами типа 1:1, а  $[\text{ZnLCl}_2] \cdot \text{H}_2\text{O}$  и  $[\text{ZnLSO}_4] \cdot 2\text{H}_2\text{O}$  – слабыми электролитами. Показано, что при повышении температуры значение молярной

электрической проводимости этих соединений увеличивается, что можно объяснить частичной диссоциацией внутренней сферы.

В качестве примера на рисунке приведено значение температурной зависимости молярной электропроводности диметилформамидного раствора координационного соединения состава  $[\text{ZnL}_2]\text{SO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ . Изменение значения молярной электропроводности изученного соединения при повышении температуры, вероятно, связано с увеличением степени его диссоциации и вхождением молекулы растворителя во внутреннюю сферу комплексной частицы [14].

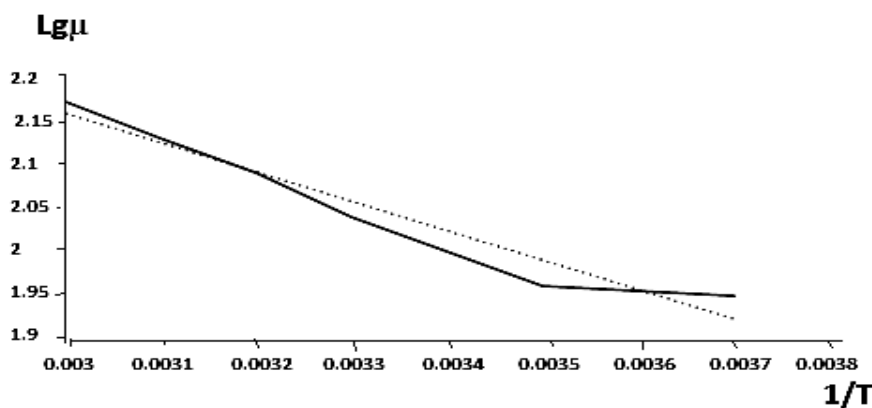


Рис. Температурная зависимость молярной электрической проводимости диметилформамидных растворов  $[\text{ZnL}_2]\text{SO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ .

На основании изучения молярной электрической проводимости диметилформамидных растворов координационного соединения  $[\text{ZnL}\text{SO}_4] \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ,  $[\text{ZnL}_2]\text{SO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ ,  $[\text{ZnLCl}_2] \cdot \text{H}_2\text{O}$ ,  $[\text{ZnL}_2(\text{H}_2\text{O})_2]\text{Cl}_2$  были рассчитаны  $\text{tg}\alpha$  и  $E_{\text{акт}}$ , значения которых приведены в таблице.

Таким образом, полученные экспериментальные данные позволили установить наличие внутренней и внешней сферы и подтвердить предполагаемые формулы синтезированных координационных соединений цинка (II) с 3-метил-1,2,4-триазолтиолом-5.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Иванский В.И. Химия гетероциклических соединений. – М.: Высшая школа, 1978, 558 с.
2. Войнар А.И. Биологическая роль микроэлементов в организме животных и человека. 2-изд. – М.: Высшая школа, 1960, 544 с.
3. Яцимирский К.Б. Введение в бионеорганическую химию. – Киев: Наукова думка, 1976, 143 с.
4. Vallec B., Neurath.H. Carboxypeptidase, a Zinc Metalloenzymes. – J. Biol.Chem., 1955, №217, т.258, р. 632.
5. Vallec B., Olsen J., Adelstein S./Grutamis Dehydrogenase of Beef Live, a Zinc Metalloenzymes. – J. Amer.Chem., 1955, Soc.77, №.9, р. 5196.

6. Синдитекий В.П., Вернидуб Т.Я., Фогельзан А.Е., Зуева Н.А. Координационные соединения 4-амино-1,2,4-триазола с хлоридами, бромидами и нитратами металлов. – Изв. вузов. Химия и химическая технология, 1991, т.34, №4, с.15-19.
7. Синдицкий В.П., Сокол В.И., Фогелзанг А.Е., Дутов М. Колебательные спектры и строение координационных соединений металлов с 4-амино-1,2,4-триазолом в качестве бидентатного лиганда. – Ж. неорг. химии, 1987, т.32. № 8, с. 1950-1955.
8. Азизкулова О.А., Джурабеков У.М. Синтез и исследование координационных соединений меди (II) с 1,2,4-триазолтиолом-5. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2011, №1 (142), с. 60-66.
9. Азизкулова О.А., Джурабеков У.М. Координационные соединения меди (II) с 1,2,4-триазолтиолом-5. – Мат-лы V междунар. науч.-практ. конф. «Перспективы применения инновационных технологий и усовершенствования технического образования в высших учебных заведениях стран СНГ» (13-15 октября) – Душанбе, 2011, ч. 2, с. 164-167.
10. Гамал Абделаиз Хуссейн Абделрахман. Комплексные соединения рения (V) с 2-этил-1,3,4-тиадиазолом и 1,2,4-триазолтиолом: Автореф. дисс. к.х.н.– Душанбе, 2012, 24 с.
11. Аминджанов А.А., Сафармамадов С.М., Малике Ферештех Фатхоллах, Мабаткадамова К.С. Комплексообразование рения (V) с 4-метил-1,2,4-триазолтиолом в среде 7 М НВг. – Ж. неорг. химии, 2014, т. 59, №2, с. 212-216.
12. Климова В.А. Основные микрометоды анализа органических соединений. – М.: Химия, 1967, 208 с.
13. Гиллебрандт В.Ф., Лендель А. и др. Практическое руководство по неорганическому анализу. – М.: ГНТН, 1965, 1110 с.
14. Васильев В.П. Термодинамические свойства растворов электролитов. – М.: Высшая школа, 1982, 313 с.

О.А.АЗИЗҚУЛОВА, Г.Н. СОЛЕҲОВА

## ПАЙВАСТҲОИ КООРДИНАТСИОНИИ РУҲ (II) БО 3-МЕТИЛ-1,2,4-ТРИАЗОЛТИОЛ-5

*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Пайвастиҳои нави координатсионии руҳи (II) бо 3-метил-1,2,4-триазолтиол-5 дар муҳити этанол синтез карда шудааст. Таркиб ва хосиятҳои физико-химиявии пайвастиҳои координатсионии ҳосилшуда бо усулҳои ИК-спектри, потенциометрӣ ва кондуктометрӣ омӯхта шудааст. Муайян карда шуд, ки 3-метил-1,2,4-триазолтиол-5 бо тарзи монодентатӣ ва бидентатӣ бо руҳ координатсия мешавад.

**Калимаҳои калидӣ:** 3-метил-1,2,4-триазолтиол-5, металлофермент, синкпротеин, металлҳои интиқолий, пайвастиҳои координатсионӣ, лиганди бидентатӣ.

O.A.AZIZQULOVA, G.N.SOLEHOVA

**COORDINATING COMPOUNDS OF ZINCUM (II)  
WITH 3-METHYL-1,2,4-TRIAZOLTIOL-5**

*Tajik National University*

In ethanol synthesized novel coordination compounds of zinc (II) 3-methyl-1,2,4-triazolthiolom-5. The composition and physico-chemical properties of the synthesized coordination compounds established by IR spectroscopy, potentiometric and conductometric. It was shown that 3-methyl-1,2,4-triazolthiol-5 coordinated to the zinc (II) as a monodentate or bidentate ligand.

**Key words:** 3-methyl-1,2,4-triazolthiol-5, metalloenzymes, zinc, protein, transition metals, coordinating compounds, bidentate ligand.



УДК 622.233.4/7

Э.М.АСЛЗОДА

**БУРОВЫЕ РАСТВОРЫ И ИХ ЗНАЧЕНИЕ ПРИ ПРОХОДКЕ  
СОЛЕНОСНЫХ ОТЛОЖЕНИЙ В СЛОЖНЫХ ГЕОЛОГИЧЕСКИХ  
УСЛОВИЯХ**

*Министерство энергетики и водных ресурсов Республики Таджикистан  
Поступила в редакцию 14.05.2015 г.*

*В статье рассматриваются основные направления усовершенствования упругопластических свойств бурового раствора, с рекомендациями применения более эффективных способов и режимов их утяжеления и солестойкости в условиях проходки соленосных толщ значительной мощности на территории Афгано-Таджикской впадины.*

**Ключевые слова:** Афгано-Таджикская впадина, скважина, соленосные отложения, соль, глинистый и тампонажный растворы, химический реагент, хроматы, бихроматы, гипан, метас.

Афгано-Таджикская впадина (АТВ) четко обособляется от соседних тектонических элементов интенсивностью накопления молассовых толщ неоген-четвертичного возраста от 3-4 км на западе территории, до 12-15 км на востоке. В пределах АТВ прослеживаются Сурханская, Вахшская, Кулябская мегасинклинали, а также Кафирниганская и Обигармская мегантиклинали. При этом нет четкой зависимости в нахождении промышленных запасов нефти и газа в этих структурах: они обнаружены как в мегасинклиналях, так и в мегантиклиналях.

Первый промышленный газ верхнеюрского возраста в Средней Азии был получен в 1962 году на площади Адамташ, расположенной в пределах мегантиклинали юго-западных отрогов Гиссарского хребта. Промышленные притоки верхнеюрского газа были также получены в соседнем Афганистане на месторождениях Ходжа Гугердак, Шеберган, Ходжа Булан и др.

---

*Адрес для корреспонденции:* Аслзода Эмомиддин Мухриддин. 734012, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Бохтар, 10, Министерство энергетики и водных ресурсов.  
E-mail: naftugaz-8@mail.ru

Поиски месторождения природного газа в нижнемеловых и верхнеюрских соленых отложениях АТВ усложнены несколькими причинами, главными из которых является наличие мощной (более 3 км) толщи солей. Сложности проводки скважины, кроме того, обусловлены главным образом интенсивной коагуляцией бурового раствора, кавернообразованием в результате растворения солей, обрушением неустойчивых пропластков, пластическим течением солей и размягчением кристаллогидрата магния, затекающего в скважину. Дополнительные осложнения связаны с увеличением забойных температур, усиливающих растворимость солей и их агрессивные действия на структуру глинистого раствора.

Сохранение устойчивости стенок скважины – неперемное условие нормального процесса бурения. Смачивание горных пород рыхлого комплекса (в том числе соли) в процессе бурения резко уменьшает прочность стенок скважины и, следовательно, их устойчивость. Нежелательное изменение свойства пород устраняется подбором рецептуры промывочной жидкости. В частности, в нее вводят компоненты, придающие ей упрочняющие свойства. Сохранению устойчивости стенок скважины способствует гидростатическое давление промывочной жидкости. Однако с его ростом увеличивается интенсивность проникновения промывочной жидкости в горные породы, в результате чего падает механическая скорость бурения.

Большое влияние гидростатическое давление промывочной жидкости оказывает на бурение хемогенных пород, обладающих свойством медленно выдавливаться в скважину под действием горного давления (галит, сильвин, карналлит и др.).

С этой целью в статье рассматриваются различные варианты приготовления бурового раствора при бурении солей и соленасыщенных пород в зависимости от конкретной ситуации (мощность солей, чередование терригенно-обломочных и соленасыщенных пород, минералогический состав солей, пластовое давление и т.д.).

Пригодность промывочной жидкости для конкретных условий бурения определяется рядом свойств, таких как вязкость, водоотдача и др. При проходке однородных толщ солей фильтрационные и коркообразующие свойства бурового раствора не имеют большого значения. Это подтверждается опытом бурения скважин на площадях Ходжа Мумин (скважины №№ 5,7), Туонтау (скважина № 2), Северный Буюман (скважина № 1) и Южный Каратау (скважина № 1), где успешно применялись необработанные эмульсионные буровые растворы с водоотдачей 15-30 см<sup>3</sup>. Однако в условиях переслаивания хемогенных и терригенных пород, залегающих над или под солевыми горизонтами, большая водоотдача может привести к осыпанию пород и созданию толстых корок. Большая водоотдача отрицательно сказывается и на качестве вскрытия продуктивных пластов.

Основной причиной высокой водоотдачи является коагуляция бурового раствора под воздействием соли. В связи с этим большое значение имеет природа глинистой фазы, которая чувствительна к действию электролитов, подавляющих её гидратацию и диспер-

гирование. Поэтому из бентонита, особо подверженного солевой агрессии, можно приготовить раствор лишь при изготовлении его на пресной воде с последующим засолением.

Растворы, изготовленные на кальциевых глинах, обладают меньшей чувствительностью к соли. В подобных случаях предлагается применять солестойкий глинистый минерал палигорскит, который коагуляционно устойчив в солевой среде, одинаково интенсивно набухает и диспергируется как в пресной, так и в солёной воде. Главным же назначением палигорскита является поддержание структуры солёных, необработанных растворов.

Для снижения водоотдачи насыщенных солью буровых растворов применяют их эмульгирование, обработку защитными коллоидами или их сочетаниями. Эмульгирование может снизить водоотдачу на 10-30% и вследствие усиления структурообразования существенно уменьшить глиноёмкость [1]. Область применения коллоидов ограничивается допустимыми пределами для каждого реагента солёностью, температурой, содержанием хлоридов поливалентных металлов (табл.).

Таблица

Допустимые пределы реагентов

Реагенты	Товарный вид	Область применения		
		солёность, %	температурный предел, °С	допустимое содержание хлоридов кальция, %
КМЦ марки 500 и 600	порошок	до насыщения	120-150	0.2-0.3
Крахмал	-//-	-//-	100-120	значительное количество
Модифицированный крахмал	-//-	-//-	-//-	то же
КССБ	жидкий	<10	120-150	2.0-2.5
Декстрин	порошок	до насыщения	140-150	значительное количество
Гипан	жидкий	-	140-150	0.2-0.25
УЩР	порошок	<10	115-135	0.2-0.3
NaCl	-//-	-//-	120-150	0.2-0.3
Метас	-//-	до насыщения	200	0.2
Масс-200 (пеногаситель)	-//-	-//-	-//-	0.1
ФХЛС	-//-	-//-	115-130	0.2-0.25
Окзил	жидкий	-//-	120-135	0.1-0.2
СМАД-1	-//-	-//-	110-140	0.1-0.2
NaOH	-//-	-//-	120-150	0.2-0.3

Необходимо отметить, что промывочная жидкость не может быть панацеей для решения всех задач. Поэтому для конкретных условий бурения определяется набор основных функций промывочной жидкости и те свойства, которые обеспечат их выполнение. Нередко изменение литологического состава пород в геологическом разрезе скважины вызывает необходимость в изменении некоторых функций промывочной жидкости. В таких случаях при подходе к соответствующему интервалу в процессе бурения регулируют свойства раствора. Свойства промывочной жидкости регулируют химической обра-

боткой (путем ведения реагентов), физическими (разбавление, концентрирование, диспергация, утяжеление, введение наполнителей) и физико-химическими методами (комбинация перечисленных методов).

Опыт буровых работ в пределах площадей Ходжа Мумин, Южный Каратау, Туюнтау, Северный Буюман, где мощность соленосных толщ достигает более 3000 м, показывает, что в таких случаях буровой раствор готовят на рассолах соответствующих солей. В качестве добавок, придающих раствору термоустойчивость, применяются хроматы, бихроматы, которые вводят в количестве 0.1-0.2%. Однако добавки хроматов увеличивают водоотдачу, а основная задача получения термостабильных растворов заключается в сохранении минимальной водоотдачи в условиях повышенных забойных температур.

Поэтому в качестве термостабилизирующих добавок нами предложено применять реагенты стабилизации – натрий карбоксилметилцеллюлоза, марок КМЦ600 и производные КМЦ (карбофен, карбамин, карбоминол), концентрация которых может достигать до 2.5-3.0%. Для растворов с высокой солёностью можно рекомендовать крахмальные реагенты и декстрин, устойчивые к коагуляционным действиям солей кальция и магния, но при нагревании до 100-120<sup>0</sup>С усиливается их деструкция. Температурная устойчивость КМЦ выше, но она, как акриловые сополимеры (гипан, метас и др.), не устойчива к хлор-кальциевой агрессии.

Ниже рассмотрим особенности бурения соленосных отложений в пределах некоторых площадей АТВ.

### **1. Площадь Туюнтау, параметрическая скважина № 2.**

Начало поисков залежей нефти и газа в нижнемеловых и юрских отложениях на этой площади было связано с бурением параметрической скважины № 1. Из-за наличия мощной соленосной толщи в интервале 2441-4456 м, рапопроявлений, искривления ствола скважины и поглощения бурового раствора процесс был остановлен и скважина законсервирована. В связи с этим на площади была заложена параметрическая скважина № 2 с проектной глубиной 5500 м и проектным горизонтом келовой-оксфордского яруса верхнеюрских отложений.

Начиная с глубины 83 м, началось поглощение бурового раствора катастрофического характера. Попытка восстановления циркуляции закачкой тампона в объеме 20 м<sup>3</sup> оказалось неудачной и бурение скважины в интервале 83-781 м велось на азрированной промывочной жидкости плотностью 0.83 г/см<sup>3</sup>. В процессе бурения в промывочную жидкость постоянно вводили сульфонал, бентонит, кордное волокно, однако бурение велось без выхода циркуляции. В таких условиях были вскрыты глинистые отложения верхнего мела, что привело к образованию естественной промывочной жидкости и дало возможность частичного заполнения ствола скважины, при этом статический уровень отбит на глубине 76 м.

Длительный характер работ по ликвидации поглощения определялся нарушением целостности обсадной колонны и усложнённой структурой ствола скважины из-за текучести со-

лей. Наличие места забуривания нового ствола и неустойчивость его положения послужили причиной перекрытия вскрытого соленосного горизонта.

В последующем буровой раствор постоянно подвергался химической обработке КМЦ, кальцинированной содой, каустической содой, крахмалом. В интервалы поглощения закачивали смесь гипана и хлористого кальция, смесь бентонита и сернокислого алюминия. Изношенность обсадной колонны, невозможность восстановления герметичности колонны диаметра 245 мм на давление  $438 \text{ кгс/см}^2$  послужили причиной ликвидации скважины по 1 «в» категории, как выполнившей свое назначение.

## **2. Площадь Сарикамыш, поисковая скважина № 1п - Шахринав.**

При проектной глубине 6300 м скважина пробурена до глубины 6450 м. При бурении скважины под вторую промежуточную колонну диаметром 244.5/250.8 мм в интервале 2843-4550 м буровая бригада столкнулась с геологическими осложнениями в виде поглощения бурового раствора в зонах трещиноватости, кавернообразования, наличия зон рапопроявления с высокими пластовыми давлениями и несоответствием фактического вскрываемого геологического разреза проектному.

Солевые отложения гаурдакской свиты были вскрыты на глубине 3369 м при плотности бурового раствора  $1.33-1.34 \text{ г/см}^3$ . Согласно проектной документации проведены работы по ступенчатому утяжелению бурового раствора до плотности  $1.65 \text{ г/см}^3$ . В процессе утяжеления бурового раствора и углубления скважины были отмечены многократные поглощения бурового раствора.

При бурении интервала 3445-3447 м зафиксировано рапопроявление. При вскрытии данного интервала с одновременным ступенчатым утяжелением получен приток рапы удельного веса  $1.23 \text{ г/см}^3$  при плотности бурового раствора, равной  $1.48 \text{ г/см}^3$ . Пласт заглушен установкой баритовой пробки с продавкой буровым раствором  $1.52 \text{ г/см}^3$ , что соответствовало эквивалентной плотности на глубине рапопроявляющего горизонта плотностью  $1.63 \text{ г/см}^3$ . Далее проводились работы по изоляции вышележащих поглощающих горизонтов.

На основании проведённых исследований сделаны следующие выводы:

- свойства буровых растворов могут быть существенно улучшены химической обработкой (путём ведения реагентов), физическими (разбавление, концентрирование, диспергация, утяжеление, введение наполнителей), физико-химическими методами (комбинация перечисленных методов);

- солестойкость, термостойкость, устойчивость к твёрдой фазе буровых растворов повышается добавлением КМЦ, сульфоната, бентонита;

- в ближайшем будущем роль глинистых растворов, содержащих твёрдую фазу, сохранится, однако содержание твёрдой фазы будет постоянно уменьшаться при сохранении и улучшении качества используемого раствора;

- в условиях Афгано-Таджикского бассейна следует более широко применять эмульсионные растворы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Лернер Р.С., Кистер Э.Г. Противоизносные свойства буровых растворов и их улучшение. – Тр. ВНИИБТ, вып. XXV11. – М.:Недра, 1971, 186 с.

Э.М.АСЛЗОДА

### МАҲЛУЛҲОИ ГИЛӢ ВА АҲАМИЯТИ ОНҲО ҲАНГОМИ ПАРМАКУНИИ ҚАБАТҲОИ НАМАҚДОР ДАР ШАРОИТҲОИ МУШКИЛИ ГЕОЛОГӢ

*Вазорати энергетика ва захираҳои оби Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Дар мақола тарзҳои тайёр намудани маҳлулҳои гилӣ бо истифодаи омехтаҳои гуногунтаркиби химиявӣ, ки хангоми пармакунии қабатҳои намақдори даври юраи боло дар шароитҳои мушкили геологии ҳавзаи Афғону Тоҷик истифода мешаванд, баррасӣ шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** ҳавзаи Афғону Тоҷик, қабатҳои намақдор, намақ, чохи параметрӣ, маҳлули гилӣ ва тампонажӣ, омехтаи химиявӣ, хроматҳо, бихроматҳо, гипан, метас.

E.M.ASLZODA

### DRILLING AGENTS AND THEIR VALUE WHEN DRIVING SALT-BEARING DEPOSITS IN DIFFICULT GEOLOGICAL CONDITIONS

*Ministry of Energy and Water Resources of the Republic of Tajikistan*

The article deals with the preparation of drilling mud with the addition of different composition of chemicals that will promote accident-free salt-bearing strata powerful in difficult geological conditions Afghan-Tajik basin.

**Key words:** Afghan-Tajik basin, parametric well, chromates, dichromates, gipan, metas, salt, salt-bearing deposits, chemical reagent, clay, cement slurry.

УДК 552.11 (575.3)

М.М.МАМАДВАФОЕВ

**К ПЕТРОХИМИИ МАГМАТИЧЕСКИХ ОБРАЗОВАНИЙ БАССЕЙНА  
ФАН-ДАРЬИ (ЗЕРАВШАНСКИЙ ХРЕБЕТ)**

*Главное управление геологии при Правительстве Республики Таджикистан  
Поступила в редакцию 13.10.2014 г.*

*Впервые приводятся наиболее полные данные по петрохимии инверсионных (С<sub>2-3</sub>), и отчасти орогенных (Р<sub>1</sub>), магматических пород бассейна Фан-Дарьи, пространственно ассоциирующими с золото-сульфидным и скарново-редкометальным (W, Sn) оруденением.*

**Ключевые слова:** Зеравшанский хребет, бассейн Фан-Дарьи, магматические породы, гранитоиды, гранодиорит-порфиры, керсантиты, оруденение, петрохимия.

В бассейне Фан-Дарьи, в границах Чоре-Дуобинского золото-сульфидного и Такфонского скарново-редкометального (W, Sn) рудных полей герцинид Зеравшано-Гиссарского рудного пояса [1,2; и др.], магматические породы описаны в разное время (с 1932 г.) и с различной детальностью (Б.Н.Наследов, Я.Г.Тер-Оганесов, П.И.Князев, Ю.П.Ивенсен, В.М.Цветков, В.Н.Гаврилова, А.Х.Хасанов, В.Н.Ефименко, К.О.Цориев, Е.А.Космынин, С.С.Блащук, А.С.Сакиев, И.И.Найдёнов, Н.С.Байгутов, М.У.Умаров и др.). Здесь геологически охарактеризованы инверсионные (С<sub>2-3</sub>) интрузии гранитоидов пёстрого состава, штоки порфировидных гранодиоритов и аплитовидных гранитов, дайки микродиоритов, плагиогранитов, керсантитов, а также орогенные (Р<sub>1</sub>) силлы дацитов, дацитовых порфиров, гранодиорит -, и гранит-порфиров. Однако данные по петрохимии интрузий, описанных в литературе более чем 80 лет, крайне малочисленны [3], а по дайковым породам вовсе отсутствуют. Между тем на дайки керсантитов (С<sub>3</sub>) отчётливо наложено скарново-оловянно-вольфрамовое оруденение (Такфон), а на гранодиорит-порфиры (Р<sub>1</sub>) – золото-сульфидное (Чоре).

---

*Адрес для корреспонденции:* Мамадвафоев Мабатио Мамадвафоевич. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Мирзо Турсунзаде, 27, Главное управление геологии при Правительстве Республики Таджикистан.

Настоящая статья в известной степени восполняет пробел по петрохимии интрузий и, отчасти, даек (табл.1,2), что важно не только для конкретизации химического состава горных пород, но и для объективного познания химизма их ассоциаций, с которыми связаны «определенные комплексы минеральных месторождений» [4].

Петинская интрузия расположена в 0.1÷0.2 км к С-СВ от одноименного селения. Гранитоиды интрузии обнажаются в водораздельных частях долин саев Ровзир и Яфч – притоков Фан-Дарьи. Интрузия представляется субшироко вытянутым, согласно с простираем палеозойских геологических структур, штокообразным телом. Она занимает замковую часть ассиметричной антиклинали, осложненной региональным надвигом. Её протяженность – 7 км, ширина – 600÷1700 м, общая площадь – 7.5 кв. км. Она прорывает зелёные, зеленовато-серые хлорит-серицитовые сланцы разской свиты (O3rs) и кремнисто-карбонатные накопления магианской свиты (D2mg). Абсолютный возраст гранитоидов интрузии – 322±282.106 лет (K–Ar метод; А.К.Мельниченко) соответствует С3–Р1. Экзоконтактовые преобразования выражены в ороговикании, гранитизации и окварцевании терригенных пород (O3rs), мраморизации и скарнировании доломитов (D2). На расстоянии около 100 м от зоны контакта интрузии гранитоиды постепенно переходят в порфириовидные гранодиориты и плагиограниты. Непосредственная зона эндоконтакта интрузии сложена плотными мелкозернистыми кварцевыми диоритами и гранодиоритами. Они в силу магматической закалки имеют гранулитовую структуру; в периферических частях интрузии обильно содержатся различно гранитизированные ксенолиты боковых пород. Вдоль разрывов в гранитоидах развита альбитизация и хлоритизация, что приближает их к известково-щелочным сиенитам (по Р.Дэли [5]) с аномально высоким содержанием Na [3].

Кварцевые диориты по химизму не однородны. Среди них выделяются разности нормального ряда (анализ № 2) и ряда пересыщенных глиноземом (№№1,3). Первые по параметрам Q и а:с относятся к классу слабо пересыщенных кремнекислотою, группе бедных щелочами и наиболее близки к диоритам (включая кварцевые диориты), особенно – к андезитам, по Р.Дэли [5]. От диоритов (включая кварцевые диориты), по Р.Дэли, порода нормального ряда отличается большей щёлочностью, известковистостью и кремнекислотностью, при заметно меньшем количестве железо-магнезиальных компонентов. В ней Fe весьма слабо преобладает над Mg, а Na резко преобладает над K. Вторые, в свою очередь, по химизму не однородны. Среди них выделяются разности, относящиеся: 1) к классу слабо пересыщенных кремнекислотою, группе бедных щелочами (ан.№3), и 2) к классу насыщенных кремнекислотою, группе умеренно богатых щелочами пород (ан.№1). Любопытно, что первые по химизму близки андезитам (по Р.Дэли [5]), вторые же практически соответствуют сиенитам, включая щелочные их типы.



Таблица 1

## Химические составы интрузий и даек бассейна Фан-Дарьи

Компоненты	Пробы и их порядковые номера													
	1033	1039	1045	-	108/49	1018	1019	1020	1177	1028	1029	1030	1031	1032
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
SiO <sub>2</sub>	58.90	60.50	60.09	60.50	66.23	62.10	61.99	61.90	72.30	69.40	70.10	69.70	68.40	70.61
TiO <sub>2</sub>	0.72	0.74	0.76	2.04	0.50	0.62	0.58	0.66	0.11	0.22	0.20	0.28	0.29	0.32
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	18.18	17.27	18.63	15.96	15.90	16.49	16.45	16.36	14.00	16.00	15.60	15.15	15.72	15.45
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.67	0.86	0.46	3.70	0.85	0.78	0.76	1.19	0.22	0.20	0.18	0.16	0.23	0.29
FeO	4.39	4.61	4.68	3.01	3.02	3.90	3.96	3.17	2.16	2.44	2.18	2.56	2.42	2.30
MnO	0.14	0.18	0.13	0.01	0.11	0.07	0.06	0.05	0.03	0.04	0.05	0.04	0.06	0.08
MgO	2.46	2.76	2.54	0.65	1.36	1.94	1.79	1.66	0.35	0.75	1.00	1.02	1.00	1.13
CaO	2.52	5.19	4.91	3.60	3.30	3.36	3.64	3.84	1.26	1.26	0.70	1.54	1.54	1.12
Na <sub>2</sub> O	4.68	4.00	3.79	7.04	3.67	4.90	4.46	4.60	4.00	3.25	4.00	3.40	3.90	3.75
K <sub>2</sub> O	3.50	1.79	1.65	0.56	4.05	2.40	1.90	1.82	4.20	4.5	3.40	3.90	3.75	3.84
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	0.32	0.19	0.20	0.28	0.15	0.17	0.17	0.18	0.18	0.08	0.08	0.10	0.10	0.11
SO <sub>3</sub>	0.00	0.10	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
CO <sub>2</sub>	0.70	0.2	0.44	0.00	0.00	1.62	1.93	2.33	0.26	0.53	0.40	0.62	0.97	0.22
H <sub>2</sub> O	0.20	0.20	0.20	1.65	0.03	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20
П.п.п.	3.51	2.14	2.60	1.00	0.36	2.85	3.75	4.24	0.80	1.44	2.73	2.05	2.22	1.45
Σ	99.99	100.23	100.44	100.0	99.53	99.58	99.51	99.67	99.61	99.58	100.22	99.90	99.63	100.45

Таблица 1 (продолжение)

Компоненты	Пробы и их порядковые номера												
	1034	1035	1036	1037	1038	1040	1041	1042	586	602	5015	5016	5017
	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
SiO <sub>2</sub>	67.36	69.54	68.23	68.06	69.00	68.95	69.13	69.20	69.90	69.70	55.48	65.32	57.62
TiO <sub>2</sub>	0.45	0.34	0.34	0.44	0.36	0.34	0.38	0.36	0.59	0.55	0.77	0.72	0.70
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	16.82	16.10	16.45	16.32	15.91	16.36	15.45	15.45	14.52	14.35	14.43	13.71	14.16
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.06	0.23	0.12	0.03	0.12	0.24	0.16	0.35	0.45	0.24	2.38	2.31	2.19
FeO	302	2.59	2.45	3.17	2.95	2.74	3.00	2.16	2.12	2.30	2.11	1.94	1.98
MnO	0.08	0.03	0.07	0.05	0.07	0.03	0.07	0.04	0.02	0.02	0.06	0.06	0.02
MgO	1.29	0.96	0.84	1.13	1.00	0.90	1.00	0.88	1.23	0.93	3.10	2.40	1.90
CaO	1.68	1.12	1.54	3.07	2.38	1.80	1.82	1.66	1.88	1.98	3.42	4.76	3.64
Na <sub>2</sub> O	3.57	3.57	4.10	3.85	3.29	3.36	3.84	4.17	4.54	4.50	4.10	4.00	4.00
K <sub>2</sub> O	4.17	4.58	4.00	3.42	3.65	4.00	3.79	4.00	2.80	2.95	4.32	4.40	5.12
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	0.15	0.11	0.11	0.15	0.13	0.12	0.13	0.12	0.13	0.14	0.66	0.82	1.08
SO <sub>3</sub>	0.00	0.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	1.17	1.10	1.20
CO <sub>2</sub>	0.31	0.20	0.84	0.20	0.20	0.20	0.22	0.70	0.31	0.13	4.84	5.10	4.31
H <sub>2</sub> O	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.70	0.20	0.00	0.00	0.00	0.23	0.10
П.п.п.	1.84	1.43	2.20	0.62	1.26	1.63	1.73	1.80	1.40	1.86	5.91	6.90	5.72
Σ	100.49	100.52	100.45	100.31	100.12	100.47	100.50	100.09	99.58	99.52	98.41	99.44	99.37

Таблица 2

Числовые характеристики (по А.Н.Заварицкому) химических составов интрузий и даек бассейна Фан-Дарьи

Числовые характеристики	Пробы и их порядковые номера												
	1033	1039	1045	-	108/49	1018	1019	1020	1177	1028	1029	1030	1031
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
a	15.8	11.8	11.1	16.55	19.7	14.6	13.0	13.3	14.7	13.4	13.3	12.8	13.9
c	3.1	6.0	6.1	2.6	3.9	4.1	4.5	4.2	1.5	1.5	0.9	1.8	1.8
b	11.9	10.8	11.7	9.05	6.2	8.0	8.7	7.9	3.4	8.1	8.9	7.7	7.3
s	69.1	71.4	71.1	71.8	76.2	73.2	73.7	74.6	80.4	76.3	76.9	77.7	76.9
a'	23.4	-	19.2	-	-	-	9.8	-	19.6	55.7	57.4	45.2	44.0
f'	40.4	49.4	42.5	67.7	50.4	56.1	52.9	52.7	62.7	28.7	23.5	33.0	32.1
m'	36.2	46.0	38.3	12.3	36.3	41.2	36.6	36.9	17.6	15.6	18.4	21.7	23.9
c'	-	4.6	-	20.0	3.2	1.8	-	9.9	-	-	-	-	-
n	67.3	76.2	77.2	9.5	57.0	76.0	78.3	79.5	59.1	55.5	64.4	57.2	61.2
φ	4.7	7.8	3.6	35.4	19.2	8.8	8.1	14.0	3.9	1.6	1.5	1.7	1.8
t	0.9	0.9	0.9	1.9	0.5	0.8	0.8	0.9	0.1	0.3	0.3	0.3	0.4
Q	3.6	13.1	13.8	7.8	21.1	13.4	12.6	19.3	29.9	25.0	26.4	28.0	25.3
a : c	5.0	1.95	1.8	6.2	3.5	3.6	2.9	3.3	9.8	9.2	15.6	7.1	7.4

Таблица 2 (продолжение)

Числовые характеристики	Пробы и их порядковые номера													
	1032	1034	1035	1036	1037	1038	1040	1041	1042	586	602	5015	5016	5017
	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
a	13.6	13.7	14.0	14.5	13.3	12.3	12.8	13.5	14.8	13.9	14.2	16.4	16.4	17.3
c	1.3	2.0	1.3	1.9	3.7	3.9	2.1	2.1	2.0	2.2	2.4	2.3	1.6	1.4
b	5.9	9.4	8.3	7.4	5.9	5.3	8.5	7.2	5.5	5.1	4.0	12.2	12.4	10.7
s	79.2	74.9	76.4	76.2	77.1	78.4	76.6	77.2	77.7	78.8	79.4	69.1	69.4	70.5
a'	25.3	45.4	50.1	47.3	16.1	12.7	51.6	35.2	29.3	14.5	3.4	-	-	-
f'	41.4	31.2	30.6	32.7	50.6	54.4	31.2	40.7	43.9	46.0	59.3	34.7	31.8	36.7
m'	33.3	23.4	19.1	20.0	33.3	32.9	17.2	24.1	26.8	39.5	37.3	46.0	34.7	32.0
c'	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	19.1	37.0	31.3
n	60.4	56.3	54.7	61.1	62.3	57.6	56.3	60.4	61.8	71.0	69.8	59.0	58.0	54.7
φ	4.5	1.4	1.6	1.8	-	0.3	1.6	1.9	7.3	7.9	5.0	17.4	16.5	18.4
t	0.3	0.5	0.3	0.4	0.4	0.4	0.3	0.4	0.4	0.7	0.9	1.07	0.96	0.94
Q	31.0	20.5	23.6	21.6	23.4	28.1	25.6	25.2	23.9	27.6	28.0	3.1	4.6	5.1
a : c	10.1	6.9	10.6	7.7	3.6	3.1	6.0	6.3	7.4	6.3	5.9	7.3	10.2	12.3

**Примечание.** Петинская интрузия: №№ 1÷3 – кварцевый диорит (коллекция М.М.Мамадвафоева, 1984–1986 гг.); № 4 – альбитизированный кварцевый диорит (Т.Н.Иванова, 1940; цит. по [3]); № 5 – гранодиорит (Р.Б.Баратов, 1966; цит. по [3]); №№ 6÷9 – Яфчская интрузия: 6÷8 – гранодиорит-порфир, № 9 – мелкозернистый биотитовый гранит (коллекция А.Х.Хасанова, 1986 г.); №№ 10÷22 – порфировидный гранит, западный фланг Петинской интрузии (коллекция М.М.Мамадвафоева, 1984–1986 гг.); № 23 – аплитовидный лейкократовый натровый гранит-порфир, интрузия Водораздельная; № 24 – то же, р. Кумарг (правый приток Фан-Дарьи), коллекция А.Х.Хасанова; №№ 25÷27 – гранодиорит-порфиры из дайки, месторождение Чоре, штольня 7, штрек 2, рассечка 4 (коллекция М.М.Мамадвафоева, 1984–1986 гг.).

Альбитизированные кварцевые диориты (ан. № 4) относятся к классу слабо пересыщенных кремнекислотою, группе богатых щелочами пород, и близки щелочно-земельному роговообманковому сиениту, по Р.Дэли [5]. Отличие от сравниваемой породы состоит в небольшом преобладании щелочности и кремнекислотности при несколько меньшем количестве полевошпатовой извести и железомagneзиальных компонентов. Рассматриваемая порода характеризуется более чем пятикратным преобладанием Fe над Mg и небольшим преобладанием Na над K.

Гранодиориты (ан. № 5) относятся к классу пересыщенных кремнекислотою, группе бедных щелочами пород. По параметрам Q и a:c близки к стандартному составу гранодиорита, особенно же – дацита, по Р.Дэли [5]. От гранодиорита, по Р.Дэли, исследуемая порода отличается небольшим преобладанием валовой щелочности и кремнекислотности при меньшем количестве полевошпатовой извести и железо-магнезиальных компонентов. Она характеризуется резким преобладанием железо-магнезиальных компонентов над полевошпатовой известью и небольшим преобладанием Na над K.

Порфириовидные граниты по усредненным числовым характеристикам своих химических составов (a=12.6; c=2.0; b=7.9; s=77.0; a'=39.6; f'=34.1; m'=23.8; n=59.2; φ=2.1; t=0.4; Q=25.2; a:c=7.8) принадлежат к классу пород, пересыщенных кремнекислотою, группе умеренно богатых щелочами, и близки к щелочно-земельному граниту, по Р.Дэли [5]. Их различие состоит в преобладании в исследуемых гранитах железо-магнезиальных компонентов и слабо пониженном количестве щелочей, полевошпатовой извести и кремнекислоты. В названных гранитах Fe преобладает над Mg и Na над K, что обусловлено, очевидно, наложенной их альбитизацией.

Яфчская интрузия расположена на левом борту р. Яфч, – притока р. Дуоба, в 2.5÷3 км от её устья. Два небольших её западных штокообразных выхода сложены биотитовыми крупнозернистыми гранитами, мелкозернистыми биотитовыми и биотит-амфиболовыми гранодиоритами и гранодиорит-порфирами. Восточный шток сложен биотитовыми и двуслюдяными гранитами и гранодиоритами. По химизму среди гранодиорит-порфиров выделяются разности нормального и пересыщенные глиноземом рядов. И те, и другие относятся к классам от слабо до пересыщенных кремнекислотою, группе бедных щелочами пород и наиболее близки кварцевым латитам, по Р.Дэли [5]. Биотитовые граниты относятся к классу пересыщенных кремнекислотою, группе богатых щелочами, ряду пересыщенных глиноземом пород и близки составу докембрийских гранитов, особенно – риолитов, по Р.Дэли [5]. Для них характерно преобладание Fe над Mg и Na над K.

Водораздельная интрузия в небольшом штоке обнажается в приводораздельной части р. Кумарг – правого притока Фан–Дарьи. Слагающие её аплитовидные лейкократовые гранит-порфиры относятся к классу пород, пересыщенных кремнекислотою, группе умеренно богатых щелочами. Они весьма близки к составу докембрийского гранита, по Р.Дэли [5]. Для них характерно небольшое преобладание железа над магнием при заметном превышении Na над K.

Гранодиорит-порфиры даек относятся к породам нормального ряда, классу насыщенных кремнекислотою, группе богатых щелочами, подгруппе лейкократовой. Порода

близка к сиенитам, включая щелочные их типы, по Р. Дэли [5]. Для неё характерно слабое преобладание Mg над Fe, но заметное – Na над K. Последняя особенность породы обусловлена её наложенной альбитизацией.

Наложённое на дайки гранодиорит-порфиров золото-сульфидное оруденение (К.А.Харькевич и др, 1986), а на керсантитовые дайки – скарново-оловянно-вольфрамовое (В.Н.Гаврилова, 1940), по-видимому, характеризует парагенетическую связь даек и оруденения; последнее генетически, вероятнее всего, связано с гранитоидными интрузиями района.

Полученные по интрузиям и, отчасти, дайкам сравнительно полные петрохимические данные позволили не только конкретизировать петрографический тип магматических пород, но и выявить детали их химизма, что важно в понимании петрогенезиса этих пород и металлогении, связанной с ними. Целесообразно дальнейшее более полное исследование магматических пород района, особенно жильно-магматических образований, и их взаимоотношений с постмагматическим оруденением.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Мамадвафоев М.М., Хасанов А.Х., Кривошекова Н.И., Ниезов А.С. Раннепермский магматизм и ртутно-сурьмяное оруденение Зеравшано-Гиссарского рудного пояса. – Душанбе: Научно-производственный центр «Недра», 2010, 136 с.
2. Азим Иброхим, Мамадвафоев М.М., Джанобилов М.Д., Фахрутдинов Р.С. Зеравшано-Гиссарский горнопромышленный регион Таджикистана: геология и минеральные ресурсы. – М.: Издательский дом «Руда и металлы», 2012, 344 с.
3. Хасанов А.Х. – В сб.: Вопросы геологии Таджикистана. – Душанбе: Межвузовская типография при ТГУ им. В.И.Ленина, 1975, с.119-197.
4. Заварицкий А.Н. Введение в петрохимию изверженных горных пород. – М.-Л.: Изд. АН СССР, 1950, 400 с.
5. Четвериков С.Д. Руководство к петрохимическим пересчётам. – М.: Госгеолтехиздат, 1956, 246 с.

М.М.МАМАДВАФОЕВ

#### ОИДИ ПЕТРОКИМИЁИ ТАШКИЛЁФТАҶОИ МАГМАТИКИИ ВОДИИ ФОН-ДАРЁ (ҚАТОРКУҶИ ЗАРАФШОН)

##### *Саридораи геологияи назди Ҳукумати Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Дар мақола бори аввал далелҳои пурратар оиди петрокимии чинсҳои магматикии инверсионӣ ( $C_{2-3}$ ) ва қисман орогении ( $P_1$ ) водии Фон-Дарё, ки дар ҳамфаззоӣ бо маъданҳои тилло-сулфидӣ ва скарн-нодирметаллӣ (W, Sn) воমেхуранд, оварда шудаанд.

**Калимаҳои калидӣ:** қаторкуҳи Зарафшон, води Фон-Дарё, чинсҳои магматикӣ, гранитоидҳо, гранодиорит-порфирҳо, керсантитҳо, маъданшавӣ, петрокимӣ.

M.M.MAMADVAFOEV

**ON PETROCHEMICAL MAGMATIC FORMATIONS  
OF FAN-DARYA RIVER BASIN (ZERAVCHAN RIDGE)**

*General Directorate of Geology under the Government of the Republic of Tajikistan*

For the first time the material contains data on petrochemistry of inversion (C2–3), and partially orogenic (P1), magmatic rocks of Fan-Darya basin, terrestrially associated with gold-sulphide skarn-rare metal (W, Sn) are given.

**Key words:** Zerafshan ridge, Fan-Darya Basin, magmatic rocks, granitoids, grandiorite-porphyry, kersantites, ore formation, petrochemistry.

УДК 563.12:551.73

А.А.САБИРОВ

КЛАССИФИКАЦИЯ И ФИЛОГЕНИЯ ПАЛЕОЗОЙСКИХ ИЗВЕСТКОВЫХ  
ФОРАМИНИФЕР ОТРЯДА EARLANDIIDA

*Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии*

*АН Республики Таджикистан*

*Поступила в редакцию 16.11.2015 г.*

*На основе анализа опубликованной литературы и изучения палеозойских известковых фораминифер Тянь-Шаня разработана новая система отряда Earlandiida, а также приведена схема предполагаемых филогенетических связей семейств и родов, включенных в состав отряда.*

**Ключевые слова:** фораминиферы, отряд *Earlandiida*, систематика, филогения, палеозой.

В 1952 г. Е.В.Быковой [1], а в 1954 г. Е.А.Рейтлингер [2] были описаны новые роды девонских фораминифер *Paratikhinella* и *Tikhinella*, объединившие виды с известковой секреторной стенкой и однорядным и прямолинейным расположением псевдокамер или камер.

В 1955 г. Р.Каммингс (R.Cummings) [3] также установил в каменноугольных отложениях филогенетически связанные роды с однорядным прямолинейным строением известковой секреторной раковины – *Earlandia*, *Earlandinella* и *Earlandinita*, которые были включены в состав нового семейства Earlandiidae. Формы, отнесенные к первому роду, до этого необоснованно включались в состав рода *Hyperammia* Brady, 1878, имеющего агглютинированную стенку. Виды, отнесенные к *Earlandinella* и *Earlandinita*, по всем систематическим признакам соответствуют видам из родов *Paratikhinella* и *Tikhinella*, отличаюсь лишь более крупными размерами и более молодым возрастом.

Позднее [4] было установлено семейство Caligellidae, также объединившее роды с биморфной раковинной с однорядным и прямолинейным расположением камер: *Caligella*, *Vaituganella*, *Evlania*, *Paracaligella*, в состав которого были включены также *Paratikhinella*

---

**Адрес для корреспонденции:** Сабиров Абдувахид Абдухамидович. 734063, Республика Таджикистан, Душанбе, ул. Айни, 267, Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии АН РТ. E-mail: svakhid@mail.ru



и *Tikhinella*. А.Р.Лёблик и Е.Тэппен (Loeblich and Tappan) [5] включили род *Paratikhinella* в состав семейства Earlandiidae, понизив ранг последнего до подсемейства. Б.В.Поярков [6] дополнительно включил в состав семейства Caligellidae роды *Archaelagena*, *Earlandia* и *Petchorina*.

Е.А.Рейтлингер [7] роды *Paratikhinella* и *Tikhinella* отнесла к семейству Earlandiidae, основываясь на их близкой филогенетической связи с родом *Earlandia*, от которого в результате появления признака зачаточной септации сначала произошел первый род, а затем, в результате развития настоящих септ вместо псевдосепт, – второй.

Позднее Б.В.Поярков [8] несколько видоизменил предложенную им ранее систематику семейства Caligellidae. Род *Tikhinella*, на основе анализа изменчивости формы раковин, отнесен к нодозаридам, хотя у него отсутствует характерный для последних второй – радиально-лучистый слой стенки. Роды *Earlandia* и *Paratikhinella*, вслед за А.Р.Лёбликом и Е.Тэппен [5], рассматриваются им в составе ирландиид, причем и калигеллид и ирландиид, характеризующихся известковой секреторной стенкой, он включил в надсемейство Hippostrerpioidea Rumbler, 1895, до этого объединявшее лишь агглютинирующие формы.

Р.Кониль и П.Лонгестай (Conil et Longerstaey in Conil et all.) [9] семейство Caligellidae относят к надсемейству Parathuramminacea в составе подотряда Fusulinina, а семейство Earlandiidae – к надсемейству Endothyracea. Позднее А.Р.Лёблик и Е.Тэппен [10, 11] также придают большую самостоятельность ирландиидам, исключив их из состава надсемейства Parathuramminacea и поместив в Endothyracea. Семейства Caligellidae и вновь выделенное Paratikhinellidae они включают в надсемейство Moravamminacea. Еще одно новое семейство Earlandinitidae необоснованно включено в состав надсемейства Nodosinellacea вместе с нодозинеллидами, имеющими совершенно иное строение стенки. Типами этих новых семейств послужили роды *Paratikhinella* и *Earlandinita*. Однако, как было отмечено выше, первый род филогенетически связан с родом *Earlandia* и является старшим синонимом *Earlandinella*, а второй является синонимом рода *Tikhinella*, также филогенетически связанного с *Earlandia* и *Paratikhinella*. Поэтому выделение этих семейств мы считаем неудачным.

В [12] классификация семейств Paratikhinellidae и Earlandinitidae по [10] была принята за основу новой систематики, в которой оба семейства включены в новый отряд Earlandinitida. Отличием является выделение новых подсемейств Juferevellinae и Paratikhinellinae в составе семейства Paratikhinellidae и исключение из Earlandinitidae рода *Tikhinella*, включенного в подсемейство Paratikhinellinae.

В работе автора [13] семейства Earlandiidae и Caligellidae включены в один таксон в ранге подотряда Earlandiina, как имеющие одинаковый план строения раковины, отличающий их от родов подотряда Parathuramminina. Позднее [12], с учетом тенденции повышения таксономического ранга фораминифер, ранг подотряда был повышен до отряда

Earlandiida, в составе которого позднее дополнительно выделено новое семейство Darjellidae Sabirov [14]

Из приведенного краткого обзора истории изучения известковых фораминифер с однорядно прямолинейным планом строения раковин становится очевидным, что единой общепринятой систематики этой группы до сих пор не существует. Поэтому ниже предлагается новая систематика отряда Earlandiida с характеристикой включенных в его состав семейств, учитывающая последние новые данные, а также приводится схема предполагаемых филогенетических связей семейств и родов.

#### ОТРЯД EARLANDIIDA CUMMINGS, 1955

(nom. transl. Sabirov, 1993 ex Earlandiidae Cummings, 1955)

*Earlandiina*: Сабиров, 1987, с. 69.

*Earlandiida*: Сабиров, 1993, с. 39.

**Д и а г н о з.** Раковины свободные трубчатые, чаще всего с обособленной начальной камерой, трубчатая часть не подразделенная, либо посредством пережимов, переломов, псевдосепт и септ подразделена на нерегулярные или правильные псевдокамеры или камеры. Стенка микрогранулярная, иногда грубозернистая, однородная или пористая. Устье на конце трубчатой части.

**З а м е ч а н и я.** Отличительный признак отряда – трубчатое однорядно-прямолинейное строение раковины и наличие конечного устья.

**С о с т а в.** Семейства Earlandiidae, Caligellidae, Darjellidae и Juferevellidae.

**В о з р а с т.** Ордовик-пермь.

#### СЕМЕЙСТВО CALIGELLIDAE REITLINGER, 1959

*Caligellidae*: Рейтлингер 1959 в: Основы палеонтологии..., 1959, с. 175-176; Loeblich et Tarpan, 1964, p. 316, 1984, p. 19; 1988, p. 208 (part.); Пронина, 1978, с. 5, табл.; Поярков, 1969, с. 136 (part.); 1979, с. 55 (part.); Сабиров, 1987, с.69; 1993, с. 40.

**Д и а г н о з.** Раковины с округлой или угловато-округлой начальной камерой, иногда не обособленной, и второй трубчатой камерой неправильных очертаний, нерегулярно подразделенной пережимами, переломами стенки раковины или псевдосептами. Стенка раковины однослойная микрогранулярная, редко грубозернистая, иногда пористая. Устье простое или центральное на конце трубки.

**З а м е ч а н и я.** В [12, с. 40] к данному семейству условно был отнесен род с двухслойной стенкой *Eocaligella* T. Pronina, 1980 [15, с. 58], у которого стенка раковины аналогична стенке эонодозариид с микрогранулярным внутренним слоем и радиально-лучистым (фиброзным) внешним. Придавая строению и структуре стенки большое таксо-

номическое значение, автор предполагал, что еокалигеллы могут быть предками еонодозарий. Этой точки зрения автор придерживается и сейчас, однако до более детального исследования этого вопроса, включает еокалигелл условно в *Incertae sedis*.

Из состава семейства в понимании Б.В.Пояркова [8, с. 55-58] исключены роды, не имеющие конечного устья и трубчатого строения (*Baituganella*, *Petchorina*), а также роды *Evlania* Е.Вукоча, 1952 и *Proninella* Reitlinger, 1971, включенные в данное семейство А.Лёбликом и Е.Тэппэн [5, с. 316], так как они имеют иное строение стенки. В настоящее время последний род большинство исследователей относят к известковым водорослям. Род *Paracaligella* Lipina, 1955 рассматривается как синоним рода *Caligella* Antropov, 1950.

**С о с т а в.** Роды *Caligella* Antropov, 1950; *Glubokoevella* Т. Pronina, 1970; *Paracaligelloides* Reitlinger, 1965. Первый род отличается от остальных непористой стенкой, а последний – толстой грубозернистой стенкой с включениями агглютинированного материала.

**В о з р а с т.** Силур-карбон.

#### СЕМЕЙСТВО EARLANDIIDAE CUMMINGS, 1955

Earlandiidae: Cummings, 1955, p. 227; Меннер и Рейтлингер, 1971, с. 33; Browne et Pohl, 1973, p. 196; Поярков, 1979, с. 58; Loeblich et Tappan, 1984, p. 18; 1988, p. 198; Сабинов, 1987, с. 69; 1993, с. 40.

Earlandiaceae: Loeblich et Tappan, 1982, p. 28; 1984, p. 18; 1988, p. 198.

Earlandiinae: Pokorny, 1958, p. 169; Loeblich et Tappan, 1964, p. 317; 1984, p. 18.

Caligellidae (part.): Поярков, 1969, с. 136.

Nodosariinae (part.): Поярков, 1979, с. 74.

Paratikhinellidae: Loeblich et Tappan, 1982, p. 29 (nom. nud.); 1984, p. 19; 1988, p. 209-210 (part.); Справочник..., 1993, с. 42 (part.).

Paratikhinellinae: Справочник..., 1993, с. 42.

Moravamminidae (part.): Perit, Perit, 1975, p. 138.

**Д и а г н о з.** Раковины правильные трубчатые, обычно с обособленной округлой или сферической начальной камерой, трубчатая часть не подразделенная или состоит из однорядной серии возрастающих псевдокамер или камер, отделенных друг от друга короткими псевдосептами или септами с простым отверстием посередине. Стенка микрогранулярная, иногда с включениями более грубых зерен кальцита, однородная, редко пористая.

**З а м е ч а н и я.** В составе семейства выделяется филогенетический ряд родов, развивавшихся в направлении выработки однорядного многокамерного строения раковины у двухкамерных трубчатых форм – *Earlandia* – *Paratikhinella* – *Tikhinella*, что было отмечено Е.А.Рейтлингер [7, с. 33], которая роды *Paratikhinella* и *Tikhinella* отнесла к семей-

ству Earlandiidae, основываясь на их близкой филогенетической связи с родом *Earlandia*. Также в одно семейство Earlandiidae ранее Р.Каммингом [3, с. 227] помещены роды *Earlandia*, *Earlandinella* и *Earlandinita*.

Последние два рода являются младшими синонимами родов *Paratikhinella* Reitlinger, 1954 и *Tikhinella* Е.Вукова, 1952, так как их диагнозы и изображения идентичны [13, с. 69]. Отличием описанных Р.Каммингом форм является их более позднее распространение в каменноугольных отложениях и более крупные размеры, что не является признаком родового ранга.

В [12, с. 42-43] роды *Paratikhinella* и *Tikhinella* оторваны от рода *Earlandia* и помещены в семейство Paratikhinellidae [10, с. 19] в составе вновь установленного отряда Earlandinitida. При этом род *Earlandinella* помещен в синонимику рода *Paratikhinella*, а филогенетически связанный с ним род *Earlandinita* помещен в состав другого семейства Earlandinitidae, что совершенно нелогично. Кроме рода *Earlandinita*, в состав последнего включены роды *Darjella* Malakhova, 1963 и *Lugtonia* Cummings, 1955, которые нами рассматриваются в составе нового семейства Darjellidae (см. ниже).

Род *Grozdilovella*, включенный в [12, с. 41] в состав Earlandiidae, нами из состава семейства исключен, так как относится не к биморфным формам со второй трубчатой камерой, а к однокамерным с одним устьем, подобным паралагенам из семейства паратурамминид, но отличающимся от них строением стенки.

Выделение семейства Earlandinitidae Loeblich et Tappan, 1984 [10, с. 19] в составе надсемейства Nodosinellacea Rhumbler, 1895, объединяющего однорядно-многокамерных фораминифер с двухслойной стенкой, внешний слой которой микрогранулярный, а внутренний – фиброзный (радиально-лучистый), некорректно. Автор продолжает придерживаться прежней точки зрения на систематику ирландиид, отраженной в его работе [13, с. 69].

Отнесение рода *Tikhinella* Е. Вукова, 1952 к подсемейству Nodosariinae Б.В.Поярковым [8, с. 74] также некорректно, учитывая строение стенки у последнего.

**С р а в н е н и е.** В отличие от семейства Caligellidae Reitlinger, 1959, объединяющего формы с неправильно-трубчатыми раковинами, не деформированные представители ирландиид имеют более правильные биморфные трубчатые раковины, обладающие осью симметрии высшего порядка.

**С о с т а в.** Роды *Earlandia* Plummer, 1930 с подродом *E.(Quasiearlandia)* Brazhnikova, 1973; *Magnitella* Malakhova, 1975; *Oldella* Т. Pronina, 1968; *Paratikhinella* Reitlinger, 1954; *Tikhinella* Е. Вукова, 1952.

**В о з р а с т.** Ордовик-пермь.

Таблица сравнения семейств и родов отряда Earlandiida

Семейства	Роды	Форма раковины	Начальная камера	Форма камер	Поперечное сечение	Поперечное подразделение трубчатой части	Продольные перегородки	Устья	Стенка
Caligellidae	<i>Caligella</i>	неправильно-трубчатая с изгибами	обособленная округлая, часто неправильная	неправильная	округлое	неравномерные переломы, пережимы, псевдосепты	нет	простое отверстие на конце трубки	м/г, непористая
	<i>Glubokoevella</i>								м/г, пористая
	<i>Paracaligelloides</i>								грубозернистая, толстая
Earlandiidae	<i>Earlandia</i>	удлиненная правильная, однорядно-прямолинейная	одноосная симметрия высшего порядка	нет камер	округлое	неподразделенная	нет	простое отверстие на конце трубки	м/г, непористая
	<i>Magnitella</i>								тол.
	<i>Oldella</i>								тон.
	<i>Paratikhinella</i>								однослойная
	<i>Tikhinella</i>								
Darjellidae	<i>Darjella</i>	обособленная сферическая и округлая или неособоленная	правильная	нет камер	округлое	короткие псевдосепты	нет	круглое центральное	однослойная
	<i>Lugtonia</i>								
Juferevellidae	<i>Juferevella</i>	удлиненная правильная, однорядно-прямолинейная	одноосная симметрия высшего порядка	правильная	округлое	равномерно расположенные септы	нет	круглое центральное в виде «шейки»	однослойная
	<i>Frondilina</i>								
		2-3-осная сим.	шарообразная и овальная	правильная	двух- и трехлопастное	септы под углом к боковой поверхности, дугообразно изогнутые	нет	круглое центральное	доп. светлый внутренний вторичный слой

Примечания к таблице: м/г – микрогранулярная, сим. – симметрия, п. – пористая, тол. – толстая, тон. – тонкая, доп. – дополнительный.

#### СЕМЕЙСТВО DARJELLIDAE SABIROV, 2014

*Earlandinitidae*: Loeblich et Tappan, 1984, p. 19 (part.); 1988, p. 210 (part.); Справочник..., 1993, с. 44 (part.).

*Darjellidae*: Сабиров, 2014, с. 236-237.

Д и а г н о з. Раковины состоят из серии однорядно расположенных сферических или угловато-округлых камер, сообщающихся между собой устьевыми отверстиями, расположенными внутри «шейки» или в середине септальной поверхности предыдущей камеры. Камеры постепенно возрастают в высоту и ширину по мере прерывистого роста. Стенка раковины известковая однослойная микрогранулярная, иногда с неравномерно расположенными включениями агглютинированных частиц из органического детрита.

С р а в н е н и е. Морфологически дарьеллиды близки к реофацидам (сем. *Reorhacidae* Cushman, 1910), отличаясь известковой секреторной раковиной.

З а м е ч а н и я. Представители семейства отличаются от ирландиид характером подразделения раковины на камеры. У последних камера трубчатая, не подразделенная или подразделенная псевдосептами или септами, отходящими перпендикулярно от внутренней поверхности к центру раковины, а рост раковины происходит непрерывно и равномерно. У дарьеллид же «шейка» или септальная поверхность предыдущей камеры образуется в результате загиба окончания её стенки к центру раковины, а следующая камера образуется в результате последующего причленения её стенки к стенке предыдущей камеры ниже септальной поверхности предыдущей, то есть рост раковины у них прерывистый. Очевидно, что различные способы образования камер у представителей обоих семейств связаны с генетически отличными механизмами деятельности известьевыделяющих аппаратов, поэтому выделение нового семейства вполне обосновано [14].

Так как *Earlandinita* Cummings, 1955, являющийся номинативным родом семейства *Earlandinitidae*, является синонимом рода *Tikhinella* E. Vukova, 1952, данное семейство, в состав которого в [12, с. 44] включены роды дарьеллид, является не легитимным.

С о с т а в. Роды *Darjella* Malakhova, 1963 и *Lugtonia* Cummings, 1955. Отличаются они строением устьев и межкамерных отверстий. У первого они расположены внутри «шейки», а у второго – в середине септальной поверхности в виде простого круглого отверстия.

В о з р а с т. Нижний и средний карбон.

#### СЕМЕЙСТВО JUFEREVELLIDAE RAUSER, REITLINGER ET SABIROV, 1993 (nom. transl. Sabirov, 2014 ex Juferevellinae Rauser, Reitlinger et Sabirov, 1993)

Juferevellinae: Справочник..., 1993, с. 43.

Incertae family: Задорожный, 19876, с. 50.

Juferevellidae: Сабиров, 2014, с. 75.

Д и а г н о з. Раковины одноосные однорядные с камерами, образованными с помощью поперечных септ, иногда с вторичными продольными перегородками, двух- или трехосные, быстро расширяющиеся в начальной части и медленно в остальной части раковины. Стенка раковины двухслойная, внешний слой темный микрогранулярный, внутренний – светлый, «радиально-исчерченный», вероятно, вторичного происхождения.

З а м е ч а н и я. Номинальный род семейства В.М.Задорожным [16] включался в Incertae family. В отряд Earlandiida Cummings, 1955 данное семейство включено условно, так как исследователи указывают наличие в стенке раковины дополнительного внутреннего [16] или внешнего [17, 18] светлого непостоянного слоя, происхождение и таксономическое значение которого пока не совсем ясно и, вероятно, имеет вторичное происхождение.

С о с т а в. Роды *Juferevella* Zador., 1987 и *Frondilina* E. Vykova, 1952.

В о з р а с т. Франский ярус верхнего девона.

### Филогенетические связи семейств и родов отряда Earlandiida

Семейства Caligellidae и Earlandiidae, по-видимому, имеют общие корни, начинающиеся в кембрии. Первые представители ирландиид известны из раннего ордовика Таласского хребта, а последние – из перми тетической области. Калигеллиды известны с начала позднего силура до конца раннего карбона, но, возможно, они появились намного раньше, еще в кембрии, так как имеют более низкий уровень организации – более примитивную несимметричную трубчатую часть раковины, в то время как у раковин ирландиид она имеет совершенную форму с осью симметрии высшего порядка. В начале позднего силура от калигелл произошли глубоковеллы, а в начале фамена – паракалигеллоидесы.

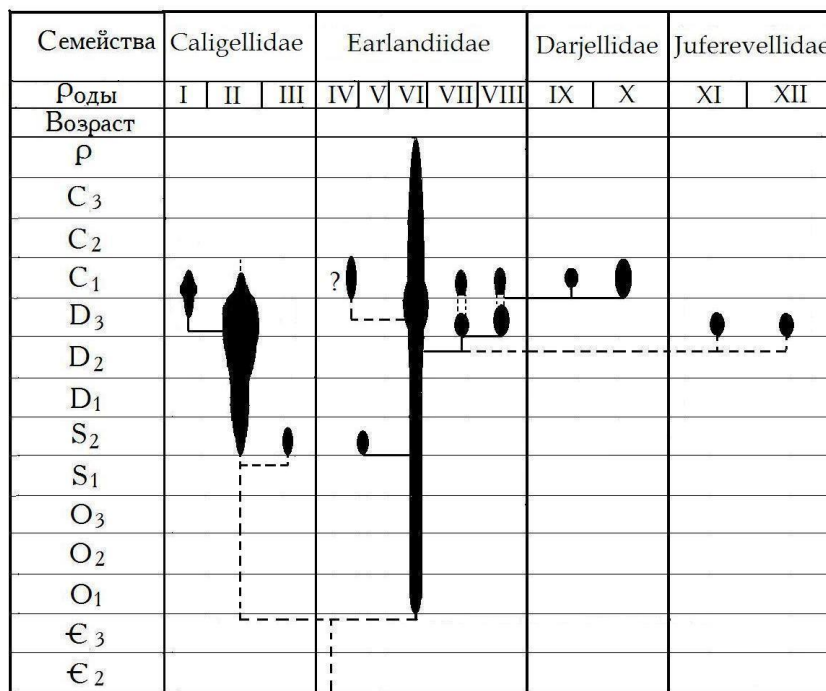


Рис. Предполагаемые филогенетические взаимоотношения фораминифер отряда Earlandiida.  
Роды: I – *Paracaligelloides*; II – *Caligella*; III – *Glubokoevella*; IV – *Gigasbia*; V – *Oldella*; VI – *Earlandia*; VII – *Paratikhinella*; VIII – *Tikhinella*; IX – *Darjella*; X – *Lugtonia*; XI – *Frondilina*; XII – *Juferevella*.

На рубеже раннего и позднего силура от ирландий, по-видимому, произошли олделлы, которые очень быстро вымерли, а в начале карбона – гигасбии. Во франском веке за счет приобретения признака подразделения трубчатой части раковин ирландий поперечными перпендикулярными псевдосептами или септами произошли паратихинеллы и тихинеллы. В это же время от ирландий, по-видимому, произошли юферевеллиды (юферевеллы и фрондилины). У первых, кроме поперечной септации трубчатой камеры, развивалась и радиальная продольная септация.

Три из четырех перечисленных франских родов вымерли в конце века, и только род *Tikhinella* в раннем фамене представлен одним видом.

По-видимому, от тихинелл произошли также дарьеллиды (дарьеллы и лугтонины) в результате перехода от непрерывного роста раковины к прерывистому. Время их существования ограничено нижним карбоном.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Быкова Е.В. Фораминиферы девона Русской платформы и Приуралья. – Микрофауна СССР. – Л.: Гостоптехиздат, 1952, вып. 5, с. 5-64.
2. Рейтлингер Е.А. Девонские фораминиферы некоторых разрезов восточной части Русской платформы. – ВНИГРИ. Палеонтологический сборник 1. – М.: Гостоптехиздат, 1954, № 1, с. 52-81.
3. Cummings R.H. *Nodosinella* Brady, 1876 and associated Upper Paleozoic genera. – *Micropaleontology*, 1955, v. 1, № 3, pp. 221-238.
4. Основы палеонтологии. Т. 1. Общая часть. Простейшие. – М.: АН СССР, 1959, 482 с.
5. Loeblich A.R., Tappan H. Treatise on invertebrate paleontology. Pt. C. Protista 2. Sarcodina. Chiefly "Thecamoebians" and Foraminifera. – N.Y.: Univ. Kans. press, 1964, 900 p.
6. Поярков Б.В. Стратиграфия и фораминиферы девонских отложений Тянь-Шаня. – Фрунзе: Илим, 1969, 169 с.
7. Меннер В.В., Рейтлингер Е.А. Провинциальная особенность фораминифер среднего и позднего девона севера Сибирской платформы. – *Вопр. микропалеонтологии*, 1971, вып. 14, с. 25-38.
8. Поярков Б.В. Развитие и распространение девонских фораминифер. – М.: Наука, 1979, 172 с.
9. Conil R., Longerstaey P.J., Ramsbottom W.H.C. *Materiaux pour l'étude micropaleontologique du Dinantien de Grande-Bretagne*. – *Mem. de l'Inst. Geol. de L'Université de Louvain*, 1979, t. XXX, 187 p.
10. Loeblich A.R., Tappan H. Suprageneric classification of the Foraminifera (Protozoa). – *Micropaleontology*, 1984, v. 30, № 1, pp. 1-70.
11. Loeblich A.R., Tappan H. Foraminiferal genera and their classification. – N.Y., (1987)1988, 970 p.+847 pl.
12. Справочник по систематике мелких фораминифер палеозоя. / М.В.Вдовенко, Д.М.Раузер-Черноусова, Е.А.Рейтлингер, А.А.Сабиров (при участии Л.П.Гроздиловой). – М.: Наука, 1993, 126 с.
13. Сабиров А.А. О систематике и таксономическом ранге паратурамминидей (фораминиферы). – *Вопр. микропалеонтологии*. – М.: Наука, 1987, вып. 29, с. 60-70.
14. Сабиров А.А. Новое семейство каменноугольных фораминифер. – *ДАН РТ*, 2014, т. 57, № 3, с. 235-239.



15. Петрова Л.Г., Пронина Т.В. Фораминиферы силура и нижнего девона восточного склона Северного и Среднего Урала – Девон и карбон азиатской части СССР. – Новосибирск: Наука, 1980, с. 43-62.
16. Задорожный В.М. Новый род палеозойских фораминифер (верхний фран, северо-западная окраина Кузнецкого бассейна). – Микрофауна и биостратиграфия фанерозоя Сибири и смежных регионов. – Новосибирск: Наука СО, 1987, с. 64-67.
17. Mamet B.L., Plafker G. A Late Devonian (Frasnian) microbiota from the Farewell-Liman Hills area, west-central Alaska – Geol. Surv. Canada Prof. Pap. A, 1982, № 1216, pp. A1-A12.
18. Mamet B.L., Naisse F., Peres S. and Preat A. Frondilina tailferensis n. sp. un foraminifere nouveau du Frasnian de la Belgique. – Bull. de la Societe Belge de Geologue, 1985, t. 94, fasc. 4, pp. 269-271.

А.А.СОБИРОВ

## ТАСНИФОТ ВА ТАҲАВВУЛОТИ ФОРАМИНИФЕРАҶОИ ПАЛЕОЗОИИ ОҶАКИИ ГУРҶҲИ EARLANDIIDA

*Институти геология, сохтмони ба заминчунбии тобовар ва сейсмологияи  
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Дар асоси таҳлили адабиёти нашршудаи ҷаҳонӣ ва маълумотҳои муаллиф таснифоти нави фораминифераҳои гурӯҳи Earlandiida кор карда шуда, тақлиф шудааст ва нақшаи таҳаввулоти онҳо сохта шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** фораминифераҳо, Earlandiida, таснифот, таҳаввулот, палеозой.

A.A.SABIROV

## THE TAXONOMY AND PHYLOGENESIS OF THE PALEOZOIC CALCAREOUS FORAMINIFERA OF THE ORDER EARLANDIIDA

*Institute of Geology, Earthquake Engineering and Seismology,  
Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

In the article on the basis of analysis of the word literature and author's research the taxonomy of the order Earlandiida has been worked out and its phylogenetic diagram constructed.

**Key words:** foraminifera, Earlandiida, taxonomy, phylogenesis, Paleozoic.

ПАМЯТИ УЧЁНОГО

**МАГАЛИМ АКРАМОВИЧ СУБХАНКУЛОВ**

**(11.04.1920 – 10.09.1976)**



В 2015 году исполнилось бы 95 лет со дня рождения крупному советскому математику, заведующему кафедрой теории функций и математического анализа Таджикского государственного университета им. В.И.Ленина, доктору физико-математических наук, профессору Магалиму Акрамовичу Субханкулову.

Его жизнь оборвалась в 1976 г. на 56-м году жизни. Он много сделал для развития математической науки Таджикистана, будучи у истоков данной науки.

М.А.Субханкулов родился 11 апреля 1920 г. в селе Старое Куручево Баклинского района Башкирской АССР. В 1936 г. окончил рабфак и поступил работать учителем начальной школы в Чиракинском районе Узбекской ССР. В 1940 г. был призван в ряды

Советской Армии, участвовал в Великой Отечественной Войне. После тяжелого ранения в 1943 г. и возвращения с фронта М.А.Субханкулов продолжает учебу в Бухарском пединституте, а затем в Узбекском госуниверситете. После окончания университета был оставлен для обучения в аспирантуре, которую он успешно закончил в 1950 г.

С 1954 г. деятельность М.А.Субханкулова неразрывно связана с Таджикским госуниверситетом, где он работал деканом факультета, заведующим кафедрой теории функций и математического анализа. М.А.Субханкулов уделял много времени и внимания преподаванию и подготовке научных кадров.

В 1963 г. М.А.Субханкулов защищает докторскую диссертацию на тему «Тауберovy теоремы и их применение» при Математическом институте им. В.А.Стеклова АН СССР. В 1964 г. ему было присвоено звание профессора.

Научные работы Магалима Акрамовича Субханкулова посвящены исследованию граничных значений степенных рядов с арифметическими коэффициентами с применением их к решению аддитивных задач теории чисел. Несколько работ посвящены прямым и обратным аддитивным задачам, исследованию вопроса о распределении нулей целой функции и быстроты сходимости и суммируемости ортогональных рядов. В последнее время им велась интенсивная научная работа по получению теорем типа Фату и Таубера для рядов и кратных рядов, интегралов и комплексных тауберовых теорем для преобразований Стильтеса с учетом применения их к исследованию сходимости ортогональных рядов.

Основным направлением научно-исследовательской работы М.А.Субханкулова явилась разработка теории тауберовых теорем с остаточным членом и их применение.

Согласно Норберту Винеру под «тауберовыми теоремами» понимают предложение, дающее условия («тауберовы условия»), при которых из существования предела для средних значений функций определенного класса при одном способе осреднения, зависящем от некоторого параметра, вытекает существование того же предела при другом способе осреднения, также зависящем от параметра. В более общем случае: по известному асимптотическому поведению средних функций некоторого класса при одном способе осреднения (зависящем от параметра) можно судить об асимптотическом поведении средних значений тех же функций при другом способе осреднения. Именно такую обобщенную и уточненную трактовку проблемы содержат работы М.А.Субханкулова, посвященные тауберовым теоремам.

Теоремы, полученные М.А.Субханкуловым, весьма разнообразны, они расширяют и углубляют предмет исследования в различных направлениях. Опубликованные им результаты уже нашли интересные применения: в спектральной теории (в работах Б.М.Левитана), в теории чисел (в работах Б.М.Левитана и А.В.Малышева), в теории массового обслуживания (в работах Э.Г.Самандарова) и т.д.

М.А.Субханкуловым получены интересные результаты по применению теорем типа Фату с остаточным членом к исследованиям быстроты сходимости и суммируемости сопряженных рядов Фурье, кратных тригонометрических рядов и сопряженных им кратных рядов для широкого класса функций.

Им опубликовано около 60 научных статей и монография «Тауберовы теоремы с остатком».

М.А.Субханкулов вел большую общественную работу, он являлся членом Методического совета по математике при Министерстве высшего и среднего специального образования СССР, много лет был председателем Научно-технического совета при Министерстве народного образования Таджикской ССР и членом Ученого совета Таджикского государственного университета им. В.И.Ленина.

За большие заслуги в воспитании молодого поколения ученых и научную деятельность Магалим Акрамович Субханкулов был награжден медалью «За доблестный

труд», знаком «Отличник высшей школы СССР», трижды знаком «Отличник народного образования Таджикской ССР», грамотой Министерства народного образования Таджикской ССР.

Магалим Акрамович был человеком прекрасной души, человеком, общение с которым всегда доставляло радость. Друзья и коллеги, ученики и все знавшие Магалима Акрамовича надолго сохранят память о нём как о неутомимом ученом и педагоге.

Л.Г.Михайлов, Н.Раджабов, З.Д.Усманов,  
Ф.В.Срумова, Дж.Камолиддинов

Редакция и корректура – Н.Г.Сапожников

---

---

Сдано в набор 08.01.2016 г. Подписано в печать 22.01.2016 г.  
Печать офсетная. Формат 70×100 1/16. Гарнитура Times. Усл. печ. л.8. Заказ № \_\_\_\_.  
Тираж 300 экз.

---

---

*Адрес редколлегии: 734025, Душанбе, пр.Рудаки, 33, каб. 47.  
Тел.:2-21-62-64. E-mail: danrt@mail.ru  
Издательство «Дониш»: 734029, Душанбе, ул.Айни, 121, корп.2.*

---