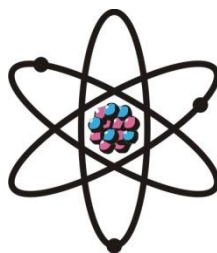


ОТДЕЛЕНИЕ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ, ХИМИЧЕСКИХ,  
ГЕОЛОГИЧЕСКИХ И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Журнал основан  
в январе 1952 г.



№ 2 (163)  
2016 г.

---

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

**С.О.Одинаев** – главный редактор, академик, доктор физико-математических наук, профессор; **Кохирова Г.И.** – зам.главного редактора, доктор физико-математических наук; **Н.Г.Сапожников** – ответственный секретарь; **Х.М.Ахмедов** – академик, доктор химических наук; **П.Б.Бабаджанов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **И.Н.Ганиев** – академик, доктор химических наук, профессор; **М.И.Илолов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **Р.М.Марупов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **У.М.Мирсаидов** – академик, доктор химических наук, профессор; **Х.Х.Муминов** – член-корреспондент, доктор физико-математических наук, профессор; **С.Х.Негматуллаев** – академик, доктор технических наук; **Н.Р.Раджабов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **Ф.Рахими** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **З.Х.Рахмонов** – член-корреспондент, доктор физико-математических наук, профессор; **З.Д.Усманов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **А.Р.Файзиев** – член-корреспондент, доктор геолого-минералогических наук, профессор; **Д.Х.Халиков** – академик, доктор химических наук, профессор.

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

<b>М.Ш.Шабозов, М.Р.Лангаршоев.</b> О наилучших линейных методах приближения некоторых классов аналитических функций в пространствах Харди и Бергмана .....	7
<b>К.Тухлиев.</b> О наилучшем приближении некоторых классов свёрток.....	20
<b>М.Г.Юмагулов, М.К.Арабов.</b> Признаки бифуркации Андронова-Хопфа для динамических систем, содержащих негладкие нелинейности .....	31

## **ФИЗИКА**

- Р.Х.Саидов.** Термодинамические свойства сплавов гальфан I и гальфан II, легированных редкоземельными металлами ..... 40
- Ш.Туйчиев, Д.Рашидов, У.Шоимов, Л.Туйчиев, Ш.Акназарова.** Изменение надмолекулярной морфологии эластомеров при внешних воздействиях ..... 47

## **ТЕХНИКА**

- Х.С.Каримов, Х.М.Ахмедов, Ф.А.Халид, И.Муртаза, М.Мехран Башир, Н.Фатима, Х.Заман, Д.Мирза, М.У.Хан.** Изготовление струйным принтером электронных приборов на основе органических материалов ..... 57

## **СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА**

- Д.Н.Низомов, И.Каландарбеков, И.И.Каландарбеков.** Расчёт неразрезных балок от действия динамических нагрузок методом сосредоточенных деформаций ..... 63

## **АНАЛИТИЧЕСКАЯ ХИМИЯ**

- Р.У.Вахобова, А.М.Зарипова, Г.Ч.Хамзаева, Г.Ф.Рачинская, Г.М.Бобиев, Д.Н.Пачаджанов.** Определение серебра в координационных соединениях с изолейцином и триптофаном методом инверсионной вольтамперометрии ..... 69

## **НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ**

- А.С.Курбонов, П.М.Ятимов, З.Т.Якубов, Э.Д.Маматов, А.М.Баротов.** Сравнительная оценка хлорного и уксуснокислотного разложения данбуритового концентрата ..... 76

## **ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ**

- У.М.Мирсаидов, М.Ю.Акрамов, А.Бадалов.** Изучение влияния обработки гидрида алюминия различными кислотами на его термическую стабильность ..... 81
- Ю.Я.Валиев, Х.Сафиев, Х.Э.Бобоев, Т.С.Маджидов, Дж.А.Раджабова.** Физико-химический анализ минерального сырья месторождения Зидды ..... 88

## **СЕЙСМОЛОГИЯ**

- Р.У.Джураев, Б.К.Олимов.** Вахдатское землетрясение 10 ноября 2013 года ..... 94

## **ГИДРОТЕХНИКА И МЕЛИОРАЦИЯ**

- А.Кадамов, И.И.Икромов.** Стратификация и подвижность аллювиальных песков реки Пяндж на примере Вахана Ишкашимского района ГБАО ..... 103

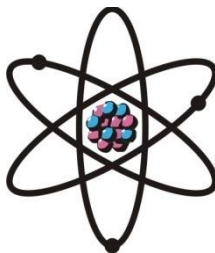
## **ПАМЯТИ УЧЕНОГО**

- Шараф Мавлонович Мавлонов (05.06.1935 – 31.03.2016)** ..... 111

- НОВЫЕ КНИГИ** ..... 114

**ШҮЪБАИ**  
**ИЛМҲОИ ФИЗИКАЮ МАТЕМАТИКА,**  
**ХИМИЯ, ГЕОЛОГИЯ ВА ТЕХНИКА**

Маҷалла аз моҳи  
январӣ соли 1952  
нашр мешавад



№ 2 (163)  
с. 2016

**ҲАЙАТИ ТАҲРИРИЯ:**

**С.О.Одинаев** – сармуҳаррир, академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор;  
**Кохирова Г.И.** – муовини сармуҳаррир, академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор;  
**Н.Г.Сапожников** – котиби масъул; **Ҳ.М.Ахмедов** – академик, доктори илми химия;  
**Р.Б.Бобочонов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор;  
**И.Н.Ғаниев** – академик, доктори илми химия, профессор; **М.И.Илолов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Р.М.Маърупов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Ҷ.М.Мирсаидов** – академик, доктори илми химия, профессор;  
**Ҳ.Ҳ.Муминов** – узви вобаста, доктори илмҳои физикаю математика, профессор;  
**С.Х.Неъматуллоев** – академик, доктори илмҳои техника; **Ф.Раҳимӣ** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **З.Ҳ.Раҳмонов** – узви вобаста, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Н.Р.Рачабов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **З.Ҷ.Усмонов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор;  
**А.Р.Ғайзиев** – узви вобаста, доктори илмҳои геология ва минералогия, профессор;  
**Ҷ.Х.Холиқов** – академик, доктори илми химия, профессор.

**МУНДАРИҶА**

**МАТЕМАТИКА**

<b>М.Ш.Шабозов, М.Р.Лангаршоев.</b> Оиди методҳои наздиккунии хатии бехтарини баъзе синфи функсияҳои аналитикӣ дар фазоҳои Хардӣ ва Бергман .....	7
<b>Қ.Тухлиев.</b> Дар бораи наздикшавии бехтарини баъзе синфҳои печониш .....	20
<b>М.Г.Юмагулов, М.Қ.Арабов.</b> Нишонаҳои бифуркатсияи Андронови-Хопф барои системаҳои динамикии дорои элементҳои ғайрисуфтаи ғайрихаттидошта .....	31

**ФИЗИКА**

<b>Р.Х.Саидов.</b> Хосиятҳои термодинамикии бо металлҳои нодирзаминӣ чавҳаронидаи ҳулаҳои галфан I ва галфан II.....	40
--	----

**Ш.Туйчиев, Д.Рашидов, У.Шоимов, Л.Туйчиев, Ш.Акназарова.** Тағйири морфологияи боломолекулии эластомерҳо таҳти таъсири омилҳои берунӣ..... **47**

#### **ТЕХНИКА**

**Ҳ.С.Каримов, Ҳ.М.Ахмедов, Ф.А.Халид, И.Муртаза, М.Меҳран Башир, Н.Фатима, Х.Заман, Д.Мирза, М.У.Хан.** Бо принтери струини сохтани асбобҳои электронӣ дар асоси нанотрубаҳои карбонӣ ..... **57**

#### **МЕХАНИКАИ БИНОКОРӢ**

**Ҷ.Н.Низомов, И.Қаландарбеков, И.И.Қаландарбеков.** Ҳисоби болорҳои бефосила аз таъсири қувваҳои динамикӣ бо методи мутамарказкунии деформатсияҳо..... **63**

#### **ХИМИЯИ АНАЛИТИКӢ**

**Р.У.Ваҳобова, А.М.Зарипова, Г.Ҷ.Ҳамзаева, Г.Ф.Рачинская, Ғ.М.Бобиев, Д.Н.Почочонов.** Бо усули волтамперометрияи инверсионӣ муайян кардани микдори нукра дар пайвастаҳои координатсионӣ бо изолейтсин ва триптофан .. **69**

#### **ХИМИЯИ ҒАЙРИОРГАНИКӢ**

**А.С.Курбонов, П.М.Ятимов, З.Т.Ёкубов, Э.Д.Маматов, А.М.Баротов.** Баҳодиҳии муқоисавии таъзияи концентрати данбуритӣ бо хлор ва кислотаи сирко ..... **76**

#### **ХИМИЯИ ФИЗИКАВӢ**

**Ӯ.М.Мирсаидов, М.Ю.Ақрамов, А.Бадалов.** Омӯзиши таъсири коркарди ҳидриди алюминий бо кислотаҳои гуногун ба устувории ҳароратии он..... **81**

**Ю.Я.Валиев, Ҳ.Сафиев, Х.Э.Бобоев, Т.С.Мачидов, Ҷ.А.Рачабова.** Таҳлили физикавӣ-химиявӣ маъданҳои кони Зиддӣ ..... **88**

#### **СЕЙСМОЛОГИЯ**

**Р.У.Ҷӯраев, Б.К.Олимов.** Заминчунбии ваҳдат 10 ноябри соли 2013 ..... **94**

#### **ГИДРОТЕХНИКА ВА МЕЛИОРАТСИЯ**

**А.Қадамов, И.И.Икромов.** Стратификатсия ва тағйирпазирии реҒҳои аллювиалии дарёи Панҷ дар мисоли Ваҳони ноҳияи Ишкошими ВМКБ ..... **103**

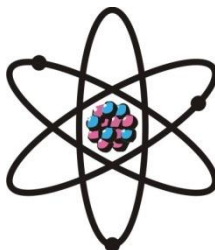
#### **ӢДБУДИ ОЛИМ**

**Шараф Мавлонович Мавлонов (05.06.1935 – 31.03.2016)** ..... **111**

**КИТОБҲОИ НАВ**..... **114**

**DEPARTMENT OF  
PHYSICAL, MATHEMATICAL, CHEMICAL,  
GEOLOGICAL AND TECHNICAL SCIENCES**

The journal was established  
in January 1952



*№ 2 (163)*  
*2016*

---

**EDITORIAL BOARD**

Prof. **Saidmukhammad Odinaev**, Doctor of Physical and Mathematical, Editor-in-Chief; **Gulchekhra Kokhirova**, Doctor of Physical and Mathematical, Deputy Editor-in-Chief; **Nikolay Sapozhnikov**, Secretary; **Khakim Akhmedov**, Doctor of Chemistry; Prof. **Pulat Babadzhanov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Abdulkhak Faysiev**, Doctor of Geology and Mineralogy; Prof. **Mamadsho Ilolov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Izatullo Ganiev**, Doctor of Chemistry; Prof. **Dzhuraboy Khalikov**, Doctor of Chemistry; Prof. **Rakhim Marupov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Ulmas Mirsaidov**, Doctor of Chemistry; Prof. **Khikmat Muminov**, Doctor of Physical and Mathematical; **Sabit Negmatullaev**, Doctor of Engineering; Prof. **Nusrat Rajabov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Farhod Rakhimi**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Zarullo Rakhmonov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Zafar Usmanov**, Doctor of Physical and Mathematical.

**CONTENTS**

**MATHEMATICS**

- M.Sh.Shabozov, M.R.Langarshoev.** On the best linear method of approximation of some classes of analytic functions in Khardi and Bergman spaces ..... **7**
- K.Tukhliev.** Of the best approximation of certain classes of folds ..... **20**
- M.G.Yumagulov, M.K.Arabov.** Signs of Andronov-Hopf bifurcation for a dynamic system comprising a nonsmooth nonlinearity ..... **31**

**PHYSICS**

- R.H.Saidov.** Thermodynamic properties of alloys galfan I and galfan II doped with rare earth metals ..... **40**
- Sh.Tuichiev, D.Rashidov, U.Shoimov, L.Tuichiev, Sh.Aknazarova.** The change of supramolecular morphology of elastomers under influence of external factors ..... **47**

## **TECHNICS**

- Kh.S.Karimov, Kh.M.Akhmedov, F.A.Khalid, I.Murtaza, M.Mehran Bashir, N.Fatima, H.Zaman, D.Mirza, M.U.Khan.** Fabrication by inkjet printer of electronic devices on the base of organic materials ..... **57**

## **STRUCTURAL MECHANICS**

- J.N.Nizomov, I.Kalandarbekov, I.I.Kalandarbekov.** Calculation of continuous beams of action of dynamic loads supported by concentrated deformation method ..... **63**

## **ANALYTIC CHEMISTRY**

- R.U.Vakhobova, A.M.Zaripova, G.Ch.Khamzaeva, G.F.Rachinskaia, G.M.Bobiev, D.N.Pachadjanov.** Silver definition in coordination connections with isoleucine and tryptophan by inversion voltammetry method ..... **69**

## **INORGANIC CHEMISTRY**

- A.S.Kurbonov, P.M.Yatimov, Z.T.Yakubov, E.D.Mamatov, A.M.Barotov.** Comparative evaluation of chloric and acetic acid decomposition of danburite concentrate ..... **76**

## **PHYSICAL CHEMISTRY**

- U.M.Mirsaidov, M.Yu.Akramov, A.Badalov.** Study of effects of the treatment of aluminum hydride with various acids at its thermal stability ..... **81**
- Yu.Ya.Valiev, H.Safiev, H.E.Boboev, T.S.Majidov, J.A.Rajabova.** Physical and chemical analysis of kaolin clay of the ziddi deposits ..... **88**

## **SEISMOLOGY**

- R.U.Juraev, B.K.Olimov.** Vahdats earthquake at 10 november 2013 ..... **94**

## **HYDRAULIC ENGINEERING AND LAND RECLAMATION**

- A.Qadamov, I.I.Ikromov.** Stratification and mobility of water deposited sands in Vakhsh Ishkashim Tajikistan ..... **103**

## **MEMORY OF SCIENTIST**

- Sharaf Mavlonovich Mavlonov (05.06.1935 – 31.03.2016)** ..... **111**

- NEW BOOKS** ..... **114**

УДК 517.5

М.Ш.ШАБОЗОВ, М.Р.ЛАНГАРШОЕВ\*

О НАИЛУЧШИХ ЛИНЕЙНЫХ МЕТОДАХ ПРИБЛИЖЕНИЯ НЕКОТОРЫХ  
КЛАССОВ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В ПРОСТРАНСТВАХ  
ХАРДИ И БЕРГМАНА

*Институт математики им. А.Джураева АН Республики Таджикистан,*

*\*Таджикский национальный университет*

*Поступила в редакцию 16.05.2016 г.*

*В банаховых пространствах Харди и весовом пространстве Бергмана найдены точные значения бернштейновских, колмогоровских, гельфандовских и линейных  $n$ -поперечников классов аналитических в единичном круге функций, у которых усреднённые с весом модули непрерывности  $r$ -ых производных мажорируются заданной функцией, удовлетворяющей некоторым ограничениям*

**Ключевые слова:** наилучшие линейные методы приближения, модуль непрерывности, пространства Харди и Бергмана, мажоранта,  $n$ -поперечники.

1. Пусть  $X$  – произвольное банахово пространство;  $S$  – единичный шар в  $X$ ;  $\Lambda_n \subset X$  – произвольное подпространство размерности  $n$ ;  $\Lambda^n \subset X$  – линейное подпространство коразмерности  $n$ ;  $\mathcal{L}(f, \Lambda_n)$  – линейный непрерывный оператор, переводящий  $X$  в  $\Lambda_n$ . Через  $E(f, \Lambda_n)_X$  обозначим наилучшее приближение функции  $f \in X$  элементами  $\varphi \in \Lambda_n$ :

$$E(f, \Lambda_n)_X = \inf \{ \|f - \varphi\|_X : \varphi \in \Lambda_n \},$$

а через

$$\mathcal{E}(f, \mathcal{L}(f, \Lambda_n))_X = \|f - \mathcal{L}(f, \Lambda_n)\|_X$$

---

**Адрес для корреспонденции:** Шабозов Мирганд Шабозович. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/4, Институт математики им. А.Джураева АН РТ.  
E-mail: shabozov@mail.ru

обозначим уклонение функции  $f \in X$  от линейного непрерывного оператора  $\mathcal{L}(f, \Lambda_n)$  в метрике пространства  $X$ . Для центрально-симметричного множества  $\mathfrak{M} \subset X$  полагаем

$$E(\mathfrak{M}, \Lambda_n)_X \stackrel{\text{def}}{=} \sup\{E(f, \Lambda_n)_X : f \in \mathfrak{M}\},$$

$$\mathcal{E}(\mathfrak{M}, \mathcal{L}(f, \Lambda_n))_X \stackrel{\text{def}}{=} \sup\{\mathcal{E}(f, \mathcal{L}(f, \Lambda_n))_X : f \in \mathfrak{M}\}.$$

Величины

$$b_n(\mathfrak{M}; X) = \sup\{\sup\{\varepsilon > 0 : (\varepsilon S \cap \Lambda_{n+1}) \subset \mathfrak{M}\} : \Lambda_{n+1} \subset X\}, \quad (1)$$

$$d^n(\mathfrak{M}; X) = \inf\{\sup\{\|f\|_X : f \in \mathfrak{M} \cap \Lambda^n\} : \Lambda^n \subset X\}, \quad (2)$$

$$d_n(\mathfrak{M}; X) = \inf\{E(\mathfrak{M}, \Lambda_n)_X : \Lambda_n \subset X\}, \quad (3)$$

$$\delta_n(\mathfrak{M}; X) = \inf\{\inf\{\mathcal{E}(\mathfrak{M}, \mathcal{L}, \Lambda_n)_X : \mathcal{L} : X \rightarrow \Lambda_n\} : \Lambda_n \subset X\} \quad (4)$$

соответственно называют бернштейновским, гельфандовским, колмогоровским, линейным  $n$ -поперечниками. Между указанными величинами выполняются соотношения [1,2]:

$$b_n(\mathfrak{M}; X) \leq \frac{d_n(\mathfrak{M}; X)}{d^n(\mathfrak{M}; X)} \leq \delta_n(\mathfrak{M}; X). \quad (5)$$

Если существует подпространство  $\tilde{\Lambda}_{n+1} \subset X$ , для которого достигается внешняя верхняя грань в (1), то оно называется экстремальным для  $b_n(\mathfrak{M}, X)$ . Подпространство  $\Lambda_n^* \subset X$  коразмерности  $n$ , такое, что

$$d^n(\mathfrak{M}; X) = \sup\{\|f\|_X : f \in \mathfrak{M} \cap \Lambda_n^*\},$$

называют экстремальным для гельфандовского  $n$ -поперечника (2). Если существует подпространство  $\Lambda_n^* \subset X$ , на котором достигается нижняя грань в (3), то такое подпространство называют экстремальным подпространством для  $d_n(\mathfrak{M}; X)$ . При этом очевидно, что

$$d_n(\cdot; X) = E(\cdot, \Lambda_n^*)_X.$$

Если существует линейный оператор  $\mathcal{L}^* : X \rightarrow \Lambda_n^*$ , для которого

$$\delta_n(\mathfrak{M}; X) = \mathcal{E}(\mathfrak{M}, \mathcal{L}^*, \Lambda_n^*)_X,$$



то его называют наилучшим линейным методом приближения множества  $\mathfrak{M}$  в пространстве  $X$ , а  $\Lambda_n^*$  – экстремальным подпространством для линейного  $n$ -поперечника (4).

2. В пространствах Харди  $H_q$ ,  $q \geq 1$  и Бергмана  $\mathcal{B}_{q,\gamma}$ ,  $q \geq 1$  с весом  $\gamma \geq 0$  вопросы вычисления точных значений различных  $n$ -поперечников некоторых классов аналитических в единичном круге функций и построения наилучших линейных методов приближения рассматривались, например, в монографиях [1, 2] и работах [3-12, 14-18]. Здесь мы продолжим исследование в этом направлении и вычислим точные значения всех перечисленных выше  $n$ -поперечников классов аналитических в единичном круге функций  $W_a^{(r)}X(\Phi, \mu)$ ,  $r \in \mathbb{N}$ ,  $\mu \geq 1$  ( $X$  есть пространство  $H_q$ , либо весовое пространство Бергмана  $\mathcal{B}_{q,\gamma}$ ), у которых усредненные с весом модули непрерывности  $r$ -ых производных по аргументу мажорируются заданной функцией  $\Phi$ , удовлетворяющей некоторым определённым естественным ограничениям.

Пусть  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{R}_+$ ,  $\mathbb{C}$  – соответственно множество натуральных, положительных и комплексных чисел;  $U_\rho := \{z \in \mathbb{C} : |z| < \rho\}$  – круг радиуса  $\rho$  ( $0 < \rho \leq 1$ ),  $U_1 = U$ ;  $A(U_\rho)$  – множество аналитических в круге  $U_\rho$  функций.

Для произвольной  $f \in A(U_\rho)$  положим

$$M_q(f; \rho) = \left( \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |f(\rho e^{it})|^q dt \right)^{1/q}, \quad 1 \leq q \leq \infty,$$

где интеграл понимается в смысле Лебега. При  $q = \infty$  будем предполагать функцию  $f(z)$  непрерывной в замкнутом круге  $\bar{U}_\rho := \{z \in \mathbb{C} : |z| \leq \rho\}$ . Символом  $H_q$ ,  $1 \leq q \leq \infty$  обозначим банахово пространство Харди, состоящее из функций  $f \in A(U)$ , для которых конечна норма

$$\|f\|_q := \|f\|_{H_q} = \lim_{\rho \rightarrow 1-0} M_q(f; \rho). \quad (6)$$

Хорошо известно, что норма (6) реализуется на угловых граничных значениях  $f(t) := f(e^{it})$  функций  $f \in H_q$ . Символом  $H_{q,\rho}$  ( $1 \leq q \leq \infty$ ,  $0 < \rho \leq 1$ ,  $H_{q,1} \equiv H_q$ ) обозначим пространство Харди функций  $f \in A(U_\rho)$ , для которых  $\|f(z)\|_{q,\rho} \stackrel{\text{def}}{=} \|f(\rho z)\|_q < \infty$ . Для любого  $r \in \mathbb{N}$  через  $f_a^{(r)}(z)$  обозначим производную  $r$ -го порядка функции  $f \in A(U)$  по аргументу комплексного переменного  $z = \rho \exp(it)$ . При этом

$$f_a^{(1)}(z) := \frac{\partial f(z)}{\partial t} = \frac{df(z)}{dz} \cdot \frac{\partial z}{\partial t} = f'(z)zi \text{ и } f_a^{(r)}(z) = \{f_a^{(r-1)}(z)\}_a^{(1)}, \quad r \geq 2.$$

Под  $H_{q,a}^{(r)}$  будем понимать класс функций  $f \in A(U)$ , у которых  $f_a^{(r)} \in H_q$ ,  $q \geq 1$ .

Через  $\mathcal{L}_q \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{L}_q(U)$ ,  $1 \leq q < \infty$  обозначим банахово пространство комплекснозначных в круге  $U$  функций  $f$ , имеющих конечную норму

$$\|f\|_q = \left( \frac{1}{2\pi} \iint_{(U)} |f(z)|^q dx dy \right)^{1/q} = \left( \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \int_0^{2\pi} \rho |f(\rho e^{it})|^q d\rho dt \right)^{1/q},$$

где интеграл понимается в смысле Лебега.

Пусть  $\gamma(|z|) \geq 0$  – некоторая измеримая не эквивалентная нулю функция, суммируемая на множестве  $U$ . Через  $\mathcal{L}_{q,\gamma} \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{L}_{q,\gamma}(U)$ ,  $1 \leq q < \infty$  обозначим множество комплекснозначных функций  $f$ , для которых  $\gamma^{1/q} f \in \mathcal{L}_q(U)$ ,  $\|f\|_{\mathcal{L}_{q,\gamma}} = \|\gamma^{1/q} f\|_{\mathcal{L}_q}$ . Под  $\mathcal{B}_{q,\gamma} \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{B}_{q,\gamma}(U)$ ,  $1 \leq q < \infty$  понимаем банахово пространство  $f \in A(U)$  таких, что  $f \in \mathcal{L}_{q,\gamma}$ . При этом

$$\|f\|_{\mathcal{B}_{q,\gamma}} = \left( \int_0^1 \rho \gamma(\rho) M_q^q(f, \rho) d\rho \right)^{1/q}.$$

В частном случае, когда  $\gamma \equiv 1$ , пространство  $\mathcal{B}_q := \mathcal{B}_{q,1}$  является обычным пространством Бергмана. Символом  $\mathcal{B}_{q,\gamma,\rho}$  ( $1 \leq q \leq \infty$ ,  $0 < \rho \leq 1$ ,  $\mathcal{B}_{q,\gamma,1} \equiv \mathcal{B}_{q,\gamma}$ ) обозначим пространство функций  $f \in A(U_\rho)$ , для которых  $\|f(z)\|_{\mathcal{B}_{q,\gamma,\rho}} \stackrel{\text{def}}{=} \|\gamma^{1/q} f(\rho z)\|_{\mathcal{B}_{q,\gamma}} < \infty$ , а под  $\mathcal{B}_{q,\gamma,a}^{(r)}$  будем понимать класс функций  $f \in A(U)$ , у которых  $f_a^{(r)} \in \mathcal{B}_{q,\gamma}$ ,  $1 \leq q \leq \infty$ . В [14] доказано, что по сравнению с  $\mathcal{B}_q$  пространство  $\mathcal{B}_{q,\gamma}$  позволяет изучать функции  $f \in A(U)$  с менее жесткими ограничениями на их поведение вблизи границы окружности  $\Gamma := \{\zeta \in \mathbb{C} : |\zeta| = 1\}$ . Очевидно, что  $H_q \subset \mathcal{B}_q \subset \mathcal{B}_{q,\gamma}$ ,  $1 \leq q < \infty$ . Под  $X := X(U)$  будем понимать любое из вышеприведённых банаховых пространств  $H_q$ ,  $\mathcal{B}_{q,\gamma}$ , а  $X_\rho := X_\rho(U)$  означает  $H_{q,\rho}$  или  $\mathcal{B}_{q,\gamma,\rho}$ . Аналогичным образом под  $X_a^{(r)} := X_a^{(r)}(U)$  будем понимать  $H_{q,a}^{(r)}$ , либо  $\mathcal{B}_{q,\gamma,a}^{(r)}$ , а  $X_{\rho,a}^{(r)}$  есть  $H_{q,\rho,a}^{(r)}$ , либо  $\mathcal{B}_{q,\gamma,\rho,a}^{(r)}$ .

Для произвольной функции  $f \in X(U)$  запишем модуль непрерывности

$$\omega(f; 2t)_X = \sup \left\{ \| f(ze^{ih}) - f(ze^{-ih}) \|_X : |h| \leq t \right\}.$$

Обозначим через  $\mathcal{P}_n$  множество комплексных алгебраических полиномов

$$p_n(z) = \sum_{k=0}^n a_k z^k \quad (n \in \mathbb{N}, a_k \in \mathbb{C})$$

степени  $n$ , а равенством

$$E_n(f)_X = E(f, \mathcal{P}_n)_X \stackrel{\text{def}}{=} \inf \left\{ \| f - p_n \|_X : p_n \in \mathcal{P}_n \right\}$$

определим наилучшее приближение функции  $f \in X(U)$  элементами  $\mathcal{P}_n$ .

Пусть  $\Phi(u)$  – положительная неубывающая функция, определённая для  $u \geq 0$  и удовлетворяющая условию  $\lim_{u \rightarrow 0} \Phi(u) = \Phi(0) = 0$ . Используя функцию  $\Phi$  в качестве мажоранты, для произвольных  $\mu \geq 1$ ,  $h \in (0, \pi]$  и любых  $r \in \mathbb{N}$  введём в рассмотрение класс функций

$$W_a^{(r)} X(\Phi, \mu) = \left\{ f \in X_a^{(r)} : \frac{1}{h} \int_0^h \omega(f_a^{(r)}; 2t)_X \left[ 1 + (\mu^2 - 1) \sin \frac{\pi t}{2h} \right] dt \leq \Phi(h) \right\}.$$

В работах [16, 17], соответственно при  $X = H_q$  и  $X = \mathcal{B}_{q,\gamma}$  доказано, что если при заданном  $\mu \geq 1$  и любых  $h \in (0, \pi]$ ,  $n \in \mathbb{N}$  мажоранта  $\Phi$  удовлетворяет условию

$$\frac{\Phi(h)}{\Phi(\pi / (2\mu n))} \geq \frac{\pi}{2\mu} \int_0^1 (\sin nht)_* \left[ 1 + (\mu^2 - 1) \sin \frac{\pi t}{2} \right] dt, \quad (7)$$

то при любых  $n, r \in \mathbb{N}$  справедливы равенства

$$\begin{aligned} b_n \left( W_a^{(r)} X(\Phi; \mu); X(U) \right) &= d_n \left( W_a^{(r)} X(\Phi; \mu); X(U) \right) = \\ &= E_{n-1} \left( W_a^{(r)} X(\Phi; \mu) \right)_{X(U)} = \frac{\pi}{4\mu n^r} \Phi \left( \frac{\pi}{2\mu n} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

При этом условие (7) выполняется, например, для мажоранты  $\Phi_*(h) = h^\alpha$ , где

$$\alpha := \alpha(\mu) = \left( \frac{\pi}{2\mu} \right)^2 \int_0^1 t \cos \left( \frac{\pi t}{2\mu} \right) \left[ 1 + (\mu^2 - 1) \sin \left( \frac{\pi t}{2} \right) \right] dt. \quad (9)$$

Из равенства (9) вытекает, что  $\alpha(1) = (\pi/2) - 1$ ,  $\lim\{\alpha(\mu) : \mu \rightarrow \infty\} = 1$  и при всех значениях  $\mu \in [1, \infty)$  имеет место неравенство  $(\pi/2) - 1 \leq \alpha(\mu) \leq 1$ . Распространим результат, полученный в (8), на более общее пространство  $X_\rho$ , следуя при этом схеме доказательства аналогичных утверждений, приведённой в работах [16, 17].

**Теорема 1.** Пусть при заданном  $\mu \geq 1$  и любых  $n \in \mathbb{N}$  мажоранта  $\Phi$  удовлетворяет ограничению (7). Тогда для произвольных  $n, r \in \mathbb{N}$  и любых  $\rho \in (0, 1]$  имеют место равенства

$$\begin{aligned} b_n(W_a^{(r)}X(\Phi; \mu); X_\rho(U)) &= d_n(W_a^{(r)}X(\Phi; \mu); X_\rho(U)) = \\ &= E_{n-1}(W_a^{(r)}X(\Phi; \mu))_{X_\rho(U)} = \frac{\pi\rho^n}{4\mu n^r} \Phi\left(\frac{\pi}{2\mu n}\right). \end{aligned} \quad (10)$$

Результат, приведённый в теореме 1, справедлив также для гельфандовского и линейного  $n$ -поперечников. Каждой функции

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k(f) z^k \in X(U),$$

где  $c_k$  – коэффициенты Тейлора функции  $f$ , сопоставим линейный полиномиальный оператор  $(n-1)$ -й степени

$$\mathcal{L}_{\rho, r-1}(f, \mathcal{P}_n; z) = c_0 + \sum_{k=1}^{n-1} \mu_{k, \rho, r-1} c_k(f) z^k, \quad (11)$$

где

$$\mu_{k, \rho, r-1} \stackrel{\text{def}}{=} 1 - \rho^{2(n-k)} \left(\frac{k}{2n-k}\right)^{r-1} \left\{ 1 - \gamma_{k, n} \left(1 - \frac{k^2}{(2n-k)^2}\right) \right\}, \quad k = \overline{1, n-1},$$

$$\gamma_{k, n} \stackrel{\text{def}}{=} n\mu \int_0^{\pi/(2n)} \cos kx \cos nx dx, \quad k = \overline{1, n-1}.$$

**Теорема 2.** Если мажоранта  $\Phi$  при любых  $\mu \geq 1$ ,  $n \in \mathbb{N}$  и  $h \in (0, \pi]$  удовлетворяет ограничению (7), то для любых  $n, r \in \mathbb{N}$  и  $\rho \in (0, 1]$  справедливы равенства

$$\lambda_n(W_a^{(r)}X(\Phi; \mu); X_\rho(U)) = E_{n-1}(W_a^{(r)}X(\Phi; \mu))_{X_\rho(U)} =$$

$$= \mathcal{E}\left(W_a^{(r)} X(\Phi; \mu), \mathcal{L}_{\rho, r-1}, \mathcal{F}_{n-1}\right)_{X_\rho(U)} = \frac{\pi \rho^n}{4 \mu n^r} \Phi\left(\frac{\pi}{2 \mu n}\right), \quad (12)$$

где  $\lambda_n(\cdot)$  – любой из  $n$ -поперечников  $b_n(\cdot)$ ,  $d^n(\cdot)$ ,  $d_n(\cdot)$ , либо  $\delta_n(\cdot)$ .

Следуя [11], символом  $\mathcal{F}_{n-1}$  обозначим  $n$ -мерное подпространство, порождённое базисом

$$\varphi_k(z) = \left\{ 1 - \left( \frac{k}{2n-1} \right)^{r-1} \left[ 1 - \gamma_{k,n} \left( 1 - \left( \frac{k}{2n-1} \right)^2 \right) \right] |z|^{2(n-k)} \right\} z^k, \\ k = 0, 1, \dots, n-1; r \in \mathbb{N}.$$

Для произвольной функции  $f \in X(U)$  полагаем

$$\mathcal{L}_{r-1}(f, \mathcal{F}_{n-1}; z) = \sum_{k=0}^{n-1} c_k(f) \varphi_k(z).$$

В принятых обозначениях справедлива следующая

**Теорема 3.** Для любых  $\mu \geq 1$ ,  $r, n \in \mathbb{N}$  справедливы равенства

$$\lambda_n\left(W_a^{(r)} X(\Phi; \mu); \mathcal{L}_{q,\gamma}\right) = \bar{\lambda}_n\left(W_a^{(r)} X(\Phi; \mu); \mathcal{F}_{q,\gamma}\right) = \\ = \mathcal{E}\left(W_a^{(r)} X(\Phi; \mu), \mathcal{L}_{r-1}, \mathcal{F}_{n-1}\right)_{\mathcal{F}_{q,\gamma}} = \\ = \frac{\pi}{4 \mu n^r} \Phi\left(\frac{\pi}{2 \mu n}\right) \left( \int_0^1 \rho^{nq+1} \gamma(\rho) d\rho \right)^{1/q}, \quad 1 \leq q \leq \infty, \quad (13)$$

где  $\lambda_n(\cdot)$  – любой из  $n$ -поперечников  $b_n(\cdot)$ ,  $d^n(\cdot)$ ,  $d_n(\cdot)$ ,  $\delta_n(\cdot)$ , а  $\bar{\lambda}_n(\cdot)$  – один из  $n$ -поперечников  $d^n(\cdot)$ , либо  $b_n(\cdot)$ .

В самом деле, повторяя буквально схему рассуждений доказательства теоремы 2 работы [11, с.1161], убедимся, что для произвольной функции  $f \in W^{(r)} H_q(\Phi; \mu)$  имеет место неравенство

$$M_q(f - \mathcal{L}_{r-1}(f, \mathcal{F}_{n-1}); \rho) \leq \frac{\pi \rho^n}{4 \mu n^r} \Phi\left(\frac{\pi}{2 \mu n}\right). \quad (14)$$

Возведя обе части неравенства (14) в степень  $q$  ( $1 \leq q \leq \infty$ ), затем, умножая на  $\rho\gamma(\rho)$  и интегрируя по  $\rho$  в пределах от 0 до 1, с учётом определения пространства  $\mathcal{B}_{q,\gamma}$ , запишем

$$\begin{aligned} & \mathcal{E}\left(W_a^{(r)}X(\Phi;\mu), \mathcal{L}_{r-1}, \mathcal{P}_{n-1}\right)_{\mathcal{B}_{q,\gamma}} \leq \\ & \leq \frac{\pi}{4\mu n^r} \Phi\left(\frac{\pi}{2\mu n}\right) \left(\int_0^1 \rho^{nq+1} \gamma(\rho) d\rho\right)^{1/q}. \end{aligned}$$

Отсюда, учитывая определение линейного  $n$ -поперечника, получаем

$$\delta_n\left(W_a^{(r)}X(\Phi;\mu); \mathcal{B}_{q,\gamma}\right) \leq \frac{\pi}{4\mu n^r} \Phi\left(\frac{\pi}{2\mu n}\right) \left(\int_0^1 \rho^{nq+1} \gamma(\rho) d\rho\right)^{1/q}. \quad (15)$$

Так как пространство  $\mathcal{B}_{q,\gamma}$  изоморфно и изометрично вложено в пространство  $\mathcal{L}_{q,\gamma}$ , то на основании определений и свойств бернштейновского и гельфандовского  $n$ -поперечников [2, гл II, §3] получаем равенства

$$\begin{aligned} d^n\left(W_a^{(r)}H_q(\Phi;\mu); \mathcal{B}_{q,\gamma}\right) &= d^n\left(W_a^{(r)}H_q(\Phi;\mu); \mathcal{L}_{q,\gamma}\right), \\ b_n\left(W_a^{(r)}H_q(\Phi;\mu); \mathcal{B}_{q,\gamma}\right) &= b_n\left(W_a^{(r)}H_q(\Phi;\mu); \mathcal{L}_{q,\gamma}\right). \end{aligned} \quad (16)$$

Из неравенств (5), (15) и равенств (16) получаем оценки сверху всех рассматриваемых  $n$ -поперечников. Для получения оценок снизу указанных  $n$ -поперечников введём в рассмотрение  $(n+1)$ -мерный шар полиномов

$$S_{n+1} := \left\{ p_n \in \mathcal{P}_n : \|p_n\|_{\mathcal{B}_{q,\gamma}} \leq \frac{\pi}{4\mu n^r} \Phi\left(\frac{\pi}{2\mu n}\right) \left(\int_0^1 \rho^{nq+1} \gamma(\rho) d\rho\right)^{1/q} \right\}$$

и докажем включение  $S_{n+1} \subset W_a^{(r)}H_q(\Phi;\mu)$ . В [13] доказано, что для любого полинома  $p_n \in \mathcal{P}_n$  при всех  $1 \leq q \leq \infty$  и любых  $r, n \in \mathbb{N}$  имеет место неравенство

$$\|(p_n)_a^{(r)}\|_{H_q} \leq n^r \left(\int_0^1 \rho^{nq+1} \gamma(\rho) d\rho\right)^{-1/q} \|p_n\|_{\mathcal{B}_{q,\gamma}}. \quad (17)$$

Из неравенства

$$\omega((p_n)_a^{(r)}; 2t)_X \leq 2n^r (\sin nt)_* \|p_n\|_X,$$

учитывая (17), получаем

$$\omega((p_n)_a^{(r)}; 2t)_{H_q} \leq 2n^r (\sin nt)_* \left( \int_0^1 \rho^{nq+1} \gamma(\rho) d\rho \right)^{-1/q} \|p_n\|_{\mathcal{F}_{q,\gamma}}. \quad (18)$$

Используя неравенство (18) для произвольной  $p_n \in S_{n+1}$ , с учётом ограничения (7) будем иметь

$$\begin{aligned} & \frac{1}{h} \int_0^h \omega((p_n)_a^{(r)}; 2t)_{H_q} \left[ 1 + (\mu^2 - 1) \sin \frac{\pi t}{2h} \right] dt \leq \\ & \leq 2n^r \left( \int_0^1 \rho^{nq+1} \gamma(\rho) d\rho \right)^{-1/q} \|p_n\|_{\mathcal{F}_{q,\gamma}} \cdot \frac{1}{h} \int_0^h (\sin nt)_* \left[ 1 + (\mu^2 - 1) \sin \frac{\pi t}{2h} \right] dt \leq \\ & \leq \frac{\pi}{2\mu} \Phi \left( \frac{\pi}{2\mu n} \right) \int_0^1 (\sin nht)_* \left[ 1 + (\mu^2 - 1) \sin \frac{\pi t}{2} \right] dt \leq \Phi(h), \end{aligned}$$

откуда сразу следует включение  $S_{n+1} \subset W_a^{(r)} H_q(\Phi; \mu)$ . Из доказанного включения и определения бернштейновского  $n$ -поперечника получаем оценку снизу

$$\begin{aligned} b_n(W_a^{(r)} H_q(\Phi; \mu); \mathcal{F}_{q,\gamma}) & \geq b_n(S_{n+1}; \mathcal{F}_{q,\gamma}) \geq \\ & \geq \frac{\pi}{4\mu n^r} \Phi \left( \frac{\pi}{2\mu n} \right) \left( \int_0^1 \rho^{nq+1} \gamma(\rho) d\rho \right)^{1/q}. \end{aligned} \quad (19)$$

Требуемые равенства (13) следуют из сопоставления неравенств (15), равенств (16) и неравенств (19). Теорема 3 доказана.

В экстремальных задачах теории аппроксимации аналитических в круге функций определённый интерес представляет вычисление точных верхних граней модулей коэффициентов Тейлора (см., например, [11, 14]) на различных классах аналитических функций. Приведём решение указанной задачи для рассматриваемых нами классов функций.

**Теорема 4.** Пусть  $L_n(\mathfrak{M}) := \sup\{|c_n(f)| : f \in \mathfrak{M}\}$ . Тогда при любых  $n \in \mathbb{N}$ ,  $r \in \mathbb{Z}_+$ ,  $q \in [1, \infty]$  справедливы равенства

$$L_n(W_a^{(r)} H_q(\Phi; \mu)) = \frac{\pi}{4\mu n^r} \Phi \left( \frac{\pi}{2\mu n} \right), \quad (20)$$

$$L_n(W_a^{(r)} \mathcal{F}_{q,\gamma}(\Phi; \mu)) = \frac{\pi}{4\mu n^r} \Phi \left( \frac{\pi}{2\mu n} \right) \left( \int_0^1 \rho^{nq+1} \gamma(\rho) d\rho \right)^{-1/q}. \quad (21)$$

**Доказательство.** В самом деле, для произвольной функции  $f \in A(U)$  коэффициент Тейлора  $c_n(f)$  представим в виде

$$\begin{aligned} c_n(f) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{|\zeta|=\rho} f(\zeta) \zeta^{-n-1} d\zeta = \\ &= \frac{1}{2\pi \rho^n} \int_0^{2\pi} [f(\rho e^{it}) - \mathcal{L}_{\rho, r-1}(f, \mathcal{P}_n; \rho e^{it})] e^{-int} dt, \end{aligned}$$

где  $\mathcal{L}_{\rho, r-1}(f, \mathcal{P}_n; \rho e^{it})$  – линейный оператор, определённый равенством (11). Из (20) на основании неравенства Гёльдера и равенств (12) для произвольной функции  $f \in W_a^{(r)} H_q(\Phi; \mu)$  имеем

$$|c_n(f)| \leq \rho^{-n} \mathcal{G}\left(f; \mathcal{L}_{\rho, r-1}(f, \mathcal{P}_n)\right)_{H_{q, \rho}} \leq \frac{\pi}{4\mu n^r} \Phi\left(\frac{\pi}{2\mu n}\right),$$

откуда сразу вытекает оценка сверху

$$L_n\left(W_a^{(r)} H_q(\Phi; \mu)\right) \leq \frac{\pi}{4\mu n^r} \Phi\left(\frac{\pi}{2\mu n}\right).$$

С другой стороны, для любых  $\rho, R \in (0, 1)$ , записав коэффициент  $c_n(f)$  в виде

$$c_n(f) = \frac{1}{2\pi(\rho R)^n} \int_0^{2\pi} [f(\rho R e^{i\tau}) - \mathcal{L}_{\rho, r-1}(f, \mathcal{P}_n; \rho R e^{i\tau})] e^{-in\tau} d\tau,$$

в силу неравенства Гёльдера запишем

$$R^n |c_n(f)| \leq \rho^{-n} M_q(f - \mathcal{L}_{\rho, r-1}(f, \mathcal{P}_n); \rho R),$$

откуда, с учётом определения нормы в пространствах  $X(U)$ , для произвольной функции  $f \in W_a^{(r)} X(\Phi; \mu)$  имеем

$$|c_n(f)| \leq \rho^{-n} \mathcal{G}\left(f; \mathcal{L}_{\rho, r-1}(f, \mathcal{P}_n); X_\rho\right) \cdot \left(\int_0^1 \rho^{nq+1} \gamma(\rho) d\rho\right)^{-1/q}.$$

Из этого неравенства и соотношений (12) получаем оценки сверху

$$L_n\left(W_a^{(r)} X(\Phi; \mu)\right) \leq$$



$$\leq \frac{\pi}{4\mu n^r} \Phi\left(\frac{\pi}{2\mu n}\right) \begin{cases} 1, & \text{если } X(U) = H_q, \\ \left(\int_0^1 \rho^{nq+1} \gamma(\rho) d\rho\right)^{-1}, & \text{если } X(U) = \mathcal{B}_{q,\gamma}. \end{cases} \quad (22)$$

Для получения оценки снизу рассмотрим функцию

$$f_0(z) = \frac{1}{(in)^r} \cdot \frac{\pi}{4\mu} \Phi\left(\frac{\pi}{2\mu n}\right) \frac{z^n}{\|z^n\|_X} \in W_a^{(r)} X(\Phi; \mu),$$

введённую нами при доказательстве теоремы 2 (случай  $\rho = 1$ ). Для этой функции, согласно определению величины  $L_n(\cdot)$ , записываем оценки снизу

$$\begin{aligned} L_n(W_a^{(r)} X(\Phi; \mu)) &\geq |c_n(f_0)| = \\ &= \frac{\pi}{4\mu n^r} \Phi\left(\frac{\pi}{2\mu n}\right) \begin{cases} 1, & \text{если } X(U) = H_q, \\ \left(\int_0^1 \rho^{nq+1} \gamma(\rho) d\rho\right)^{-1}, & \text{если } X(U) = \mathcal{B}_{q,\gamma}. \end{cases} \end{aligned} \quad (23)$$

Равенства (20) и (21) получаем из сравнения оценки сверху (22) и снизу (23).

Теорема 4 доказана.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Тихомиров В.М. Поперечники множеств в функциональных пространствах и теория наилучших приближений – Успехи мат. наук, 1960, т.15, №3, с. 81-120.
2. Pinkus A. *n*-Widths in Approximation Theory. Berlin: Springer-Verl., 1985.
3. Тайков Л.В. О наилучшем приближении в среднем некоторых классов аналитических функций – Мат. заметки, 1967, т.1, №2, с. 155-162.
4. Тайков Л.В. Поперечники некоторых классов аналитических функций – Мат. заметки, 1977, т.22, №2, с. 285-294.
5. Айнуллоев Н., Тайков Л.В. Наилучшее приближение в смысле Колмогорова классов аналитических в единичном круге функций – Мат. заметки, 1986, т.40, №3, с. 341-351.
6. Двейрин М.З. О приближении функций, аналитических в единичном круге. – Метрические вопросы теории функций и отображений. Киев: Науково думка, 1975, Вып. 6, с. 41-54.
7. Фарков Ю.А. Поперечники классов Харди и Бергмана в шаре из  $\mathbb{C}^n$ . Успех. мат. наук, 1990, т.45, №5. с.197-198.
8. Farkov Yu.A. *n*-Widths, Faber expansion and computation of analytic functions. – Journ. Complexity, 1996, v.2, №1, pp.58-79.
9. Fisher S.D., Stessin M.I. The *n*-widths of the unit ball of  $H^q$ . – Journ. Approx. Theory, 1991, v.67, №3, pp.347-356.
10. Вакарчук С.Б. Наилучшие линейные методы приближения и поперечники классов аналитических в круге функций. – Мат. заметки, 1995, т.57, №1, с.30-39.

11. Вакарчук С.Б. О некоторых экстремальных задачах теории приближений в комплексной плоскости – Укр. мат. ж., 2004, т.56, №9, с. 1155-1171.
12. Вакарчук С.Б., Забутная В.И. О наилучших линейных методах приближения функций классов Л.В.Тайкова в пространствах Харди  $H_{q,\rho}$ ,  $q \geq 1$ ,  $0 < \rho \leq 1$ . – Мат. заметки, 2009, т.85, №3, с. 323-329.
13. Шабозов М.Ш., Лангаршоев М.Р. Наилучшее приближение некоторых классов функций в весовом пространстве Бергмана. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и тех. н., 2009, №3(136), с. 7-23.
14. Вакарчук С.Б., Шабозов М.Ш. О поперечниках классов функций, аналитических в круге. – Мат. сборник, 2010, т.201, №8, с. 3-22.
15. Шабозов М.Ш., Лангаршоев М.Р. О наилучших линейных методах и значениях поперечников некоторых классов аналитических функций в весовом пространстве Бергмана – Докл. РАН, 2013, т.450, №5, с. 518-521.
16. Шабозов М.Ш., Саидусайнов М.С. Значения  $n$ -поперечников и наилучшие линейные методы приближения некоторых классов аналитических функций в весовом пространстве Бергмана – Известия ТулГУ. Естественные науки, 2014, вып. 5, №. 40-57.
17. Шабозов М.Ш., Юсупов Г.А. Наилучшие линейные методы приближения и поперечники некоторых классов функций в пространстве Харди – ДАН РТ, 2014, т.57, №2, с. 97-102.
18. Лангаршоев М.Р. О наилучших линейных методах приближения и точных значениях поперечников некоторых классов аналитических функций в весовом пространстве Бергмана. – Укр. мат. ж., 2015, т.67, №10, с. 1366-1379.

М.Ш.ШАБОЗОВ, М.Р.ЛАНГАРШОЕВ\*

## ОИДИ МЕТОДҲОИ НАЗДИККУНИИ ХАТИИ БЕҲТАРИНИ БАЪЗЕ СИНФИ ФУНКСИЯҲОИ АНАЛИТИКӢ ДАР ФАЗОҲОИ ХАРДӢ ВА БЕРГМАН

*Институти математикаи ба номи А. Чураеви  
Академияи Илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон,  
\*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Дар фазоҳои банахӣи Хардӣ ва фазои вазндори Бергман қимати аниқи  $n$ -кутрҳои бернштейнӣ, колмогоровӣ, гелфандӣ ва хатӣ барои синфи функсияҳои дар доираи воҳидӣ аналитикӣ, ки дар онҳо интеграл аз ҳосили зарби модули бефосилагии ҳосилаи тартиби  $r$ -ум ва функсияи вазнӣ ба воситаи функсияи додашуда мажориронида шуда, ягон ҳел маҳдудиятро қаноат менамояд, ҳисоб карда шудаанд.

**Калимаҳои калидӣ:** функсияи аналитикӣ, модули суфтагӣ, наздиккунии беҳтарин, фазоҳои Хардӣ ва Бергман, бисёръзогии алгебравии комплексӣ,  $n$ -кутрҳо.

M.Sh.SHABOZOV, M.R.LANGARSHOEV\*

**ON THE BEST LINEAR METHOD OF APPROXIMATION OF SOME  
CLASSES OF ANALYTIC FUNCTIONS IN KHARDI AND BERGMAN SPASES**

*Institute of Mathematics by name A.Juraev, Academy of Sciences of the Republic of  
Tajikistan,*

*\*Tajik National University*

In the Banach spaces of Hardy and weighted Bergman space the exact values of Bernshtein, Kolmogorov, Gelfand and linear  $n$ -widths for the classes of functions analytic in the unit circle that the averaged with weight of module of continuity of  $r$  order derivatives majorize by given function, satisfying some constraint are found.

**Key words:** best linear method of approximation, modulus of continuity, Khardi and Bergman space, majorant,  $n$ -widths.

УДК 517.5

К. ТУХЛИЕВ

## О НАИЛУЧШЕМ ПРИБЛИЖЕНИИ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ СВЁРТОК

*Худжандский государственный университет им. Б.Гафурова*

*Поступила в редакцию 12.11.2015 г.*

*В работе найдены точные верхние грани наилучших приближений некоторых классов периодических функций, представимых в виде свёртки тригонометрическими полиномами, структурные характеристики которых определены различными модификациями модулей непрерывности  $m$ -го порядка в метрике  $L_2$ .*

**Ключевые слова:** наилучшие приближения, периодическая функция, свёртка, тригонометрический полином, модуль непрерывности  $m$ -го порядка.

1. Пусть  $L_2 \equiv L_2[0, 2\pi]$  – пространство измеримых по Лебегу  $2\pi$ -периодических функций, у которых норма

$$\|f\| = \|f\|_{L_2} \stackrel{\text{def}}{:=} \left( \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} |f(x)|^2 dx \right)^{1/2} < \infty.$$

Символом  $\Delta_h^m(f; x)$  обозначим конечную разность  $m$ -го порядка функции

$f \in L_2$  в точке  $x$  с шагом  $h$ , то есть  $\Delta_h^m(f; x) = \sum_{j=0}^m (-1)^{m-j} \binom{m}{j} f(x + jh)$ . Определим,

как обычно,  $m$ -й модуль непрерывности функции  $f \in L_2$  соотношением

$$\omega_m(f; t) := \sup_{|h| \leq t} \|\Delta_h^m(f)\|. \quad (1)$$

В последнее время при решении экстремальных задач теории аппроксимации функций используются различные модификации классического определения модуля непрерывности. Здесь приведём определение некоторых модификаций классического

---

*Адрес для корреспонденции:* Тухлиев Камаридин. 735700, Республика Таджикистан, г.Худжанд, мкр. 20, Худжандский государственный университет. E-mail: Kamaridin.t54@mail.ru

модуля непрерывности  $m$ -го порядка (1) функции  $f \in L_2$ , посредством которых доказаны основные результаты настоящей статьи.

Следуя работе К.В.Руновского [1] и Н.Н.Пустовойтова [2], определим усреднённую характеристику гладкости функции  $f \in L_2$  посредством величины

$$\Lambda_m(f; t) := \left\{ \frac{1}{t} \int_0^t \|\Delta_h^m(f)\|^2 dh \right\}^{1/2}, \quad t \in \mathbb{R}_+. \quad (2)$$

В задачах теории аппроксимации хорошо известна роль оператора (функция) Стеклова

$$S_h(f) = \frac{1}{2h} \int_{-h}^h f(x+t) dt, \quad h > 0. \quad (3)$$

Исходя из определения функции (3), полагаем  $S_{h,i}(f) \stackrel{def}{=} S_h(S_{h,i-1}(f))$ , где  $i \in \mathbb{N}$  и  $S_{h,0}(f) \equiv f$ . Обозначив через  $\mathbb{I}$  – единичный оператор в  $L_2$ , определим конечные разности первого и высших порядков [3]:

$$\begin{aligned} \Delta_h^1(f, x) &\stackrel{def}{=} S_h(f, x) - f(x) = (S_h - \mathbb{I})(f, x), \\ \Delta_h^m(f, x) &\stackrel{def}{=} \Delta_h^1(\Delta_h^{m-1}(f, \cdot), x) = (S_h - \mathbb{I})^m(f, x) = \\ &= \sum_{i=0}^k (-1)^{m-i} \binom{m}{i} S_{h,i}(f, x), \quad m = 2, 3, 4, \dots \end{aligned}$$

Используя указанные обозначения, введём следующую характеристику гладкости функции  $f \in L_2$

$$\Omega_m(f, t) \stackrel{def}{=} \sup \{ \|\Delta_h^m(f)\| : 0 < h \leq t \}, \quad (4)$$

которую назовём обобщённым модулем непрерывности  $m$ -го порядка.

Всюду далее примем обозначение

$$\sin ct := \begin{cases} \frac{\sin t}{t}, & \text{если } t \neq 0; \\ 1, & \text{если } t = 0 \end{cases}.$$

Нетрудно показать, что для произвольной функции  $f \in L_2$  имеет место равенство

$$\left\| \Delta_h^m(f) \right\|^2 = \sum_{k=1}^{\infty} (1 - \text{sinc} kh)^{2m} \rho_j^2(f),$$

с учётом которого равенству (4) придадим следующий вид:

$$\Omega_m(f, t) = \sup \left\{ \left( \sum_{k=1}^{\infty} (1 - \text{sinc} kh)^{2m} \rho_j^2(f) \right)^{1/2} : 0 < h \leq t \right\}. \quad (5)$$

Напомним также, что для решения ряда задач аппроксимации функций в пространстве  $2\pi$ -периодических функций в метрическом пространстве  $L_p$  ( $0 < p < 1$ ) Руновский [1] использовал вместо модуля непрерывности  $m$ -го порядка (1) следующую усреднённую характеристику гладкости

$$\Omega_m(f; t) \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ \frac{1}{t^m} \int_0^t \cdots \int_0^t \left\| \Delta_{\bar{h}}^m f \right\|_{L_p}^p dh_1 \cdots dh_m \right\}^{1/p}, \quad (6)$$

где  $0 < p < 1$ ,  $t \in \mathbb{R}_+$ ;  $\bar{h} = (h_1, h_2, \dots, h_m)$ ;  $\Delta_{\bar{h}}^m = \Delta_{h_1}^1 \circ \Delta_{h_2}^1 \circ \cdots \circ \Delta_{h_m}^1$ ,

$$\Delta_{h_j}^1(f, t) \stackrel{\text{def}}{=} f(t + h_j) - f(t), \quad j = 1, \dots, m.$$

Через  $\mathfrak{T}_{2n-1}$  обозначим подпространство тригонометрических полиномов порядка не выше  $n-1$ . Хорошо известно, что для произвольной  $f \in L_2$ , имеющей разложение в ряд Фурье

$$f(x) = \frac{\rho_0(f)}{2} + \sum_{j=1}^{\infty} \rho_j(f)_j \cos(jx + \varphi_j), \quad (7)$$

где равенство понимается в смысле сходимости в пространстве  $L_2$ , величина

$$E_{n-1}(f)_2 := \inf \{ \| f - T_{n-1} \| : T_{n-1} \in \mathfrak{T}_{2n-1} \}$$

её наилучшего приближения элементами подпространства  $\mathfrak{T}_{2n-1}$  удовлетворяет равенствам

$$E_{n-1}(f)_2 = \| f - S_{n-1}(f) \| = \left\{ \sum_{j=n}^{\infty} \rho_j^2(f) \right\}^{1/2},$$

где  $S_{n-1}(x)$  – частная сумма  $(n-1)$ -го порядка ряда (7) функции  $f \in L_2$ .

Если через  $U_m$  обозначить какую-нибудь из характеристик гладкости (1), (2), (4) или (6), то неравенство Джексона – Стечкина для произвольной функции  $f \in L_2^{(r)}$ ,  $r \in \mathbb{Z}_+$

имеет вид  $E_{n-1}(f)_2 \leq \chi n^{-r} U_m(f^{(r)}, \tau/n)_2$  с абсолютной константой  $\chi$ . Она называется точной, если константа  $\chi$  является наилучшей (наименьшей) для всех функций  $f \in L_2^{(r)}$ :

$$\chi_{n,r}(U_m) := \chi_{n,r}(U_m; \tau)_{L_2} = \sup \left\{ \frac{n^r E_{n-1}(f)_2}{U_m(f^{(r)}; \tau/n)_2} : f \in L_2^{(r)}; f \neq \text{const} \right\}.$$

Исследуя вопросы наилучшего приближения периодических дифференцируемых функций  $f \in L_2$  тригонометрическими полиномами  $T_{n-1} \in \mathfrak{T}_{2n-1}$ , Н.И.Черных [4] отметил, что для характеристики величины наилучшего приближения  $E_{n-1}(f)$  более естественным является не джексоновский функционал  $\omega_m(f^{(r)}, \pi/n)$ , а функционал

$$\Phi_n(f^{(r)}) := \left\{ \frac{n}{2} \int_0^{\pi/n} \omega_m^2(f^{(r)}, t) \sin t dt \right\}^{1/2}, \quad \text{поскольку для произвольной } f \in L_2^{(r)}$$

выполняется соотношение  $\Phi_n(f^{(r)}) \leq \omega_m(f^{(r)}, \pi/n)$ .

Всюду далее условимся под весовой функцией на отрезке  $[0, h]$  понимать неотрицательную суммируемую функцию  $q$ , не эквивалентную нулю на этом же отрезке. Легко заметить, что функционал

$$\Phi_n(f^{(r)}; U_m, q) := \left\{ \int_0^h U_m^2(f^{(r)}, t) q(t) dt \Big/ \int_0^h q(t) dt \right\}^{1/2}$$

удовлетворяет замечанию Н.И.Черных, так как и в этом случае для произвольного  $f \in L_2^{(r)}$  имеет место неравенство  $\Phi_n(f^{(r)}; U_m, q) \leq U_m(f^{(r)}, h)$  ( $0 < h \leq \pi/n$ ), где  $U_m$  – одна из характеристик гладкости (1), (2), (4) или (6). Учитывая указанные соображения, для компактного изложения последующих результатов вводим следующую экстремальную характеристику

$$\chi_{n,r,p}(U_m, q, h) = \sup_{\substack{f \in L_2^{(r)} \\ f \neq \text{const}}} \frac{E_{n-1}(f)}{\left( \int_0^h U_m^p(f^{(r)}, t) q(t) dt \right)^{1/p}},$$

где  $m, n \in \mathbb{N}$ ,  $r \in \mathbb{Z}_+$ ,  $p \in \mathbb{R}_+$ ,  $0 < h \leq \pi/n$ ,  $q \geq 0$  – весовая функция на отрезке  $[0, h]$ .

В работах [5-9] доказано следующее общее утверждение, которое является обобщением результата [10] на указанных выше специальных модификациях модулей непрерывности  $m$ -го порядка.

**Теорема А.** Пусть  $m, n \in \mathbb{N}; 0 < p \leq 2; r \in \mathbb{Z}_+; 0 < h \leq 3\pi/4; q$  – весовая функция на отрезке  $[0, h]$ . Тогда справедливы неравенства

$$\{\mathcal{A}_{n,p,r}(U_m; q; h)\}^{-1} \leq \chi_{m,n,r,p}(U_m; q; h) \leq \left\{ \inf_{n \leq k < \infty} \mathcal{A}_{k,p,r}(U_m; q; h) \right\}^{-1}, \quad (8)$$

где

$$\mathcal{A}_{k,p,r}(\omega_m; q; h) := 2^{m/2} \left( k^{rp} \int_0^h (1 - \cos kt)^{mp/2} q(t) dt \right)^{1/p}, \quad (9)$$

$$\mathcal{A}_{k,p,r}(\Omega_m; q; h) := 2^{m/2} \left( k^{rp} \int_0^h (1 - \sin ckt)^{mp/2} q(t) dt \right)^{1/p}, \quad (10)$$

$$\mathcal{A}_{k,p,r}(\Omega_m; q; h) := \left( k^{rp} \int_0^h (1 - \sin ckt)^{mp} q(t) dt \right)^{1/p}, \quad (11)$$

$$\mathcal{A}_{k,p,r}(\Lambda_m; q; h) := \left( k^{rp} \int_0^h \left( \frac{1}{t} \int_0^t (1 - \cos ku)^m du \right)^{p/2} q(t) dt \right)^{1/p}. \quad (12)$$

Вопрос о точности двухстороннего неравенства (8) приводит к необходимости выяснения условий на весовую функцию  $q$ , обеспечивающих выполнение равенства

$$\inf_{n \leq k < \infty} \mathcal{A}_{k,p,r}(U_m; q; h) = \mathcal{A}_{n,p,r}(U_m; q; h). \quad (13)$$

Естественно, ответ на указанный вопрос должен формулироваться в терминах дифференциальных свойств весовой функции  $q$ . В вышеперечисленных работах [5-10] доказано, что если весовая функция  $q$  является непрерывной и дифференцируемой на отрезке  $[0, h]$  и удовлетворяет дифференциальному неравенству

$$(rp - 1)q(t) - tq'(t) \geq 0, \quad t \in [0, h], \quad r \in \mathbb{N}, \quad p \in [1/r, 2], \quad (14)$$

то при любых  $m, n \in \mathbb{N}$  и  $0 < h \leq 3\pi / (4n)$  имеет место (13) и при этом

$$\chi_{m,n,r,p}(U_m; q; h) = \{\mathcal{A}_{n,p,r}(U_m; q; h)\}^{-1}. \quad (15)$$

В данной работе мы продолжим исследование в этом направлении и рассмотрим сформулированную выше задачу в более общей ситуации для классов свёрток, структурные характеристики функции  $q$  которых характеризуются гладкостями характеристик (1), (2), (4) или (6), причём для доказательства равенства (15) не требуется выполнения дифференциального неравенства (14), а требуется лишь накладывать некоторое ограничение относительно весовой функции  $q$ .

2. Будем рассматривать функции  $f \in L_2$ , представимые в виде свёртки



$$f(x) \stackrel{\text{def}}{=} (\mathcal{K} * \varphi)(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathcal{K}(x-t)\varphi(t)dt, \quad (16)$$

где  $\mathcal{K} \in L_2$  – некоторая фиксированная функция (ядро),  $q$  будет пробегать некоторое подмножество из  $L_2$ . Пусть

$$\mathcal{K}(t) \sim \sum_{l=-\infty}^{+\infty} a_l e^{ilt}, \quad a_l = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathcal{K}(t) e^{-ilt} dt, \quad l \in \mathbb{Z}. \quad (17)$$

$$\varphi(t) \sim \sum_{l=-\infty}^{+\infty} b_l e^{ilt}, \quad b_l = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \varphi(t) e^{-ilt} dt, \quad l \in \mathbb{Z} \quad (18)$$

– ряды Фурье этих функций. Тогда, как хорошо известно, ряд Фурье свёртки (16) имеет вид

$$f(x) \sim \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k b_k e^{ikx}. \quad (19)$$

Очевидно, что

$$E_{n-1}(f) = \|f - S_{n-1}(f)\| = \left( \sum_{|k| \geq n} |a_k b_k|^2 \right)^{1/2},$$

где

$$S_{n-1}(f, x) = \sum_{|k| \leq n-1} a_k b_k e^{ikx}$$

– частная сумма  $(n-1)$ -го порядка ряда Фурье (19) функции  $f \in L_2$ .

В данной работе для изучения аппроксимативных свойств свёртки (16) вводится экстремальная характеристика

$$\chi_{n,p}(U_m; q, h) = \sup_{\substack{\varphi \in L_2 \\ \varphi \neq \text{const}}} \frac{2^m |a_n|^{-1} E_{n-1}(\mathcal{K} * \varphi)}{\left( \int_0^h U_m^p(\varphi; t) q(t) dt \right)^{1/p}} = \sup_{\substack{\varphi \in L_2 \\ \varphi \neq \text{const}}} \frac{2^m |a_n|^{-1} E_{n-1}(f)}{\left( \int_0^h U_m^p(\varphi; t) q(t) dt \right)^{1/p}}, \quad (20)$$

где  $m, n \in \mathbb{N}$ ,  $0 < p$ ,  $0 < h \leq \pi/n$ ,  $a_n = a_n(\mathcal{K})$  –  $n$ -й коэффициент Фурье функции  $\mathcal{K}$  (см. (17)),  $q$  – весовая функция на  $[0, h]$ ,  $U_m$  – одна из характеристик гладкости (1), (2), (4) или (6). Имеет место следующая

**Теорема 1.** Пусть  $0 < p \leq 2$ , коэффициенты Фурье  $a_k := a_k(\mathcal{K})$  функции  $\mathcal{K} \in L_2$  удовлетворяют условиям

$$|a_0| \neq 0, \quad |a_k| k^{1/p} \geq |a_{k+1}| (k+1)^{1/p}, \quad k \in \mathbb{N}. \quad (21)$$

Если  $q$  – невозрастающая на  $[0, h]$  весовая функция, то величина (20) при любых  $m, n \in \mathbb{N}$  и  $0 < h \leq 3\pi / (4n)$  удовлетворяет равенству

$$\chi_{n,p}(U_m; q, h) = \{\mathcal{A}_{n,p}(U_m; q; h)\}^{-1/2}, \quad (22)$$

где

$$\mathcal{A}_{n,p}(U_m; q; h) \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{A}_{n,p,0}(U_m; q; h), \quad (23)$$

а  $U_m$  определяется одним из равенств (9)-(12) при  $r=0$ . Существует свёртка  $f_0 := (\mathcal{K} * \varphi_0)$ ,  $\varphi_0 \in L_2$ ,  $\varphi_0 \neq \text{const}$ , реализующая верхнюю грань в (20), равная правой части (22).

**Доказательство.** Идея доказательства равенства (23) при всех  $U_m$  равным одной из характеристики гладкости (1), (2), (4) или (6) не существенно отличается, а потому приводим доказательство равенства (22) в случае  $U_m = \Omega_m$ . Пользуясь равенством (5) для произвольной функции  $\varphi \in L_2$  с рядом Фурье (18), запишем неравенства

$$\Omega_m(\varphi; t) \geq \Delta_m(\varphi; t) \geq \left( \sum_{|k| \geq n} |b_k|^2 (1 - \sin ckt)^{2m} \right)^{1/2}. \quad (24)$$

Воспользуемся хорошо известным упрощенным вариантом неравенства Минковского (см., например, [11, с.104])

$$\left( \int_0^h \left( \sum_{|k| \geq n} |f_k(t)|^2 \right)^{p/2} dt \right)^{1/p} \geq \left( \sum_{|k| \geq n} \left( \int_0^h |f_k(t)|^p dt \right)^{2/p} \right)^{1/2}, \quad 0 < p \leq 2. \quad (25)$$

Заменяя в обеих частях неравенства (25)  $f_k$  на  $f_k q^{1/p}$ , получаем

$$\left( \int_0^h \left( \sum_{|k| \geq n} |f_k(t)|^2 \right)^{p/2} q(t) dt \right)^{1/p} \geq \left( \sum_{|k| \geq n} \left( \int_0^h |f_k(t)|^p q(t) dt \right)^{2/p} \right)^{1/2}. \quad (26)$$

Возведём первую и последнюю части неравенств (24) в степень  $p$ , умножим их на весовую функцию  $q$ , проинтегрируем по  $t$  в пределах от 0 до  $h$ , а затем применим соотношение (26). В результате придём к неравенствам

$$\left\{ \int_0^h \Omega_m^p(\varphi; t) q(t) dt \right\}^{1/p} \geq$$

$$\begin{aligned}
&\geq \left\{ \int_0^h \left( \sum_{|k| \geq n} |b_k|^2 (1 - \operatorname{sinc} kt)^{2m} (q(t))^{2/p} \right)^{p/2} dt \right\}^{1/p} \\
&\geq \left\{ \sum_{|k| \geq n} \left( |b_k|^p \int_0^h (1 - \operatorname{sinc} kt)^{mp} q(t) dt \right)^{2/p} \right\}^{1/2} = \\
&= \left\{ \sum_{|k| \geq n} |b_k|^2 \left( \int_0^h (1 - \operatorname{sinc} kt)^{mp} q(t) dt \right)^{2/p} \right\}^{1/2} =: A_{m,n,p}. \tag{27}
\end{aligned}$$

По условию теоремы функция  $q$  является неотрицательной и невозрастающей на отрезке  $[0, h]$ , поэтому, выполнив подстановку  $t = \frac{n}{k} \tau$  при любом  $k \geq n$  ( $k, n \in \mathbb{N}$ ), будем иметь

$$\begin{aligned}
&\int_0^h (1 - \operatorname{sinc} kt)^{mp} q(t) dt = \frac{n}{k} \int_0^{kh/n} (1 - \operatorname{sinc} nt)^{mp} q\left(\frac{n}{k} t\right) dt \geq \\
&\geq \frac{n}{k} \int_0^h (1 - \operatorname{sinc} nt)^{mp} q\left(\frac{n}{k} t\right) dt \geq \frac{n}{k} \int_0^h (1 - \operatorname{sinc} nt)^{mp} q(t) dt. \tag{28}
\end{aligned}$$

Условие (21) влечёт неравенство  $|a_n| \cdot n^{1/p} \geq |a_k| \cdot k^{1/p}$  где  $k \geq n$ , которое эквивалентно следующему неравенству:

$$\frac{n}{k} \geq \left( \frac{|a_k|}{|a_n|} \right)^p, \quad k \geq n. \tag{29}$$

Учитывая (29), из неравенства (28) получаем

$$\int_0^h (1 - \operatorname{sinc} kt)^{mp} q(t) dt \geq \left| \frac{a_k}{a_n} \right|^p \cdot \int_0^h (1 - \operatorname{sinc} nt)^{mp} q(t) dt.$$

Пользуясь последним неравенством, продолжим (27):

$$\begin{aligned}
A_{m,n,p} &\geq \frac{1}{|a_n|} \left\{ \sum_{|k| \geq n} |a_k b_k|^2 \cdot \left( \int_0^h (1 - \operatorname{sinc} nt)^{mp} q(t) dt \right)^{2/p} \right\}^{1/2} = \\
&= \frac{1}{|a_n|} \left( \int_0^h (1 - \operatorname{sinc} nt)^{mp} q(t) dt \right)^{1/p} \cdot \left\{ \sum_{|k| \geq n} |a_k b_k|^2 \right\}^{1/2} =
\end{aligned}$$

$$= \frac{1}{|a_n|} \left( \int_0^h (1 - \operatorname{sinc} nt)^{mp} q(t) dt \right)^{1/p} \cdot E_{n-1}(f). \quad (30)$$

Из неравенства (30) для произвольной функции  $\varphi \in L_2$ ,  $\varphi \neq \text{const}$  получаем

$$\frac{|a_n|^{-1} \cdot E_{n-1}(\mathcal{K} * \varphi)}{\left( \int_0^h \Omega_m^p(\varphi; t) q(t) dt \right)^{1/p}} \leq \left( \int_0^h (1 - \operatorname{sinc} nt)^{mp} q(t) dt \right)^{-1/p}. \quad (31)$$

Следовательно, в силу (31) для характеристики (22) в случае  $U_m = \Omega_m$  имеет место оценка сверху

$$\chi_{n,p}(\Omega_m; q, h) \leq \left( \int_0^h (1 - \operatorname{sinc} nt)^{mp} q(t) dt \right)^{-1/p}. \quad (32)$$

Для получения оценки снизу указанной величины достаточно рассмотреть в  $L_2$  функцию (свертку)

$$f_0(x) = (\mathcal{K} * \varphi_0)(x) = a_n e^{inx}, \quad \varphi_0(t) = e^{int}, \quad (33)$$

затем воспользоваться определением величины (22), а также легко проверяемыми соотношениями

$$E_{n-1}(f_0) = |a_n|, \quad \Omega_m(\varphi_0; t) = 2^m (1 - \operatorname{sinc} nt)^m, \quad 0 < nt \leq 3\pi/4. \quad (34)$$

Таким образом, для свёрток (33) в силу (34) получаем оценку снизу

$$\begin{aligned} \chi_{n,p}(\Omega_m; q, h) &\geq \frac{|a_n|^{-1} \cdot E_{n-1}(\mathcal{K} * \varphi_0)}{\left( \int_0^h \Omega_m^p(\varphi_0; t) q(t) dt \right)^{1/p}} = \\ &= \left( \int_0^h (1 - \operatorname{sinc} nt)^{mp} q(t) dt \right)^{-1/p}, \quad 0 < nh \leq 3\pi/4. \end{aligned} \quad (35)$$

Требуемое равенство (22) вытекает из сопоставления оценок сверху (32) и снизу (35), чем и завершаем доказательство теоремы 1.

Заметим, что для произвольного  $a > 0$  функция  $q_*(t) := te^{-at}$  является весовой и убывающей на отрезке  $[0, h]$ . В силу (22) приходим к следующему утверждению.

**Следствие 1.** Пусть  $0 < p \leq 2$ ,  $q_*(t) := te^{-at}$ , где  $a > 0$ ,  $0 \leq t \leq h$  ( $0 < h \leq 3\pi / (4n)$ ), коэффициенты Фурье функции  $K \in L_2$  удовлетворяют условиям (21) теоремы 1. Тогда при любых  $m, n \in \mathbb{N}$  выполняется равенство

$$\chi_{n,p}(\Omega_m; q_*, h) = \left\{ \int_0^h (1 - \operatorname{sinc} nt)^{mp} te^{-at} dt \right\}^{-1/p}.$$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Руновский К.В. О приближении семействами линейных полиномиальных операторов в пространствах  $L_p$ ,  $0 < p < 1$ . – Матем. сборник, 1994, т. 185, №8, с. 81-102.
2. Пустовойтов Н.Н. Оценка наилучших приближений периодических функций тригонометрическими полиномами через усреднённые разности и многомерная теорема Джексона. – Матем. сборник, 1997, т. 188, 10, с. 95-108.
3. Абилов В.А., Абилова Ф.В. Некоторые вопросы приближения  $2\pi$ -периодических функций суммами Фурье в пространстве  $L_2(2\pi)$  – Матем. заметки, 2004, т. 76, №6, с. 803-811.
4. Черных Н.И. О наилучшем приближении периодических функций тригонометрическими полиномами в  $L_2$ . – Матем. заметки, 1967, т. 2, №5, с. 513-522.
5. Шабозов М.Ш. Точные константы в неравенствах типа Джексона и точные значения  $n$ -поперечников некоторых классов функций из  $L_2$ . – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2010, №4(141), с. 7-24.
6. Шабозов М.Ш., Юсупов Г.А. Наилучшие полиномиальные приближения в  $L_2$  некоторых классов  $2\pi$ -периодических функций и точные значения их поперечников. – Матем. заметки, 2011, т. 90, №5, с. 764-775.
7. Шабозов М.Ш., Юсупов Г.А. Точные константы в неравенствах типа Джексона и точные значения поперечников некоторых классов функций в  $L_2$ . – Сибир. матем. журнал, 2011, т. 52, №6, с. 1414-1427.
8. Шабозов М.Ш., Вакарчук С.Б., Забутная В.И. Точные неравенства типа Джексона – Стечкина для периодических функций в  $L_2$  и значения поперечников классов функций. – ДАН России, 2013, т. 451, №6, с. 625-628.
9. Вакарчук С.Б., Забутная В.И. Неравенства между наилучшими полиномиальными приближениями и некоторыми характеристиками гладкости в пространстве  $L_2$  и поперечники классов функций. – Матем. заметки, 2016, т. 99, №2, С. 215-238.
10. Лигун А.А. Некоторые неравенства между наилучшими приближениями и модулями непрерывности в пространстве  $L_2$ . – Матем. заметки, 1978, т. 24, №6, с. 785-792.
11. Pinkus A.  $n$ -Widths in Approximation Theory. – Berlin: Springer-Verlag – Heidelberg – New York – Tokyo, 1985, 252 p.

Қ.ТУХЛИЕВ

**ДАР БОРАИ НАЗДИКШАВИИ БЕҲТАРИНИ БАЪЗЕ СИНФҲОИ  
ПЕЧОНИШ**

*Донишгоҳи давлатии Хуҷанд ба номи Б.Ғафуров*

Дар мақола сарҳадҳои аниқии болоии наздикшавии бе баъзе синфҳои функсияҳои даврӣ, ки дар намуди печониши бисёрраъзогии тригонометрӣ тасвир карда мешаванд, ки тавсифи сохториашон бо модулҳои мукамалшудаи гуногуни бефосилаи тартиби  $m$  дар метрикаи  $L_2$  муайян карда шудаанд, ёфта шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** наздикунии беҳтарин, функсияи даврӣ, печак, бисёрраъзогии тригонометрӣ, модули бефосилаи тартиби  $m$ .

K.TUKHLIEV

**OF THE BEST APPROXIMATION OF CERTAIN CLASSES OF FOLDS**

*B.Gafurov Khugand State University*

We find upper bounds of the best approximations of certain classes of periodic functions can be represented as a convolution of trigonometric polynomials, the structural characteristics of which are defined by various modifications of the moduli of continuity  $m$ -th order in the metric of  $L_2$ .

**Key words:** best approximations, periodic function, convolution, trigonometric polynomial, module continuity of  $m$ -th order.

УДК 517.925

М.Г.ЮМАГУЛОВ, М.К.АРАБОВ\*

**ПРИЗНАКИ БИФУРКАЦИИ АНДРОНОВА-ХОПФА  
ДЛЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ, СОДЕРЖАЩИХ НЕГЛАДКИЕ  
НЕЛИНЕЙНОСТИ**

*Башкирский государственный университет, Уфа, Россия,*

*\*Институт математики им. А.Джураева АН Республики Таджикистан*

*Поступила в редакцию 22.02.2016 г.*

*В работе рассматриваются задачи о бифуркации Андронова-Хопфа для дифференциальных уравнений, правые части которых содержат негладкие функции типа модуля. С помощью топологических методов установлены признак бифуркации Андронова-Хопфа.*

**Ключевые слова:** динамические системы, нелинейность, бифуркация, точки равновесия, периодические решения, операторные уравнения.

В теории нелинейных колебаний одной из наиболее интересных является задача о бифуркации Андронова-Хопфа – задача о возникновении нестационарных периодических колебаний малой амплитуды из сложного фокуса динамической системы [1]. Эта задача детально изучена для систем, описываемых дифференциальными уравнениями с гладкой (непрерывно дифференцируемой) правой частью. Существенно меньше известно результатов относительно ситуаций, когда правые части уравнений содержат негладкие слагаемые, например типа модуля, хотя к таким уравнениям приводит большое число теоретических и практических задач (см., например, [2, 3]). Большинство известных методов существенно использует свойство гладкости и поэтому не может непосредственно перенестись на уравнения с негладкими функциями.

В конце прошлого столетия в [4] М.А.Красносельский и В.С.Козякин разработали топологический подход к исследованию задачи о бифуркации Андронова-Хопфа,

---

*Адрес для корреспонденции:* Юмагулов Марат Гаязович. 450008, Республика Башкортостан (Россия), г. Уфа, ул. Заки Валиди, 32, Башкирский государственный университет. E-mail: yut\_tg@mail.ru; Арабов Муллошараф Курбонович. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/4, Институт математики АН РТ. E-mail: cool.araby@mail.ru

основанный на методе функционализации параметра. Этот подход позволил получить наиболее общие достаточные признаки бифуркации, его развитие привело к появлению новых результатов в задаче о приближенном построении решений, в исследовании устойчивости и др. (см., например, [5-9]). Однако и эти результаты были получены, как правило, в предположении гладкости дифференциальных уравнений. Вместе с тем предложенный в [4] подход позволяет исследовать и задачи с негладкими нелинейностями.

Рассматривается дифференциальное уравнение

$$x' = A(\mu)x + \varphi(x, \mu) + b(x, \mu), x \in R^N, \quad (1)$$

правая часть которого зависит от скалярного параметра  $\mu$ . Здесь:

–  $A(\mu)$  – квадратная матрица порядка  $N$  с непрерывно дифференцируемыми элементами;

–  $b(x, \mu)$  – кусочно-линейная вектор-функция, определяемая равенством

$$b(x, \mu) = \begin{bmatrix} b_{11}(\mu)|x_1| + \dots + b_{1N}(\mu)|x_N| \\ \dots \\ b_{N1}(\mu)|x_1| + \dots + b_{NN}(\mu)|x_N| \end{bmatrix}, \quad (2)$$

в котором  $b_{ij}(\mu)$  – непрерывно дифференцируемые функции;

–  $\varphi(x, \mu)$  – непрерывная по совокупности переменных вектор-функция, удовлетворяющая по  $x$  условию Липшица и соотношению:

$$\varphi(x, \mu) = O(\|x\|^2) \text{ при } \|x\| \rightarrow 0 \quad (3)$$

равномерно по  $\mu$ . В частности,  $\varphi(x, \mu)$  также может содержать функции типа модуля.

Уравнение (1) при всех значениях параметра  $\mu$  имеет нулевое решение  $x = 0$ . Изучается задача о локальных бифуркациях в окрестности точки равновесия  $x = 0$  уравнения (1).

Предположим, что матрица  $A(\mu_0)$  имеет простые собственные значения  $\pm\omega_0 i$ ,  $\omega_0 > 0$ . Положим  $T_0 = 2\pi/\omega_0$ . Пару  $(\mu_0, T_0)$  называют (см., например, [1], [4]) точкой бифуркации Андронова-Хопфа для системы (1), если каждому  $\varepsilon > 0$  соответствует такое  $\mu = \mu_\varepsilon \in (\mu_0 - \varepsilon, \mu_0 + \varepsilon)$ , при котором система (1) имеет ненулевое  $T_\varepsilon$  – периодическое решение  $x_\varepsilon(t)$ , где  $T_\varepsilon \in (T_0 - \varepsilon, T_0 + \varepsilon)$  и  $|x_\varepsilon(t)| < \varepsilon, -\infty < t < \infty$ . Числа  $\mu_\varepsilon$  и  $T_\varepsilon$  не определяются однозначно по  $\varepsilon$ , а решению  $x_\varepsilon(t)$  отвечает некоторый цикл.

Из теории возмущений линейных операторов [10] следует, что матрица  $A(\mu)$  имеет непрерывную ветвь собственных значений  $\lambda(\mu) = \alpha(\mu) + i\omega(\mu)$  такую, что  $\alpha(\mu_0) = 0$  и  $\omega(\mu_0) = \omega_0$ . Основной целью настоящей работы является доказательство следующего достаточного признака бифуркации Андронова-Хопфа для уравнения (1).

**Теорема 1.** Пусть матрица  $A(\mu_0)$  имеет простые собственные значения  $\pm\omega_0 i$ ,  $\omega_0 > 0$  и не имеет других чисто мнимых собственных значений. Пусть

$$\alpha'(\mu_0) \neq 0. \quad (4)$$



Пусть, наконец, при некоторых положительных числах  $b_0$  и  $\delta_0$  выполнено соотношение:

$$\max_{i,j} |b_{ij}(\mu)| \leq b_0 |\mu - \mu_0|^2 \text{ при } |\mu - \mu_0| \leq \delta_0. \quad (5)$$

Тогда пара  $(\mu_0, T_0)$  является точкой бифуркации Андронова-Хопфа уравнения (1).

Отметим, что условие (5) означает, в частности, выполнение равенств  $b_{ij}(\mu_0) = 0$ .

**Замечание 1.** Условие (4) этой теоремы совпадает с классическим достаточным признаком бифуркации Андронова-Хопфа для уравнений с гладкой правой частью (см., например, [1]), то есть для уравнения (1), в котором  $b(x, \mu) \equiv 0$ , а функция  $\varphi(x, \mu)$  является гладкой.

**Замечание 2.** Утверждение теоремы 1 останется верным и в том случае, когда условие (5) заменим более слабым, например, требованием выполнения равенств  $b_{ij}(\mu_0) = 0$  и неравенств вида:  $|b'_{ij}(\mu_0)| < \gamma_0 |\alpha'(\mu_0)|$  при некотором  $\gamma_0 > 0$ .

**Замечание 3.** Предлагаемая в настоящей статье реализация топологического подхода из [4] фактически требует подчиненности (в естественном смысле) кусочно-линейного слагаемого  $b(x, \mu)$  линейному слагаемому  $A(\mu)x$  в правой части системы (1). Возможна реализация указанного подхода и для случая, когда эти слагаемые будут “равноправны”, однако соответствующий признак бифуркации и его доказательство будут существенно сложнее.

**Доказательство теоремы 1.** Для простоты ограничимся приведением доказательства теоремы 1 для случая, когда  $N = 2$ . Общий случай может быть рассмотрен по той же схеме, однако требует более громоздких построений. Таким образом, вместо (1) будем рассматривать уравнение

$$x' = A(\mu)x + \varphi(x, \mu) + b(x, \mu), \quad x \in R^2, \quad (6)$$

в котором нелинейность (2) примет вид:

$$b(x, \mu) = \begin{bmatrix} b_{11}(\mu)|x_1| + b_{12}(\mu)|x_2| \\ b_{21}(\mu)|x_1| + b_{22}(\mu)|x_2| \end{bmatrix}. \quad (7)$$

**Вспомогательное утверждение.** Доказательство теоремы будет основано на развитии вышеупомянутого топологического подхода [4]. Нам понадобится вспомогательное утверждение, являющееся в определенном смысле обобщением основной леммы из указанной работы.

Пусть  $E$  – вещественное нормированное линейное пространство,  $\dim E = 2$ . Пусть  $V(v): E \rightarrow E$  – линейный оператор, гладко (непрерывно дифференцируемо) зависящий от двумерного параметра  $v = (v_1, v_2) \in R^2$ . Предположим, что при некотором  $v = v_0$  оператор  $V(v_0)$  имеет полупростое собственное значение 1 кратности 2. Пусть при этом собственное значение 1 имеет простую структуру в следующем смысле (см. [4]):

– при  $v$  близких к  $v_0$  существуют две непрерывные ветви полупростых собственных значений  $\mu_{\pm}(v) = \alpha(v) \pm i\beta(v)$  оператора  $V(v)$  такие, что  $\alpha(v_0) = 1$  и  $\beta(v_0) = 0$ ;

– собственным значениям  $\mu_{\pm}(v)$  отвечают непрерывные ветви собственных векторов  $e(v) \pm ig(v)$  так, что  $V(v)(e(v) \pm ig(v)) = \mu_{\pm}(v)(e(v) \pm ig(v))$ .

Векторы  $e = e(v_0)$  и  $g = g(v_0)$  будут линейно независимыми собственными векторами оператора  $V(v_0)$ , отвечающими собственному значению 1.

Положим

$$\mu(v) = \alpha(v) + i\beta(v). \quad (8)$$

В [4] показано, что без ограничения общности можно считать, что векторы  $e(v)$  и  $g(v)$  не зависят от  $v$ , то есть  $e(v) \equiv e, g(v) \equiv g$ . Следовательно, выполнено равенство  $V(v)(e + ig) = \mu(v)(e + ig)$ . При этом можно считать, что  $\|e\| = 1$ .

Обозначим через

$$D(\rho) = \{v: \|v - v_0\| \leq \rho\}, L(\rho) = \{v: \|v - v_0\| = \rho\} \quad (9)$$

круг и окружность (в плоскости двумерного параметра  $v$ ) радиуса  $\rho > 0$  с центром в точке  $v_0$ ;  $L(\rho)$  является границей множества  $D(\rho)$ .

Положим

$$F(v) = 1 - \mu(v), \quad (10)$$

где  $\mu(v)$  – функция (8). Учитывая, что если  $v$  является двумерным параметром  $v = (v_1, v_2) \in R^2$ , то комплекснозначную функцию (10) можно рассматривать как двумерное векторное поле, заданное в окрестности точки  $v_0 = (v_1^0, v_2^0)$  по формуле:

$$F \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \alpha(v_1, v_2) \\ -\beta(v_1, v_2) \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Точка  $v_0$  является особой для этого поля:  $F(v_0) = 0$ . Так как оператор  $V(v)$  гладко зависит от  $v$ , то векторное поле (11) является непрерывно дифференцируемым, то есть существует непрерывная производная (матрица Якоби)  $F'(v)$ .

Наряду с линейным оператором  $V(v)$ , будем рассматривать нелинейные операторы  $v(v, x)$  и  $w(v, x)$ , определенные и непрерывные при  $\|x\| \leq \rho_0$  и  $\|v - v_0\| \leq \delta_0$ , где  $\rho_0$  и  $\delta_0$  – некоторые положительные числа. Пусть выполняются соотношения:

$$\max_v \|v(v, x)\| \leq c(\|x\|) \|x\|, \|w(v, x)\| \leq c_1(\|v - v_0\|) \|x\|, \quad (12)$$

здесь  $c(t)$  и  $c_1(t)$  – невозрастающие непрерывные функции, определенные в промежутках  $[0, \rho_0]$  и  $[0, \delta_0]$  соответственно, при этом выполнены соотношения:  $c(0) = c_1(0) = 0$  и  $c_1(t) = O(t^2)$  при  $t \rightarrow 0$ .

Рассмотрим уравнение

$$x = V(v)x + v(v, x) + w(v, x). \quad (13)$$

Это уравнение имеет решение  $x = 0$ .

**Лемма 1.** Пусть

$$\det F'(v_0) \neq 0. \quad (14)$$

Тогда существуют последовательности  $v_n \rightarrow v_0$  и  $x_n \rightarrow 0$ ,  $x_n \neq 0$ , такие что уравнение (13) при  $v = v_n$  имеет решение  $x = x_n$ .

Аналогичное утверждение было доказано в [4] в предположении, что  $w(v, x) \equiv 0$ .

Доказательство леммы 1. Ниже без специальных ссылок будут использоваться некоторые понятия и факты из теории вращения векторных полей [11].

Отметим сначала, что в силу условия (14) вращение векторного поля (11) или, что то же самое, вращение векторного поля (10) не равно нулю на всех окружностях  $L(\rho)$  малого радиуса  $\rho > 0$ :

$$\gamma(1 - \mu(v), L_\rho) = (-1)^k, \quad (15)$$

где  $k$  – сумма кратностей вещественных отрицательных собственных значений матрицы  $F'(v_0)$ , а  $L(\rho)$  – окружность (9).

Для положительного числа  $q$  обозначим через

$$B(q) = \{x: \|x - qe\| \leq \frac{1}{4}q\}$$

круг (в двумерном пространстве  $E$ ) радиуса  $\frac{1}{4}q$  с центром в точке  $qe$ ; здесь  $e$  – собственный вектор оператора  $V(v_0)$ , отвечающий собственному значению 1.

Пусть даны некоторые числовые последовательности  $r_n \rightarrow 0$  ( $0 < r_n < \rho_0$ ) и  $q_n \rightarrow 0$  ( $q_n > 0$ ); дополнительные условия на эти последовательности будут указаны ниже. Положим  $B_n = B(q_n)$  и  $D_n = D(r_n)$ . Так как  $B_n$  и  $D_n$  являются кругами (в соответствующих пространствах), то существует гомеоморфизм  $v_n: B_n \rightarrow D_n$ ; в частности, этот гомеоморфизм отображает границу  $\partial B_n$  множества  $B_n$  на границу  $L_n$  множества  $D_n$ . Можно считать, что  $v_n(q_n e) = v_0$ .

Подставляя функцию  $v_n = v_n(x)$  в уравнение (13), получим функционализированное уравнение

$$x = V(v_n(x))x + v(v_n(x), x) + w(v_n(x), x). \quad (16)$$

Определим для  $t \in [0, 1]$  семейство вектор-функций

$$\Psi_n(t, x) = R_n(t, x) + T_n(t, x) + W_n(t, x), \quad (17)$$

где

$$\left. \begin{aligned} R_n(t, x) &= \{I - V(v_n(x))\}\{tq_n e + (1 - t)x\}, \\ T_n(t, x) &= -(1 - t)v(v_n(x), x), \\ W_n(t, x) &= -(1 - t)w(v_n(x), x). \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Отметим, что уравнение  $\Psi_n(0, x) = 0$  совпадает с уравнением (16), а уравнение  $\Psi_n(1, x) = 0$  – с уравнением  $x = V(v_n(x))q_n e$ , одним из решением которого является вектор  $x = q_n e$ .

Оценим вектор-функции (18). Сначала заметим, что в силу условия (14) существует число  $a_1 > 0$  такое, что при всех малых  $r_n$  выполняется неравенство:

$$\|R_n(t, x)\| \leq a_1 r_n q_n, x \in \partial B_n, t \in [0, 1]. \quad (19)$$

В силу первого из условий (12) существует число  $a_2 > 0$  такое, что оператор  $T_n(t, x)$  удовлетворяет неравенству:

$$\|T_n(t, x)\| \leq a_2 q_n c\left(\frac{5}{4}q_n\right), x \in \partial B_n, t \in [0, 1]. \quad (20)$$

Наконец, в силу второго из условий (12) существует число  $a_3 > 0$  такое, что оператор  $W_n(t, x)$  удовлетворяет неравенству:

$$\|W_n(t, x)\| \leq a_3 c_1(r_n)q_n, x \in \partial B_n, t \in [0, 1]. \quad (21)$$

Теперь укажем дополнительные условия на числовые последовательности  $r_n$  и  $q_n$ . Сначала отметим, что так как функция  $c_1(t)$  удовлетворяет соотношениям  $c_1(0) = 0$  и  $c_1(t) = O(t^2)$  при  $t \rightarrow 0$ , то стремящаяся к нулю последовательность  $r_n$ , начиная с некоторого номера, удовлетворяет неравенству:

$$a_3 c_1(r_n) < \frac{1}{2} a_1 r_n. \quad (22)$$

Будем считать, что это неравенство выполнено для всех  $n = 1, 2, \dots$

Последовательность  $q_n$  выберем теперь в соответствии с неравенствами:

$$a_2 c\left(\frac{5}{4}q_n\right) < \frac{1}{2} a_1 r_n; \quad (23)$$

это возможно, так как функция  $c(t)$  является невозрастающей непрерывной функцией такой, что  $c(0) = 0$ .

Из (17)-(23) получим

$$\|\Psi_n(t, x)\| \leq \|R_n(t, x)\| - \|T_n(t, x)\| - \|W_n(t, x)\| > 0 \quad (24)$$

для  $x \in \partial B_n$  и  $t \in [0, 1]$ . При выполнении соотношения (15) вращение векторного поля  $R_n(t, x)$  на круге  $B_n$  при любом  $t \in [0, 1]$  одинаково и равно (15). Тогда в силу теоремы Руше и из неравенства (24) следует, что вращение векторного поля (17) на  $B_n$  при любом  $t \in [0, 1]$  также одинаково и равно числу (15) и, следовательно, является ненулевым. Отсюда и из теории вращения векторных полей следует, что поле (17) на  $B_n$  имеет особую точку  $x_n$  (очевидно, ненулевую).

Следовательно, у уравнения (17) имеется решение  $x = x_n$ . Полагая  $v_n = v(x_n)$ , получим, что уравнение (13) при  $v = v_n$  имеет решение  $x = x_n$ .

Лемма 1 доказана.

**Завершение доказательства теоремы 1.** Воспользуемся тем фактом, что функция  $x(t)$  тогда и только тогда будет  $\omega$ -периодическим решением системы (6), когда вектор  $y = x(0) \in R^2$  будет решением операторного уравнения

$$y = V(T, \mu)y + v(y, T, \mu) + w(y, T, \mu), x \in R^2; \quad (25)$$

здесь

$$V(T, \mu) = e^{TA(\mu)}, \quad (26)$$

$$v(y, T, \mu) = T \int_0^1 e^{(T-s)A(\mu)} \varphi(y(s), \mu) ds, \quad (27)$$

$$w(y, T, \mu) = T \int_0^1 e^{(T-s)A(\mu)} b(y(s), \mu) ds \quad (28)$$

и  $y(t)$  – удовлетворяющее условию  $y(0) = y$  решение системы

$$y' = TA(\mu)y + T\varphi(y, \mu) + Tb(y, \mu), y \in R^2.$$

Для доказательства теоремы 1 достаточно установить, что для уравнения (25) выполняются все условия леммы 1.

Положим  $v = (T, \mu)$ ,  $v_0 = (T_0, \mu_0)$ , где  $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ .

Так как матрица матрица  $A(\mu_0)$  имеет простые собственные значения  $\pm\omega_0 i$ , то оператор  $V(T_0, \mu_0)$  имеет полупростое собственное значение 1 кратности 2.

Выше было отмечено, что матрица  $A(\mu)$  имеет непрерывную ветвь собственных значений  $\lambda(\mu) = \alpha(\mu) + i\omega(\mu)$  такую, что  $\alpha(\mu_0) = 0$  и  $\omega(\mu_0) = \omega_0$ . Этой непрерывной ветви собственных значений соответствует непрерывная ветвь собственных векторов  $e(\mu) + ig(\mu)$ . Тогда оператор  $V(T, \mu)$  при близких к  $(T_0, \mu_0)$  значениях  $(T, \mu)$  имеет непрерывные ветви простых собственных значений  $\lambda_{\pm}(T, \mu) = e^{T\alpha(\mu)}[\cos(T\omega(\mu)) \pm i\sin(T\omega(\mu))]$ , которым отвечают непрерывные ветви собственных векторов  $e(\mu) \pm ig(\mu)$ . Таким образом, оператор  $V(T_0, \mu_0)$  имеет полупростое собственное значение 1 кратности 2 простой структуры.

Векторное поле (11) в данном случае имеет вид

$$F \begin{bmatrix} T \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - e^{T\alpha(\mu)} \cos(T\omega(\mu)) \\ -e^{T\alpha(\mu)} \sin(T\omega(\mu)) \end{bmatrix}.$$

Условие (14) проверяется прямым подсчетом производной вектор-функции  $F$ ; невырожденность производной  $F'$  в точке  $v_0 = (T_0, \mu_0)$  следует из условия (4). Таким образом, все условия леммы 1 для оператора (26) выполнены.

Остается убедиться в том, что для операторов (27) и (28) выполнены условия (12). В справедливости этого можно убедиться несложной проверкой, используя соотношения (3) и (5). Теорема 1 доказана.

*Работа выполнена при поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ) 14-31-50590*

## ЛИТЕРАТУРА

1. Марсден Дж., Мак-Кракен М. Бифуркация рождения цикла и ее приложения. – М.: Мир, 1980, 362 с.
2. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. – М.: Наука, 1985, 224 с.
3. Мухамадиев Э.М., Нуров И.Д., Халилова М.Ш. Предельные циклы кусочно-линейных дифференциальных уравнений второго порядка. – Уфимский математический журнал, 2014, т. 6, № 1, с. 84-93.
4. Kozjakin V.S., Krasnosel'skii M.A. The method of parameter functionalization in the Hopf bifurcation problem. – Nonlinear Analysis, Theory, Methods and Application, 1987, v. 11, № 2, pp. 149-161.
5. Кузнецов Н.А., Юмагулов М.Г., Шарафутдинов И.В. Алгоритм исследования устойчивости периодических колебаний в задаче о бифуркации Андронова-Хопфа. – Автоматика и телемеханика, 2008, № 12, с. 47-52.
6. Красносельский М.А., Кузнецов Н.А., Юмагулов М.Г. Функционализация параметра и асимптотика циклов в бифуркации Хопфа. – Автоматика и телемеханика, 1996. № 11, с. 22-28.
7. Красносельский М.А., Кузнецов Н.А., Юмагулов М.Г. Операторный метод анализа устойчивости циклов при бифуркации Хопфа. – Автоматика и телемеханика, 1996, № 12, с. 24-30.
8. Красносельский М.А., Кузнецов Н.А., Юмагулов М.Г. Условия устойчивости циклов при бифуркации Хопфа в бесконечности. – Автоматика и телемеханика, 1997, № 1, с. 56-62.
9. Вышинский А.А., Ибрагимова Л.С., Муртазина С.А., Юмагулов М.Г. Операторный метод приближенного исследования правильной бифуркации в многопараметрических динамических системах. – Уфимский математический журнал, 2010, т.2, № 4, с. 3-26.
10. Като Т. Теория возмущений линейных операторов. – М.: Мир, 1972, 739 с.
11. Красносельский М.А., Забрейко П.П. Геометрические методы нелинейного анализа. – М.: Наука, 1975, 511 с.

М.Г.ЮМАГУЛОВ, М.Қ.АРАБОВ\*

### НИШОНАҲОИ БИФУРКАТСИЯИ АНДРОНОВ-ХОПФ БАРОИ СИСТЕМАҲОИ ДИНАМИКИИ ДОРОИ ЭЛЕМЕНТИ ҒАЙРИСУФТАИ ҒАЙРИХАТТИДОШТА

*Донишгоҳи давлатии Бошқирдистон,  
\*Институти математикаи ба номи А. Ҷураеви  
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Дар ин мақола масъалаи бифуркатсияи Андронова-Хопф барои муодилаҳои дифференциалии тарафи росташон функсияи ғайрихаттии типии модул дошта, дида баромада шудааст. Бо ёрии методҳои топологӣ нишонаҳои бифуркатсияи Андронова-Хопф муқаррар карда шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** системаҳои динамикӣ, ғайрихаттӣ, бифуркатсия, нуқтаи оромӣ, ҳалли даврӣ, муодилаи операторӣ.

M.G.YUMAGULOV, M.K.ARABOV\*

**SIGNS OF ANDRONOV-HOPF BIFURCATION FOR A DYNAMIC SYSTEM  
COMPRISING A NONSMOOTH NONLINEARITY**

*Bashkir State University,*

*\*A.Juraev Institute of Mathematics, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

This paper is researched Andronov-Hopf bifurcation for differential equations, which contain non-smooth functions of modulus type in the right side. Using topological methods is defined signs of Andronov-Hopf bifurcation.

**Key words:** dynamical systems, non-linear, bifurcation, stationary point, periodic solution, operator equation.

УДК 536.77

Р.Х.САИДОВ

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СПЛАВОВ ГАЛЬФАН I И  
ГАЛЬФАН II, ЛЕГИРОВАННЫХ РЕДКОЗЕМЕЛЬНЫМИ МЕТАЛЛАМИ

*Таджикский национальный университет*

*Поступила в редакцию 11.05.2016 г.*

*Исследована температурная зависимость теплоёмкости сплавов Zn5Al и Zn55Al, легированных скандием, иттрием, празеодимом, церием, неодимом и европием. Определены температурная зависимость теплоёмкости, энтальпии, энтропии и энергии Гиббса.*

**Ключевые слова:** сплавы, теплоемкость, редкоземельные металлы.

Сведения о термодинамических свойствах металлов и сплавов определяют их промышленное использование. В настоящей работе приведены результаты экспериментального исследования теплофизических свойств сплавов Zn5Al, Zn55Al, легированных различной концентрацией редкоземельных (РЗМ) металлов, методом охлаждения [1]. Во всех исследованных системах наблюдается аномальное охлаждение [2]. В качестве примера на рис. 1 приведены зависимости температуры сплава Zn5Al, легированного неодимом концентрации 0.05% (по массе), от времени охлаждения. Кривые (1) соответствуют экспериментальным данным, кривые (2) – базовая линия, получены с помощью программного обеспечения типа Microcal Origin 6.0. Базовая линия (2) описывается уравнением

$$T = T_0 + (T_1 - T_0) \exp(-\tau / \tau_1) + (T_2 - T_0) \exp(-\tau / \tau_2), \quad (1)$$

где  $T_0$  – температура окружающей среды,  $T_1 - T_0$ ,  $T_2 - T_0$  – амплитуда первого и второго процессов, разность температур нагретого тела и окружающей среды в момент начала измерений,  $\tau_1$  и  $\tau_2$  – постоянная охлаждения для первого и второго релаксационных процессов [3].

---

*Адрес для корреспонденции:* Саидов Рахимджон Хамрокулович. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: rahsai@mail.ru



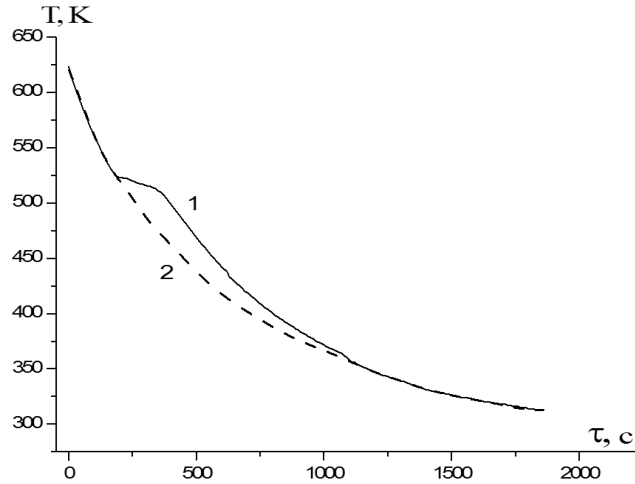


Рис.1. Кривые охлаждения сплава Zn5Al+0.05% Nd.

Дифференцируя (1), получим уравнения для скорости охлаждения:

$$\frac{dT}{d\tau} = - \left( \frac{T_1 - T_0}{\tau_1} e^{-\tau/\tau_1} + \frac{T_2 - T_0}{\tau_2} e^{-\tau/\tau_2} \right).$$

Используя литературные данные по теплоемкости алюминия и цинка, по правилу Неймана-Коппа определили теплоемкость сплавов Zn5Al и Zn55Al. Далее, используя теплоемкость сплавов и экспериментально полученные нами величины скорости охлаждения, вычислили температурную зависимость коэффициента теплоотдачи по следующей формуле:

$$|\alpha(T)| = \frac{C(T)m \left( \frac{dT}{d\tau} \right)}{S(T - T_0)}$$

Для сплавов Zn5Al и Zn55Al температурная зависимость коэффициента теплоотдачи имеет вид:

$$|\alpha(T)|_{Zn5Al} = 6.7295 + 0.0036T + 5.010^{-5}T^2 - 2.553410^{-8}T^3; \quad (2)$$

$$|\alpha(T)|_{Zn55Al} = 6.1912 + 0.0028T + 4.568410^{-5}T^2 - 2.712710^{-8}T^3. \quad (3)$$

Для вычисления теплоемкости легированных сплавов использовали коэффициенты теплоотдачи для исходных сплавов Zn5Al и Zn55Al по уравнениям (2) и (3), считая, что они не зависят от концентрации легирующего металла и скорости охлаждения для базовой линии по формуле:

$$C(T) = \frac{|\alpha(T)|S(T - T_0)}{m(dT / d\tau)}.$$

Исследована температурная зависимость теплоемкости сплавов Zn5Al и Zn55Al, легированных скандием, иттрием, празеодимом, церием, неодимом и европием. В качестве примера на рис. 2 приведены зависимости удельной теплоемкости сплава Zn55Al, легированного различными концентрациями празеодима.

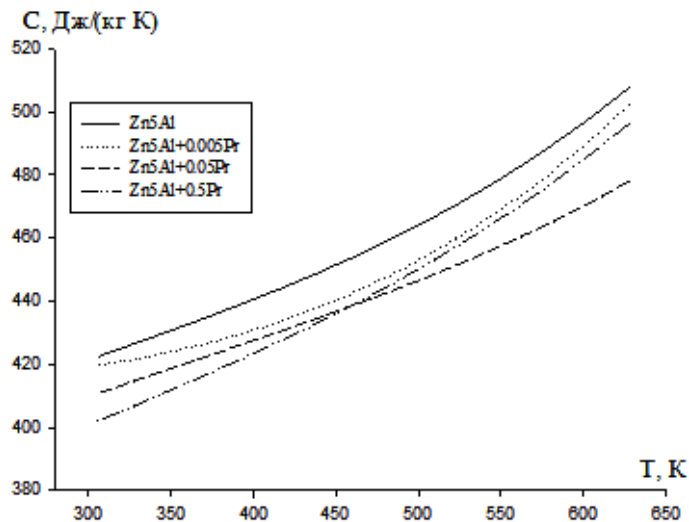


Рис. 2. Температурная зависимость теплоемкости сплава Zn5Al, легированного различной концентрацией Pr.

Зависимость теплоемкости от температуры в интервале 300-633 К выражается уравнением  $C(T) = C(300 \text{ K}) - a_0 + b_0T + c_0T^2 + d_0T^3$ . Значения коэффициентов в этой уравнении приведены в табл. 1.

Таблица 1

Значения коэффициентов в уравнении теплоемкости (Дж/моль К)

$$C(T) = C(300 \text{ K}) - a_0 + b_0T + c_0T^2 + d_0T^3$$

	$a_0$	$b_0, 10^{-2}$	$c_0, 10^{-5}$	$d_0, 10^{-8}$	$C(300 \text{ K})$
Zn 0.065	4.454	2.405	-4.550	4.940	25.608
Al (A7) 0.027	5.490	2.592	-3.240	2.333	24.386
Sc 0.045	3.477	1.710	-2.250	1.377	24.349
Y 0.089	1.634	0.356	0.552	0.249	26.700
Pr 0.141	9.621	4.230	-4.230	2.735	26.276
Nd 0.144	3.624	1.152	-0.029	0.720	27.416
Eu 0.152	2.916	1.064	-0.517	0.699	26.997
La 0.139	2.490	1.390	-2.780	3.044	27.560
Ce 0.140	10.710	4.620	-4.200	2.338	26.591
Zn55Al	5.143	2.544	-3.665	2.995	24.617
(2)+0.005 Sc	2.696	0.492	-0.366	5.738	16.937
(2)+0.01 Sc	3.410	0.776	-0.103	4.346	18.536
(2)+0.5 Sc	1.260	0.106	-4.031	8.463	20.245
(2)+0.005 Y	3.761	1.004	1.283	-1.503	23.376
(2)+0.01 Y	5.012	1.159	0.916	-1.068	24.928
(2)+0.5 Y	4.332	2.331	-4.031	3.587	23.363
(2)+0.005 Ce	4.743	2.390	-3.665	3.221	24.530

	$a_0$	$b_0, 10^{-2}$	$c_0, 10^{-5}$	$d_0, 10^{-8}$	$C(300\text{ K})$
(2)+0.5 Ce	4.463	2.296	-3.665	3.227	24.275
(2)+0.005 Pr	1.571	0.514	-0.403	1.448	23.091
(2)+0.05 Pr	1.075	0.040	0.971	0.300	23.361
(2)+0.5 Pr	2.408	0.843	-0.462	1.093	23.895
(2)+0.005 Nd	5.462	1.416	0.491	-0.841	24.816
(2)+0.05 Nd	4.090	1.151	1.0885	-1.277	23.212
(2)+0.005 Eu	5.556	2.780	-3.427	2.370	24.000
(2)+0.5 Eu	3.830	0.817	2.265	-2.446	23.928
Zn5Al (1)	4.711	2.431	-4.270	4.668	25.705
(1)+0.005 Sc	2.079	0.848	-1.403	2.948	25.640
(1)+0.5 Sc	1.755	0.018	2.257	-1.225	25.324
(1)+0.005 Y	2.848	1.574	-3.629	5.159	23.969
(1)+0.01 Y	1.905	1.146	-4.203	6.427	25.796
(1)+0.5 Y	2.851	0.149	3.453	-2.607	23.610
(1)+0.005 Ce	2.959	0.242	3.233	-2.511	24.912
(1)+0.05 Ce	21.750	1.243	-1.952	3.624	24.701
(1)+0.005 Pr	2.951	0.250	-1.344	3.788	25.614
(1)+0.05 Pr	5.114	2.602	-4.094	3.676	25.026
(1)+0.5 Pr	4.914	2.282	-3.281	3.783	24.487
(1)+0.05 Nd	2.389	1.659	-4.819	6.518	25.515
(1)+0.005 Eu	2.737	0.587	1.128	-0.150	24.013
(1)+0.01 Eu	1.614	0.060	1.647	-0.176	25.546
(1)+0.5 Eu	2.985	0.532	1.745	-0.677	24.600

Полученные экспериментальные результаты показывают, что теплоемкость легированных сплавов меньше, чем для исходного сплава, и с повышением температуры растет. С ростом концентрации легированного металла теплоемкость меняется различно. Для сплавов Zn5Al, легированных европием, церием и неодимом, с ростом концентрации теплоемкость уменьшается, а для сплавов, легированных празеодимом и скандием увеличивается.

Для вычисления температурной зависимости изменения энтальпии, энтропии и энергии Гиббса использовали интегралы от молярной теплоемкости:

$$\Delta H(T) = \int_{300}^T C(T) dT; \Delta S(T) = \int_{300}^T C(T) d \ln T; \Delta G(T) = \Delta H(T) - T \Delta S(T).$$

На рис. 3 и 4 приведены зависимости энтальпии и энтропии от температуры для сплава Zn5Al, легированного неодимом, в интервале температуры 300 К до 630 К.

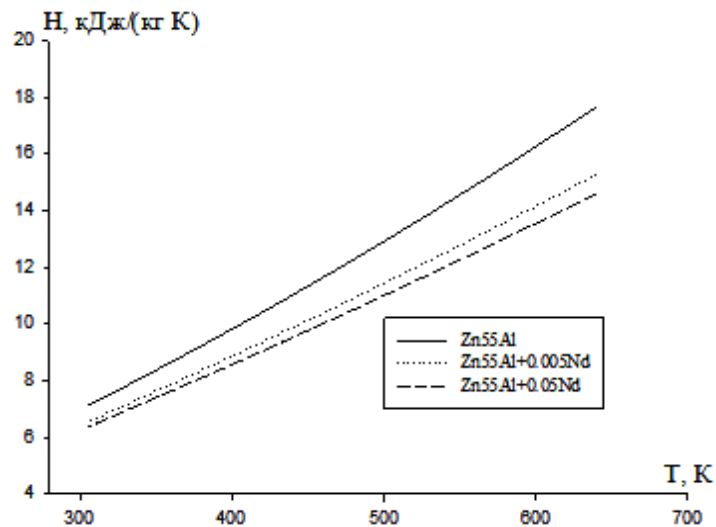


Рис.3. Зависимость энтальпии от температуры для сплава Zn55Al, легированного неодимом.

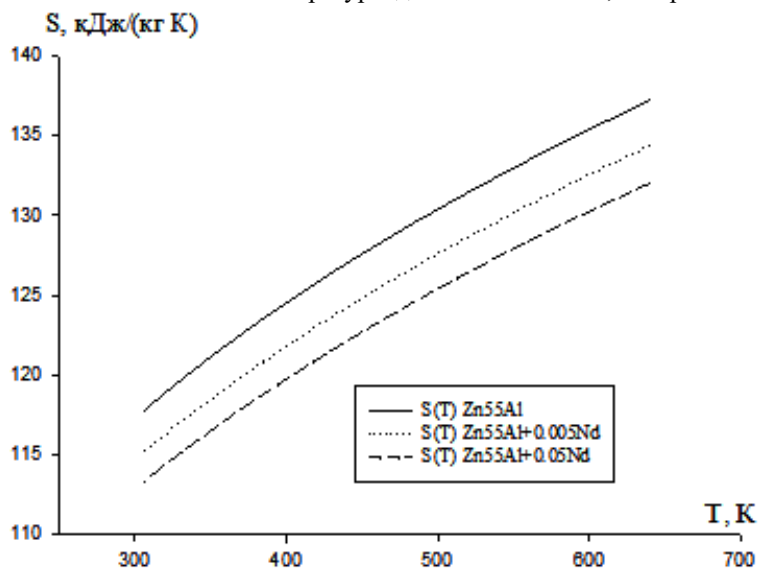


Рис.4. Зависимость энтропии от температуры для сплава Zn55Al, легированного неодимом.

Таблица 2

Значение коэффициентов в уравнении зависимости энтальпии (кДж/моль) и энтропии (Дж/моль К) от температуры:  $a_i, b_i, 10^{-3}$ ;  $c_i, 10^{-6}$ ;  $d_i, 10^{-9}$

Сплав	$a_1$	$b_1$	$c_1$	$d_1$	H(300 K)	$a_2$	$b_2$	$c_2$	$d_2$	S(300 K)
Zn55Al (2)	19.5	12.7	-12.2	7.5	6.724	19.5	25.4	-18.3	10.0	117.471
(2)+0.005Nd	19.3	7.1	1.6	-2.1	6.455	19.3	14.2	2.4	-2.8	114.488
(2)+0.05Nd	19.1	5.7	3.6	-3.2	6.314	19.1	11.5	5.4	-4.3	112.766
(2)+0.005Pr	21.5	2.6	-1.3	3.6	6.678	21.5	5.1	-2.0	4.8	124.116
(2)+0.05Pr	22.3	0.2	3.2	0.7	6.800	22.3	0.4	4.9	1.0	127.787
(2)+0.5Pr	21.5	4.2	-1.5	2.7	6.809	21.5	8.4	-2.3	1.6	124.992
(2)+0.005Sc	14.2	2.5	-1.2	14.3	4.568	14.2	4.9	-1.8	19.1	82.840
(2)+0.01Sc	15.1	3.9	-0.3	10.9	4.961	15.1	7.8	-0.5	14.5	88.817
(2)+0.5Sc	19.0	0.5	-13.4	21.2	5.555	19.0	1.1	-20.2	28.2	107.649

Сплав	a <sub>1</sub>	b <sub>1</sub>	c <sub>1</sub>	d <sub>1</sub>	H(300 K)	a <sub>2</sub>	b <sub>2</sub>	c <sub>2</sub>	d <sub>2</sub>	S(300 K)
(2)+0.005Y	19.6	5.0	4.3	-3.8	6.415	19.6	10.0	6.4	-5.0	115.239
(2)+0.01Y	19.9	5.8	3.0	-2.7	6.551	20.0	11.6	4.6	-3.6	117.877
(2)+0.5Y	19.0	11.6	-13.4	9.0	6.455	19.0	23.3	-20.2	11.9	113.869
(2)+0.005Ce	19.8	11.9	-12.2	8.0	6.746	19.8	23.9	-18.3	10.7	118.751
(2)+0.5Ce	19.8	11.5	-12.2	8.1	6.711	19.8	23.0	-18.3	10.8	118.484
(2)+0.005Eu	18.4	13.9	-11.4	5.9	6.511	18.4	27.8	-17.1	7.9	111.968
(2)+0.5Eu	20.1	4.1	7.5	-6.1	6.552	20.1	8.2	11.3	-8.1	117.909
Zn5Al (1)	21.0	12.2	-14.2	11.7	7.109	21.0	24.3	-21.3	15.6	125.578
(1)+0.005Pr	25.0	1.2	-4.5	9.5	7.563	25.0	2.5	-6.7	12.6	143.087
(1)+0.05Pr	19.9	13.0	-13.6	9.2	6.847	19.9	26.0	-20.5	12.2	119.794
(1)+0.5Pr	19.6	11.4	-10.9	9.5	6.688	19.6	22.8	-16.4	12.6	117.503
(1)+0.005Ce	21.9	1.2	10.8	-6.3	6.918	21.9	2.4	16.2	-8.4	126.869
(1)+0.05Ce	21.7	6.2	-6.5	9.1	6.966	21.7	12.4	-9.8	12.1	126.941
(1)+0.005Y	21.1	7.9	-12.1	12.9	7.000	21.1	15.7	-18.1	17.2	123.900
(1)+0.01Y	23.9	5.7	-14.0	16.1	7.435	23.9	11.5	-21.0	21.4	138.463
(1)+0.5Y	20.8	0.7	11.5	-6.5	6.560	20.8	1.5	17.3	-8.7	120.415
(1)+0.005Eu	21.3	2.9	3.8	-0.4	6.750	21.3	5.9	5.6	-0.5	123.756
(1)+0.01Eu	23.9	0.3	5.5	-0.4	7.342	23.9	0.6	8.2	-0.6	137.227
(1)+0.5Eu	21.6	2.7	5.8	-1.7	6.865	21.6	5.3	8.7	-2.3	125.517
(1)+0.005Sc	23.6	4.2	-4.7	7.4	7.391	23.6	8.5	-7.0	9.8	136.800
(1)+0.5Sc	23.6	0.1	7.5	-3.1	7.266	23.6	0.2	11.3	-4.1	132.729
(1)+0.05Nd	23.1	8.3	-16.1	16.3	7.374	23.1	16.6	-24.1	21.7	135.159

Как в случае теплоемкости, концентрационная зависимость энтальпии, энтропии и энергии Гиббса сложная, то есть для одних легированных металлов они увеличиваются, а для других уменьшаются, имеют экстремум или от концентрации не зависят.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Низомов З., Гулов Б., Саидов Р., Аvezов З. Измерение удельной теплоемкости твердых тел методом охлаждения. – Вестник Национального университета, 2010, вып. 3(59), с.136-141.
2. Низомов З., Саидов Р.Х., Шарипов Дж. Г., Аvezов З. Теплофизические свойства цинк-алюминиевых сплавов, легированными ШЗМ и РЗМ. – Вестник Технического университета, 2015, вып.4(32), с. 30-34.
3. Низомов З., Гулов Б., Саидов Р.Х. Теплоемкость алюминия марки А5N, его сплавов с кремнием, медью и редкоземельными металлами. – Доклады Академии наук Республики Таджикистан, 2014, т. 57, №11-12, с.843-849.

Р.Х.САИДОВ

### ХОСИЯТҲОИ ТЕРМОДИНАМИКИИ БО МЕТАЛЛҲОИ НОДИР-ЗАМИНӢ ЧАВҲАРОНИДАИ ХУЛАҲОИ

#### ГАЛФАН I ВА ГАЛФАН II

*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Гаримигунҷоиши хулаҳои Zn5Al ва Zn55Al, ки бо скандий, иттрий, празеодим, серий, неодим ва европий чавхаронидашударо вобаста ба температура таҳқиқ

ва вобастагии энталпия, энтропия ва энергияи Гиббсро аз температура муайян карда шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** хулаҳо, гармиғунҷоиш, металлҳои нодирзаминӣ

R.H.SAIDOV

**THERMODYNAMIC PROPERTIES OF ALLOYS GALFAN I AND GALFAN II  
DOPED WITH RARE EARTH METALS**

*Tajik National University*

Investigated temperature dependence of the specific heat of the alloy Zn5Al and Zn55Al doped with scandium, yttrium, praseodymium, cerium, neodymium and europium. Determined the temperature dependence of the heat capacity, enthalpy, entropy and Gibbs energy.

**Key words:** alloys, specific heat, rare earth metals.

УДК 541.123

Ш.ТУЙЧИЕВ, Д.РАШИДОВ, У.ШОИМОВ, Л.ТУЙЧИЕВ, Ш.АКНАЗАРОВА

**ИЗМЕНЕНИЕ НАДМОЛЕКУЛЯРНОЙ МОРФОЛОГИИ ЭЛАСТОМЕРОВ  
ПРИ ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ**

*Таджикский национальный университет*

*Поступила в редакцию 11.05.2016 г.*

*Методами атомно-силовой микроскопии, рентгенографии, оптической микроскопии и рассеяния линейно поляризованного света исследован процесс изменения надмолекулярной морфологии образцов из синтетического изопренового каучука СКИ-3. Обнаружена межфибрилярная периодичность, обратимые переходы между аморфным и аморфно-кристаллическим состоянием под влиянием таких факторов, как температура, деформация, облучение и модификация фуллереном  $C_{60}$ ; проведены оценки модулей упругости кристаллической решетки эластомера СКИ-3 вдоль и поперек направления цепей.*

**Ключевые слова:** эластомеры, атомно-силовая микроскопия, рентгенография, оптическая микроскопия, термомодеформационное испытание.

Изучению структуры и механизма развития деформационных процессов при одноосном растяжении аморфных и аморфно-кристаллических эластомеров, идентификации структурных элементов на надмолекулярном уровне и их изменений в процессе растяжения посвящены многочисленные работы [1-8]. Однако о надмолекулярной структуре аморфных эластомеров и ее изменениях в полях внешних воздействий (механическое, тепло, облучение, модификация наночастицами и др.) существуют неоднозначные и порою противоположные точки зрения [1-8]. Прямую и наиболее полную информацию об этих процессах можно получить, проводя исследования непосредственно на атомно-силовом микроскопе (АСМ) и сравнивая полученные результаты с результатами рентгенографических, оптических и термографических исследований.

Цель настоящей работы заключалась в изучении изменений в надмолекулярной структуре СКИ-3 как исходных, так и предварительно облученных гамма-лучами и моди-

---

*Адрес корреспонденции:* Туйчиев Шарофиддин. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: tuichiev@mail.ru

фицированных наноуглеродными частицами (фуллерен  $C_{60}$  и др.) при внешних воздействиях.

В качестве объектов исследования использовали сшитый синтетический каучук изопреновый (СКИ-3, ГОСТ 14925-79, с молекулярной массой  $M=9 \cdot 10^5$ ). Предварительно готовили маточный раствор эластомера и фуллерена  $C_{60}$  в разных растворителях (бензол и его производные, четыреххлористый углерод); затем из смеси растворов эластомера и наполнителя в общем растворителе отливали пленки при температуре  $20^\circ\text{C}$ , концентрацию наполнителя в образцах меняли в пределах  $C=0-10\%$ .

Одноосное растяжение образцов производили в непрерывном и ступенчатом режиме. При достижении заданной деформации в ступенчатом режиме производили съёмку рентгенограмм образцов и картины поверхности на АСМ в контактном и неконтактном режимах. АСМ исследования проводили на установке Dualscope/Rasterscope C26, DME (Дания). Для снятия деформационных кривых одноосное растяжение образцов проводили в непрерывном режиме на установке РМ-1 со скоростью деформации  $0.125\text{c}^{-1}$ . Рентгеновские исследования образцов в сочетании с одноосным растяжением проводили на аппаратах ДРОН-2 и КРМ-1, использовали медное излучение, фильтрованное никелем. Структурно-механические и АСМ-исследования образцов производили при  $20^\circ\text{C}$ . На АСМ для исходных и деформированных образцов картины поверхности снимали на разных участках, удаленных друг от друга на 100 мкм. Оптические наблюдения образцов проводили на поляризационном микроскопе МИН-8 в скрещенных поляроидах при  $20^\circ$ . Тепловые испытания образцов в циклах нагревание-охлаждение в сочетании с одновременным их рентгенографированием на больших (БР) и малых углах рассеяния (МР) проводили в интервале температур  $10^\circ-70^\circ-10^\circ$ ,  $10^\circ-90^\circ-10^\circ$  и  $10^\circ-150^\circ-10^\circ$  на стандартной термокамере со скоростью нагрева и охлаждения образцов в  $2^\circ/\text{мин}$ . При достижении заданной температуры опыта  $T_0$  образцы выдерживали при этой  $T_0$  в течение 0.5 ч, а затем проводили рентгеновские исследования. Тепловые свойства образцов исследовали на установке ДСК F204 фирмы Netzsch со скоростью нагрева и охлаждения  $10$  град/мин.

На рис.1 представлены АСМ картины исходного недеформированного СКИ-3, снятые в четырех точках образца, удаленных друг от друга на расстояние 100 мкм. Как видно из рисунка, структура поверхности образца резко неоднородная. Она состоит из конгломерата дискретных элементов сферической и овальной формы разных размеров, вкрапленных в аморфную матрицу (рис.1, 1-ый и 2-ой ряд). Кроме того, наблюдаются неориентированные блоки, состоящие из дисковидных и овальной формы элементов, столбчатых структур, тяжей и др. (рис.1, 1-ый и 2-ой ряд). При деформации растяжения на  $\epsilon=200\%$  происходит слабая ориентация и взаимное перемещение дискретных элементов в направлении растяжения (рис.2, 2-ой ряд). С ростом деформации до  $\epsilon=600\%$  в направлении растяжения возникают игловидные структуры и периодичные полосы сдвига, составляющие угол  $\sim 30-45^\circ$  с направлением растяжения (рис.2, 2-ой ряд); величины игловидных структур в поперечном и продольном направлениях составляют  $\sim 5-10$  нм и  $\sim 12-15$  нм,



соответственно. Дальнейшее растяжение до  $\epsilon=800\%$  сопровождается исчезновением полос сдвига, формированием игловидных структур, их полной ориентацией вдоль направления растяжения (рис.2, 2-ой ряд). Разгрузка приводит к восстановлению исходной структуры поверхности образца.

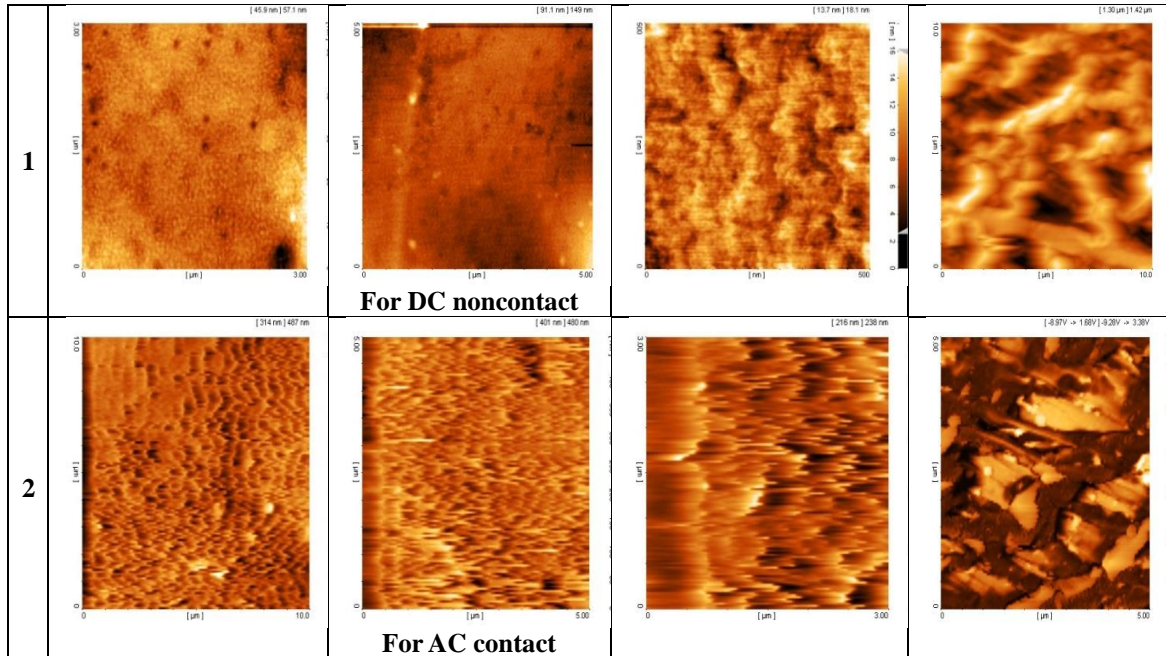


Рис.1. АСМ картины исходного недеформированного СКИ-3 в разных точках, удаленных друг от друга на расстояние 100 мкм.

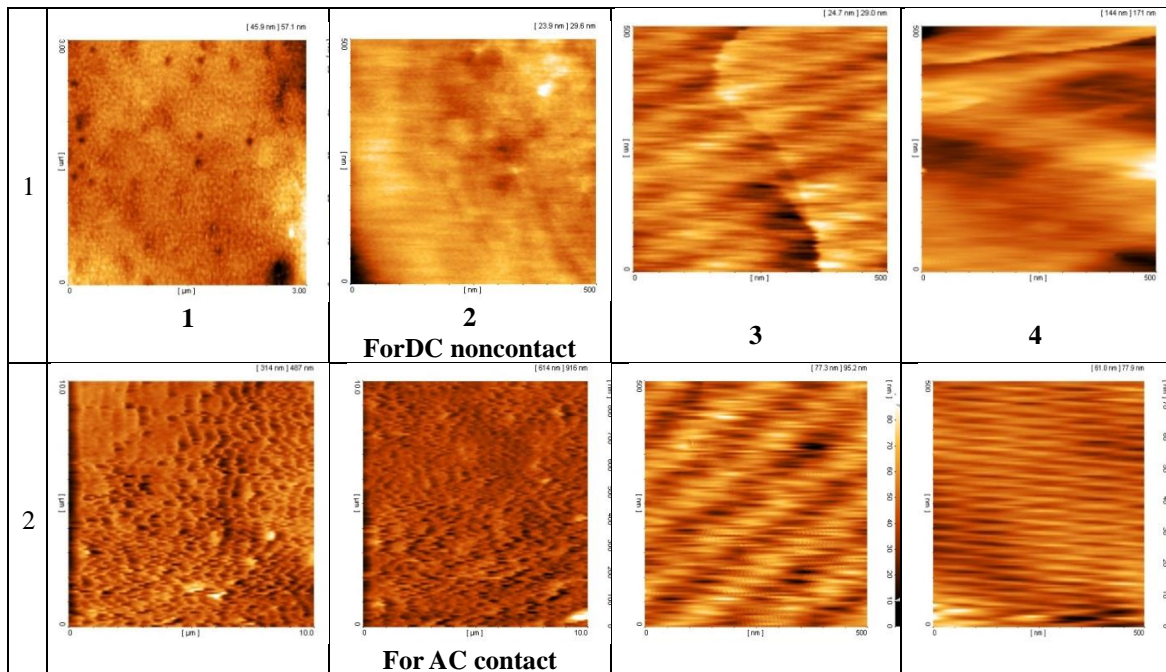
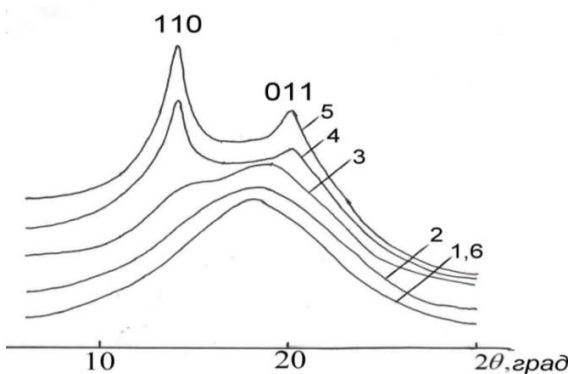


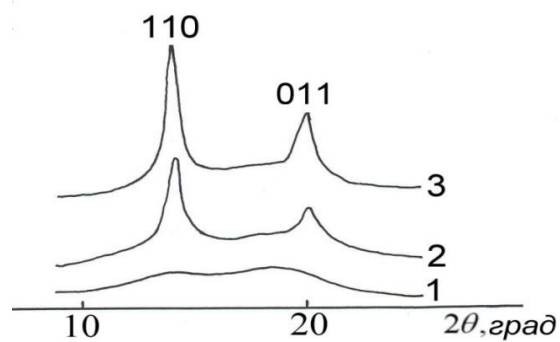
Рис.2. АСМ исходного и деформированного СКИ-3.  
1 –  $\epsilon=0$ ; 2 – 200; 3 – 600; 4 – 800%. Ось растяжения горизонтальная.

Надмолекулярная структура (НМС) исходного СКИ-3 представляет собой конгломерат из дискретных неупорядоченных единиц – глобулярной структуры, вкрапленных в матрицу, состоящую из спиралевидных макромо-лекул, фибрилл и др. Данные АСМ показывают, что одноосное растяжение СКИ-3 сопровождается ориентацией и взаимными перемещениями крупномасштабных элементов, их трансформацией в игловидные структуры с периодичным расположением вдоль и поперек оси растяжения. По-видимому, игловидные структуры, наблюдаемые в АСМ, представляют собой кристаллические образования, которые регистрируются методами рентгенографии; размеры этих образований по АСМ и БР весьма близки и составляют 10-12 нм.

Для идентификации структуры при одноосном растяжении СКИ-3 можно произвести сравнение картин АСМ с результатами изменения структуры образцов в рентгенографических исследованиях.



**Рис. 3.** Большеугловые рентгенограммы СКИ-3 при деформировании. 1 –  $\varepsilon=0$ ; 2 – 200; 3 – 400; 4 – 600; 5 – 800%; 6 – разгрузка.



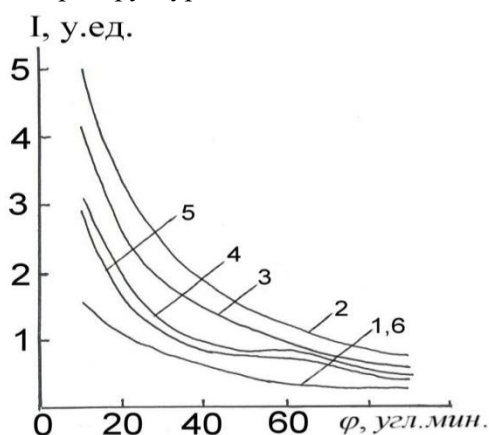
**Рис. 4.** Большеугловые рентгенограммы деформированного СКИ-3 после вычета аморфного фона. 1 –  $\varepsilon=400$ ; 2 – 600; 3 – 800%.

На рис.3 представлены большеугловые рентгенограммы (БР) образцов СКИ-3, подвергнувших ступенчатой деформации до предразрывного состояния. Как видно из рис.3 (кривая 1), на БР исходного образца наблюдается широкое симметричное аморфное гало с максимумом на угле  $2\theta=18^\circ$ , радиальной полушириной  $\Delta 2\theta=10^\circ$ ; среднее межчастичное (межмолекулярное) расстояние составляет  $\sim 0.49$  нм, а размеры областей когерентного рассеяния  $\sim 0.4$  нм. С ростом величины деформации растяжения в интервале  $\varepsilon=0-300\%$  форма профиля аморфного гало не меняется, его максимум несколько смещается в сторону больших значений  $2\theta$  при неизменности величины  $\Delta 2\theta$  и интенсивности рассеяния в максимуме гало  $I_{\text{ма}}$  (рис.3, кривая 2). Это свидетельствует о том, что с увеличением деформации происходит некоторое уменьшение межмолекулярного расстояния при постоянстве величины и числа областей когерентного рассеяния. Следовательно, деформация образца вначале сопровождается малыми перемещениями элементов структуры, ориентацией цепных спиральных молекул и фибрилл вдоль направления растяжения. В интервале  $\varepsilon=400-800\%$  и до предразрывного состояния происходит кристаллизация си-

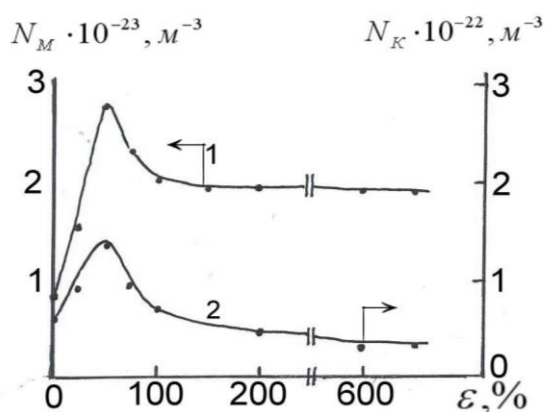
стемы, на БР возникают экваториальный (110), (011) и меридианальный (080) рефлексы на углах  $2\theta_1=14^\circ$ ,  $2\theta_2=20^\circ$  и  $2\theta_3=63.7^\circ$  соответственно. Если воспользоваться правилами восстановления формы профиля рефлексов с вычетом аморфного фона, то БР образцов можно представить как это показано на рис.4.

Кристаллическая структура - орторомбическая с параметрами  $a=0.778$ ,  $b=1.178$  и  $c=0.472$  нм; продольные и поперечные размеры кристаллитов составляют 8-9 нм; максимальная степень кристалличности равна 15%. После разгрузки с отдыхом 18 часов образец восстанавливает полностью свой исходный размер и форму, а также структуру, то есть наблюдаемые изменения в структуре и деформационном поведении образцов СКИ-3 являются обратимыми.

Теперь рассмотрим результаты малоуглового рассеяния рентгеновских лучей при одноосной деформации СКИ-3 (рис.5). Из рис.5 (кривая 1) видно, что на МР наблюдается лишь диффузное рассеяние, характерное аморфной системе с развитой неоднородностью в микроструктуре [4,9].



**Рис. 5.** Малоугловые рентгенограммы деформированного СКИ-3. 1 –  $\epsilon=0$ ; 2 – 50; 3 – 100; 4 – 500; 5 – 800; 6 – разгрузка.



**Рис. 6.** Изменение концентрации мелких ( $N_M$ ) и крупных ( $N_K$ ) пор при деформировании СКИ-3.

Для получения сведений о характере изменений структурных неоднородностей СКИ-3 при деформации растяжения, МР исходных и деформированных образцов были обработаны согласно методике, предложенной в работе [9]. Результаты исследований по определению размеров и концентраций неоднородностей представлены на рис.5. Как видно из рис.5, в интервале деформации  $\epsilon=0-100\%$  интенсивность диффузного рассеяния в экваториальном направлении вначале растет, а затем снижается и остается практически постоянной вплоть до предельных деформаций. В исходном образце обнаруживаются мелкие с  $N_M=4$  нм и крупные поры  $N_M=23$  нм, с соответствующими концентрациями  $N_M \sim 10^{23} \text{ м}^{-3}$  и  $N_K \sim 10^{22} \text{ м}^{-3}$ . С ростом  $\epsilon$  размеры мелких пор  $N_M$  остаются неизменными, а  $N_K$  увеличивается почти в 1.5 раза; концентрации мелких  $N_M$  и крупных  $N_K$  пор и трещин с деформацией изменяются экстремально, то есть при малых деформациях  $\epsilon \leq$

50% наблюдается резкое возрастание  $N_m$  и  $N_k$ , затем в интервале  $\epsilon=50-200\%$  эти величины уменьшаются и в последующем они изменяются незначительно (рис.6).

Экстремальное изменение структурных неоднородностей может обуславливать аномалии в изменениях физико-химических свойств эластомера при деформации. Так, в работе [10] показано, что в области малых деформаций  $\epsilon \leq 50\%$  для эластомеров наблюдается рост удельного сопротивления; в СКИ-3 обнаружено увеличение скорости химической реакции окисления в воздушной среде и при воздействии УФ-облучения [11,12]. При больших деформациях ( $\epsilon > 100\%$ ) наблюдается стабилизирующее влияние деформации на развитие процессов окисления [12].

По-видимому, при малых  $\epsilon \leq 50\%$  происходит некоторое разрыхление структуры в результате взаимного перемещения цепных молекул и их агрегаций, а при больших степенях растяжения увеличение ориентационной упаковки молекул способствует замедлению возникновения неоднородностей, снижению скорости диффузии кислорода в объем материала и соответственно уменьшению скорости процессов окисления. При предразрывных деформациях ( $\epsilon=800\%$ ) на МР проявляется протяженное плато в области углов дифракции  $\varphi=40-60$  угл.мин., что соответствует средней величине большого периода  $d=10-13$ нм и свидетельствует о фибриллярности структуры.

Оптические исследования исходных образцов СКИ-3 на поляризационном микроскопе в скрещенных поляроидах показали, что на  $N_v$ -картинах наблюдается лишь диффузное рассеяние без центрального пятна. По мере увеличения растяжения до 800% эта картина постепенно трансформируется в темнопольную с центральным пятном, что характерно рассеянию от стержневидных (фибриллярных) структур [13].

До настоящего времени сведения о механическом поведении кристаллических решеток эластомеров, в частности СКИ-3, в литературе отсутствуют. Проведенные исследования показали, что механическое поведение плоскостей (110) и (011) различается. При деформировании рефлекс (110) смещается в сторону малых  $2\theta$ , а рефлекс (011) смещается в сторону больших  $2\theta$  (см. рис.3). Кристаллическая решетка в направлении [110] расширяется, а в направлении [011] сжимается. Расширение решетки проявляется и в поведении меридианального рефлекса (080) на угле  $2\theta=63.7^\circ$  при деформировании образцов в интервале  $\epsilon=500-800\%$ . Интересным является то, что величины продольной и поперечной деформаций расширения и сжатия решетки практически одинаковы и составляют  $\epsilon_k = \pm 1.5\%$ . Это позволило в первом приближении оценить величину модуля упругости кристаллической решетки  $E_k$  вдоль и поперек оси макромолекул. Из данных рис. 3 следует, что величины модулей аморфных  $E_a$ , кристаллических  $E_k$  участков и самих образцов  $E$  изменяются во всем диапазоне растяжения: например,  $E_a=2 \cdot 10^2-50 \cdot 10^2$ МПа,  $E_k=20 \cdot 10^2-120 \cdot 10^2$ МПа,  $E=1-10$ МПа. Видно, что  $E_a$  и  $E_k$  являются величинами одного порядка, но они на один-два порядка больше, чем макро модуль  $E$  образца. Следовательно, кристаллиты СКИ-3 представляют собой достаточно «жесткие» образования, но они в  $10^2-10^3$  раз мягче и/или податливее, чем кристаллиты других кристаллизующихся полимеров. Деформация кристал-

литов СКИ-3 происходит за счет деформации валентных углов и растяжения одинарных связей. Следовательно, механизм деформации кристаллитной структуры эластомера СКИ-3 и других кристаллизующихся полимеров единообразен.

Исследования микро- и макродеформационного поведения элементов структуры СКИ-3 при переходе из неориентированного состояния в ориентированное при одноосном растяжении показали, что механизмы деформации и структурных превращений, наблюдаемых в эластомере, отличаются от других кристаллизующихся полимеров. Механизм высокоэластической деформации СКИ-3 включает ориентацию макромолекул и дискретных структурных элементов, выпрямление спиральных фибрилл, их упругие взаимные перемещения и др.. При разгрузке структура и геометрия образцов обратимо восстанавливаются.

Дополнительным подтверждением концепции структурных превращений в СКИ-3 при деформации могут быть результаты исследований температурного и термодформационного поведения структурных элементов эластомера. В связи с этим были проведены опыты по изучению тепловых свойств кристаллической решетки СКИ-3, когда на систему одновременно действуют два фактора: деформация и температура. Механическое воздействие проявляет кристаллическую структуру, а тепловое – может либо уменьшать или увеличивать отклик структуры на это воздействие. В этих опытах образцы из СКИ-3 предварительно деформировали до некоторого  $\varepsilon = \text{const}$  ( $\varepsilon = 400; 700; 800\%$ ), а затем производили нагрев образцов в цикле нагревание-охлаждение в интервале  $T = 10^\circ - 90^\circ - 10^\circ$ .

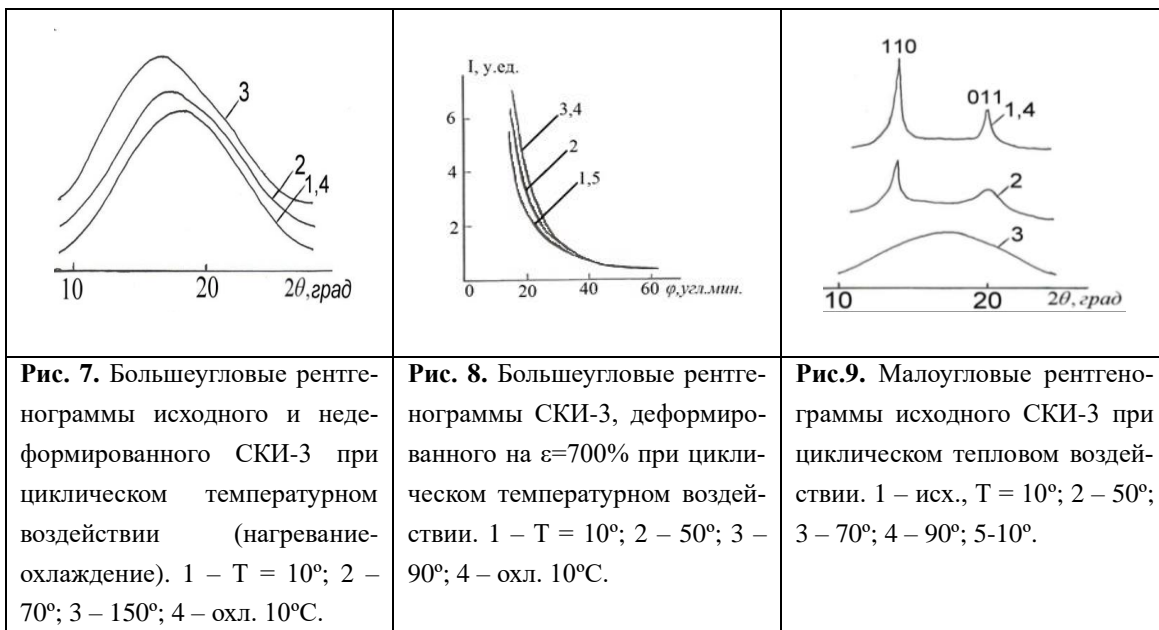
Необходимо отметить, что при предварительной вытяжке  $\varepsilon = 400\% = \text{const}$ , когда на БР проявляются слабые по интенсивности рефлексы (110) и (011), температурное воздействие в интервале  $T = 10^\circ - 30^\circ$  привело к их исчезновению. Результаты опытов для удлиненных образцов  $\varepsilon = 700$  и  $800\% = \text{const}$  при температурном воздействии в интервале  $T = 10^\circ - 90^\circ - 10^\circ\text{C}$  оказались практически идентичными. При этом прослежены не только панорамные изменения картины БР образцов, но и были проведены отдельные наблюдения за поведением кристаллических рефлексов (110), (011), (080) и аморфного гало. Подчеркнем, что подобные исследования ранее не проводились для СКИ-3.

Результаты исследования деформационного поведения элементов структуры СКИ-3 в неориентированном и ориентированном ( $\varepsilon = 700\% = \text{const}$ ) состояниях в цикле теплового воздействия нагревание-охлаждение в интервале  $10^\circ - 70^\circ - 10^\circ$ ,  $10^\circ - 90^\circ - 10^\circ$  и  $10^\circ - 150^\circ - 80^\circ$  приведены на рис. 7-9. Как видно из рис. 7, в этих температурных интервалах наблюдаются обратимые изменения структуры, причем среднее значение коэффициента тепловой деформации аморфных участков составляет  $\alpha_a = 6.5 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$ . Температурное воздействие сопровождается возрастанием интенсивности теплового движения цепных молекул и межцепного расстояния, которые обусловлены конформационными переходами типа клубок-спираль.

Величина коэффициента теплового расширения для неориентированного аморфного эластомера СКИ-3 составляет  $\alpha_a = 6.5 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$ , для ориентированных аморфных обла-

стей образца СКИ-3  $\alpha_{\text{аор}}=3.1 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$ , для кристаллической решетки в поперечном направлении  $\alpha_{110}=2.9 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$ ,  $\alpha_{011}=-1.6 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$  и в продольном направлении  $\alpha_{080}=-0.8 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$ . Тепловое воздействие не влияет на механическое поведение решетки, так как сохраняется величина и знак деформации решетки в поперечном и продольном направлениях.

Как видно из рис.7, температурное поведение структуры исходного недеформированного аморфного СКИ-3 и аморфной фазы ориентированного образца имеют общие и различающиеся признаки. Общими признаками являются наблюдаемые обратимые изменения межмолекулярного расстояния при постоянстве размеров областей когерентного рассеяния в цикле теплового воздействия нагревание – охлаждение.



Различие заключается в яркости проявления наблюдаемых явлений, то есть тепловой деформации расширения. Из данных рис.7 видно, что тепловая деформация расширения аморфных областей исходного недеформированного образца, характеризуемая коэффициентом  $\alpha_a=6.5 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$ , примерно в два раза больше, чем у аморфной области ориентированного образца –  $\alpha_{\text{аор}}=3,1 \cdot 10^{-4} \text{K}^{-1}$ . Следовательно, приложенное механическое поле подавляет тепловое движение цепных молекул, ограничивает тем самым конформационный набор. Это проявляется на БР в уменьшении величины углового смещения максимума аморфного гало и уровня ее интенсивности при температурном воздействии.

Тенденции температурных изменений параметров картин БР деформированных образцов СКИ-3 для экваториальных рефлексов (110) и (011) практически одинаковы (см.рис.8). С повышением температуры в интервале 10°-70°-10°, 10°-90°-10° и 10°-150°-10° в области 80-85° при нагреве наблюдается постепенное уменьшение интенсивности кристаллических рефлексов и их исчезновение, а при охлаждении их возникновение, то есть тепловые эффекты плавления и рекристаллизации обратимы (рис.8). Результаты

термодеформационных опытов показывают на общность механизма структурных превращений при тепловых испытаниях эластомеров и других кристаллических полимеров.

Исследования показали, что на малоугловых рентгенограммах (МР) исходных недеформированных и деформированных на  $\epsilon=700\%=\text{const}$  образцах СКИ-3 при циклических тепловых испытаниях наблюдаются однотипные и идентичные изменения. С повышением температуры в интервале  $10^\circ-90^\circ-10^\circ$  и  $10^\circ-150^\circ-10^\circ$  на МР образцов в области углов 12-25 мин. интенсивность диффузного рассеяния незначительно увеличивается, а при охлаждении она уменьшается и эти изменения являются также обратимыми (рис.9). По-видимому, они связаны с обратимыми изменениями в концентрации микро неоднородностей структуры типа пор и трещин. С ростом температуры происходит незначительное увеличение концентрации микро неоднородностей, а при понижении температуры – их уменьшение.

Таким образом, результаты АСМ и рентгенографических исследований в сочетании с одноосным растяжением и циклическими тепловыми испытаниями СКИ-3 показывают, что надмолекулярная структура эластомера сложная, многообразная и многоуровневая, проявление которых зависит от внешнего воздействия. Механизм структурных превращений, происходящих в СКИ-3 при воздействии деформации и тепла, имеет как различие, так и общие черты с механизмом структурных перестроек в кристаллизующихся полимеров.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Волынский А.Л., Бакеев Н.Ф. Структурная самоорганизация аморфных полимеров. – М.: Физ.матлит, 2005, 280 с.
2. Бухина М.Ф. Кристаллизация каучуков и резин. – М.: Химия, 1973, 240 с.
3. Трелоар Л. Физика упругости каучука. – М.: Издательский центр «Издательство «ИЛ», 1953, 240 с.
4. Бохян Э.Б., Овчинников Ю.К., Маркова Г.С. и др. Исследование структуры аморфных каучуков рентгеновским методом. – Высокомолекул. соединения, Сер. А, 1974, т.16, №2, с. 376-384.
5. Yeh G.S.Y., Geil P.H. Crystallization of polyethylene terephthalate) from the amorphous glassy state. – J. Macromol. Sci. B., 1967, v.1, № 2, pp. 235-249.
6. Geil P.H. Morphology of amorphous polymers. – J. Macromol. Sci. B, 1976, v.12, №1, pp.173-208.
7. Аржаков С.А., Бакеев Н.Ф., Кабанов В.А. Надмолекулярная структура аморфных полимеров. – Высокомолекул. соед., Сер. А, 1973, т.15, № 5, с.1154-1167.
8. Fischer E.W., Wendorff J.H., Dettenmaier M. et al. Chain conformation and structure in amorphous polymers as revealed by X-ray, neutron, light, and electron diffraction. – J. Macromol. Sci. B, 1976, v.12, № 1, pp. 41-60.
9. Тамуж В.П., Куксенко В.С. Микромеханика разрушения полимерных материалов. – Рига: Зинатне, 1978, 294 с.
10. Анели Дж.Н., Хананишвили Л.М. Влияние растягивающих деформаций на электропроводность наполненных кремнийорганических резин. – Высокомолекул.соедин., Сер. А, 1994, т.36, №3, с.407-411.
11. Попов А.А., Рапопорт Н.Я., Зайков Г.Е. Окисление ориентированных и напряженных полимеров. – М.: Химия, 1987, 232 с.

12. Саидов Д. Окислительная деструкция и долговечность эластомеров: Авто реф.дисс... д.физ-мат.н. – М.: ИНХС АН СССР, 1990, 38 с.
13. Бресткин Ю.В., Гинзбург Б.М., Монева И.Т. и др. О природе центрального пятна на Н<sub>v</sub>-дифрактограммах сферолитов. – Физика твердого тела, 1968, т.10, с.3130-3132.

**Ш.ТУЙЧИЕВ, Д.РАШИДОВ, У.ШОИМОВ, Л.ТУЙЧИЕВ, Ш.АКНАЗАРОВА**  
**ТАҒЙИРИ МОРФОЛИГИЯИ БОЛОМОЛЕКУЛИИ ЭЛАСТОМЕРҲО**  
**ТАҲТИ ТАЪСИРИ ОМИЛҲОИ БЕРУНӢ**

*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Бо ёрии усулҳои микроскопияи атомии куввагӣ, таҳлили рентгенӣ, микроскопияи оптикӣ, пароканиши шуоъи рушноии кутбнокшуда ва таҳлили механикӣ тағйири морфологияи боломолекулиии эластомери SKI-3 таҳти таъсири омилҳои берунӣ омӯхта шуданд. Даврияти байнифибриллиии чӯзҳои боломолекулиии эластомерҳо ошкор гардиданд; табдили сохтор хангоми гузариш аз ҳолати аморфӣ ба ҳолати аморфӣ тамоюли омӯхта шуданд ва маълумот дар бораи панҷараҳои кристаллиии эластомерҳо ва тағйири онҳо ба даст оварда шуданд.

**Калимаҳои калидӣ:** эластомерҳо, микроскопияи атомӣ, куввагӣ, таҳлили рентгенӣ, микроскопияи оптикӣ, термодифформатсия.

Sh.TUICHIEV, D.RASHIDOV, U.SHOIMOV, L.TUICHIEV, Sh.AKNAZAROVA  
**THE CHANGE OF SUPRAMOLECULAR MORPHOLOGY OF ELASTOMERS**  
**UNDER INFLUENCE OF EXTERNAL FACTORS**

*Tajik National University*

Atomic force microscopy, X-ray diffraction, optical microscopy and scattering of linearly polarized light were used to study the changes in the supramolecular structure of samples of synthetic rubber SKI-3 under influence of external factors. Intrafibrillar periodicity is detected. A clear reversible transitions between the amorphous and crystalline-amorphous states under the influence of factors such as temperature, strain, radiation and modification of fullerene C<sub>60</sub> were studied; conducted evaluation of the elastic moduli of the crystal lattice of the elastomer along and across the direction of the chains.

**Key words:** elastomers, atomic-force microscopy, X-ray, optical microscopy, thermodeformation test.



УДК 539.21:537.31

Х.С.КАРИМОВ, Х.М.АХМЕДОВ, Ф.А.ХАЛИД\*, И.МУРТАЗА\*, М.МЕХРАН БАШИР\*,  
Н.ФАТИМА\*\*, Х.ЗАМАН\*, Д.МИРЗА\*, М.У.ХАН\*

## ИЗГОТОВЛЕНИЕ СТРУЙНЫМ ПРИНТЕРОМ ЭЛЕКТРОННЫХ ПРИБОРОВ НА ОСНОВЕ ОРГАНИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ

*Центр инновационного развития науки и новых технологий*

*АН Республики Таджикистан,*

*\*Институт технологии и прикладных наук им. Гулам Исхак Хана, Пакистан,*

*\*\*Отдел физики Международного исламского университета, Пакистан*

*Поступила в редакцию 11.01.2016 г.*

*В работе приведены сведения по изготовлению струйным принтером электронных приборов на основе органических материалов. Подробно описана технология изготовления датчика влажности на основе углеродных нанотрубок, фототермоэлектрических элементов, а также описана технология изготовления солнечного элемента на основе органических полупроводников.*

**Ключевые слова:** датчик влажности, термоэлектрический элемент, солнечный элемент, органические материалы, полупроводники, струйный принтер, коллоидный раствор.

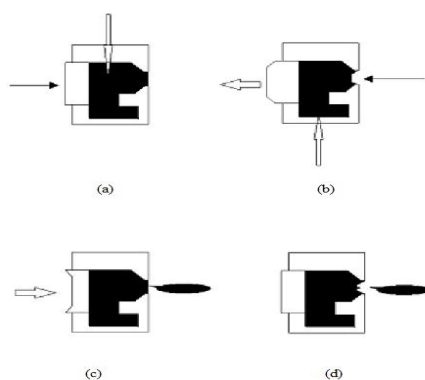
В последние годы «печатная» электроника, которая позволяет создавать электронные приборы и схемы с помощью принтеров стала использоваться в ведущих научных и производственных лабораториях в качестве возможной альтернативы традиционной электронике в недалёком будущем [1,2]. «Печатная» электроника в принципе позволяет создавать как пассивные элементы (резисторы, ёмкости), так и активные (транзисторы). В частности, струйные принтеры стали использовать для изготовления электронных приборов, в частности на основе углеродных нанотрубок (УНТ) [3]. Это обходится в настоящее время дешевле, а в перспективе может быть и качественней, чем продукция традиционной электронной технологии. В этой технологии в качестве чернил используют растворы и коллоидные растворы, плёнки которых обладают свойствами проводников, полупроводников или диэлектриков [4,5]. Вместе с тем очень важными являются реологические

---

*Адрес для корреспонденции:* Ахмедов Хаким Мунавварович. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Рудаки, 33а, Центр инновационного развития науки и новых технологий АН РТ.  
E-mail: khakim48@mail.ru

свойства растворов, от которых зависит качество печатания электрических приборов и схем. В соответствии с механизмом работы известны два вида струйных принтера, которые могут быть использованы для изготовления электронных приборов и электрических схем. Это принтеры с тепловой и с пьезоэлектрической головкой.

В принтерах с тепловой головкой для формирования капли раствора используются высокие температуры, а принтеры с пьезоэлектрической головкой работают при комнатной температуре: капля раствора формируется и перемещается под действием механических сил, возникающих в головке. В данной работе приводятся сведения по изготовлению струйным принтером электронных приборов на основе органических материалов: датчика влажности, термоэлектрического элемента и солнечного элемента (рис.1). В наших экспериментах использовался струйный принтер с пьезоэлектрической головкой (Epson T60 Stylus). Разрешающая способность данного принтера равна 360 x 180 точек в одном дюйме (2.54 см) в горизонтальном и вертикальном направлениях.



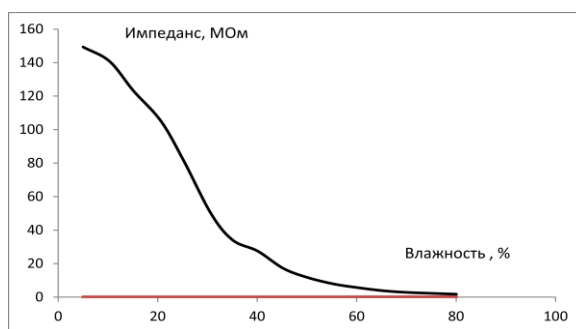
**Рис. 1.** Принцип работы струйного принтера с пьезоэлектрической головкой: (а) горизонтальная и вертикальная стрелки показывают соответственно пьезоэлектрический элемент и ёмкость с раствором, (б) горизонтальные стрелки слева и справа показывают движение головки пьезоэлектрического элемента при воздействии импульса напряжения и мениск раствора, вертикальная стрелка показывает соответственно пьезоэлектрический элемент и ёмкость с раствором, (с) показано выталкивание раствора пьезоэлектрическим элементом и формирование капли, (д) показан выброс капли в направлении подложки. Было установлено, что сопротивление датчиков снижается в 4-6 раза при возрастании количества напечатанных слоёв УНТ с 20 до 110. Максимальная толщина слоя УНТ по нашим оценкам составляла 6-8 мкм.

Известно, что датчики, в частности на основе углеродных нанотрубок, изготавливаются различными методами: осаждением из суспензии, пасты, прессованием. Некоторые органические материалы и полупроводники осаждаются посредством вакуумного испарения. Как правило, осаждение из растворов плёнок органических материалов является менее энергоёмким, чем вакуумным испарением.

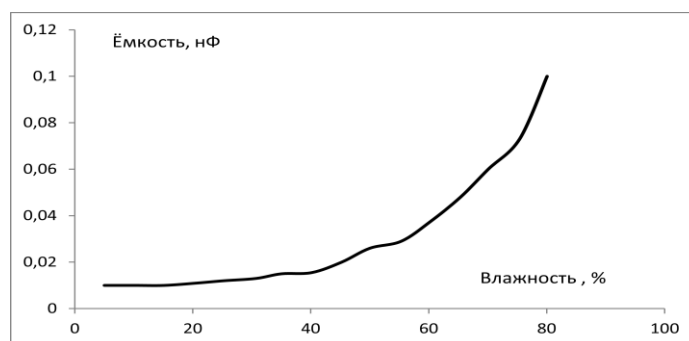
Для экспериментов нами использовались следующие материалы: углеродные нанотрубки (Sky Spring Nano Materials, Texas, USA), додецилсульфат натрия (Sigma Aldrich, Germany) и ряд кислот.

Коллоидный раствор, содержащий углеродные нанотрубки (0.3 г), поверхностно-активное вещество (додецилсульфат натрия) (0.45 г) и воду (20 мл), играл роль чернил в процессе печатания датчика влажности. Сначала поверхностно-активное вещество и вода смешивались магнитной мешалкой в течение 30 мин. при комнатной температуре. Затем добавлялись УНТ. Коллоидный раствор был обработан ультразвуком (Elmasonic 6-30Н) в течение 3 ч для диспергирования УНТ и подвергнут центрифугированию при 4000 об/мин в течение 30 мин. С использованием коллоидного раствора была напечатана тонкая пленка УНТ размером 14 мм x 10 мм на гибкой подложке (бумаге), которая служила активным элементом датчика влажности. Контакты с плёнкой УНТ делались с помощью серебряной пасты. Изготовленные датчики влажности испытывали в специальной камере, где относительная влажность изменялась в интервале от 0 до 80%. С помощью измерителя импеданса измерялись импеданс и ёмкость образцов на частоте 120 Гц. Калиброванный датчик влажности использовался для измерения влажности.

На рис. 2 и 3 приведены зависимости импеданса и ёмкости датчика от влажности: как видно из рисунков, импеданс уменьшается в 82 раза, а ёмкость увеличивается в 10 раз с ростом влажности.



**Рис. 2.** Зависимость импеданса датчика от влажности.



**Рис. 3.** Зависимость ёмкости датчика от влажности.

Под влиянием влажности очевидно, происходит адсорбция и абсорбция молекул воды датчиком влажности, что в свою очередь приводит к росту диэлектрической проницаемости образца и соответственно ёмкости, что видно из эксперимента. В то же время возрастание токов смещения, обусловленных связанными зарядами, вероятно, приводит к снижению сопротивления образца и соответственно импеданса [6]:

Средняя чувствительность датчика по импедансу  $\{S(Z)\}$  и ёмкости  $\{S(C)\}$  может быть определена по следующим формулам [7]:

$$S(Z) = \Delta Z / \Delta RH, \quad (1)$$

$$S(C) = \Delta C / \Delta RH, \quad (2)$$

где RH – относительная влажность в %. Было установлено, что  $S(Z)=1.97 \text{ МоМ}/\%$ ,  $S(C)=1.2 \cdot 10^{-3} \text{ нФ}/\%$ .

Термоэлектрический элемент на основе УНТ был изготовлен аналогично датчику влажности. Коэффициент Зеебека на различных образцах лежал в интервале  $(25 \div 35) \text{ мкВ}/^\circ\text{C}$  при комнатной температуре.

Нами подготовлен дизайн солнечного элемента на основе плёнки органических полупроводников фталоцианина меди и фталоцианина без металла.

В качестве первого электрода использована плёнка из нанокompозита металлов (Cu, Zn и Ag). На этот электрод напечатана плёнка органических полупроводников, а в качестве лицевого электрода использована «решётка» из УНТ. Солнечный элемент полностью изготовлен струйным принтером. Ожидаемая эффективность солнечного элемента лежит в интервале  $2 \div 3\%$ .

Датчик влажности и термоэлектрический элемент представляют собой примеры так называемой «бумажной» электроники. Главное преимущество этой технологии заключается в дешевизне, в первую очередь из-за дешевизны бумаги, которая используется в качестве подложки: в сравнении с кремниевой пластиной бумага, изготовленная специально для электроники, стоит в сто раз дешевле. Ожидаемая стоимость органического солнечного элемента на порядок ниже стоимости кремниевого элемента.

Таким образом, в данной работе приведены сведения по использованию струйного принтера для печатания электронных приборов на основе органических материалов. Несомненно, этот метод может быть использован для изготовления не только датчиков, термоэлектрических элементов, солнечных элементов, но и ёмкостей и транзисторов, что позволит печатать и электронные схемы. Одной из важнейших задач ближайшего будущего в первую очередь, является создание сравнительно дешевых и достаточно эффективных солнечных элементов [8] и модулей с помощью «печатной» электроники. Наиболее важной частью данной технологии является получение растворов, обладающих свойствами полупроводников, диэлектриков и проводников.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Сим П.Е., Васильев А.В., Юрченко В.И. – Вестник науки Сибири. Серия 5, Инженерные науки, 2012, №1(2) с.93-98.
2. Basirico L. Inkjet printing of organic transistor devices, Ph.D Thesis, University of Cagliari, XXIV cycle, March 2012, 112 p.
3. Tortorich R.P., Choi Jin-Woo. – Nanomaterials, 2013, v.1.3, pp.453-468.
4. Lin W.L., Hong M.Yu., Jun Ch.M., Hui Y., Man Z.X., Tai Y.W. – Science China, Chemistry, 2010, v.1.53, №8, pp.1695-1704.
5. Mogalicherla A.K., Lee S., Pfeifer P., Dittmeyer R. – Microfluid Nanofluid, 2014, 16, DOI 10.1007/S10404-013-1260-3, pp. 655-666.
6. Omar M.A. Elementary Solid State Physics: Principles and Applications, Pearson Education Pte.Ltd. Singapore, 2002, 404 p.
7. Dally J.W., Rilley W.F., McConnell K.G. Instrumentation for Engineering Measurements, Second Edition, New York, John Wiley & Sons, Inc., 1993, 512 p.
8. Galagan Y., Coenen E.W.C., Abbel R., Van T.Y. Lammeren, Sabik S. at. al. – Organic Electronics, 2013, v.1.14, pp.38-46.

Ҳ.С.КАРИМОВ, Ҳ.М.АХМЕДОВ, Ф.А.ХАЛИД\*, И.МУРТАЗА\*,  
М.МЕХРАН БАШИР\*, Н.ФАТИМА\*\*, Х.ЗАМАН\*, Д.МИРЗА\*, М.У.ХАН\*

## БО ПРИНТЕРИ СТРУИНИ СОХТАНИ АСБОБҲОИ ЭЛЕКТРОНӢ ДАР АСОСИ НАНОТРУБКАҲОИ КАРБОНӢ

*Маркази рушди инноватсионии илм ва технологияҳои нави  
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон,*

*\*Институти технология ва илмҳои амалии ба номи Ғулом Исҳақ Хон, Покистон,*

*\*\*Шӯъбаи физикаи Донишгоҳи байналмилалии исломии Покистон*

Дар мақола усули сохтани асбобҳои электронӣ бо ёрии принтери струинӣ бо истифодаи моддаҳои органикӣ пешниҳод карда шудааст. Технологияи сохтани датчики намнокӣ, элементи термоэлектрикӣ ва элементи офтобӣ нишон дода шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** датчики намнокӣ, элементи термоэлектрикӣ, элементи офтобӣ, моддаҳои органикӣ, нимноқилҳо, нашр намудан, принтери струинӣ, маҳлули коллоидӣ.

Kh.S.KARIMOV, Kh.M.AKHMEDOV, F.A.KHALID\*, I.MURTAZA\*,  
M.MEHRAN BASHIR\*, N.FATIMA\*\*, H.ZAMAN\*, D.MIRZA\*, M.U.KHAN\*

## **FABRICATION BY INKJET PRINTER OF ELECTRONIC DEVICES ON THE BASE OF ORGANIC MATERIALS**

*Center of innovative development of science and new technologies,  
Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan,*

*\*Gulam Ishak Khan Institute of Technology and Applied sciences, Pakistan,*

*\*\*Department of physics of International Islamic University, Islamabad, Pakistan*

It is described fabrication by inkjet printer of humidity sensor, thermoelectric element. It is described the design of solar cell based on organic materials. As the ink it was used the colloidal solution that contained carbon nanotubes (CNT), surfactant and water. The thin film of CNT was printed on the paper substrate and the sensor was fabricated.

**Key words:** Sensor, thermoelectric cell, solar cell, organic material, semiconductors, printed, inkjet printer, colloid at solution.

УДК 624.042

Д.Н.НИЗОМОВ, И.КАЛАНДАРБЕКОВ, И.И.КАЛАНДАРБЕКОВ

**РАСЧЁТ НЕРАЗРЕЗНЫХ БАЛОК ОТ ДЕЙСТВИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ  
НАГРУЗОК МЕТОДОМ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ДЕФОРМАЦИЙ**

*Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии*

*АН Республики Таджикистан*

*Поступила в редакцию 25.04.2016 г.*

*Приведён расчёт двухпролётной неразрезной балки на действие динамической нагрузки с податливыми опорами. Показана особенность формирования матрицы коэффициентов и матрицы внутренней жёсткости для промежуточных податливых опор. Полученные результаты сопоставлены с аналитическим решением.*

**Ключевые слова:** метод сосредоточенных деформаций, неразрезная балка, матрица внутренней жёсткости, диагональная матрица податливости, коэффициент жёсткости, матрица масс, матрица демпфирования, аналитическое решение, свободные колебания.

Рассмотрим  $N$  - пролётную неразрезную балку, в которой на концах установлены упругоподатливые опоры по направлениям трёх степеней свободы, а на  $N - 1$  промежуточных опорах – упругоподатливые опоры в вертикальном направлении. В общем, длины пролётов и их жёсткостные характеристики могут быть разными. Разбиваем каждый пролёт на  $NE_j, j = 1, 2, \dots, N$ , элементов, где  $NE = NE_1 + \dots + NE_N$ . Тогда диагональная матрица внутренней жёсткости неразрезной балки состоит из  $m = 3(NE + 1) + (N - 1)$  элементов

$$C = \text{diag}(C_1, C_2, \dots, C_{NE_1}, C_{NE_1+1}, C_{NE_1+2}, \dots, C_{NE_2}, C_{NE_2+1}, C_{NE_2+2}, \dots, C_{NE+1}),$$

---

**Адрес для корреспонденции:** Низомов Джахонгир Низомович, Каландарбеков Имомёрбек. 734029, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 267, Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии АН РТ.

E-mail: tiees@mail.ru, nizomov-jn@mail.ru; kalandarbekov-55@mail.ru

где  $C_{NE_1+1}, C_{NE_2+1}, \dots, C_{NE_{N-1}+1}$  – диагональные матрицы жёсткостей в связях по линиям между смежными конечными элементами МСД над промежуточными опорами состоят из четырёх компонентов:

$$C_{NE_j+1} = \text{diag} \left( \xi_{NE_j+1}, \omega_{NE_j+1}, \eta_{NE_j}, \eta_{NE_j+1} \right),$$

$$\xi_{NE_j+1} = \frac{EF_{x,NE_j} EF_{x,NE_j+1}}{b_{NE_j} EF_{x,NE_j+1} + a_{NE_j+1} EF_{x,NE_j}},$$

$$\omega_{NE_j+1} = \frac{EI_{y,NE_j} EI_{y,NE_j+1}}{b_{NE_j} EI_{y,NE_j+1} + a_{NE_j+1} EI_{y,NE_j}}, \quad \eta_{NE_j} = \frac{k_{z,j} GF_{z,NE_j}}{b_{NE_j} k_{z,j} + GF_{z,NE_j}},$$

$$\eta_{NE_j+1} = \frac{k_{z,j} GF_{z,NE_j+1}}{a_{NE_j+1} k_{z,j} + GF_{z,NE_j+1}}, \quad (1)$$

$$(j = 1, 2, \dots, N-1),$$

$$NE = Ne_1 + \dots + Ne_N = NE_N, \quad NE_1 = Ne_1, \quad NE_2 = NE_1 + Ne_2,$$

$$NE_3 = NE_2 + Ne_3, \quad \dots, \quad NE_N = NE_{N-1} + Ne_N,$$

$EF_{x,NE_j}, EF_{x,NE_j+1}$  – жёсткости балки левее и правее промежуточной опоры  $j$ ,  $k_{z,j}$  – коэффициент жёсткости промежуточной опоры. Диагональные матрицы жёсткости связей на концах неразрезной балки записываются в виде [1]

$$C_1 = C_A = \text{diag} (\xi_A, \omega_A, \eta_A), \quad C_{NE+1} = C_B = \text{diag} (\xi_B, \omega_B, \eta_B),$$

$$\xi_A = \frac{k_{xA} \cdot EF_A}{a_1 k_{xA} + EF_A}, \quad \omega_A = \frac{k_{\varphi A} \cdot EI_{yA}}{a_1 k_{\varphi A} + EI_{yA}}, \quad \eta_A = \frac{k_{zA} \cdot GF_{zA}}{a_1 k_{zA} + GF_{zA}},$$

$$\xi_B = \frac{k_{xB} \cdot EF_{xB}}{b_{NE} k_{xB} + EF_{xB}}, \quad \omega_B = \frac{k_{\varphi B} \cdot EI_{yB}}{b_{NE} k_{\varphi B} + EI_{yB}}, \quad \eta_B = \frac{k_{zB} \cdot GF_{zB}}{b_{NE} k_{zB} + GF_{zB}}, \quad (2)$$

где задаваясь коэффициентами жёсткости пружин можно получить различные типы опорных закреплений на концах неразрезной балки. Например, если в левом конце опора – шарнирно неподвижная, а в правом – шарнирно подвижная, то получаем:

$$k_{xA}, k_{zA} \rightarrow \infty, \quad k_{\varphi A} \rightarrow 0, \quad \xi_A = EF_A / a_1, \quad \omega_A = 0, \quad \eta_A = GF_{zA} / a_1,$$

$$k_{zB} \rightarrow \infty, \quad k_{xB}, k_{\varphi B} \rightarrow 0, \quad \xi_B = 0, \quad \omega_B = 0, \quad \eta_B = GF_{zB} / b_{NE}.$$



Блочная диагональная матрица  $\mathbf{A}$  размера  $n \times m$ , где  $n = 3NE$ , состоит из  $NE$  (по числу элементов МСД) прямоугольных блоков, в которых  $N - 1$  (по числу промежуточных опор) блока размера  $3 \times 7$ , а остальные размера  $3 \times 6$ . Исходя из матрицы жёсткости  $\mathbf{K}$  и матриц масс  $\mathbf{M}$  и демпфирования  $\mathbf{D}$ , формируется обобщенная матрица внешней жёсткости  $n$ -го порядка [2]

$$\mathbf{K}^* = \mathbf{K} + a\mathbf{M} + b\mathbf{D}, \quad \mathbf{K} = \mathbf{A}\mathbf{C}\mathbf{A}^T, \quad (3)$$

здесь  $a = \alpha_1 / \tau^2$ ,  $b = \beta_1 / \tau$ . Решением системы алгебраических уравнений, записанной в момент времени  $t_n$

$$\mathbf{K}^*\mathbf{V}_n = \mathbf{P}_n^*, \quad (n = 1, 2, \dots, NT), \quad (4)$$

определяется вектор перемещений, а затем вычисляются векторы деформаций и внутренних сил

$$\boldsymbol{\lambda}_n = -\mathbf{A}^T\mathbf{V}_n, \quad \mathbf{S}_n = \mathbf{C}\boldsymbol{\lambda}_n. \quad (5)$$

Ниже рассматривается реализация алгоритма динамического расчёта МСД на тестовых примерах.

**Пример 1.** Свободные колебания двухпролётной неразрезной балки постоянного сечения с равными пролетами  $l$ . Аналитическое решение [3,4] сводится к частотным уравнениям:  $\sin \lambda = 0$ ,  $tg \lambda = th \lambda$ . Из этих уравнений следует, что круговые частоты и периоды свободных колебаний равны:

$$\omega_1 = \pi^2 \sqrt{EI / \bar{m}} / l^2, \quad \omega_2 = 3.927^2 \sqrt{EI / \bar{m}} / l^2,$$

$$T_1 = 0.6366 a, \quad T_2 = 0.4074 a, \quad a = l^2 \sqrt{\bar{m} / EI}, \quad T_1 / T_2 = 1.5626.$$

Эти частоты соответствуют кососимметричной и симметричной формам колебаний двухпролётной неразрезной балки. Численное решение задачи сводится к определению прогиба в зависимости от времени, что даёт возможность получить соответствующие периоды колебаний от симметричного и кососимметричного воздействий равномерно распределённого мгновенного импульса. При этом шаг по времени  $\tau$ , исходя из условия устойчивости, можно задать как  $\tau = T_1 / NT$ , где  $T_1 = 2l^2 \sqrt{\bar{m} / EI} / \pi$ . На рис. 1 представлены графики изменения прогиба в центре первого пролёта при кососимметричном (кривая 1) и симметричном (кривая 2) воздействиях, полученные с учётом затухания при  $NE = 14$ ,  $NT = 100$ .

Из анализа результатов следует, что периоды свободных колебаний неразрезной балки при кососимметричном и симметричном воздействии соответственно равны:

$T_1 = 0.6429 a$ ,  $T_2 = 0.4202 a$  и  $T_1/T_2 = 1.5299$ . Как можно видеть, имеется хорошее соответствие между результатами МСД и аналитическим решением.

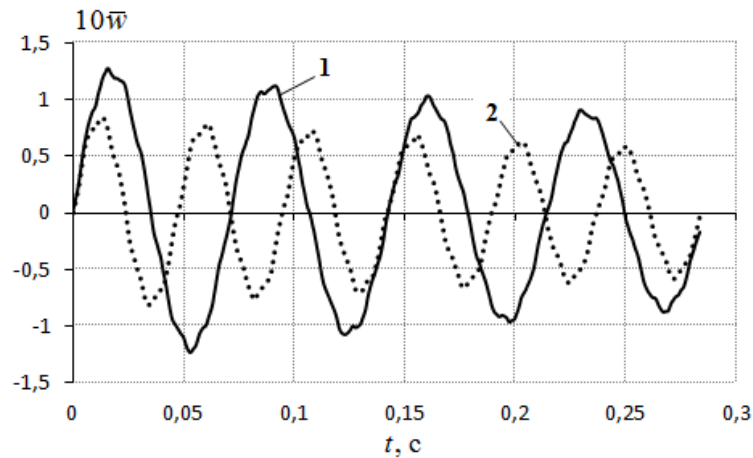


Рис. 1. Изменение прогиба во времени.

**Пример 2.** Двухпролётная неразрезная балка, имеющая на двух пролётах разные площади поперечного сечения. Высота поперечного сечения второго пролёта в 1.5 раза больше, чем в первом пролёте. Алгоритм реализован на примере неразрезной балки при таких данных:  $l_1 = l_2 = 6$  м,  $a \times b_1 = 0.4 \times 0.4$  м;  $a \times b_2 = 0.4 \times 0.6$  м;  $\gamma_0 = 2.5$  т/м<sup>3</sup>;

$$\bar{m}_1 = \gamma_0 a b_1 / 9.81 = 0.04077 \text{ (тс}^2/\text{м}^2\text{)}; \bar{m}_2 = \gamma_0 a b_2 / 9.81 = 0.06116 \text{ (тс}^2/\text{м}^2\text{)};$$

$$\bar{s} = 0.1 \text{ тс/м}; \gamma = 0.05.$$

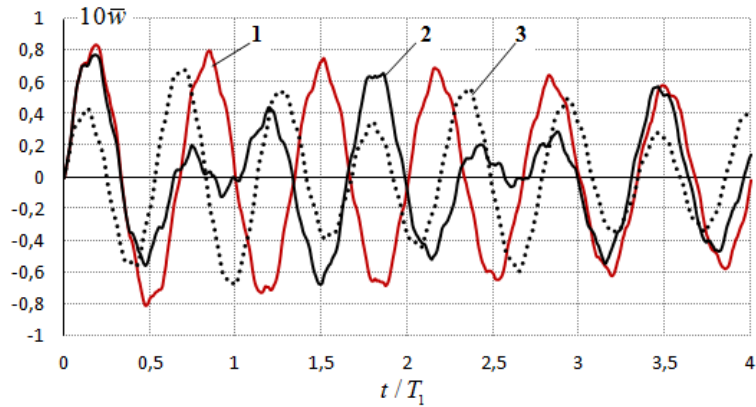
Таблица

Прогибы и изгибающие моменты

Схема балки	$10\bar{w}_1$	$10\bar{w}_2$	$\bar{M}_1$	$\bar{M}_c$
<i>A</i>	0.840	0.840	1.25	2.01
<i>B</i>	0.771	0.678	1.19	2.03

В таблице приведены максимальные значения прогиба в серединах пролётов и изгибающего момента в центре первого пролёта и на опорном сечении для балки с постоянным сечением (схема *A*) и балки с переменным сечением (схема *B*), полученные при  $NT = 200$  и  $NE = 14$ . Размерные значения прогиба и момента выражаются так:

$$w = \bar{w}A_w, M = \bar{M}A_M, \text{ где } A_M = \bar{s} \sqrt{EI_1 / \bar{m}_1}, A_w = \bar{s}l^2 / \sqrt{EI_1 \cdot \bar{m}_1}.$$



**Рис.2.** Нерезная балка с различными поперечными сечениями.

Результаты численного исследования нерезной балки с переменным сечением показаны на рис. 2, где прогибы в центрах первого пролёта (кривая 2) и второго пролёта (кривая 3) сравниваются с прогибом в балке с постоянным сечением (кривая 1). Сравнение показывает, что с увеличением высоты сечения второго пролёта в 1.5 раза период свободных колебаний уменьшается примерно на 25%:

$$T_{2A} = 0.66 \times 0.6366 a = 0.4202 a ,$$

$$T_{2B} = 0.53 \times 0.6366 a = 0.3374 a , a = l^2 \sqrt{\bar{m}_1 / EI_1} .$$

Таким образом, на основе проведённых исследований можно отметить, что алгоритм МСД при своей относительно простой структуре позволяет получать достаточно удовлетворительные результаты.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Низомов Д.Н., Каландарбеков И. Метод сосредоточенных деформаций. – Душанбе: Дониш, 2015, 436 с.
2. Низомов Д.Н., Каландарбеков И. Метод сосредоточенных деформаций в решении одномерных динамических задач – ДАН РТ, 2006, т 49, №3, с. 284-288.
3. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. – М.: Физматгиз, 1959, 439 с.
4. Киселев В.А. Строительная механика: Специальный курс. Динамика и устойчивость сооружений. – М.: Стройиздат, 1980, 616 с.

Ч.Н.НИЗОМОВ, И.ҚАЛАНДАРБЕКОВ, И.И.ҚАЛАНДАРБЕКОВ

## ҲИСОБИ БОЛОРҲОИ БЕФОСИЛА АЗ ТАЪСИРИ ҚУВВАҲОИ ДИНАМИКӢ БО МЕТОДИ МУТАМАРКАЗКУНИИ ДЕФОРМАТСИЯҲО

*Институти геология, сохтмони ба заминҷунбӣ тобовар ва сейсмологияи  
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Дар мақола ҳисоби болорҳои бефосилаи дуравоқа аз таъсири қувваҳои динамикӣ бо таъягоҳҳои нарм оварда шудааст. Хусусияти ҳоси тартиб додани матритсаи зарибҳо ва матритсаи сахтии дохилӣ барои таъягоҳҳои нарм нишон дода шудааст. Натиҷаҳои ба даст оварда шуда бо методи аналитикӣ муқоиса карда шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** методи мутамарказкунии деформатсияҳо, болори бефосила, матритсаи сахтии дохилӣ, матритсаи нарми диагоналӣ, коэффиенти сахтӣ, методи аналитикӣ, лаппиши озод.

J.N.NIZOMOV, I.KALANDARBEKOV, I.I.KALANDARBEKOV

## CALCULATION OF CONTINUOUS BEAMS OF ACTION OF DYNAMIC LOADS SUPPORTED BY CONCENTRATED DEFORMATION METHOD

*Institute of Geology, Earthquake Engineering and Seismology,  
Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

The calculation of two-span continuous beam on the dynamic load action with support legs. The show features the formation of the coefficient matrix and the stiffness matrix of the inner intermediate compliant supports. The results are compared with the analytical solution.

**Key words:** method of lumped strain, continuous beam, internal stiffness matrix, a diagonal matrix of compliance, coefficient of rigidity, mass matrix, damping matrix, analytic solution, free oscillations.

УДК 543.554

Р.У.ВАХОБОВА, А.М.ЗАРИПОВА, Г.Ч.ХАМЗАЕВА, Г.Ф.РАЧИНСКАЯ, Г.М.БОБИЕВ,  
Д.Н.ПАЧАДЖАНОВ\*

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ СЕРЕБРА В КООРДИНАЦИОННЫХ СОЕДИНЕНИЯХ  
С ИЗОЛЕЙЦИНОМ И ТРИПТОФАНОМ МЕТОДОМ ИНВЕРСИОННОЙ  
ВОЛЬТАМПЕРОМЕТРИИ**

*Таджикский национальный университет,  
\*Институт химии им. В.И.Никитина АН Республики Таджикистан  
Поступила в редакцию 16.02.2016 г.*

*Показана возможность изучения и определения ионов серебра, находящихся в составе координационных соединений с изолейцином и триптофаном, методом классической инверсионной вольтамперометрии.*

**Ключевые слова:** микроконцентрации, серебро, координационные соединения, изолейцин, триптофан, инверсионная вольтамперометрия.

В последние десятилетия серебро стало рассматриваться как микроэлемент, необходимый для нормального функционирования внутренних органов и систем, а также как мощное средство, повышающее иммунитет. Это также и объясняется тем, что в последние годы в литературе появились сведения о том, что серебро является мощным иммуномодулятором, сравнимым со стероидными гормонами.

Установлено, что, в зависимости от дозы, серебро может как стимулировать, так и подавлять фагоцитоз. Под влиянием серебра повышается количество иммуноглобулинов классов А, М, G, увеличивается процентное содержание абсолютного количества Т-лимфоцитов [1-3]. Различными исследователями получены координационные соединения серебра с различными лигандами, в том числе и аминокислотами, обладающие широким спектром антибактериальной активности [4-7]. При введении таких препаратов в медицинскую практику возникает необходимость в коли-

---

*Адрес для корреспонденции: Пачаджанов Далер Набиджанович. 734069, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2, Институт химии АН РТ. E-mail: daler37@mail.ru; Хамзаева Гулбахор Чагировна. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: Khamzaeva1963@mail.ru*

чественном определении серебра. Поскольку в таких соединениях серебро содержится в очень маленьких количествах, его определение химическими методами анализа не предоставляет необходимой точности. Поэтому возникает необходимость разработки новых методов определения серебра в количествах  $10^{-3} - 10^{-9}$  Моль. Одним из наиболее высокочувствительных быстрых и точных методов определения микроколичеств серебра может стать инверсионная вольтамперометрия.

В связи с вышеизложенным целью данного исследования являлось изучение поведения ионов серебра, находящихся в составе координационных соединений с изолейцином и триптофаном методом классической инверсионной вольтамперометрии.

### Результаты и обсуждение

На первом этапе представляло интерес изучить поведение ионов серебра, находящегося в составе координационных соединений с изолейцином. Для этого были сняты вольтамперные кривые пробы изолейцина, содержащего серебро без фона. Параметры снятых вольтамперограмм приведены на рис.1. При этом регистрируется пик при  $E_p=1.13$  В (рис.1, кривая 2). При добавлении в ячейку  $1 \cdot 10^{-4}$  М  $Ag^+$  регистрируется пик серебра при менее положительном потенциале  $E_p=+0.52$  В (табл.1), на что повлияла скорость изменения потенциала и время накопления (2 мин.). При сравнении процессов окисления на графитовом электроде ионов серебра на аммиачном фоне и в присутствии изолейцина видно, что комплекс с органическим веществом на 360 мВ окисляется медленнее с электрода, чем просто на аммиачном фоне. Это обусловлено малой электропроводимостью изолейцина ( $2 \text{ мСм} \cdot \text{см}^{-1}$ ) по сравнению с электропроводимостью  $0.05 \text{ М}$  раствора  $NH_4OH$  ( $126 \text{ мСм} \cdot \text{см}^{-1}$ ).

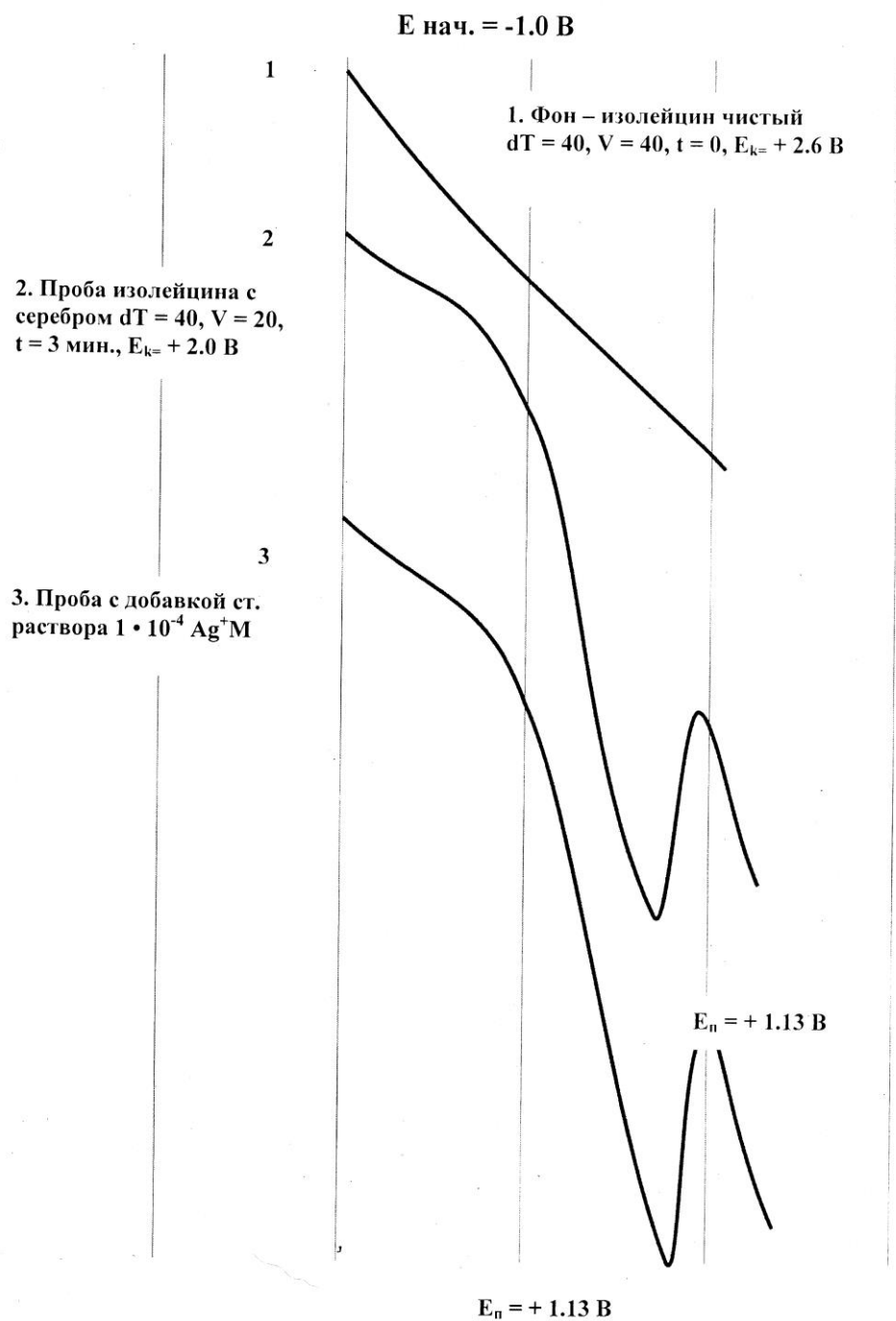
Таблица 1

Значения величины глубины и потенциала пика серебра от скорости изменения потенциала в методе инверсионной вольтамперометрии на аммиачном фоне

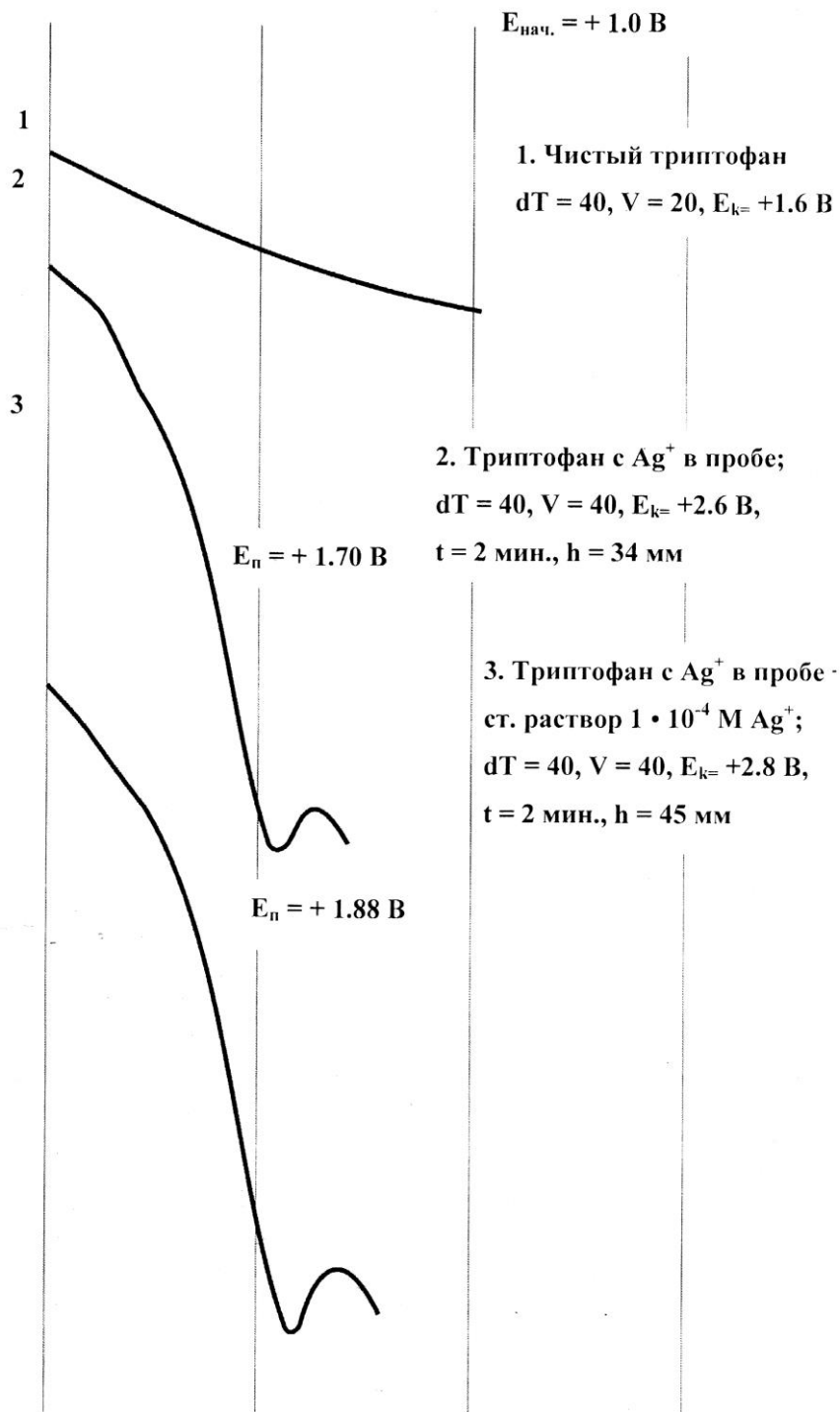
№	Название пробы	Фон: $0.05 \text{ М } NH_4 \text{ OH}$ ; $E_{нач.} = -1.0 \text{ В}$						
		h, мм	dt	V мВ/с	$J_{мкА}$	t, мин	$E_p^0, \text{ В}$	$E_k, \text{ В}$
1	Изолейцин + $Ag^+$ в пробе без фона	110	40	20	17.60	3	+1.13	+2.0
2	Изолейцин + $Ag^+$ в пробе + $1 \cdot 10^{-4} \text{ М } Ag^+$ без фона	117	40	20	18.70	3	+1.13	+2.0
3	Изолейцин + фон + $1 \cdot 10^{-4} \text{ М } Ag^+$	99	40	40	15.80	2	+0.52	+1.2
4	Изолейцин + $Ag^+$ в пробе + фон + ст. $Ag^+$	120	40	20	19.2	3	+1.16	+2.0
5	Изолейцин + $Ag^+$ в пробе + фон + ст. $Ag^+$	100	40	20	16.0	3	+1.11	+2.0

Однако, так как при получении лекарственных препаратов аммиак способствует осаждению веществ, то желательно было исключить его при полярографировании. Поэтому в дальнейшем нами изучено поведение проб изолейцина и трипто-

фана, содержащих серебро, методом инверсионной вольтамперометрии на графитовом электроде в отсутствии фона. Фоном являлось само органическое соединение, на котором регистрировался пик серебра. Была снята вольтамперная кривая чистого изолейцина без ионов серебра и фона (рис. 1, кривая 1) при  $dT=40$ ,  $V=40$ ,  $t=0$ ,  $E_k=2.6$  В. Как видно из рис. 1 и табл. 1, изолейцин чистый, так как на вольтамперограмме ничего не зарегистрировано.



**Рис. 1.** Вольтамперограммы серебра в пробе изолейцина с серебром.



**Рис. 2.** Вольтамперные кривые серебра в пробе триптофана



Таблица 2

Значение величин глубины и потенциала пика серебра при анализе проб триптофана и изолейцина, содержащих  $\text{Ag}^+$ , и с добавкой стандартных растворов серебра в методе инверсионной вольтамперометрии

№	Название пробы	Енач. = - 1.0 В, dt = 40								
		Добавка $\text{Ag}^+$ , М	t, мин.	h пик, мм	J, нкА	V, мВ/с	$E^0_{\text{н}}$ , В	W мСм·см <sup>-1</sup>	pH	$E_{\text{к}}$ , мВ
1	Изолейцин чистый		—	—	—	40	—	2	6.6	2.6
2	Изолейцин + $\text{Ag}^+$ в пробе без нак.		—	55	8.8	40	+1.40	42	6.0	2.2
3	Изолейцин + $\text{Ag}^+$ в пробе с нак.		2	59	9.44	40	+1.94			2.8
4	Изолейцин + $\text{Ag}^+$ в пробе с нак.		2	52	8.32	20	+1.67			2.2
5	Изолейцин + $\text{Ag}^+$ в пробе ст. $\text{Ag}^+$	ст. $1 \cdot 10^{-4}$ М	—	50	8.00	20	+1.67			2.2
6	Изолейцин + $\text{Ag}^+$ в пробе ст. $\text{Ag}^+$ без нак.		—	61	9.76	40	+1.70			2.4
7	Изолейцин + $\text{Ag}^+$ в пробе ст. $\text{Ag}^+$		2	71	11.36	40	+2.06			2.8
8	Триптофан чистый без фона		—	—	—	20	—	3	6.6	1.6
9	Триптофан + $\text{Ag}^+$ в пробе (повтор)		—	32	5.12	20	+1.34	29	6.3	2.0
10	Триптофан + $\text{Ag}^+$ в пробе (повтор)		2	32	5.12	20	+1.60			2.0
11	Триптофан + $\text{Ag}^+$ в пробе без нак.		—	32	5.12	40	+1.10			2.0
12	Триптофан + $\text{Ag}^+$ в пробе с накоп.		2	34	5.44	40	+1.70			2.6
13	Триптофан + $\text{Ag}^+$ в пробе ст. $\text{Ag}^+$	ст. $1 \cdot 10^{-4}$ М	—	37	5.92	20	+1.40			2.0
14	Триптофан + $\text{Ag}^+$ в пробе ст. $\text{Ag}^+$		2	45	7.2	40	+1.88			2.8

Были сняты вольтамперные кривые проб изолейцина, содержащих серебро, методом инверсионной вольтамперометрии на графитовом электроде без накопления и с накоплением, параметры которых и полученные результаты также приведены в табл. 1. При накоплении пробы в течение двух минут глубина пика в пробе увеличилась. При добавлении в пробу изолейцина с серебром стандартного раствора  $1 \cdot 10^{-4}$  М  $\text{Ag}^+$  величина анодного пика увеличилась на 3 мкА. Расчёты концентрации серебра в пробе изолейцина методом добавок позволили установить содержание серебра в пробе, равное  $0.3 \cdot 10^{-5}$  М или 0.30 мг/л (табл. 2). Потенциал пика серебра в зависимости от времени накопления, скорости изменения потенциала колеблется от +1.13 до 2.06 В. Изучена также возможность определения серебра в пробах триптофана методом инверсионной вольтамперометрии. Триптофан чистый без серебра имеет pH 6.6 и электропроводность 3 мСм·см<sup>-1</sup>. На вольтамперограмме при снятии триптофана никакие пики не были зарегистрированы

(рис. 2, кривая 1, табл. 2). При снятии вольтамперограммы пробы триптофана, содержащего серебро при  $E_{\text{нак.}} = -1.0\text{В}$ ,  $dT = 40$ ,  $V = 40$  мВ/с,  $E_{\text{к.}} = +2.6$  В,  $t_{\text{нак.}} = 2$  мин., регистрируется пик серебра с потенциалом пика  $E_{\text{п.}} = +1.70$  В (рис. 2, кривая 2) в зависимости от времени накопления и скорости изменения потенциала. При добавлении к пробе триптофана с серебром добавки  $1 \cdot 10^{-4}\text{М}$  раствора серебра регистрируется анодный пик электрорасстворения общего количества серебра при  $E_{\text{п.}} = +1.88$  В (рис. 2, кривая 3). Расчёт содержания серебра в пробе методом добавок позволил установить концентрацию серебра в пробе триптофана, равную  $0.25 \cdot 10^{-5}\text{М}$  или  $0,27$  мг/л серебра.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Безлепка А.В. Эффективность и безопасность применения колларгола в лечении неатопической бронхиальной астмы: Дисс... к.м.н. – М., 1999.
2. Вольский Н.Н., Селедцов В.И., Любимов Г.Ю. Иммуномодулирующие свойства препаратов коллоидного серебра. – Коллоидное серебро. Физико-химические свойства. Применение в медицине. Препринт №1. Институт катализа им. Г.К.Борескова СО РАН. – Новосибирск, 1992, с. 31-52.
3. Обухов А.В. Влияние колларгола на иммунные реакции *in vitro*. – Коллоидное серебро. Физико-химические свойства. Применение в медицине. Препринт №1. Институт катализа им. Г.К.Борескова СО РАН. – Новосибирск, 1992, с.53-54.
4. Воронков М.Г., Антоник Л.М., Коган А.С., Лопырев В.А., Фадеева Т.В., Марченко В.И., Абзаева К.А. Антибактериальные и гемостатические свойства серебряных солей полиакриловой кислоты. – Хим.-фарм.журн., 2002, №36(2), с.27-29.
5. Леглер Е.В., Казаченко А.С., Казбанов В.И., Перьянова О.В., Веселова О.Ф. Синтез и антимикробная активность комплексных соединений серебра с аргинином и глутаминовой кислотой. – Хим.-фарм.журн., 2001, 35(9), с.35-36.
6. Бобиев Г.М., Суфиев Т., Шахматов А.Н. Антибактериальные свойства координационных соединений серебра и триптофана – Хим.-фарм. журн., 2008, т.42, № 11, с.10-11.
7. Бобиев Г.М., Суфиев Т., Шахматов А.Н., Абдулов Х.Ш. Получение и изучение состава координационных соединений серебра и триптофана. – Хим.-фарм. журн., 2008, т.42, №12, с.36-39.

Р.У.ВАХОБОВА, А.М.ЗАРИПОВА, Г.Ч.ХАМЗАЕВА, Г.Ф.РАЧИНСКАЯ,  
 Г.М.БОБИЕВ, Д.Н.ПОЧОЧОНОВ\*

### БО УСУЛИ ВОЛТАМПЕРОМЕТРИЯИ ИНВЕРСИОНӢ МУАЙЯН КАРДАНИ МИҚДОРИ НУҚРА ДАР ПАЙВАСТАҲОИ КООРДИНАТСИОНИАШ БО ИЗОЛЕЙТСИН ВА ТРИПТОФАН

*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон,*

*\*Институти химияи ба номи В.И.Никитини Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Имконияти истифодабарии волтамперометрияи инверсионии классикӣ барои муайян кардани миқдори нуқра дар таркиби пайвастаҳои координатсиониаши бо изолейтсин ва триптофан нишон дода шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** микроконцентрация, нукра, пайвастаҳои координатсионӣ, изолейтсин, триптофан, волтаперометрияи инверсионӣ.

R.U.VAKHOBOVA, A.M.ZARIPOVA, G.CH.KHAMZAEVA, G.F.RACHINSKAIA,  
G.M.BOBIEV, D.N.PACHADJANOV\*

**SILVER DEFINITION IN COORDINATION CONNECTIONS  
WITH ISOLEUCINE AND TRYPTOPHAN BY INVERSION VOLTAMMETRY  
METHOD**

*Tajik National University,*

*\*V.I.Nikitin Institute of Chemistry, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

Possibility of studying and definition of ions of the silver which is in structure of coordination connections with isoleucine and tryptophan by a method classical inversion voltammetry method is shown.

**Key words:** microconcentration, silver, coordination compounds, isoleucine, tryptophan, inversion voltammetry.

УДК 546.273÷521.633

А.С.КУРБОНОВ, П.М.ЯТИМОВ, З.Т.ЯКУБОВ, Э.Д.МАМАТОВ, А.М.БАРОТОВ

**СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ХЛОРНОГО И УКСУСНОКИСЛОТНОГО  
РАЗЛОЖЕНИЯ ДАНБУРИТОВОГО КОНЦЕНТРАТА**

*Институт химии им.В.И.Никитина АН Республики Таджикистан*

*Поступила в редакцию 14.03.2016 г.*

*В работе даны результаты исследования хлорного и уксуснокислотного разложения данбуритового концентрата Ак-Архарского месторождения Таджикистана и их сравнение.*

**Ключевые слова:** данбурит, уксусная кислота, хлор, разложение.

В работах [1-11] нами было изучено хлорное и кислотное разложение исходного данбурита и данбуритового концентрата Ак-Архарского месторождения Таджикистана. В настоящей работе приведена сравнительная оценка хлорного процесса и уксуснокислотного разложения данбуритового концентрата.

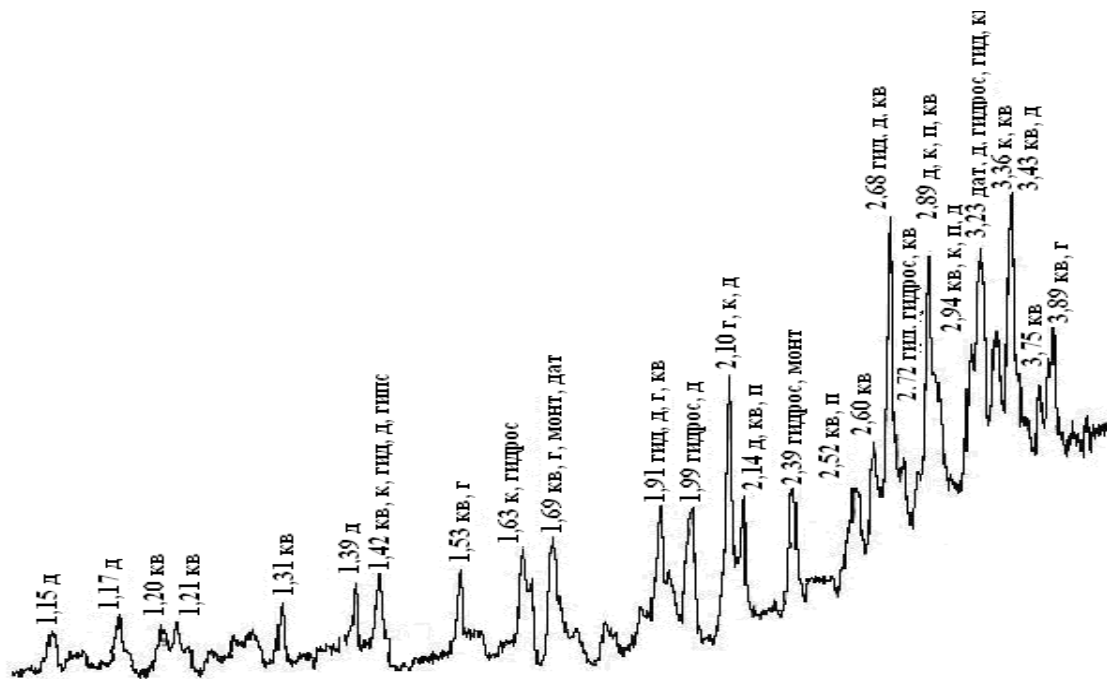
Как известно, главными рудообразующими минералами породы данбурита являются: данбурит, датолит, аксинит, гидроборацит, гранат и др. [12, 13]. Пустая порода представлена гипсом, карбонатом кальция, кварцем (рис.1).

Результаты хлорирования обожжённого концентрата данбурита показали, что оптимальными условиями для хлорирования являются (рис.2):

- температура хлорирования – 800°C;
- продолжительность процесса – 60 мин;
- содержание восстановителя (угля) – 30%.

---

*Адрес для корреспонденции:* Курбонов Амиршо. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2, Институт химии АН РТ. E-mail: amirsho\_77@mail.ru



**Рис.1.** Рентгенограмма исходного концентрата данбурита:

кв – кварц, к – кальцит, г – гранат, д – данburит, дат – датолит, а – аксинит, п – пироксены, гидрос – гидрослюда, гид – гидроборацит, монт – монтмориллонит.

Извлечение  $B_2O_3$  составило ~80%. Оптимальными параметрами уксуснокислотного разложения данбуритового концентрата являются: температура кислотного разложения – 100°C; продолжительность процесса – 45 мин; концентрация уксусной кислоты – 15-20 мас% (рис.3). Извлечение  $B_2O_3$  составляет ~90%.

Оценивая процессы хлорирования данбурита, можно заметить, что основными продуктами хлорирования являются  $BCl_3$  и  $FeCl_3$ . Эти хлориды – важнейшие соединения для многих отраслей народного хозяйства. Результаты исследования хлорного метода переработки боросиликатных руд показывают, что они протекают при высоких температурах и данный метод позволяет селективно выделять полезные компоненты.

Особенности уксуснокислотной обработки данбурита заключаются в том, что на первой стадии происходит химическое обогащение, в результате которого балластная смесь  $SiO_2$  выводится из технического потока, а из раствора извлекаются полезные компоненты  $B_2O_3$  и  $Fe_2O_3$ .

Таким образом, анализируя кислотное разложение данбурита минеральными кислотами – соляной [2, 3, 7], серной [4, 5], азотной [11, 13] и уксусной кислотами можно констатировать, что установлены оптимальные условия разложения борного сырья, разработаны принципиальные технологические схемы переработки данбурита. Изучена кинетика кислотного разложения данбурита. Рассчитаны кажущиеся энергии активации процессов. Процессы протекают в основном в кинетической области.

Хлорный процесс разложения позволяет селективно выделять  $\text{VCl}_3$ , который является ценным химическим веществом для получения различных полезных продуктов.

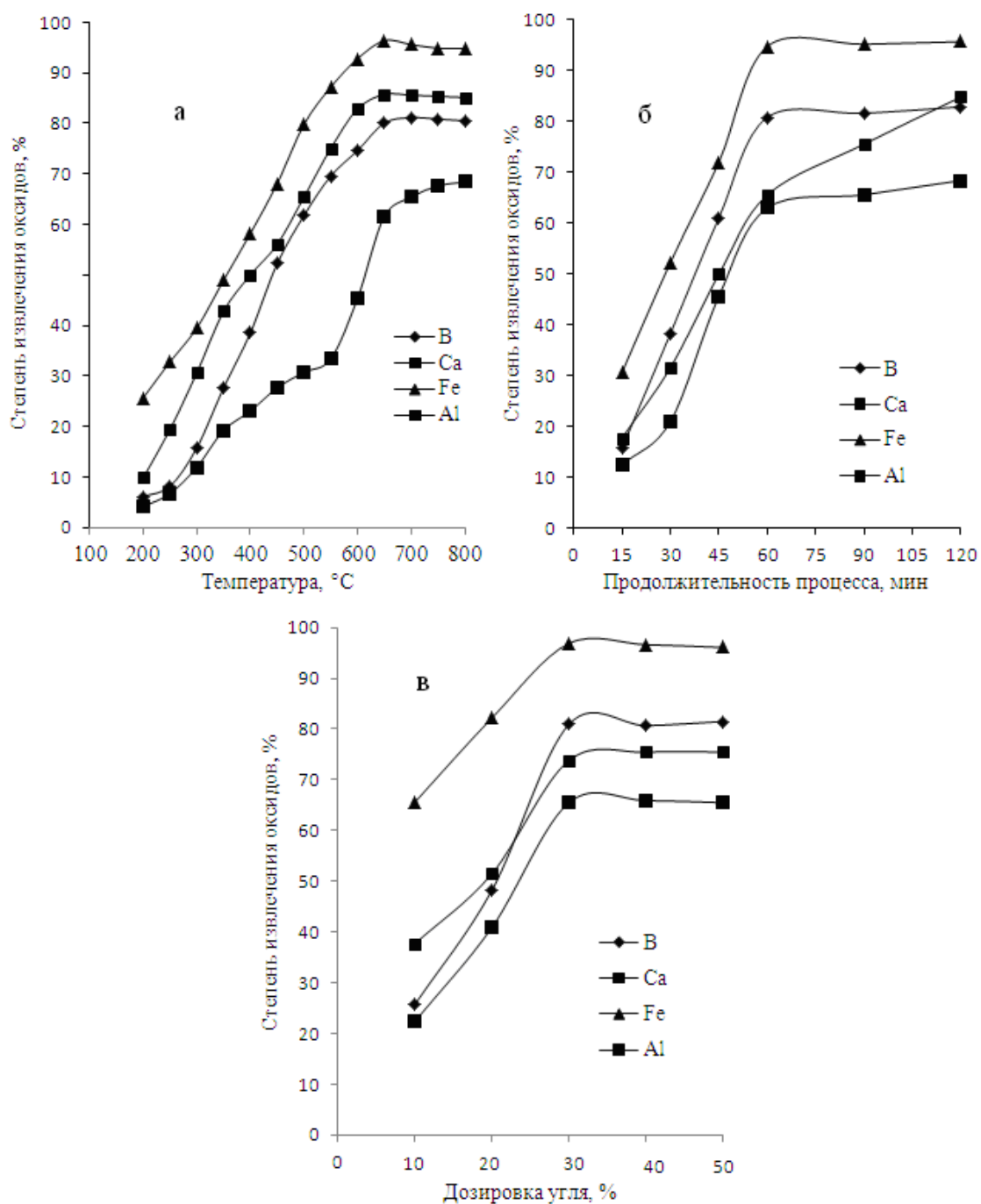
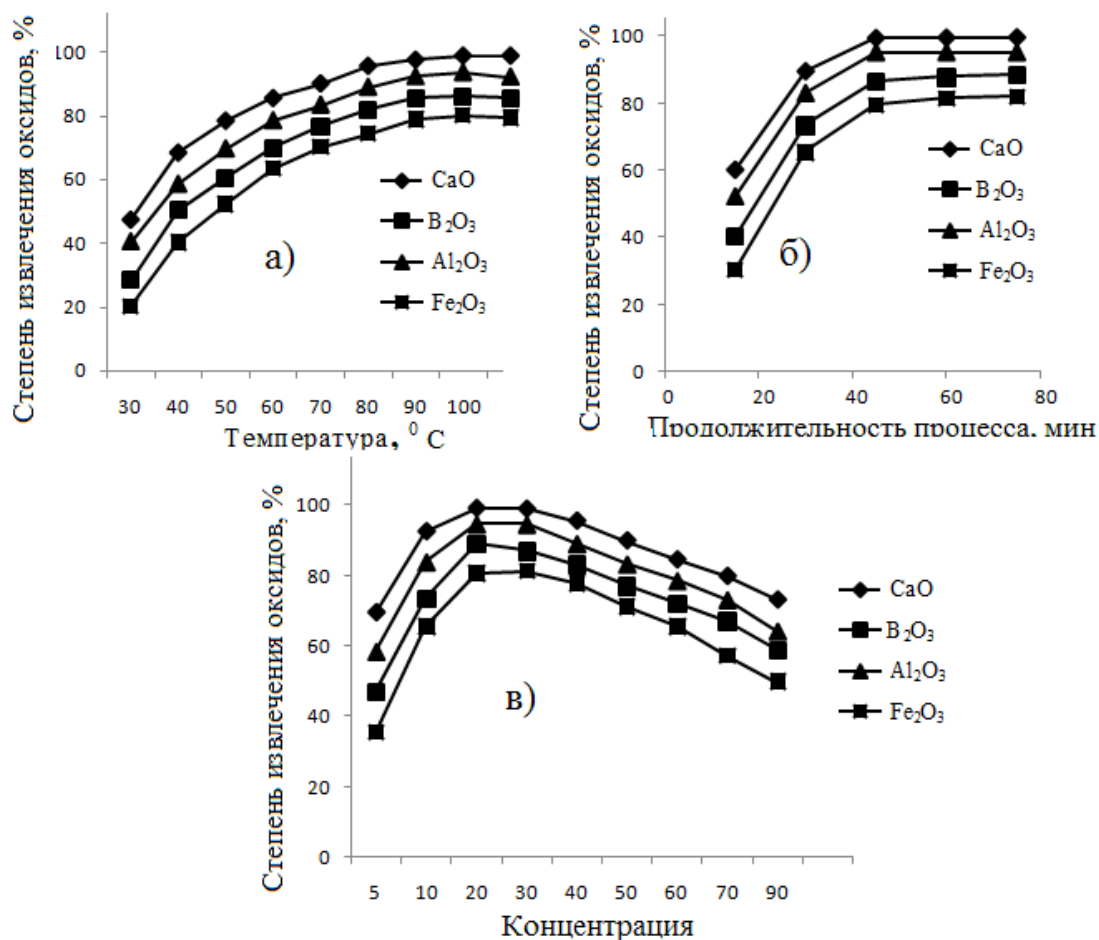


Рис.2. Зависимость степени извлечения оксидов ( $\text{B}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  и  $\text{CaO}$ ) от температуры (а), продолжительности процесса (б) и концентрации восстановителя (в) при хлорировании предварительно обожжённого концентрата данбурита.



**Рис.3.** Зависимости степени извлечения оксидов (B<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> и CaO) из состава концентрата обожжённого данбурита от: а) температуры; б) продолжительности процесса; в) концентрации СН<sub>3</sub>COOH (размер частиц < 0.1 мм; температура – 100°C; продолжительность процесса – 45 мин).

### ЛИТЕРАТУРА

1. Мирсаидов У.М. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2012, №2 (143), с.105-110.
2. Маматов Э.Д., Ашуров Н.А., Курбонов А.С., Ятимов П., Мирсаидов У.М. – ДАН РТ, 2008, т.51, №4, с.271-273.
3. Маматов Э.Д., Ашуров Н.А., Курбонов А.С., Ятимов П., Мирсаидов У.М. – ДАН РТ, 2008, т.51, №5, с.356-361.
4. Ашуров Н.А., Маматов Э.Д., Курбонов А.С., Ятимов П., Мирсаидов У.М. – ДАН РТ, 2008, т.51, №6, с.432-435.
5. Ашуров Н.А., Маматов Э.Д., Курбонов А.С., Ятимов П., Мирсаидов У.М. – ДАН РТ, 2008, т.51, 39, с.672-676.
6. Ашуров Н.А., Маматов Э.Д., Ятимов П., Мирсаидов У.М. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н. 2008, №4 (133), с.43-47.
7. Усмонова У.Х., Маматов Э.Д., Мирсаидов У.М. – ДАН РТ, 2012, т.55, №5, с.378-381.
8. Мирсаидов У.М., Ятимов П.М., Маматов Э.Д., Кобулиев З.В., Назаров Ш.Б. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н. 2013, №2 (151), с.79-84.
9. Усмонова У.Х., Ашуров Н.А., Маматов Э.Д., Мирсаидов У.М. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н. 2012, №2 (147), с.71-76.

10. Маматов Э.Д., Усмонова У.Х., Назаров Ш.Б., Курбонбеков А., Мирсаидов У.М. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н. 2012, №4 (149), с.51-55.
11. Курбонов А.С., Маматов Э.Д., Машаллах Сулеймони Б.А., Мирсаидов У.М. – ДАН РТ, 2011, т.53, №1, с.42-45.
12. Мирсаидов У.М., Маматов Э.Д., Сафиев Х.С. Особенности процесса хлорного разложения бор- и алюмосиликатных руд. – Душанбе: Дониш, 2013, 74 с.
13. Мирсаидов У.М., Маматов Э.Д. Комплексная переработка бор- и алюмосиликатных руд Таджикистана. – Душанбе: Дониш, 2013, 115 с.

**А.С.КУРБОНОВ, П.М.ЯТИМОВ, З.Т.ЁКУБОВ, Э.Д.МАМАТОВ, А.М.БАРОТОВ**  
**БАҲОДИҲИИ МУҚОИСАВИИ ТАҶЗИИ КОНСЕНТРАТИ ДАНБУ-**  
**РИТӢ БО ХЛОР ВА КИСЛОТАИ СИРКО**

*Институти химияи ба номи В.И.Никитина*  
*Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Дар мақола баҳодихии муқоисавии таҷзиияи концентрати данбурити кони Ак-Архари Ҷумҳурии Тоҷикистон бо хлор ва кислотаи сирко оварда шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** данбурит, кислотаи сирко, хлор, таҷзия.

**A.S.KURBONOV, P.M.YATIMOV, Z.T.YAKUBOV, E.D.MAMATOV, A.M.BAROTOV**  
**COMPARATIVE EVALUATION OF CHLORIC AND ACETIC ACID DECOM-**  
**POSITION OF DANBURITE CONCENTRATE**

*V.I.Nikitin Institute of Chemistry, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

The comparative evaluation of chloric and acetic acid decomposition of danburite concentrate of Ak-Arkhar deposit of Tajikistan is given in present article.

**Key words:** danburite, acetic acid, chlorine, decomposition.



УДК 546.41÷546.621÷541.44

У.М.МИРСАИДОВ, М.Ю.АКРАМОВ, А.БАДАЛОВ

**ИЗУЧЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ОБРАБОТКИ ГИДРИДА АЛЮМИНИЯ РАЗЛИЧНЫМИ КИСЛОТАМИ НА ЕГО ТЕРМИЧЕСКУЮ СТАБИЛЬНОСТЬ**

*Агентство по ядерной и радиационной безопасности АН Республики Таджикистан*

*Поступила в редакцию 06.05.2016 г.*

*В статье изучено влияние различных кислот на стабильность гидрида алюминия в процессе водно-кислотной обработки  $AlH_3$ . Обнаружено стабилизирующее действие фосфорной кислоты на гидрид алюминия.*

**Ключевые слова:** гидрид алюминия, кислотная обработка, термическая стабильность.

Гидрид алюминия –  $AlH_3$  – белое твёрдое вещество, используется, как компонент ракетного топлива, мощный восстановитель в органическом синтезе [1-3].

В процессе кристаллизации гидрида алюминия, наряду с основными продуктами, из раствора выделяются  $LiAlH_4$ ,  $LiBH_4$  и примеси гидролизного характера.

Промывание продукта эфиром позволяет освободиться от основной массы побочных веществ, однако оставшаяся нерастворимая часть  $LiBH_4$ , гидроксиды, кислородсодержащие примеси,  $LiAlH_4$  – в порах и сростках кристаллов резко снижают устойчивость вещества к нагреву за счет инициирования термолиза.

Опыт показал [4, 5], что повышение термической стабильности гидрида алюминия достигается в результате его водно-кислотной обработки.

Основой водно-кислотной обработки является устойчивость несольватированного гидрида алюминия к действию воды и кислот на холоде. В то же время содержащиеся в продукте примеси переходят в раствор. Растворение гидрида алюминия при  $0+5^\circ C$  практически не наблюдается, хотя в кислотных растворах с повышенной температурой ( $>50^\circ C$ ) гидрид алюминия гидролизуется с заметной скоростью.

---

*Адрес для корреспонденции:* Мирсаидов Ульмас Мирсаидович, Акрамов Мирзо Юнусович, Бадалов Абдулхайр. 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Х. Хакимзаде, 17, Агентство по ядерной и радиационной безопасности АН РТ. E-mail: ulmas2005@mail.ru; mirzo\_1@mail.ru; badalovab@mail.ru

Можно ожидать, что, кроме растворения примесей, кислотная обработка приводит к образованию оксидной ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ) пленки на поверхности кристаллов, тормозящей процесс самопроизвольного распада гидрида алюминия.

Практически проверенным является действие 10-20% соляной и азотной кислот на гидрид алюминия. Однако оставалось неясным влияние изменения концентрации и природы других кислот на продукт.

Нами проведена водно-кислотная обработка гидрида алюминия, полученного по методике [2,6,7] после стадии промывания вещества эфиром. Содержание основного вещества в продукте составляло 95.8%.

Для обработки выбраны следующие кислоты:  $\text{HCl}$ ,  $\text{H}_2\text{CrO}_4$ ,  $\text{H}_2\text{SO}_4$ ,  $\text{H}_3\text{PO}_4$ ,  $\text{HF}$ . Навеску гидрида алюминия суспендировали в эфире и затем проводили водно-кислотную обработку. Суспензию гидрида алюминия в эфире переносили в двугорлую колбу, охлаждали до  $0-3^\circ\text{C}$  и медленно приливали туда охлажденную кислоту заданной концентрации.

Кристаллы гидрида алюминия выдерживали в кислоте при перемешивании 1 час, фильтровали, промывали 2-3 раза этиловым спиртом и эфиром, после чего сушили в вакууме при  $10^{-1}-10^{-2}$  мм рт. ст. при  $80^\circ\text{C}$  в течение 40 мин.

После сушки изучали кинетику термического распада образцов гидрида алюминия манометрическим методом при  $95^\circ\text{C}$  на приборе, изображенном на рис.1.

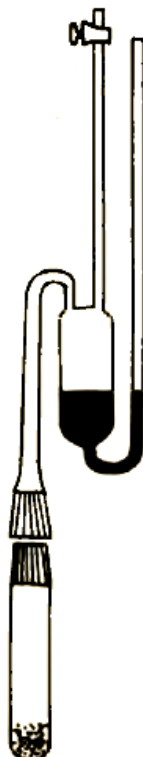


Рис. 1. Прибор для манометрического измерения.

Навеску гидрида алюминия 0.4-0.5 г в пробирке, соединенной с манометром, помещали в термостат с температурой  $95 \pm 0.1^\circ\text{C}$  и измеряли изменение давления в манометре во времени.

Условия и результаты водно-кислотной обработки гидрида алюминия приведены в табл., из данных которой видно, что в результате обработки кислотой во всех случаях повышается чистота продукта и увеличивается его стабильность.

На рис.2-4 показаны кинетические кривые распада образцов гидрида алюминия при  $95^\circ\text{C}$  за семь часов при различных концентрациях выбранных кислот:  $\text{H}_2\text{CrO}_4$ ,  $\text{H}_3\text{PO}_4$  и  $\text{H}_2\text{SO}_4$ .

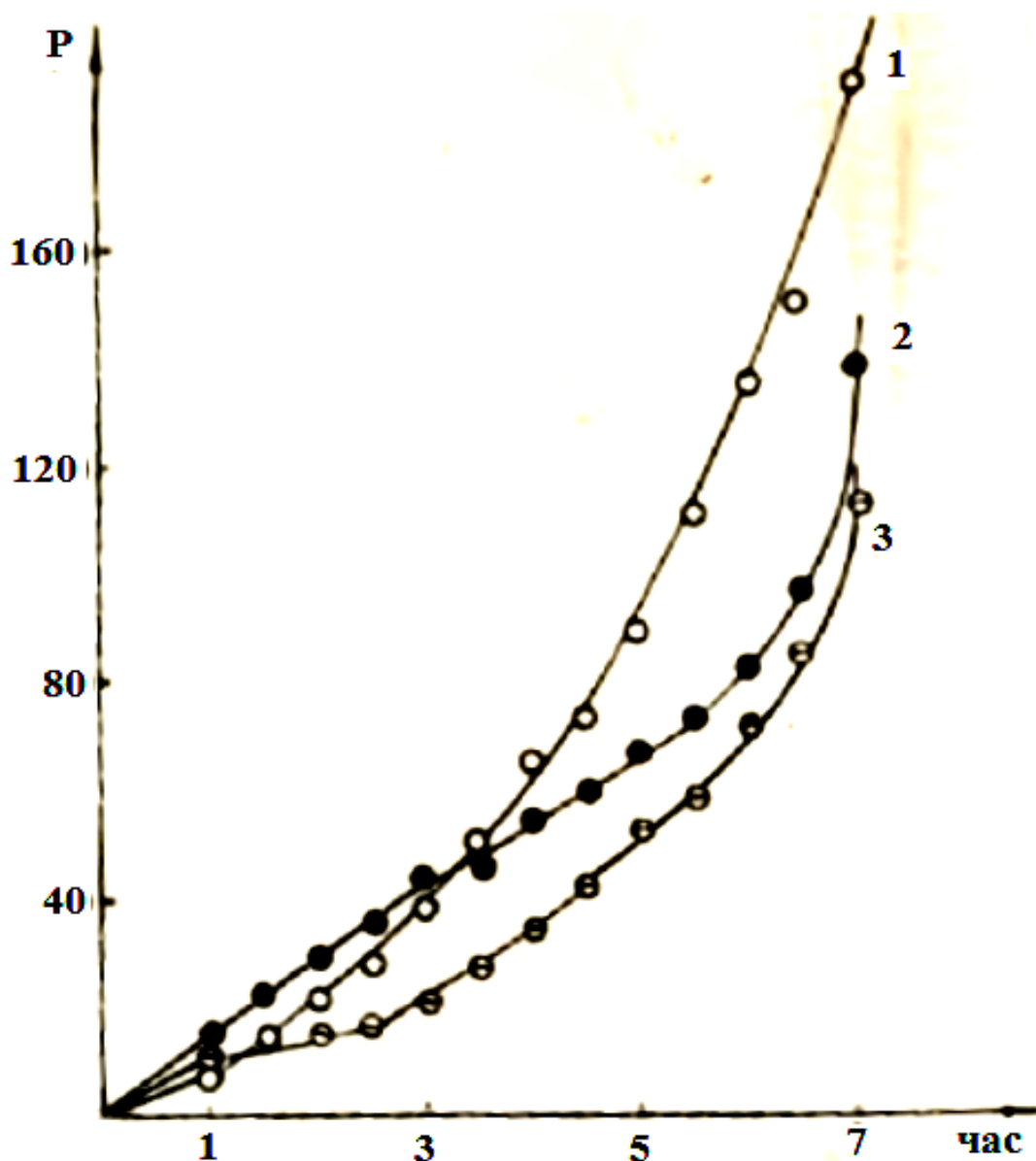


Рис.2. Кинетические кривые образцов гидрида алюминия, обработанных серной и соляной кислотами при  $95^\circ\text{C}$  (1 – 20%  $\text{H}_2\text{SO}_4$ , 2 – 10%  $\text{H}_2\text{SO}_4$ , 3 – 18%  $\text{HCl}$ ).

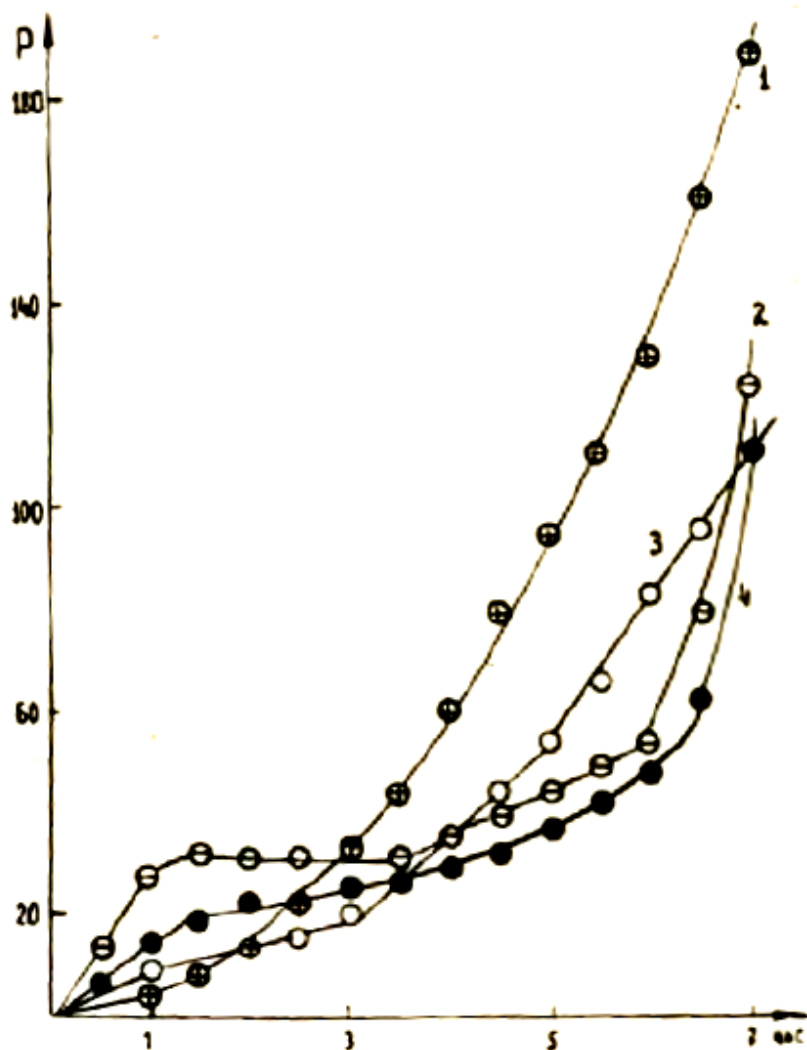
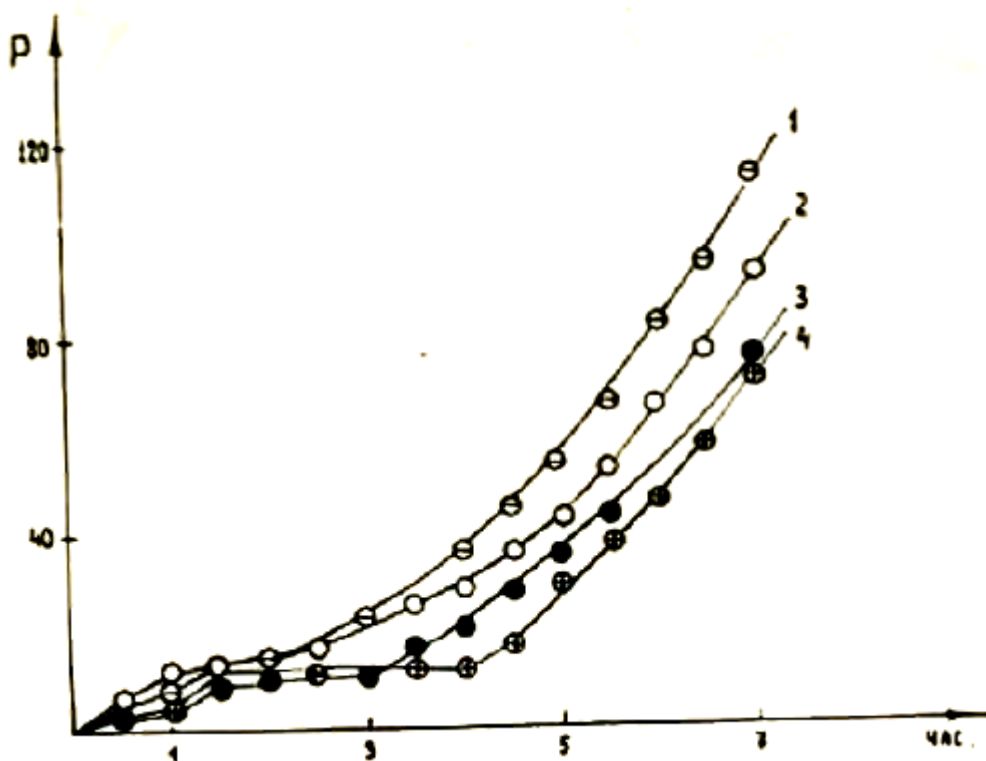


Рис.3. Кинетические кривые образцов гидрида алюминия, обработанных хромовой и соляной кислотами при 95°C (1 – 20%  $H_2CrO_4$ , 2 – 30%  $H_2CrO_4$ , 3 – 18%  $HCl$ , 4 – 40%  $H_2CrO_4$ ).

Таблица

Результаты водно-кислотной обработки гидрида алюминия

№ п/п	Кислота	Концентрация кислоты, мас%	Содержание гидрида алюминия в % до обработки кислотой	Содержание гидрида алюминия в % после обработки кислотой	Стабильность 1 г гидрида алюминия при 95°C за 7 часов в мм рт. ст.
1	$HCl$	18	95.8	99.4	113
2	$H_2SO_4$	10	-«-	-«-	139
3	$H_2SO_4$	20	-«-	-«-	190
4	$H_2CrO_4$	20	-«-	-«-	188
5	$H_2CrO_4$	30	-«-	-«-	130
6	$H_2CrO_4$	40	-«-	98.8	112
7	$H_3PO_4$	20	-«-	-«-	71
8	$H_3PO_4$	30	-«-	-«-	92
9	$H_3PO_4$	40	-«-	99.2	75



**Рис.4.** Кинетические кривые образцов гидрида алюминия, обработанные фосфорной и соляной кислотами при 95°C (1 – 18% HCl, 2 – 30% H<sub>3</sub>PO<sub>4</sub>, 3 – 40% H<sub>3</sub>PO<sub>4</sub>, 4 – 10% H<sub>3</sub>PO<sub>4</sub>).

На всех рисунках для сравнения приводится кривая распада продукта, обработанного 18% HCl. По оси ординат приводится величина нарастания давления по капиллярному манометру.

Как видно из рис.2, 3 и табл., наиболее эффективной оказывается обработка продукта фосфорной кислотой, для которой величина индукционного периода составляет около четырех часов.

Период индукции имеется и для образцов гидрида алюминия, обработанных концентрированной хромовой кислотой. Как видно из рис.3, для хромовой кислоты стабильность увеличивается с увеличением ее концентрации, что можно связать с преобладанием окислительной функции концентрированных растворов H<sub>2</sub>CrO<sub>4</sub>.

В случае обработки продукта серной кислотой (рис.2) четкого индукционного периода не наблюдается.

В плавиковой кислоте гидрид алюминия бурно разлагается с выделением водорода, причем интенсивность разложения при разбавлении кислоты водой возрастает.

Электронно-графическое исследование образцов гидрида алюминия показало, что на поверхности кристаллов гидрида алюминия имеется тонкая пленка оксида алюминия. Показано, что оксидная пленка оказывает тормозящее действие на термический распад гидрида алюминия в случае постоянного контакта с кислородсодержащей атмосферой.

Выявленная специфичность фосфорной кислоты указывает на более сложный характер взаимодействия, чем простое освобождение поверхности гидрида алюминия от примесей.

Таким образом, можно предположить, что  $H_3PO_4$  реагирует с покрывающими кристаллы гидрида алюминия оксидами алюминия и образует тонкую фосфорсодержащую пленку, более прочную, чем оксид алюминия и, тем самым, тормозит процесс распада основного вещества.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Brower F.M., Matzek N.E., Reigler P.F., Rinn H.W., Roberts C.B., Schmidt D.I., Snover J.A., Terada K. Preparation and Properties of Aluminum Hydride. – Journal of the American Chemical Society, 1976, v.98, №9, pp.2450-2453.
2. Mirsaidov U. Synthesis, properties and assimilation Methods of Aluminium Hydride. -/ NATO Security through Science Series – A. Hydrogen Materials. Science and Chemistry of Carbon Nanomaterials, 2007, pp.77-85.
3. Method for synthesizing aluminum hydride. – United States Patent 5670129. Free Patents Online.com (09.23.1997).
4. А.С.44706 (СССР). Способ очистки гидрида алюминия / Л.И.Захаркин, В.В.Гавриленко. – 1968.
5. А.С.108361 (СССР). Способ очистки гидрида алюминия / Р.В.Белик, Л.С.морозова, С.И.Смогоржевский, Г.П.Тарасов, С.А.Царьков. – 1977.
6. Мирсаидов У.М. Синтез и свойства гидрида алюминия. – Душанбе: Дониш, 2004, 105 с.
7. Булычев Б.М., Вербицкий В.Н., Стороженко П.А. Прямой синтез несольватированного гидрида алюминия с участием кислот Льюиса и Бренстеда. – Журнал неорганической химии, 2008, т.53, №7, с.1081-1086.

Ў.М.МИРСАИДОВ, М.Ю.АКРАМОВ, А.БАДАЛОВ

#### ОМУЗИШИ ТАЪСИРИ КОРКАРДИ ҲИДРИДИ АЛЮМИНИЙ БО КИСЛОТАҲОИ ГУНОГУН БА УСТУВОРИИ ҲАРОРАТИИ ОН

*Агентии амнияти ядрой ва радиатсионии Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Таъсири кислотаҳои гуногун ба устувории ҳидриди алюминий дар раванди коркарди обӣ-тезобии  $AlH_3$  омӯхта шуд. Таъсири эътидолии кислотаи фосфат ба ҳидриди алюминий муайян карда шуд.

**Калимаҳои калидӣ:** ҳидриди алюминий, кислотаи фосфат, устувории ҳароратӣ.

U.M.MIRSAIDOV, M.YU.AKRAMOV, A.BADALOV

**STUDY OF EFFECTS OF THE TREATMENT OF ALUMINUM HYDRIDE  
WITH VARIOUS ACIDS AT ITS THERMAL STABILITY**

*Nuclear and Radiation Safety Agency, Academy of sciences of the Republic of Tajikistan*

The effect of different acids on the stability of aluminum hydride in the aqueous acidic  $\text{AlH}_3$  processing is studied in the paper. The stabilizing effect of phosphoric acid on aluminum hydride is detected.

**Key words:** aluminum hydride, phosphoric acid, thermal stability.

УДК 666.5:553.613

Ю.Я.ВАЛИЕВ, Х.САФИЕВ, Х.Э.БОБОЕВ, Т.С.МАДЖИДОВ, ДЖ.А.РАДЖАБОВА

**ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МИНЕРАЛЬНОГО СЫРЬЯ  
МЕСТОРОЖДЕНИЯ ЗИДДЫ**

*Государственное учреждение «Научно-исследовательский институт металлургии»  
ГУП «ТалКо»*

*Поступила в редакцию 02.02.2015 г.*

*В работе приведены результаты химического анализа по содержанию основных породообразующих оксидов в юрских осадочных породах, золе угля и углистых породах Зиддинского месторождения. Сравнительно высокое содержание  $Al_2O_3$  (27.1 мас.%) в каолиновых глинах месторождения «Зидды» позволяет рассматривать их в качестве перспективного сырья для производства глинозема, огнеупорных изделий из фарфора и жидкого стекла.*

**Ключевые слова:** производство фарфора, технологические параметры, экспериментальные изделия, огнеупорные изделия, кварцевый концентрат, гравитационное обогащение, песчаные породы.

Как показывает анализ литературы, низкокачественное алюминийсодержащее сырье (нефелиновые сиениты, каолиновые глины, алуниты и др.) можно использовать для производства коагулянтов, фарфора, глинозема и жидкого стекла и [1-5].

В Республике Таджикистан имеются огромные запасы аргиллитов и каолиновых глин месторождений Зидды и Чашма-Санг, которые расположены в легкодоступном и экономически вполне освоенном районе страны.

Согласно геологическому отчету Зиддинской партии подсчитанные запасы угля на месторождении составляют 228 млн.т, а огнеупорных каолиновых глин – 67 млн.т, то есть Зиддинское месторождение представляет интерес не только как источник угля, но и сырья для производства глинозема и огнеупорных изделий.

Было установлено, что продуктивная толща углей и глинистого минерального сырья образует юрский осадочный комплекс и составляет нижнюю часть мезозойских отложений Зиддинской межгорной впадины. Естественные обнажения юрской угленосной толщи

---

*Адрес для корреспонденции: Сафиев Хайдар. 734003. Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Х.Хакимзаде, 17, ГУ «Научно-исследовательский институт металлургии» ГУП «ТалКо». E-mail: inmet.talco@mail.ru; h.safiev@mail.ru*



выскрты на левом и правом борту реки Сангалыт и прослеживаются с севера на юг на расстоянии 2.5-3 км. Общая мощность юрской угленосно-терригенной толщи составляет от 50 м на юге и до 120 м на севере.

Разрезы угленосных юрских отложений изучались на левом борту реки Сангалыт на заложённых геологами открытых добычных карьерах. Один детальный разрез был составлен в средней части реки Сангалыт. Общая мощность разреза составляет 40 м, на котором были отобраны послойно 15 бороздовых проб из различных типов пород и пластов угля.

Отобранные бороздовые пробы, в лабораторных условиях, вначале были перемолвлены в щековой дробилке до размера зерен 3-5 мм, а затем пропущены через дисковую истиральную. Для проведения химического анализа отобранные навески проб вручную в агатовой ступке доводились до размера частиц менее 0.05 мм.

В табл. 1 приведены результаты химического анализа по содержанию основных породообразующих оксидов в юрских осадочных породах, золе угля и углистых породах Зиддинского месторождения.

Таблица 1

Содержание основных породообразующих оксидов в юрских осадочных породах, золе угля и углистых породах Зиддинского месторождения

№ п/п	Наименование пробы	Содержание основных компонентов, мас.%						Сумма, мас.%
		Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	SiO <sub>2</sub>	CaO	MgO	П.п.п	
1	Каолиновая глина	38.39	0.40	47.81	2.07	1.08	12.97	102.72
2	Аргиллит	21.96	1.53	64.95	2.71	1.30	9.50	101.95
3		24.66	3.09	55.94	1.70	0.77	9.55	95.71
4		25.60	2.92	56.34	2.54	1.71	8.75	97.86
5		29.13	1.00	58.09	2.00	1.19	6.85	98.26
6	Алевролит крупнозернистый	13.08	0.99	73.61	2.52	1.85	4.98	97.03
7		9.04	0.70	82.48	1.06	0.70	3.33	97.31
8	Алевролит мелкозернистый	17.66	1.13	67.65	2.37	1.80	8.01	98.62
9		17.27	2.33	72.60	2.04	1.07	4.22	99.53
10		22.59	1.40	60.95	1.51	1.14	8.13	95.72
11	Песчаник мелкозернистый	6.71	0.73	84.54	0.88	0.64	3.37	96.87
12		9.16	1.53	80.48	1.86	1.21	3.95	98.19
13	Зола угля (зольность – 16.0 мас.%)	36.89	6.72	45.75	7.54	2.86	-	99.76
14	Зола угля (зольность – 36.9 мас.%)	33.84	5.81	47.94	8.02	3.14	-	98.75
15	Зола углистого аргиллита (зольность – 76.0 мас.%)	32.68	2.59	55.17	6.24	2.80	-	99.48

Для установления типа огнеупорности минерального сырья и по результатам химических анализов на прокаленное вещество были рассчитаны огнеупорность глинистого сырья, золы угля и углистых пород (табл. 2) по формуле Шуэна:

$$t^{\circ}C = \frac{360 + \%Al_2O_3 - (\%Fe_2O_3 + CaO + MgO + K_2O + Na_2O)}{0.228}$$

Таблица 2

Содержание основных породообразующих оксидов в юрских осадочных породах Зиддинского месторождения в пересчете на прокаленное вещество и их огнеупорность

№ п/п	Наименование пробы	Содержание основных компонентов, мас.%						Огнеупорность, °С
		Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	SiO <sub>2</sub>	CaO	MgO	Σ	
1	Каолиновая глина	43.37	0.45	54.01	2.34	1.22	101.39	1769
2	Аргиллит	24.05	1.68	71.12	2.97	1.42	99.94	1651
3		27.12	3.40	61.52	1.87	0.85	94.76	1662
4		27.89	3.18	60.96	2.77	1.86	96.66	1658
5		31.16	1.07	62.14	2.14	1.27	97.78	1696
6		Алевролит крупнозернистый	13.75	1.04	77.39	2.65	1.94	96.77
7	Алевролит мелкозернистый	9.35	0.72	85.30	1.10	0.72	97.19	-/-
8		19.09	1.22	73.05	2.56	1.95	97.97	1628
9		17.90	2.43	75.68	2.11	1.12	99.34	1633
10		24.51	1.52	66.13	1.64	1.24	95.03	1658
11	Песчаник мелкозернистый	6.94	0.76	87.49	0.91	0.66	95.76	не определено
12	Зола угля (зольность – 16.0 мас.%)	36.89	6.72	45.75	7.54	2.86	99.76	16.61
13	Зола угля (зольность – 36.9 мас.%)	33.84	5.81	47.94	8.02	3.14	98.75	16.51
14	Зола углистого аргиллита (зольность – 76.0 мас.%)	32.68	2.59	55.17	6.24	2.80	99.48	16.71

Как видно из табл. 2, по содержанию Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> глинистое сырье Зиддинского месторождения согласно ГОСТ 9169-75 можно разделить на два типа: полукислые глины, с содержанием Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> от 14 до 28 мас.% и основные глины с содержанием Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> более 28 мас.%, а по содержанию Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> их можно отнести к минеральному сырью с низким (менее 0.1 мас.%) и средним (1.5-3 мас.%) содержанием красящих оксидов.

Испытания глин на размокаемость показали, что они не размокают в воде и принадлежат к сухарному типу сырья: алевролитам, аргиллитам и углистым аргиллитам. После дробления пород до размера частиц 0.5 мм и менее и обработки их в 3%-ном растворе HCl удалось провести дезинтеграцию частиц с получением в водной суспензии фракций с размерами частиц 0.5-0.1 мм; 0.1-0.05 мм и < 0.01 мм. При этом содержание Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> в аргиллите наибольшее и составляет 24.05 мас.% (табл. 3).

Таблица 3

Фракционный состав глинистых и песчаных пород месторождения «Зидды» после дробления и обработки раствором HCl

Наименование породы	Выход фракций с размерами частиц, мас.%			Содержание Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> в породе, %
	0.5-0.1 мм	0.1-0.05 мм	< 0.01 мм	
Аргиллит	7.0	47.0	46.0	24.05
Алевролит крупнозернистый	65.5	16.0	18.5	13.75
	66.0	18.0	16.0	9.35
Песчаник мелкозернистый	60.5	26.3	13.2	6.94

Согласно ГОСТ 9169-75, по выходу фракции с размерами частиц менее 0.01 мм алевролиты относятся к низкодисперсным (менее 30 мас.%), а аргиллиты к грубодисперсным (30-60 мас.%) типам глинистых пород.

Гравитационное обогащение песчаных пород показало, что 76-80 мас.% породы состоит из частиц размером более 0.1 мм, которые на 95-98 мас.% сложены обломочными хорошо окатанными зернами кварца (табл. 4). Этот кварцевый концентрат можно использовать для производства стекла, фарфора и керамики.

Таблица 4

Фракционный и минералогический состав песчаных пород месторождения «Зидды»

№ пробы	Наименование породы	Выход фракции, мас.%		Минералогический состав фракций с размерами частиц	
		> 0.1мм	< 0.1мм	>0.1мм	< 0.1мм
8	Песчаник мелкозернистый	80	20	кварц > 95%	гидрослюда + каолин
9	Алевролит крупнозернистый	76	24	кварц > 95%	гидрослюда + каолин

Изучение фракций песчаника с размерами частиц более 0.1 мм и алевролита с размерами частиц 0.1-0.05 мм под биноклем показало, что они на 90 мас.% и более состоят из зерен кварца. Следовательно, глинистое сырье Зиддинского месторождения является естественно отощенным и может быть использовано в производстве полукислых и шамотных огнеупорных изделий без предварительного обогащения.

Наряду с этим, зола угля и углистых пород Зиддинского месторождения, содержащая от 30 до 33 мас.%  $Al_2O_3$ , может быть использована в качестве фарфорового сырья, а также как дополнительный источник глиноземного сырья.

С целью проведения промышленных испытаний глин месторождения «Зидды» для производства огнеупорных изделий (кирпичей) из первого надугольного пласта аргиллитов (правый борт р. Сангальт) было отобрано 300 кг технологической пробы. Контрольный химический анализ усредненной технологической пробы показал содержание  $Al_2O_3$  в нем 27.2 мас.%.

Учитывая сухарность глинистого сырья (аргиллит), оно после сушки было передроблено на щековой дробилке, а затем подвержено размолу в шаровой мельнице. Размолотая масса была пропущена через сито с ячейкой 0.5 мм, которая после водонасыщения образовывала качественную глинистую суспензию.

В соответствии с ТУ 48-0126-24-2001 и ТИ 48-0126-87-02-05 из шамотной крошки и измельченной глины Зиддинского месторождения на участке производства огнеупорных и строительных материалов УПОСМ ГУП «ТалКо» была произведена опытная партия огнеупорных кирпичей.

Учитывая низкодисперсный состав глин Зиддинского месторождения, его содержание в шихте для изготовления опытных кирпичей составляло 30 и 50 мас. %.

Формование сырых кирпичей проводилось полусухим способом из приготовленной массы с влажностью 8-10% на специальной пресс-форме при давлении прессы 170 кгс/см<sup>2</sup>. Было изготовлено 100 опытных кирпичей. Сушка сырого кирпича осуществлялась при температуре 50-70°C в сушильной камере отходящими газами туннельной печи обжига в течение 5 суток.

Обжиг высушенных кирпичей, с влажностью не более 3 мас. %, осуществлялся в туннельной печи УПОСМ с постепенным повышением температуры. В зоне окончательного обжига температура достигала 1200°C.

После обжига и охлаждения были получены огнеупорные шамотные кирпичи стандартных размеров (60x112x240 мм), бежево-коричневого цвета без дефектов и отклонений от допустимых норм.

Для проведения физико-химических анализов, из готовых экспериментальных кирпичей были отобраны 6 проб и в химической лаборатории производства обожженных анодов ГУП «ТалКо» были определены их контролируемые качественные показатели согласно ГОСТ 390-96 (Полукислые и шамотные огнеупорные изделия общего назначения).

Результаты анализов показали, что экспериментальные кирпичи по регламентируемым физико-химическим показателям качества соответствуют шамотным огнеупорным кирпичам марки ША, I категории качества (табл. 5).

Таблица 5

Физико-химические показатели экспериментальных кирпичей, полученных из глин месторождения «Зидды» и шамотной крошки

Показатели качества	Требования ГОСТ 390-96						Экспериментальные кирпичи с содержанием глины, мас. %	
	Высшая категория качества			Первая категория качества			30	50
	ША	ШБ	ПБ	ША	ШБ	ШВ		
Массовая доля Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> (мас. %), не менее	33	30	-	30	28	28	42.22	33.55
Массовая доля SiO <sub>2</sub> (мас. %)	не рел.	не рел.	67-85	-	-	-	53.10	58.43
Огнеупорность, °С	1730	1670	1670	1730	1670	1630	1714	1714
Пористость открытая (%), не более для изделий: I - подгруппы II - подгруппы	23	23	21	24	24	-	-	-
	-	-	-	30	30	30	25.2	20
Предел прочности при сжатии (МПа), не менее для изделий: I - подгруппы II - подгруппы	23	23	20	20	20	-	25,2	51,3
	-	-	-	15	13	13	-	-

Кирпичи этой марки (ША, I категории) с содержанием  $Al_2O_3$  – 35-38% вполне могут быть использованы для футеровки цокольной части электролизеров производства алюминия, а также других тепловых агрегатов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Пустильник Г.Л., Герасимов А.Д., Певзнер И.З. Состояние и перспективы переработки низкокачественного алюминиевого сырья. – Цветная металлургия: Науч. техн. бюл., 1977, №16, с.28-31.
2. Запольский А.К. Сернокислотная переработка высококремнистого алюминиевого сырья. – Киев: Наукова думка, 1981, 208 с.
3. Шварцман Б.Х. Кислотные методы переработки глинозёмсодержащего сырья. – М.: Цветметинформация, 1964, 89 с.
4. Патент №298ТJ (Таджикистан). Способ переработки глиноземсодержащего сырья / Назаров Ш.Б., Запольский А.К., Мирсаидов У.М., Сафиев Х.С., Рузиев Д.Р., Амиров О.Х. – Оpubл. в Б.И., 1998, №12.
5. А.с. 220252 (СССР). Способ получения глинозема и других продуктов из нефелина / Бондин С.М., Захаров В.И. – Оpubл. в Б.И., 1979, №45.

#### Ю.Я.ВАЛИЕВ, Ҳ.САФИЕВ, Х.Э.БОБОЕВ, Т.С.МАЧИДОВ, Ҷ.А.РАҶАБОВА ТАҲЛИЛИ ФИЗИКАВИЮ-ХИМИЯВИИ МАЪДАНҲОИ КОНИ ЗИДДӢ

*Муассисаи давлатии “Паҷуҳишигоҳи илмӣ-таҳқиқотии металлургия”-и  
КВД “Ширкати алюминийи тоҷик”*

Дар мақола таҳлили химиявӣ оид ба таркиби чинссохторбандии оксидҳо дар чинсҳои такшини давраи юрагӣ, хокистари ангишт ва чинсҳои ангиштзамири кони Зиддӣ оварда шудааст. Микдори нисбатан баланди  $Al_2O_3$  (27.1 мас.%) дар таркиби гилҳои каолинии кони «Зиддӣ» имкон медиҳад, ки онҳо дар оянда ба сифати ашёҳои хом барои истеҳсоли гилхок, маснуоти оташтобовари фарфор ва шишаи моеъ, истифода шаванд.

**Калимаҳои калидӣ:** истеҳсоли фарфор, параметрҳои технологӣ, маводҳои таҷрибавӣ, маводҳои оташтобовар, концентрати кварц, ғанигардонии гравитатсионии, чинсҳои кумӣ.

Yu.Ya. VALIEV, H.SAFIEV, H.E.BOBOEV, T.S.MAJIDOV, J.A.RAJABOVA

#### PHYSICAL AND CHEMICAL ANALYSIS OF KAOLIN CLAY

#### OF THE ZIDDI DEPOSITS

*State Institution «Scientific-research institute of Metallurgy» «TALCO»*

In the article present results of chemical analysis of the content of the main rock-forming oxides in Jurassic sedimentary rocks, ash of coal and carbonaceous rocks of the Ziddi deposits. Relatively high content of  $Al_2O_3$  (27.1 wt.%) in the kaolin clay of the deposits of "Ziddi" allows us to consider them as a promising raw material for the production of alumina refractories china and glass of liquid.

**Key words:** porcelain production, process parameters, experimental products, refractories, quartz concentrate, gravity concentration, sandy rocks.

УДК 550.348

Р.У.ДЖУРАЕВ, Б.К.ОЛИМОВ

## ВАХДАТСКОЕ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЕ 10 НОЯБРЯ 2013 ГОДА

*Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии*

*АН Республики Таджикистан*

*Поступила в редакцию 23.11.2015 г.*

*Представлены результаты полевого обследования эффектов проявления и последствия землетрясения, произошедшего в Таджикистане на территории Вахдатского района 10 ноября 2013 г. Составлена карта изосейст, определены макросейсмические параметры и приуроченность землетрясения к геологическим структурам района. Произведен анализ повреждений зданий и сооружений и выявлены основные их причины.*

**Ключевые слова:** макросейсмика, изосейста, балльность, магнитуда, сейсмостойкость, антисейсмические мероприятия.

Несмотря на наличие аппаратуры по сильным движениям, макросейсмическому обследованию последствий землетрясений всегда уделялось должное внимание. Если служба сильных движений характеризует проявление землетрясения только в тех пунктах, где расположены приборы, то макросейсмические сведения, хотя и носят описательный характер воздействия землетрясений на объекты (повреждение построек, нарушение ландшафта, ощущение людей и т. д.), дают возможность охватить большую территорию, на которой ощущалось землетрясение. Анализ макросейсмических данных дает сведения не только о проявлении землетрясения на поверхности земли, но и дополнительный материал для характеристики очага и окружающего пространства, определения магнитуды, глубины очага и других параметров землетрясения.

На территории Таджикистана 10 ноября 2013 года в 10 часов 16 мин местного времени, в 24 км юго-восточнее г. Душанбе произошло землетрясение интенсивностью в эпицентре 6 баллов по шкале MSK-64 [1]. Эпицентр землетрясения был расположен в

---

*Адрес для корреспонденции:* Джурсаев Рахимджон Усмонович. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 267, Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии АН РТ. E-mail: dhuraev52@mail.ru

Вахдатском районе, на левом борту долины реки Иляк, в северо-западной части горы Сангпар.

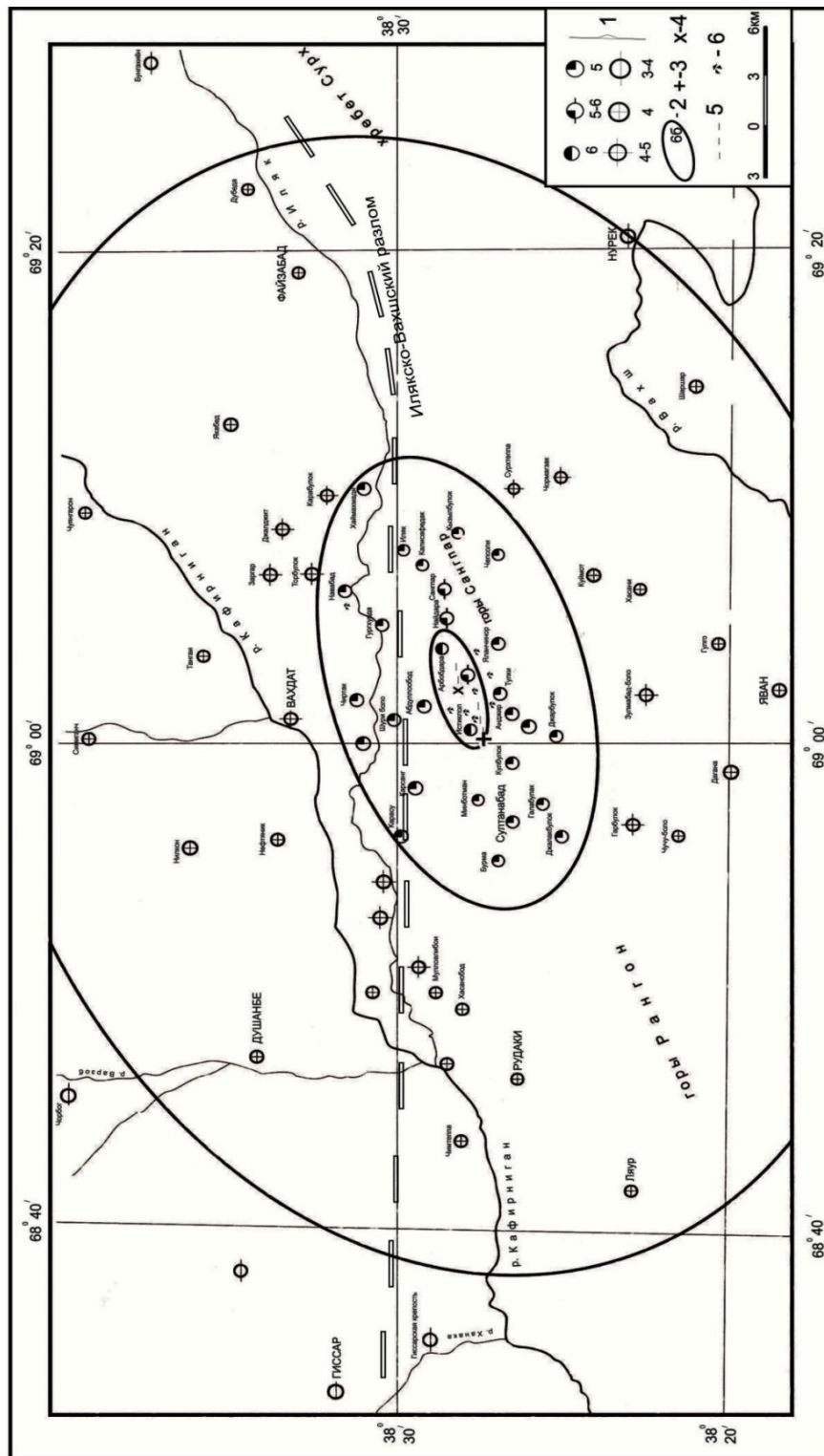
По данным сети сейсмических станций Таджикистана, координаты эпицентра составили  $38^{\circ} 28.5'$  с.ш. и  $69^{\circ} 02'$  в.д., магнитуда  $M=4.7$ , глубина очага  $H=5-10$  км.

Последствия данного подземного толчка были обследованы в 58 населенных пунктах Вахдатского, Рудакинского, Файзабадского, Нурекского и Яванского районов. По результатам обследования была составлена карта изосейст и таблица пункты-баллы данного сейсмического события (рис.1, табл.1). В табл. 1 расстояния ( $\Delta$ ) до населенных пунктов определены от макросейсмического эпицентра.

В результате землетрясения наиболее сильно пострадали селения Истиклолият и Арбобдара Вахдатского района, в пределах которых интенсивность землетрясения достигала 6 баллов. Эти селения расположены на холмистой поверхности подножия горы Сангпар. Поверхность имеет общий уклон от  $5-7^{\circ}$  до  $15-20^{\circ}$  в северном направлении и сложена лессовидными суглинками большой (более 20 м) мощности.

Жилые дома, хозяйственные постройки и общественные здания в этих селениях в основном глинобитные, без фундамента и построены без антисейсмических мероприятий. Большинство из них построены в 1960-1970 гг. Прочностные характеристики материала стен низкие в виду применения некачественного местного глиноматериала и его приготовления.

Обычно для строительства домов используются местные суглинки, по своему составу приближающиеся к супесям, имеющие низкие показатели по прочности и сцеплению. Известно, что при возведении стен домов из глины, при её высыхании образуются трещины, создавая при этом отдельные, не связанные друг с другом блоки, которые затем замазываются толстым слоем штукатурки. Вследствие этого иногда даже при землетрясениях небольшой интенсивности (4.5-5 баллов), при которых как обычно возникают небольшие тонкие трещины в штукатурке, могут выявиться более крупные, старые трещины усыхания в стенах таких домов, создавая довольно сильное впечатление о повреждениях. Фундаменты домов выполнены бутовой кладкой на глиняном растворе. Отсутствует надежная связь между фундаментом и стенами. Глубина заложения фундаментов составляет 20-25 см, что снижает связь здания с основанием. Вокруг жилых домов отсутствуют водоотводящие мероприятия, в том числе отмостка вокруг здания, что приводит к замачиванию стен. Все эти инженерные и конструктивные особенности были учтены при определении интенсивности землетрясения в обследованных населенных пунктах.



**Рис.1.** Схема изосейст Вахдатского землетрясения 10 ноября 2013 года (Джураев Р.У.): 1 – баллы; 2 – изосейста бальности; 3 – эпицентр по инструментальным данным; 4 – макросейсмический эпицентр; 5 – трещины в грунте; 6 – обвалы лессовых грунтов.



Таблица 1

## Макросейсмические данные землетрясения 13.11.2013 г.

№№ пп	Пункты, баллы	Δ, км	№№ пп	Пункты, баллы	Δ, км
	6 баллов			4-5 баллов	
1	<u>Истиклолият</u>	2.5	30	Чагатаи боло	11.0
2	<u>Арбобдара</u>	3.0	31	Хасанобод	11.0
	5-6 баллов		32	Хиргатарош	15.0
3	Мехнатобод (Исроилобод)	1.5	33	Калаи Малик	10.0
4	Кухдоман (Тулки)	2.5	34	<u>Геши</u>	13.0
5	Холмуроди	8.0	35	<u>Чормагзак</u>	14.0
6	Найдара	4.5	36	<u>Гулакандоз</u>	12.0
7	Сангпар	6.0	37	<u>Зулмобод</u>	18.0
	5 баллов		38	Пасарык	12.0
8	Абдуллообод	4.0	39	Корвон	13.0
9	Бурма	10.0	40	Тиллои Сафед	12.0
10	Арпабулок	13.0		4 балла	
11	Султанабад	8.0	41	Семиганч	20.0
12	Иттифок (Кулбулок)	5.0	42	Тангаи	15.0
13	Анджири Поен	4.0	43	Нилкон	18.0
14	Анджири боло	3.5	44	Халкаджар	18.0
15	Али сафедак	8.0	45	Алибои	18.5
16	Элок	9.0	46	Куймот	10.0
17	Сугдиён (Лакайбеги)	7.0	47	Хасани	11.0
18	Дурбат	5.0	48	Озоди (Гулго)	14.0
19	Карсанг	4.0	49	Яван	17.0
20	Шури поен	3.0	50	Душанбе	25.0
21	Шури боло	3.5	51	Файзабад	27.0
22	Туркобод	4.0	52	Дубеда	32.0
23	Муминободи поен	4.5	53	Бунгакиен	42.0
24	Калсултони	13.0		3-4 балла	
25	Джоникуди	14.0	54	Гарбулак	12.0
26	Карабулок	14.0	55	Гиссар	42.0
27	Хаймахмади	13.0	56	Нурек	27.0
28	Торбулок	13.0		3 балла	
29	Яланчанор	4.0	57	Обигарм	68.0
			58	Рогун	66.0

В результате землетрясения 10 ноября 2013 г. во многих жилых глинобитных домах селений Истиклолият и Арбобдара образовались сквозные трещины разного направления (вертикальные, косые, горизонтальные) в стенах, шириной раскрытия от 0.3 до 2.0 см, с обрушением больших кусков штукатурки (рис.2). Значительно расширились и увеличились старые трещины. Почти 70% жилых домов этих селений пришли в негодность для жилья. Сильно повреждены или частично разрушены глинобитные хозяйственные постройки и глинобитные заборы.



**Рис. 2.** Характерные повреждения глинобитных жилых домов.

Южнее кишлака Истиклолият, в верхней части склона холма, выше стенки срыва древнего оползня образовались трещины шириной раскрытия 0.5-2.0 см, протяженностью от 50 до 100 м. Простираение трещин в основном широтное, с юго-запада на северо-восток. Прерывистые трещины, шириной раскрытия от 0.2 до 0.5 см и длиной от 5-10 до 20-30 м, наблюдались на ровных площадках дворов некоторых жилых домов. Такие же трещины появились во время землетрясения и на ровной поверхности (шириной 10-14 м) террасы, проложенной для ирригационного канала, на склоне холма выше (южнее) кишлака Мехнатобод. На склонах гор произошли камнепады и небольшие обвалы вертикальных откосов сухих лессовидных суглинков.

Аналогичные, но в несколько меньшей степени повреждения жилых и общественных зданий произошли в селениях Холмуроди, Найдара Сангпар, Кухдоман (Тулки), расположенных на расстоянии от 2 до 9 км в удалении от эпицентра. Интенсивность землетрясения в этих селениях достигала 5-6 баллов. Землетрясение в зоне 6-балльного сотрясения проявилось в виде резкого взрывоподобного вертикального толчка, перешедшего в горизонтальные колебания субмеридионального направления. Люди просыпались и в страхе выбегали из помещений. Внутри помещений падали неустойчиво стоявшие предметы (телевизоры, посуда в шкафах и с полок, сложенная постель и т.д.). Площадь 6-балльного сотрясения имела длину около 7.0 км и в ширину 3.0 км.

В 21 селении Вахдатского и частично Рудакинского районов, расположенных на расстоянии от 4 до 16 км от эпицентра, землетрясение проявилось силой 5 баллов. В этой зоне в отдельных преимущественно старых глинобитных домах образовались тонкие трещины в штукатурке стен, произошло раскрытие и увеличение старых трещин в стенах (чаще в угловых сопряжениях стен). Площадь 5-балльной зоны сотрясения составляла около 300 км<sup>2</sup>.

4-балльные колебания Вахдатского землетрясения ощущались в западном и восточном направлениях на расстоянии более 40 км.

Изосейсты балльности Вахдатского землетрясения имеют форму эллипса, сильно вытянутого в широтном направлении вдоль долины реки Иляк. Как видно из рис.1, затухание интенсивности сотрясений в меридиональном направлении происходило почти в 2 раза быстрее по сравнению с широтным.

Таблица 2

Параметры макросейсмического поля землетрясения 10.11. 2013 г.

Изосейста (баллы)	Радиус изосейсты, км			$\Gamma_a/\Gamma_b$	Площадь S, км <sup>2</sup>	$S_i/S_{i+1}$
	продольный $\Gamma_a$	поперечный $\Gamma_b$	средний $\Gamma_{cp}$			
6	3.5	1.5	2.5	1.56	16.49	
5	13.5	6.75	10.12	2.0	286.13	0.06
4	34.5	24.0	29.25	1.43	2600	0.11

Перед основным подземным толчком с 1 по 10 ноября зарегистрировано 14 форшоков с  $K = 6.2- 8.0$  и с 12 по 30 ноября 370 афтершоков с  $K = 6.2-10.5$ , некоторые из которых ощущались в эпицентральной зоне интенсивностью от 2-3 до 3-4 баллов. Площадь афтершоковой области почти повторяет зону 6-балльного сотрясения Вахдатского землетрясения (рис.3).

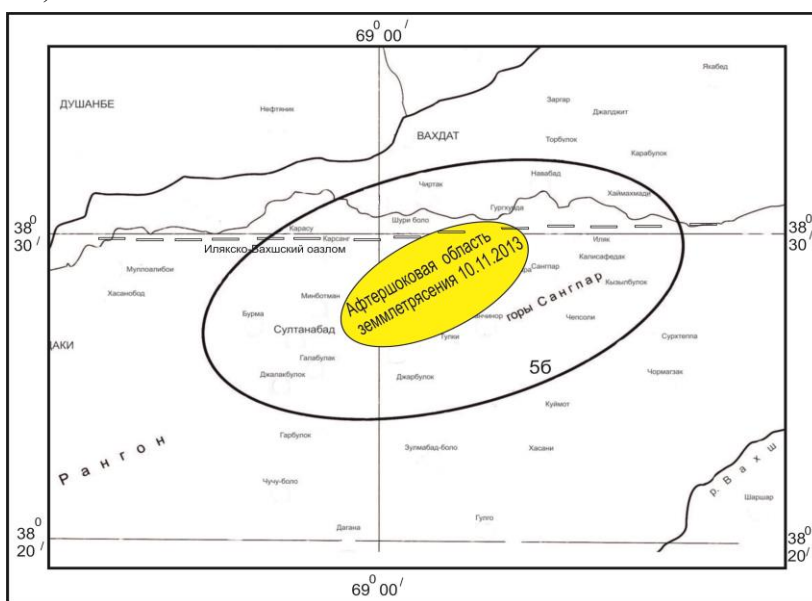


Рис.3. Афтершоковая область землетрясения 10.ноября 2013 г.

Относительно небольшая площадь эпицентральной зоны свидетельствует о небольших размерах очаговой области землетрясения. Горизонтальная протяженность очага  $L_x$  по формуле [2]

$$L_x = d_i \max - d_i \min \text{ равна } 4.0 \text{ км,}$$

$d_i \max$  и  $d_i \min$  – наибольший и наименьший диаметры первой изосейсты.

Глубина очага, определенная по инструментальным данным, составляет 5-10 км, по макросейсмическим данным [3]:  
по формуле

$$I_0 = bM - \nu lgh + c ,$$

при  $M= 4.7$ ,  $I_0 = 6.0$ ,  $b = 1.5$ ,  $\nu = 3.5$  и  $c = 3.0$  составляет 10-12 км.

по изосейстам  $I_0 - I_i = \nu l g \sqrt{(\Delta^2 + h^2) / h^2}$  равна 3-4 км.

Следует отметить, что на определение глубины очага землетрясения при использовании макросейсмических параметров землетрясения существенное влияние оказывает коэффициент затухания интенсивности, то есть геологическая среда. В формулах использовано среднее значение коэффициента затухания ( $\nu=3.5$ ) для Средней Азии и Казахстана. Как показала практика, этот коэффициент для разных районов Таджикистана может колебаться от 2.5 до 4.9 и более. По данным А.А.Конькова [4], коэффициент затухания сотрясений Анджирского землетрясения 1953 г., произошедшего вблизи очага Вахдатского землетрясения 2013 г., равен 4.9. Если подставить данное значение  $\nu$  в формулу  $I_0 = bM - \nu lgh + c$ , то глубина очага будет равна 6.7 км.

В геологическом плане Вахдатское землетрясение 10.11.2013 г. произошло в северной части Кафирниган-Вахшского антиклинорного поднятия (северная часть Таджикской депрессии), в зоне Илякско-Вахшского разлома. Плейстосейстовая 6-балльная область данного землетрясения расположена в пределах Сангпарской антиклинальной структуры, которую слагают верхнеюрские и меловые породы, собранные в нарушенные складки (рис.4).

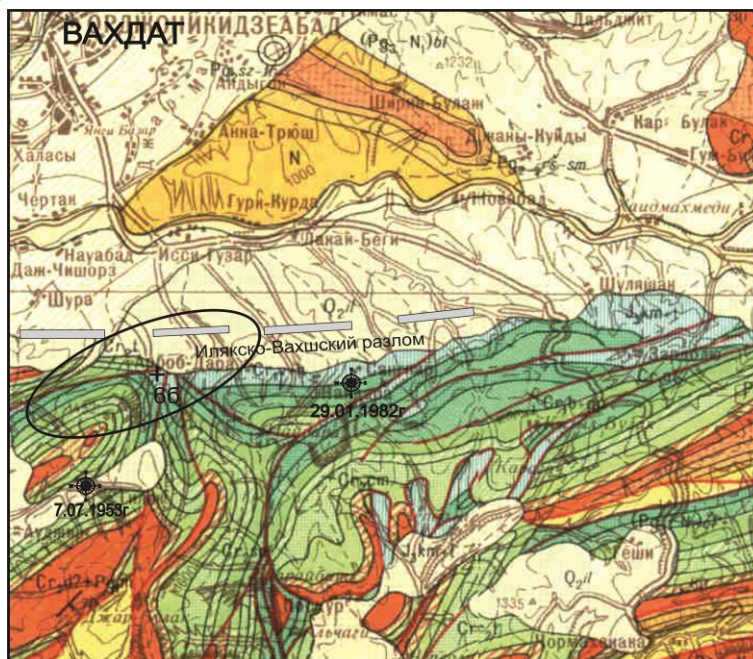


Рис.4. Геологическая карта района землетрясения 10.11.2013 г.

По данным геофизических исследований, на этой территории кровля верхнеюрских отложений находится на глубине 4-5 км [5].

Изосейсты Вахдатского землетрясения вытянуты вдоль линии Илякско-Вахшского разлома. Эпицентр землетрясения приурочен к зоне сопряжения Илякско-Вахшского разлома с Сангпарскими разрывами.

В сейсмическом отношении данный район является довольно активным. В недавнем прошлом здесь произошли 7-балльное Анджирское землетрясение 1953 г. [6] и 5-6 балльное Сангпарское 1982 г. [7], эпицентры которых были расположены рядом с Вахдатским. Эти сейсмические события также связаны с зоной сопряжения Илякско-Вахшского разлома с опережающими его разрывами в северной части Кафирниган-Вахшского антиклинорного поднятия. Близки их макросейсмические параметры с Вахдатским землетрясением 2013 г. Временной промежуток этих землетрясений составляет 29-31 год.

Проведенные исследования показали, что Вахдатское землетрясение имеет тектоническое происхождение и произошло в одной из активных зон Илякско-Вахшского разлома (западная часть).

Главными причинами столь значительных повреждений жилых построек в зоне 6-балльного сотрясения в основном являются их конструктивные особенности (глинобитные, без фундаментов, стены не имеют связей между собой и т.д.) и в некоторой степени геолого-морфологические условия.

Необходимо отметить, что в данном районе за историческое время [8] землетрясений интенсивностью более 7 баллов ( $M=5.0$ ) не происходило. Однако, учитывая расположенность района в 9-балльной зоне согласно карте сейсмического районирования Таджикистана [9], следует более серьезно относиться к строительству объектов, в особенности жилых построек на этой территории, тем более что для этого имеются значительные варианты конструкций построек в сельской местности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Медведев С.В. (Москва), Шпонхойер В. (Иена), Карник В. (Прага). Шкала сейсмической интенсивности – MSK-64. – М.:МГК АН СССР, 1965.
2. Шебалин Н.В. – Очаги сильных землетрясений на территории СССР. – М.: Наука, 1972, с.9.
3. Шебалин Н.В. Методы использования инженерно-сейсмических данных при сейсмическом районировании. Сейсмическое районирование СССР. – М.: Наука, 1968.
4. Коньков А.А. Определение коэффициентов уравнения макросейсмического поля Таджикской депрессии. Сильные землетрясения Средней Азии и Казахстана. – Душанбе: Дониш, 1975.
5. Беккер А.Я., Кашлаков Г.В., Кузнецов Е.С. Глубинное строение Юго-Западного Таджикистана по геолого-геофизическим данным. – Сб. «Поиски предвестников землетрясений на прогнозных полигонах. – М.: Наука, 1974.
6. Губин И.Е. Закономерности сейсмических проявлений на территории Таджикистана. – М.: Изд-во АН СССР, 1960.
7. Джураев Р.У., Мирзобаев Х.М. и др. Макросейсмическое описание землетрясений. – Сб. «Землетрясения Средней Азии и Казахстана в 1982 году». – Душанбе: Дониш, 1984.

8. Новый каталог сильных землетрясений на территории СССР с древнейших времён до 1974 г. – М.: Наука, 1977.
9. Бабаев А.М., Кошлаков Е.В., Мирзоев К.М. – Сейсмическое районирование Таджикистана. – Душанбе: Дониш, 1978.

Р.У.ЧЎРАЕВ, Б.К.ОЛИМОВ

### **ЗАМИНЧУНБИИ ВАҲДАТ 10 НОЯБРИ СОЛИ 2013**

*Институти геология, сохтмони ба заминчунбӣ тобовар ва сейсмологияи  
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Маълумот оиди ташхиси зоҳиршавии заминчунбии 10 ноябри соли 2013 дар ноҳияи Ваҳдат пешниҳод шуда, харитаи изосейстаҳои шиддатнокии заминчунбӣ, параметрҳои макросейсмикӣ ва алоқамандии заминларза бо структураҳои геологии минтақа нишон дода шудааст. Ташхиси хонаҳои истиқоматӣ гузаронида шуда, сабаби асосии садамаҳо муайян карда шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** макросейсмика, изосейста, магнитуда, балл, чорабиниҳои зидди сейсмикӣ.

R.U.JURAEV, B.K.OLIMOV

### **VAHDATS EARTHQUAKE AT 10 NOVEMBER 2013**

*Institute of Geology, Earthquake Engineering and Seismology,  
Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

The results of field survey of the effects of the earthquake occurred in Vahdat district 10.11.2013. The map of isoclines defined macro seismic earthquake parameters and confinement to geological structures area. The analysis of damage to building and structures, and identified the main causes, recommendations for their recovery.

**Key words:** macro seismic, isoclines, magnitude, resistant-antiseismic.

УДК 551.311.21

А.КАДАМОВ, И.И.ИКРОМОВ\*

**СТРАТИФИКАЦИЯ И ПОДВИЖНОСТЬ АЛЛЮВИАЛЬНЫХ ПЕСКОВ  
РЕКИ ПЯНДЖ НА ПРИМЕРЕ ВАХАНА ИШКАШИМСКОГО РАЙОНА  
ГБАО**

*Памирский биологический институт им. Х.Ю.Юсуфбекова  
АН Республики Таджикистан,  
\*Таджикский аграрный университет им. Ш.Шотемура  
Поступила в редакцию 18.11.2015 г.*

*В статье приводятся результаты полевых исследований подвижности и стратификации аллювиальных песков реки Пяндж на участке Вахан Ишкашимского района ГБАО. Выявлено, что новообразованные аллювиальные пески под воздействием ветра претерпевают значительные изменения своего фракционного состава. При переработке песков ветром на них образуется отморстка, состоящая преимущественно из крупных частиц в результате выноса мелкозема. Прирусловой аллювий сложен более крупными фракциями по сравнению с пойменным. Распределение аллювия по продольному и поперечному профилям долины тесно связано с характером ветров, главным образом горно-долинных.*

**Ключевые слова:** стратификация, Ишкашимский район, аллювиальные пески, гранулометрический состав, Вахан, податливость и развеваемость песков.

Аллювиальные отложения реки Пяндж в верховьях Ишкашим приводят к образованию вдоль её берегов и прирусловых пойм огромных песчаных массивов. Образованные в половодье пески в межени под воздействием ветра переносятся вверх, засоряя и погребая под собой большие территории. Песчаные массивы в основном приурочены к поймам и прирусловой части реки, так как именно процессы аллювиальных отложений частиц становятся их единственным источником возникновения [2]. Они широко распро-

---

*Адрес для корреспонденции:* Кадамов Аслам. 736000, Республика Таджикистан, г. Хорог, ул. Холдорова, 1, Памирский биологический институт АН РТ. E-mail: asbest111@mail.ru; Икромов Исломкул Истамович. 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Рудаки, 146, Таджикский аграрный университет. E-mail: islom\_58@mail.ru

странены в естественных ландшафтах Вахана, особенно в средней и верхней её частях. Происхождение песков и их распространение в Вахане рассмотрено в трудах А.В.Гурского и О.Е.Агаханянца [1, 2]. Маршрутно-полевые исследования песков Вахана были проведены также В.В.Чербарем, которые отражены в его монографии «Почвы Западного Памира» [3]. Однако эти исследования больше носили теоретический характер. Летом 1954 г. А.В.Гурским была проведена контурная съёмка одного из барханов около кишлака Птуп и определена его подвижность относительно установленных реперов в течение трёх месяцев. Им было установлено, что скорость передвижения песков на этом участке превышает все известные нормы [1]. Примечательно то, что около вышеназванного кишлака за последние годы, ввиду антропогенного воздействия местных жителей на пойменные леса, образовался новый бархан по размерам почти не уступающий бархану, исследованному А.В.Гурским. По словам местных жителей, этот бархан образовался после истребления прибрежных лесов за очень короткое время – в 1994-1999 гг. Однако поражают его размеры, достигающие 187 м в длину, 165 м в ширину и 6.5 м в высоту. После А.В.Гурского такие исследования здесь никем не проводились. Поэтому нам было очень важно получить новые данные по изучению скорости передвижения песков и сравнить их с ранее проведенными исследованиями А.В.Гурского. К тому же, несмотря на значительный урон, причиняемый аллювиальными песками сельскохозяйственным землям, анализ их механического состава, а также детальные полевые исследования их податливости развеванию ветром на исследуемых участках никем раньше не проводились.

В результате переработки песков ветром в Вахане возникают эоловые формы рельефа, подчиняющиеся тем же закономерностям формирования, что и в пустынях [2]. Эти процессы естественного происхождения и могут протекать веками, динамично сочетаясь с естественным зарастанием песков. Однако влияние человека, связанное с интенсивным развитием сельского хозяйства или массовой вырубкой прибрежных лесов, часто приводило к катастрофическим последствиям, поскольку даже локальное удаление растительного покрова с примыкающих к береговой линии земель вызывает активизацию процессов ветровой эрозии и интенсивный рост процесса «подвижных песков». Вследствие этого, особенно в последние годы, наблюдается появление новых очагов дефляции и значительная деградация пойменных земель. Поэтому считаем, что совершенно необходимо проведение детальных исследований этих песков с тем, чтобы выявить их основные характеристики, необходимые для проведения фитомелиоративных мероприятий для их закрепления.

### **Объект и методы исследования**

Исследования проводились в кишлаках Птуп и Змудк (Змудек), расположенных в пойме реки Пяндж Ишкашимского района в 2010-2011 гг. Данные участки были выбраны не случайно, так как на этих участках ветро-эрозионные процессы и передвижение песков ветром проявляются особенно остро. В своё время именно на этих участках были проведены первые полевые исследования интенсивности ветровой эрозии А.В.Гурским и



О.Е.Агаханяном [1, 2]. К тому же эти участки в прошлом были самыми густо залесёнными участками, с преобладанием сильнорослых тополевых деревьев [1].

В задачу исследования входило: наблюдения за скоростью передвижения песков (подвижность), определение их фракционного состава и наблюдения за эоловыми формами рельефа.

Река Пяндж на участках исследований протекает в широтном направлении, слабо меандрирует. Около участка Птуп река протекает в широкой (7-9 км) долине, русло не меандрирует. В половодье река затопляет широкую пойму, образуя отдельные острова, и имеет невысокую скорость течения. Около кишлака Змудк характер реки меняется: её русло сужается и, следовательно, увеличивается скорость течения.

Как отмечает О.Е.Агаханянц, при выявлении факторов, влияющих на характер ветровой эрозии, необходимо выделить три наиболее важных, а именно структуру аллювиальных наносов реки, динамику ветров и залесенность участка [2]. Следует отметить, что влияние двух последних факторов на характер ветровой эрозии для исследуемой территории достаточно изучено и отражено в работах А.В.Гурского и О.Е.Агаханянца [1, 2]. А вот структура и подвижность аллювиальных песков, а также их характеристики, влияющие на их ветроустойчивость, мало изучены.

Структура песков, существенным образом влияющая на их подвижность и податливость развеванию, зависит от химического и минерального состава пород водоразделов, с которых они выносятся, а также от характера их дальнейшей денудации, так как при переносе частиц во взвешенном состоянии горной рекой последние претерпевают значительные изменения в форме и размерах [4]. Окатанность частиц меняет и пористость песков, что также сказывается на их податливость развеванию [5].

Насыщенность реки взвешенными наносами увеличивается вниз по течению за счет выноса боковых притоков, как с Ваханского хребта, так и с Гиндукуша [2]. Для анализа механического состава аллювиальных отложений были взяты образцы в конце половодья по реке Пяндж (начало сентября). В это время происходит падение уровня воды в реке до минимального и на пологих участках поймы образуются «новые» песчаные отмели, еще не подвергшиеся развеванию. Образцы почвы были взяты в последующие месяцы, анализ механического состава позволил определить стратификацию аллювия в начальный период его отложения и дальнейшего его перемещения по пойме. Для исследования подвижности песков на двух заранее выбранных участках были установлены реперы (штыри с миллиметровыми делениями) (рис. 1). Реперы устанавливались в два ряда с наветренной стороны по направлению господствующих ветров (в нашем случае с запада на восток). Уклон участка в кишлаке Змудк составил 2-3°, а в кишлаке Птуп 1-2°. Поперечное расстояние между реперами составило 20 м, а продольное 50 м при общей длине 500 м. Для исследования скорости передвижения эоловых форм на одном из барханов, расположенном недалеко от исследуемого участка, были также установлены реперы. Изменение во времени формы бархана позволило сделать сравнительные выводы о скорости

передвижения песка на данном участке. Скорость ветра за период исследований была измерена электронным портативным анемометром. Гранулометрический анализ аллювиальных проб был проведен ситовым методом без предварительной промывки.



Рис. 1. Ключевой участок с репером

### Результаты и их обсуждение

За последующие месяцы после своего образования пески претерпевают значительные изменения по форме и фракционному составу. Как показывают результаты исследования (табл. 1), в первые месяцы ветром передвигаются наиболее мелкие частицы.

Таблица 1

Гранулометрический состав аллювиальных отложений

Месяцы	Глубина взятия образца, см	Размер фракций, мм								Скорость ветра, м/с
		7- 5	5-3	3-2	2-1	1-0.5	0.5-0.25	0.25-0.1	<0.1	
Содержание фракций, % от абсолютно сухой почвы										
Кишлак Змудк										
Сентябрь	0-10	-	0.01	0.14	0.21	0.27	0.19	0.10	0.08	2-8
Октябрь	0-10	-	0.01	0.18	0.20	0.32	0.18	0.09	0.02	2-10
Ноябрь	0-10	-	0.02	0.31	0.22	0.22	0.17	0.06	-	4-16
Март	0-10	-	0.02	0.34	0.26	0.20	0.13	0.05	-	2-8
Апрель	0-10	-	0.03	0.43	0.31	0.16	0.07	-	-	4-12

Месяцы	Глубина взятия образца, см	Размер фракций, мм								Скорость ветра, м/с
		7- 5	5-3	3-2	2-1	1-0.5	0.5-0.25	0.25-0.1	<0.1	
		Содержание фракций, % от абсолютно сухой почвы								
Кишлак Птуп										
Сентябрь	0-10	-	0.02	0.09	0.11	0.13	0.24	0.21	0.20	2-8
Октябрь	0-10	-	0.02	0.11	0.15	0.10	0.23	0.21	0.18	2-10
Ноябрь	0-10	-	0.02	0.20	0.23	0.17	0.19	0.14	0.04	4-16
Март	0-10	-	0.04	0.26	0.30	0.15	0.16	0.09	-	2-8
Апрель	0-10	-	0.06	0.41	0.31	0.13	0.09	-	-	4-12

Аллювиальные отложения у кишлака Змудк в начальный период образования характеризуются значительным содержанием крупных фракций (63% принадлежит к фракциям, размером более 0,5 мм), соответствующая же фракция аллювия у участка Птуп составляет всего 35%. Со временем происходит существенное изменение фракционного состава аллювиальных отложений. Так, если в первый месяц содержание частиц размером менее 0,5 мм в аллювиальных отложениях составляет 37-65%, то уже к концу второго месяца их количество уменьшается до 29-62% соответственно. К концу третьего месяца, при усилении скорости ветра до 16 м/с в почве остается совсем незначительное количество мелкозернистых частиц. В результате в конце на поверхности почвы образуется отмостка, состоящая преимущественно из частиц размером от 1 до 3 мм.

В аллювиальном комплексе участка Змудк установлено содержание незначительного количества частиц размером менее 0.1 мм, что может быть результатом сужения и спрямления русла реки, сказывающихся и на скорость потока на этом участке. Подавляющее количество частиц в начальный период образования аллювиальных отложений на этом участке (27%) принадлежит фракциям от 1 до 0.5 мм. Участок Птуп характеризуется содержанием большого количества тонкозернистого песка (менее 0,1 мм) в начальный период. Соответственно, по классификации элементарных почвенных частиц Н.А.Качинского аллювиальные отложения участка Змудк по подавляющему процентному содержанию частиц можно отнести к крупнозернистым (1-0.5 мм), а аллювиальные отложения участка Птуп к пескам средней крупности (0.5-0.25 мм) [6].

На ключевых участках зафиксирована высокая подвижность песков в течение сезона (табл. 2). При этом, в зависимости от направления ветра, перемещение песка происходит как в продольном, так и в поперечном направлении. Направление ветра в Вахане меняется не только в течение сезона, но и, даже в течение дня (в первой половине дня ветер дует вниз по долине, а во второй – вверх). К тому же такой ветер имеет сложную винтообразную структуру [2]. В результате песок перемещается не только в продольном, но и в поперечном направлении (по отношению к оси долины) и в результате происходит неравномерный снос-нанос песка по длине ключевого участка. В первые месяцы снесенный с нижней части ключевого участка песок частично откладывается в верхней части. К концу третьего месяца снос песка происходит по всей длине ключевого участка, причем в

верхней части объем сносимого песка становится больше, чем в нижней части. В среднем за сезон количество снесенного и отложенного аллювия составляет до 120 т/га песка.

Таблица 2

Средняя величина накопления или сноса эолового материала в зависимости от скорости ветра на исследуемых участках

Месяцы	Номера реперов										Скорость ветра, м/с.
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
	Средняя величина накопления или сноса эолового материала, мм/мес										
Кишлак Змудк											
Сентябрь	-	-5	-4	-3	-3	-5	+4	+5	+3	+5	2-8
Октябрь	-4	-4	-3	-2	-2	-2	-1	-1	+2	+3	2-10
Ноябрь	-5	-8	-8	-10	-9	-10	-8	-6	-10	-12	4-16
Кишлак Птуп											
Сентябрь	-5	-5	-5	-3	-3	-4	-3	-5	+5	-3	2-8
Октябрь	-3	-5	-8	-5	-5	-6	-8	-5	-5	-6	2-10
Ноябрь	-5	-5	-8	-10	-8	-10	-10	-15	-8	-12	4-16



Рис. 2. Надвижение бархана на участок леса около кишлака Птуп.

Ороклиматические факторы района исследований сказываются и на подвижность эоловых форм рельефа. Она наиболее высока в теплый период (март-октябрь), когда направление горно-долинных ветров совпадает с направлением западно-океанических воздушных масс, приводящих к усилению скорости ветра в регионе [2]. При этом крупные формы (барханы) эолового рельефа перемещаются в основном в северо-восточном направлении, повторяя линейную ориентацию долины. Перемещение песка в поперечном направлении происходит только по правому берегу и (по О.Е.Агахянцу) является результатом неодинаковой прогреваемости северного склона Ваханского хребта и южного склона Гиндукуша [2]. Зафиксирована высокая подвижность крупных форм рельефа относительно установленных реперов. Так, нашими исследованиями установлено, что за

два года (2010-2011 гг.) исследуемый бархан передвинулся вверх по долине на 13 м, а за 6 месяцев первого года (май-октябрь) передвижение бархана вверх составляло 6 м (рис. 2).

Сравнение полученных нами результатов исследования с результатами исследования А.В.Гурского (19 м за три месяца) [1] показывает, что в последние годы скорость передвижения песков уменьшилась более чем в три с половиной раза. Следует отметить, что расхождения в результатах наших исследований с исследованиями А.В.Гурского может иметь частный характер. К примеру, нам не известны климатические факторы (например, скорость ветра), при которых были проведены исследования А.В.Гурского. К тому же в условиях Вахана со сложным рельефом на подвижность эоловых форм рельефа может оказать влияние и микрорельеф участка, и его проективное покрытие. В любом случае наши результаты могут отразить лишь общую тенденцию процесса, в котором частные особенности каждого отдельного участка могут вносить свои коррективы.

### **Заключение**

Характерной особенностью аллювиальных песков Ишкашима является высокое содержание в них песчаной фракции и разнородность гранулометрического состава, усиливающегося в глубину. При рассмотрении гранулометрического состава песков в течение года установлена общая закономерность увеличения крупнозернистых частиц в них, что связано с переработкой их ветром.

Установлено, что при воздействии ветра в течение года на почве путем выноса мелких фракций и накопления крупных образуется отмостка. Фракционный состав отмостки состоит преимущественно из фракций размером от 1 до 5мм (70-80%) при максимальной скорости ветра 16 м/с. Следовательно, можно отметить, что в условиях Ишкашима при скоростях ветра до 16 м/с сносятся в основном частицы размером менее 1 мм.

Гранулометрический состав аллювиальных песков зависит в основном от местных условий (продольный уклон долины, её поперечные размеры и др.). Так, на участке Змудк, где река проходит в узком спрямленном русле, отложения характеризуются содержанием более крупных фракций, а на участке Птуп, где река затопляет в половодье большую пойму, отложения представлены более мелкозернистыми фракциями.

На всех участках зафиксирована высокая подвижность аллювиальных песков в течение сезона. Вначале ветром передвигаются в основном тонкозернистые частицы (0.1-0.05 мм), с усилением скорости ветра в этот процесс включаются и более крупные частицы. На всех участках в половодье происходит аккумуляция наносов, а в межень их эрозия. В среднем за сезон с новообразованных аллювиальных отложений сносятся до 8 мм или 120 т/га песка. Зафиксирована также высокая подвижность крупных форм рельефа в течение сезона. Так, исследуемый бархан передвинулся вперед за два года на 13 м, а её боковые косы на 60 м. Распределение аллювия по продольному и поперечному профилю долины тесно связано с характером ветров, главным образом горно-долинных. Этот факт необходимо учитывать при проектировании и проведении агротехнических и лесомелиоративных мероприятий.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гурский А.В. Пески Ишкашима, их укрепление и использование. – Изв. Отд. ест. наук. АН ТаджССР, 1955, № 10, с. 24-27.
2. Агаханянц О.Е. Условия формирования песчаных массивов Вахана и их растительность. – Изв. Отд. ест. наук АН ТаджССР, 1955, вып. 13, с. 36-41.
3. Чербарь В.В. Почвы Западного Памира – Кишинев: Кн. изд-во Lехон-Prim, 2009, 246 с.
4. Гаель А.Г., Смирнова Л.Ф. Пески и песчаные почвы. – М.: Изд. ГЕОС, 1999, 252 с.
5. Кузнецов М.С., Глазунов Г.П., Зорина Е.Ф. Физические основы эрозии почв. – М., 1992, 95 с.
6. Качинский Н.А. Механический и микроагрегатный состав почвы, методы её изучения. – М.: Изд. АН СССР, 1958, 192 с.

А.ҚАДАМОВ, И.И.ИКРОМОВ\*

### СТРАТИФИКАТСИЯ ВА ТАҒЙИРПАЗИРИИ РЕГҶОИ АЛЛЮВИАЛИИ ДАРЁИ ПАНҶ ДАР МИСОЛИ ВАХОНИ НОҶИЯИ ИШКОШИМИ ВМКБ

*Институти биологии Помир ба номи Х.Юсуфбекови*

*Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон,*

*\*Донишгоҳи аграрии Тоҷикистон ба номи Ш.Шоҳтемур*

Дар мақола натиҷаҳои тадқиқоти сахройии тағйирпазирӣ ва стратификатсияи регҳои аллювиалӣ дар қитъаи Вахони ноҳияи Ишкошим инъикос гардидааст. Маълум карда шудааст, ки регҳои навпайдошудаи аллювиалӣ бо таъсири бодҳо ба дигаргуниҳои азими таркиби донабандии худ дучор мешаванд. Аллювияи маҷроӣ аз аллювияи дарёбодӣ бо зарраҳои калон таркибашон фарқ мекунад. Таксимшавии регҳои аллювиалӣ дар буришҳои тӯлонӣ ва арзии водӣ аз характери бодҳо, пеш аз ҳама бодҳои кӯҳӣ-водигӣ, алоқамандии зич дорад.

**Калимаҳои калидӣ:** стратификатсия, ноҳияи Ишкошим, регҳои аллювиалӣ, таркиби гранулометрии, Вахон, қорой ва ҳилпирсии регҳо.

A.QADAMOV, I.I.IKROMOV\*

### STRATIFICATION AND MOBILITY OF WATER DEPOSITED SANDS IN VAKHAN ISHKASHIM TAJIKISTAN

*Kh.Yusufbekov Pamir Biological Institute,*

*Academy of Science of the Republic of Tajikistan,*

*\*Sh.Shotemur Tajik Agrarian University*

The article presents the results of field measurements of sand mobility and its stratification in upper Ishkashim, in Vakhani. It was identified that the newly formed alluvial sands significantly changed their structure under the wind forcing during the season. Under the wind processing there is a “blind area” appeared on the soil surface, consisting mainly of “big” fractions. The distribution of the sand along the longitudinal and cross section of the valley mainly depend on wind characteristics.

**Key words:** stratification, Ishkashim, alluvial sands, granulometric structure, Vakhani, surface compliance.

ПАМЯТИ УЧЕНОГО

**ШАРАФ МАВЛОНОВИЧ МАВЛОНОВ**

**(05.06.1935 – 31.03.2016)**



31 марта 2016 года на 81-м году жизни в г. Самарканде скончался Шараф Мавлонович Мавлонов, доктор физико-математических наук, профессор, известный ученый в области физики твердого тела. Шараф Мавлонович относится к числу тех ученых, которые стояли у истоков развития физической науки в Таджикистане, у истоков создания и становления Физико-технического института им. С.У.Умарова как ведущего научного центра в системе Академии наук Республики Таджикистан, значителен вклад Шараф Мавлоновича в определении основных направлений исследований ин-

ститута, подборе и подготовке научных кадров.

Мавлонов Шараф Мавлонович родился 5 июня 1935 г. в г. Самарканде. После окончания средней школы в 1953 г. он поступил на физико-математический факультет Узбекского государственного университета в г. Самарканде, по окончании которого в 1958г. поступил в очную аспирантуру Академии наук Республики Таджикистан и был командирован в Институт физики АН Азербайджанской ССР. После защиты кандидаткой диссертации на тему «Исследование сегрегации, диффузии и растворимости селена и ртути в теллуре с применением радиоизотопов» ему была присуждена ученая степень кандидата физико-математических наук. По возвращении в г. Душанбе в 1962 году Ш.М.Мавлонов был назначен заведующим лабораторией физики полупроводников, которую он бесценно возглавлял до мая 1993г.

Эти годы действительно были годами развития всех направлений физической науки, годами становления и роста Физико-технического института им. С.У.Умарова как центра физической науки. Среди подразделений института лаборатория физики полупроводников занимала должное место по всем параметрам: и по результатам НИР, и по подготовке научных кадров и по внедрению результатов научных работ в производство. Тесные научные связи с учеными Москвы и Ленинграда, Новосибирска и Минска, Ташкента и Баку внесли неоценимый и значительный вклад в подготовку высококвалифицирован-

ных кадров в области исследований физико-химических основ кристаллизационных процессов в полупроводниках.

Как известно направление «Физика твердого тела» охватывает широкий круг исследований, связанных с решением фундаментальных проблем по изучению состояния и структуры вещества, его свойств и параметров в зависимости от действия различных факторов. Результаты этих научных исследований могут служить основой для разработки технологии получения новых перспективных материалов с заранее заданными свойствами, новых методов анализа и контроля материалов в процессе их получения.

Под руководством Ш.М.Мавлонова в этом аспекте успешно велись научно-исследовательские работы лаборатории физики полупроводников. Основным направлением и главной задачей лаборатории являлась технология получения полупроводниковых соединений группы  $A^2B^5$ ,  $A^3B^5$  и  $A^2B^6$ , а также органических полупроводников, исследование их физических и физико-химических свойств, изыскание путей применения этих соединений и твердых растворов на их основе в различных сферах народного хозяйства. Изучались сегрегационные явления в полупроводниках, что тесно связано с вопросами легирования этих соединений и исследования поведения легирующих примесей при выращивании их монокристаллов.

Особое место в изысканиях лаборатории занимает разработка технологии получения композиционных материалов, в частности эвтектических композиций на основе соединений  $A^2B^5$ .

По предложению и идейной поддержке Ш.М.Мавлонова была впервые налажена технология получения полупроводниковых соединений во вращающемся контейнере.

Результаты многолетних научных работ легли в основу подготовленной им докторской диссертации. В октябре 1979 г. Ш.Мавлонов защитил докторскую диссертацию на тему «Физико-химия сегрегационных явлений при кристаллизации полупроводников». В 1981 г. решением Президиума ВАК СССР ему присвоено ученое звание профессора по специальности «физическая химия»

Особое внимание уделял Шараф Мавлонович подготовке научных кадров. Под его руководством подготовлено и защищено более 10 кандидатских и докторских диссертаций. Он является автором 200 научных работ, 4-х монографий, 5 учебных пособий и 12 авторских свидетельств и патентов.

За успехи, достигнутые в развитии и внедрении достижений науки в народное хозяйство Ш.М.Мавлонов награжден бронзовой медалью ВДНХ СССР (1981), Почетной грамотой ВДНХ Таджикской ССР (1981), памятной медалью «Н.С.Курнаков» (1982) и медалью «За доблестный труд. В ознаменование 100-летия со дня рождения В.И.Ленина» (1970)

Ушел из жизни наш коллега, мудрый учитель и наставник, доброжелательный, добропорядочный, скромный и спокойный Человек, спокойствие которого придавало особую комфортную атмосферу, в которой было легко работать.



В благодарной памяти друзей, соратников, учеников и коллег Шараф Мавлонович Мавлонов останется образцом руководителя, наставника и учителя, настоящего Человека и Ученого, внесшего определенный вклад в развитие и становление Физико-технического института им. С.У.Умарова.

Директор Физико-технического института им. С.У.Умарова,  
член-корреспондент АН РТ Х.Х.Муминов,  
академик Р.М.Марупов, академик С.О.Одинаев, академик Х.М.Ахмедов,  
к.х.н. А.Холов, к.т.н. Р.А.Кариева, к.т.н. К.Кабутов,  
коллеги и соратники.

**ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН  
ОТДЕЛЕНИЕ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ, ХИМИЧЕСКИХ,  
ГЕОЛОГИЧЕСКИХ И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК**

**№2 (163), 2016 г.**

---

**НОВЫЕ КНИГИ**

УДК 546.273÷521.633

ББК 35.20 (2 ТАДЖ.)

М – 63

**У.М.Мирсаидов, Д.Х.Мирзоев, Х.Э.Бобоев**

**Комплексная переработка аргиллитов и каолиновых глин Таджикистана. –  
Душанбе: Дониш, 2016. -92 с.**

В книге систематизированы физико-химические и технологические основы переработки низкокачественных алюмосодержащих руд - аргиллитов и каолиновых глин месторождений Чашма-Санг и Зидды Таджикистана. Описано разложение алюмосодержащих руд месторождений Чашма-Санг и Зидды минеральными кислотами и газообразным хлором.

Найдены оптимальные условия проведения процессов разложения. Предложены принципиальные технологические схемы переработки аргиллитов и каолиновых глин кислотным и хлорным способами.

Книга предназначена для научных и инженерно-технических работников научно-исследовательских и проектных институтов, занимающихся вопросами технологии выделения глинозема. Книга полезна аспирантам и студентам химико-технологических специальностей.

*Книга печатается по решению Научно-издательского совета Академии наук Республики Таджикистан №01 от 09.02.2016 г.*

Институт химии им.В.И.Никитина АН РТ,  
Агентство по ядерной и радиационной безопасности АН РТ

Редакция и корректура – Н.Г.Сапожников

---

Сдано в набор 29.07.2016 г. Подписано в печать 12.08.2016 г.  
Печать офсетная. Формат 70×100 1/16. Гарнитура Times. Усл. печ. л.8. Заказ № \_\_\_\_.  
Тираж 300 экз.

---

*Адрес редколлегии: 734025, Душанбе, пр.Рудаки, 33, каб. 47.  
Тел.:2-21-62-64. E-mail: danrt@mail.ru  
Издательство «Дониш»: 734029, Душанбе, ул.Айни, 121, корп.2.*

---