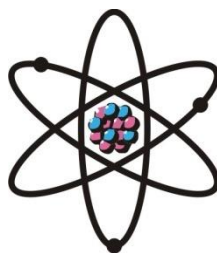


ОТДЕЛЕНИЕ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ, ХИМИЧЕСКИХ,  
ГЕОЛОГИЧЕСКИХ И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Журнал основан  
в январе 1952 г.



№ 3 (164)  
2016 г.

---

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

**С.О.Одинаев** – главный редактор, академик, доктор физико-математических наук, профессор; **Кохирова Г.И.** – зам.главного редактора, доктор физико-математических наук; **Н.Г.Сапожников** – ответственный секретарь; **Х.М.Ахмедов** – академик, доктор химических наук; **П.Б.Бабаджанов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **И.Н.Ганиев** – академик, доктор химических наук, профессор; **М.И.Илолов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **Р.М.Марупов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **У.М.Мирсаидов** – академик, доктор химических наук, профессор; **Х.Х.Муминов** – член-корреспондент, доктор физико-математических наук, профессор; **С.Х.Негматуллаев** – академик, доктор технических наук; **Н.Р.Раджабов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **Ф.Рахими** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **З.Х.Рахмонов** – член-корреспондент, доктор физико-математических наук, профессор; **З.Д.Усманов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **А.Р.Файзиев** – член-корреспондент, доктор геолого-минералогических наук, профессор; **Д.Х.Халиков** – академик, доктор химических наук, профессор.

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

<b>К.Тухлиев.</b> О поперечниках некоторых классов свёрток.....	7
<b>Дж.Х.Бекназаров.</b> О наилучшем приближении функций суммами Фурье-Чебышёва и поперечники некоторых классов функций.....	15
<b>У.Х.Конунова.</b> О приближении непрерывных функций линейными интерполяционными сплайнами (ломаными).....	24

<b>Н.Усманов, С.Шавкатзода.</b> Сингулярная граничная задача линейного сопряжения для системы уравнений эллиптического типа .....	<b>32</b>
---	-----------

## **ФИЗИКА**

<b>Д.М.Акдодов.</b> Исследование динамических акустических параметров растворов электролитов.....	<b>44</b>
<b>Ш.Туйчиев, Д.Рашидов, У.Шоимов, Л.Туйчиев, Ш.Акназарова.</b> Влияние внешних воздействий на изменение надмолекулярной морфологии эластомеров.....	<b>52</b>
<b>И.Муртаза, Х.С.Каримов, Х.М.Ахмедов.</b> Влияние влажности на подвижность носителей заряда в органическом полупроводнике РТСДИ-С <sub>8</sub> .....	<b>62</b>
<b>М.И.Ходжахон, Б.И.Назаров, С.Ф.Абдуллаев, Р.А.Кариева, У.М.Мадвалиев.</b> Динамика изменения содержания химических соединений в составе пылевого аэрозоля в период пылевых бурь .....	<b>67</b>

## **ХИМИЯ**

<b>Д.Х.Мирзоев, Ш.О.Аъзамов, С.М.Гафорзода, С.А.Бахронов, Ш.Д.Отаев, У.М.Мирсаидов.</b> Фосфорнокислотное разложение аргиллитов месторождения Чашма-Санг .....	<b>74</b>
<b>З.Низомов, Р.Х.Саидов, Б.Н.Гулов, Х.Х.Ниязов.</b> Температурная зависимость теплофизических свойств сплава АК1М2, легированного скандием и иттрием .....	<b>79</b>
<b>Ф.А.Хамидов, И.У.Мирсаидов, Б.Б.Баротов, Х.М.Назаров, У.Мирсаидов.</b> Физико-химические и технологические основы переработки урансодержащих отходов.....	<b>84</b>

## **ФАРМАКОЛОГИЯ**

<b>И.Ф.Рахимов, Р.М.Горшкова, З.К.Мухидинов, Г.Н.Бободжонова, М.Д.Халикова, А.Ю.Султонов, Г.В.Разыкова, Д.Х.Халиков.</b> Сорбционная активность пектиновых полисахаридов подсолнечника по отношению к билирубину ( <i>in vivo</i> ) .....	<b>90</b>
---	-----------

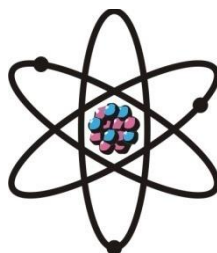
<b>ХРОНИКА</b> .....	<b>96</b>
----------------------	-----------

## **ЮБИЛЕЙ УЧЕНОГО**

<b>Академику Р.Марупову – 80 лет</b> .....	<b>98</b>
--	-----------

**ШҮЪБАИ**  
**ИЛМҲОИ ФИЗИКАЮ МАТЕМАТИКА,**  
**ХИМИЯ, ГЕОЛОГИЯ ВА ТЕХНИКА**

Маҷалла аз моҳи  
январӣ соли 1952  
нашр мешавад



№ 3 (164)  
с. 2016

---

**ҲАЙАТИ ТАҲРИРИЯ:**

**С.О.Одинаев** – сармуҳаррир, академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор;  
**Кохирова Г.И.** – муовини сармуҳаррир, академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор;  
**Н.Г.Сапожников** – котиби масъул; **Ҳ.М.Ахмедов** – академик, доктори илми химия;  
**Р.Б.Бобочонов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор;  
**И.Н.Ғаниев** – академик, доктори илми химия, профессор; **М.И.Илолов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Р.М.Маърупов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Ҷ.М.Мирсаидов** – академик, доктори илми химия, профессор;  
**Ҳ.Ҳ.Муминов** – узви вобаста, доктори илмҳои физикаю математика, профессор;  
**С.Х.Неъматуллоев** – академик, доктори илмҳои техника; **Ф.Раҳимӣ** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **З.Х.Раҳмонов** – узви вобаста, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Н.Р.Рачабов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **З.Ҷ.Усмонов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор;  
**А.Р.Ғайзиев** – узви вобаста, доктори илмҳои геология ва минералогия, профессор;  
**Ҷ.Х.Холиқов** – академик, доктори илми химия, профессор.

**МУНДАРИҶА**

**МАТЕМАТИКА**

<b>Қ.Тухлиев.</b> Дар бораи қутрҳои баъзе синфҳои печониш .....	7
<b>Ҷ.Х.Бекназаров.</b> Оид ба наздиккунии бехтарини функсияҳо бо ёрии суммаҳои Фурье-Чебишёв ва қутрҳои баъзе синфҳои функсияҳо .....	15
<b>У.Х.Конунова.</b> Оиди наздиккунии функсияҳои бифосила ба воситаи сплайнҳои интерполясионии хаттӣ (хатҳои шикаста) .....	24
<b>Н.Усмонов, С.Шавкатзода.</b> Масъалаи канории сингулярии хаттӣ ҳамроҳшуда барои системаи муодилаҳои эллиптикӣ .....	32

## **ФИЗИКА**

Д.М.Ақдодов. Таҳқиқи параметрҳои акустикуи динамикуи маҳлулҳои электролитӣ .....	44
Ш.Туйчиев, Д.Рашидов, У.Шоимов, Л.Туйчиев, Ш.Ақназарова. Таъсири омилҳои берунӣ ба тағйири морфологияи боломолекули эластомерҳо .....	52
И.Муртаза, Х.С.Каримов, Х.М.Ахмедов. Таъсири намнокӣ ба ҳаракатмандии зарядҳо дар нимноқили органикуи РТСДИ-С <sub>8</sub> .....	62
М.И.Ходжаҳон, Б.И.Назаров, С.Ф.Абдуллоев, Р.А.Кориева, У.М.Мадвалиев. Динамикаи тағйирёбии миқдори пайвастагиҳои кимиёвӣ дар ҷанги аэрозолӣ дар давраи бӯҳрони ҷангу ғубор .....	67

## **ХИМИЯ**

Д.Х.Мирзоев, Ш.О.Аъзамов, С.М.Ғафорода, С.А.Бахронов, Ш.Д.Отаев, Ў.М.Мирсаидов. Таҷзияи аргиллитҳои кони Чашмаи-Санги Тоҷикистон бо иштироки кислотаи фосфат .....	74
З.Низомов, Р.Ҳ.Саидов, Б.Н.Гулов, Ҳ.Ҳ.Ниёзов. Вобастагии ҳосиятҳои термофизикуи ҳӯлаи АК1М2 бо скандий ва иттрий ҷавҳаронидашуда аз температура .....	79
Ғ.А.Ҳамидов, И.У.Мирсаидов, Б.Б.Баротов, Х.М.Назаров, У.Мирсаидов. Асосҳои физикӣ-химиявӣ ва технологияи коркарди партовҳои урандори Тоҷикистон .....	84

## **ФАРМАКОЛОГИЯ**

И.Ғ.Раҳимов, Р.М.Горшкова, З.Қ.Муҳидинов, Г.Н.Бобочонова, М.Д.Ҳолиқова, А.Ю.Султонов, Г.В.Розикова, Ҷ.Х.Ҳолиқов. Фаъолияти сорбсионии полисахаридҳои пектини офтобпараст муносибати он бо билирубин ( <i>in vivo</i> ) .....	90
--	----

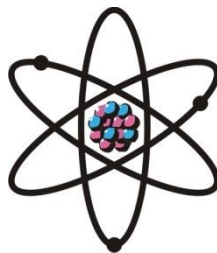
<b>ХРОНИКА</b> .....	96
----------------------	----

## **ҶАШНИ ОЛИМОН**

Р.Марупов – 80 сол.....	98
-------------------------	----

**DEPARTMENT OF  
PHYSICAL, MATHEMATICAL, CHEMICAL,  
GEOLOGICAL AND TECHNICAL SCIENCES**

The journal was established  
in January 1952



*№ 3 (164)*  
2016

---

**EDITORIAL BOARD**

Prof. **Saidmukhammad Odinaev**, Doctor of Physical and Mathematical, Editor-in-Chief; **Gulchekhra Kokhirova**, Doctor of Physical and Mathematical, Deputy Editor-in-Chief; **Nikolay Sapozhnikov**, Secretary; **Khakim Akhmedov**, Doctor of Chemistry; Prof. **Pulat Babadzhonov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Abdulkhak Faysiev**, Doctor of Geology and Mineralogy; Prof. **Mamadsho Iolov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Izatullo Ganiev**, Doctor of Chemistry; Prof. **Dzhuraboy Khalikov**, Doctor of Chemistry; Prof. **Rakhim Marupov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Ulmas Mirsaidov**, Doctor of Chemistry; Prof. **Khikmat Muminov**, Doctor of Physical and Mathematical; **Sabit Negmatullaev**, Doctor of Engineering; Prof. **Nusrat Rajabov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Farhod Rakhimi**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Zarullo Rakhmonov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Zafar Usmanov**, Doctor of Physical and Mathematical.

**CONTENTS**

**MATHEMATICS**

<b>K.Tukhliev.</b> About the widths of some classes of folds .....	7
<b>J.Kh.Beknazarov.</b> The best approach function sums Fourier-Chebyshev and diameters some function classes .....	15
<b>U.Kh.Konunova.</b> Approximation of continuous functions by linear interpolation splines (polyline).....	24
<b>N.Usmanov, S.Shavkatzoda.</b> Singular boundary value problem of liner conjugation for equations type of elliptic systems .....	32

**PHYSICS**

<b>D.M.Akdodov.</b> Study of the dynamic acoustic parameters electrolyte solutions .....	44
<b>Sh.Tuichiev, D.Rashidov, U.Shoimov, L.Tuichiev, Sh.Aknazarova.</b> Effect of external influences on the change of supramolecular morphology of elastomers .....	52

**I.Murtaza, Kh.S.Karimov, Kh.M.Akhmedov.** Influence of humidity to mobility of charge carriers in organic semiconductor PTCDI-C<sub>8</sub> ..... **62**

**M.I.Khodjakhon, B.I.Nazarov, S.F.Abdullaev, R.A.Karieva, U.M.Madvaliev.** Dynamics change of chemical compounds in the composition of the dust aerosol on period of dust storms ..... **67**

#### **CHEMISTRY**

**D.Kh.Mirzoev, Sh.O.Azamov, S.M.Gaforzoda, S.A.Bakhronov, Sh.D.Otaev, U.M.Mirsaidov.** Phosphoric acid decomposition of mudstones of Chashma-Sang deposit of Tajikistan ..... **74**

**Z.Nizomov, R.H.Saidov, B.N.Gulov, Ch.H.Niyozov.** The temperature dependence of the thermophysical properties of the alloy AK1M2 doped scandium and yttrium ..... **79**

**F.A.Khamidov, I.U.Mirsaidov, B.B.Barotov, Kh.M.Nazarov, U.M.Mirsaidov.** Physico-chemical and technological bases of uranium contained waste processing of Tajikistan ... **84**

#### **PHARMACOLOGY**

**I.F.Rahimov, R.M.Gorshkova, Z.K.Muhidinov, G.N.Bobojonova, M.D.Khalikova, A.U.Sultanov, G.V.Razikova, D.Kh.Khalikov.** Sorption activity of sunflower pectin polysaccharides in relation bilirubin (*in vivo*) ..... **90**

**CHRONICLE** ..... **96**

#### **JUBILEE OF SCIENTIST**

**R.Marupov – 80 year old** ..... **98**

К. ТУХЛИЕВ

О ПОПЕРЕЧНИКАХ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ СВЁРТОК

*Худжандский государственный университет им. Б.Гафурова*

*Поступила в редакцию 10.12.2015 г.*

*В работе найдены точные значения  $n$ -поперечников классов свёрток, задаваемых различными модификациями модулей непрерывности  $m$ -го порядка в метрике  $L_2$ .*

**Ключевые слова:** наилучшие приближения, периодическая функция, свёртка, тригонометрический полином, модуль непрерывности  $m$ -го порядка,  $n$ -поперечники.

Данная статья является продолжением нашей работы [1]. Приводим необходимые нам в дальнейшем определения. Пусть  $S$  – единичный шар в пространстве  $L_2$ ;  $\mathfrak{M}$  – выпуклое центрально-симметричное подмножество из  $L_2$ ;  $\Lambda_n \subset L_2$  –  $n$ -мерное подпространство;  $\Lambda^n \subset L_2$  – подпространство коразмерности  $n$ ;  $\mathcal{L}: L_2 \rightarrow \Lambda_n$  – непрерывный линейный оператор;  $\mathcal{L}^\perp: L_2 \rightarrow \Lambda_n$  – непрерывный оператор линейного проектирования. Величины

$$b_n(\mathfrak{M}, L_2) = \sup \left\{ \sup \{ \varepsilon > 0; \varepsilon S \cap \Lambda_{n+1} \subset \mathfrak{M} \} : \Lambda_{n+1} \subset L_2 \right\},$$

$$d^n(\mathfrak{M}, L_2) = \inf \left\{ \sup \{ \|f\| : f \in \mathfrak{M} \cap \Lambda^n \} : \Lambda^n \subset L_2 \right\},$$

$$d_n(\mathfrak{M}, L_2) = \inf \left\{ \sup \{ \inf \{ \|f - g\| : g \in \Lambda_n \} : f \in \mathfrak{M} \} : \Lambda_n \subset L_2 \right\},$$

$$\delta_n(\mathfrak{M}, L_2) = \inf \left\{ \inf \{ \sup \{ \|f - \mathcal{L}f\| : f \in \mathfrak{M} \} : \mathcal{L}L_2 \subset \Lambda_n \} : \Lambda_n \subset L_2 \right\},$$

$$p_n(\mathfrak{M}, L_2) = \inf \left\{ \inf \{ \sup \{ \|f - \mathcal{L}^\perp f\| : f \in \mathfrak{M} \} : \mathcal{L}^\perp L_2 \subset \Lambda_n \} : \Lambda_n \subset L_2 \right\}$$

называют соответственно *бернштейновским, гельфандовским, колмогоровским, линейным, проекционным  $n$ -поперечниками*. Известно [2,3], что перечисленные выше  $n$ -

---

**Адрес для корреспонденции:** Тухлиев Камаридин. 735700, Республика Таджикистан, г.Худжанд, мкр., 20, Худжандский государственный университет. E-mail: Kamaridin.t54@mail.ru

поперечники монотонны по  $n$  и в гильбертовом пространстве  $L_2$  связаны соотношениями:

$$b_n(\mathfrak{M}; L_2) \leq d^n(\mathfrak{M}; L_2) \leq d_n(\mathfrak{M}; L_2) = \delta_n(\mathfrak{M}; L_2) = p_n(\mathfrak{M}; L_2). \quad (1)$$

Пусть  $m, n \in \mathbb{N}$ ,  $0 < h \leq 3\pi / (4n)$ ,  $0 < p \leq 2$  и  $q$  – неотрицательная непрерывная неубывающая на отрезке  $[0, h]$  функция. В пространстве  $L_2$  определим класс функций

$$W \stackrel{\text{def}}{=} W(m, n, p, q, h) = W(m, n, p, q, h; \mathcal{K}) = \left\{ \mathcal{K} * \varphi : \int_0^h \tilde{\Omega}_m^p(\varphi; t) q(t) dt \leq 1 \right\}.$$

Пусть  $\Phi(t)$  – произвольная возрастающая на  $[0, \infty)$  функция, такая, что  $\Phi(0) = 0$ . При тех же ограничениях на параметры  $m, n, h, p$ , что и выше, и в случае, когда весовая функция  $q \equiv 1$ , введём в рассмотрение класс функций

$$W(\Phi; \mathcal{K}) \stackrel{\text{def}}{=} W(m, n, p, h; \Phi; \mathcal{K}) = \left\{ \mathcal{K} * \varphi : \frac{1}{h} \int_0^h \tilde{\Omega}_m^p(\varphi; t) dt \leq \Phi^p(h) \right\}. \quad (2)$$

Полагая в точке  $t=0$  значение функции  $\text{sinc}t$  равным 1, следуя работам [4], через  $t_*$  обозначим значение аргумента  $\text{sinc}t$ , при котором она достигает наименьшего значения на множестве  $\mathbb{R}_+ = (0, +\infty)$ . Заметим, что число  $t_*$  является наименьшим положительным корнем уравнения  $t = t \text{g}t$ . Легко вычислить, что  $4,49 < t_* < 4,51$ . Далее вводим обозначение

$$(1 - \text{sinc}t)_* := \{ 1 - \text{sinc}t, \text{ если } 0 < t \leq t_*; 1 - \text{sinc}t_*, \text{ если } t_* \leq t < \infty \}.$$

**Теорема 1.** Пусть  $m, n \in \mathbb{N}$ ,  $0 < p \leq 2$ ,  $0 < h \leq t_*$ ,  $q$  – непрерывная невозрастающая весовая функция на отрезке  $[0, h]$ , коэффициенты Фурье функции  $\mathcal{K} \in L_2$  удовлетворяют условиям

$$|a_0| \neq 0, \quad |a_k| k^{1/p} \geq |a_{k+1}| (k+1)^{1/p}, \quad k \in \mathbb{N}. \quad (3)$$

Тогда справедливы равенства

$$\lambda_{2n}(W; L_2) = \lambda_{2n-1}(W; L_2) = E_{n-1}(W)_{L_2} = |a_n| \left( \int_0^h (1 - \text{sinc}nt)^{mp} q(t) dt \right)^{-1/p}, \quad (4)$$

где  $E_{n-1}(W)_2 = \sup\{E_{n-1}(f)_2 : f \in W\}$ ,  $\lambda_k(\cdot)$  – любой из  $k$ -поперечников  $b_k(\cdot), d^k(\cdot), d_k(\cdot), \lambda_k(\cdot), p_k(\cdot)$ .



**Доказательство.** Учитывая неравенство (31) из [1] для произвольной функции  $\varphi \in L_2$ ,  $\varphi \neq const$  имеем

$$E_{n-1}(f) \leq |a_n| \left( \int_0^h (1 - \text{sinc}nt)^{pm} q(t) dt \right)^{-1/p} \left( \int_0^h \tilde{\Omega}_m^p(\varphi, t) q(t) dt \right)^{1/p},$$

откуда, учитывая соотношение (1), получаем оценку сверху для всех перечисленных выше  $n$ -поперечников класса  $W$ :

$$\lambda_{2n}(W; L_2) \leq \lambda_{2n-1}(W; L_2) \leq E_n(W)_{L_2} \leq |a_n| \left( \int_0^h (1 - \text{sinc}nt)^{pm} q(t) dt \right)^{-1/p}. \quad (5)$$

С целью получения оценки снизу в подпространстве тригонометрических полиномов  $\mathcal{T}_{2n+1}$  порядка  $n$  рассмотрим шар

$$S_{2n+1} \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ T_n \in \mathcal{T}_{2n+1} : \|T_n\| \leq |a_n| \left( \int_0^h (1 - \text{sinc}nt)^{pm} q(t) dt \right)^{-1/p} \right\}$$

и докажем его принадлежность классу  $W$ . Пусть

$$T_n(x) = \sum_{k=-n}^n c_k e^{ikx} \in \mathcal{B}_{2n+1}.$$

Тогда

$$\|T_n\|^2 = \sum_{k=-n}^n |c_k|^2.$$

Так как, согласно условиям теоремы,  $a_k \neq 0$  при всех  $k$ , то функция

$$\varphi(t) = \sum_{k=-n}^n \frac{c_k}{a_k} e^{ikt}$$

является решением следующего уравнения свёртки:

$$T_n(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathcal{K}(x-t) \varphi(t) dt. \quad (6)$$

Простое вычисление приводит к следующему неравенству:

$$\tilde{\Omega}_m(\varphi; t) \leq (1 - \text{sinc}nt)_*^m \left( \sum_{k=-n}^n \left| \frac{c_k}{a_k} \right|^2 \right)^{1/2} \leq$$

$$\leq (1 - \operatorname{sinc} nt)_*^m |a_n|^{-1} \left( \sum_{k=-n}^n |c_k|^2 \right)^{1/2} = (1 - \operatorname{sinc} nt)_*^m |a_n|^{-1} \|T_n\|. \quad (7)$$

Для доказательства  $S_{2n+1} \subset W$  достаточно показать, что

$$\int_0^h \tilde{\Omega}_m^p(\varphi; t) q(t) dt \leq 1.$$

Возведём в степень  $p$  ( $0 < p \leq 2$ ) первую и последнюю части неравенств (7), проинтегрируем полученное неравенство по  $t$  в пределах от 0 до  $h$  и, приняв во внимание неравенства  $0 < h \leq t_*$ , придём к соотношениям

$$\begin{aligned} \int_0^h \Omega_m^p(\varphi; t) q(t) dt &\leq |a_n|^{-p} \|T_n\|^p \cdot \int_0^h (1 - \operatorname{sinc} nt)_*^{pm} q(t) dt = \\ &= \int_0^h (1 - \operatorname{sinc} nt)^{pm} q(t) dt \cdot \left\{ \int_0^h (1 - \operatorname{sinc} nt)^{pm} q(t) dt \right\}^{-1} = 1. \end{aligned}$$

Таким образом, вложение  $S_{2n+1} \subset W$  доказано. Отсюда с учётом соотношения (1) и определения бернштейновского поперечника получаем оценку снизу всех  $n$ -поперечников:

$$\begin{aligned} \lambda_{2n}(W; L_2) &\geq b_{2n}(W; L_2) \geq b_{2n}(S_{2n+1}, L_2) \geq \\ &\geq |a_n| \left( \int_0^h (1 - \operatorname{sinc} nt)^{pm} q(t) dt \right)^{-1/p}. \end{aligned} \quad (8)$$

Требуемое равенство (4) получаем из сопоставления неравенств (5) и (8), чем и завершаем доказательство теоремы 1.

Рассмотрим одно конкретное применение теоремы 1.

Пусть  $r \in \mathbb{R}_+$  ( $r > 1$ ) и  $\alpha \in \mathbb{R}$  – произвольное действительное число. Положим

$$\mathcal{B}_{r,\alpha}(x) = \sum_{k=1}^{\infty} k^{-r} \cos\left(kx - \frac{\alpha\pi}{2}\right). \quad (9)$$

При  $r = \alpha$ ,  $r, \alpha \in \mathbb{N}$  функция (9) есть многочлен Бернулли. Обозначим через  $W_\alpha^{(r)} L_p$ ,  $r \in \mathbb{R}_+$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,  $1 \leq p \leq \infty$  класс непрерывных периодических функций  $f$ , допускающих представление (см. [5; 6, с. 51])

$$f(x) = C + (\mathcal{B}_{r,\alpha} * \varphi)(x), \quad (10)$$

где  $C \in \mathbb{R}$ ,  $\varphi \in L_p$  ( $1 \leq p \leq \infty$ ),  $\varphi \perp \text{const}$ .

Из представления (10), в частности, следует, что если  $r = \alpha$ ,  $r, \alpha \in \mathbb{R}_+$ , то  $\varphi(t) = f^{(r)}(t)$  – производная дробная порядка  $r$  в смысле Вейля [5], а  $W_r^{(r)}L_2$  ( $r \in \mathbb{R}_+$ ) есть класс функций  $f \in L_2^{(r)}$  ( $r \in \mathbb{R}_+$ ), у которых дробная производная  $f^{(r)}$  в смысле Вейля удовлетворяет условию  $\|f^{(r)}\| \leq 1$ .

Положим

$$W^{(r)}(h, q) \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ f : f \in W_\alpha^{(r)}L_2, \int_0^h \tilde{\Omega}_m^p(f^{(r)}; t)q(t)dt \leq 1 \right\}.$$

Поскольку коэффициенты ядра  $\mathcal{B}_{r,r}$  ( $r \in \mathbb{R}_+$ ) удовлетворяют соотношениям

$$|a_n| = n^{-r} \quad (n \in \mathbb{N}, r \in \mathbb{R}_+, r > 1), \quad \text{то} \quad |a_j| j^{1/p} \geq |a_{j+1}| (j+1)^{1/p}, \quad j \in \mathbb{N},$$

выполняется для  $1/r < p \leq 2$  ( $r > 1, r \in \mathbb{R}_+$ ). В силу теоремы 1 мы приходим к следующему утверждению.

**Следствие 1.** При любых  $m, n \in \mathbb{N}$ ,  $1/r < p \leq 2$  ( $r \in \mathbb{R}_+, r > 1$ ) и  $0 < h \leq \pi/n$  справедливы равенства

$$\begin{aligned} \lambda_{2n}(W^{(r)}(h, q); L_2) &= \lambda_{2n-1}(W^{(r)}(h, q); L_2) = E_n(W^{(r)}(h, q))_{L_2} = \\ &= n^{-r} \left\{ \int_0^h (1 - \text{sinc}nt)^{pm} q(t)dt \right\}^{-1/p}. \end{aligned}$$

**Теорема 2.** Пусть  $m, n \in \mathbb{N}$ ,  $0 < p \leq 2$  и мажоранта  $\Phi$  при любых значениях  $h \in \mathbb{R}_+$  удовлетворяет ограничению

$$\left( \frac{\Phi(h)}{\Phi(\pi/n)} \right)^p \geq \frac{\pi}{nh} \cdot \frac{\int_0^{nh} (1 - \text{sinc}t)_*^{mp} dt}{\int_0^\pi (1 - \text{sinc}t)^{mp} dt}. \quad (11)$$

Коэффициенты Фурье функции (ядро)  $\mathcal{K}$  удовлетворяют условиям (3) теоремы 1. Тогда справедливы равенства

$$\lambda_{2n}(W(\Phi; \mathcal{K}); L_2) = \lambda_{2n-1}(W(\Phi; \mathcal{K}); L_2) = E_{n-1}(W(\Phi; \mathcal{K}))_{L_2} =$$

$$= |a_n| \left\{ \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (1 - \operatorname{sinc} \tau)^{mp} d\tau \right\}^{-1/p} \Phi \left( \frac{\pi}{n} \right), \quad (12)$$

где  $\lambda_k(\cdot)$  – любой из вышеперечисленных  $n$ -поперечников. При этом множество мажорант, удовлетворяющих ограничению (11), не пусто.

**Доказательство.** Учитывая соотношения (31) из [1] для произвольной функции  $f \in L_2^{(r)}$  запишем оценку сверху величины её наилучшего полиномиального приближения при  $q(t) \equiv 1$ :

$$E_{n-1}(f) \leq |a_n| \left( \frac{1}{h} \int_0^h (1 - \operatorname{sinc} nt)^{mp} q(t) dt \right)^{-1/p} \left( \frac{1}{h} \int_0^h \tilde{\Omega}_m^p(\varphi; t) q(t) dt \right)^{1/p}. \quad (13)$$

Подставляя в правую часть неравенства (13)  $h = \pi / n$ , будем иметь

$$E_{n-1}(f) \leq |a_n| \left( \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (1 - \operatorname{sinc} nt)^{mp} q(t) dt \right)^{-1/p} \left( \frac{n}{\pi} \int_0^{\pi/n} \tilde{\Omega}_m^p(\varphi; t) q(t) dt \right)^{1/p}. \quad (14)$$

Учитывая определение класса  $W(\Phi; \mathcal{K})$  из неравенства (14), на основании соотношения (1) и формулы (2) получаем

$$\begin{aligned} \lambda_{2n}(W(\Phi; \mathcal{K}); L_2) &\leq \lambda_{2n-1}(W(\Phi; \mathcal{K}); L_2) \leq \lambda_{2n-1}(W(\Phi; \mathcal{K}); L_2) \leq \\ &\leq E_{n-1}(W(\Phi; \mathcal{K}))_{L_2} \leq |a_n| \left\{ \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (1 - \operatorname{sinc} \tau)^{mp} d\tau \right\}^{-1/p} \Phi \left( \frac{\pi}{n} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Поступая точно так же, как и в предыдущей теореме, для получения оценки снизу бернштейновского  $n$ -поперечника  $b_{2n-1}(W(\Phi; \mathcal{K}); L_2)$  в подпространстве  $\mathfrak{S}_{2n+1}$  рассмотрим шар

$$S_{2n+1}^* \stackrel{\text{def}}{=} \left\{ T_n \in \mathfrak{S}_{2n+1} : \|T_n\| \leq |a_n| \left\{ \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (1 - \operatorname{sinc} \tau)^{mp} d\tau \right\}^{-1/p} \Phi \left( \frac{\pi}{n} \right) \right\}$$

и покажем, что при выполнении ограничения (11) выполняется включение  $S_{2n+1}^* \subset W(\Phi; \mathcal{K})$ . Так как для произвольного полинома  $T_n \in S_{2n+1}^*$ , представимого в виде свёртки (6), имеет место неравенство (7), то, пользуясь указанным неравенством и ограничением (11), для произвольного  $h \in \mathbb{R}_+$  получаем

$$\frac{1}{h} \int_0^h \tilde{\Omega}_m^p(\varphi; t) dt \leq |a_n|^p \|T_n\|^p \frac{1}{h} \int_0^h (1 - \operatorname{sinc} nt)_*^{mp} dt \leq$$

$$\leq \left( \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (1 - \operatorname{sinc} t)^{mp} dt \right)^{-1} \cdot \frac{1}{nh} \int_0^{nh} (1 - \operatorname{sinc} t)^{mp} dt \cdot \Phi \left( \frac{\pi}{n} \right) \leq \Phi(h).$$

Последнее неравенство означает, что  $S_{2n+1}^* \subset W(\Phi; \mathcal{K})$ , а потому, используя определение бернштейновского  $n$ -поперечника, с учётом соотношения (1) имеем

$$\begin{aligned} \lambda_{2n}(W(\Phi; \mathcal{K}); L_2) &\geq b_{2n}(W(\Phi; \mathcal{K}); L_2) \geq b_{2n}(S_{2n+1}^*; L_2) \geq \\ &\geq a_n \left\{ \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (1 - \operatorname{sinc} \tau)^{mp} d\tau \right\}^{-1/p} \Phi \left( \frac{\pi}{n} \right). \end{aligned} \quad (16)$$

Сопоставляя оценки сверху (15) и оценку снизу (16), получаем требуемые равенства (12).

Непосредственной проверкой можно убедиться, что функция

$$\Phi_*(t) \stackrel{\text{def}}{=} t^{\alpha/p}, \quad 0 < p \leq 2,$$

где

$$\alpha = \pi \left\{ \int_0^{\pi} (1 - \operatorname{sinc} \tau)^{mp} d\tau \right\}^{-1} - 1, \quad (mp < \alpha < 2mp),$$

удовлетворяет условию (11) [7, с. 509-512], чем и завершаем доказательство теоремы 2.

Из доказанной теоремы в случае  $\mathcal{K} \equiv \mathcal{B}_{r,r}$  вытекает

**Следствие 2.** *В условиях теоремы 2 справедливы равенства*

$$\begin{aligned} \lambda_{2n}(W(\Phi; \mathcal{B}_{r,r}); L_2) &= \lambda_{2n-1}(W(\Phi; \mathcal{B}_{r,r}); L_2) = E_{n-1}(W(\Phi; \mathcal{B}_{r,r}))_{L_2} = \\ &= \left\{ \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} (1 - \operatorname{sinc} \tau)^{mp} d\tau \right\}^{-1/p} \cdot n^{-r} \Phi \left( \frac{\pi}{n} \right). \end{aligned}$$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Тухлиев К. О наилучшем приближении некоторых классов свёрток. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2016, №2(163), с. 20-30.
2. Тихомиров В.М. Некоторые вопросы теории приближений. – М.: МГУ, 1976, 325 с.
3. Pinkus A.  $n$ -Widths in Approximation Theory. – Berlin: Springer-Verlag – Heidelberg – New York – Tokyo, 1985, 252 p.
4. Шабозов М.Ш., Вакарчук С.Б., Забутная В.И. Точные неравенства типа Джексона - Стечкина для периодических функций в  $L_2$  и значения поперечников классов функций. – ДАН России, 2013, т. 451, №6, с. 625-628.

5. Стечкин С.Б. О наилучшем приближении некоторых классов периодических функций тригонометрическими полиномами. – Изв. АН СССР. Сер. матем., 1956, т. 20, с. 643-648.
6. Корнейчук Н.П., Лигун А.А., Доронин В.Г. Аппроксимация с ограничениями. - Киев: Наукова думка, 1982, 252 с.
7. Вакарчук С.Б., Забутная В.И. Неравенства типа Джексона-Стечкина для специальных модулей непрерывности и поперечники функциональных классов в пространстве  $L_2$ . – Матем. заметки, 2012, т. 92, №4, с. 497-514.

Қ.ТУХЛИЕВ

## ДАР БОРАИ ҚУТРҲОИ БАЪЗЕ СИНФҲОИ ПЕЧОНИШ

*Донишгоҳи давлатии Хуҷанд ба номи Б.Ғафуров*

Дар мақола қиматҳои аниқи  $n$ -қутрҳои синфҳои печониш, ки тавсифи сохториашон бо модулҳои мукамалшудаи гуногуни бифосилаи тартиби  $m$  дар метрикаи  $L_2$  муайян карда шудаанд, ёфта шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** наздикунии беҳтарин, функцияи даври, печак, бисёръзогии тригонометри, модули бифосилаи тартиби  $m$ ,  $n$ -қутрҳо.

K.TUKHLIEV

## ABOUT THE WIDTHS OF SOME CLASSES OF FOLDS

*B.Gafurov Khugand State University*

Found the exact values of  $n$ -widths of convolution classes, asked various modifications of the modules of continuity of  $m$ -th order in the metric  $L_2$ .

**Key words:** best approximations, periodic function, convolution, trigonometric polynomial, module continuity of  $m$ -th order,  $n$ -widths.

УДК 517.5

ДЖ.Х.БЕКНАЗАРОВ

О НАИЛУЧШЕМ ПРИБЛИЖЕНИИ ФУНКЦИЙ СУММАМИ  
ФУРЬЕ-ЧЕБЫШЁВА И ПОПЕРЕЧНИКИ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ  
ФУНКЦИЙ

*Худжандский государственный университет им. Б.Г.Гафурова*

*Поступила в редакцию 10.04.2015 г.*

В гильбертовом пространстве  $L_{2,\mu}[-1,1]$  с весом Чебышёва  $\mu(x) := (\sqrt{1-x^2})^{-1}$  найдены точные неравенства типа ДжексонаСтечкина для специального модуля непрерывности  $m$ -го порядка, получаемого рекуррентной формулой из функции Стеклова. Для некоторых классов функций вычислены точные значения различных  $n$ -поперечников.

**Ключевые слова:** наилучшие приближения, полиномы Чебышёва, обобщённый модуль непрерывности  $m$ -го порядка, коэффициенты Фурье-Чебышёва,  $n$ -поперечники.

В последнее время появился ряд работ, в которых рассматривается задача отыскания точных констант в неравенстве типа ДжексонаСтечкина на конечном отрезке действительной оси (см., например, [1-4] и литературу в них).

1. В данной работе мы докажем точные неравенства типа ДжексонаСтечкина для наилучшего приближения действительных измеримых на отрезке  $[-1,1]$  функций  $f$  с весом  $\mu(x) := 1/\sqrt{1-x^2}$  алгебраическими полиномами  $(n-1)$ -й степени в гильбертовом пространстве  $L_{2,\mu}[-1,1] := L_2((\sqrt{1-x^2})^{-1}; [-1,1])$  с конечной нормой

$$\|f\|_{2,\mu} := \|f\|_{L_{2,\mu}} = \left( \int_{-1}^1 \mu(x) f^2(x) dx \right)^{1/2}.$$

---

**Адрес для корреспонденции:** Бекназаров Джурабек Холмаматович. 735700, Республика Таджикистан, г.Худжанд, мкр. 20, Худжандский государственный университет.  
E-mail: beknazarov-jurabek@mail.ru

Пусть  $\mathbb{N}$  – множество натуральных чисел,  $\mathbb{Z}_+ := \mathbb{N} \cup \{0\}$ ,  $\mathbb{R}_+ := (0, \infty)$  – множество положительных чисел,  $\mathbb{R} := (-\infty, +\infty)$ . Следуя работе [5], в пространстве  $L_{2,\mu}[-1,1]$  рассмотрим оператор обобщенного сдвига

$$F_h f(x) = \frac{1}{2} \left[ f \left( x \cos h + \sqrt{1-x^2} \sin h \right) + f \left( x \cos h - \sqrt{1-x^2} \sin h \right) \right] \quad (1)$$

и введём конечные разности следующими равенствами

$$\Delta_h^1(f; x) = F_h f(x) - f(x) = (F_h - E)f(x),$$

$$\Delta_h^m(f; x) = \Delta_h(\Delta_h^{m-1}(f; \cdot); x) = (F_h - E)^m f(x) = \sum_{k=0}^m (-1)^{m-k} \binom{m}{k} F_h^k f(x),$$

где  $F_h^0 f(x) \equiv f(x)$ ,  $F_h^k f(x) = F_h(F_h^{k-1} f(x))$ ,  $k = 1, 2, \dots, m$ ;  $m \in \mathbb{N}$  и  $E$  – единичный оператор в пространстве  $L_2$ . Определим обобщённый модуль непрерывности  $m$ -го порядка равенством

$$\Omega_m(f; t)_{L_{2,\mu}[-1,1]} = \sup \{ \|\Delta_h^m(f; \cdot)\|_{L_{2,\mu}} : |h| \leq t \}. \quad (2)$$

Пусть далее  $T_0(x) = 1/\sqrt{\pi}$ ,  $T_k(x) = \sqrt{2/\pi} \cos(k \arccos x)$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , – ортонормированная система многочленов Чебышёва первого рода в пространстве  $L_{2,\mu}[-1,1]$ . Тогда, как известно,

$$f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k(f) T_k(x)$$

есть ряд Фурье-Чебышёва функции  $f \in L_{2,\mu}[-1,1]$ , а

$$c_k(f) = \int_{-1}^1 \mu(x) f(x) T_k(x) dx$$

– коэффициенты Фурье-Чебышёва.

Пусть теперь  $\mathcal{D} = (1-x^2) \frac{d^2}{dx^2} - x \frac{d}{dx}$  – дифференциальный оператор второго порядка. Операторы высших порядков определим рекуррентно, полагая  $\mathcal{D}^r f := \mathcal{D}(\mathcal{D}^{r-1} f)$ ,  $r \in \mathbb{N}$ . Известно, что многочлены Чебышёва удовлетворяют дифференциальному уравнению

$$(1-x^2)T_k''(x) - xT_k'(x) + k^2 T_k(x) = 0, \quad (3)$$



а потому из (3) следуют равенства

$$\mathcal{D}T_k(x) = -k^2 T_k(x), \dots, \mathcal{D}^r T_k(x) = (-1)^r k^{2r} T_k(x). \quad (4)$$

В [5] доказано, что для произвольной функции  $f \in L_{2,\mu}$ , имеющей обобщённые производные в смысле Леви [6, с.172], коэффициенты Фурье-Чебышёва удовлетворяют соотношениям

$$c_k(f) = (-1)^r k^{-2r} c_k(\mathcal{D}^r f), \quad k = 1, 2, \dots, \quad (5)$$

$$c_k(F_h f) = \cos kh \cdot c_k(f), \quad k = 1, 2, \dots, \quad (6)$$

где функция  $F_h f$  определена равенством (1).

Обозначим через  $L_{2,\mu}^{(2r)} := L_{2,\mu}^{(2r)}[-1,1]$  ( $r \in \mathbb{Z}_+$ ,  $L_{2,\mu}^{(0)} := L_{2,\mu}$ ) – множество функций  $f \in L_{2,\mu}$ , у которых производная  $\mathcal{D}^r f$  принадлежит пространству  $L_{2,\mu}$ . Пользуясь соотношениями (4)-(6) и равенством Парсеваля, запишем равенство (2) в виде

$$\Omega_m^2(\mathcal{D}^r f; t)_{2,\mu} := \sup_{|h| \leq t} \sum_{k=1}^{\infty} c_k^2(f) k^{4r} (1 - \cos kh)^{2m}. \quad (7)$$

Хорошо известно, что если  $\mathcal{P}_{n-1}$  множество алгебраических полиномов  $(n-1)$ -й степени, то

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{n-1}(f)_{2,\mu} &:= \inf \{ \|f - p_{n-1}\|_{2,\mu} : p_{n-1} \in \mathcal{P}_{n-1} \} = \\ &= \|f - S_{n-1}(f)\|_{2,\mu} = \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} c_k^2(f) \right\}^{1/2}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $S_{n-1}(f, x)$  – частная сумма ряда Фурье-Чебышёва функции  $f \in L_{2,\mu}$ , а  $c_k(f)$  – коэффициенты Фурье-Чебышёва.

В [7] доказано, что если  $m, n \in \mathbb{N}$ ,  $r \in \mathbb{Z}_+$ ,  $0 < p \leq 2$ ,  $0 < h < \pi$ ,  $\varphi(t) \geq 0$  суммируемая не эквивалентная нулю на отрезке  $[0, h]$  функция, то для аппроксимационной характеристики

$$M_{n,m,r,p}(\varphi; h) = \sup_{f \in L_{2,\mu}^{(r)}} \frac{\mathcal{E}_{n-1}(f)_{2,\mu}}{\left( \int_0^h \Omega_m^p(\mathcal{D}^r f; t)_{2,\mu} \varphi(t) dt \right)^{1/p}},$$

выполняются неравенства

$$\{\alpha_{n,m,r,p}(\varphi, h)\}^{-1} \leq M_{n,m,r,p}(\varphi; h) \leq \{ \inf_{n \leq k < \infty} \alpha_{k,m,r,p}(\varphi, h) \}^{-1}, \quad (9)$$

где

$$\alpha_{k,m,r,p}(\varphi;h) = \left( k^{2rp} \int_0^h (1 - \cos kt)^{mp} \varphi(t) dt \right)^{1/p}. \quad (10)$$

При этом, если  $\inf_{n \leq k < \infty} \alpha_{k,m,r,p}(\varphi;h) = \alpha_{n,m,r,p}(\varphi;h)$ , то имеет место равенство

$$M_{n,m,r,p}(\varphi;h) = \left( k^{2rp} \int_0^h (1 - \cos nt)^{mp} \varphi(t) dt \right)^{-1/p}. \quad (11)$$

Непосредственным вычислением легко доказать, что если  $\varphi(t) \equiv 1$ ,  $m, n, r \in \mathbb{N}$ ,  $1/(2r) \leq p \leq 2$ ;  $0 < h \leq 3\pi/(4n)$ , то

$$M_{n,m,r,p}(1;h) = \{\alpha_{n,m,r,p}(1;h)\}^{-1} := \{n^{2rp} \int_0^h (1 - \cos nt)^{mp} dt\}^{-1/p}. \quad (12)$$

Напомним необходимые понятия и определения, используемые нами в дальнейшем. Пусть  $S$  – единичный шар в  $L_{2,\mu}$ ;  $\mathfrak{M}$  – выпуклое центрально-симметричное подмножество из  $L_{2,\mu}$ ;  $\Lambda_n \subset L_{2,\mu}$  –  $n$ -мерное подпространство;  $\Lambda^n \subset L_{2,\mu}$  – подпространство коразмерности  $n$ ;  $\mathcal{L}: L_{2,\mu} \rightarrow \Lambda_n$  – непрерывный линейный оператор, переводящий элементы пространства  $L_{2,\mu}$  в  $\Lambda_n$ ;  $\mathcal{L}^\perp: L_{2,\mu} \rightarrow \Lambda_n$  – непрерывный оператор линейного проектирования пространства  $L_{2,\mu}$  на подпространство  $\Lambda_n$ .

Величины

$$b_n(\mathfrak{M}, L_{2,\mu}) = \sup \left\{ \sup \{ \varepsilon > 0 : \varepsilon S \cap \Lambda_{n+1} \subset \mathfrak{M} \} : \Lambda_{n+1} \subset L_{2,\mu} \right\},$$

$$d_n(\mathfrak{M}, L_{2,\mu}) = \inf \left\{ \sup \left\{ \inf \{ \|f - g\|_{2,\mu} : g \in \Lambda_n \} : f \in \mathfrak{M} \right\} : \Lambda_n \subset L_{2,\mu} \right\},$$

$$\delta_n(\mathfrak{M}, L_{2,\mu}) = \inf \left\{ \inf \left\{ \sup \{ \|f - \mathcal{L}f\|_{2,\mu} : f \in \mathfrak{M} \} : \mathcal{L}L_{2,\mu} \subset \Lambda_n \right\} : \Lambda_n \subset L_{2,\mu} \right\},$$

$$d^n(\mathfrak{M}, L_{2,\mu}) = \inf \left\{ \sup \{ \|f\|_{2,\mu} : f \in \mathfrak{M} \cap \Lambda^n \} : \Lambda^n \subset L_{2,\mu} \right\},$$

$$\pi_n(\mathfrak{M}, L_{2,\mu}) = \inf \left\{ \inf \left\{ \sup \{ \|f - \mathcal{L}^\perp f\|_{2,\mu} : f \in \mathfrak{M} \} : \mathcal{L}^\perp L_{2,\mu} \subset \Lambda_n \right\} : \Lambda_n \subset L_{2,\mu} \right\}$$

называют соответственно *бернштейновским*, *колмогоровским*, *линейным*, *гельфандовским*, *проекционным  $n$ -поперечниками*. Поскольку  $L_{2,\mu}$  является гильбертовым пространством, то справедливы следующие соотношения между перечисленными выше  $n$ -поперечниками (см., например, [8,9]):

$$b_n(\mathfrak{M}; L_{2,\mu}) \leq d^n(\mathfrak{M}; L_{2,\mu}) \leq d_n(\mathfrak{M}; L_{2,\mu}) = \delta_n(\mathfrak{M}; L_{2,\mu}) = \pi_n(\mathfrak{M}; L_{2,\mu}). \quad (13)$$

Пусть  $\Phi$  – произвольная возрастающая непрерывная функция, определённая на полуинтервале  $[0; \infty)$ , и такая, что  $\Phi(0) = 0$ . В дальнейшем, функцию  $\Phi$  будем называть мажорантной. Обозначим через  $W_{2,p}^{(2r)}(\Omega_m, \Phi)$  класс функций  $f \in L_{2,\mu}^{(2r)}$ , где  $0 < p \leq 2$ ,  $r, m \in \mathbb{N}$ , для которых выполняется неравенство

$$\int_0^h \Omega_m^p(\mathcal{D}^r f; t)_{2,\mu} dt \leq \Phi^p(h).$$

Обозначим также

$$(\sin t)_* := \{\sin t, \text{ если } 0 \leq t \leq \pi/2; 1, \text{ если } t \geq \pi/2\},$$

$$(1 - \cos t)_* := \{1 - \cos t, \text{ если } 0 \leq t \leq \pi; 2 \text{ если } t \geq \pi\}$$

Сформулируем основной результат статьи.

**Теорема 1.** Пусть  $m, n \in \mathbb{N}$ ,  $1/(2r) < p \leq 2$ ,  $0 < h \leq \pi$  и мажоранта  $\Phi$  удовлетворяет условию

$$\Phi^p(\pi/n) \int_0^{nh/2} (\sin t)_*^{2mp} dt \leq \Phi^p(h) \int_0^{\pi/2} (\sin t)^{2mp} dt. \quad (14)$$

Тогда выполняются равенства

$$\begin{aligned} \lambda_n(W_{2,p}^{(2r)}(\Omega_m, \Phi); L_{2,\mu}) &= \mathcal{E}_{n-1}(W_{2,p}^{(2r)}(\Omega_m, \Phi))_{2,\mu} = \\ &= 2^{-(m+\frac{1}{p})} n^{-2r+\frac{1}{p}} \left( \int_0^{\pi/2} (\sin t)^{2mp} dt \right)^{-\frac{1}{p}} \Phi\left(\frac{\pi}{n}\right), \end{aligned} \quad (15)$$

где  $\lambda_n(\cdot)$  – любой из перечисленных выше  $n$ -поперечников, а

$$\mathcal{E}_{n-1}(W_{2,p}^{(2r)}(\Omega_m, \Phi))_{2,\mu} \stackrel{\text{def}}{=} \sup\{\mathcal{E}_{n-1}(f)_{2,\mu} : f \in W_{2,p}^{(2r)}(\Omega_m, \Phi)\}.$$

Множество мажорантных функций  $\Phi$ , для которых выполняется условие (14), не пусто.

**Доказательство.** Из равенства (12), для произвольной функции  $f \in L_{2,\mu}$ , получаем оценку сверху величины наилучшего полиномиального приближения:

$$\mathcal{E}_{n-1}(f)_{2,\mu} \leq n^{-2r} \left( \int_0^h (1 - \cos nt)^{mp} dt \right)^{-\frac{1}{p}} \left( \int_0^h \Omega_m^p(\mathcal{D}^r f, t)_{2,\mu} dt \right)^{\frac{1}{p}}. \quad (16)$$

Учитывая определение класса  $W_{2,p}^{2r}(\Omega_m, \Phi)$  из неравенства (16) при  $h = \pi/n$  и соотношения (13) получаем

$$\begin{aligned} \lambda_n \left( W_{2,p}^{(2r)}(\Omega_m, \Phi); L_{2,\mu} \right) &\leq \mathcal{E}_{n-1} \left( W_{2,p}^{(2r)}(\Omega_m, \Phi) \right)_{2,\mu} \leq \\ &\leq n^{-2r} \left( \int_0^{\pi/n} (1 - \cos nt)^{mp} dt \right)^{-\frac{1}{p}} \Phi\left(\frac{\pi}{n}\right) = \\ &= 2^{-\left(m+\frac{1}{p}\right)} n^{-2r+\frac{1}{p}} \left( \int_0^{\pi/2} (\sin t)^{2mp} dt \right)^{-\frac{1}{p}} \Phi\left(\frac{\pi}{n}\right). \end{aligned} \quad (17)$$

С целью получения оценки снизу в силу соотношения (13) достаточно оценить снизу бернштейновский  $n$ -поперечник класса  $W_{2,p}^{(2r)}(\Omega_m, \Phi)$ . Для этого в множество  $\mathcal{P}_n \cap L_{2,\mu}$  введём в рассмотрение  $(n+1)$ -мерный шар полиномов

$$S_{n+1} \stackrel{def}{=} \left\{ p_n \in \mathcal{P}_n : \|p_n\|_{2,\mu} \leq 2^{-\left(m+\frac{1}{p}\right)} n^{-2r+\frac{1}{p}} \left( \int_0^{\pi/2} (\sin t)^{2mp} dt \right)^{-\frac{1}{p}} \Phi\left(\frac{\pi}{n}\right) \right\}.$$

Воспользуемся следующим неравенством, доказанным в [7]:

$$\Omega_m(D^r p_n; t)_{2,\mu} \leq n^{2r} (1 - \cos nt)_*^m \|p_n\|_{2,\mu}. \quad (18)$$

Обе части неравенства (18) возведём в степень  $p$  ( $1/(2r) < p \leq 2$ ), проинтегрируем по  $t$  в пределах от 0 до  $h$  и в правой части полученного соотношения произведём замену переменной  $nt = u$ , заменим норму полинома  $p_n \in S_{n+1}$  радиусом шара, с учётом ограничения (14) получаем

$$\begin{aligned} \int_0^h \Omega_m^p(D^r p_n; t)_{2,\mu} dt &\leq n^{2rp} \|p_n\|_{2,\mu}^p \int_0^h (1 - \cos nt)_*^{mp} dt \leq \\ &\leq 2^{-(mp+1)} n^{-2rp+1} \left( \int_0^{\pi/2} (\sin t)^{2mp} dt \right)^{-1} \Phi^p(\pi/n) 2^{mp+1} n^{2rp-1} \int_0^{nh/2} (\sin t)_*^{2mp} dt = \\ &= \Phi^p(\pi/n) \int_0^{nh/2} (\sin t)_*^{2mp} dt \left( \int_0^{\pi/2} (\sin t)^{2mp} dt \right)^{-1} \leq \Phi(h). \end{aligned}$$

Этим включение  $S_{n+1} \subset W_{2,p}^{(2r)}(\Omega_m, \Phi)$  доказано. Отсюда, согласно определению бернштейновского  $n$ -поперечника, имеем

$$\begin{aligned}
b_n(W_{2,p}^{(2r)}(\Omega_m, \Phi), L_{2,\mu}) &\geq b_n(S_{n+1}; L_{2,\mu}) \geq \\
&\geq 2^{-\frac{(m+1)}{p}} n^{-2r+\frac{1}{p}} \left( \int_0^{\pi/2} (\sin t)^{2mp} dt \right)^{-1/p} \Phi\left(\frac{\pi}{n}\right).
\end{aligned} \tag{19}$$

Сравнивая оценку сверху (17) и оценку снизу (19), получаем равенство (15). Покажем, что функция  $\Phi_*(t) := t^{\alpha/p}$ , где

$$\alpha := \alpha(m, p) = \frac{\pi}{2} \left( \int_0^{\pi} (\sin t)^{2mp} dt \right)^{-1}, \tag{20}$$

удовлетворяет условию (14). Воспользуясь элементарным неравенством  $\sin t \geq (2/\pi)t$ , ( $0 \leq t \leq \pi/2$ ), имеем

$$\begin{aligned}
\alpha := \alpha(m, p) &= \frac{\pi}{2} \left( \int_0^{\pi/2} (\sin t)^{2mp} dt \right)^{-1} \leq \frac{\pi}{2} \left( \int_0^{\pi/2} \left(\frac{2}{\pi}t\right)^{2mp} dt \right)^{-1} = \\
&= \left( \int_0^1 t^{2mp} dt \right)^{-1} = 2mp + 1.
\end{aligned} \tag{21}$$

Аналогичным образом, учитывая неравенство  $|\sin t| \leq 1$ ,  $t \in \mathbb{R}$ , получаем

$$\alpha := \alpha(m, p) = \frac{\pi}{2} \left( \int_0^{\pi/2} (\sin t)^{2mp} dt \right)^{-1} \geq \frac{\pi}{2} \cdot \frac{2}{\pi} = 1. \tag{22}$$

Из неравенств (21) и (22) получаем границу значений  $\alpha$ :

$$1 < \alpha < 2mp + 1. \tag{23}$$

Подставляя функцию  $\Phi_*$  в условие (14) приходим к неравенству

$$\left(\frac{nh}{\pi}\right)^\alpha \geq \int_0^{nh/2} (\sin t)_*^{2mp} dt \int_0^{\pi/2} (\sin t)^{2mp} dt. \tag{24}$$

Полагая  $nh = \mu\pi$  ( $0 \leq \mu < \infty$ ), неравенство (24) запишем в виде

$$\mu^\alpha \geq \int_0^{\mu\pi/2} (\sin t)_*^{2mp} dt \left( \int_0^{\pi/2} (\sin t)^{2mp} dt \right)^{-1}. \tag{25}$$

Предложенная формула (20) для  $\alpha = \alpha(m, p)$  есть результат приравнивания производных по  $\mu$  от левой и правой частей неравенства (25) при  $\mu = 1$ . С учётом формулы (22) неравенство (25) запишется в виде

$$\mu^\alpha \geq \frac{2\alpha}{\pi} \int_0^{\mu\pi/2} (\sin t)_*^{2mp} dt. \quad (26)$$

В [7] доказано, что при всех  $\mu \in \mathbb{R}$  неравенство (26) имеет место, а значит условия (14) при всех значениях  $\alpha$  из неравенства (23) выполняется, чем и завершаем доказательство теоремы.

**Следствие.** Для любых  $m, n, r \in \mathbb{N}$ ,  $1/(2r) < p \leq 2$  справедливы равенства

$$\lambda_n(W_{2,p}^{(2r)}(\Omega_m, \Phi); L_{2,\mu}) = \mathcal{E}_{n-1}(W_{2,p}^{(2r)}(\Omega_m, \Phi))_{2,\mu} = 2^{-m} \cdot \pi^{\alpha-1/p} \cdot \alpha^{1/p} \cdot n^{-2r-\alpha+\frac{1}{p}}.$$

Используя схему рассуждений, приведенную в [9], легко доказать следующее утверждение.

**Теорема 2.** Пусть  $m, n, r \in \mathbb{N}$ ,  $1/(2r) < p \leq 2$ . Если функция  $\Phi$  при любом  $h \in (0, \pi]$  удовлетворяет условию (14) теоремы 1, то для всех  $s = 0, 1, \dots, r$  справедливы равенства

$$\begin{aligned} & \sup\{\mathcal{E}_{n-1}(D^s f)_{2,\mu} : f \in W_{2,p}^{2r}(\Omega_m, \Phi)\} = \\ & = 2^{-\left(m+\frac{1}{p}\right)} \cdot n^{-2(r-s)+\frac{1}{p}} \left( \int_0^{\pi/2} (\sin t)^{mp} dt \right)^{-1/p} \Phi(\pi/n). \end{aligned}$$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Чертова Д.В. Теоремы Джексона в пространствах  $L_p$ ,  $1 \leq p \leq 2$  с периодическим весом Якоби. Известия ТулГУ. Естественные науки, 2009, вып.1, с. 5-27.
2. Кук Во Тхи. Операторы обобщённого сдвига в пространствах  $L_p$  на торе с весом Якоби и их применение. Известия ТулГУ. Естественные науки, 2012, вып.1, с. 17-43.
3. Иванов А.В., Иванов В.И. Теория Данкля и теорема Джексона в пространстве  $L_2(\mathbb{R}^d)$  со степенным весом. Труды ИММ УрО РАН, 2010, т. 16, №4, с. 180-192.
4. Вакарчук С.Б. О неравенствах типа Джексона в  $L_2$  и точных значениях  $n$ -поперечников функциональных классов. Укр. мат. вісник, 2006, т. 3, №1, с. 116-133.
5. Абилов В.А., Абилова Ф.В. Об одной квадратурной формуле. ЖВМ и МФ, 2002, т.42, №4, с. 451-458.
6. Никольский С.М. Приближение функций многих переменных и теорема вложения. М.: Наука, 1969, 480 с.
7. Шабозов М.Ш., Тухлиев К.  $K$ -функционалы и точные значения  $n$ -поперечников некоторых классов из  $L_2((1-x^2)^{-1/2}; [-1, 1])$ . Изв. ТулГУ. Естест. науки, 2014, вып.1, ч. 1, с. 83-97.

8. Тихомиров В.М. Некоторые вопросы теории приближений. М.: МГУ, 1976, 325 с.  
 9. Pinkus A.  $n$ -Widths in Approximation Theory. Berlin: SpringerVerlag, 1985, 292 p.

Ҷ.Х.БЕКНАЗАРОВ

**ОИД БА НАЗДИККУНИИ БЕҲТАРИНИ ФУНКСИЯҲО БО ЁРИИ  
 СУММАҲОИ ФУРЬЕ-ЧЕБИШЁВ ВА ҚУТРҲОИ БАЪЗЕ СИНФҲОИ  
 ФУНКСИЯҲО**

*Донишгоҳи давлатии Хуҷанд ба номи Б.Ғафуров*

Дар фазои гилбертии  $L_{2,\mu}[-1,1]$  бо вазни Чебишёв  $\mu(x) := (\sqrt{1-x^2})^{-1}$  нобаробарии аниқи намуди Чексон-Стечкин барои модули бефосилагии махсуси тартиби  $m$ , ки бо формулаҳои рекуррентӣ аз функсияҳои Стеклов ҳосил карда шудааст, ёфта шудаанд. Барои баъзе синфҳои функсияҳо қиматҳои аниқи  $n$ -қутрҳо ҳисоб карда шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** наздикунии беҳтарин, бисёраъзоги Чебишёв, модули бефосилаи умумикардашудаи тартиби  $m$ , коэффисенти Фурье-Чебишёв,  $n$ -қутрҳо.

J.KH.BEKNAZAROV

**THE BEST APPROACH FUNCTION SUMS FOURIER-CHEBYSHEV AND  
 DIAMETERS SOME FUNCTION CLASSES**

*B.Gafurov Khugand State University*

In the Hilbert space  $L_{2,\mu}[-1,1]$  including Chebeshev's weight  $\mu(x) = (\sqrt{1-t^2})^{-1}$  were found exact inequalities of Jackson-Stechkin for special module continuity  $m$ 's order, received recurrent's formula from Steklov function. For some of classes function exact value of different  $n$ -widths are found.

**Key words:** best approximation, Chebyshev polynomials, generalized modulus of continuity of  $m$ -th order, Chebyshev-Fourier coefficients,  $n$ -widths.

УДК 517.5

У.Х.КОНУНОВА

**О ПРИБЛИЖЕНИИ НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ ЛИНЕЙНЫМИ  
ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫМИ СПЛАЙНАМИ (ЛОМАНЫМИ)**

*Хорогский государственный университет им. М.Назаршоева  
Поступила в редакцию 27.05.2016 г.*

*В работе некоторые известные результаты об одновременном приближении функций и их производных первого порядка линейными интерполяционными сплайнами переносятся на пространство  $L_p[0,1]$ ,  $1 \leq p \leq \infty$ .*

**Ключевые слова:** линейные интерполяционные сплайны, модуль непрерывности, классы функций.

Линейные интерполяционные сплайны (ломанные) в качестве приближающего аппарата использовались в ряде работ [1-3], где для некоторых классов функций найдены точные оценки погрешности в равномерной метрике  $C[0,1]$  и в пространстве  $L_p[0,1]$ ,  $1 \leq p < \infty$ .

Напомним, что функцию  $S_1(x)$  называют сплайном первой степени на сетке

$$\Delta_n : 0 = x_0 < x_1 < \dots < x_{n-1} < x_n = 1,$$

если она непрерывна на отрезке  $[0,1]$  и совпадает с линейной функцией на каждом из частичных отрезков  $[x_{k-1}, x_k]$  ( $k = \overline{1, n}$ ). Пусть на  $[0,1]$  задана непрерывная функция  $f(x)$  и сплайн  $S_1(x) := S_1(f; x)$  интерполирует  $f$  в узлах равномерной сетки  $x_k = k/n$ , то есть  $S_1(f; x_k) = f(x_k)$  ( $k = \overline{0, n}$ ). В этом случае функцию  $S_1(f; x)$  называют линейным интерполяционным сплайном.

---

*Адрес для корреспонденции:* Конунова Умригул Худобахиовна. 736000, Республика Таджикистан, г.Хорог, ул.Ленина, 28, Хорогский государственный университет. E-mail: umrkonun@mail.ru



Обозначим через  $C[0,1]$  класс непрерывных на отрезке  $[0,1]$  функций  $f(x)$ , а через  $H^\omega[0,1]$  – класс функций  $f \in C[0,1]$  таких, которые для любых двух точек  $x', x'' \in [0,1]$  удовлетворяет условию

$$|f(x') - f(x'')| \leq \omega(|x' - x''|),$$

где  $\omega(\delta)$  – заданный модуль непрерывности, то есть непрерывная неубывающая полуаддитивная функция, в нуле равная нулю, а через  $W^{(1)}H^\omega[0,1]$  – класс функций  $f \in C^{(1)}[0,1]$ , модуль непрерывности первой производной  $\omega(f', t)$  которых не превосходит модуля непрерывности  $\omega(t)$ .

В работах [1,2] В.Н.Малоземов доказал следующие две теоремы

**Теорема А.** Если  $\omega(t)$  – выпуклый модуль непрерывности, то

$$\sup \left\{ \|f - S_1(f)\|_{C[0,1]} : f \in H^\omega[0,1] \right\} = \omega\left(\frac{1}{2n}\right), \quad (1)$$

$$\sup \left\{ \|f - S_1(f)\|_{C[0,1]} : f \in W^{(1)}H^\omega[0,1] \right\} = \frac{1}{4} \int_0^{1/n} \omega(t) dt. \quad (2)$$

**Теорема В.** Для произвольного модуля непрерывности  $\omega(t)$

$$\sup \left\{ \|f'(x) - S_1'(f; x)\|_{C[0,1]} : f \in W^{(1)}H^\omega[0,1] \right\} = n \int_0^{1/n} \omega(t) dt. \quad (3)$$

В.Ф.Сторчай [3] перенёс утверждение (1) на пространство  $L_p[0,1] (p \geq 1)$ .

**Теорема С.** Если  $\omega(t)$  – выпуклый модуль непрерывности, то

$$\sup \left\{ \|f - S_1(f)\|_{L_p[0,1]} : f \in H^\omega[0,1] \right\} = \left( 2n \int_0^{1/(2n)} \omega^p(t) dt \right)^{1/p}. \quad (4)$$

Очевидно, что равенство (1) из (4) получается при  $p \rightarrow \infty$ .

В некоторых задачах аппроксимации требуется распространить равенства (2) и (3) в пространстве  $L_p[0,1], 1 \leq p < \infty$ . В этой заметке указанная задача решена без каких-либо условий относительно модуля непрерывности  $\omega(t)$ .

Заметим, что сплайн  $S_1(f; x)$ , интерполирующий функцию  $f(x)$  в точках  $x_k = k/n (k = \overline{0, n})$  на отрезке  $[x_{k-1}, x_k]$ , представим в виде

$$S_1(f; x) = H_{0,k}(x)f(x_{k-1}) + H_{1,k}(x)f(x_k) = \sum_{\mu=0}^1 H_{\mu,k}(x)f(x_{\mu+k-1}), \quad (5)$$

где

$$H_{0,k}(x) = n(x_k - x), \quad \sum_{\mu=0}^1 H_{\mu,k}(x) = 1. \quad (6)$$

Из (5) очевидно, что значения  $S_1(f; x)$  в фиксированной точке  $x \in [0, 1]$  определяются значениями  $f(x)$  в концах соответствующего отрезка  $[x_{k-1}, x_k]$ , куда оно попадает, поэтому погрешность интерполяции можно оценить локально на каждом из таких частичных отрезков. Нам потребуется следующая

**Лемма 1.** Пусть  $f \in C^{(1)}[0, 1]$ . Тогда в каждой точке  $x \in [0, 1]$  справедливо следующее интегральное представление погрешности

$$\begin{aligned} e_n(f; x) &:= f(x) - S_1(f; x) = \\ &= -\frac{1}{n} H_{0,k}(x) H_{1,k}(x) \int_0^1 [f'(x + t(x_k - x)) - f'(x + t(x_{k-1} - x))] dt. \end{aligned} \quad (7)$$

**Доказательство.** Рассмотрим значения  $f(x_{k-1}), f(x_k), f(x)$  функции, где  $x \in [x_{k-1}, x_k]$ . На основании интерполяционной формулы Ньютона значение  $f(x)$  выражается через значение  $f(x_{k-1})$  и разностные отношения  $f(x_{k-1}, x_k)$  и  $f(x_{k-1}, x_k, x)$  (см., например, монография [4, с.47]):

$$f(x) = f(x_{k-1}) + (x - x_{k-1})f(x_{k-1}, x_k) + (x - x_{k-1})(x - x_k)f(x_{k-1}, x_k; x) \quad (8)$$

Сумма первых двух слагаемых правой части равенства (8), кроме последнего, есть интерполяционный многочлен первой степени в ньютоновой форме, совпадающий со сплайном  $S_1(f; x)$  интерполирующей функции  $f(x)$  в узлах  $x_{k-1}$  и  $x_k$ . Поэтому последний член правой части (8) должен совпадать с остатком интерполирования:

$$e_n(f; x) := f(x) - S_1(f; x) = (x - x_{k-1})(x - x_k)f(x_{k-1}, x_k; x). \quad (9)$$

Но так как (см., например [4, с.49-50])

$$\begin{aligned} f(x_{k-1}, x_k; x) &= \frac{f(x, x_k) - f(x, x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}} = n[f(x, x_k) - f(x, x_{k-1})] = \\ &= n \int_0^1 [f'(x + t(x_k - x)) - f'(x + t(x_{k-1} - x))] dt, \end{aligned}$$

то равенство (9) в силу (6) приобретает вид

$$\begin{aligned}
e_n(f; x) &:= n(x - x_{k-1})(x - x_k) \int_0^1 [f'(x + t(x_k - x)) - f'(x + t(x_{k-1} - x))] dt = \\
&= -\frac{1}{n} H_{0,k}(x) H_{1,k}(x) \int_0^1 [f'(x + t(x_k - x)) - f'(x + t(x_{k-1} - x))] dt,
\end{aligned}$$

чем и завершаем доказательство леммы 1.

**Лемма 2.** Пусть  $f \in C^{(1)}[0, 1]$ . Тогда в каждой точке  $x \in [x_{k-1}, x_k]$  справедливо интегральное представление

$$\begin{aligned}
e'_n(f; x) &:= f'(x) - S'_1(f; x) = \\
&= \sum_{\mu=0}^1 H_{\mu,k}(x) \int_0^1 [f'(x) - f'(x + t(x_{k-\mu} - x))] dt. \tag{10}
\end{aligned}$$

**Доказательство.** В силу представления (5) и равенства (6) очевидно, что производная  $S'(f; x)$  определена для  $x \neq x_k (k = \overline{0, n})$ . Следуя работе [2], доопределим производную  $S'(f; x)$  на всем отрезке  $[0, 1]$ , положив

$$S'_1(f; x_k) = n[f(x_k) - f(x_{k-1})], \quad k = \overline{1, n-1};$$

$$S'_1(f; 1) = n[f(1) - f(x_{n-1})].$$

Используя определение и свойства разделённых разностей функции  $f(x)$  для  $x \in [x_{k-1}, x_k] (k = \overline{1, n})$ , запишем

$$\begin{aligned}
e'_n(f; x) &= f'(x) - S'_1(f; x) = f'(x) - x[f(x_k) - f(x_{k-1})] = \\
&= f'(x) - n(x_k - x) \frac{f(x_k) - f(x)}{x_k - x} - n(x - x_{k-1}) \frac{f(x) - f(x_{k-1})}{x - x_{k-1}} = \\
&= f'(x) - H_{0,k}(x) f(x_k, x) - H_{1,k}(x) f(x_{k-1}, x) = \\
&= f'(x) - \sum_{\mu=0}^1 H_{\mu,k}(x) f(x_{k-\mu}, x). \tag{11}
\end{aligned}$$

Представляя разделённо-разностные отношения в интегральной форме, с учётом тождества (6),  $e'(f; x)$  перепишем в виде

$$e'_n(f; x) = \sum_{\mu=0}^1 H_{\mu,k}(x) \int_0^1 [f'(x) - f'(x + t(x_{k-\mu} - x))] dt,$$

откуда и следует утверждение леммы 2. Имеет место следующая

**Теорема 1.** Пусть  $\omega(t)$  – произвольный модуль непрерывности. Тогда для  $p \in [1, +\infty)$  справедливо неравенство

$$\begin{aligned} & \sup \left\{ \|f - S_1(f)\|_{L_p[0,1]} : f \in W^{(1)}H^\omega[0,1] \right\} \leq \\ & \leq \left( \frac{\Gamma^2(p+1)}{\Gamma(2p+2)} \right)^{1/p} \cdot \frac{1}{\sqrt[p]{n}} \left( \int_0^{1/n} \omega^p(t) dt \right)^{1/p}, \quad \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1, \quad 1 \leq q \leq \infty. \end{aligned} \quad (12)$$

**Доказательство.** Воспользуясь утверждением леммы 1 для любой точки  $x \in [x_{k-1}, x_k]$  и произвольной функции  $f \in C^{(1)}[0,1]$ , имеем:

$$\begin{aligned} |e_n(f; x)| & \leq |f(x) - S_1(f; x)| \leq \\ & \leq \frac{1}{n} H_{0,k}(x) H_{1,k}(x) \int_0^1 |f'(x+t(x_k-x)) - f'(x+t(x_{k-1}-x))| dt. \end{aligned}$$

Применяя к интегралу в правой части неравенство Гёльдера для интегралов, согласно определению модуля непрерывности, получаем

$$\begin{aligned} |e_n(f; x)| & \leq \\ & \leq \frac{1}{n} H_{0,k}(x) H_{1,k}(x) \left( \int_0^1 |f'(x+t(x_k-x)) - f'(x+t(x_{k-1}-x))|^p dt \right)^{1/p} \leq \\ & \leq \frac{1}{n} H_{0,k}(x) H_{1,k}(x) \left( \int_0^1 \omega^p(f'; t(x_k-x_{k-1})) dt \right)^{1/p} = \\ & = \frac{1}{n} H_{0,k}(x) H_{1,k}(x) \left( n \int_0^{1/n} \omega^p(f'; t) dt \right)^{1/p} = \\ & = n(x_k-x)(x-x_{k-1}) \left( n \int_0^{1/n} \omega^p(f'; t) dt \right)^{1/p}, \quad 1 \leq p < \infty. \end{aligned} \quad (13)$$

Из (13) для произвольной  $f \in W^{(1)}H^\omega[0,1]$  будем иметь

$$\|e_n(f; x)\|_{L_p[0,1]}^p = \sum_{k=1}^n \int_{x_{k-1}}^{x_k} |e_n(f; x)|^p dx \leq$$

$$\begin{aligned}
&\leq \sum_{k=1}^n n^{p+1} \int_{x_{k-1}}^{x_k} (x_k - x)^p (x - x_{k-1})^p dx \int_0^{1/n} \omega^p(f'; t) dt = \\
&= \sum_{k=1}^n n^{p+1} h_k^{2p+1} \int_0^1 t^p (1-t)^p dt \int_0^{1/n} \omega^p(t) dt = \\
&= \frac{\Gamma^2(p+1)}{\Gamma(2p+2)} \cdot \frac{1}{n^p} \left( n \int_0^{1/n} \omega^p(t) dt \right).
\end{aligned}$$

Отсюда сразу следует неравенство

$$\|e_n(f; x)\|_{L_p[0,1]} \leq \left( \frac{\Gamma^2(p+1)}{\Gamma(2p+2)} \right)^{1/p} \cdot \frac{1}{\sqrt[p]{n}} \left( \int_0^{1/n} \omega^p(t) dt \right)^{1/p},$$

которое и завершает доказательство теоремы 1.

**Теорема 2.** Для произвольного модуля непрерывности  $\omega(t)$  при любом  $p \in [1, \infty)$  имеет место неравенство

$$\begin{aligned}
&\sup \left\{ \|f'(x) - S'_1(f; x)\|_{L_p[0,1]} : f \in W^{(1)}H^\omega[0,1] \right\} \leq \\
&\leq \sqrt[p]{\frac{2}{p+1}} \left( n \int_0^{1/n} \omega^p(t) dt \right)^{1/p}. \tag{14}
\end{aligned}$$

**Доказательство.** Так как для произвольной функции  $f \in C^{(1)}[0,1]$ , согласно утверждению леммы 2, имеет место равенство (10), то для произвольной  $x \in [x_{k-1}, x_k]$  ( $k = \overline{1, n}$ ) и любой функции  $f \in W^{(1)}H^\omega[0,1]$  с учётом неравенства Гёльдера

$$\left( \int_a^b |\varphi(x) + \psi(x)|^p dx \right)^{1/p} \leq \left( \int_a^b |\varphi(x)|^p dx \right)^{1/p} + \left( \int_a^b |\psi(x)|^p dx \right)^{1/p}, \quad 1 \leq p \leq \infty$$

имеем:

$$\begin{aligned}
&\|e_n(f; x)\|_{L_p[x_{k-1}, x_k]}^p = \|f'(x) - S'_1(f; x)\|_{L_p[x_{k-1}, x_k]}^p = \\
&= \left\| \sum_{\mu=0}^1 H_{\mu,k}(x) \int_0^1 [f'(x) - f'(x + t(x_{k-\mu} - x))]^p dt \right\|_{L_p[x_{k-1}, x_k]}^p \leq
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\leq \int_{x_{k-1}}^{x_k} |H_{0,k}(x)|^p \left( \int_0^1 |f'(x) - f'(x+t(x_k-x))| dt \right)^p dx + \\
&+ \int_{x_{k-1}}^{x_k} |H_{1,k}(x)|^p \left( \int_0^1 |f'(x) - f'(x+t(x_{k-1}-x))| dt \right)^p dx \leq \\
&\leq \left\{ \int_{x_{k-1}}^{x_k} |H_{0,k}(x)|^p dx + \int_{x_{k-1}}^{x_k} |H_{1,k}(x)|^p dx \right\} \left( n \int_0^1 \omega^p(t) dt \right)^p \leq \\
&\leq \frac{2}{(p+1)n} \left( n \int_0^1 \omega(t) dt \right)^p \leq \frac{2}{(p+1)n} \left( n \int_0^1 \omega^p(t) dt \right). \tag{15}
\end{aligned}$$

При выведении правой части (15) воспользовались элементарным неравенством

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b |g(x)| dx \leq \left( \frac{1}{b-a} \int_a^b |g(x)|^p dx \right)^{1/p}, \quad 1 \leq p \leq \infty.$$

Используя неравенство (15), получаем

$$\begin{aligned}
&\|f'(x) - S'_1(f; x)\|_{L_p[0,1]}^p = \sum_{k=1}^n \|f'(x) - S'_1(f; x)\|_{L_p[x_{k-1}, x_k]}^p \leq \\
&\leq \sum_{k=1}^n \frac{2}{(p+1)n} \left( n \int_0^1 \omega^p(t) dt \right) = \frac{2}{p+1} \left( n \int_0^1 \omega^p(t) dt \right),
\end{aligned}$$

или что то же

$$\|f'(x) - S'_1(f; x)\|_{L_p[0,1]} \leq \sqrt[p]{\frac{2}{p+1} \left( n \int_0^1 \omega^p(t) dt \right)^{1/p}},$$

откуда и вытекает соотношение (14). Теорема 2 доказана.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Малозёмов В.Н. К полигональной интерполяции. – Матем. заметки, 1967, т.1, №5, с. 537-540.
2. Малозёмов В.Н. Об отклонении ломаных. – Вестник ЛГУ, Математика, механика, астрономия, 1966, вып. 2, 5, с.150-153.
3. Сторчай В.Ф. Об отклонении ломаных в метрике  $L_p$ . – Матем. заметки, 1969, т.5, №1, с. 31-37.
4. Крылов В.И. Приближенное вычисление интегралов. – М.: Физматгиз, 1959, 327 с.

У.Х.КОНУНОВА

**ОИДИ НАЗДИККУНИИ ФУНКСИЯҲОИ БЕФОСИЛА БА ВОСИТАИ  
СПЛАЙНҲОИ ИНТЕРПОЛЯТСИОНИИ ХАТӢ (ХАТҲОИ ШИКАСТА)**

*Донишгоҳи давлатии Хоруг ба номи М.Назаршоев*

Дар мақола баъзе натиҷаҳои маълум оиди наздиккунии функсия ва ҳосилаи тартиби якуми он ба воситаи сплайнҳои интерполятсионии хаттӣ ба фазои  $L_p[0,1]$ ,  $1 \leq p \leq \infty$  оварда шудаанд.

**Калимаҳои калидӣ:** сплайнҳои интерполятсионии хаттӣ, модули бефосилагӣ, синфи функсияҳо.

U.Kh.KONUNOVA

**APPROXIMATION OF CONTINUOUS FUNCTIONS BY LINEAR  
INTERPOLATION SPLINES (POLYLINE)**

*M.Nazarshoev Khorog State University*

In this paper some old results on simultaneous approximation of functions and their derivatives of first order by linear interpolation splines are transferred to the space  $L_p[0,1]$ ,  $1 \leq p \leq \infty$ .

**Key words:** linear interpolation splines, modulus of continuity, classes of functions.

УДК.517.55

Н.УСМАНОВ, САЙХУНА ШАВКАТЗОДА\*

**СИНГУЛЯРНАЯ ГРАНИЧНАЯ ЗАДАЧА ЛИНЕЙНОГО СОПРЯЖЕНИЯ  
ДЛЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ТИПА**

*Филиал Московского института энергетики в г. Душанбе,*

*\*Таджикский педагогический институт в г. Пенджикент*

*Поступила в редакцию 02.09.2016 г.*

*Из исследования можно сделать вывод: число решений задачи в классе функций, ограниченных на контуре, не изменяется от наличия нулей у коэффициентов задачи и уменьшается на суммарный порядок всех полюсов. В частности, если индекс оказывается меньше суммарного порядка полюсов, то задача неразрешима в классах ограниченных функций.*

**Ключевые слова:** аналитическая функция, эллиптическая система, нуль, полюс, условия Гёльдера.

Для аналитических функций комплексного переменного известны две основные граничные задачи: это задачи Римана и Гильберта. Отметим, что И.Н.Векуа рассматривал граничную задачу типа задачи Гильберта для системы уравнений эллиптического типа, но совершенно не касается граничной задачи Римана [1]. Л.Г.Михайлов рассматривал граничную задачу Римана для системы эллиптического типа [2].

В исследовании Л.Г.Михайлова требовалось, чтобы коэффициент задачи Римана удовлетворял условию Гёльдера, что исключало возможность обращения его в бесконечность, и нигде не обращался в нуль. Здесь мы допускаем, что коэффициент задачи типа Римана в отдельных точках контура обращается в нуль или бесконечность целых порядков.

**1.** Рассматривается сингулярная граничная задача линейного сопряжения для системы уравнений эллиптического типа.

---

*Адрес для корреспонденции:* Усманов Нурулло. 734067, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. М.Турсунзода, 82, Филиал МЭИ в г.Душанбе. E-mail: fiet-2012@mail.ru;  
Сайхуна Шавкатзода. 735500, Республика Таджикистан, г. Пенджикент, пр. Рудаки, 102, Таджикский педагогический институт в г. Пенджикент. E-mail: barotova58@mail.ru



Пусть  $U(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ , где  $u(x, y)$ ,  $v(x, y)$  удовлетворяют системе:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} = f(x, y), \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = g(x, y). \end{cases} \quad (1)$$

Эта система в комплексной форме записывается в виде

$$\frac{\partial U}{\partial \bar{z}} = \Psi(z).$$

Если частные производные  $\frac{\partial u}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial v}{\partial y}$  являются непрерывными, то мы вводим обо-

значение

$$\frac{\partial U}{\partial \bar{z}} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial x} + i \frac{\partial v}{\partial y} \right).$$

Обобщением является определение  $\frac{\partial U}{\partial \bar{z}}$  как

$$\lim_{D \rightarrow 0} \frac{1}{2iD} \int_{\Gamma} U(z) dz \quad (\text{см}[1]).$$

Если  $\frac{\partial U}{\partial \bar{z}}$  существует и непрерывна, то  $U(z)$  регулярна или принадлежит классу  $C_{\bar{z}}$ . В

[1] рассматривается существенно важный пример функции класса  $C_{\bar{z}}$

$$F(z) = -\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{\Psi(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta,$$

здесь  $\zeta = \xi + i\eta$ ,  $d\zeta = d\xi \cdot d\eta$ ,  $\Psi(\zeta) = \Psi(\xi, \eta)$ ,  $D$  – область, ограниченная контуром

$\Gamma$ . Если  $\Psi(\zeta)$  существует и непрерывна, то  $F(z)$  обладает следующими свойствами:

1.  $F(z)$  принадлежит классу  $C_{\bar{z}}(D + \Gamma)$ , причём  $\frac{\partial F}{\partial \bar{z}} = \Psi(z)$ .
2.  $F(z)$  непрерывна во всей плоскости.
3.  $F(z)$  аналитическая вне  $D + \Gamma$  (то есть в  $D^-$ ).
4.  $F(\infty) = 0$ .
5.  $|F(z_1) - F(z_2)| < A|z_2 - z_1| \cdot |lg|z_2 - z_1||$ .

то есть  $F(z)$  удовлетворяет условию Гёльдера (условию Н) с показателем как угодно близким к единице. Этим свойством обладает всякая функция класса  $C_{\bar{z}}$ . Из свойства 1 следует, что  $F(z)$  является одним из решений (1). Полагая в (1)  $U(z) = \Phi(z) + F(z)$ , где  $\Phi(z)$  произвольная аналитическая функция, получим

$$\frac{\partial U}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{z}} + \frac{\partial F}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{z}} + \Psi(z), \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{z}} = 0$$

всюду в  $D$ , то есть если  $\Phi(z) = u + iv$  есть аналитическая функция, то

$$\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0.$$

$$U(z) = \Phi(z) + F(z). \quad (2)$$

Это общее решение (или представление) всех регулярных в  $D$  решений (1).

Теперь мы переходим к сингулярной граничной задаче.

**Задача.** Найти пару функций:  $U^+(z)$  – регулярное решение (1) в  $D^+$ ,  $U^-(z)$  – аналитическую в  $D^-$  и имеющую конечный порядок на бесконечности, по условию на контуре

$$U^+(t) = \frac{\prod_{k=1}^{\mu} (t - \alpha_k)^{m_k}}{\prod_{j=1}^{\nu} (t - \beta_j)^{p_j}} G_1(t) \cdot U^-(t) + C(t), \quad (3)$$

здесь:  $\alpha_k (k = 1, 2, \dots, \mu)$ ;  $\beta_j (j = 1, 2, \dots, \nu)$  – некоторые точки контура;  $m_k, p_j$  – целые положительные числа;  $G_1(t), C(t)$  – функции класса Н  $G_1(t) \neq 0$ . Точки  $\alpha_k$  будут нулями функции  $G(t)$ . Точки  $\beta_j$  будем называть её полюсами. Обозначим

$$Ind G_1(t) = \mathfrak{a}; \quad m = \sum_{k=1}^{\mu} m_k, \quad p = \sum_{j=1}^{\nu} p_j.$$

Решение будем искать в классе функций, ограниченных на контуре.

Подставляя (2) в (3)  $U^+(t) = \Phi^+(t) + F(t)$ ,  $U^-(t) = \Phi^-(t) + F(t)$ , получаем

$$\Phi^+(t) + F(t) = \frac{\prod_{k=1}^{\mu} (t - \alpha_k)^{m_k}}{\prod_{j=1}^{\nu} (t - \beta_j)^{p_j}} G_1(t) [\Phi^-(t) + F(t)] + C(t) \quad (4)$$

Так как  $F(z)$  аналитическая в  $D^-$ , то положим

$$\Phi_1^-(t) = \Phi^-(t) + F(t). \quad (5)$$

Краевое условие (4) можно записать в следующем виде:

$$\Phi^+(t) = \frac{\prod_{k=1}^{\mu} (t - \alpha_k)^{m_k}}{\prod_{j=1}^{\nu} (t - \beta_j)^{p_j}} G_1(t) \Phi_1^-(t) + C(t) - F(t). \quad (6)$$

Запишем краевое условие (6) в виде

$$\prod_{j=1}^{\nu} (t - \beta_j)^{p_j} \frac{\Phi^+(t)}{\chi^+(t)} = \prod_{k=1}^{\mu} (t - \alpha_k)^{m_k} \frac{\Phi^-(t)}{\chi^-(t)} + \prod_{j=1}^{\nu} (t - \beta_j)^{p_j} \frac{[C(t) - F(t)]}{\chi^+(t)},$$

здесь

$$G_1(t) = \frac{\chi^+(t)}{\chi^-(t)}.$$

Функция

$$\prod_{j=1}^{\nu} (t - \beta_j)^{p_j} [C(t) - F(t)]$$

будет интегрируемой. Заменяем её разностью краевых значений аналитических функций

$$\prod_{j=1}^{\nu} (t - \beta_j)^{p_j} [C(t) - F(t)] = \Psi^+(t) - \Psi^-(t),$$

где

$$\Psi(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \prod_{j=1}^{\nu} (\tau - \beta_j)^{p_j} \frac{[C(\tau) - F(\tau)]}{\chi^+(\tau)} \frac{d\tau}{\tau - z}.$$

Приведём краевое условие к виду

$$\prod_{j=1}^{\nu} (t - \beta_j)^{p_j} \frac{\Phi^+(t)}{\chi^+(t)} - \Psi^+(t) = \prod_{k=1}^{\mu} (t - \alpha_k)^{m_k} \frac{\Phi^-(t)}{\chi^-(t)} - \Psi^-(t).$$

Для применимости дальнейшей теории нужно потребовать, чтобы функции  $G_1(t)$  и

$$\prod_{j=1}^{\nu} (t - \beta_j)^{p_j} [C(t) - F(t)]$$

в сингулярных точках были дифференцируемые достаточное число раз.

Построим многочлен  $Q(z)$ , удовлетворяющий следующим условиям:

$$Q^{(i)}(\beta_j) = \Psi^{+(i)}(\beta_j) \quad (i = 0, 1, \dots, p_{j-1}; j = 1, 2, \dots, \nu),$$

$$Q^{(l)}(\alpha_k) = \Psi^{-(l)}(\alpha_k) \quad (l = 0, 1, \dots, m_{k-1}; k = 1, 2, \dots, \mu),$$

где  $\Psi^{+(i)}(\beta_j)$ ,  $\Psi^{-(l)}(\alpha_k)$  – значения производных  $i$ -го и  $l$ -го порядков в соответствующих точках.

Таким образом,  $Q(z)$  есть интерполяционный многочлен Эрмита для функции

$$\Psi(z) = \begin{cases} \Psi^+(z) & \text{в точках } \beta_j, \\ \Psi^-(z) & \text{в точках } \alpha_k \end{cases}$$

с узлами интерполяции  $\beta_j$ ,  $\alpha_k$  кратностей соответственно  $p_j$ ,  $m_k$ .

Известно, что такой многочлен определяется единственным образом и его степень  $\rho$  равна  $\rho = m + p - 1$ .

Для построения общего решения неоднородной задачи (6) воспользуемся тем, что это общее решение складывается из некоторого частного решения неоднородной задачи и общего решения однородной. Запишем краевое условие однородной задачи (6) в виде

$$\frac{\Phi^+(t)}{\chi^+(t) \prod_{k=1}^{\mu} (t - \alpha_k)^{m_k}} = \frac{\Phi_1^-(t)}{\chi^-(t) \prod_{j=1}^{\nu} (t - \beta_j)^{p_j}}.$$

Точки  $\alpha_k$ ,  $\beta_j$  не могут быть особыми точками единой аналитической функции, так как это противоречило бы предположению об ограниченности  $\Phi^+(t)$  и  $\Phi^-(t)$ . Следовательно, единственной возможной особенностью является бесконечно удалённая точка. Порядок на бесконечности  $\chi^-(z)$  есть  $a$ , а порядок

$$\prod_{j=1}^{\nu} (t - \beta_j)^{p_j}$$

равен  $-p$ . Отсюда порядок на бесконечности

$$\frac{\Phi_1^-(z)}{\chi^-(z)}$$

есть  $-a + p$ . При  $a - p \geq 0$  согласно обобщённой теореме Лиувилля

$$\frac{\Phi^+(z)}{\chi^+(z) \prod_{k=1}^{\mu} (z - \alpha_k)^{m_k}} = \frac{\Phi_1^-(z)}{\chi^-(z) \prod_{j=1}^{\nu} (z - \beta_j)^{p_j}} = P_{\alpha-p}(z),$$

откуда

$$\begin{aligned} \Phi^+(z) &= \chi^+(z) \prod_{k=1}^{\mu} (z - \alpha_k)^{m_k} P_{\alpha-p}(z), \\ \Phi^-(z) &= \chi^-(z) \prod_{j=1}^{\nu} (z - \beta_j)^{p_j} P_{\alpha-p}(z) - F(z). \end{aligned} \quad (7)$$

Построим некоторые частные решения неоднородной задачи:

$$Y^+(z) = \chi^+(z) \frac{\Psi^+(z) - \mathcal{Q}_\rho(z)}{\prod_{j=1}^{\nu} (z - \beta_j)^{p_j}}, \quad Y^-(z) = \chi^-(z) \frac{\Psi^-(z) - \mathcal{Q}_\rho(z)}{\prod_{k=1}^{\mu} (z - \alpha_k)^{m_k}}. \quad (8)$$

Используя формулы (7) и (8), получим общее решение неоднородной задачи (6).

$$\begin{aligned} \Phi^+(z) &= Y^+(z) + \chi^+(z) \prod_{k=1}^{\mu} (z - \alpha_k)^{m_k} P_{\alpha-p}(z), \\ \Phi^-(z) &= Y^-(z) + \chi^-(z) \prod_{j=1}^{\nu} (z - \beta_j)^{p_j} P_{\alpha-p}(z) - F(z). \end{aligned}$$

Решения, имеющие конечный порядок на бесконечности

$$\begin{aligned} U^+(z) &= Y^+(z) + \chi^+(z) \prod_{k=1}^{\mu} (z - \alpha_k)^{m_k} P_{\alpha-p}(z) + F(z), \\ U^-(z) &= Y^-(z) + \chi^-(z) \prod_{j=1}^{\nu} (z - \beta_j)^{p_j} P_{\alpha-p}(z) + F(z). \end{aligned}$$

В случае, если  $\alpha - p < 0$ , нужно положить  $P_{\alpha-p}(z) = 0$ . Порядок  $Y^-(z)$  в (8) на бесконечности равен  $\alpha - p + 1$ . Если  $\alpha < p - 1$ , то имеет на бесконечно удалённой точке полюс и перестаёт быть решением задачи.

Однако, подчиняя свободный член  $p - \alpha - 1$  условиям, можно добиться повышения порядка на бесконечности функции  $Y(z)$  на  $p - \alpha - 1$  единиц и тем самым вновь сделать  $Y(z)$  решением неоднородной задачи. Для этого необходимо и достаточно, чтобы в разложении функции  $\Psi(z) - \mathcal{Q}_\rho(z)$  в окрестности бесконечно удалённой точки первые  $p - \alpha - 1$  коэффициентов обращались в нуль. Это и даёт  $p - \alpha - 1$  условий разрешимости задачи в этом случае. Разложение  $\Psi(z) - \mathcal{Q}_\rho(z)$  можно представить в виде

$$\begin{aligned} \Psi(z) - Q_\rho(z) = & -C_\rho z^\rho - C_{\rho-1} z^{\rho-1} - \dots - \\ & -C_0 + C_{-1} z^{-1} + C_{-2} z^{-2} + \dots + C_{-k} z^{-k} + \dots, \end{aligned}$$

где  $C_0, C_1, \dots, C_\rho$  – коэффициенты многочлена  $Q_\rho(z)$ , а  $C_{-k}$  – коэффициенты разложения функции  $\Psi(z)$ .

Вышеуказанные условия разрешимости будут иметь вид

$$C_\rho = C_{\rho-1} = \dots = C_{\rho-p+\alpha+2} = 0.$$

Для исследования решений, исчезающих на бесконечности, заметим, что  $\Psi(\infty) = 0$ ,  $F(\infty) = 0$ ,  $[\chi(z)]_{z=\infty} = 0(z^{p-\alpha})$ .

- 1) если  $\alpha - p > 0$ , то решений в этом случае содержит  $\alpha - p$  произвольных постоянных;
- 2) если  $\alpha - p = 0$ , тогда решение единственно;
- 3) если  $\alpha - p < 0$ , то тогда решение имеет на бесконечности полюс порядка  $|\alpha - p| + 1$ , а аннулирование его приводит к условиям:

$$\int_L \prod_{j=1}^{\nu} (t - \beta_j)^{p_j} \frac{[C(t) - F(t)]}{\chi^+(t)} \cdot t^k dt = 0, \quad k = 0, 1, \dots, (\alpha - p) - 1.$$

**2.** Рассматривается сингулярная граничная задача линейного сопряжения для системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} = a \cdot u + b \cdot v \\ \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = a \cdot u + a \cdot v \end{cases} \quad (9)$$

Эта система в комплексной форме записывается в виде

$$\frac{\partial U}{\partial \bar{z}} = A(z) \cdot U(z)$$

Из [1] нам известно общее представление всех регулярных в  $D$  решений (7)

$$U = \Phi(z) \cdot e^{\omega(z)}, \quad (10)$$

где  $\Phi(z)$  произвольная аналитическая в  $D^+$  функция, а

$$\omega(z) = -\frac{1}{\pi} \iint_B \frac{A(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta.$$

Если  $A(\zeta)$  существует и непрерывна, то свойства  $\omega(z)$  точно такие, как свойства 1-5 для  $F(z)$ .

Сформулируем теперь сингулярную граничную задачу.

**Задача.** Найти пару функций:  $U^+(z)$  – регулярное решение (9) в  $D^+$ ,  $U^-(z)$  аналитическую в  $D^-$  и имеющую конечный порядок на бесконечности, по условию на контуре  $\Gamma$

$$U^+(t) = \frac{\prod_{k=1}^{\mu} (t - \alpha_k)^{m_k}}{\prod_{j=1}^{\nu} (t - \beta_j)^{p_j}} G_1(t) \cdot U^-(t) + C(t) \quad (11)$$

Подставляя из  $U(z) = \Phi(z) \cdot e^{\omega(z)}$ , где  $\Phi(z)$  аналитическая в  $D$ , а

$$\omega(z) = -\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{A(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta,$$

$U^+(t)$ ,  $U^-(t)$  в краевое условие получим

$$\Phi^+(t) e^{\omega(t)} = \frac{\prod_{k=1}^{\mu} (t - \alpha_k)^{m_k}}{\prod_{j=1}^{\nu} (t - \beta_j)^{p_j}} G_1(t) \Phi^-(t) e^{\omega(t)} + C(t)$$

или

$$\Phi^+(t) = \frac{\prod_{k=1}^{\mu} (t - \alpha_k)^{m_k}}{\prod_{j=1}^{\nu} (t - \beta_j)^{p_j}} G_1(t) \Phi^-(t) + C(t) e^{-\omega(t)}, \quad (12)$$

$$C(t) e^{-\omega(t)} = \Psi^+(t) - \Psi^-(t). \quad (\text{см. [1] стр. 229}), \quad (13)$$

где

$$\Psi(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{C(t) e^{-\omega(t)}}{t - z} dt.$$

Все решения (12), имеющие конечный порядок на бесконечности, даются формулой

$$U^+(z) = [Y^+(z) + \chi^+(z)P_{\alpha-p}(z)]e^{\omega(z)},$$

$$U^-(z) = [Y^-(z) + \chi^-(z)P_{\alpha-p}(z)]e^{\omega(z)}.$$

Анализ решений, исчезающих на бесконечности, приводит к следующим выводам:

- если  $\alpha - p > 0$ , то решение содержит  $\alpha - p$  произвольных постоянных;
- если  $\alpha - p = 0$ , то решение единственно;
- если  $\alpha - p < 0$ , то задача имеет решение только при выполнении условий:

$$\int_L \frac{C(t)e^{-\omega(t)}}{\chi^+(t)} \cdot t^k dt = 0, \quad k = 0, 1, \dots, -\alpha - 1.$$

**3.** Рассматривается сингулярная граничная задача для системы уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} = a \cdot u + b \cdot v + f \\ \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x} = -b \cdot u + a \cdot v + g \end{cases} \quad (14)$$

Эта система в комплексной форме записывается в виде

$$\frac{\partial U}{\partial \bar{z}} = A(z) \cdot U(z) + B(z).$$

Положим в (12)  $U(z) = U_1(z) \cdot e^{\omega(z)}$ , где

$$\omega(z) = -\frac{1}{\pi} \iint_B \frac{A(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta, \quad \frac{\partial U}{\partial \bar{z}} = \frac{\partial U_1}{\partial \bar{z}} e^{\omega} + U_1 \frac{\partial \omega}{\partial \bar{z}} = e^{\omega} \left( \frac{\partial U_1}{\partial \bar{z}} + A U_1 \right)$$

(см [3], стр 26).

Подставляя в (12), получим  $\frac{\partial U_1}{\partial \bar{z}} = B(z) \cdot e^{-\omega(z)}$  уравнение типа (1)

$$U_1(z) = -\frac{1}{\pi} \iint_B \frac{B(\zeta) \cdot e^{-\omega(\zeta)}}{\zeta - z} d\zeta + \Phi(z)$$

Таким образом мы получаем общее представление решений (12)

$$U(z) = e^{\omega(z)} [F(z) + \Phi(z)], \quad (15)$$

здесь



$$F(z) = -\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{B(\zeta) \cdot e^{-\omega(z)}}{\zeta - z} d\zeta, \quad \omega(z) = -\frac{1}{\pi} \iint_D \frac{A(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta,$$

$\Phi(z)$  – произвольная аналитическая функция. Если  $B(\zeta) \cdot e^{-\omega(z)}$  и  $A(\zeta)$  – существует и непрерывна, то  $F(z)$  и  $\omega(z)$  обладают свойствами 1-5 из (1).

Теперь сформулируем граничную задачу.

**Задача.** Найти квазикусочно голоморфную функцию  $U(z)$ , имеющую конечный порядок на бесконечности, по условию на контуре:

$$U^+(t) = \frac{\prod_{k=1}^{\mu} (t - \alpha_k)^{m_k}}{\prod_{j=1}^{\nu} (t - \beta_j)^{p_j}} G_1(t) \cdot U^-(t) + C(t)$$

Краевое условие с помощью  $U(z) = e^{\omega(z)} [F(z) + \Phi(z)]$

$$e^{\omega(t)} [F(t) + \Phi^+(t)] = \frac{\prod_{k=1}^{\mu} (t - \alpha_k)^{m_k}}{\prod_{j=1}^{\nu} (t - \beta_j)^{p_j}} G_1(t) [F(t) + \Phi^-(t)] e^{\omega(t)} + C(t)$$

или

$$\Phi^+(t) = \frac{\prod_{k=1}^{\mu} (t - \alpha_k)^{m_k}}{\prod_{j=1}^{\nu} (t - \beta_j)^{p_j}} G_1(t) \Phi_1^-(t) + C(t) e^{-\omega(t)} - F(t),$$

где  $\Phi_1^-(t) = F(t) + \Phi^-(t)$ .

Функция  $F(t) - C(t) e^{-\omega(t)}$  удовлетворяет условию Гёльдера. Заменим её разностью краевых значений аналитических функций

$$F(t) - C(t) e^{-\omega(t)} = \Psi^+(t) - \Psi^-(t),$$

где

$$\Psi(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{F(\tau) - C(\tau) e^{-\omega(\tau)}}{\chi^+(\tau)} \frac{d\tau}{\tau - z}.$$

Тогда краевое условие можно будет записать в виде

$$\Phi^+(t) - \Psi^+(t) = \frac{\prod_{k=1}^{\mu} (t - \alpha_k)^{m_k}}{\prod_{j=1}^{\nu} (t - \beta_j)^{p_j}} G_1(t) \Phi_1^-(t) - \Psi^-(t).$$

Решение будет иметь вид:

$$U^+(z) = [Y^+(z) + \chi^+(z) P_{\alpha-p}(z)] e^{\omega(z)},$$

$$U^-(z) = [Y^-(z) + \chi^-(z) P_{\alpha-p}(z)] e^{\omega(z)}.$$

Условие разрешимости будет

$$\Psi(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{F(t) - C(t)e^{-\omega(t)}}{\chi^+(t)(t-z)} \cdot t^k dt = 0, \quad k = 0, 1, \dots, -\alpha + p - 1$$

Анализ решений, исчезающих на бесконечности, приводит к следующим выводам:

- 1)  $\alpha - p > 0$ , решение содержит  $\alpha - p$  произвольных постоянных;
- 2)  $\alpha - p = 0$ , решение единственно;
- 3)  $\alpha - p < 0$ , решение существует только при выполнении  $|\alpha - p|$  дополнительных условий.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Векуа И.Н. Системы дифференциальных уравнений первого порядка эллиптического типа и граничные задачи с применением к теории оболочек. – Матем. сб., 1952, т.31(73), №2, с.217-314.
2. Михайлов Л.Г. Краевая задача Римана для системы уравнений эллиптического типа. – Уч. записки ТГУ. – Сталинабад, 1955, с.19-26.

Н.УСМОНОВ, САЙҲУНА ШАВКАТЗОДА\*

#### МАСЪАЛАИ КАНОРИИ СИНГУЛЯРИИ ХАТТИИ ҲАМРОҲШУДА БАРОИ СИСТЕМАИ МУОДИЛАҲОИ ЭЛЛИПТИКӢ

*Филиали Донишқадаи энергетикии Москва дар ш. Душанбе,  
\*Донишқадаи омӯзгории Тоҷикистон дар ш. Панҷакент*

Аз тадқиқот чунин хулоса бар меояд: шумораи ҳалҳои масъала дар синфи функсияҳои дар контур маҳдуд, аз нулҳои коэффисиент тағйир намеёбад, аммо ба суммаи қутбҳо кам мешавад. Дар ҳолати хусусӣ агар индекс аз суммаи қутбҳо кам бошад, масъала ҳалнашаванда мебошад.

**Калимаҳои калидӣ:** функсияи аналитикӣ, системаи эллиптикӣ, нул, қутб, шарти Гёлдер.

N.USMANOV, SAYHUNA SHAVKATZODA\*

**SINGULAR BOUNDARY VALUE PROBLEM OF LINER CONJUGATION FOR  
EQUATIONS TYPE OF ELLIPTIC SYSTEMS**

*Branch of Moscow Energy Institute in Dushanbe,  
\*Tajik Pedagogical Institute in Panjakent*

From below research we can make following conclusion: the number of solutions in functions classes, unbounded on the contour does not change on presence of conjugate zeros of problems coefficients and it decreases with summarized order of all poles. In particular if the index number is less then summarized order of poles, than the task is unresolvable.

**Key words:** analytic function, elliptic system, zero, pole, Holder condition

УДК 532.7; 532.133; 534.22

Д.М.АКДОДОВ

**ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ АКУСТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ  
РАСТВОРОВ ЭЛЕКТРОЛИТОВ**

*Таджикский национальный университет*

*Поступила в редакцию 20.06.2016 г.*

*На основе единой микроскопической теории с учетом вкладов трансляционных и структурных релаксационных процессов получены общие динамические выражения для скорости распространения и коэффициента поглощения сдвиговых и продольных волн, а также для тепловой волны в растворах электролитов.*

**Ключевые слова:** релаксационные процессы, скорость распространения сдвиговых волн, скорость распространения продольных волн, скорость распространения тепловых волн, коэффициент поглощения сдвиговых волн, коэффициент поглощения продольных волн, коэффициент поглощения тепловых волн.

Измерения скорости и поглощения звуковых волн дают информацию о структуре и о физическо-химических процессах, протекающих в растворах электролитов. Представляет большой интерес изучение теплофизических свойств растворов в широком интервале изменения термодинамических параметров и частоты внешнего воздействия, в частности корреляции динамически коэффициентов переноса и модулей упругости жидкостей и их растворов со скоростью звука и поглощения звука. Важность исследования корреляции заключается в том, что скорость и поглощения сдвиговых и продольных звуковых волн тесно связаны с характером теплового движения и других молекулярных процессов.

Интересной особенностью распространения звука в чистой воде и в водных растворах электролитов является то, что с ростом температуры скорость звука сначала растет, достигает максимума, а затем падает, однако в чистых жидкостях скорость звука убывает с ростом температуры [1]. Аналогичный эффект обнаружен в D<sub>2</sub>O. Максимум скорости звука в чистой воде объясняется на основе двухструктурной модели, в которой рас-

---

*Адрес для корреспонденции:* Акдодов Донаёр Мавлобахшович. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: donaer.a@mail.ru

смачивается равновесие между льдоподобной и более плотноупакованной структурами, концентрация которой возрастает с ростом температуры. Это приводит к уменьшению сжимаемости. Однако с ростом температуры возрастает среднее расстояние между молекулами в каждой структуре, что приводит к увеличению сжимаемости. Эти две противоположные тенденции приводят к минимуму сжимаемости, а следовательно, к максимуму скорости звука.

Следует отметить, что добавление солей в воду при средних концентрациях смещает температурную кривую скорости звука, не изменяя значительное её параболическую форму. Ионы нарушают преобладающие структуры и упорядоченность в растворителе, то есть они стремятся создать новую, более компактную структуру, в которой молекулы воды вблизи каждого иона ориентированы в электростатическом поле. Такая концентрация находится в качественном согласии с данными по скорости ультразвука [1,2].

Следует отметить, что при изучении релаксационных процессов в растворах электролитов с помощью измерения поглощения звука возможным осложнением является происходящая одновременно релаксация ионной атмосферы, связанная с некоторыми видами возмущений, может быть характеризована временами релаксации. Когда центральный ион движется, возникает асимметрия ионной атмосферы, так как для восстановления равновесного распределения в ионной атмосфере требуется конечное время. Возникающая асимметрия заряда создает тормозящую силу, действующую на центральный ион. Поэтому учет вклада релаксации ионной атмосферы в коэффициент поглощения звука является важным, так как взаимодействия, описываемые ионной атмосферой, сильно влияют на кинетику химических процессов. Наряду со структурной релаксацией, в растворах электролитов имеет место химическая релаксация, обе релаксации обусловлены одно- или многоступенчатыми внутренними процессами, которые вносят большой вклад в избыточное поглощение звука.

Для изучения природы релаксационных процессов в растворах электролитов могут быть использованы измерения как поглощения, так и скорости звуковых волн, однако измерение поглощения является наиболее эффективным. Частотная дисперсия скорости слишком мала для изучения с ее помощью таких релаксационных эффектов, за исключением концентрированных растворов электролитов. Согласно [2], поглощение звука в растворах электролитов обычно ниже, чем в большинстве органических жидкостей. Следовательно, осуществить измерение поглощения с достаточной точностью на низких частотах в растворах электролитов гораздо труднее, чем в органических жидкостях. Однако для исследования релаксационных процессов, в частности структурной и химической релаксации в растворах электролитов, обычно не требуется знания абсолютного значения коэффициента поглощения, а может быть получено избыточное поглощение раствора по отношению к растворителю.

Согласно [1], в растворах электролитов, у которых один или оба ионы одновалентны, поглощение очень мало и близко к поглощению в чистой воде. Показано, что по-

поглощение в растворах NaBr меньше, чем в чистой воде, и уменьшается с ростом концентрации. Аналогичные эффекты, правда не с такой определенностью, наблюдаются в растворах NaCl и некоторых других солей. Величина  $\alpha/\nu^2$  для этих 1-1-валентных электролитов не зависит от частоты во всем доступном интервале частот. Исключением являются растворы NH<sub>2</sub>OH. Растворы 2-2-валентных электролитов обладают поглощением значительно большим, чем в чистой воде. Почти у всех 2-2-валентных электролитов поглощение растет примерно пропорционально концентрации в интервале от 0.01 до 0.1 моль/л. При больших концентрациях рост коэффициента поглощения замедляется. При очень малых концентрациях (0.003-0.02 моль/л) концентрационная зависимость поглощения для 2-валентных солей, возможно, также нелинейная.

Исследования водных растворов некоторых сульфатных солей были проведены в [3]. Применению реверберационного метода в этой работе, нижняя граница частот продольных упругих колебаний, начиналось от  $\nu = 50 \text{ Гц}$  и верхняя граница, где принималась импульсная техника, достигало  $\nu = 3 \cdot 10^8 \text{ Гц}$ . В водных растворах сульфитов поглощение  $\alpha$  очень мало и близко по величине к поглощению в чистой воде и величина  $\alpha/\nu^2$  для них не зависит от частоты во всем исследованном диапазоне частот. Коэффициент поглощения звука в водных растворах 2-2 зарядных электролитов заметно больше, чем в чистой воде. В работах [4,5] делается попытка связать наблюдаемые релаксационные эффекты в растворах электролитов со структурой раствора.

Вышеприведенный анализ экспериментальных работ по акустической релаксации растворов электролитов показывает, что структурная релаксация существенным образом влияет на температурно-частотное поведение акустических параметров жидкостей и их растворов. Последовательное теоретическое рассмотрение этих вопросов дает ясную картину молекулярного механизма релаксационного процесса и отвечает на многие вопросы, поставленные опытом.

На основе метода термодинамики необратимых процессов М.А.Леонтовичем [6] и Л.Холлом [7] исследована общая релаксационная теория распространения и поглощения звуковых волн в растворах электролитов. Различие в методах расчета обоих авторов состоит только в принятом ими выражении для свободной энергии, что приводит к некоторому расхождению в вычисленных коэффициентах поглощения. Подобные обзоры и анализ последующих теоретических исследований распространения и поглощения звуковых волн в жидкостях и их растворах приведены в [1,2]. Согласно [1], при наличии вязкости и теплопроводности в жидкостях и их растворах могут существовать волны двух различных видов, с разными скоростями и коэффициентами поглощения. Природу этих волн можно выяснить, рассматривая акустические уравнения и уравнения теплопроводности, то есть уравнения обобщенной гидродинамики. В первом приближении можно получить параметры, характеризующие обычную звуковую волну плотности, для которой учет теплопроводности привел бы к появлению добавочного поглощения, а также к дисперсии при высоких частотах. В [8], на основе статистической теории, в случае независимых потоков,

исследовано распространение тепловых волн в растворах электролитов. Поэтому изучение распространения как продольных, так и поперечных звуковых волн в растворах электролитов, на основе единой микроскопической теории с учетом вкладов различных релаксационных процессов представляет большой интерес, чему посвящена настоящая работа.

В качестве исходных воспользуемся уравнениями обобщенной гидродинамики для растворов электролитов, полученными на основе кинетических уравнений для одно- и двухчастичной функций распределения [9,10], которые имеют вид:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div} \vec{\mathcal{G}} &= 0, \\ \rho_0 \frac{\partial \mathcal{G}^\alpha}{\partial t} + \frac{\partial P^{\alpha\beta}}{\partial q^\beta} &= 0, \\ \rho_0 C_V \frac{\partial T}{\partial t} + T \left( \frac{\partial P}{\partial t} \right)_\rho \operatorname{div} \vec{\mathcal{G}} + \operatorname{div} \vec{S} &= 0,\end{aligned}\quad (1)$$

где  $\rho(\vec{q}, t) = \sum_a \rho_a = \sum_a m_a \int f_a(\vec{x}_a, t) d\vec{p}_a$  – массовая плотность,

$\rho \mathcal{G}^\alpha(\vec{q}_1, t) = \sum_a \rho_a \mathcal{G}_a^\alpha = \sum_a \int \frac{p_a^\alpha}{m_a} f_a(\vec{x}_a, t) d\vec{p}_a$ ,  $P^{\alpha\beta}(\vec{q}_1, t)$  и  $S^\alpha(\vec{q}_1, t)$  – тензор переноса импульса и вектор потока тепла, определяемые следующим образом:

$$P^{\alpha\beta} = \sum_a \left\{ K_a^{\alpha\beta}(\vec{q}_1, t) - \sum_{a,b} \frac{d^3}{2} \int \frac{\partial \Phi_{ab}}{\partial r} \frac{r^\alpha r^\beta}{r} n_{ab} d\vec{r} \right\}, \quad (2)$$

$$S^\alpha(\vec{q}_1, t) = \sum_a \left\{ S_a^{k\alpha} + \frac{d_{ab}^3}{4} \sum_b \int \left( \Phi_{ab} \delta^{a\beta} - \frac{r^\alpha r^\beta}{r} \frac{\partial \Phi_{ab}}{\partial r} \right) J_{ab}^\beta(\vec{q}_1, \vec{r}, t) d\vec{r} \right\}, \quad (3)$$

где кинетические части тензора потока импульса и вектора потока тепла имеют вид:

$$K_a^{\alpha\beta}(\vec{q}, t) = \int \frac{\tilde{p}_a^\alpha \tilde{p}_a^\beta}{m_a} f_a(\vec{x}_a, t) d\vec{p}_a = \overset{k}{P}_a \delta^{\alpha\beta} + K_a^{\alpha\beta}, \quad (4)$$

$$S_a^{k\alpha\beta\gamma}(\vec{q}, t) = \frac{1}{2} \int \frac{\tilde{p}_a^\alpha \tilde{p}_a^\beta \tilde{p}_a^\gamma}{m_a^2} f_a(\vec{x}_a, t) d\vec{p}_a. \quad (5)$$

Система (1) с учетом (2)-(5) представляет собой уравнения обобщенной гидродинамики, учитывающие вклады трансляционной и структурной релаксаций. Следует отметить, что эти уравнения имеют такой же вид, как и макроскопические законы сохранения массы, импульса и энергии. Однако входящие в них тензор потока импульса  $P^{\alpha\beta}(\vec{q}_1, t)$  и

вектор потока тепла  $S^\alpha(\vec{q}_1, t)$  определяются микроскопически, с помощью импульсных моментов одно- и двухчастичной функции распределения, а также других молекулярных параметров растворов электролитов. Выражение для тензора потока импульса  $P^{\alpha\beta}$  и вектора потока тепла  $S^\alpha$  в макроскопическом виде имеется в [11], где

$$\begin{aligned} P^{\alpha\beta} &= -\sigma^{\alpha\beta} + \rho g^\alpha g^\beta, \\ S^\alpha(\vec{q}_1, t) &= -\lambda \text{grad} T(\vec{q}_1, t). \end{aligned} \quad (6)$$

Следует отметить, что уравнения для  $P^{\alpha\beta}(\vec{q}_1, t)$  и  $S^\alpha(\vec{q}_1, t)$  имеются в [9,10] и в последующих работах, то есть система (1) в рамках линейного приближения является замкнутой. В этом приближении согласно (6)  $P^{\alpha\beta}(\vec{q}_1, t) = -\sigma^{\alpha\beta}(\vec{q}_1, t)$ , где  $\sigma^{\alpha\beta}(\vec{q}_1, t)$  - тензор напряжения.

Совершая Фурье-преобразование по времени и координатам в (1) в виде

$$\begin{aligned} \chi(\vec{q}, t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} \chi(\omega) d\omega, \\ \chi(\vec{q}, t) &= \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\vec{k}\vec{q}} \chi(k) d\vec{k}, \end{aligned} \quad (7)$$

по аналогии с [12], получим:

$$\begin{aligned} \rho(\omega, \vec{k}) + \rho_0 k^\alpha u^\alpha(\omega, \vec{k}) &= 0, \\ \rho_0 \omega^2 u^\alpha(\omega, \vec{k}) + i k^\beta \sigma^{\alpha\beta}(\omega, \vec{k}) &= 0, \\ i\omega \rho_0 C_V T(\omega, \vec{k}) + \omega T_0 \left( \frac{\partial P_0}{\partial T_0} \right)_\rho k^\alpha u^\alpha(\omega, \vec{k}) + k^\alpha S^\alpha(\omega, \vec{k}) &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma^{\alpha\beta}(\omega, \vec{k}) &= \tilde{K}(\omega)(\vec{k}, \vec{u}) \delta^{\alpha\beta} + 2\tilde{\mu}(\omega) \{k^\beta u^\alpha\}, \\ S^\alpha(\omega, \vec{k}) &= \omega^{-1} k^\alpha \tilde{Z}(\omega) T(\omega, \vec{k}), \\ \tilde{K}(\omega) &= K(\omega) - i\omega \eta_V(\omega), \\ \tilde{\mu}(\omega) &= \mu(\omega) - i\omega \eta_s(\omega), \\ \tilde{Z}(\omega) &= Z(\omega) - i\omega \lambda(\omega), \\ \{k^\beta u^\alpha\} &= \frac{1}{2} \left( k^\beta u^\alpha + k^\alpha u^\beta - \frac{2}{3} (\vec{k}, \vec{u}) \delta^{\alpha\beta} \right), \end{aligned} \quad (9)$$

$\vec{u}(\omega, \vec{k})$  – Фурье-образ вектора смещения;  $\rho_0$ ,  $T_0$ ,  $P_0$ ,  $\rho(\omega, \vec{k})$ ,  $T(\omega, \vec{k})$  – равновесные и неравновесные значения плотности, температуры и давления соответственно;



$\eta_v(\omega)$ ,  $\eta_s(\omega)$ ,  $\lambda(\omega)$  – динамические коэффициенты объемной, сдвиговой вязкости и теплопроводности, а  $K(\omega)$ ,  $\mu(\omega)$ ,  $Z(\omega)$  – соответствующие динамические модули упругости. Следует отметить, что явные аналитические выражения этих коэффициентов и модулей упругости являются известными и выражаются посредством радиальной функции распределения  $g_{ab}(r)$ , потенциальной энергии взаимодействия между структурными единицами раствора  $\Phi_{ab}(r)$ , а также другими молекулярными параметрами среды.

Решая уравнение (8) относительно вектора смещения  $\vec{u}(\omega, \vec{k})$ , имеем:

$$\begin{aligned} & (\rho\omega^2 - \tilde{\mu}(\omega)k^2)\vec{u} - \\ & - \left\{ \rho \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T + \gamma T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_\rho \omega^2 \left[ \omega^2 - \frac{\tilde{Z}(\omega)}{\rho C_v} k^2 \right]^{-1} + \left[ \frac{1}{3} \tilde{\mu}(\omega) + \tilde{K}(\omega) \right] \right\} (\vec{k}\vec{u})\vec{k} = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Уравнение (10) является дисперсионным соотношением как для сдвиговых, так и для продольных звуковых волн, а также для тепловых волн.

Умножая (10), соответственно векторно и скалярно на волновой вектор  $\vec{k}$ , получим следующие уравнения:

$$\rho\omega^2 - \tilde{\mu}(\omega)k^2 = 0, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \omega^4 - \left[ \frac{K_s}{\rho} + \frac{1}{\rho} \left( \frac{4}{3} \tilde{\mu}(\omega) + \tilde{K}_1(\omega) \right) + \frac{1}{\rho C_v} \tilde{Z}(\omega) \right] k^2 \omega^2 + \\ & + \left[ \frac{K_s}{\rho} \frac{\tilde{Z}(\omega)}{\rho C_p} + \frac{1}{\rho} \left( \frac{4}{3} \tilde{\mu}(\omega) + \tilde{K}_1(\omega) \right) \frac{\tilde{Z}(\omega)}{\rho C_v} \right] k^4 = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $K_s$  – адиабатический объемный модуль упругости раствора.

Учитывая (9) в уравнениях (11) и (12), а также полагая  $k = k_0 - i\alpha$ , решая их относительно реальной и мнимой части волнового числа для скорости  $C(\omega)$  и коэффициента поглощения  $\alpha(\omega)$  соответствующих волн, имеем:

$$\begin{aligned} C_s^2(\omega) &= \rho^{-1} \mu(\omega), \\ \alpha_s(\omega) &= \frac{\omega^2}{2\rho C^3} \eta_s(\omega), \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} C_l^2(\omega) &= C_0^2 \left[ 1 + \frac{1}{\rho C_0^2} \left( \frac{4}{3} \mu(\omega) + K_1(\omega) \right) + \frac{\gamma - 1}{\rho C_p C_0^2} \tilde{Z}(\omega) \right], \\ \alpha_l(\omega) &= \frac{\omega^2}{2\rho C_0^3} \left[ \frac{4}{3} \eta_s(\omega) + \eta_v(\omega) + \frac{\gamma - 1}{C_p} \lambda(\omega) \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

$$C_T^2(\omega) = \frac{1}{\rho C_p} Z(\omega),$$

$$\alpha_T(\omega) = \frac{\omega^2}{2\rho C_p C_T^3} \lambda(\omega),$$
(15)

где  $C_0^2 = \frac{K_s}{\rho}$  – квадрат адиабатической скорости звука. Следует отметить, что по виду

эти выражения совпадают с выражениями скорости и коэффициента поглощения ионных жидкостей, а также асимптотическое частотное поведение этих акустических параметров полностью совпадает с результатами работы [13], поэтому не приводим их.

Системы уравнения (13)-(15) являются самыми общими динамическими выражениями для скорости распространения и коэффициента поглощения сдвиговых и продольных волн, а также для тепловой волны в растворах электролитов. Они описывают частотную дисперсию скорости  $C(\omega)$  и коэффициента поглощения  $\alpha(\omega)$  этих волн в широком интервале изменения термодинамических параметров среды. Частотные зависимости  $C(\omega)$  и  $\alpha(\omega)$  в основном обусловлены вкладами трансляционных и структурных релаксационных процессов и имеют широкую область дисперсии. Уравнения системы (15) полностью совпадают с выражениями для скорости и поглощения тепловых волн, полученных в случае независимых потоков [8], если согласно [1] полагать, что  $C_p \approx C_v$ . Следует отметить, что проведение численных расчетов (13)-(15) будет возможным, если при определенном выборе статистической модели раствора выбрать потенциал межчастичного взаимодействия структурных единиц  $\Phi_{ab}(r)$  и радиальной функции распределения.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Михайлов И.Г., Соловьев В.А., Сырников Ю.П. Основы молекулярной акустики. – М.: Наука, 1964, 514 с.
2. Физическая акустика. / Под ред. У.Мэсона – М.: Мир, 1968, т.2, ч.А, Свойства газов, жидкостей и растворов, 487 с.
3. Tamm K., Kurtze G. Measurements of sound absorption in aqueous solutions of electrolytes. – Acustica, 1954, v.4, №3, pp. 380-386.
4. Бердиев А.А., Шубина М.Г., Лежниева А.Б. Поглощение ультразвука в водных растворах сульфидов Mn, Cu и Mg на высоких частотах. – Извес. АН Туркм.ССР, сер. физ. тех., 1966, №3, с. 15-19.
5. Григорьев С.Б., Михайлов И.Г., Маренина К.Н. и др. Акустические исследования водных растворов сульфата натрия. – Вестн. ЛГУ, 1983, т.13, №16, с. 94-96.
6. Леонтович М.А. О поглощении звука в сильных электролитах. – ЖЭТФ, 1938, т.8, с.48.
7. Hall L.H. Attenuation of sound resulting from ionic relaxation. – JASA, 1952, v.24, p.704.
8. Одинаев С., Акдодов Д. К статистической теории распространения тепловых волн в растворах электролитов. – ДАН РТ, 2006, т.49, №10-12, с. 915-920.
9. Одинаев С., Адхамов А.А. Молекулярная теория структурной релаксации и явлений переноса в жидкостях. – Душанбе: Дониш, 1998, 230 с.

10. Одинаев С., Додарбеков А. Уравнения обобщенной гидродинамики растворов электролитов. – ДАН РТ, 1999, т.42, №9, с. 68-73.
11. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. – М.: Наука, 1988, 736 с.
12. Одинаев С., Додарбеков А. О частотной дисперсии скорости и коэффициента поглощения звука в растворах электролитов. – ДАН РТ, 2002, т.45, № 9, с. 25-28.
13. Одинаев С., Хайдаров Ш. К молекулярной теории распространения волн в ионных жидкостях. – ДАН РТ, 1999, т.42, №9, с. 19-23.

Д.М.АҚДОДОВ

## ТАҲҚИҚИ ПАРАМЕТРҲОИ АКУСТИКИИ ДИНАМИКИИ МАҲЛУЛҲОИ ЭЛЕКТРОЛИТӢ

*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Дар асоси назарияи ягонаи микроскопӣ бо назардошти сахми равандҳои релаксатсияи транслясионӣ ва сохторӣ ифодаҳои умумии динамикӣ барои суръати паҳншавӣ ва коэффисиенти фурубурди мавҷҳои лағжишӣ, тулӣ ва ҳароратӣ-и маҳлулҳои электролитӣ ҳосил карда шудаанд.

**Калимаҳои калидӣ:** равандҳои релаксатсионӣ, суръати паҳншавии мавҷҳои лағжишӣ, суръати паҳншавии мавҷҳои тулӣ, суръати паҳншавии мавҷҳои ҳароратӣ, коэффисиенти фурубурди мавҷҳои лағжишӣ, коэффисиенти фурубурди мавҷҳои тулӣ, коэффисиенти фурубурди мавҷҳои ҳароратӣ.

D.M.AKDODOV

## STUDY OF THE DYNAMIC ACOUSTIC PARAMETERS ELECTROLYTE SOLUTIONS

*Tajik National University*

On the basis of unified microscopic theory based on the contributions of translational and structural relaxation processes obtained general expressions for the dynamic propagation velocity and absorption coefficient of shear and longitudinal waves, as well as the thermal wave in electrolyte solutions.

**Key words:** relaxation processes, the propagation velocities of the shear and of the longitudinal waves, the velocity of the propagation thermal waves, the absorption coefficients of the shear and of the longitudinal waves, absorption coefficient of thermal waves.

УДК 541.123

Ш.ТУЙЧИЕВ, Д.РАШИДОВ, У.ШОИМОВ, Л.ТУЙЧИЕВ, Ш.АКНАЗАРОВА

**ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА ИЗМЕНЕНИЕ  
НАДМОЛЕКУЛЯРНОЙ МОРФОЛГИИ ЭЛАСТОМЕРОВ**

*Таджикский национальный университет*

*Поступила в редакцию 10.10.2016 г.*

*Методами рентгенографии, оптической микроскопии и теплофизики исследованы изменения в надмолекулярной структуре образцов из СКИ-3 при внешних воздействиях. Обнаружены обратимые переходы между аморфным неориентированным и ориентированным аморфно-кристаллическим состоянием под влиянием таких факторов, как температура, деформация, облучение и модификация фуллереном C<sub>60</sub>.*

**Ключевые слова:** эластомер, рентгенография, оптическая микроскопия, облучение, термомодеформационное испытание.

Для стабилизации технических свойств в технологии полимеров широко применяются различные виды инородных включений (примесей), играющих роль пластификаторов, стабилизаторов (антиоксиданты, ингибиторы и др.) и т.п. Эффективность применения наполнителей определяется размерами частиц, их распределением в объеме материала, взаимодействием с молекулами матрицы, диспергирования частиц до уровня молекул и др.

В этом аспекте исследования, связанные с получением и применением фуллеренсодержащих полимеров в технике, приобретают особый смысл и значимость [1-3].

Цель настоящей работы заключалась в изучении изменений в надмолекулярной структуре эластомера СКИ-3 как исходных, так и предварительно облученных гамма-лучами и модифицированных нанополноценными частицами (фуллерен C<sub>60</sub> и др.) при внешних воздействиях.

В качестве объектов исследования использовали сшитый синтетический каучук изопрепеновый (СКИ-3, ГОСТ 14925-79, с молекулярной массой  $M=9 \cdot 10^5$ ), фуллерен C<sub>60</sub> с

---

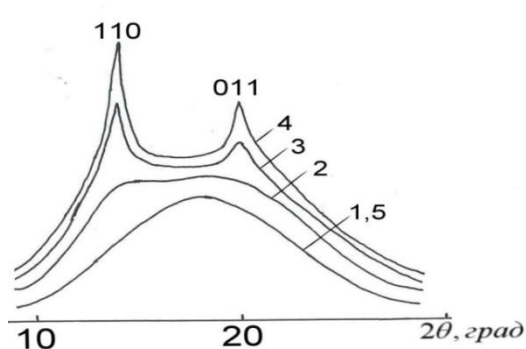
**Адрес корреспонденции:** Туйчиев Шарофиддин. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: tuichiev@mail.ru

химической чистотой 99.7%. Фуллерен  $C_{60}$ , частично растворяется в четыреххлористом углероде  $CCl_4$ . С другой стороны,  $CCl_4$  является хорошим растворителем для СКИ-3. Таким образом, в некоторой степени  $CCl_4$  является общим растворителем для полимера и фуллерена  $C_{60}$ . Предварительно готовили маточный раствор эластомеров и фуллерена  $C_{60}$  в разных растворителях (бензол и его производные, четыреххлористый углерод); затем из смеси растворов эластомеров и наполнителей в общих растворителях отливали пленки при температуре  $20^\circ C$ , концентрацию наполнителей в образцах меняли в пределах  $C=0-10\%$ .

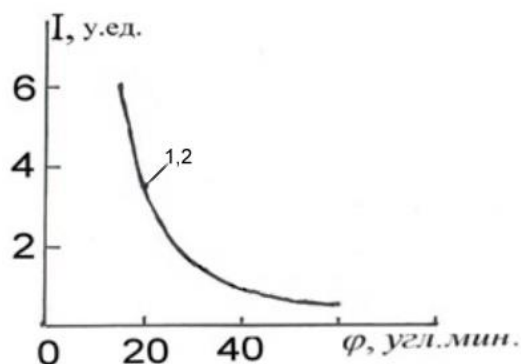
Одноосное растяжение образцов производили в непрерывном и ступенчатом режиме. При достижении заданной деформации в ступенчатом режиме производили съёмку рентгенограмм образцов. Для снятия деформационных кривых одноосное растяжение образцов проводили в непрерывном режиме на установке РМ-1 со скоростью деформации  $0.125 \text{ с}^{-1}$ . Рентгеновские исследования образцов в сочетании с одноосным растяжением проводили на аппаратах ДРОН-2 и КРМ-1, использовали медное излучение, фильтрованное никелем. Оптические наблюдения образцов проводили на поляризационном микроскопе МИН-8 в скрещенных поляроидах при  $20^\circ$ . Тепловые испытания образцов в циклах нагревание-охлаждение в сочетании с одновременным их рентгенографированием на больших (БР) и малых углах рассеяния (МР) проводили в интервале температур  $10^\circ-70^\circ-10^\circ$ ,  $10^\circ-90^\circ-10^\circ$  и  $10^\circ-150^\circ-10^\circ$  на стандартной термокамере со скоростью нагрева и охлаждения образцов в  $2^\circ/\text{мин}$ . При достижении заданной температуры опыта  $T_0$  образцы выдерживали при этой  $T_0$  в течение 0.5ч., а затем проводили рентгеновские исследования. Тепловые свойства образцов исследовали на установке ДСК F204 фирмы Netzsch со скоростью нагрева и охлаждения  $10 \text{ град}/\text{мин}$ . Предварительное облучение образцов гамма-лучами производили на установке РХМ- $\gamma$ -20, от источника  $^{60}Co$  с энергией квантов  $1.172 \text{ Мэв}$ , дозу облучения варьировали в пределах  $D=0-1000 \text{ Мрад}$ .

Используя метод набухания полимера в растворителе были получены пленочные композиции СКИ-3+ $2.5 \cdot 10^{-2}\%$   $C_{60}$ . Содержания  $C_{60}$  в образцах – малы. Следовательно, трудно ожидать заметные изменения в структуре и свойствах наполненных образцов СКИ-3. На рис.1 и 2 представлены результаты большеугловых и малоугловых исследований нанокомпозитов СКИ-3+ $C_{60}$ .

Как показали исследования, характер изменения картин БР и МР исходных и наполненных образцов с  $C=2.5 \cdot 10^{-2}\%$   $C_{60}$  оказались идентичными. Следы фуллеренов на БР не обнаруживаются, причиной тому является довольно малое их содержание и диспергирование до молекулярного уровня, отсутствие агрегатов и т.п. Поэтому качественные и количественные характеристики деформационного, термического, термомодеформационного поведения параметров БР и МР фуллеренополимеров практически совпадают с ранее полученными данными для безфуллереновых образцов СКИ-3 (рис.1 и 2).



**Рис. 1.** Большеугловые рентгенограммы фуллеренсодержащего образца SKI-3 +  $2.5 \cdot 10^{-2}\%$  масс  $C_{60}$  при деформировании. 1 –  $\varepsilon = 0$ ; 2 – 400%; 3 – 600%; 4 – 800%; 5 – разгрузка.



**Рис. 2.** Малоугловые рентгенограммы фуллеренсодержащих образцов SKI-3.  
1 –  $C = 0$ ; 2 –  $2.5 \cdot 10^{-2}\%$   $C_{60}$ .

Подчеркнем, что величины деформации расширения и сжатия, тепловые константы расширения и сжатия кристаллических решеток исходных и наполненных фуллеренами  $C_{60}$  образцов, обратимые изменения наблюдаемые в структуре по всем ранее рассмотренным аспектам оказались аналогичными.

Необходимо отметить, что для наполненного с  $C=2.5 \cdot 10^{-2}\%$  масс  $C_{60}$  образца начало кристаллизационных процессов смещается на 100% ( $\varepsilon=500\%$ ) в сравнении с ненаполненными ( $\varepsilon=400\%$ ) образцами SKI-3. Смещение начала кристаллизации при деформации, по-видимому, нужно связать с процессами сшивания цепных молекул, которые инициируются молекулами фуллерена  $C_{60}$ . Все отмеченные выше положения о характере развития ориентационных, сдвиговых, деформационных, кристаллизационных и рекристаллизационных процессов, их механизмы применимы и в случае нанокompозитов SKI-3+ $C_{60}$ .

Известно, что облучение полимеров, в том числе каучуков и резин, различными видами ионизирующих излучений сопровождается протеканием в них разного рода радикально-химических превращений – реакций деструкции и сшивания цепных молекул, что в конечном счете приводит к изменению их структуры и физико-химических свойств [4-6]. При облучении доминирование реакции сшивания над деструкцией макромолекул приводит к образованию пространственной сетки в аморфных участках, а следовательно, к изменению свойств полимеров. Однако в структурно-морфологическом плане влияние гамма-облучения на структуру и механическое поведение элементов структуры каучуков и резин до настоящего времени недостаточно полно изучены. Поэтому в работе было исследовано деформационное поведение элементов структуры образцов SKI-3, предварительно подвергнутых облучению гамма-лучами разных доз  $D$ .

Деформационные испытания показали, что с ростом  $D$  деформируемость SKI-3 снижается, что обусловлено доминированием реакции сшивания цепных молекул, это по-

ложение подтверждено многочисленными исследованиями [4-6]. Малые D (D=0-2 Мрад) практически не влияют на структуру и физические свойства СКИ-3. Большие D (с D≈42 Мрад) начинают сказываться на характере структурных преобразований СКИ-3 при деформации. Результаты исследования механического поведения элементов структуры СКИ-3 приведены в табл. 1 и 2.

Таблица 1

Параметры БР исходного СКИ-3 при облучении

Nn/n	Доза облучения D, Мрад.	$2\theta_a^0$ , аморфное гало	$\Delta 2\theta_a^0$ , радиальная ширина аморфного гало	$I_{ma}$ , у.ед.	Максим.предраз. деформация образца, $\varepsilon$ ,%
1	0	18	10±1	62	>800
2	1.5	18	10	62	800
3	42	18	10	65	≤800
4	150	18	10	32	500

Из табл. 1 видно, что рост D практически не сопровождается какими-либо изменениями параметров БР, но тем не менее происходит снижение деформируемости, что имеет смысл связывать с развитием процессов сшивания цепных молекул.

В табл. 2 приведены результаты механических испытаний и соответствующие им изменения параметров БР для СКИ-3 облученных гамма-лучами дозами D=42 Мрад. Из данных табл. 2 видно, что для облученного D=42 Мрад СКИ-3 с ростом деформации на БР происходит некоторое уменьшение интенсивности аморфного гало  $I_{ma}$ , при постоянстве его углового положения  $2\theta_a$  и радиальной ширины  $\Delta 2\theta_a$ . При деформации  $\varepsilon=500\%$  на БР сначала проявляется рефлекс (110), а затем при  $\varepsilon=600\%$  проявляется рефлекс (011), интенсивности которых растут с увеличением степени растяжения.

Таблица 2

Параметры БР облученного (D=42 Мрад) СКИ-3 при деформации

№ n/n	$\varepsilon$ ,%	$2\theta_a^0$	$\Delta 2\theta_a^0$	$I_{ma}$ , у.ед.	$2\theta^0$ (110)	$\Delta 2\theta^0$ (110)	$I_m$ , у.ед. (110)	$2\theta^0$ (011)	$\Delta 2\theta^0$ (011)	$I_m$ , у.ед. (011)	$\varepsilon_k$ ,% (110)	$\varepsilon_k$ ,% (011)
1	0	18	10±1	65								
2	100	18	10	60								
3	200	18	10	50								
4	300	18	10	50								
5	400	18	10	48								
6	500	18	10	42	14	1.1	3	-	-	-	0	-
7	600	18	10	40	13.96	1.1	7	20	1.1	3	0.35	0
8	700	18	10	38	13.90	1.1	11	20.05	1.1	5	0.70	-0.25
9	800	18	10	37	13.85	1.1	14	20.12	1.1	8	1.10	-0.5
10	0	18	10	51	-	-	-	-	-	-	-	-

При разгрузке ( $\varepsilon=0\%$ ) картина БР исходного образца восстанавливается. Отметим, что отличительная черта деформационного поведения параметров структуры облученного образца заключается в неизменности межмолекулярного расстояния в аморфной области

и уменьшения величины деформации растяжения кристаллической решетки  $\varepsilon_k(110)$  и сжатия  $\varepsilon_k(011)$ .

Опыты показали, что  $\varepsilon_k(110)=1\%$  и  $\varepsilon_k(011)=-0.5\%$  и они почти вдвое меньше чем для исходного необлученного и деформированного образца СКИ-3. Такое поведение структурных параметров свидетельствует, по-видимому, об образовании сшивок между молекулами матрицы. Кристаллиты, образовавшиеся при деформации, как бы вкраплены в сшитую аморфную матрицу. Сшивки, участвуя в перераспределении механического напряжения, действуют таким образом, что на кристаллиты попадает часть механической нагрузки, в результате которой они мало деформируются, что и наблюдается в действительности.

В случае СКИ-3, облученного  $D=150$  Мрад (рис.3) наблюдается иная картина структурных изменений. Максимально достижимая деформация образца при облучении становится меньше, чем для исходного и облученного с  $D=42$  Мрад (см.табл.2). Сравнение деформационного поведения элементов структуры исходных и облученных образцов позволяет заключить, что кристаллизационные процессы с ростом дозы облучения, а следовательно, с увеличением доли сшивок молекул матрицы сдвигается в сторону больших степеней деформации растяжения.

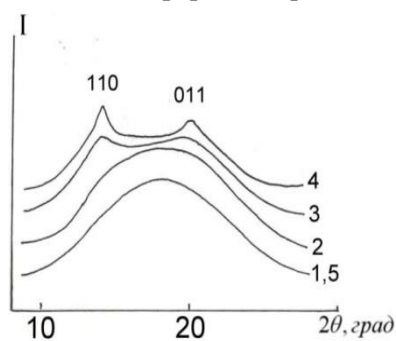


Рис.3

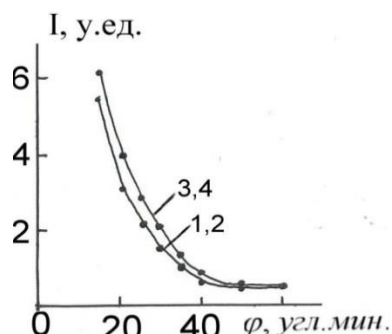


Рис.4

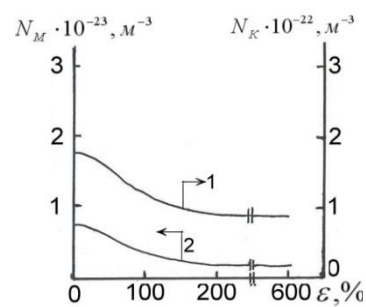


Рис.5

**Рис. 3.** Большеугловые рентгенограммы облученного СКИ-3 ( $D=150$  Мрад) при деформировании. 1 –  $\varepsilon = 0$ ; 2 – 500; 3 – 600; 4 – 700%; 5 – разгрузка.

**Рис. 4.** Малоугловые рентгенограммы облученных образцов из СКИ-3. 1 – исх.,  $D = 0$ ; 2 – 1.5; 3 – 42; 4–200 Мрад.

**Рис. 5.** Изменение концентрации мелких ( $N_M$ ) и крупных ( $N_K$ ) для облученного СКИ-3 ( $D=42$  Мрад) при деформировании.

При доминировании процессов сшивания в матрице формируется пространственная сетка, которая ограничивает конформационные превращения и подавляет тепловое движение макромолекул. Результатом является развитие процессов ориентации и взаимного перемещения структурных элементов при подавлении кристаллизационных и рекристаллизационных процессов.

На МР облученного образца СКИ-3 наблюдается только диффузное рассеяние, которое по интенсивности незначительно отличается от МР необлученного образца при ва-



риации дозы облучения в интервале  $D=0-200$  Мрад. (см. рис.4). Характер изменения МР облученных и деформированных образцов также мало отличаются от МР исходных и деформированных образцов. Результаты обработки МР согласно [7] представлены на рис. 5.

Сравнение данных, приведенных на рис.5, показывает, что наблюдаемые изменения в характере концентрации мелких и крупных пор (при деформации) аналогичны. Тем не менее заметно, что для облученных образцов экстремальное изменение  $N_k(\epsilon)$  и  $N_m(\epsilon)$  несколько сглажено. По-видимому, причиной тому является образование межцепных сшивок в матрице, возрастание их доли приводит к уменьшению подвижности структурных единиц, препятствует разрыву молекул в микрообластях полимера, способствует ослаблению перенапряжений на химических связях и др., что в итоге ограничивает и подавляет развитие процессов дефектообразования.

Представляет интерес сравнение БР и МР исходных и облученных образцов СКИ-3 при раздельном и одновременном воздействии тепла и деформации. Как показали проведенные исследования, с повышением температуры на БР исходного образца наблюдается увеличение интенсивности и смещение положения максимума аморфного гало в сторону малых углов  $2\theta$ , (см.рис.6), что свидетельствует об увеличении интенсивности теплового движения цепных молекул и межмолекулярного расстояния. Однако на МР этого же образца при тепловом воздействии какие-либо заметные изменения не наблюдаются (рис.7). Кривые МР практически идентичны, они показывают, что в плане неоднородности структуры существенных изменений не произошло.

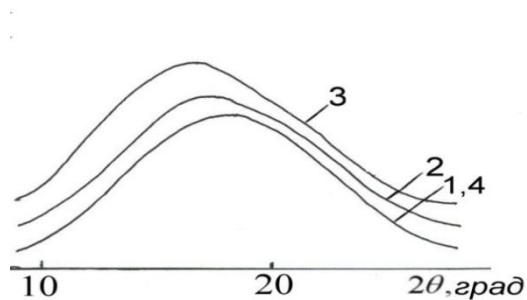


Рис.6

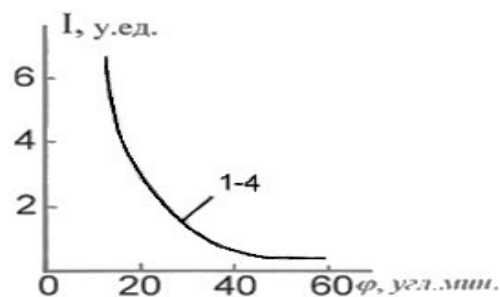


Рис.7

**Рис. 6.** Большеугловые рентгенограммы исходного, недеформированного и облученного  $D=42$  Мрад СКИ-3 при циклическом температурном воздействии (нагревание-охлаждение).

1 –  $T = 10^\circ$ ; 2 –  $70^\circ$ ; 3 –  $150^\circ$ ; 4 – охл.  $10^\circ\text{C}$ .

**Рис.7.** Малоугловые рентгенограммы исходного недеформированного облученного  $D=42$  Мрад СКИ-3 при циклическом тепловом воздействии. 1 – исх.,  $T = 10^\circ$ ; 2 –  $50^\circ$ ; 3 –  $70^\circ$ ; 4 –  $90^\circ$ .

Облучение СКИ-3 сопровождается сшиванием цепных молекул, и рост степени сшивки может оказать сильное влияние на развитие и подавление ориентационных и кристаллизационных процессов. Как видно из рис.8, характер проявления структурных изменений зависит от дозы облучения  $D$  и, соответственно, от доли сшивок цепных молекул. Для образца с  $D=42$  Мрад картина структурных изменений почти подобна такой же картине для исходного образца при деформировании.

В структуре облученных образцов при деформировании происходят аналогичные обратимые изменения, лишь с той разницей, что аморфная часть материала сшита в большей степени. Об этом свидетельствует, во-первых, неизменность положения максимума аморфного гало и, во-вторых, уменьшение степени деформации растяжения и сжатия кристаллической решетки (табл.2).

Для облученного ( $D=42$  Мрад) и деформированного на 700% СКИ-3 при циклических температурных исследованиях в интервале  $10^0-90^0-10^0$  на БР наблюдается вначале при температуре  $T=10^0$  кристаллические рефлексы (110), (011) и аморфное гало (см. рис.8, кривая 1). С ростом температуры происходит некоторое уменьшение интенсивности рефлексов и при достижении  $90^0$  они исчезают (рис.8, кривая 3), а при охлаждении до  $T=10^0$  рефлексы вновь появляются на БР (рис.8, кривая 4), то есть наблюдаются обратимые изменения в структуре образца. На МР этого же образца, как и прежде, характер диффузного рассеяния не меняется в цикле теплового воздействия нагревание-охлаждение (см. рис.9).

Для облученного образца ( $D=200$  Мрад) как с ростом деформации, так и температуры на БР кристаллические рефлексы (110) и (011) не проявляются из-за недостижимости высоких степеней деформации, способствующих развитию кристаллизационных процессов. Снижение же величины деформации образца связано прямым образом со сшивкой цепных молекул и ее доминированием.

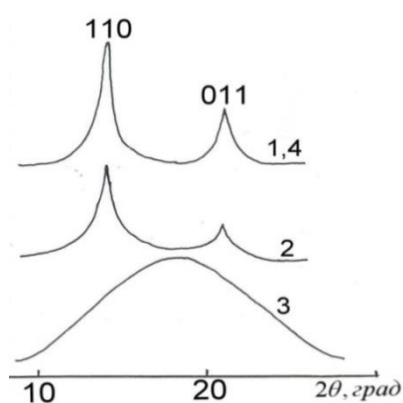


Рис.8

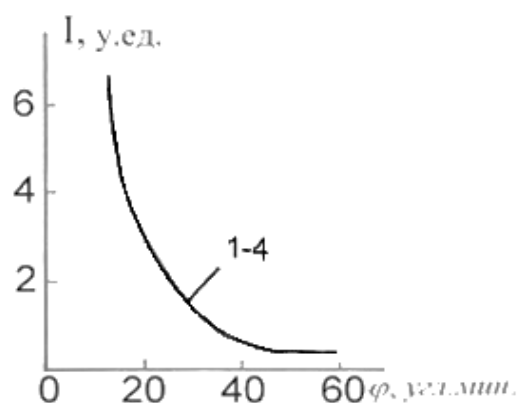


Рис.9

Рис. 8,9. Большеугловые (рис.8) и малоугловые (рис.9) рентгенограммы облученного ( $D=42$  Мрад) и деформированного ( $\epsilon=700\%$ ) СКИ-3 при циклическом температурном воздействии.

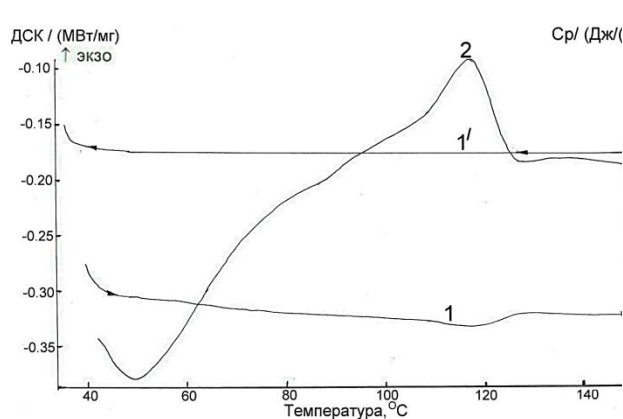
1 –  $T = 10^0$ ; 2 –  $50^0$ ; 3 –  $90^0$ ; 4 – охл.  $10^0\text{C}$ .

Таким образом, влияние фуллерена  $C_{60}$  и гамма-облучения на термомодеформационное поведение СКИ-3 идентично.

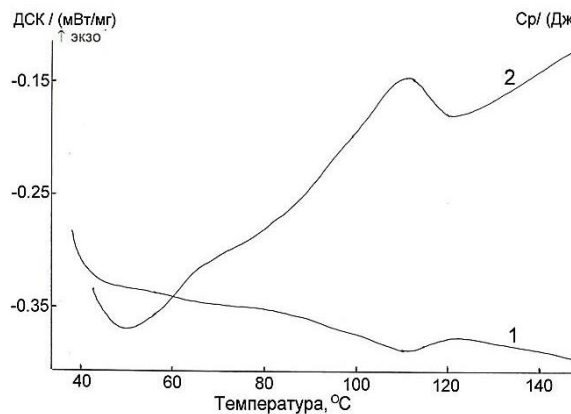
Тепловые эффекты в циклах нагревание-охлаждение в интервале  $T=35200^0\text{C}$  для исходного СКИ-3 оказались необратимыми. На термограмме СКИ-3 при нагреве появляется слабый и широкий эндопик с центром при  $T=118^0$  (температура перехода) (рис.10, кривая 1-ветвь нагрева), характерный аморфному состоянию образца. В цикле

охлаждения в интервале  $T=200-35^0$  термограмма представляет собой просто прямую линию без каких-либо эндо- и экзопиков (рис.10, кривая 1'-ветвь охлаждения).

Исходная структура СКИ-3 характеризуется, по-видимому, наличием рыхлой структурной организации с малой ее долей, низкой упорядоченностью, малостью их размеров и др. При нагревании эти структурные организации необратимо разрушаются и образец становится бесструктурным и хрупким, о чем свидетельствует отсутствие эндо- и экзопиков при охлаждении.

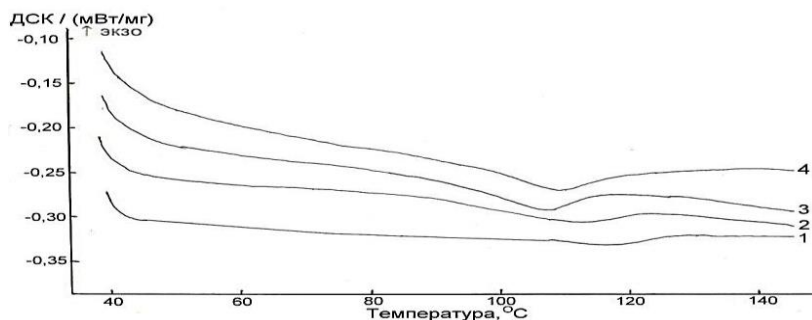


**Рис.10.** ДСК (1) и  $C_p$  (2) исходного СКИ-3.  
1 – нагревание; 1'-охлаждение.



**Рис.11.** ДСК (1) и  $C_p$  (2), облучённого дозой  $D=100$  Мрад СКИ-3.

Облучение гамма-лучами СКИ-3 в интервале доз  $D=0-500$  Мрад не приводит к существенному изменению формы профиля термограмм (рис.11): в интервале температур  $T=35-200^0C$  наблюдается единственный широкий эндопик, слабый по интенсивности, однако величина температуры перехода ( $T_n$ ), соответствующая центру эндопика, изменяется с ростом  $D$  (см.табл.3 и рис.12).



**Рис.12.** Изменение ДСК СКИ-3 при гамма-облучении. 1 –  $D=0$ ; 2 – 15; 3 – 100; 4 – 500 Мрад.

Как видно из рис.12 и табл. 3 с ростом  $D$  в интервале  $D=0-15$  Мрад происходит уменьшение  $T_n$  на  $8^0C$ , а затем она остается практически неизменной. Необходимо отметить, что с увеличением  $D$  наблюдается постепенное возрастание величины теплоемкости  $C_p$  в максимуме зависимости  $C_p(T)$  (рис. 11, кривая 2; табл. 3). Уменьшение  $T_n$  и увеличение  $C_p$  с ростом  $D$  связано, видимо, не только с развитием процессов сшивания, но и де-струкции цепных молекул при облучении.

Таблица 3

Изменение температуры перехода  $T_n$  для СКИ-3 при облучении

образец	$T_n$ , °С	$C_p$ , Дж/г.к
СКИ-3+D=0 Мрад	118	6.284
СКИ-3+1 Мрад	112	6.424
СКИ-3+15 Мрад	110	6.654
СКИ-3+40 Мрад	110	6.764
СКИ-3+100 Мрад	110	6.889
СКИ-3+500 Мрад	110	7.749

Поскольку  $C_p$  определяется подвижностью кинетических единиц сегментов макромолекул, то при повышении температуры их возрастание обуславливает увеличение теплоемкости в максимуме  $C_p(T)$ . При малых дозах облучения (в интервале  $D=0-15$  Мрад), видимо, процессы сшивания доминируют над деструкцией цепных молекул и изменения  $C_p$  в максимуме  $C_p(T)$  незначительны, но происходит спад  $T_n$ ; в случае же больших доз (интервал  $D=40-500$  Мрад) наблюдается превалирование процесса деструкции цепей над их сшиванием, что обуславливает некоторое увеличение  $C_p$  в максимуме  $C_p(T)$  при практической неизменности  $T_n$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Осава, Е., Гинзбург Б.М., Табаров С.Х., Туйчиев Ш., Содиков Ф., Акназарова Ш., Ёсиев С., Махмудов И., Салимова Х., Аловиддинов А. Влияние фуллерена  $C_{60}$  на структуру и механические свойства синтетического изопреного каучука. – Программа и тез. докл. научно-теорет. конф. «Проблемы современной физики», ТГНУ. – Душанбе, 2006. с.47- 48.
2. Рашидов Д., Шоимов У., Туйчиев Ш. и др. Влияние фуллерена  $C_{60}$  на структуру и физические свойства полиэтилена. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2007, №4 (129), с.68-72.
3. Туйчиев Ш., Гинзбург Б.М., Саломов Дж. Рашидов Д., Махмудов И. Влияние фуллереновой сажи на структуру фторопласта. – Тез. докл. междунар. конф. по физике конденсированного состояния и экологических систем. ФТИ АН РТ. – Душанбе, 2004. с.66.
4. Чарльзби А. Ядерные излучения и полимеры. Пер. с англ./ Под ред. Ю.С.Лазуркина. – М.: Издательство, 1962, 519 с.
5. Бовей Ф. Действие ионизирующих излучений на природные и синтетические полимеры. Пер. с англ. / Под ред. Ю.С.Лазуркина. – М.: Издательство, 1959, 285 с.
6. Кузьминский А.С., Кавун С.М., Кирпичев В.П. Физико-химические основы получения, переработки и применения эластомеров. – М.: Химия, 1976, 308 с.
7. Тамуж В.П., Куксенко В.С. Микромеханика разрушения полимерных материалов. – Рига: Зинатне, 1978, 294 с.

Ш.ТУЙЧИЕВ, Д.РАШИДОВ, У.ШОИМОВ, Л.ТУЙЧИЕВ, Ш.АКНАЗАРОВА  
**ТАЪСИРИ ОМИЛҲОИ БЕРУНӢ БА ТАӢИРИ МОРФОЛОГИЯИ  
БОЛОМОЛЕКУЛИИ ЭЛАСТОМЕРҲО**

*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Бо ёрии усулҳои таҳлили рентгенӣ, микроскопияи оптикӣ, таҳлили гармофизикӣ ва механикӣ тағйири морфологияи боломолекули - СКИ-3 таҳти таъсири омилҳои берунӣ омӯхта шуданд. Табдили сохторро ҳангоми гузариш аз ҳолати аморфӣ ба ҳолати аморфии кристаллӣ омӯхта шуданд.

**Калимаҳои калидӣ:** эластомер, рентгенография, микроскопияи оптикӣ, нурбориш, таҳлили термодеформатсионӣ.

Sh.TUICHIEV, D.RASHIDOV, U.SHOIMOV, L.TUICHIEV, Sh.AKNAZAROVA  
**EFFECT OF EXTERNAL INFLUENCES ON THE CHANGE OF SUPRAMO-  
LECULAR MORPHOLOGY OF ELASTOMERS**

*Tajik National University*

X-ray diffraction, optical microscopy, thermal physics and mechanical tests were used to study the changes in the supramolecular structure of samples of synthetic rubber SKI-3 under influence of external factors. A clear reversible transitions between the amorphous and crystal-line-amorphous state under the influence of factors such as temperature, strain, radiation and modification of fullerene C<sub>60</sub> were studied.

**Key words:** elastomers, X-ray, optical microscopy, thermal physics, irradiation, thermodeformation test.

УДК 541.64.538

И.МУРТАЗА, Х.С.КАРИМОВ\*, Х.М.АХМЕДОВ\*

**ВЛИЯНИЕ ВЛАЖНОСТИ НА ПОДВИЖНОСТЬ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА  
В ОРГАНИЧЕСКОМ ПОЛУПРОВОДНИКЕ PTCDI-C<sub>8</sub>**

*Институт прикладных наук и технологий Пакистана им. Гулам Исхак Хана,*

*\*Центр инновационного развития науки и новых технологий*

*АН Республики Таджикистан*

*Поступила в редакцию 04.08.2014 г.*

*В статье описано влияние влажности на подвижность носителей заряда в органическом полупроводнике n-типа N,N'-диоктил-3,4,9,10-перилентетракарбоксихидримид (PTCDI-C<sub>8</sub>), который использовался для изготовления тонкоплёночного транзистора. Показано, что подвижность носителей заряда снижается с возрастанием влажности, что связывается с ростом концентрации ловушек в полупроводнике. Предполагается, что на основе данного полупроводника можно создать высокочувствительные датчики влажности.*

**Ключевые слова:** подвижность, транзистор, тонкоплёночный, органический, полупроводник, влажность.

На основе органических полупроводников разработан ряд электронных приборов: солнечных элементов, светодиодов, фотодиодов, различных датчиков и тонкоплёночных транзисторов (ТПТ) [1]. Некоторые из этих приборов – светодиоды – выпускаются промышленностью, другие интенсивно исследуются с целью улучшения их параметров и последующего их внедрения в производство. Главными достоинствами тонкоплёночных органических полупроводниковых приборов считаются низкие стоимость и температура изготовления, гибкость и сравнительно небольшой вес. В последние годы был разработан, изготовлен и исследован ряд тонкоплёночных транзисторов на основе полимеров, олигомеров и низкомолекулярных материалов.

---

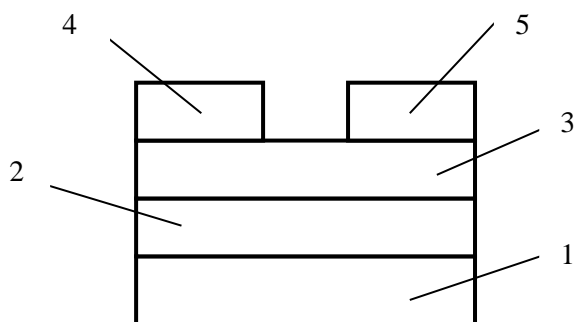
*Адрес для корреспонденции:* Ахмедов Хаким Муновварович. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 33а, Центр инновационного развития науки и новых технологий АН РТ.  
E-mail: khakim48@mail.ru

Вместе с тем тонкоплёночные органические транзисторы используются для исследования электрических свойств самих полупроводников, в частности для оценки величины подвижности носителей заряда [2]. Подвижность носителей заряда в традиционных неорганических полупроводниках, как правило, оценивается измерением эффекта Холла [3]. Если подвижность носителей заряда ниже  $1 \text{ см}^2/\text{В сек}$ , как в органических полупроводниках, то для определения величины подвижности эффект Холла не используется ввиду сложностей с измерением небольших напряжений и трудности корректной интерпретации полученных результатов. В этом случае наиболее приемлемым является метод определения подвижности заряда измерением параметров тонкоплёночного транзистора, изготовленного на основе изучаемого органического полупроводника.

В [4] был изучен эффект влажности на параметры и свойства ТПТ на основе пентацена. Было установлено, что в ряде органических полупроводников ток насыщения транзистора и подвижность носителей заряда уменьшаются при возрастании влажности [5,6].

Вследствие этого представлялось практически важным исследование свойств тонкоплёночного транзистора на основе органического полупроводника  $n$ -типа РТСДИ-С<sub>8</sub> и изучение воздействия влажности на его параметры, что позволило бы оценить влияние молекул воды на подвижность носителей заряда.

На рис.1 приведена схематическая конструкция органического тонкоплёночного транзистора. На кремниевую подложку  $p$ -типа, покрытую плёнкой  $\text{SiO}_2$  толщиной 100 нм, вакуумным испарением была осаждена плёнка органического полупроводника  $n$ -типа РТСДИ-С<sub>8</sub>. Данный полупроводник был приобретен в фирме Сигма Олдрич (Sigma Aldrich). Кремниевая подложка являлась также затвором транзистора. Исток и сток транзистора были изготовлены вакуумным осаждением плёнок алюминия толщиной 50 нм на плёнку органического полупроводника. Расстояние между истоком и стоком транзистора было равно 200 мкм, ширина канала транзистора – 1 мм. Скорость осаждения органического полупроводника была равна 0.1 нм/сек, толщина плёнки – 50 нм. Вакуум был равен  $8 \times 10^{-6}$  Торр.



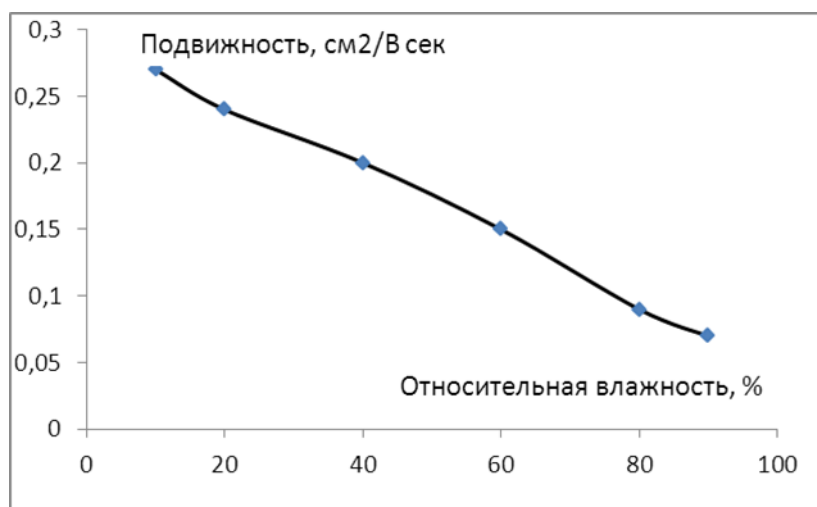
**Рис.1.** Схематическая конструкция органического тонкоплёночного транзистора: кремниевая подложка  $p$ -типа (1) – затвор, плёнка  $\text{SiO}_2$  (2), канал – органический полупроводник  $n$ -типа (3), сток (4) и исток (5).

Для проведения электрических измерений использовались два многофункциональных прибора (Keithly 236). Образцы помещались в специальную камеру, где относительная влажность могла измеряться и изменяться в пределах 10%–90%.

При фиксированном напряжении между стоком и истоком ( $V_{ds}$ ), равном 50 В, были получены переходные зависимости выходного тока насыщения ( $I_{Dsat}$ ) транзистора от входного напряжения ( $V_{gs}$ ). Было установлено, что данные характеристики подобны аналогичным характеристикам тонкоплёночных (полевых) транзисторов изготовленных на основе органических полупроводников [7]. Использование известной зависимости выходного тока транзистора от подвижности носителей заряда [8]:

$$\sqrt{I_{Dsat}} = \sqrt{\mu C_{ox} \frac{W}{2L}} (V_{gs} - V_t)$$

позволило вычислить значение данной подвижности ( $\mu$ ) с использованием измеренных значений ёмкости затвора ( $C_{ox}$ ), ширины ( $W$ ) и длины канала ( $L$ ) и порогового напряжения ( $V_t$ ). На рис.2 приведена зависимость подвижности от относительной влажности. Как видно из рис.2 подвижность уменьшается с возрастанием влажности: при влажности, равной 10 и 90%, подвижность равна соответственно 0.27 и 0.07 см<sup>2</sup>/В сек. При этом данная зависимость квази-линейная, что важно при практическом использовании данного органического полупроводника и соответственно транзистора в качестве датчика влажности.



**Рис.2.** Зависимость подвижности носителей заряда в органическом полупроводнике PTCDI-C<sub>8</sub> от относительной влажности.

Уменьшение подвижности с ростом влажности, по-видимому, связано с возрастанием концентрации ловушек, образующихся при взаимодействии молекул воды с молекулой органического полупроводника. Обнаруженный эффект влияния влажности на подвижность носителей заряда в PTCDI-C<sub>8</sub> может иметь практическое применение при создании высокочувствительных датчиков влажности. Как правило, с ростом влажности во



многих органических полупроводниках, в отличие от PTCDI-C<sub>8</sub>, электропроводность растёт. Вследствие этого можно создать мостовые схемы, обладающие высокой чувствительностью, в которых будут использоваться два датчика с противоположным эффектом влияния влажности на их сопротивление.

Таким образом, исследован тонкоплёночный транзистор на основе органического полупроводника PTCDI-C<sub>8</sub> при воздействии влаги. Обнаружено, что подвижность носителей заряда уменьшается с ростом влажности. Данный эффект может быть использован для создания высокочувствительных датчиков влажности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Гутман Ф., Лайонс Л. Органические полупроводники. – М.: Мир, 1970, 696 с.
2. Malenfant P.R., Dimitrakopoulos C.D., Gelorme J.D., Kosbar L.L., Graham T.O., Curioni A., Andreoni W. – Appl. Phys. Lett., 2002, v.80, №.1, pp.2517-2523.
3. Городецкий А.Ф., Кравченко А.Ф. Полупроводниковые приборы. – М.:Высшая школа, 1967, 348 с.
4. Burgmair M., Zimmer M., Eisele I. – Sensors and Actuators B, 2003,v.93, №.3, pp.271-275.
5. Bouvet M. – Anal. Bioanal. Chem., 2006, v., №.5., pp.366-342.
6. Zhu Z.T., Mason J.T., Dieckmann R. – Appl. Phys. Lett., 2002, v.81, №.3, pp.4643 -4648.
7. Chesterfield R.J., McKeen J.C., Newman C.R., Frisbie C.D., Ewbank P.C., Mann K.R. and Miller L.L. – J. Appl. Phys., 2004, v. 95, №.2, pp.6396-6399.
8. Chua L., Zaumsell J., Chang J., Ou E.C., Ho P.K., Sirringhaus H., Friend R.H. – Nature, 2005, v. 434, №.2, pp.194-201.

И.МУРТАЗА, Х.С.КАРИМОВ\*, Х.М.АХМЕДОВ\*

## ТАСИРИ НАМНОКӢ БА ҲАРАКАТМАНДИИ ЗАРЯДӢ ДАР НИМНОҚИЛИ ОРГАНИКИИ PTCDI-C<sub>8</sub>

*Институти илмҳои амалӣ ва технологияи ба номи Фулом Исҳоқ Хони Покистон,  
\*Маркази рушди инноватсионии илм ва технологияҳои нави Академияи илмҳои  
Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Дар мақола тасири намнокӣ ба ҳаракатмандии зарядҳо дар нимноқили органикии N,N'-диоктил-3,4,9,10-перилентетракарбоксилкид-имид (PTCDI-C<sub>8</sub>) омӯхта шудааст. Дар асоси ин нимноқил транзистор сохта шудааст. Нишон дода шудааст, ки дар зери тасири намноқи ҳаракатмандии зарядҳо паст мешавад. Ин ҳодиса бо баланд шудани миқдори домҳо вобаста карда шудааст. Дар асоси ин нимноқили органикии датчиқҳои намнокии ҳассосаш баланд сохтан мумкин аст.

**Калимаҳои калидӣ:** ҳаракатмандӣ, транзистор, қабати тунук, органикӣ, нимноқил, намнокӣ.

I.MURTAZA, KH.S.KARIMOV\*, KH.M.AKHMEDOV\*  
INFLUENCE OF HUMIDITY TO MOBILITY OF CHARGE CARRIERS IN ORGANIC  
SEMICONDUCTOR PTCDI-C<sub>8</sub>

*Ghulam Ishaq Khan Institute of Engineering Sciences and Technology of Pakistan,  
Center for Innovative Development of Science and New Technologies,  
Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

In the article the influence of humidity to the mobility of charge carriers in n-type organic semiconductor N,N'-dioctyle-3,4,9,10-perylene tetracarboxylic diimide (PTCDI-C<sub>8</sub>) was studied. For this purpose on the base of this semiconductor it was fabricated thin film transistor. It was shown that the mobility of charge carriers decreases with increase of humidity, that is considered due to the increase of concentration of traps in the semiconductor. On the base of this transistor high sensitive humidity sensors can be fabricated.

**Key words:** mobility, transistor, thin film, organic, semiconductor, humidity.

УДК 551.521.3, 551.583

М.И.ХОДЖАХОН, Б.И.НАЗАРОВ, С.Ф.АБДУЛЛАЕВ, Р.А.КАРИЕВА, У.М.МАДВАЛИЕВ

**ДИНАМИКА ИЗМЕНЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ХИМИЧЕСКИХ  
СОЕДИНЕНИЙ В СОСТАВЕ ПЫЛЕВОГО АЭРОЗОЛЯ  
В ПЕРИОД ПЫЛЕВЫХ БУРЬ**

*Физико-технический институт им. С.У.Умарова АН Республики Таджикистан*

*Поступила в редакцию 17.12.2015 г.*

*В статье приведён анализ состава пылевого аэрозоля, собранного в результате пылевых бурь на территории метеостанции п.Айвадж в период 2007-2015 гг. Установлены высокие значения содержания соединений  $\text{SiO}_2$  (54.23%),  $\text{CaO}$  (11.25%) и  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (10.16%). Приведены статистические характеристики содержания соединений и рассчитаны коэффициенты корреляции между некоторыми соединениями. Значимая высокая корреляция обнаружена между  $\text{SiO}_2$  и  $\text{Na}_2\text{O}$  ( $r=0.98$ ), между  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  и  $\text{SO}_3$  ( $r=0.89$ ), между  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  и  $\text{Al}_2\text{O}_3$  а также между  $\text{K}_2\text{O}$  и  $\text{MgO}$  ( $r=0.89$ ).*

**Ключевые слова:** пылевой аэрозоль, пылевая буря, пылевая мгла, рентгенофлуоресцентный волнодисперсионный спектрометр S8 TIGER.

Для изучения содержания химических соединений в составе пылевого аэрозоля в период пылевых бурь в работе был использован рентгенофлуоресцентный волнодисперсионный спектрометр S8 TIGER фирмы Bruker. В спектрометре образцы облучаются рентгеновской трубкой энергиями до 60 кэВ. Обычно образцы измеряются в вакууме, что позволяет значительно снизить пределы обнаружения, особенно для легких элементов. В случае жидких образцов или несвязанных порошков допускается проводить измерения в азотной или гелиевой атмосфере. Рентгеновское излучение генерируется трубкой и падает на образец, который в свою очередь испускает рентгеновское излучение определенной длины волны – характеристическое излучение, однозначно определяющее элемент периодической системы. Для генерации данного излучения энергия первичного (возбуждающего) пучка должна быть больше энергии возбуждения характеристического излучения.

Персональный компьютер (ПК) с установленным программным обеспечением SPECTRAplus и S8 TIGER соединены посредством сети. В зависимости от сетевой кон-

---

*Адрес для корреспонденции:* Ходжахон Мухаммад Идрис. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/1, Физико-технический институт АН РТ. E-mail: kh.mukhammad.i@gmail.com

фигурации это может быть одиночный кабель от ПК к спектрометру или же устройства могут подключаться посредством хаба.

**Пробоподготовка.** Наиболее часто используемая пробоподготовка для рентгенофлуоресцентного анализа – прессование в таблетки. Это достаточно простой и быстрый метод: отобрать и измерить на весах нужное количество пробы, измельчить и спрессовать в таблетку. Для точного воспроизведения результатов важно лишь один раз подобрать метод и затем использовать его постоянно. Для получения более точных результатов по основным микроэлементам необходимо смешать пробу с флюсом и расплавить в печи. После остывания получится однородный стеклянный диск. Таким образом, процесс пробоподготовки для рентгенофлуоресцентного анализа является достаточно простым, быстрым, не требует специальной подготовки и навыков и потому может быть полностью автоматизирован.

Пробоподготовка для S8 TIGER для получения сплавленных дисков (по программе Geo-Quant) включает следующие шаги:

1. Определяется потеря массы (ППП – потери при прокаливании с учётом воды, содержание которой нужно для суммы 100%)

1.1. Проба (примерно 3 г) ставится в муфельную печь при температуре  $T=1100^{\circ}\text{C}$ , где находится в течение 1 часа.

1.2. Рассчитываем PPP по формуле:

$$\text{ППП}=(m_1-m_2)/m_1,$$

где  $m_1$  – масса материала до нагревания, а  $m_2$  – после нагревания.

2. В 0.63 г пробы добавляется флюс. В нашем случае флюс состоит из 3.14 г тетрабората лития ( $\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7$ ) и 3.14 г метабората лития ( $\text{LiBO}_2$ ).

3. Добавляется к образцу 0.16 мл раствора LiBr для увеличения смачивания. Предварительно готовится раствор: 25 мл воды + 5 г LiBr.

4. После перемешивания образец ставится в плавилку (kapanax), где образец сначала плавится при температуре  $1150^{\circ}\text{C}$  в течение 15 мин. и затем охлаждает. Полученный диск анализируется по программе GEO-QUANT в течение 6-7 мин.

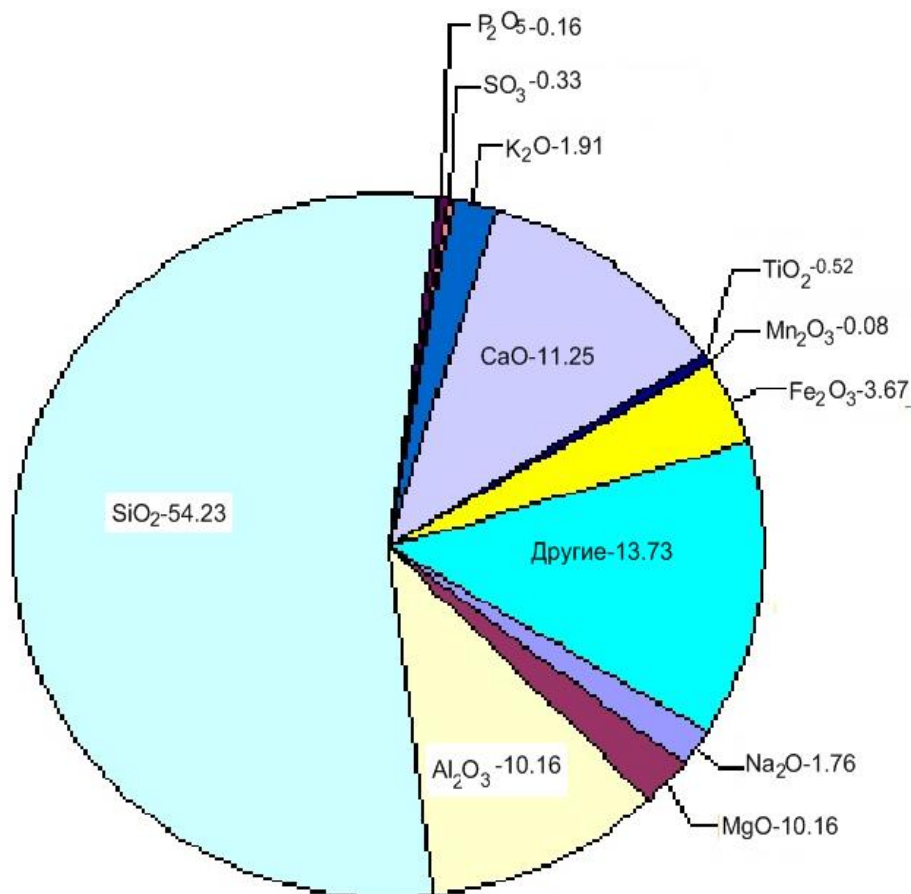
Таблица 1

Подготовка компонентов проб

Годы	Номер проб	Масса, m[г]						
		$m_{\text{тигель}}$	$m_{\text{материал}}$	$m_{\text{тигель}} + m_{\text{материал}}$	$m_{\text{общий}}$	ППП, %	$\text{LiBO}_2$	$\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7$
2007	13	19.500	8.19	27.690	26.340	16.484	3.171	3.171
2008	14	19.600	10.5	30.100	28.840	12.000	3.171	3.170
2009	124	16.800	8.64	25.440	24.530	10.532	3.171	3.170
2010	60	19.140	7.31	26.450	25.600	11.628	3.170	3.170
2011	12	19.120	1.65	20.770	20.410	21.818	3.170	3.171
2013	41	17.630	10.65	28.280	26.980	12.207	3.171	3.170
2014	26	19.880	8.35	28.230	27.250	11.737	3.170	3.170
2015	160	18.670	11.4	30.070	28.540	13.421	3.170	3.170

Примечание:  $m_{\text{LiBr}}=0.160$  г,  $m_{\text{образец}}=0.630$  г,  $\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7+\text{Li}_2\text{B}_4\text{O}_7=6.341$  г.

Средние значения содержания химических соединений в составе пылевого аэрозоля за период 2007-2015 гг. приведены на рис.1.

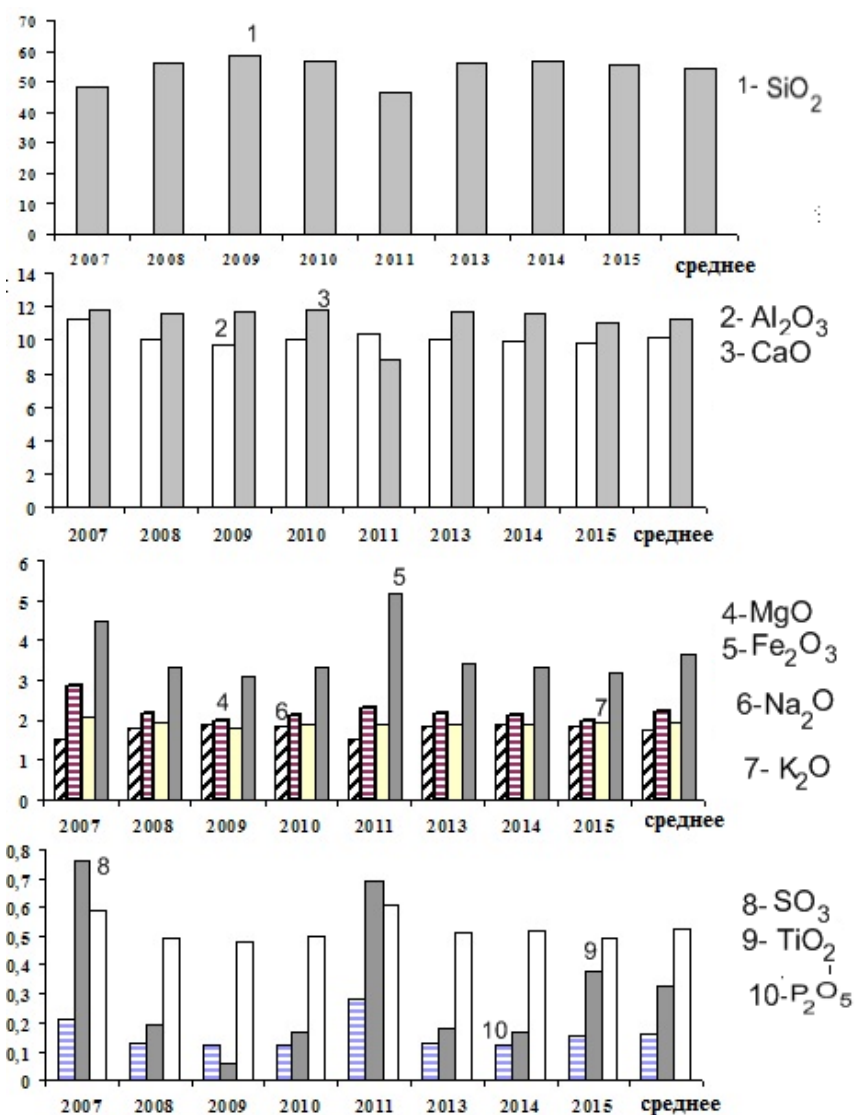


**Рис.1.** Средние значения содержания соединений (%) в пробах пылевого аэрозоля.

Как видно из рис. 1, в составе пылевого аэрозоля обнаружено высокое содержание SiO<sub>2</sub>(54.23%), CaO(11.25%), Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>(10.16%), Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>(3.67%), MgO(2.21%), K<sub>2</sub>O(1.91%) и Na<sub>2</sub>O(1.75%). Содержание остальных соединений измеренного ряда меньше 1%. По частоте появления в составе отдельных частиц элементы располагаются в следующей последовательности: Si, Al, Ca, K, Fe..., что хорошо согласуется с данными интегрального определения элементного состава аэрозоля.

Обращает на себя внимание повышенное содержание SiO<sub>2</sub>, CaO, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> и Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> - соединений, обычно характерных именно для почвы, что позволяет предположить вторичное выделение выбросов из сопредельных государств.

На рис.2 представлена динамика изменения содержания этих соединений за период 2007-2015 гг. (отсутствуют данные за 2012 г.).



**Рис.2.** Динамика изменения содержания соединений в пылевом аэрозоле за период 2007-2015 гг.

На рис.2 также приведены средние значения ряда. Как видно, высокие значения Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, SO<sub>3</sub> и TiO<sub>2</sub> наблюдались в 2007 и 2011 гг., низкие показатели SiO<sub>2</sub>, CaO и Na<sub>2</sub>O отмечены в 2007 и 2011 гг, остальные соединения изменяются вблизи среднего значения по ряду.

В табл.2 приведены статистические характеристики содержания соединений (среднее, максимальное и минимальное содержания соединений в (%) в пробах пылевого аэрозоля,  $\sigma$  – среднееквадратическое отклонение,  $S_n$  – стандартная ошибка и  $V$  – вариация данных), высокие значения величин отмечены жирным шрифтом.

Таблица 2

Статистические характеристики содержание соединений (%) в пробах пылевого аэрозоля

Соединение, %	$\langle C \rangle$	$C_{\max}$	$C_{\min}$	$\sigma$	$S_n$	$V$
Na <sub>2</sub> O	1.76	1.87	1.49	0.14	0.05	0.08
MgO	2.21	2.86	1.97	0.25	0.08	0.11
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	10.16	11.21	9.79	0.41	0.14	0.04
SiO <sub>2</sub>	54.23	58.54	46.41	3.93	1.31	0.07
P <sub>2</sub> O <sub>5</sub>	0.16	0.28	0.12	0.05	0.02	0.32
SO <sub>3</sub>	0.33	0.76	0.06	0.23	0.08	0.71
K <sub>2</sub> O	1.91	2.08	1.79	0.07	0.02	0.04
CaO	11.25	11.77	8.87	0.88	0.29	0.08
TiO <sub>2</sub>	0.52	0.61	0.48	0.04	0.01	0.08
Mn <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	0.08	0.1	0.07	0.01	0.00	0.09
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	3.67	5.15	3.09	0.66	0.22	0.18
Другие	13.73	21.83	10.52	3.29	1.10	0.24

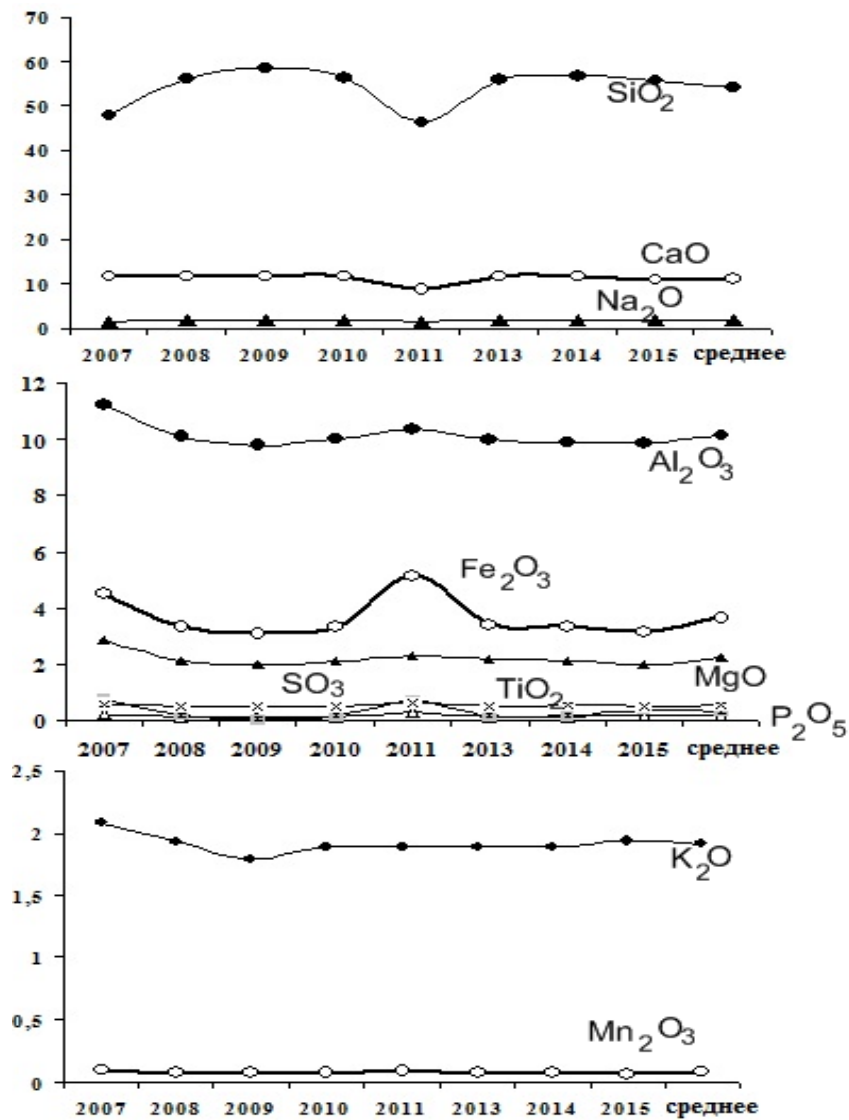


Рис.3. Иллюстрация корреляционной связи между соединениями (%).

На рис.3 представлены кривые изменения содержания соединений для определения корреляции между ними. Рассчитанные коэффициенты корреляции между соединениями свидетельствуют, что самая высокая корреляция имеется между  $\text{SiO}_2$  и  $\text{Na}_2\text{O}$  ( $r=0.98$ ); между  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  и  $\text{SO}_3$  ( $r=0.89$ ); между  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  и  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , а также между  $\text{K}_2\text{O}$  и  $\text{MgO}$  ( $r=0.87$ ); между  $\text{Al}_2\text{O}_3$  и  $\text{MgO}$  ( $r=0.77$ ); между  $\text{CaO}$  и  $\text{Na}_2\text{O}$  ( $r=0.56$ ). Для остальных соединений значимой корреляции не обнаружено.

Приведены статистические характеристики содержания соединений и рассчитаны коэффициенты корреляции между некоторыми соединениями. Самая высокая корреляция отмечена между  $\text{SiO}_2$  и  $\text{Na}_2\text{O}$  ( $r=0.98$ ); между  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  и  $\text{SO}_3$  ( $r=0.89$ ); между  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  и  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , а также между  $\text{K}_2\text{O}$  и  $\text{MgO}$  ( $r=0.89$ ).

*Исследования проведены при финансовой поддержке Международного научно-технического центра (проект Т-2076).*

М.И.ХОДЖАХОН, Б.И.НАЗАРОВ, С.Ф.АБДУЛЛОЕВ, Р.А.КОРИЕВА,  
У.М.МАДВАЛИЕВ

**ДИНАМИКА И ТАҒЙИРЁБИИ МИҚДОРИ ПАЙВАСТАГИҲОИ  
КИМИЁВӢ ДАР ЧАНГИ АЭРОЗОЛӢ ДАР ДАВРАИ БӢХРОНИ ЧАНГУ  
ҒУБОР**

*Институти физикаю-техникаи ба номи С.У.Умарови  
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Дар мақола муоинаи таркиби аэрозоли чангӣ ки ҳангоми бухрони чангу ғубор дар ҳудуди пойгоҳи обухавосанҷии Айваҷ дар давраи солҳои 2007-2015 ҷаъм овардашуда омӯхта шудааст. Андозаи зиёди пайвастагиҳои  $\text{SiO}_2$  (54.23%),  $\text{CaO}$  (11.25%) ва  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (10.16%) муққарар карда шудааст, ки мумкин аст ба партовҳои давлатҳои бурунмарзӣ алоқаманд бошанд. Хусусиятҳои статистикӣ таркиби пайвастагиҳо ва ҳисоби коэффициенти коррелясияи байни пайвастагиҳо оварда шудааст. Баҳам вобастагии назарраси байни пайвастагиҳои  $\text{SiO}_2$  ва  $\text{Na}_2\text{O}$  ( $r=0.98$ ), байни  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  ва  $\text{SO}_3$  ( $r=0.89$ ), байни  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  ва  $\text{Al}_2\text{O}_3$  минҷумла байни  $\text{K}_2\text{O}$  ва  $\text{MgO}$  ( $r=0.89$ ) муққарар карда шудаанд.

**Калимаҳои калидӣ:** чанги аэрозоли, бухрони чангӣ, бухрони чангу ғубор, спектрометри рентгенофлуоресенсии S8 TIGER.



M.I.KHODJAKHON, B.I.NAZAROV, S.F.ABDULLAEV, R.A.KARIEVA,  
U.M.MADVALIEV

**DYNAMICS CHANGE OF CHEMICAL COMPOUNDS  
IN THE COMPOSITION OF THE DUST AEROSOL ON PERIOD  
OF DUST STORMS**

*S.U.Umarov Physical-Technical Institute, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

In this article the composition of the dust aerosol selected as a result of dust storms in the territory of the weather station Ayvadh in 2007-2015 has been analyzed. High value compounds  $\text{SiO}_2$  (54.23%),  $\text{CaO}$  (11.25%) and  $\text{Al}_2\text{O}_3$  (10.16%), perhaps due to the anthropogenic emissions of neighboring states are observed. The statistical characteristics of detention compounds and correlation coefficients between certain compounds are calculated. A significant high correlation between  $\text{SiO}_2$  and  $\text{Na}_2\text{O}$  ( $r = 0.98$ ), between  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  and  $\text{SO}_3$  ( $r = 0.89$ ), between  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  and  $\text{Al}_2\text{O}_3$  as well as between  $\text{K}_2\text{O}$  and  $\text{MgO}$  ( $r = 0.89$ ) are observed.

**Key words:** dust aerosol, dust storm, dust haze, spectrometer XRF S8 TIGER.

УДК 546.273-521.633

Д.Х.МИРЗОЕВ, Ш.О.АЪЗАМОВ, С.М.ГАФОРЗОДА, С.А.БАХРОНОВ, Ш.Д.ОТАЕВ,  
У.М.МИРСАИДОВ

**ФОСФОРНОКИСЛОТНОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ АРГИЛЛИТОВ  
МЕСТОРОЖДЕНИЯ ЧАШМА-САНГ**

*Институт химии им.В.И.Никитина АН Республики Таджикистан*

*Поступила в редакцию 22.04.2016 г.*

*В статье приведены результаты изучения фосфорнокислотного разложения аргиллитов месторождения Чашма-Санг. Найдены оптимальные условия выделения полезных компонентов из руды.*

**Ключевые слова:** аргиллиты, фосфорная кислота, оксид алюминия, оксид железа.

Ранее в работах [1-4] изучено разложение аргиллитов месторождения Чашма-Санг соляной, серной и азотной кислотами. Данные о разложении аргиллитов ортофосфорной кислотой в литературе отсутствуют.

Ортофосфорная кислота (фосфорная кислота) – неорганическая кислота средней силы, с химической формулой  $H_3PO_4$ , которая при стандартных условиях представляет собой бесцветные гидроскопические кристаллы [5]. При температуре выше  $+213^{\circ}C$  она превращается в пиррофосфорную кислоту  $H_4P_2O_7$ . Очень хорошо растворима в воде. Обычно ортофосфорной (или просто фосфорной) кислотой называют 85% водный раствор (бесцветная сиропообразная жидкость без запаха). Растворима также в этаноле и других растворителях [5]. Использование ортофосфорной кислоты выгодно тем, что в процессе разложения получают фосфаты алюминия ( $AlPO_4$ ) и железа ( $FePO_4$ ), которые широко используются в качестве флюсов при производстве керамики в медицине, как добавки к цементу, в производстве стекла и как катализаторы в органическом синтезе [6]. В Таджикистане широко распространены месторождения высококремнистых алюмосодержащих руд [7]. Аргиллиты месторождения Чашма-Санг отличаются тем, что содержат

---

*Адрес для корреспонденции:* Мирзоев Давлатмурод Хайруллоевич. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2. Институт химии АН РТ. E-mail: davlatmurod.mirzoev.71@mail.ru

большее количество глинозёма, чем другие руды [1]. Именно это определяет выбор переработки аргиллитов фосфорной кислотой.

Целью настоящей работы явилось изучение условий разложения аргиллитов фосфорной кислотой с получением фосфатов алюминия и железа.

Химический анализ аргиллитов показал следующий состав (мас%):  $Al_2O_3$ – 31.6;  $Fe_2O_3$ –8.74;  $Na_2O$  – 0.1;  $K_2O$  – 2.95;  $CaO$  – 1.0;  $MgO$  – 1.0;  $SiO_2$ – 42.86; п.п.п-10.0.

В таблице приведены результаты спектрального анализа исходного аргиллита.

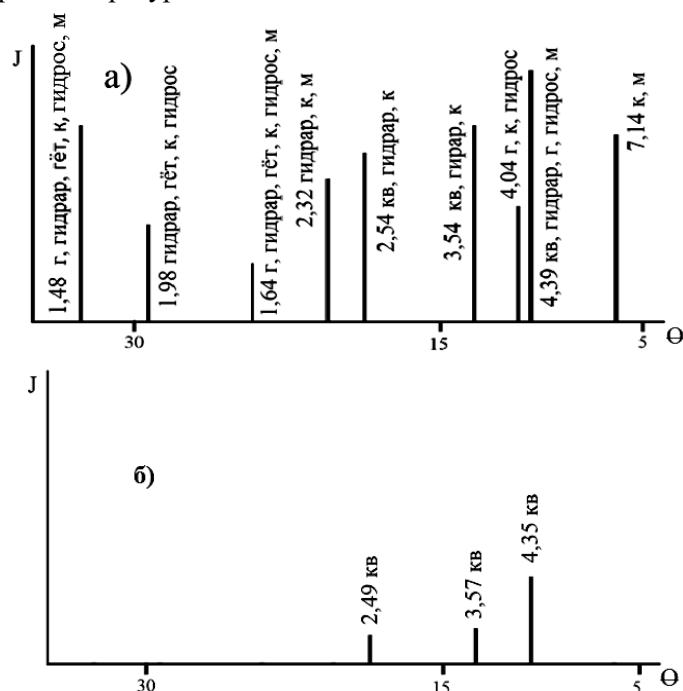
Таблица

Результаты спектрального анализа исходного аргиллита месторождения Чашма-Санг

Содержание, мас%	Элементы												
	Ca	Mg	Ti	K	Na	Pb	Ba	Cu	Cr	Ni	V	Zn	Co
	0.71	0.6	0.6	2.3	0.07	0.001	0.3	0.01	0.03	0.003	0.01	0.6	0.002

Из таблицы видно, что в составе аргиллита, кроме Al, Fe и Si, имеются также в очень незначительных количествах и другие элементы.

Для определения степени извлечения компонентов породы при фосфорнокислотном разложении, пробы аргиллита месторождения Чашма-Санг предварительно измельчали в лабораторной шаровой мельнице до крупности частиц -0.1 мм. Далее пробу подвергли обжигу при температуре 600°C в течение 60 мин.



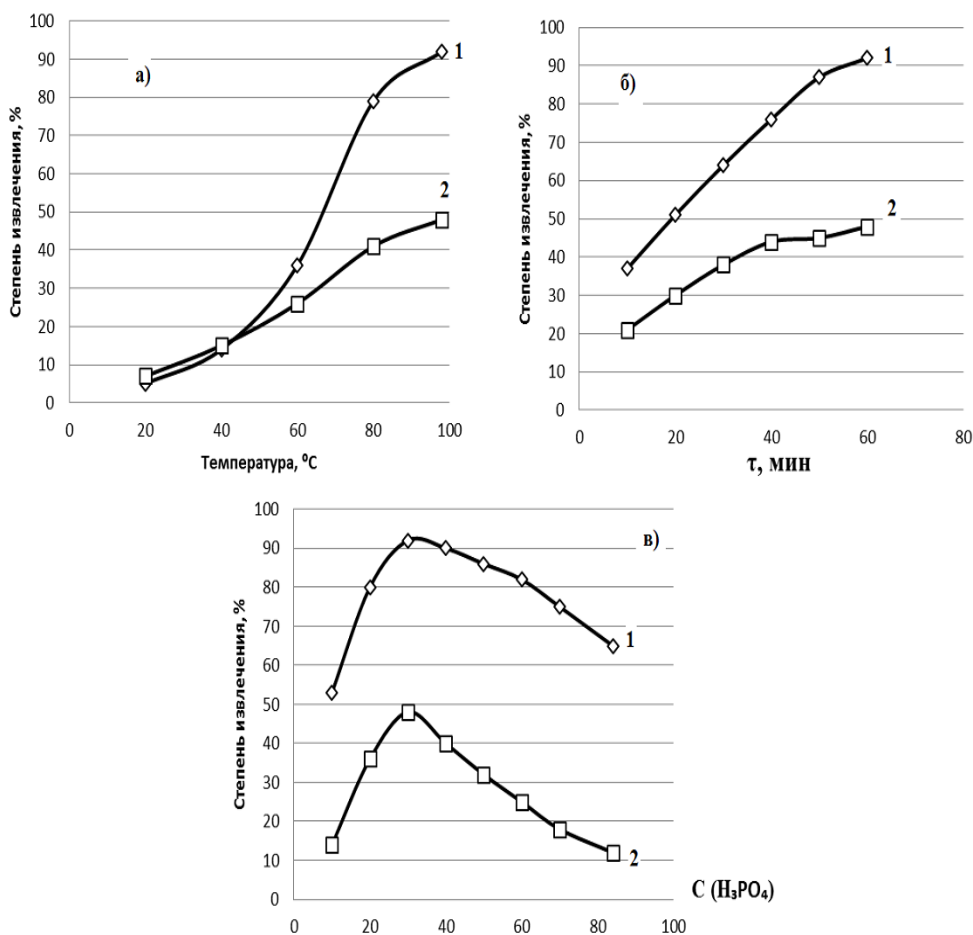
**Рис.1.** Результаты рентгенофазового анализа (а) исходной руды и (б) остатка после прокаливания и кислотного разложения (температура 550-600°C, продолжительность процесса 60 мин, 30%  $H_3PO_4$ ) аргиллитов месторождения Чашма-Санг: кв – кварц; к – каолинит; м – монтмориллонит; г – гематит; гидрос – гидрслюда; гидрар – гидраргиллит; гёт – гётит.

На рис.1 приведены результаты рентгенофазового анализа исходной руды (а) и остатка после прокаливания при температуре 550-600°C в течение 60 мин и фосфорнокислотного разложения 30%  $H_3PO_4$  (б) аргиллитов Чашма-Санг. Как видно из рис.1б, после прокаливания и разложения фосфорной кислотой в остатке остается, в основном, только кварц.

Фосфорная кислота дозировалась из расчета образования фосфатов алюминия и железа. После кислотной обработки полученную пульпу фильтровали и промывали дистиллированной водой. В растворе определяли содержание оксидов алюминия и железа по общепринятой методике.

Исследовано влияние температуры, продолжительности процесса и концентрации кислоты на степень извлечения полезных компонентов.

Обожжённую пульпу подвергали фосфорнокислотной обработке. На рис.2 представлена зависимость извлечения оксидов алюминия и железа при фосфорнокислотном разложении аргиллитов от температуры, продолжительности процесса и концентрации кислоты. Как видно из рис.2, максимальная степень извлечения компонентов достигается при температуре 100°C и составляет: для  $Al_2O_3$  – 92%, для  $Fe_2O_3$  – 48% (рис.2а).



**Рис.2.** Зависимость степени извлечения  $Al_2O_3$ (1) и  $Fe_2O_3$  (2) в раствор от температуры (а), продолжительности процесса (б) и концентрации фосфорной кислоты (в).

Зависимость степени извлечения оксидов алюминия и железа от продолжительности фосфорнокислотной обработки изучали в интервале 10-60 мин (рис.2б). Максимальная степень извлечения достигается при обработке аргиллита 30%  $H_3PO_4$  в течение 60 мин.

Влияние концентрации  $H_3PO_4$  на разложение руды изучали в интервале концентрации 10-84%, неизменными факторами процесса являлись: температура - 98°C, продолжительность – 60 мин. Из рис.2в видно, что максимальные извлечения достигаются при обработке руды 30%  $H_3PO_4$ .

Таким образом, можно рекомендовать следующие условия разложения аргиллитов месторождения Чашма-Санг фосфорной кислотой: температура обжига 550-600°C в течение 60 мин; температура кислотного разложения 95-98°C; продолжительность обработки 60 мин; концентрация кислоты 30% и крупность частиц -0.1мм. При этом степень извлечения  $Al_2O_3$  составляет 92%,  $Fe_2O_3$  – 48%.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Мирсаидов У.М., Мирзоев Д.Х., Бобоев Х.Э. Комплексная переработка аргиллитов и каолиновых глин Таджикистана. – Душанбе: Дониш, 2016, 92 с.
2. Мирзоев Д.Х., Бобоев Х.Э., Пулатов М.С., Мирсаидов У.М. Сернокислотное разложение каолиновых глин месторождения Чашма-Санг. – Доклады АН Республики Таджикистан, 2005, т.48, №7, с.30-35.
3. Каюмов А.М., Мирзоев Д.Х., Турсунов У.А., Баротов А.М. Азотнокислотное разложение аргиллитов месторождения Чашма-Санг Таджикистана. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2015, №2(159), с.17-20.
4. Мирзоев Д.Х., Каюмов А.М., Мисратов Ж.А., Турсунов У.А., Бахридинова Т.У., Мирсаидов У.М. Разложение аргиллитов месторождения Чашма-Санг Таджикистана минеральными кислотами. – Мат-лы XII Нумановских чтений. – Душанбе, 2015, с.74.
5. Карапетьянц М.Х., Дракин С.И. Общая и неорганическая химия. – М.: Химия, 1994.
6. Алюминия фосфат. – Химическая энциклопедия. / Гл. ред. И.Л. Киумянц. – М.: Советская энциклопедия, 1988, т.1, с.217-218.
7. Мирсаидов У.М., Маматов Э.Д. Комплексная переработка боро- и алюмосиликатных руд Таджикистана. – Душанбе: Дониш, 2013, 116 с.

Д.Х.МИРЗОЕВ, Ш.О.АЪЗАМОВ, С.М.ФАФОРЗОДА, С.А.БАҲРОНОВ,  
Ш.Д.ОТАЕВ, Ё.М.МИРСАИДОВ

## ТАҶЗИЯИ АРГИЛЛИТҲОИ КОНИ ЧАШМАИ-САНГИ ТОҶИКИСТОН БО ИШТИРОКИ КИСЛОТАИ ФОСФАТ

*Институти кимиёи ба номи В.И. Никитини Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Дар мақола натиҷаи омӯзиш ва шароитҳои мусоиди таҷзияи аргиллитҳои кони Чашмаи-Санги Тоҷикистон бо кислотаи фосфат оварда шудааст. Шароитҳои муносиби ҷудо намудани қисмҳои фойданок аз маъдани аргиллитҳо дарёфт карда шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** аргиллит, кислотаи фосфат, оксиди алюминий, оксиди оҳан.

D.KH.MIRZOEV, SH.O.AZAMOV, S.M.GAFORZODA, S.A.BAKHRONOV, SH.D.OTAEV,  
U.M.MIRSAIDOV

**PHOSPHORIC ACID DECOMPOSITION OF MUDSTONES  
OF CHASHMA-SANG DEPOSIT OF TAJIKISTAN**

*V.I.Nikitin Institute of Chemistry, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

The results of studies of phosphoric acid decomposition of mudstones of Chashma-Sang Deposit are presented. The optimal conditions of extraction of valuable components from ore are defined.

**Key words:** mudstones, phosphoric acid, aluminum oxide, iron oxide.

УДК 538.91+536.24

З.НИЗОМОВ, Р.Х.САИДОВ, Б.Н.ГУЛОВ, Х.Х.НИЯЗОВ\*

ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ  
СПЛАВА АК1М2, ЛЕГИРОВАННОГО СКАНДИЕМ И ИТТРИЕМ

*Таджикский национальный университет,*

*\*Таджикский технический университет им. академика М.Осими,*

*Поступило в редакцию 16.05.2016 г.*

*В статье приведены экспериментальные результаты температурной зависимости теплофизических свойств сплава АК1М2, легированного скандием и иттрием.*

**Ключевые слова:** сплав АК1М2, скандий, иттрий, теплоёмкость энтальпия, энтропия, энергия Гиббса.

Измерения теплоемкости и ее температурного хода играют большую роль в исследованиях сплавов. В данной работе приведены результаты экспериментального исследования температурной зависимости удельной теплоемкости сплава особо чистого алюминия с 1 мас.% кремния и 2 мас.% меди (АК1М2), легированного скандием и иттрием. Теплоемкость определяли методом охлаждения [1].

Экспериментально полученные временные зависимости температуры образцов с достаточно хорошей точностью описываются уравнением вида

$$T = ae^{-b\tau} + pe^{-k\tau}, \quad (1)$$

где  $a$ ,  $b$ ,  $p$ ,  $k$  – константы,  $\tau$  - время охлаждения. Дифференцируя уравнение (1) по  $\tau$ , получаем уравнение для скорости охлаждения образцов

$$dT / d\tau = -abe^{-b\tau} - pke^{-k\tau}. \quad (2)$$

Ранее в работе [2] было показано, что величины коэффициента теплоотдачи  $\alpha(T)$  для меди, алюминия и цинка сильно отличаются. Поэтому при определении удельной теплоемкости для легированных сплавов использовали  $\alpha(T)$  для сплава Al+2%Cu определенными нами ранее в работе [3]:

---

**Адрес для корреспонденции:** Низомов Зиёвуддин. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: nizomov@mail.ru

$$|\alpha(T)| = -4.7850 + 0.0418T + 4.2516 \cdot 10^{-5}T^2 - 5.7191 \cdot 10^{-8}T^3, \quad (3)$$

считая что, оно не зависит от концентрации легированного металла. Далее нами вычислена величина удельной теплоемкости сплавов по формуле

$$c = \frac{|\alpha(T)|S(T - T_0)}{m(dT/d\tau)}, \quad (4)$$

здесь  $m$  и  $S$  – соответственно масса и площадь поверхности образца,  $T$  и  $T_0$  – температура образца и окружающей среды. В табл. 1 приведены зависимости удельной теплоемкости (Дж/кг · К) сплава АК1М2, легированного различными концентрациями скандия и иттрия, от температуры.

Приведенные показатели температурной зависимости теплоемкости сплава АК1М2, содержащего различные концентрации скандия и иттрия, показывают, что при низких температурах теплоемкость легированных сплавов меньше, чем для исходного сплава, а при высоких температурах больше для отдельных концентрации. Теплоемкость легированного скандием и иттрием сплавов сложным образом зависит от концентрации.

Для расчета температурной зависимости энтальпии, энтропии и энергии Гиббса использовали интегралы от молярной теплоёмкости [4, 5]:

$$H(T) = H(T_0) + \int_{T_0}^T C_p(T) dT, \quad S = \int_{T_0}^T C_p(T) d \ln T, \quad G(T) = H(T) - TS(T) \quad (5)$$

В табл. 2 приведена температурная зависимость значения энтальпии для сплава АК1М2, легированного различными концентрациями (мас.%) скандия и иттрия.

Таблица 1

Температурная зависимость удельной теплоемкости (Дж/кг · К) сплава АК1М2, легированного (мас.%), скандием (числитель) и иттрием (знаменатель) концентрации от температуры

T, К	АК1М2	АК1М2+ 0.005%P3M	АК1М2+ 0.05% P3M	АК1М2+ 0.1% P3M	АК1М2+ 0.5% P3M
300	889.572	758.561	789.977	803.832	803.569
	889.572	704.533	640.161	651.361	644.017
400	931.002	858.021	884.917	888.512	901.779
	931.002	773.619	763.424	749.649	768.349
500	970.552	955.721	978.177	976.872	983.669
	970.552	854.436	869.303	854.113	870.185
600	1011.762	1042.721	1061.837	1058.833	1049.659
	1011.762	931.917	955.452	952.297	950.401
700	1058.172	1110.081	1127.977	1124.313	1100.169
	1058.172	990.994	1019.525	1031.745	1009.873
800	1113.322	1148.861	1168.677	1163.233	1135.619
	1113.322	1026.602	1059.176	1080.001	1049.477
900	1180.752	1150.121	1176.017	1165.513	1156.429
	1180.752	1048.155	1072.059	1084.609	1070.089



Таблица 2

Значения энтальпии (кДж/моль) сплава АК1М2, легированного скандием (числитель) и иттрием (знаменатель)

Т,К	АК1М2	АК1М2+ 0.005%РЗМ	АК1М2+ 0.05%РЗМ	АК1М2+ 0.1% РЗМ	АК1М2+ 0.5% РЗМ
300	6.6569	5.1913	5.4798	5.8636	5.0670
	6.8534	5.5276	3.4709	4.5631	3.3126
400	9.1450	7.3991	7.7675	8.1655	7.4001
	9.6112	7.5424	5.3919	6.4741	5.2472
500	11.7431	9.8783	10.3144	10.7034	9.9789
	12.6540	9.7655	7.6265	8.6648	7.4905
600	14.4510	12.6118	13.1052	13.4734	12.7593
	16.0256	12.2083	10.1240	11.1351	9.9825
700	17.2781	15.5584	16.1029	16.4439	15.6982
	19.7792	14.8411	12.8272	13.8509	12.6652
800	20.2436	18.6520	19.2488	19.5556	18.7536
	23.9776	17.5931	15.6728	16.7438	15.4832
900	23.3763	21.8024	22.4630	22.7219	21.8848
	28.6936	20.3522	18.5908	19.7115	18.3836

В табл. 3 приведена температурная зависимость значения энтропии для сплава АК1М2, легированных различных концентрации (мас.%) скандия и иттрия.

Таблица 3

Значения энтропии (Дж/моль К) сплава АК1М2, легированного скандием (числитель) и иттрием (знаменатель)

Т, К	АК1М2	АК1М2+ 0.005%РЗМ	АК1М2+ 0.05%РЗМ	АК1М2+ 0.1% РЗМ	АК1М2+ 0.5% РЗМ
300	117.3547	88.64108	94.19263	106.4673	75.3052
		108.3758	42.5312	81.9547	35.4758
400	124.5048	94.97379	100.7565	113.0737	81.9987
		114.1592	48.0344	87.4335	41.0177
500	130.2979	100.4949	106.4297	118.7271	87.7440
		119.1106	53.0089	92.3098	46.0120
600	135.2319	105.4722	111.5124	123.7715	92.8082
		123.5585	57.5558	96.8060	50.5493
700	139.5875	110.0106	116.1311	128.3474	97.3357
		127.6137	61.7196	100.9877	54.6815
800	143.5452	114.1400	120.3322	132.5015	101.4143
		131.2874	65.5179	104.8482	58.4430
900	147.2330	117.8506	124.1203	136.2315	105.1016
		134.5379	68.9545	108.3431	61.8586

Таблица 4

Значения энергии Гиббса (кДж/моль) сплава АК1М2,  
легированного скандием (числитель) и иттрием (знаменатель)

Т, К	АК1М2	АК1М2+ 0.005%Sc	АК1М2+ 0.05%Sc	АК1М2+ 0.1%Sc	АК1М2+ 0.5%Sc
300	-28.5495	-21.3716	-22.778	-26.0766	-17.5246
	-28.5495	-26.9852	-9.22348	-20.0233	-7.3312
400	-40.6569	-30.4975	-32.5351	-37.064	-25.3994
	-40.6569	-38.1212	-13.6168	-28.4993	-11.1615
500	-53.4058	-40.1424	-42.9004	-48.6601	-33.8930
	-53.4058	-49.7898	-18.3774	-37.4901	-15.5175
600	-66.6881	-50.2012	-53.8022	-60.7895	-42.9256
	-66.6881	-61.9268	-23.3718	-46.9485	-20.3497
700	-80.4331	-60.5779	-65.1889	-73.3993	-52.4368
	-80.4331	-74.4885	-28.4541	-56.8406	-25.6152
800	-94.5925	-71.1739	-77.0169	-86.4456	-62.3778
	-94.59251	-87.4369	-33.4621	-67.1349	-31.2752
900	-109.1330	-81.8827	-89.2453	-99.8864	-72.7067
	-109.1334	-100.7320	-38.2156	-77.7973	-37.2941

В табл. 4 приведена температурная зависимость значения энергии Гиббса для сплава АК1М2, легированного различным количеством (мас.%) скандия и иттрия.

Результаты экспериментальных исследований показывают, что для легированных иттрием и скандием сплавов энтальпия и энтропия меньше, чем для исходного сплава, а энергия Гиббса больше, то есть легирование сплава АК1М2 способствует повышению его термостабильности.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Низомов З., Гулов Б.Н., Саидов Р.Х., Авезов З. Измерение удельной теплоемкости твердых тел методом охлаждения. – Вестник национального университета, 2010, вып. 3(59), с. 136-141.
2. Низомов З., Саидов Р.Х., Гулов Б.Н., Авезов З. Исследование температурной зависимости коэффициента теплоотдачи меди, алюминия А7 и цинка. – Мат-лы междунар. конф. «Современные проблемы физики конденсированных сред и астрофизики». – Душанбе: Бахт LTD, 2010, с. 38-41.
3. Гулов Б.Н., Саидов Р.Х., Низомов З. Исследование температурной зависимости термодинамических свойств сплава АК1+2%Cu. – Вестник Таджикского технического университета, 2012, вып.1(17), с.7-11.
4. Низомов З., Б. Гулов Б.Н., Саидов Р.Х. Теплоемкость алюминия марки А5N, его сплавов с кремнием, медью и редкоземельными металлами. – Доклады Академии наук Республики Таджикистан, 2014, т. 57, №11-12, с. 843-849.
5. Низомов З., Саидов Р.Х., Гулов Б.Н., Бердиев А.Э., Ниезов Х.Х. Температурная зависимость теплоемкости сплава АК1+2%Cu, легированного РЗМ. – Мат-лы междунар. конф. «Современ-

ные вопросы молекулярной спектроскопии конденсированных сред». -Душанбе: Изд-во ТНУ, 2011, с.184-187.

З.НИЗОМОВ, Р.Ҳ.САИДОВ, Б.Н.ГУЛОВ, Ҳ.Ҳ.НИЁЗОВ\*

**ВОБАСТАГИИ ҲОСИЯТҲОИ ТЕРМОФИЗИКИИ ҲҶЛАИ АК1М2 БО  
СКАНДИЙ ВА ИТТРИЙ ҶАВҲАРОНИДАШУДА АЗ ТЕМПЕРАТУРА**

*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон,*

*\*Донишгоҳи техникии Тоҷикистон ба номи академик М.Осимӣ,*

Дар мақола натиҷаҳои таҳқиқи таҷрибавии вобастагии хосиятҳои термофизи-  
зикии ҳулаи АК1М2, ки бо скандий ва иттрий ҷавҳаронида шудаанд аз температура  
оварда шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** ҳулаи АК1М2, скандий, иттрий, хосиятҳои термофизиқӣ, вобаста аз тем-  
пература.

Z.NIZOMOV, R.H.SAIDOV, B.N.GULOV, Ch.H.NIYOZOV\*

**THE TEMPERATURE DEPENDENCE OF THE THERMOPHYSICAL  
PROPERTIES OF THE ALLOY AK1M2 DOPED SCANDIUM AND YTTRIUM**

*Tajik national university,*

*\*M.S.Osimi Tajik Technical University,*

The article presents experimental results of the temperature of the patterns of thermo-  
physical properties of alloy AK1M2 doped scandium and yttrium.

**Key words:** AK1M2 alloy, scandium, yttrium, thermal properties, temperature dependence.

УДК 621.039

Ф.А.ХАМИДОВ, И.У.МИРСАИДОВ, Б.Б.БАРОТОВ, Х.М.НАЗАРОВ, У.МИРСАИДОВ

**ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ  
ПЕРЕРАБОТКИ УРАНСОДЕРЖАЩИХ ОТХОДОВ**

*Агентство по ядерной и радиационной безопасности АН Республики Таджикистан  
Поступила в редакцию 11.01.2016 г.*

*В работе приведены результаты получения уранового концентрата из отходов урановой промышленности. Изучена кинетика процесса разложения отходов при оптимальном расходе  $H_2SO_4$  в интервале температур 293-353 К. Определена экспериментальная энергия активации, величина которой равна 6.0 кДж/моль.*

**Ключевые слова:** отходы, разложение, уран, кинетика, энергия активации.

Исходя из анализа хвостохранилищ Северного Таджикистана, в работах [1-7] приведены результаты по вторичной переработке отходов урановой промышленности. Как показали работы [2-4], наиболее перспективным для переработки является хвостохранилище «Карта 1-9» г.Чкаловска (ныне г.Бустон).

Химический состав хвостов «Карта 1-9», %: U-238 – 0.009-0.031; Fe – 5-7; Ca – 10-15; кварц и другие элементы – 85-95.

В табл.1 приведены сведения о гранулометрическом составе отходов гидрометаллургической переработки.

Таблица 1

Ситовая характеристика отходов хвостохранилища г.Чкаловска

+1 мм	до 1%
+0.314 мм	до 10%
+0.1 мм	до 15%
+0.074 мм	до 20%
<0.074 мм	илю 50%

*Адрес для корреспонденции:* Хамидов Фарход Абдуфатович. 734003, Республика Таджикистан, г.Душанбе, ул.Х.Хакимзаде, 17а, Агентство по ядерной и радиационной безопасности АН РТ.  
E-mail: h-farhod@mail.ru

Возможность вторичного использования отходов заключается в дополнительном геологоразведочном обследовании на содержание урана [2, 5].

Физико-механические свойства хвостохранилища представлены в табл.2.

Таблица 2

Физико-механические свойства отходов хвостохранилища г.Чкаловска

Фракция	Влажность	Плотность, г/см <sup>3</sup>	Плотность минеральной части г/см <sup>3</sup>	Пористость, %	Угол внутреннего трения, φ <sup>0</sup>	Сцепление, МПа	Коэффициент сжимаемости, МПа <sup>-1</sup>
Суглинистая (центр.слой)	4-6	-	2.6-2.7	-	-	-	-
Песчаная	10-12	1.46-1.70	-	30-40	≈20	0.01-0.04	0.4-0.06 (ρ=0.05-0.07 МПа)
Тонко-дисперсная (глинистая)	15-20	1.84-1.90	2.6-2.7	≈50	0.003-0.002 (общее сопрот. сдвигу, МПа)		1.0-6.0 (ρ=0.01-0.15 МПа)

Минералогический состав хвостов установили рентгенофазовым анализом (рис.1).

Так как хвосты из техногенного месторождения «Карта 1-9» в основном содержат кварц (69%), их подвергали кислотному выщелачиванию.

Результаты лабораторных исследований по степени вскрытия и перехода урана в раствор обобщены в табл.3, откуда видно, что при серноокислотном вскрытии хвостов (с содержанием урана 0.008-0.021%) переход урана в раствор составляет 61%.

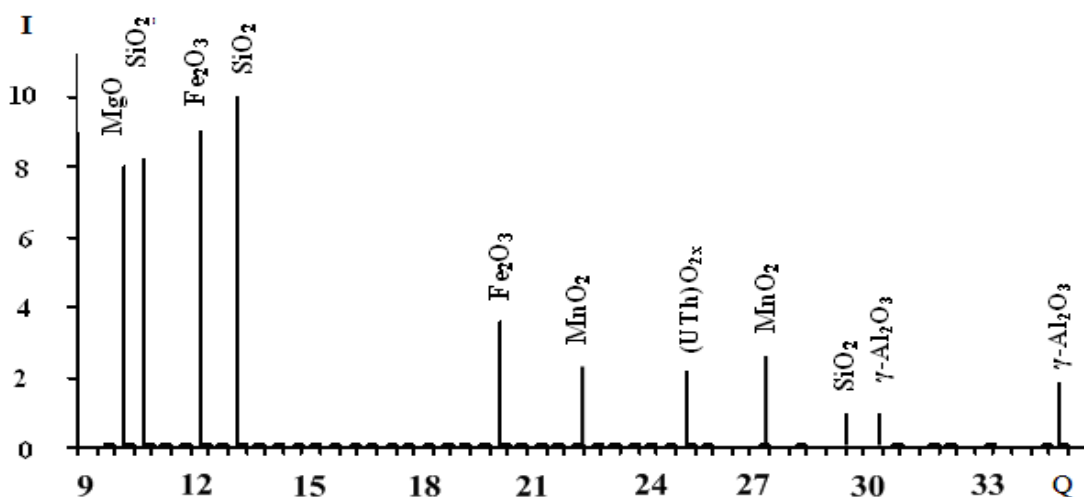


Рис.1. Штрихдифрактограммы проб, отобранных из Чкаловского хвостохранилища.

Таблица 3

Влияние расхода серной кислоты на извлечение урана при выщелачивании  
( $U=0.018\%$ ,  $t=20^\circ\text{C}$ ,  $\tau=10$  ч)

Соотношение Т:Ж=1:1		Соотношение Т:Ж=1:2	
расход $\text{H}_2\text{SO}_4$ , кг/т	извлечение урана в раствор, %	расход $\text{H}_2\text{SO}_4$ , кг/т	извлечение урана в раствор, %
60	20	60	23
90	24	90	26
100	31	100	35
110	37	110	40
120	39	120	43
130	41	130	48
180	46	180	54
350	55	350	61

Кинетика процесса разложения отходов «Карта 1-9» при оптимальном расходе серной кислоты 180 кг/т в интервале температур 293-353 К исследовалась в изотермических условиях с выдержкой пульпы в течение 10 ч в термостатированном реакторе.

Как видно из рис.2, с увеличением температуры и времени сернокислотное выщелачивание хвостов из техногенного месторождения «Карта 1-9» возрастает.

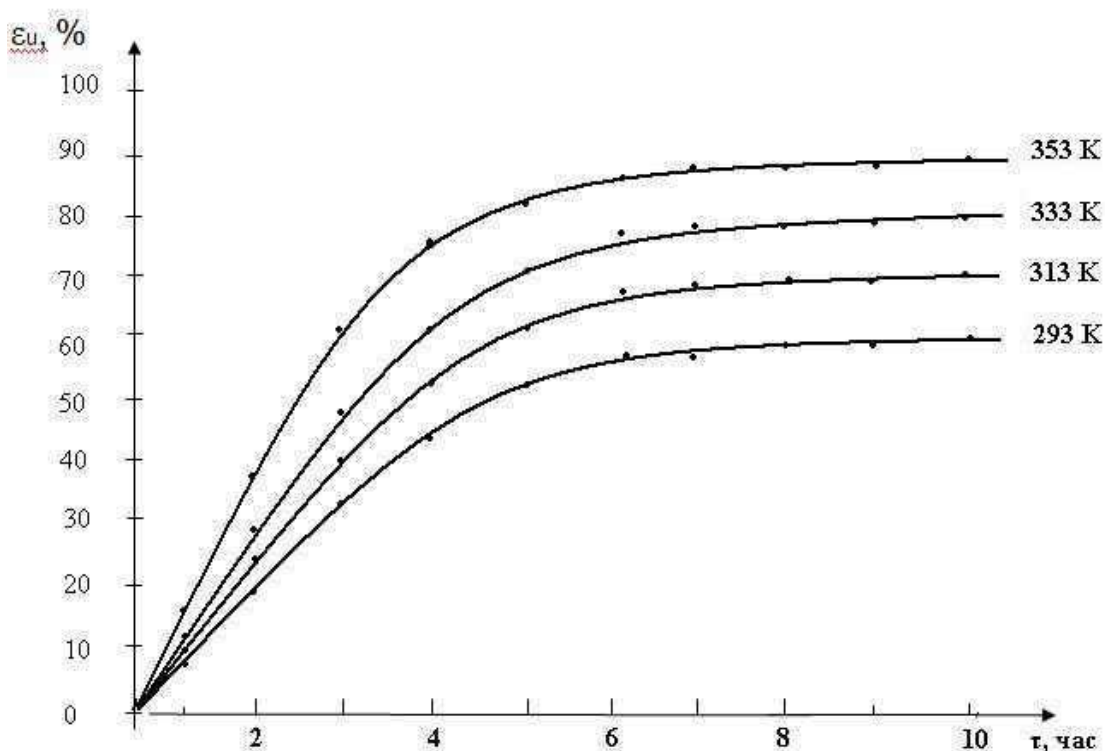


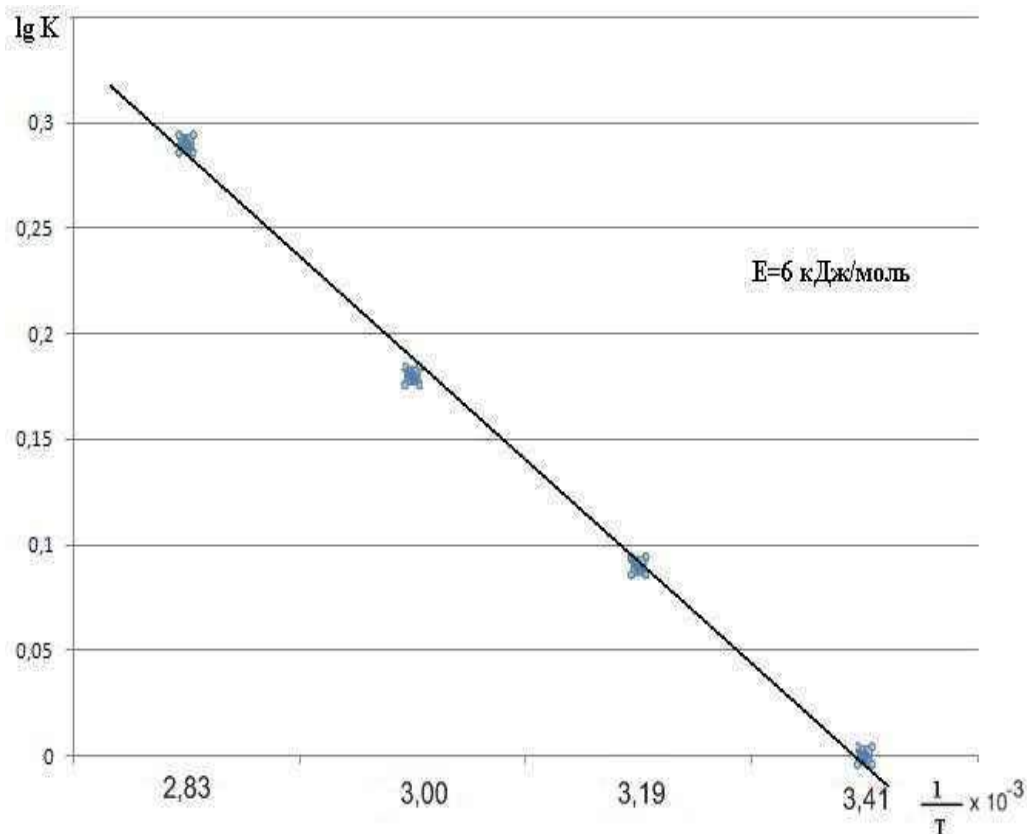
Рис.2. Кинетические кривые выщелачивания хвостов (содержание урана 0.018%) при соотношении Т:Ж=1:2.

В изученном интервале температур степень извлечения урана увеличивается от 60 до 90%. Кинетические кривые выщелачивания хвостов исследовали при температурах

293, 313, 333 и 353 К. В течение 2.5-3 ч процесс выщелачивания протекает линейно, затем становится постоянным.

Как видно из графика зависимости константы скорости от температуры, в координатах  $\lg K-1/T$  (рис.3) почти все экспериментальные точки хорошо укладываются на прямую линию, то есть эта зависимость может быть описана уравнением Аррениуса.

На основе обработки кинетических кривых была определена экспериментальная энергия активации, величина которой ( $E=6.0$  кДж/моль) свидетельствует о протекании процесса разложения в диффузионной области.



**Рис.3.** Зависимость  $\lg K$  от обратной абсолютной температуры.

С целью расширения сырьевой базы, выделения закиси-оксида урана из отходов урановой промышленности предлагается следующая схема переработки отходов урановой промышленности (рис.4).

Таким образом, показана возможность вторичной переработки отходов урановой промышленности на примере хвостохранилища «Карта 1-9». Установлен оптимальный расход серной кислоты для выщелачивания хвостов, который составляет 180 кг на т руды. Определены кинетические и энергетические параметры выщелачивания хвостов техногенного месторождения «Карта 1-9». Расчетное значение кажущейся энергии активации составляет 6.0 кДж/моль.

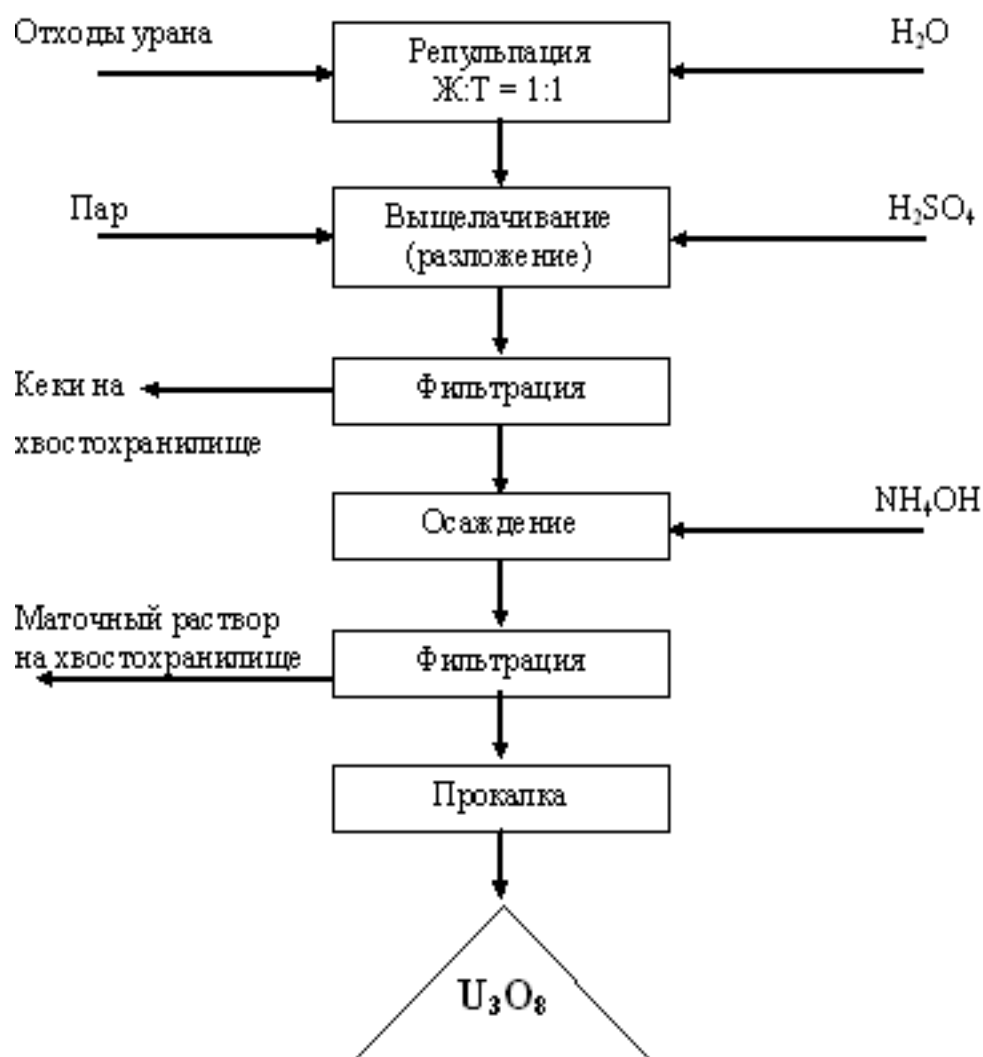


Рис.4. Принципиальная технологическая схема переработки отходов урановой промышленности.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Mirsaidov U., Khakimov N. From History of Reception of Nature Uranium - International Conference on Fifty Years of Nuclear Power – the Next Fifty Years. – Obninsk, 27 June – 2 July 2004. – Door of Extended Synopses. – М., 2004, pp.162-163.
2. Мирсаидов У.М. Отходы уранодобывающих производств Таджикистана. – Горный журнал, 2012, №2, с.128-131.
3. Хакимов Н., Назаров Х.М., Камалов Д.Д., Мирсаидов У.М. Инженерно-геологическое состояние хвостохранилищ Гафуровского района. – ДАН РТ, 2005, т.48, №7, с.15-20.
4. Хакимов Н., Назаров Х.М., Мирсаидов У.М. Экологический риск при вторичной переработке урановых отвалов Гафуровского хвостохранилища. – ДАН РТ, 2005, т.48, №7, с.43-48.
5. Хакимов Н., Назаров Х.М. Кинетика процесса выщелачивания отвалов Гафуровского и Чкаловского хвостохранилищ. – ДАН РТ, 2005, т.48, №8, с.87-95.
6. Мирсаидов У.М., Хакимов Н., Назаров Х.М., Камалов Д.Д. Пути повышения извлечения урана из Гафуровского и Чкаловского хвостохранилищ на стадии выщелачивания. – ДАН РТ, 2005, т.48, №7, с.103-109.



7. Mirsaidov U., Khakimov N. – International Symposium Uranium Production and Raw Materials for the Nuclear Fuel Cycle. – Vienna, Austria, 2005, pp.303-304.

Ф.А.ҲАМИДОВ, И.У.МИРСАИДОВ, Б.Б.БАРОТОВ, Х.М.НАЗАРОВ,  
У.МИРСАИДОВ

## АСОСҲОИ ФИЗИКӢ-ХИМИЯВӢ ВА ТЕХНОЛОГИИ КОРКАРДИ ПАР- ТОВҲОИ УРАНДОРИ ТОҶИКИСТОН

*Агентии амнияти ядрой ва радиатсионии Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Дар мақола натиҷаҳои бадастовардани концентрати уран аз партовҳои урани саноатӣ оварда шудааст. Кинетикаи раванди таҷзияи партовҳо бо сарфи муносиби  $H_2SO_4$  дар фосилаи ҳарорати 293-353 К омӯхта шудааст. Энергияи активатсионии таҷрибавӣ муайян карда шудааст, ки бузургии он ба 6.0 кҶ/мол баробар аст.

**Калимаҳои калидӣ:** партовҳо, таҷзия, уран, кинетика, энергияи активатсионӣ.

F.A.KHAMIDOV, I.U.MIRSAIDOV, B.B.BAROTOV, Kh.M.NAZAROV, U.M.MIRSAIDOV

## PHYSICO-CHEMICAL AND TECHNOLOGICAL BASES OF URANIUM CONTAINED WASTE PROCESSING OF TAJIKISTAN

*Nuclear and Radiation Safety Agency. Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

The paper presents the results of producing of uranium concentrate from the uranium industry wastes. The kinetics of the process of waste decomposition at the optimal flow rate of  $H_2SO_4$  in the temperature range 293-353 K is studied. The experimental activation energy, the value of which is equal to 6.0 kJ/mole is determined.

**Key words:** wastes, decomposition, uranium, kinetics, activation energy.

УДК 615.2.03

И.Ф.РАХИМОВ, Р.М.ГОРШКОВА, З.К.МУХИДИНОВ, Г.Н.БОБОДЖОНОВА,  
М.Д.ХАЛИКОВА, А.Ю.СУЛТОНОВ, Г.В.РАЗЫКОВА, Д.Х.ХАЛИКОВ

**СОРБЦИОННАЯ АКТИВНОСТЬ ПЕКТИНОВЫХ ПОЛИСАХАРИДОВ  
ПОДСОЛНЕЧНИКА ПО ОТНОШЕНИЮ К БИЛИРУБИНУ (*in vivo*)**

*Институт химии им. В.И.Никитина АН Республики Таджикистан*

*Поступила в редакцию 03.08.2016 г.*

*Приводятся результаты изучения влияния пектиновых полисахаридов подсолнечника на состояние лабораторных животных с экспериментальным поражением печени четыреххлористым углеродом. Путем определения в образцах крови уровня общего и непрямого билирубина, активности аланинаминотрансферазы и аспартатаминотрансферазы, определен дозозависимый лечебный эффект исследованных растворимых и водонабухающих пектинов.*

**Ключевые слова:** сорбенты, пектиновые полисахариды, корзинки подсолнечника.

В настоящее время актуальную задачу представляет поиск и создание препаратов природного происхождения, обладающих сорбционными свойствами по отношению к билирубину. Одними из перспективных веществ, обладающими выраженными энтеросорбционными свойствами, являются пектиновые полисахариды [1-4]. Сорбционная способность данных веществ зависит от их физико-химических параметров, которые во многом определяются происхождением пектинов. В связи с этим целью настоящей работы явилась оценка сорбционной способности пектиновых полисахаридов подсолнечника по отношению к билирубину.

Выбор сырьевого источника пектиновых полисахаридов, использованных для данного исследования, обусловлен тем, что в экспериментах *in vitro* установлено, что наибольшей сорбционной ёмкостью по отношению к билирубину обладают образцы микрогеля (МГ) и пектиновых веществ (ПВ) корзинки подсолнечника (КП), полученные методом кислотного гидролиза в динамическом режиме, разработанным в лаборатории хи-

---

*Адрес для корреспонденции:* Горшкова Раиса Михайловна. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2, Институт химии АН РТ. E-mail: gorshkova.raisa@gmail.com

мии высокомолекулярных соединений Института химии Академии наук Республики Таджикистан [5].

Характеристики растворимых (ПВ-КП) и водонабухающих (МГ-КП) пектиновых полисахаридов представлены в табл. 1.

Таблица 1

Физико-химические параметры пектиновых полисахаридов

образец	ГК, %	Кс, %	Кэ, %	СЭ, %	Ca <sup>2+</sup> , %	S, г/г	БВ, %
ПВ-КП	75.0	7.56	7.56	50.00	0.25	46.96	3.4
МГ-КП	78.6	7.74	6.84	46.91	2.50	47.16	3.9

Примечание: ГК – содержание звеньев галактуроновой кислоты; Кс – количество свободных карбоксильных групп; Кэ – количество этерифицированных карбоксильных групп; СЭ – степень этерификации; БВ – содержание балластных веществ; q – сорбционная ёмкость по отношению к билирубину.

Эксперименты проводились на белых крысах с массой тела 150-180 г. Животные контрольной группы получали стандартную диету в течение всего эксперимента. Животным опытной группы в течение 7 дней вводили 10%-ный раствор четырёххлористого углерода в оливковом масле (3 мл/кг) из расчёта дозы 300 мг/кг [6-8]. У части подопытных животных обеих групп был произведён забор крови под лёгким эфирным наркозом. В полученных образцах определяли уровень общего и непрямого билирубина, а также активность аланинаминотрансферазы (АЛТ) и аспартатаминотрансферазы (АСТ) [8, 9]. Животные, получавшие четырёххлористый углерод, были разделены на семь равных групп. Группа CCl<sub>4</sub> получала стандартную диету. Животные остальных групп ежедневно за 1 час до кормления в течение трёх недель энтерально получали пектиновые вещества и микродель в дозах 10, 50 и 250 мг/кг массы тела.

Семидневное введение четырёххлористого углерода привело к увеличению содержания общего билирубина в 4.4 раза, прямого – в 3.8. Активность АЛТ и АСТ в сыворотке крови возросла в 7.8 и 9.5 раза соответственно, что указывает на развитие токсического поражения печени [10] (табл. 2).

Через 21 день биохимические показатели крыс, не получавших пектиновые полисахариды, продолжали значительно отличаться от аналогичных показателей животных контрольной группы. Содержание общего билирубина превышало контрольное значение в 4.5 раза, прямого - в 4.2. Активность АЛТ и АСТ была в 6.4 и 4.5 раза выше по сравнению с контролем, что свидетельствует об отсутствии саморегенерации печеночной ткани экспериментальных животных, получавших четырёххлористый углерод.

Введение на протяжении 21 дня пектиновых веществ корзинки подсолнечника в минимальной дозе 10 мг/кг массы тела не привело к существенному изменению содержания билирубина в сыворотке крови. Положительное действие исследуемых веществ проявилось при дозе 50 мг/кг массы тела (табл. 2). Увеличение дозы пектиновых веществ до

250 мг/кг привело к снижению содержания общего билирубина на 63.1%, прямого – на 60.0%, а также к уменьшению активности АЛТ и АСТ на 53.5% и 75.0%, соответственно.

Таблица 2

Влияние введения пектиновых веществ и микрогеля корзинки подсолнечника на содержание билирубина и активность АЛТ и АСТ

Сутки	Группа	АЛТ, Ед	АСТ, Ед	Билирубин	
				общий, мкмоль/л	прямой, мкмоль/л
7	Контроль	0.58±0.04	0.31±0.03	9.79±0.47	5.01±0.26
	ССL <sub>4</sub>	4.54±0.26*	2.95±0.12*	43.04±3.12*	19.02±0.94*
28	Контроль	0.62±0.03	0.41±0.02	10.95±1.19	5.67±0.24
	ССL <sub>4</sub>	3.98±0.21*	2.88±0.21*	48.83±3.17*	23.54±2.01*
	ПВ-КП, 10 мг/кг	3.98±0.39*	2.03±0.17*	41.11±3.12*	20.12±1.94*
	ПВ-КП, 50 мг/кг	3.02±0.23* <sup>a</sup>	1.89±0.19* <sup>a</sup>	39.75±2.86*	18.08±2.15*
	ПВ-КП, 250 мг/кг	1.85±0.18* <sup>c</sup>	0.72±0.52* <sup>c</sup>	18.03±2.05* <sup>c</sup>	9.42±1.17* <sup>c</sup>
	МГ-КП, 10 мг/кг	3.89±0.24*	3.01±0.15*	37.51±2.41*	24.02±1.31*
	МГ-КП, 50 мг/кг	2.08±0.12* <sup>a</sup>	1.34±0.14* <sup>a</sup>	29.74±2.92* <sup>a</sup>	13.52±2.07* <sup>a</sup>
	МГ-КП, 250 мг/кг	1.21±0.11* <sup>a</sup>	1.08±0.12* <sup>a</sup>	15.68±2.03* <sup>a</sup>	10.55±1.67* <sup>a</sup>

\* – различие достоверно с группой контроля, P<0.001; <sup>a</sup> – различие достоверно с группой ССL<sub>4</sub>, P<0.05; <sup>b</sup> – различие достоверно с группой ССL<sub>4</sub>, P<0.01; <sup>c</sup> – различие достоверно с группой ССL<sub>4</sub>, P<0.001; определённые посредством ANOVA теста с последующим проведением теста Tukey's [11, 12].

Аналогичная картина наблюдается при введении водонабухающих пектиновых полисахаридов. Введение микрогеля подопытным животным в дозе 10 мг/кг массы тела не повлияло на биохимические показатели. При увеличении дозы до 50 мг/кг массы тела содержание общего билирубина уменьшилось на 39.1%, прямого – на 42.6%, а также снизилась активность АЛТ и АСТ на 47.7 и 53.5% соответственно. Введение микрогеля в дозе 250 мг/кг привело к уменьшению концентрации общего билирубина на 67.9%, прямого билирубина – на 55.2% и снижению активности АЛТ на 69.6%, АСТ – на 62.5% и (табл. 2).

С целью оценки профилактического действия пектиновых полисахаридов, экспериментальным животным на протяжении 21 дня вводили образцы пектиновых веществ и микрогеля корзинки подсолнечника в дозе 10, 50 и 250 мг/кг массы тела. Животные контрольной группы получали стандартную диету. Далее экспериментальных животных разделили на группы. Первая группа продолжала получать стандартную диету, животным второй группы вводили 10%-ный раствор четырёххлористого углерода в указанной выше дозе. Животным из групп, получавших пектиновые вещества и микрогель, также вводили ССL<sub>4</sub>. Через неделю у крыс производили забор артериальной крови и определяли соответствующие биохимические показатели.

Установлено, что введение как пектиновых веществ, так и микрогеля на протяжении 21 дня во всех исследованных дозах не повлияло на концентрацию общего и прямого билирубина, а также на активность АЛТ и АСТ (табл. 3). Введение четырёххлористого углерода в течение 7 дней привело к развитию выраженного токсического процесса, что проявилось в изменении соответствующих биохимических показателей. Содержание об-

щего и прямого билирубина в сыворотке крови возросло в 3.8 и 3.3 раза, а активность АЛТ и АСТ увеличилась в 6.4 и 8.4 раза соответственно. Минимальная доза введённых пектиновых веществ не оказала выраженного действия на лабораторных животных. Увеличение дозы ПВ до 50 мг/кг массы тела привело к снижению содержания общего и прямого билирубина на 22.9 и 22.3% и активности АЛТ и АСТ на 31.3 и 35.5% соответственно. Введение ПВ-КП в дозе 250 мг/кг массы тела способствовало более интенсивному снижению содержания общего и прямого билирубина в сыворотке крови и активности аминотрансфераз, по сравнению с животными группы ССЛ<sub>4</sub> (табл. 3).

Введение минимальной дозы микрогеля подсолнечника привело к уменьшению содержания общего билирубина на 14.5%, прямого – на 16.2%, а также к снижению активности АЛТ и АСТ на 34.8% и 34.2% соответственно. Увеличение дозы вводимого микрогеля до 50 мг/кг привело к снижению концентрации общего билирубина на 32.5%, прямого – на 27.2% и к уменьшению активности АСТ и АЛТ на 41.1 и 46.3% соответственно. Введение водонабухающих пектиновых полисахаридов в дозе 250 мг/кг способствовало ещё более выраженному улучшению биохимических показателей по сравнению с животными группы ССЛ<sub>4</sub>. Так, концентрация общего и прямого билирубина снизилась на 63.5 и 58.4%, активность АЛТ и АСТ – на 74.2 и 74.2% соответственно (табл. 3).

Таблица 3

Влияние предварительного введения водонабухающих и водорастворимых пектиновых полисахаридов корзинки подсолнечника на содержание билирубина и активность АЛТ и АСТ

Сутки	Группа	АЛТ, Ед	АСТ, Ед	Общий билирубин, мкмоль/л	Прямой билирубин, мкмоль/л
21	Контроль	0.68±0.06	0.31±0.02	10.86±1.52	6.01±0.56
	ПВ-КП, 10 мг/кг	0.62±0.05	0.29±0.04	12.08±1.12	5.99±0.49
	ПВ-КП, 50 мг/кг	0.58±0.04	0.41±0.05	11.79±1.07	6.73±0.54
	ПВ-КП, 250 мг/кг	0.66±0.05	0.42±0.06	12.95±1.25	5.95±0.72
	МГ-КП, 10 мг/кг	0.81±0.07	0.37±0.03	11.88±1.17	8.06±0.53
	МГ-КП, 50 мг/кг	0.69±0.06	0.41±0.05	12.12±1.09	7.84±0.55
	МГ-КП, 250 мг/кг	0.80±0.05	0.43±0.04	11.98±1.19	6.55±0.51
28	Контроль	0.65±0.11	0.34±0.06	11.01±1.23	5.72±0.83
	ССЛ <sub>4</sub>	4.18±0.21*	2.87±0.18*	41.68±3.65*	18.89±1.66*
	ПВ-КП, 10 мг/кг	3.54±0.31*	2.23±0.15*	39.02±4.01*	17.52±1.34*
	ПВ-КП, 50 мг/кг	2.87±0.25* <sup>b</sup>	1.85±0.17* <sup>b</sup>	32.12±2.97*	14.67±1.29*
	ПВ-КП, 250 мг/кг	1.18±0.13* <sup>c</sup>	1.07±0.09* <sup>c</sup>	17.84±2.11* <sup>c</sup>	10.07±0.54* <sup>c</sup>
	МГ-КП, 10 мг/кг	2.75±0.27*	1.87±0.16*	35.63±2.77*	15.83±1.57*
	МГ-КП, 50 мг/кг	2.46±0.16* <sup>a</sup>	1.54±0.18* <sup>a</sup>	28.15±3.07*	13.75±1.76*
МГ-КП, 250 мг/кг	1.08±0.11* <sup>c</sup>	0.74±0.10* <sup>b</sup>	15.23±2.13* <sup>a</sup>	7.86±1.12* <sup>a</sup>	

\* – различие достоверно с группой контроля; <sup>a</sup> – различие достоверно с группой ССЛ<sub>4</sub>, P<0.05;

<sup>b</sup> – различие достоверно с группой ССЛ<sub>4</sub>, P<0.01; <sup>c</sup> – различие достоверно с группой ССЛ<sub>4</sub>, P<0.001; определены посредством ANOVA теста с последующим проведением теста Tukey's [11, 12].

Таким образом, исследованные образцы пектиновых полисахаридов подсолнечника обладают выраженной сорбционной активностью по отношению к билирубину, спо-

способствуют увеличению резистентности печени к действию токсических факторов, в частности четырёххлористого углерода, и могут применяться в комплексной терапии заболеваний гепатобилиарной системы.

*Работа выполнена в рамках проекта Международного научно-технического центра Т-2148*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Виноградова Л.Ф., Мирзоян Ж.А., Харлицкая Е.В., Манякина К.С. Восстановление экскреторной функции печени антиоксидантами при токсическом гепатите. – Вестник РУДН, 2000, № 2, с. 53-55.
2. Башкирова Ю.В., Тарабукина СМ., Мутайхан Ж. и др. Экспериментальные и клинические аспекты применения энтеросорбции при хроническом токсическом гепатите. – Бюллетень СО РАМН, 2007, № 2, с. 72-76.
3. Гнидой И.М., Дихтярук И.И. Пищевые волокна в лечении заболеваний гепатобилиарной системы у детей – Педиатрия, 2000, №5, с.97-101.
4. Сурувикин В.Ф., Пьянова Л.Г., Лузянина Л.С. Новые гемо- и энтеросорбенты на основе нанодисперсных углерод-углеродных материалов. – Российский химический журнал, 2007, т.11, №5, с. 159-165.
5. Мухидинов З.К., Горшкова Р.М. и др. Способ получения пектина из растительного сырья – Малый патент на изобретение Республики Таджикистан ТЖ 290, 2009.
6. Сенцов В.Г., Данилова И.Г., Медведева С.Ю. и др. Влияние макрофагального звена иммунной системы на морфо-функциональное состояние печени на ранних этапах формирования токсического гепатита у крыс. – Вестник Уральской медицинской академической науки, 2009, т.25, №2, с.300-302.
7. Медведева С.Ю., Данилова И.Г., Гетте И.Ф. и др. Особенности регенераторных процессов в печени при токсическом воздействии ядов различной тропности на фоне модуляции активности макрофагов. – Омский научный Вестник, 2013, №1 (118), с.68-70.
8. Хотимченко М.Ю. Сорбционные свойства и фармакологическая активность некрахмальных полисахаридов: Автореф. дисс... д.м.н. – Владивосток, 2011, 48 с.
9. Портяная Н.И., Осипенко Б.Г., Москадынова П.А., Новохатская Н.К. Биохимические исследования в токсикологическом эксперименте. – Иркутск: Изд-во ун-та, 1990, 216 с.
10. Элленхорн М.Дж. Медицинская токсикология: диагностика и лечение отравлений у человека. – М.: Медицина, 2003, т.1, с.183-185.
11. Гублер Е.В. Вычислительные методы анализа и распознавания патологических процессов. – Л.: Медицина, 1978, 296 с.
12. Cai Z., Fan J., Yao Q. Functional-coefficient regression models for nonlinear time series. – Journal of the American Statistical Association, 2000, №95 (451), с. 941-956.

И.Ф.РАХИМОВ, Р.М.ГОРШКОВА, З.Қ.МУҲИДИНОВ, Г.Н.БОБОҶОНОВА,  
М.Д.ХОЛИҚОВА, А.Ю.СУЛТОНОВ, Г.В.РОЗИКОВА, Ҷ.Х.ХОЛИҚОВ  
**ФАЪОЛИЯТИ СОРБСИОНИИ ПОЛИСАХАРИДҲОИ ПЕКТИНИИ  
ОФТОБПАРАСТ МУНОСИБАТИ ОН БО БИЛИРУБИН (*in vivo*)**

*Институти химияи ба номи В.И.Никитини Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Натоиҷи омӯзиши таъсири полисахаридҳои пектини офтобпараст дар ҳайвоноти озмоишӣ дар чигари бо чорхлориди карбон масмум шуда, анҷом дода шуд. Бо роҳи дар намунаи хун муайянсозии фаъолнокии аланинаминотрансфераза, аспартатаминотрансфераза, миқдори билирубини умӯмӣ ва ғайримустақим асари муолиҷавии воягии пектини ҳалшаванда ва гелшаклро муайян карда шуд.

**Калимаҳои калидӣ:** сорбентҳо, полисахаридҳои пектинӣ, сабади офтобпараст.

I.F.RAHIMOV, R.M.GORSHKOVA, Z.K.MUHIDINOV, G.N.BOBOJONOVA,  
M.D.KHALIKOVA, A.U.SULTANOV, G.V.RAZIKOVA, D.KH.KHALIKOV  
**SORPTION ACTIVITY OF SUNFLOWER PECTIN POLYSACCHARIDES  
IN RELATION BILIRUBIN (*in vivo*)**

*V.I.Nikitin Institute of Chemistry, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

The results of the effect of the sunflowers pectin polysaccharides in laboratory animals with experimental induced liver injury by carbon tetrachloride are demonstrated. By the blood samples analysis of alanine aminotransferase and aspartataminotrasferaze activity, a level of total and indirect bilirubin, revealed a dose-dependent therapeutic effect of the studied soluble and insoluble pectin.

**Key words:** sorbent, pectin polysaccharides, sunflower head residue.

**РЕСПУБЛИКАНСКАЯ НАУЧНО-ПРАКТИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ  
«ПРОБЛЕМЫ МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЯ В МАШИНОСТРОЕНИИ  
РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН»**

25 мая 2016 года, в Институте химии им. В.И.Никитина АН Республики Таджикистан прошла Республиканская научно-практическая конференция «Проблемы материаловедения в машиностроении Республике Таджикистан»

В работе конференции приняло участие более 100 ученых из Института химии АН РТ, Таджикского национального университета, Таджикского государственного педагогического университета им. С.Айни, Таджикского технического университета им. акад. М.С.Осими и других заинтересованных организаций.

Участников конференции приветствовали директор Института химии доктор химических наук, профессор З.К.Мухидинов и вице-президент АН РТ, академик АН РТ С.Одинаев.

На заседаниях конференции было прослушано 16 пленарных докладов. Были детально освещены вопросы, касающиеся проблем материаловедения в машиностроении, неорганической, органической химии, а также вопросы экологии, химической, биологической и радиационной безопасности.

Со своими воспоминаниями о докторе технических наук, профессоре Вахобове Анваре Вахобовиче на конференции выступила его супруга Вахובה Р.У. и его ученики: доктор химических наук, профессор, академик АН РТ Ганиев И.Н., доктор химических наук, профессор Джураев Т.Д. и кандидат технических наук Обидов Ф.У.

Следует отметить, что материалы конференции опубликованы в виде отдельного сборника объемом 10 печатных листов,

В дискуссиях был проведен свободный обмен мнениями по всем вынесенным на обсуждение вопросам.

На конференции были представлены 70 стендовых докладов. Это позволило в сжатый срок провести полезные дискуссии, которые способствовали продуктивному обмену информацией между учеными, объединенными общей задачей – разработкой фундаментальных основ современной химии и вопросами практической реализации ее достижений в народном хозяйстве.

Прослушав пленарные доклады и ознакомившись со стендовыми докладами, участники конференции отметили, что представленные материалы отражают тенденцию



развития современного материаловедения, химической науки и вопросы практической реализации их достижений. При этом конференция указала на дальнейшее развитие химической науки в Республике Таджикистан путем объединения сил и средств по следующим приоритетным направлениям:

1. Разработка технологий комплексной переработки минерального сырья и промышленных отходов. Отмечается, что только комплексная переработка минерального сырья и промышленных отходов обеспечивает возможность выделения ряда полезных компонентов для нужд народного хозяйства.

2. Разработка технологий производства новых материалов из алюминия и его сплавов.

3. Синтез и выделение из природного сырья биологически активных и высокомолекулярных веществ с целью их использования в практической медицине и ветеринарии. На конференции сделан акцент на необходимость впредь усилить совместные работы Института химии и вузов республики по созданию биологически активных веществ и лекарственных препаратов.

4. Налаживание контактов и упрочнение существующих контактов с ведущими научными организациями и вузами стран СНГ.

*З.К.Мухидинов, В.Д.Абулхаев*

АКАДЕМИКУ Р.МАРУПОВУ – 80 ЛЕТ



Рахим Марупов – известный ученый в области спектроскопии высокомолекулярных соединений, доктор технических наук, профессор, академик АН Республики Таджикистан, заслуженный деятель науки и техники Республики Таджикистан, почетный директор Физико-технического института им. С.У.Умарова, главный научный сотрудник лаборатории молекулярной спектроскопии, родился 27 ноября 1936 г. в кишлаке Вогат Ура-Тюбинского района в семье колхозника.

В 1948 г. после окончания в кишлаке Вогат начальной школы с похвальным листом продолжил учебу в средней школе №1 им. А.М.Горького г. Ура-Тюбе, которую окончил в 1954 году с серебряной медалью.

В том же году поступил на физико-математический факультет Таджикского государственного университета им. В.И.Ленина.

После окончания университета в 1959 г. был направлен на работу в Отдел физики и математики (с 1964 года – ФТИ им. С.У.Умарова АН Республики Таджикистан), где работает по настоящее время.

По решению Президиума АН Республики Таджикистан в октябре 1959 г. был командирован в Институт физики АН Белорусской ССР для прохождения стажировки, а затем и аспирантуры.

Ещё будучи студентом 4-го курса под руководством доктора физико-математических наук Л.И.Альперовича Р.Марупов начал заниматься научной работой по исследованию причины свечения жидкостей под действием жестких гамма- и рентгеновских излучений и свою первую научную работу в соавторстве опубликовал в журнале «Оптика и спектроскопия» в 1960 г.

Основная научная деятельность Р.Марупова началась в 1959 г. в Институте физики АН БССР в лаборатории физики инфракрасных лучей, руководимой академиком Н.А.Борисевичем, в группе, возглавляемой профессором Р.Г.Жбанковым, и была посвя-

щена исследованию колебательной спектроскопии природных высокомолекулярных соединений целлюлозы и ее производных. Как стажер-исследователь, а затем аспирант, Р.Марупов провел систематические исследования структуры природной и гидратцеллюлозной модификации целлюлозы с привлечением данных инфракрасных спектров большого числа модельных к целлюлозе соединений, в результате которых совместно с Б.И.Степановым и Р.Г.Жбанковым выдвинул гипотезу о причинах структурных различий хлопковой, древесной и гидратцеллюлозы, впоследствии подтвержденную советскими и зарубежными авторами в экспериментальных работах и теоретических расчетах. Эти исследования легли в основу его диссертационной работы «Исследование инфракрасных спектров целлюлозы и новых типов ее производных», защищенной 24 октября 1964 г. на специализированном Ученом совете при Институте физики АН БССР на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук.

В серии работ, опубликованных в соавторстве с Р. Г. Жбанковым, З.А. Роговиным и другими в журнале «Высокомолекулярные соединения», исследовано одно из важнейших свойств полимеров структурно и химически модифицированной целлюлозы, заключающееся в придании целлюлозе новых технически ценных свойств, необходимых для получения материалов с заранее заданными параметрами – негорючести, бактерицидности, несминаемости и т.д. В частности установлено, что одним из свойств приобретения негорючести фосфорсодержащих эфиров целлюлозы является участие окиси фосфора в водородной связи с гидроксильными группами.

Впоследствии научные результаты, полученные при исследовании модифицированных целлюлоз, Р.Марупов успешно применил для изучения механизма структурного окрашивания ряда классов синтетических полимеров. Он показал, что окрашивание поливинилового спирта при взаимодействии с активными красителями происходит за счет химического взаимодействия гидроксильных групп с красителем, а окрашивание полиакрилонитрила – за счет превращения нитрильных групп в тиаамидные с последующим образованием конденсированных систем при его обработке сернистым натрием. Эти результаты опубликованы в серии статей, напечатанных во всесоюзных и международных научных журналах, в трудах международных, всесоюзных и региональных конференций и обобщены в его монографии «Спектроскопия волокнообразующих полимеров», опубликованной в 1977 г. в академическом издательстве «Дониш».

Р.Марупов всегда в поисках путей проникновения к тайнам природы, можно сказать, вечно «усложняет» себе жизнь. Это особо проявилось при исследовании физической структуры хлопкового волокна, для которого состояние физической структуры в зависимости от его происхождения и структурных модификаций не было изучено, что приводило к определенным трудностям при решении целого ряда проблем в формировании технологии производства продуктов на основе хлопкового волокна, что было связано, в первую очередь, с отсутствием методики исследования, позволяющей получить информацию о формировании молекулярно-динамической структуры неупорядоченных областей хлопкового волокна в процессе биосинтеза. Поэтому совместно с Р.Г.Ждановым, Н.В.Ивановой, П.Х.Бободжановым и Г.И.Лихтенштейном были разработаны специальные

методы, позволившие впервые систематизировать спектроскопические признаки и выявить тонкие структурные особенности хлопковых волокон различного происхождения (тонковолокнистые и средневолокнистые) волокон здоровых и пораженных вилтом растений. Обнаружены различия в строении неупорядоченных областей макромолекул волокна. Установлено, что поражение хлопчатника вилтом сильно влияет на физико-механические и физико-химические свойства его волокон. На основе экспериментальных материалов показано, что наиболее высокой структурной упорядоченностью к температурным воздействиям щелочей наименьшей доступностью к дейтерообмену обладают волокна тонковолокнистого хлопка.

На основе систематизации данных по изучению спектров составных частей хлопчатника, начиная от семян и кончая хлопковым волокном, сделано заключение о нарушении деятельности ферментов и необходимости применения физических методов обработки семян, способных нормализовать биологическую активность ферментов. Этим был намечен широкий диапазон аналитических приложений спектроскопических методов в сельском хозяйстве, биологии, лазерной фотофизике и фотохимии природных полимеров. Эти данные обобщены в монографии Р.Г.Жбанкова, Р.Марупова, Н.В.Ивановой и А.М.Шишко «Спектроскопия хлопка», опубликованной в 1976 г. в издательстве «Наука» в Москве и легли в основу его докторской диссертации.

Уместно отметить, что совместные, исключительно плодотворные исследования хлопка и хлопковой целлюлозы спектроскопическими методами между Физико-техническим институтом АН РТ и Институтом АН Беларуси многие годы проводились по инициативе Р.Марупова. Впервые в мировой практике была изучена структура хлопка и хлопковой целлюлозы и, что очень существенно, молекулярная динамика хлопковых волокон различного генетического происхождения, влияние на эти параметры заболевания хлопчатника вилтом и предпосевной обработки семян хлопчатника  $\gamma$ -радиацией.

Важные работы, основанные на применении спектроскопии ЭПР и спиновых меток, проведены по инициативе, под руководством и при непосредственном участии Р.Марупова. Они подробно описаны наряду с другими оригинальными результатами в его монографиях «Спектроскопия волокнообразующих полимеров» и «Молекулярная динамика целлюлозного волокна».

В серии работ, опубликованных в журналах «Биофизика», «Журнал прикладной спектроскопии», «Высокомолекулярные соединения», Докладах АН СССР и АН Таджикской ССР, «Cellulose Chemistry and Technology» и др. и в материалах конференций, с использованием спиновых и люминесцентных меток совместно с профессором Г.И.Лихтенштейном, С.Исламовым, П.Х.Бободжановым, И.Х.Юсуповым и другими, исследованы особенности молекулярной структуры хлопковой целлюлозы и в процессе ее биосинтеза, волокон хлопка и льна, нитратов целлюлозы установлены закономерности изменения молекулярно-динамических параметров спектров ЭПР и их корреляция с физико-механическими свойствами, предложен критерий оценки качества технически ценных продуктов, установлены три стадии формирования физической структуры хлопковой целлюлозы в процессе ее биосинтеза:

1 – формирование скелетно-конформационной основы хлопкового волокна, так называемая молекулярная стадия;

2 – стадия скачкообразного уменьшения содержания низко-упорядоченных областей целлюлозы и формирование основных свойств ее физической структуры, так называемая структурная стадия;

3 – стадия завершения формирования физической структуры низкоупорядоченных областей целлюлозы, так называемая завершающая стадия. Определены характер и типы движения спин-меченых целлюлозных цепей в зависимости от их происхождения, температуры, влажности и оценены структурные свойства нитратов целлюлозы.

Показано, что тонковолокнистые сорта хлопкового волокна содержат около 2% неупорядоченных фаз, средневолокнистые – 6%, а при заболевании хлопчатника вилтом количество неупорядоченных фаз резко увеличивается и составляет около 28%.

Физико-механические и эксплуатационные свойства изделий на основе хлопковой целлюлозы зависят от особенностей структуры исходного сырья и дальнейших структурных превращений полимера. Однако до исследований академиком Р.Маруповым структуры и молекулярной динамики полимерных цепей в волокнах, не было достаточной ясности о взаимосвязи структурных изменений с физико-механическими и физико-химическими свойствами волокна.

Р.Маруповым использован широкий арсенал физических и физикохимических методов исследования: ИК-спектроскопия, ЭПР, ЯМР, люминесцентная спектроскопия с использованием свободно-радикальных (спиновых) и люминесцентных меток. Эти исследования позволили найти корреляцию движения меток с прочностью волокна, его генетическим происхождением и открыли новые перспективы улучшения качественных показателей волокна посредством использования таких факторов, как накопление целлюлозы в процессе её биосинтеза, температуры, пластификации.

На основе накопленных научных материалов, выполненных совместно со своими учениками, Р.Маруповым написана монография «Молекулярная динамика целлюлозного волокна», опубликованная в 1995 г. в издательстве «Дониш» АН Республики Таджикистан.

Диапазон научных исследований Р.Марупова широк и охватывает большой круг вопросов, касающихся структурных исследований разнообразных соединений. В многочисленных работах совместно с Е. М. Глазуновой и др., опубликованных в «Журнале прикладной спектроскопии», в материалах конференций различного уровня, посвященных исследованию характера меж- и внутримолекулярных взаимодействий в гидроксилсодержащих биологически активных производных ацетиленового ряда, решены фундаментальные вопросы пространственного расположения и возможных конформаций функциональных групп в зависимости от их химического строения, что имеет принципиальное значение в синтезе лекарственных препаратов на их основе.

Р.Марупов внес существенный вклад в развитие и решение проблем взаимодействия лазерного излучения с полимерами и композитами. В частности, совместно со сво-

им учеником Л.И.Калонтаровым построена модель свето-термохимической неустойчивости в нестационарном приближении. Экспериментально показано, что разрушение полимеров под действием непрерывного лазерного излучения происходит через развитие термохимической неустойчивости. На примере поливинилового спирта показана возможность пространственной самоорганизации термохимических реакций макромолекул вследствие неоднородности лазерного нагрева. Найдено, что при тепловом действии лазерного излучения химические изменения полимеров могут отрываться от температурных и таким образом влиять на процесс оптического пробоя.

Последнее десятилетие Р.Марупов занят исследованием влияния экологических факторов на процесс биосинтеза и формирования функциональных групп некоторых лекарственных растений, произрастающих в различных условиях и местностях Республики Таджикистан. Исследовано влияние экологии места произрастания на формирование системы меж- и внутримолекулярных водородных связей и определены характеристические частоты в процессе биосинтеза низкомолекулярных соединений, лечебные свойства которых отражают фармакологические свойства лекарственных растений.

Р.Марупов уделяет большое внимание подготовке кадров высокой квалификации. Им подготовлена целая плеяда кандидатов и докторов наук.

Как член диссертационных советов по присуждению ученых степеней при Таджикском национальном университете, Таджикском техническом университете им. академика М.С.Осими, Институте химии им. В.И.Никитина АН Республики Таджикистан Р.Марупов проводит большую работу по подготовке научных кадров, способствуя развитию и решению фундаментальных проблем современной физической и химической науки в республике. Он является членом редколлегии журналов «Доклады АН Республики Таджикистан» и «Известия АН Республики Таджикистан». Плодотворная научная деятельность Р.Марупова отмечена медалями «За доблестный труд. В ознаменование 100-летия со дня рождения В.И.Ленина» и «Ветеран труда». Ему присвоено почетное звание «Заслуженный деятель науки и техники Республики Таджикистан». В 2003 г. за цикл исследований, посвященных молекулярной динамике хлопковых волокон Р.Марупов удостоен звания Лауреата Государственной премии Республики Таджикистан имени Абуали ибн Сино в области науки и техники.

Искренне поздравляем Рахима Маруповича с юбилеем и желаем ему крепкого здоровья и новых творческих успехов.

*Академик АН Республики Таджикистан Ф.Рахими,  
Академик АН Республики Таджикистан С.Одинаев,  
Член-корреспондент АН Республики Таджикистан Х.Х.Муминов,  
Коллектив Физико-технического института им. С.У.Умарова  
АН Республики Таджикистан*

Редакция и корректура – Н.Г.Сапожников

---

Сдано в набор 17.10.2016 г. Подписано в печать 31.10.2016 г.  
Печать офсетная. Формат 70×100 1/16. Гарнитура Times. Усл. печ. л.8. Заказ № \_\_\_\_.  
Тираж 300 экз.

---

*Адрес редколлегии: 734025, Душанбе, пр.Рудаки, 33, каб. 47.  
Тел.:2-21-62-64. E-mail: danrt@mail.ru  
Издательство «Дониш»: 734029, Душанбе, ул.Айни, 121, корп.2.*

---