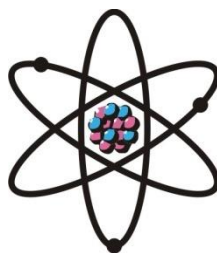


ОТДЕЛЕНИЕ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ, ХИМИЧЕСКИХ,
ГЕОЛОГИЧЕСКИХ И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Журнал основан
в январе 1952 г.



№ 1 (166)
2017 г.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Х.Х.Муминов – главный редактор, академик, доктор физико-математических наук, профессор;
Г.И.Кохирова – зам.главного редактора, член-корреспондент, доктор физико-математических наук;
Н.Г.Сапожников – ответственный секретарь; **Х.М.Ахмедов** – академик, доктор химических наук;
П.Б.Бабаджанов – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **И.Н.Ганиев** – академик, доктор химических наук, профессор; **М.И.Илолов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **З.В.Кобулиев** – член-корреспондент, доктор технических наук;
Р.М.Марупов – академик, доктор технических наук, профессор; **У.М.Мирсаидов** – академик, доктор химических наук, профессор; **С.Х.Негматуллаев** – академик, доктор технических наук;
С.О.Одинаев – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **Н.Р.Раджабов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **Ф.Рахими** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **З.Х.Рахмонов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор;
З.Д.Усманов – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **А.Р.Файзиев** – член-корреспондент, доктор геолого-минералогических наук, профессор;
Д.Х.Халиков – академик, доктор химических наук, профессор.

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

Х.М.Хуромонов. Некоторые вопросы приближения функций рядами Фурье в пространстве Бергмана	7
А.А.Шабозова. Приближение пространственных кривых ломаными	19
В.И.Борздыко. Об исследовании некоторых математических моделей «биологических часов» высших растений	24

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Х.М.Ахмедов, М.Илолов, А.М.Илолов. О нелокальных задачах диффузионной кинетики электродов 35

ИНФОРМАТИКА

З.Д.Усманов. Основные достижения и перспективы научной школы Таджикистана по вычислительной лингвистике 44

А.А.Косимов. Оценка эффективности использования триграмм при идентификации текста..... 51

ФИЗИКА

Т.Х.Салихов, А.Махмалатиф, Ю.П.Ходжаев. Особенности возбуждения основной гармоники нелинейного фотоакустического отклика в оптически неоднородных твердотельных образцах 58

Ш.Туйчиев, Д.Рашидов, С.Х.Табаров, У.Шоимов, Л.Туйчиев, Ш.Акназарова. Влияние внешних воздействий на надмолекулярную структуру эластомеров..... 70

ТЕХНИКА

К.А.Корзун, А.А.Ковалевский, Д.А.Котов, С.В.Гранько. Исследование закономерностей преобразования углей в графеноподобный материал 76

НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

А.С.Курбонов, Д.Х.Мирзоев, Ш.Б.Назаров, Ж.А.Мисратов, У.М.Мирсаидов. Изучение особенностей разложения бор- и алюмосиликатных руд минеральными кислотами..... 84

РАДИАЦИОННАЯ ЭКОЛОГИЯ

И.У.Мирсаидов, Х.М.Назаров, Б.Д.Бобоев, К.А.Эрматов, А.Адхамов, М.З.Ахмедов, С.М.Бахронов. Радоновый мониторинг на территории Дж.Расуловского района Республики Таджикистан 88

ПАЛЕОНТОЛОГИЯ

А.А.Сабилов. Эволюция родов паратурамминид (фораминиферы) 94

ЮБИЛЕЙ УЧЕНОГО

Академику Пачаджанову Далеру Набиджановичу 80 лет..... 104

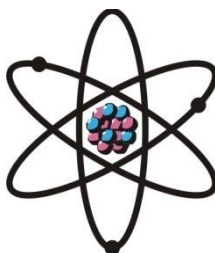
Игору Александровичу Бардашеву 70 лет 107

Абдувахиду Абдухамидовичу Сабирову 70 лет 111

НОВЫЕ КНИГИ 114

ШҮЪБАИ
ИЛМҲОИ ФИЗИКАЮ МАТЕМАТИКА,
ХИМИЯ, ГЕОЛОГИЯ ВА ТЕХНИКА

Маҷалла аз моҳи
январӣ соли 1952
нашр мешавад



№ 1 (166)
с. 2017

ҲАЙАТИ ТАҲРИРИЯ:

Ҳ.Ҳ.Муминов – сармуҳаррир, академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Кохирова Г.И.** – муовини сармуҳаррир, узви вобаста, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Н.Г.Сапожников** – котиби масъул; **Ҳ.М.Аҳмедов** – академик, доктори илми химия; **П.Б.Бобочонов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **И.Н.Ғаниев** – академик, доктори илми химия, профессор; **М.И.Илолов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **З.В.Кобулиев** – узви вобаста, доктори илмҳои техникӣ; **Р.М.Марупов** – академик, доктори илмҳои техникӣ, профессор; **Ҷ.М.Мирсаидов** – академик, доктори илми химия, профессор; **С.Х.Неъматуллоев** – академик, доктори илмҳои техникӣ; **С.О.Одинаев** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Ф.Раҳимӣ** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **З.Ҳ.Раҳмонов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Н.Р.Рачабов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **З.Ҷ.Усмонов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **А.Р.Ғайзиев** – узви вобаста, доктори илмҳои геология ва минералогия, профессор; **Ҷ.Х.Ҳолиқов** – академик, доктори илми химия, профессор.

МУНДАРИҶА

МАТЕМАТИКА

Х.М.Хуромонов. Баъзе масъала наздиккунии функсия Фурье дар фазои Бергман 7
А.А.Шабозова. Наздиккунии хатҳои қачи фазогӣ ба воситаи хатҳои шикаста..... 19
В.И.Борздиқо. Оиди тадқиқи баъзе моделҳои математикии «соатҳои биологӣ»-и растаниҳои дараҷаи оӣ..... 24

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Х.М.Аҳмедов, М.Илолов, А.М.Илолов. Дар бораи масъалаҳои ғайрилокалии кинетикаи диффузиони электродҳо..... 35

ИНФОРМАТИКА

- З.Қ.Усмонов.** Дастовардҳои асосӣ ва дурнамои мактаби илми Тоҷикистон оид ба лингвистикаи ҳисобӣ 44
- А.А.Қосимов.** Баҳодиҳии самарабахшии истифодабарии триграмма дар монандкунии матнҳо 51

ФИЗИКА

- Т.Х.Солихов, А.Маҳмалатиф, Ю.П.Хочаев.** Хусусиятҳои ангезиши гармоникаи асосии пажвоки Ғайрихатии фотоакустикӣ дар намунаҳои оптикӣ ғайриҷинсаҷисмҳои саҳт 58
- Ш.Туйчиев, Д.Рашидов, С.Х.Табаров, У.Шоимов, Л.Туйчиев, Ш.Акназарова.** Таъсири омилҳои беруни ба сохтори боломолекулии эластомерҳо 70

ТЕХНИКА

- К.А.Корзун, А.А.Ковалевский, Д.А.Котов, С.В.Гранко.** Омӯзиши қонуниятҳои табдилдиҳии ангишт ба маводи графенмонанд 76

ХИМИЯИ ҒАЙРИОРГАНИКӢ

- А.С.Қурбонов, Д.Х.Мирзоев, Ш.Б.Назаров, Қ.А.Мисратов, У.М.Мирсаидов.** Омӯзиши асосҳои таҷзияи маъданҳои бор- ва алюминийсиликатӣ бо кислотаҳои маъданӣ 84

ЭКОЛОГИЯИ РАДИАТСИОНӢ

- И.У.Мирсаидов, Х.М.Назаров, Б.Д.Бобоев, К.А.Эрматов, А.Адхамов, М.З.Ахмедов, С.М.Бахронов.** Мониторинги радон дар ҳудуди ноҳияи Қ.Расулови Ҷумҳурии Тоҷикистон 88

ПАЛЕОНТОЛОГИЯ

- А.А.Собиров.** Таҳаввулоти зотҳои паратурамминидҳо (фораминифераҳо) 94

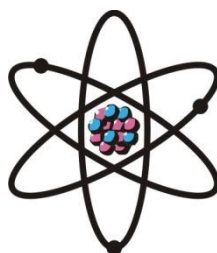
ҶАШНИ ОЛИМОН

- Д.Н.Пачаджанов - 80 сол** 104
- И.А.Бардашев - 70 сол** 107
- А.А.Сабиров - 70 сол** 111

- КИТОБҲОИ НАВ** 114

**DEPARTMENT OF
PHYSICAL, MATHEMATICAL, CHEMICAL,
GEOLOGICAL AND TECHNICAL SCIENCES**

The journal was established
in January 1952



№ 1 (166)
2017

EDITORIAL BOARD

Prof. **Kh.Kh.Muminov**, Doctor of Physical and Mathematical, Editor-in-Chief; **G.I.Kokhirova**, Doctor of Physical and Mathematical, Deputy Editor-in-Chief; **N.G.Sapozhnikov**, Secretary; **Kh.M.Akhmedov**, Doctor of Chemistry; Prof. **P.B.Babadzhanov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **A.R.Faysiev**, Doctor of Geology and Mineralogy; Prof. **M.I.Iolov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **I.N.Ganiev**, Doctor of Chemistry; Prof. **D.Kh.Khalikov**, Doctor of Chemistry; **Z.V.Kobuliev**, Doctor of Engineering; Prof. **R.M.Marupov**, Doctor of Engineering; Prof. **U.M.Mirsaidov**, Doctor of Chemistry; **S.Kh.Negmatullaev**, Doctor of Engineering; Prof. **S.O.Odinaev**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **N.R.Rajabov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **F.Rakhimi**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Z.Kh.Rakhmonov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Z.D.Usmanov**, Doctor of Physical and Mathematical.

CONTENTS

MATHEMATICS

- Kh.M.Khuromonov**. Some problems of approximation of functions by Fourier series in the Bergman space..... 7
- A.A.Shabozova**. Approximation the spatial curves by broken lines..... 19
- V.I.Borzdyko**. On the investigation of some mathematical models for the «biological clocks» of high plants 24

MATHEMATICAL SIMULATION

- Kh.M.Ahmedov, M.Iolov, A.M.Iolov**. On nonlocal problems for diffusion kinetics of electrodes..... 35

INFORMATICS

- Z.D.Usmanov**. Main achievements and prospects of Tajikistan scientific school on computing linguistics 44

A.A.Kosimov. Evaluation of trigramm use efficiency for a text identification	51
---	-----------

PHYSICS

T.Kh.Salikhov, A.Mahmalatif, Yu.P.Khodjaev. Features of excitation of the fundamental harmonic of nonlinear photoacoustic response in optically inhomogeneous solids.....	58
Sh.Tuichiev, D.Rashidov, S.Kh.Tabarov, U.Sholimov, L.Tuichiev, Sh.Aknazarova. Effect of external influences on the supramolecular structure of elastomers.....	70

TECHNICS

K.A.Korzun, A.A.Kovalevsky, D.A.Kotov, S.V.Granko. Investigation of regularities of coal transformation in graphene-like material	76
--	-----------

INORGANIC CHEMISTRY

A.S.Kurbonov, D.Kh.Mirzoev, Sh.B.Nazarov, Zh.A.Misratov, U.M.Mirsaidov. Study of the basis of decomposition of boron- and aluminum silicate ores by mineral acids.....	84
---	-----------

RADIATION ECOLOGY

I.U.Mirsaidov, Kh.M.Nazarov, B.D.Bobojev, K.A.Ermatov, A.Adkhamov, M.Z.Akhmedov, S.M.Bahronov. Radon monitoring in the territory of J.Rasulov district of the Republic of Tajikistan	88
---	-----------

PALEONTOLOGY

A.A.Sabirov. The evolution of the genera of Parathuramminides (Foraminifera)	94
---	-----------

JUBILEE OF SCIENTIST

D.N.Pachajanov - 80 year old	104
I.A.Bardashev - 70 year old	107
A.A.Sabirov - 70 year old	111

NEW BOOKS	114
------------------------	------------

УДК 517.5

Х.М.ХУРОМОНОВ

**НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ПРИБЛИЖЕНИЯ ФУНКЦИЙ РЯДАМИ ФУРЬЕ
В ПРОСТРАНСТВЕ БЕРГМАНА**

Таджикский национальный университет

Поступила в редакцию 29.12.2016 г.

Рассматривается задача среднеквадратического приближения аналитических в односвязной области комплексной плоскости функций рядами Фурье по ортогональной в этой области системе функций. Вычислены точные верхние грани среднеквадратичных приближений некоторых классов аналитических функций, задаваемых специальными модулями непрерывности.

Ключевые слова: верхние грани, модуль непрерывности, неравенство Джексона-Стечкина, n -поперечники.

1. В работе изучаются вопросы среднеквадратичных приближений суммами Фурье комплексных функций f , регулярных в односвязной области $\mathcal{D} \subset \mathbb{C}$, принадлежащих пространству $L_2 := L_2(\mathcal{D})$ с конечной нормой

$$\|f\| := \|f\|_{L_2(\mathcal{D})} = \left(\frac{1}{\pi} \iint_{(\mathcal{D})} |f(z)|^2 d\sigma \right)^{1/2},$$

где интеграл понимается в смысле Лебега, $d\sigma$ - элемент площади. Последовательность функций $\{\varphi_k(z)\}$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) назовем ортогональной по области \mathcal{D} системой комплексных функций, если

$$\frac{1}{\pi} \iint_{(\mathcal{D})} \varphi_k(z) \overline{\varphi_l(z)} d\sigma = 0, \text{ при } k \neq l.$$

Такая система функций называется ортонормированной системой, если

Адрес для корреспонденции: Хуромонов Хуромон Мамаджанович. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: khuromon@mail.ru

$$\frac{1}{\pi} \iint_{(D)} \varphi_k(z) \overline{\varphi_l(z)} d\sigma = \delta_{k,l},$$

где $\delta_{k,l} = 0$ при $k \neq l$ и $\delta_{k,k} = 1$, $k \in \mathbb{N}$. Если $f \in L_2$, то числа

$$a_k(f) = \frac{1}{\pi} \iint_{(D)} f(z) \overline{\varphi_k(z)} d\sigma \quad (1)$$

называются коэффициентами Фурье функции f по отношению к ортонормированной системе $\{\varphi_k(z)\} (k = 0, 1, 2, \dots)$. Функции f сопоставляется ее ряд Фурье по указанной ортогональной системе

$$f(z) \sim \sum_{k=0}^{\infty} a_k(f) \varphi_k(z). \quad (2)$$

Пусть

$$S_{n-1}(f, z) = \sum_{k=0}^{n-1} a_k(f) \varphi_k(z)$$

– частичная сумма n -го порядка ряда (2). Составим линейную комбинацию первых из n функций системами $\{\varphi_k(z)\}$:

$$p_{n-1}(z) = \sum_{k=0}^{n-1} d_k \varphi_k(z),$$

которую назовём обобщённым полиномом, где $d_k \in \mathbb{C}$ – произвольные комплексные коэффициенты. Хорошо известно, что (см., например [1], с.263):

$$\begin{aligned} E_{n-1}(f)_2 &= \inf \{ \|f - p_{n-1}\| : d_k \in \mathbb{C} \} = \\ &= \|f - S_{n-1}(f)\| = \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} |a_k(f)|^2 \right\}^{1/2}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $a_k(f)$ – коэффициенты Фурье функции f , определённые равенством (1).

В случае приближения в среднем функций комплексной переменной, регулярной в односвязной области $D \subset \mathbb{C}$ рядами Фурье по ортогональной в D системе функций $\{\varphi_k(z)\}_{k=0}^{\infty}$, задача отыскания точной константы в неравенстве Джексона-Стечкина изучалась в работе [2]. Напомним, что под неравенствами Джексона-Стечкина понимают соотношения, в которых величина наилучшего приближения функции конечномерным подпространством в заданном нормированном пространстве оценивается через модуль

гладкости самой функции или некоторой её производной. В рассматриваемом нами случае воспользуемся подходом, предложенным в работах [2-5]. Пусть

$$T(\xi, \eta; h) = \sum_{k=0}^{\infty} \varphi_k(\xi) \overline{\varphi_k(\eta)} h^k, \quad (4)$$

где $h \in (0, 1)$, $(\xi, \eta) \in \mathcal{D} \times \mathcal{D}$, а равенство (4) понимается в смысле сходимости в $L_2(\mathcal{D} \times \mathcal{D})$. В пространстве L_2 рассмотрим оператор

$$F_h f(z) = \frac{1}{\pi} \iint_{(\mathcal{D})} f(\zeta) T(z, \zeta; 1-h) d\sigma, \quad (5)$$

который будем называть оператором обобщенного сдвига. Непосредственной проверкой можно убедиться, что оператор (5) обладает следующими свойствами (см., например, [2]):

- 1) $F_h(f_1 + f_2) = F_h(f_1) + F_h(f_2)$;
- 2) $F_h(\alpha f) = \alpha F_h(f)$, $\alpha \in \mathbb{C}$;
- 3) $\|F_h(f)\| \leq \|f\|$;
- 4) $F_h \varphi_k(z) = (1-h)^k \varphi_k(z)$;
- 5) $\|F_h(f) - f\| \rightarrow 0$, $h \rightarrow 0+$.

Учитывая соотношение (4), оператор (5) представим в следующем виде

$$F_h f(z) = \frac{1}{\pi} \iint_{(\mathcal{D})} f(\zeta) T(z, \zeta; 1-h) d\sigma = \sum_{k=0}^{\infty} a_k(f) \varphi_k(z) (1-h)^k. \quad (6)$$

Следуя работе [2], для функции $f \in L_2$ определим конечные разности первого и высших порядков следующим образом

$$\Delta_h^1 f(z) = F_h f(z) - f(z) = (F_h - \mathbb{I}) f(z),$$

$$\Delta_h^m f(z) = \Delta_h(\Delta_h^{m-1} f(z)) = (F_h - \mathbb{I})^m f(z) = \sum_{k=0}^m (-1)^{m-k} \binom{m}{k} F_h^k f(z),$$

где $F_h^0 f(z) = \mathbb{I} f(z) = f(z)$, $F_h^k f(z) = F_h(F_h^{k-1} f(z))$, $k = 1, 2, \dots, m$; $m \in \mathbb{N}$, \mathbb{I} – единичный оператор в пространстве L_2 . Из формул (2) и (6) в смысле сходимости в $L_2(\mathcal{D})$ получаем

$$\Delta_h^1 f(z) = F_h f(z) - f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k(f) \varphi_k(z) ((1-h)^k - 1).$$

Методом математической индукции при любом $m \in \mathbb{N}$ легко доказать формулу

$$\Delta_h^m f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^m [1 - (1-h)^k]^m a_k(f) \varphi_k(z), \quad h \in (0,1).$$

Отсюда, применяя равенство Парсеваля, в силу ортонормированности системы $\{\varphi_k\}$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) имеем

$$\|\Delta_h^m f\|^2 = \sum_{k=0}^{\infty} [1 - (1-h)^k]^{2m} |a_k(f)|^2. \quad (7)$$

Величину

$$\Omega_m(f; t)_2 = \sup \left\{ \|\Delta_h^m f\| : 0 < h \leq t \right\} = \left\{ \sum_{k=0}^{\infty} [1 - (1-t)^k]^{2m} |a_k(f)|^2 \right\}^{1/2} \quad (8)$$

назовём обобщенным модулем непрерывности m -го порядка функции $f \in L_2$.

2. Рассмотрим случай, когда \mathcal{D} есть круг $U := \{z \in \mathbb{C} : |z| < 1\}$. Очевидно, что в этом случае система функций $\varphi_k(z) = z^k$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) является ортогональной в круге U :

$$\frac{1}{\pi} \iint_{(U)} \varphi_k(z) \overline{\varphi_l(z)} d\sigma = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 r^{k+l+1} e^{i(k-l)t} dr dt = 0, \quad k \neq l.$$

Но эта система не является ортонормированной, поскольку

$$\frac{1}{\pi} \iint_{(U)} |\varphi_k(z)|^2 d\sigma = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 r^{2k+1} dr dt = \frac{1}{k+1}.$$

Следовательно, система функций $\varphi_k^*(z) = \sqrt{k+1} z^k$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) является ортонормированной системой. Через $\mathcal{A}(U)$ обозначим множество аналитических в U функций f . Ряд Маклорена функции $f \in U$ имеет вид

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k(f) z^k, \quad (9)$$

где $c_k(f)$ – коэффициенты Маклорена функции f . При этом

$$E_{n-1}^2(f)_2 = \|f - S_{n-1}(f)\|^2 = \sum_{k=n}^{\infty} \frac{|c_k(f)|^2}{k+1}. \quad (10)$$

В монографии [1] доказано, что ряд Фурье функции f по ортонормированной системе $\varphi_k^*(z) = \sqrt{k+1}z^k$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) совпадает с рядом (9) функций $f \in \mathcal{A}(U)$, то есть

$$f(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k(f) \varphi_k^*(z) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k(f) z^k, \quad (11)$$

а потому ряд (11) можно сколько угодно раз почленно продифференцировать.

Обозначим через $f_a^{(r)}(z) := \partial^r f(\rho e^{it}) / \partial t^r$ ($r \in \mathbb{Z}_+$, $f_a^{(0)} \equiv f(z)$) – производную r -го порядка аналитической функции $f(z)$ по аргументу t комплексного переменного $z = \rho e^{it}$, то есть

$$f_a^{(1)}(z) := \frac{\partial f(z)}{\partial t} = \frac{df(z)}{dz} \cdot \frac{dz}{dt} = f^{(1)}(z) \cdot zi, \quad (12)$$

$$f_a^{(r)}(z) := \left\{ f_a^{(r-1)}(z) \right\}_a^{(1)}, \quad r \geq 2. \quad (13)$$

В силу (12) и (13) имеем

$$f_a^{(r)}(z) = \sum_{k=1}^{\infty} (ik)^r c_k z^k. \quad (14)$$

Из свойства 4 оператора $F_h(f)$ следует, что для любых $k \in \mathbb{N}$ и $h \in (0, 1)$ имеет место равенство

$$F_h(z^k) = (1-h)^k z^k. \quad (15)$$

Всюду далее через $L_{2,a}^{(r)} := L_{2,a}^{(r)}(U)$ ($L_{2,a}^{(0)} := L_{2,a}(U)$) обозначим класс функций $f \in L_2$, у которых $f_a^{(r)} \in L_2$ ($r \in \mathbb{Z}_+$, $f_a^{(0)} \equiv f$). Заменяя в формуле (8) функцию f на производную по аргументу $f_a^{(r)}$ с учетом (12), получаем выражение модуля непрерывности m -го порядка производной $f_a^{(r)}$:

$$\Omega_m^2(f_a^{(r)}; t)_2 = \sum_{k=1}^{\infty} [1 - (1-t)^k]^{2m} k^{2r} \frac{|c_k(f)|^2}{k+1}. \quad (16)$$

Лемма 1. Для любых $n \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$ справедливо равенство

$$\sup_{f \in L_{2,a}^{(r)}} \frac{E_{n-1}(f)_2}{E_{n-1}(f_a^{(r)})_2} = \frac{1}{n^r}. \quad (17)$$

Доказательство. Из равенства (14) следует, что

$$S_{n-1}(f_a^{(r)}, z) = \sum_{k=1}^n (ik)^r c_k z^k,$$

а потому имеем

$$f_a^{(r)}(z) - S_{n-1}(f_a^{(r)}, z) = \sum_{k=n}^{\infty} (ik)^r c_k z^k,$$

откуда сразу вытекает равенство

$$E_{n-1}^2(f_a^{(r)})_2 = \sum_{k=n}^{\infty} k^r \frac{|c_k|^2}{k+1}. \quad (18)$$

Учитывая последнее равенство, получаем

$$\begin{aligned} E_{n-1}^2(f)_2 &= \sum_{k=n}^{\infty} \frac{|c_k|^2}{k+1} \leq \sum_{k=n}^{\infty} \left(\frac{k}{n}\right)^{2r} \cdot \frac{|c_k|^2}{k+1} = \\ &= \frac{1}{n^{2r}} \sum_{k=n}^{\infty} k^{2r} \frac{|c_k|^2}{k+1} = \frac{1}{n^{2r}} E_{n-1}^2(f_a^{(r)})_2, \end{aligned}$$

откуда для произвольной $f \in L_{2,a}^{(r)}$ получаем оценку сверху

$$\sup_{f \in L_{2,a}^{(r)}} \frac{E_{n-1}(f)_2}{E_{n-1}(f_a^{(r)})_2} \leq \frac{1}{n^r}. \quad (19)$$

Так как для функции $f_0(z) = z^n$, принадлежащей пространству $L_{2,a}^{(r)}$, в силу равенств (10) и (18)

$$E_{n-1}(f_0)_2 = \frac{1}{\sqrt{n+1}}, E_{n-1}(f_{0,a}^{(r)})_2 = \frac{n^r}{\sqrt{n+1}}, \quad (20)$$

то для величины, стоящей в левой части неравенства (19), имеем оценку снизу

$$\sup_{f \in L_{2,a}^{(r)}} \frac{E_{n-1}(f)_2}{E_{n-1}(f_a^{(r)})_2} \geq \frac{E_{n-1}(f_0)_2}{E_{n-1}(f_{0,a}^{(r)})_2} = \frac{1}{\sqrt{n+1}} \cdot \frac{\sqrt{n+1}}{n^r} = \frac{1}{n^r}. \quad (21)$$

Требуемое равенство (17) вытекает из сопоставления оценки сверху (19) и оценки снизу (21). Лемма 1 доказана.

Теорема 1. Для произвольной функции $f \in L_{2,a}^{(r)}$ при любых $n, m \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$ и $t \in (0, 1)$ справедлива оценка

$$E_{n-1}(f) \leq n^{-r} [1 - (1-t)^n]^{-m} \Omega_m(f_a^{(r)}, t), \quad (22)$$

причём при каждом фиксированном $n \in \mathbb{N}, r \in \mathbb{Z}_+$ константа в правой части неравенства (22) уменьшена быть не может.

Доказательство. Пусть $f \in L_2$. В работе [2] доказано, что для произвольной функции $f \in L_2$ при любом $t \in (0,1)$ справедлива оценка

$$E_{n-1}(f)_2 \leq [1-(1-t)^n]^{-m} \Omega_m(f, t), n, m \in \mathbb{N}, \quad (23)$$

причём при каждом фиксированном $n \in \mathbb{N}$ константа в правой части неравенства (23) уменьшена быть не может. Используя неравенство (23), при любых $n, m \in \mathbb{N}, r \in \mathbb{Z}_+$ и $t \in (0,1)$ для величины наилучшего приближения $E_{n-1}(f_a^{(r)})_2$ запишем

$$E_{n-1}(f_a^{(r)})_2 \leq [1-(1-t)^n]^{-m} \Omega_m(f_a^{(r)}, t). \quad (24)$$

Учитывая неравенства (19) и (24), получаем

$$E_{n-1}(f)_2 \leq n^{-r} \cdot E_{n-1}(f_a^{(r)})_2 \leq n^{-r} \cdot [1-(1-t)^n]^{-m} \Omega_m(f_a^{(r)}, t)_2.$$

Последнее неравенство справедливо для любой $f \in L_{2,a}^{(r)}$, а потому справедливо соотношение

$$\sup_{f \in L_{2,a}^{(r)}} \frac{n^r \cdot E_{n-1}(f)_2}{\Omega_m(f_a^{(r)}, t)_2} \leq \frac{1}{[1-(1-t)^n]^m}, \quad (25)$$

где $0 < t < 1$. Для получения оценки снизу величины, стоящей в левой части (25), рассмотрим функцию $f_0(z) = z^n \in L_{2,a}^{(r)}$, использованную нами при доказательстве леммы 1. Для этой функции из соотношения (16) сразу получаем

$$\Omega_m(f_{a,0}^{(r)}, t)_2 = [1-(1-t)^n]^m \frac{n^r}{\sqrt{n+1}}. \quad (26)$$

Из (26) и первого равенства в (20) получаем

$$E_{n-1}(f_0)_2 = \frac{1}{\sqrt{n+1}} = n^{-r} \cdot [1-(1-t)^n]^{-m} \Omega_m(f_a^{(r)}, t)_2,$$

чем и завершаем доказательство теоремы 1.

Следствие 1. В условиях теоремы 1 справедливо равенство

$$\sup_{f \in L_{2,a}^{(r)}} \frac{n^r \cdot E_{n-1}(f)_2}{\Omega_m(f_a^{(r)}, t)_2} = \frac{1}{[1-(1-t)^n]^m}, 0 < t < 1. \quad (27)$$

Полагая в (27), в частности $t = 1/n$, $n \in \mathbb{N}$, имеем

$$\sup_{n \in \mathbb{N}} \sup_{f \in L_{2,a}^{(r)}} \frac{n^r \cdot E_{n-1}(f)_2}{\Omega_m(f_a^{(r)}, t)_2} = \sup_{n \in \mathbb{N}} \left[1 - \left(1 - \frac{1}{n} \right)^n \right]^{-m} = \left(1 - \frac{1}{e} \right)^{-m}.$$

Всюду далее под весовой функцией на отрезке $[0, h]$ будем понимать вещественную неотрицательную измеримую и суммируемую на $[0, h]$ функцию q , не эквивалентную нулю. Нам понадобится следующая простая

Лемма 2. Пусть q – весовая на $[0, h]$ функция, $k, m \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $k \geq n$, $t \in (0, 1)$, $0 < p \leq 2$. Тогда имеет место равенство

$$\begin{aligned} \inf_{k \geq n} \left\{ k^{rp} \int_0^h [1 - (1-t)^k]^{mp} q(t) dt \right\}^{2/p} &= \\ &= \left\{ n^{rp} \int_0^h [1 - (1-t)^n]^{mp} q(t) dt \right\}^{2/p}. \end{aligned} \quad (28)$$

Доказательство. В самом деле, учитывая, что при всех $k \geq n$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $m \in \mathbb{N}$, имеем

$$k^r \geq n^r, [1 - (1-t)^k]^{2m} \geq [1 - (1-t)^n]^{2m}.$$

Из последних двух неравенств следует, что

$$k^{2r} [1 - (1-t)^k]^{2m} \geq n^{2r} [1 - (1-t)^n]^{2m}. \quad (29)$$

Возводим обе части последнего неравенства в степень $p/2$ ($0 < p \leq 2$), умножим на положительную в отрезке $[0, h]$ функцию q и интегрируя по отрезку при любых $k \geq n$, $k, n \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $0 < p \leq 2$, получаем

$$k^{rp} \int_0^h [1 - (1-t)^k]^{mp} q(t) dt \geq n^{rp} \int_0^h [1 - (1-t)^n]^{mp} q(t) dt,$$

которое при $k = n$ обращается в равенство, и тем самым лемма 2 доказана.

Теорема 2. Пусть $n, m \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $0 < p \leq 2$, $h \in (0, 1)$, q – весовая на интервале $(0, h)$ функция. Тогда справедливо равенство

$$\sup_{f \in L_{2,a}^{(r)}} \frac{n^r E_{n-1}(f)_2}{\left(\int_0^h \Omega_m^p(f_a^{(r)}, t)_2 q(t) dt \right)^{1/q}} = \frac{1}{\left(\int_0^h [1 - (1-t)^n]^{mp} q(t) dt \right)^{1/p}}. \quad (30)$$

Доказательство. Воспользуемся следующим упрощенным вариантом неравенства Минковского (см., например, [6, с. 104])

$$\left(\int_0^h \left(\sum_{k=n}^{\infty} |g_k(t)|^2 \right)^{p/2} dt \right)^{1/p} \geq \left(\sum_{k=n}^{\infty} \left(\int_0^h |g_k(t)|^p dt \right)^{2/p} \right)^{1/2}, \quad (31)$$

верного при всех $0 < p \leq 2$ и $h \in \mathbb{R}_+$. Полагая в обеих частях неравенства (31) $g_k = f_k q^{1/p}$ ($0 < p \leq 2$), получаем

$$\left(\int_0^h \left(\sum_{k=n}^{\infty} |f_k(t)|^2 \right)^{p/2} q(t) dt \right)^{1/p} \geq \left(\sum_{k=n}^{\infty} \left(\int_0^h |f_k(t)|^p q(t) dt \right)^{2/p} \right)^{1/2}. \quad (32)$$

Используя неравенство (32) и лемму 2, имеем

$$\begin{aligned} \left\{ \int_0^h \Omega_m^p(f_a^{(r)}, t)_2 q(t) dt \right\}^{1/p} &= \left\{ \int_0^h \left(\Omega_m^2(f_a^{(r)}, t)_2 \right)^{p/2} q(t) dt \right\}^{1/p} \geq \\ &\geq \left\{ \int_0^h \left(\sum_{k=n}^{\infty} [1 - (1-t)^k]^{2m} k^{2r} \cdot \frac{|c_k|^2}{k+1} \right)^{p/2} q(t) dt \right\}^{1/p} = \\ &\geq \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} \left(\int_0^h \frac{|c_k|^p}{(k+1)^{p/2}} \cdot \left([k^{2r} [1 - (1-t)^k]^{2m} \right)^{\frac{p}{2}} q(t) dt \right)^{2/p} \right\}^{1/2} \geq \\ &\geq \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} \frac{|c_k(f)|^2}{k+1} \left(\inf_{k \geq n} k^{rp} \int_0^h [1 - (1-t)^k]^{pm} q(t) dt \right)^{2/p} \right\}^{1/2} \geq \\ &\geq \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} \frac{|c_k(f)|^2}{k+1} \left(n^{rp} \int_0^h [1 - (1-t)^n]^{pm} q(t) dt \right)^{2/p} \right\}^{1/2} = \\ &= \left(n^r \int_0^h [1 - (1-t)^n]^{pm} q(t) dt \right)^{1/p} \left\{ \sum_{k=n}^{\infty} \frac{|c_k(f)|^2}{k+1} \right\}^{1/2} = \\ &= \left(n^r \int_0^h [1 - (1-t)^n]^{pm} q(t) dt \right)^{1/p} E_{n-1}(f)_2, \end{aligned}$$

откуда следует, что

$$\sup_{f \in L_{2,a}^{(r)}} \frac{n^r E_{n-1}(f)_2}{\left(\int_0^h \Omega_m^p(f_a^{(r)}, t)_2 q(t) dt \right)^{1/q}} \leq \frac{1}{\left(\int_0^h [1-(1-t)^n]^{mp} q(t) dt \right)^{1/p}}. \quad (33)$$

С целью получения оценки снизу величины, записанной в левой части неравенства (33), в классе $L_2^{(r)}$ рассмотрим функцию $f_0(z) = z^n$, использованную нами при доказательстве теоремы 1. В силу первого из равенств (20) и равенства (26) получим оценку снизу

$$\begin{aligned} \sup_{f \in L_{2,a}^{(r)}} \frac{n^r E_{n-1}(f)_2}{\left(\int_0^h \Omega_m^p(f_a^{(r)}, t)_2 q(t) dt \right)^{1/p}} &\geq \frac{n^r E_{n-1}(f_0)_2}{\left(\int_0^h \Omega_m^p(f_0^{(r)}, t)_2 q(t) dt \right)^{1/p}} \\ &= \frac{n^r \cdot (1/\sqrt{n+1})}{n^r \cdot (1/\sqrt{n+1}) \left(\int_0^h [1-(1-t)^n]^{mp} q(t) dt \right)^{1/p}} = \\ &= \frac{1}{\left(\int_0^h [1-(1-t)^n]^{mp} q(t) dt \right)^{1/p}}. \end{aligned} \quad (34)$$

Равенство (30) получим из сравнения оценок сверху (33) и оценку снизу (34), чем и завершаем доказательство теоремы 2.

Из доказанной теоремы 2 вытекает ряд утверждений.

Следствие 2. Пусть $n, m \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $p = 1/m$, $h \in (0,1)$, q – весовая функция на интервале $(0, h)$. Тогда справедливо равенство

$$\sup_{f \in L_2^{(r)}} \frac{n^r \cdot E_{n-1}(f)_2}{\left(\int_0^h \Omega_m^{1/m}(f_a^{(r)}, t)_2 q(t) dt \right)^m} = \left(\int_0^h [1-(1-t)^n] q(t) dt \right)^{-m}. \quad (35)$$

Из (35), в частности при $q \equiv 1$, $n, m \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, вытекает равенство

$$\sup_{f \in L_{2,a}^{(r)}} \frac{n^r E_{n-1}(f)_2}{\left((n+1) \int_0^h \Omega_m^{1/m}(f_a^{(r)}, t)_2 dt \right)^m} = \frac{1}{\{(n+1)h - 1 + (1-h)^{n+1}\}^m}. \quad (36)$$

Полагая в (36), например $h = 1/(n+1)$, получаем

$$\sup_{f \in L_{2,a}^{(r)}} \frac{n^r E_{n-1}(f)_2}{\left((n+1) \int_0^{1/(n+1)} \Omega_m^{1/m}(f_a^{(r)}, t)_2 dt \right)^m} = \left(1 - \frac{1}{n+1} \right)^{-m(n+1)}, \quad (37)$$

откуда сразу следует экстремальное равенство

$$\sup_{n \in \mathbb{N}} \sup_{f \in L_2^{(r)}} \frac{n^r E_{n-1}(f)_2}{\left((n+1) \int_0^{1/(n+1)} \Omega_m^{1/m}(f_a^{(r)}, t)_2 dt \right)^m} = e^m.$$

Следствие 3. Пусть выполнены все условия теоремы 2. Положим

$$q(t) := n(1-t)^{n-1}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad 0 < t < 1.$$

Тогда для любого $h \in (0,1)$ справедливо равенство

$$\sup_{f \in L_2^{(r)}} \frac{n^r E_{n-1}(f)_2}{\left(n \int_0^h \Omega_m^p(f_a^{(r)}, t)_2 (1-t)^{n-1} dt \right)^{1/p}} = \left\{ \frac{mp+1}{[1-(1-h)^n]^{mp+1}} \right\}^{1/p}. \quad (38)$$

Из (38), в частности при $h = 1/n$, $n \in \mathbb{N}$ имеем

$$\sup_{n \in \mathbb{N}} \sup_{f \in L_2^{(r)}} \frac{n^r \cdot E_{n-1}(f)_2}{\left(n \int_0^{1/n} \Omega_m^p(f_a^{(r)}, t)_2 (1-t)^{n-1} dt \right)^{1/p}} = \frac{(mp+1)^{1/p}}{\left(1 - \frac{1}{e} \right)^{m+1/p}}. \quad (39)$$

При $p = 1/m$, $m \in \mathbb{N}$ из (38) следует, что

$$\sup_{n \in \mathbb{N}} \sup_{f \in L_2^{(r)}} \frac{n^r \cdot E_{n-1}(f)_2}{\left(n \int_0^{1/n} \Omega_m^{1/m}(f_a^{(r)}, t)_2 (1-t)^{n-1} dt \right)^m} = 2^m \left(1 - \frac{1}{e} \right)^{-2m}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Смирнов В.И., Лебедев Н.А. Конструктивная теория функций комплексного переменного. - М.-Л.: Наука, 1964, 440 с.
2. Абилов В.А., Абилова Ф.В., Керимов М.К. Точные оценки скорости сходимости рядов Фурье функций комплексной переменной в пространстве $L_2(D, p(z))$. - ЖВММФ, 2010, т.50, №6, с.999-1004.
3. Тухлиев К. Среднеквадратические приближения функций рядами Фурье-Бесселя и значения поперечников некоторых классов функций. - Чебышевский сб., 2016, т.17, №4, с.141-156.

4. Вакарчук С.Б. Приближение функций в среднем на вещественной оси алгебраическими полиномами с весом Чебышева-Эрмита и поперечники функциональных классов. – Матем. заметки, 2014, т.95, вып.5, с.666-684.
5. Шабозов М.Ш., Тухлиев К. Неравенства Джексона-Стечкина с обобщенными модулями непрерывности. – Труды Института математики и механики УрО РАН, т.21, №4, с.152-169
6. Pinkus A. *n*-Widths in Approximation Theory. Berlin: Springer-Verlag. Heidelberg. New York. Tokyo, 1985, 252 p.

X.M.KHURUMONOV

БАЪЗЕ МАСЪАЛА НАЗДИККУНИИ ФУНКСИЯ ФУРЬЕ ДАР ФАЗОИ БЕРГМАН

Донишгоҳи милли Тоҷикистон

Дар соҳаи якалоқаманди фазои комплексӣ, масъалаи наздиккунии миёнаи функцияҳо тавассути қатори Фурье, аз рӯи системаи функцияҳои дар ин соҳа ортогоналӣ, омӯхта шудааст. Сарҳади саҳеҳи болоии наздиккунии миёнаи баъзе синфҳои функцияҳои аналитикӣ ба воситаи модулҳои махсуси бифосилагӣ ҳисоб карда шудааст.

Калимаҳои калидӣ: сарҳади болоӣ, модули бифосилагӣ, нобаробарии Чексон-Стечкин, *n*-кӯтрҳо.

Kh.M.KHURUMONOV

SOME PROBLEMS OF APPROXIMATION OF FUNCTIONS BY FOURIER SERIES IN THE BERGMAN SPACE

Tajik National University

In this paper it is considered the problem of mean-square approximation of analytic functions in simply connected domain of complex plane with Fourier series by orthogonal in the domain of system of functions. For the some classes of analytic functions the supremum of mean-square approximation given by special module of continuity were calculated.

Key words: supremum, module of continuity, Jackson-Stechkin inequality, *n*-widths.

УДК 517.5

А.А.ШАБОЗОВА

ПРИБЛИЖЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КРИВЫХ ЛОМАНЫМИ

*Таджикский национальный университет
Статья поступила в редакцию 17.01.2017 г.*

В работе найдены точные значения оценки погрешности приближения параметрически заданных кривых вписанными в них ломаными в m -мерном пространстве R^m для классов функций, задаваемых модулями непрерывности.

Ключевые слова: параметрически заданные кривые, модуль непрерывности, экстремальные задачи приближения.

1. Вопросы, связанные с приближением параметрически заданных кривых вписанными в них ломаными, ранее рассматривались, например, в работах [1-9]. В настоящей работе рассматривается экстремальная задача вычисления верхней грани отклонения параметрически заданных кривых от вписанных в них ломаных в пространстве R^m на некоторых классах кривых, задаваемых модулями непрерывности. Пусть Γ – кусочно-гладкая кривая, заданная параметрическими уравнениями

$$x_i = \varphi_i(t), \quad i = \overline{1, m}; \quad 0 \leq t \leq L \quad (1)$$

в пространстве R^m . Через $H^\omega[0, L]$ обозначим множество функций $f(t) \in C[0, L]$, для любых двух точек $t', t'' \in [0, L]$ удовлетворяющих условию

$$|f(t') - f(t'')| \leq \omega(|t' - t''|),$$

где $\omega(t)$ – заданный на отрезке $[0, L]$ модуль непрерывности.

Аналогичным образом через $W^{(1)}H^\omega[0, L]$ обозначим класс функций $f(t) \in C^{(1)}[0, L]$, у которых $f'(t) \in H^\omega[0, L]$.

Адрес для корреспонденции: Шабозова Адолат Аъзамовна. 734055, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: shabozova91@mail.ru

Всюду далее через $H^{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_m}[0, L]$ обозначим класс кривых Γ , определённых параметрическими уравнениями (1), и таких, у которых $\varphi_i(t) \in H^{\omega_i}[0, L]$, а через $W^{(1)}H^{\omega_1, \dots, \omega_m}[0, L]$ – класс гладких параметрически заданных кривых (1), у которых $\varphi_i(t) \in W^{(1)}H^{\omega_i}[0, L]$. В случае $\omega_i(t) = \omega(t), i = \overline{1, m}$ соответствующие классы функций обозначим через $H^{\omega, m}$ и $W^{(1)}H^{\omega, m}$.

Рассмотрим вопрос о точной оценке величины погрешности, возникающей при приближении кривых, принадлежащих указанным выше классам кривых, вписанными в них ломаными линиями.

Если $\rho(P, Q)$ – некоторое расстояние между точками $P, Q \in R^m$, то расстояние между параметрически заданными кривыми

$$\Gamma: x_i = \varphi_i(t); G: y_i = \psi_i(t); i = \overline{1, m}; 0 \leq t \leq L \quad (2)$$

определим следующим образом

$$\rho(P, G) := \sup_{0 \leq t \leq L} \{ \rho(P(t), Q(t)) : P(t) \in \Gamma, Q(t) \in G \}, \quad (3)$$

где $P(t) := P(\varphi_1(t), \dots, \varphi_m(t))$, $Q(t) := Q(\psi_1(t), \dots, \psi_m(t))$ соответствуют одному и тому же значению параметра $t (0 \leq t \leq L)$. Пусть

$$\rho_q(P(t), Q(t)) = \left\{ \sum_{i=1}^m |\varphi_i(t) - \psi_i(t)|^q \right\}^{1/q}, \quad 1 \leq q \leq \infty \quad (4)$$

– расстояние Минковского. Под хаусдорфовым расстоянием между двумя замкнутыми множествами $A \subset R^m$ и $B \subset R^m$ понимают величину

$$\rho_{H, q}(A, B) = \max \left\{ \sup_{P \in A} \inf_{Q \in B} \rho_q(P, Q), \sup_{P \in B} \inf_{Q \in A} \rho_q(P, Q) \right\}. \quad (5)$$

Очевидно, что для кривых Γ и G из (2)

$$\rho_{H, q}(\Gamma, G) \leq \rho_q(\Gamma, G).$$

Пусть $\Delta_N: 0 \leq t_1 < t_2 < \dots < t_N \leq L$ – произвольное разбиение $[0, L]$ и для координатных функций кривых $\Gamma, G \in H^{\omega_1, \dots, \omega_m}$ выполнены равенства

$$\varphi_i(t_k) = \psi_i(t_k), \quad i = \overline{1, m}; \quad k = \overline{1, N}. \quad (6)$$

Если $P(t) = P(\varphi_1(t), \dots, \varphi_m(t)) \in \Gamma$, $Q(t) = Q(\psi_1(t), \dots, \psi_m(t)) \in G$ – точки, определяемые одними и теми же значениями параметра t , то точки

$$P(t_k) = P(\varphi_1(t_k), \dots, \varphi_m(t_k)), Q(t_k) = Q(\psi_1(t_k), \dots, \psi_m(t_k)), k = \overline{1, N},$$

совпадают.

Требуется найти величину

$$\rho_q(H^{\omega_1, \dots, \omega_m}) = \sup \left\{ \rho_q(\Gamma, G); \Gamma, G \in H^{\omega_1, \dots, \omega_m} \right\}. \quad (7)$$

В предположении, что имеют место равенства (6), имеют место следующие утверждения.

Теорема 1. *Каковы бы не были модули непрерывности $\omega_i(t)$ ($i = \overline{1, m}; 0 \leq t \leq L$) при всех $q \in [1, \infty]$, справедливы равенства*

$$\rho_q(H^{\omega_1, \dots, \omega_m}) = 2\rho_{H, q}(H^{\omega_1, \dots, \omega_m}) = 2 \left\{ \sum_{i=1}^m \omega_i^q \left(\frac{L}{2N} \right) \right\}^{1/q}.$$

Из теоремы 1 сразу вытекает.

Следствие 1. В условиях теоремы 1 справедливы равенства

$$\rho_q(H^{\omega, m}) = 2\rho_{H, q}(H^{\omega, m}) = 2\sqrt[q]{m\omega} \left(\frac{L}{2N} \right).$$

Точная оценка погрешности кривых $\Gamma \subset H^{\omega_1, \dots, \omega_m}$ от вписанных в них ломаных содержится в следующем утверждении.

Теорема 2. *Пусть Γ_N – вписанная в кривую Γ ломаная с вершинами в точках $P_k^* := P(\varphi_1(kh), \dots, \varphi_m(kh))$, $k = \overline{0, N}$; $h = L/N$. В предположении, что $\omega_i(t)$, ($i = \overline{1, m}; 0 \leq t \leq L$) – выпуклые модули непрерывности, справедливы равенства*

$$\sup \left\{ \rho_q(\Gamma, \Gamma_N) : \Gamma \in H^{\omega_1, \dots, \omega_m} \right\} = \left\{ \sum_{i=1}^m \omega_i^q \left(\frac{L}{2N} \right) \right\}^{1/q}, \quad 1 \leq q \leq \infty.$$

В частности

$$\sup \left\{ \rho_q(\Gamma, \Gamma_N) : \Gamma \in H^{\omega, m} \right\} = \sqrt[q]{m\omega} \left(\frac{L}{2N} \right), \quad 1 \leq q \leq \infty.$$

В следующей теореме содержится ответ о точной аппроксимации кривых $\Gamma \subset W^{(1)}H^{\omega_1, \dots, \omega_m}$ вписанными в них ломаными линиями.

Теорема 3. Пусть $\omega_i(t), (i = \overline{1, m})$ – выпуклые модули непрерывности на отрезке $[0, L]$. Тогда для любого натурального $N \geq 2$ справедливы равенства

$$\sup \left\{ \rho_q(\Gamma, \Gamma_N) : \Gamma \in W^{(1)} H^{\omega_1 \dots \omega_m} \right\} = \frac{1}{4} \left\{ \sum_{i=1}^m \left(\int_0^{L/N} \omega_i(t) dt \right)^q \right\}^{1/q}, \quad 1 \leq q \leq \infty,$$

где Γ_N – ломаная, вписанная в кривую $\Gamma \in W^{(1)} H^{\omega_1 \dots \omega_m}$, с вершинами в точках $P_k^* = P(\varphi_1(kh), \dots, \varphi_m(kh)), k = \overline{0, N}, h = L/N$. Если же $\omega_i(t) (i = \overline{1, m})$ – произвольные модули непрерывности, то

$$\sup \left\{ \rho_q(\Gamma, \Gamma_N) : \Gamma \in W^{(1)} H^{\omega_1 \dots \omega_m} \right\} = \frac{\theta_\omega}{4} \left\{ \sum_{i=1}^m \left(\int_0^{L/N} \omega_i(t) dt \right)^q \right\}^{1/q}, \quad 1 \leq q \leq \infty,$$

где $(2/3) \leq \theta \leq 1$.

Следствие 2. Пусть выполнены условия теоремы 3. Тогда если $\omega(t)$ – произвольный модуль непрерывности, то при любом $q \in [1, \infty]$ имеет место

$$\sup \left\{ \rho_q(\Gamma, \Gamma_N) : \Gamma \in H^{\omega, m} \right\} = \frac{\theta_\omega}{4} \sqrt[q]{m} \int_0^{L/N} \omega(t) dt, \quad (8)$$

где $(2/3) \leq \theta_\omega \leq 1$. Если же $\omega(t)$ – выпуклый модуль непрерывности, то в соотношении (8), $\theta_\omega = 1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мартынюк В.Т. О приближении ломаными кривых, заданных параметрическими уравнениями. – Укр.матем.журнал, 1976, т.28, №1, с.87-92.
2. Мартынюк В.Т. Некоторые вопросы приближения линий и поверхностей – Теория приближения функций. – М.: Наука, 1987, с.282-287.
3. Назаренко Н.А. О приближении плоских кривых параметрическими эрмитовыми сплайнами. - Геометрическая теория функций и топология. – Киев: ИМ АН УССР, 1981, с.55-62.
4. Вакарчук С.Б. О приближении кривых, заданных в параметрическом виде, при помощи сплайн-кривых – Укр.матем.журнал, 1983, т.35, №3, с.352-355.
5. Вакарчук С.Б. Точные константы приближения плоских кривых полиномиальными кривыми и ломаными – Известия вузов. Математика, 1988, №2, с.14-19.
6. Корнейчук Н.П. Об оптимальном кодировании вектор-функций. – Укр.матем.журнал, 1988, т.40, №6, с.737-743.
7. Корнейчук Н.П. Приближение и оптимальное кодирование гладких плоских кривых – Укр. матем. журнал, 1989, т.41, №4, с.492-499.
8. Шабозов М.Ш., Шабозова А.А. Приближение кривых ломаными. – Вестн. С.-Петербур. ун-та, сер. 1, 2013, вып.2, с.68-76.

9. Шабозова А.А. К полигональной интерполяции кривых в пространстве \mathbb{R}^m . – Известия ТулГУ, 2015, вып.4, с.107-112.

А.А.ШАБОЗОВА

НАЗДИККУНИИ ХАТҶОИ КАҶИ ФАЗОҶИ БА ВОСИТАИ ХАТҶОИ ШИКАСТА

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Дар мақола қимати аниқи баҳодихии хатогии наздиккунии хатҳои каҷи ба таври параметрӣ додашуда аз ба воситаи хатҳои шикастаи дарункашидашуда барои синфи функсияҳое, ки бо модули бефосилагӣ муайян шудаанд, ёфта шудааст.

Калимаҳои калидӣ: хатҳои каҷи ба таври параметрӣ додашуда, модули бефосилагӣ, масъалаи наздиккунии экстремалӣ.

A.A.SHABOZOVA

APPROXIMATION THE SPATIAL CURVES BY BROKEN LINES

Tajik National University

In this paper the exact values of the estimation of errors approximation of parametrically given curves and inscribed their a broken lines in m -dimensional space R^m for the classes of functions determined by module of continuity were found.

Key words: parametrically determined curves, modulus of continuity, extremal problems of approximation.

УДК 517.9

В.И.БОРЗДЫКО

**ОБ ИССЛЕДОВАНИИ НЕКОТОРЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ
«БИОЛОГИЧЕСКИХ ЧАСОВ» ВЫСШИХ РАСТЕНИЙ**

Институт математики им. А.Джураева АН Республики Таджикистан

Рассматриваются обыкновенные дифференциальные уравнения и функционально-дифференциальные уравнения запаздывающего типа, описывающие математические модели «биологических часов» высших растений. Проводится исследование этих уравнений на существование у них положительных периодических решений.

Ключевые слова: «биологические часы», функционально-дифференциальные уравнения запаздывающего типа, вполне непрерывный оператор, положительное периодическое решение, вращение и квазивращение векторных полей.

1. Проблема «биологических часов», то есть способность живых организмов измерять время, интересует не только биологов, но и математиков.

В основе периодических процессов в живых организмах лежит периодичность некоторых биохимических реакций, которая может быть вызвана или каким-то образом связана с циклическими (например, суточными) изменениями в окружающей среде [1-3].

Поэтому задача исследования таких процессов приводит к исследованию уравнений, описывающих кинетику соответствующих реакций. Поскольку переменными в этих уравнениях являются концентрации некоторых веществ, то мы приходим к проблеме установления условий существования положительных периодических решений у дифференциальных уравнений.

В [2] была предложена следующая математическая модель «биологических часов» высших растений, представляющая собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений с 2-мя неизвестными функциями от независимой переменной t -времени:

Адрес для корреспонденции: Борздыко Вероника Ивановна. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/4, Институт математики АН РТ. E-mail: borzdiko37@mail.ru

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= k_1x - k_2'xy + A_{11}(t) - A_{12}(t)x \\ \frac{dy}{dt} &= k_4x - k_3y + k_2xy,\end{aligned}\tag{1}$$

где $A_{i_i}(t)$, $i = 1, 2$, имеют период T и

$$A_{i_i}(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < \tau, \\ \Phi_i, & \tau \leq t < T, \end{cases}\tag{2}$$

$\Phi_i > 0$, $i = 1, 2$, – постоянные, T – период внешнего светового воздействия, $\tau > 0$ – постоянная, k_i , $i = 1, \dots, 4$, и k_2' – постоянные.

Теорема 1. Пусть коэффициенты системы (1) удовлетворяют следующим условиям: $k_2 - k_2' \leq 0$, $k_1 + k_4 < 0$, $k_3 > 0$, $k_4 \geq 0$. Тогда система (1) имеет по крайней мере одно ненулевое положительное T -периодическое решение $x(t) \geq 0$, $y(t) \geq 0$.

Прежде чем приступить к доказательству теоремы 1, введем некоторые использованные там понятия.

Пусть задана система обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x),\tag{3}$$

где $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \in R^n$. Будем предполагать, что $f(t, x)$ -непрерывная по совокупности своих аргументов вектор-функция, T -периодичная функция по t . Предположим, что каждое начальное условие $x(t_0) = x_0$ однозначно определяет решение $x(t) = p(t, t_0, x_0)$ системы (3), причём это решение определено при всех $t_0 \leq t < +\infty$. Тогда можно ввести в рассмотрение оператор, действующий в пространстве R^n , определенный следующим равенством $U(t, t_0)x_0 = p(t, t_0, x_0)$. Этот оператор называется оператором сдвига по траекториям системы (3) [4]. Положим $U = U(T, 0)$. Многими авторами неоднократно применялся следующий принцип:

Общий принцип. Для того, чтобы решение $x(t)$ системы (3) было T -периодическим, необходимо и достаточно, чтобы точка $x(0) \in R^n$ была неподвижной точкой оператора U : $Ux(0) = x(0)$.

Для исследования неподвижных точек оператора U можно применять теорию положительных операторов, развитую в [5]. Пусть задано банахово пространство E с выделенным в нём конусом K [5]. Оператор A , действующий в E , называется

положительным, если для любого $x \in K$ $Ax \in K$. Будем обозначать через K^+ конус векторов с неотрицательными компонентами в пространстве R^n : $K^+ = \{x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \in R^n; x_i \geq 0, i = 1, \dots, n\}$.

Если правые части системы обыкновенных дифференциальных уравнений (3) удовлетворяют неравенствам

$$f_i(t, x_1, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n) \geq 0, \quad (x_j \geq 0, j = 1, \dots, n; i = 1, \dots, n), \quad (4)$$

то оператор сдвига по траекториям системы $U(t, t_0)$ положителен относительно конуса K^+ . Условия (4) называют условиями «втекания» траекторий решений системы в конус K^+ [4].

Доказательство теоремы 1. Введем в рассмотрение систему вида

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= k_1 x - k_2' xy + A_{11}^{(m)}(t) - A_{12}^{(m)}(t)x \\ \frac{dy}{dt} &= k_4 x - k_3 y + k_2 xy, \end{aligned} \quad (5)$$

где $A_i^{(m)}(t)$, $i = 1, 2$, имеют период T и

$$A_i^{(m)}(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t < \tau - \frac{1}{m}, & m\Phi_i \left[t - \left(\tau - \frac{1}{m} \right) \right], & \tau - \frac{1}{m} \leq t < \tau, \\ \Phi_i, & \tau \leq t < T - \frac{1}{m}, & m\Phi_i [T - t], & T - \frac{1}{m} \leq t \leq T, \end{cases} \quad (6)$$

$i = 1, 2$; m – натуральное число, $m \geq m_1$, где m_1 – некоторое достаточно большое натуральное число. Коэффициенты системы (5) непрерывны. Отсюда следует, что каждому начальному условию $x(0) = x_0$, $y(0) = y_0$ соответствует единственное решение системы (5) $x_m(t)$, $y_m(t)$. Правые части системы (5) удовлетворяют условиям «втекания» траекторий решений в конус K^+ (4), где K^+ – конус векторов с неотрицательными компонентами в R^2 . Поэтому каждое решение $x_m(t)$, $y_m(t)$ с начальным условием $x_m(0) \geq 0$, $y_m(0) \geq 0$ удовлетворяет неравенствам $x_m(t) \geq 0$, $y_m(t) \geq 0$ при $t \geq 0$, то есть траектория этого решения лежит в конусе K^+ . Рассмотрим функцию $\Phi(x, y) = |x| + |y|$. Эта функция выпукла, непрерывно дифференцируема на K^+ и

$$\Phi(x, y) \rightarrow +\infty \quad \text{при} \quad |x| + |y| \rightarrow \infty. \quad (7)$$

В силу условий теоремы для системы (5) имеет место следующее неравенство

$$\begin{aligned}
& (\text{grad } \Phi(x, y), f(t, x, y)) = \\
& = (k_1 + k_4)x - k_3y - A_{12}^{(m)}(t)x + (k_2 - k_2')xy + A_{11}^{(m)}(t) < 0
\end{aligned} \tag{8}$$

при $x \geq 0$, $y \geq 0$ и $x + y \geq R$, где $R > 0$ достаточно большое число, не зависящее от m , $t \in [0, T]$. Пусть $x(t)$, $y(t)$ – некоторое положительное решение системы (5). Введем в рассмотрение функцию $\varphi(t) = \Phi\{x(t), y(t)\}$. В силу неравенства (8)

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = (\text{grad } \Phi\{x(t), y(t)\}, f[t, x(t), y(t)]) < 0 \tag{9}$$

при $x(t) \geq 0$, $y(t) \geq 0$, $x(t) + y(t) \geq R$.

Рассмотрим множество $\Omega = \{(x, y) \in K^+, x + y = \Phi(x, y) \leq R\}$.

$$R = \max_{x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq R} \Phi(x, y);$$

поэтому из (7) и (9) вытекает, что если $\{x(0), y(0)\} \in \Omega$, то $\{x(t), y(t)\} \in \Omega$ при $t \geq 0$. Отсюда следует, что все решения системы (5), начальные условия которых принадлежат множеству Ω , нелокально продолжимы при $t \geq 0$. Оператор сдвига U за период T для системы (5) определён и непрерывен на множестве Ω ; U преобразует замкнутое выпуклое ограниченное множество Ω в себя. Поэтому по теореме Брауэра оператор U имеет в Ω по крайней мере одну неподвижную точку [6, с. 613-623]. В силу «общего принципа», сформулированного выше, система (5) имеет положительное T -периодическое решение $x_m(t)$, $y_m(t)$, причем

$$\{x_m(t), y_m(t)\} \in \Omega, \quad (0 \leq t < +\infty), \tag{10}$$

при всех рассматриваемых значениях m . В силу этого и равенств (6), из которых вытекает равномерная ограниченность функций $A_{1i}^{(m)}(t)$, $i = 1, 2$, из тождеств

$$\begin{aligned}
x_m(t) & \equiv x_m(T) + \int_0^t \{k_1 x_m(\xi) - k_2' x_m(\xi) y_m(\xi) + A_{11}^{(m)}(\xi) - A_{12}^{(m)} x_m(\xi)\} d\xi \\
y_m(t) & \equiv y_m(T) + \int_0^t \{k_4 x_m(\xi) - k_3 y_m(\xi) + k_2 x_m(\xi) y_m(\xi)\} d\xi
\end{aligned} \tag{11}$$

следует, что семейства функций $\{x_m(t)\}$ и $\{y_m(t)\}$, $m = m_1, m_1 + 1, m_1 + 2, \dots$, равномерно непрерывны на отрезке $[0, T]$. Поэтому по теореме Арцела [7, с. 110] из последовательностей $\{x_m(t)\}$ и $\{y_m(t)\}$ можно выделить равномерно сходящиеся на отрезке $[0, T]$ (то есть сходящиеся по норме банахова пространства $C[0, T]$ -

непрерывных на $[0, T]$ функций) подпоследовательности функций $\{x_{m_k}(t)\}$ и $\{y_{m_k}(t)\}$.

Пусть

$$\begin{aligned} x_{m_k}(t) &\xrightarrow{k \rightarrow \infty} x(t), \\ y_{m_k}(t) &\xrightarrow{k \rightarrow \infty} y(t). \end{aligned} \quad (12)$$

Предельные функции $x(t), y(t) \in C[0, T]$. В силу (10), а также ограниченности и замкнутости множества Ω в R^n :

$$x(t), y(t) \in \Omega, \quad t \in [0, T]. \quad (13)$$

В силу (2) функции $A_i(t)$, $i = 1, 2$, ограничены и почти всюду непрерывны на отрезке $[0, T]$, а потому они интегрируемы по Риману. Из (2) и (6) следует, что при любом $t \in [0, T]$

$$A_{1i}^{(m)}(t) \xrightarrow{m \rightarrow \infty} A_{1i}(t); \quad 0 \leq A_{1i}^{(m)}(t) \leq \Phi_i, \quad t \in [0, T], i = 1, 2. \quad (14)$$

Из (10), (13), (14) в силу ещё одной теоремы Арцела [8, с. 749] следует, что возможен предельный переход под знаком интеграла в тождествах (11). Предельные функции $x(t), y(t)$ из (12) удовлетворяют интегральным предельным тождествам, получаемым из тождеств (11). Поэтому пара функций $x(t), y(t)$ является T -периодическим решением системы (1) и $x(t) \geq 0$, $y(t) \geq 0$, $t \in (-\infty, \infty)$. Из вида системы (1) следует, что её решение не может быть тривиальным. Это доказывает теорему.

2. Известен такой экспериментальный факт, наблюдающийся у высших растений: сдвиг фазы эндогенной-внутренней ритмики, сложившейся в ходе эволюции, в ответ на внешнее-экзогенное световое воздействие [1, с. 12, с. 22, с. 41], [3]. Поэтому модель «биологических часов» (1) можно уточнить, введя в правые части системы дифференциальных уравнений член, отражающий запаздывание реакции растения на внешнее воздействие. Это член, зависящий от $x(t-h)$ в первом уравнении, где t – данный момент времени, $h > 0$ – некоторая постоянная. В соответствии со сказанным, модель «биологических часов» высших растений (1) естественно изменить следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= k_1 x(t) - k'_2 x(t)y(t) + A_{11}(t) - A_{12}(t)x(t-h) \\ \frac{dy(t)}{dt} &= k_4 x(t) - k_3 y(t) + k_2 x(t)y(t), \end{aligned} \quad (15)$$

где $h > 0$, функции $A_i(t)$, $i = 1, 2$, определяются формулами (2). (15) является системой дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом [9], [10]. Для

функционально-дифференциальных уравнений запаздывающего типа получены теоремы, содержащие достаточные условия существования положительных периодических решений (см. например, статьи [11-13]).

Обратимся теперь к рассмотрению дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом. Пусть задана в пространстве R^n система дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом:

$$\frac{dx(t)}{dt} = f[t, x(t), x(t-h_1(t)), \dots, x(t-h_k(t))], \text{ где } x \in R^n, f(t, x, y_1, \dots, y_k), \quad (16)$$

$(-\infty < t < +\infty; x, y_1, \dots, y_k \in R^n)$ – непрерывная по совокупности переменных вектор-функция, $h_i(t) \geq 0, i = 1, \dots, k$, – непрерывные функции; $f(t, x, y_1, \dots, y_k)$ и $h_i(t), (i = 1, \dots, k)$, T -периодичны по t .

Пусть K^+ , как и ранее, есть конус векторов с неотрицательными компонентами из R^n . Будем говорить, что правые части системы (16) удовлетворяют условию «втекания» в конус K^+ , если

$$f_i(t, x_1, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n, y_1, \dots, y_k) \geq 0, \quad i = 1, \dots, n, \quad (17)$$

при $x_j \geq 0, (j = 1, \dots, n), y_1, \dots, y_k \in K^+, t \in [0, T]$.

Если выполняются условия (17), то траектория каждого решения $x_\varphi(t)$ системы (16) с непрерывной начальной вектор-функцией $\varphi(t)$, удовлетворяющей условию $\varphi(t) \in K^+, (t \in E_{t_0})$, лежит в конусе K^+ при $t \geq t_0$. Здесь E_{t_0} – начальное множество для системы (16), соответствующее начальной точке $t_0, (-\infty < t_0 < +\infty)$, [9, с. 12], [10, с. 50].

Сформулируем теперь теорему о достаточных условиях существования положительного периодического решения у системы (15).

Теорема 2. Пусть выполняются следующие условия

$$k_1 < 0, k_4 \geq 0, k_1 + k_4 < 0, k_3 > 0, k_2 - k_2' \leq 0, 0 < \Phi_2 < M_0, \quad (18)$$

где $M_0 = \min\{-(k_1 + k_4), k_3\}$. Тогда система (15) имеет по крайней мере одно ненулевое положительное T -периодическое решение $x(t), y(t)$.

Доказательство. Рассмотрим сначала систему со сглаженными коэффициентами

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= k_1 x(t) - k_2' x(t) y(t) + A_{11}^{(m)}(t) - A_{12}^{(m)}(t) x(t-h) \\ \frac{dy(t)}{dt} &= k_4 x(t) - k_3 y(t) + k_2 x(t) y(t), \end{aligned} \quad (19)$$

где коэффициенты $A_i^{(m)}(t)$ определяются по формулам (6).

По системе (19) построим семейство систем дифференциальных уравнений, зависящих от параметра λ , $0 \leq \lambda \leq 1$:

$$\begin{aligned} \frac{dx(t)}{dt} &= k_1 x(t) - k_2' x(t) y(t) + A_{11}^{(m)}(t) - A_{12}^{(m)}(t) [\lambda x(t-h) + (1-\lambda)x(t)] \\ \frac{dy(t)}{dt} &= k_4 x(t) - k_3 y(t) + k_2 x(t) y(t). \end{aligned} \quad (20)$$

При $\lambda = 1$ эта система превращается в систему (19), при $\lambda = 0$ - в систему (5). В дальнейшем будем обозначать через K^+ - конус векторов с неотрицательными компонентами в R^2 : $K^+ = \{z = \{x, y\}; x \geq 0, y \geq 0\}$. В силу условий теоремы:

$$0 < R_0 < R_1, \text{ где } R_0 = \frac{\Phi_1}{M_0}, R_1 = \frac{\Phi_1}{\Phi_2}.$$

Пусть $R_0 < \bar{R} < R_1$. Будем обозначать через C_2 пространство непрерывных на $[0, T]$ вектор-функций $z(t) = \{x(t), y(t)\}$. Обозначим через $f^{(m)}\{t, z(t), \lambda z(t-h) + (1-\lambda)z(t)\}$ правую часть системы (20) и рассмотрим снова функцию $\Phi(z) = \Phi(x, y) = |x| + |y|$. Тогда в силу (18):

$$\begin{aligned} (\text{grad } \Phi[z(t)], f^{(m)}[t, z(t), \lambda z(t-h) + (1-\lambda)z(t)]) &= \\ &= (k_1 + k_4)x(t) - k_3 y(t) + (k_2 - k_2')x(t)y(t) + A_{11}^{(m)}(t) - \\ &- A_{12}^{(m)}(t) \{ \lambda x(t-h) + (1-\lambda)x(t) \} < 0 \end{aligned} \quad (21)$$

при $x(t) \geq 0$, $y(t) \geq 0$, $x(t-h) \geq 0$, $x(t) + y(t) > R_0$. Введём в рассмотрение в пространстве C_2 множество $S = \{ |x(t)| + |y(t)| \leq \bar{R}, 0 \leq t \leq T \}$, границу которого обозначим через Π . Пусть $z(t) = \{x(t), y(t)\}$ - решение системы (20) при некотором $\lambda \in [0, 1]$, удовлетворяющее условиям

$$x(t) \geq 0, y(t) \geq 0, x(t-h) \geq 0 \text{ при } 0 \leq t < +\infty. \quad (22)$$

Рассмотрим для такого решения функцию $\varphi(t) = \Phi[z(t)] = x(t) + y(t)$. В силу неравенства (21) получим условие для производной от функции $\varphi(t)$:

$$\frac{d\varphi(t)}{dt} = (\text{grad } \Phi[z(t)], f^{(m)}[t, z(t), \lambda z(t-h) + (1-\lambda)z(t)]) < 0,$$

если

$$R_0 < x(t) + y(t) = \varphi(t) \quad (23)$$

при некотором $t \geq 0$. Отсюда следует, что если при некотором $t_1 \geq 0$ имеет место неравенство $\varphi(t_1) > R_0$, то при любом $t_2 > t_1$ выполняется условие $\varphi(t_2) \neq \varphi(t_1)$. Поэтому решение $z(t) = \{x(t), y(t)\}$, удовлетворяющее условиям (22), (23), не может быть периодическим. Отсюда следует, что все положительные T – периодические решения системы (20), если они существуют, принадлежат пересечению множеств в C_2 :

$S \cap K^+$, где K^+ – конус вектор-функций из C_2 со значениями в K^+ . Причём на Π – границе множества S нет T -периодических положительных решений системы (20), так как ни одно такое решение, в силу доказанного выше, не может удовлетворять равенству $|x(t_0)| + |y(t_0)| = x(t_0) + y(t_0) = \bar{R} > R_0$ ни при каком $0 \leq t_0 < +\infty$.

Будем считать, что в R^2 введена евклидова норма. Рассмотрим оператор

$$\begin{aligned} \tilde{A}_m\{\lambda, z(t)\} = Qz(T) + \\ + \int_0^t \{f^{(m)}[\xi, Qz(\xi), \lambda Q\tilde{z}(\xi - h) + (1 - \lambda)Qz(\xi)] + \rho[z(\xi), K^+]u_0\} d\xi, \end{aligned} \quad (24)$$

где $\tilde{z}(\xi)$ – T -периодическое продолжение вектор-функции $z(\xi)$ с промежутка $(0, T]$ на всю ось. Здесь $\rho[z(\xi), K^+]$ – расстояние элемента $z(\xi)$ до конуса K^+ , $u_0 = \{x_0, y_0\}$ – некоторый внутренний элемент конуса K^+ : $x_0 > 0$, $y_0 > 0$, $0 < x_0 + y_0 < \bar{R}$; Q – оператор, действующий в R^2 , определён формулой $Qz = u$, где u – такой элемент из K^+ , что $\|z - u\| = \rho(z, K^+)$. Элемент u существует и определён единственным образом в силу замкнутости и выпуклости K^+ , а также евклидовости нормы в R^2 . Оператор $A_m\{\lambda, z(t)\}$ задан на топологическом произведении $[0, 1] \times C_2$ и вполне непрерывен. При любом $\lambda \in [0, 1]$ каждое T -периодическое положительное решение системы (20) определяет неподвижную точку оператора (24) из конуса \tilde{K}^+ , и, наоборот, каждая неподвижная точка оператора (24) из конуса \tilde{K}^+ совпадает с положительным T -периодическим решением системы (20) при соответствующем значении λ . Можно показать, что если $z(t) = \{x(t), y(t)\} \in \tilde{K}^+$ и $|x(t)| + |y(t)| \leq \bar{R}$, $t \in [0, T]$, то $\tilde{A}_m\{\lambda, z(t)\} \neq z(t)$. При доказательстве этого факта используется выполнение условия «втекания» (см. (17)) в конус K^+ в момент времени t , $(-\infty < t < +\infty)$ для траекторий решений системы (20) $\{x(\xi), y(\xi)\}$, удовлетворяющих условиям

$$0 \leq x(\xi) \leq \frac{\Phi_1}{\Phi_2} = R_1 \quad \text{и} \quad y(\xi) \geq 0, x(\xi - h) \geq 0 \quad \text{при} \quad t - h \leq \xi \leq t.$$

Поэтому, в силу доказанного выше, оператор $\tilde{A}_m\{\lambda, z(t)\}$ при всех $\lambda \in [0, 1]$ не имеет неподвижных точек на Π и в $\bar{S} \setminus \tilde{K}^+$. Отсюда следует, что вполне непрерывные векторные поля $\tilde{\Phi}_m\{\lambda, z(t)\} = z(t) - \tilde{A}_m\{\lambda, z(t)\}$, $\lambda \in [0, 1]$ гомотопны на Π и, следовательно, вращение векторных полей $\tilde{\Phi}_m\{\lambda, z(t)\}$ на Π постоянно [14, с. 128, 137]:

$$\gamma(\tilde{\Phi}_m(\lambda, z), \Pi) \equiv \text{const}, \quad 0 \leq \lambda \leq 1. \quad (25)$$

При $\lambda = 0$ оператор (24) соответствует системе обыкновенных дифференциальных уравнений (5). Обозначим через G область в R^2 : $G = \{z = \{x, y\}, |x| + |y| \leq \bar{R}\}$ и через Γ границу G . Из вышеприведённых рассуждений следует, что на $\Gamma \cap K^+$ нет начальных значений T -периодических решений системы (5). Правые части системы (5) удовлетворяют условию «втекания» траекторий решений в конус K^+ (4). Поэтому для системы (5) множество неподвижных точек оператора сдвига U по траекториям решений за период T , лежащих в $G \cap K^+$, совпадает с множеством значений при $t = 0$ T -периодических решений системы (5), лежащих в $S \cap \tilde{K}^+$. Следовательно, области $G \subset R^2$ и $S \subset C_2$ имеют одинаковую «позитивную сердцевину» относительно системы (5), а потому в силу теоремы 2 из [12] имеет место равенство

$$\gamma(\tilde{\Phi}_m[0, z(t)]) = \gamma(\varphi(x), \Gamma \cap K^+), \quad (26)$$

где $\gamma(\varphi(x), \Gamma \cap K^+)$ – квазивращение поля $\varphi(x) = x - Ux$ на $\Gamma \cap K^+$ [11].

Можно показать, что

$$\gamma(\varphi(x), \Gamma \cap K^+) \neq 0. \quad (27)$$

Действительно, так как система (5) удовлетворяет условию «втекания» траекторий решений в конус K^+ (4), то в силу неравенства (21) её оператор сдвига $U = U(T, 0)$ преобразует в себя $G \cap K^+$. Множество G является замкнутым шаром в пространстве R^2 , которое при норме вектора $\{x, y\} \in R^2$, определяемой числом $|x| + |y|$, является банаховым пространством [7, с. 140, 143]. Оператор U непрерывен в конечномерном пространстве R^2 . Поэтому в силу леммы 1 из [12]: $\gamma(\varphi(x), \Gamma \cap K^+) = 1$, то есть имеет место условие (27). Из (25) - (27) следует, что

$$\gamma(\tilde{\Phi}_m(1, z(t)), \Pi) \neq 0. \quad (28)$$

В силу свойств числовой характеристики – «вращения» вполне непрерывных векторных полей [14, с. 136, 138] и описанных выше свойств операторов $\tilde{A}_m\{1, z(t)\}$,

$0 \leq \lambda \leq 1$, $z(t) \in C_2$, из (28) вытекает, что оператор $\tilde{A}_m\{\lambda, z(t)\}$ имеет в $S \cap \tilde{K}^+$ хотя бы одну неподвижную точку $z_m(t)$. Вектор-функция $z_m(t) = \{x_m(t), y_m(t)\}$ является положительным T -периодическим решением системы (19). Поэтому имеет место тождество

$$z_m(t) \equiv z_m(T) + \int_0^t f^{(m)}\{\xi, z_m(\xi), \tilde{z}_m(\xi - h)\} d\xi, \quad (29)$$

где $f^{(m)}\{t, z(t), z(t-h)\}$ – правая часть системы (19), $\tilde{z}_m(\tau)$ – T -периодическое продолжение вектор-функции $z_m(\tau)$ с промежутка $0 < \tau \leq T$ на всю ось $-\infty < \tau < +\infty$. Из последовательности $\{z_m(t)\}$ в силу теоремы Арцела [7, с. 110] можно выбрать сходящуюся подпоследовательность $\{z_{m_k}(t)\}$. Переходя к пределу в интегральных тождествах (29) при $m_k \rightarrow +\infty$ (так же, как и при доказательстве теоремы 1) получаем интегральное тождество с предельной вектор-функцией $z(t) = \{x(t), y(t)\}$, которая является положительным T -периодическим решением системы (15). Это решение нетривиально.

Теорема доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Биологические ритмы (под редакцией Ю.Ашофа), т. 1, - М.: Мир, 1984, 412 с.
2. Мошков Б.С., Фукшанский Л.Я. Построение математической модели «биологических часов» высших растений. – Биофизика, 1966, т.9, вып.3, с. 518-523.
3. Bünning E., Zimmer R. Zur Deutung der Phasenverschiebungen und «Transients» nach exogener Störung endogener Rhythmen. – Planta, 1962, Vol. 59, Heft 1, pp. 1-14. Springer - Verlag, Berlin.
4. Красносельский М.А. Оператор сдвига по траекториям дифференциальных уравнений. – М.: Наука, 1966, 329 с.
5. Красносельский М.А. Положительные решения операторных уравнений. – М.: Физматгиз, 1962, 394 с.
6. Канторович Л.В., Акимов Г.П. Функциональный анализ. – М.: Наука, 1984, 750 с.
7. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1981, 542 с.
8. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, т.2. – М.: Физматгиз, 1959, 807 с.
9. Эльсгольц Л.Э., Норкин С.Б. Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. – М.: Наука, 1971, 296 с.
10. Хейл Дж. Теория функционально-дифференциальных уравнений. – М.: Мир, 1984, 421 с.
11. Борздыко В.И. Положительные периодические решения дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. – ДАН Тадж.ССР, 1966, т.9, 4, с. 3-5.
12. Борздыко В.И. Применение топологических методов в теории положительных периодических решений функционально-дифференциальных уравнений. – Известия АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. наук, 1979, 2(72), с. 22-29.

13. Борздыко В.И. Об одном топологическом методе доказательства существования положительных периодических решений у функционально-дифференциальных уравнений. – Дифференц. уравнения, 1990, т.26, 10, с. 1671-1978.
14. Красносельский М.А., Забрейко П.П. Геометрические методы нелинейного анализа. – М.: Наука, 1975, 511 с.

В.И.БОРЗДИКО

ОИДИ ТАДҚИҚИ БАЪЗЕ МОДЕЛҲОИ МАТЕМАТИКИИ «СОАТҲОИ БИОЛОГӢ»-И РАСТАНИҲОИ ДАРАҶАИ ОЛӢ

*Институти математикаи ба номи А.Ҷӯраеви
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Муодилаҳои дифференсиалии оддӣ ва муодилаҳои функционалию дифференсиалии навъи дероянд, бо модели математикии «соатҳои биологӣ»-и растаниҳои дараҷаи олӣ дида баромада шудааст. Тадқиқот оид ба ин гуна муодилаҳо доир ба мавҷудият ва ҳалҳои мусбати даврӣ гузаронида шудааст.

Калимаҳои калидӣ: «соатҳои биологӣ», муодилаҳои дифференсиалии функционалӣ навъи дероянд, оператори пурра бефосила, ҳалҳои мусбати даврӣ, гардишҳо ва квазигардишҳо майдонҳои векторӣ.

V.I.BORZDYKO

ON THE INVESTIGATION OF SOME MATHEMATICAL MODELS FOR THE «BIOLOGICAL CLOCKS» OF HIGH PLANTS

A.Dzhuraev Institute of Mathematics, Academy of Sciences of Tajikistan

Ordinary differential equations and retarded functional differential equations, describing some mathematical models for the «biological clocks» of high plants are considered. The existence of positive periodic solutions for such differential equations is investigated.

Key words: «biological clocks», retarded functional differential equations, a completely continuous operator, positive periodic solution, rotation and quasi-rotation of vector fields.

**О НЕЛОКАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ ДИФФУЗИОННОЙ КИНЕТИКИ
ЭЛЕКТРОДОВ**

Центр инновационного развития науки и новых технологий

АН Республики Таджикистан,

**Институт нефтехимического синтеза им. А.В.Топчиева Российской академии наук*

Поступила в редакцию 01.03.2017 г.

В работе рассматривается нелокальное обобщение уравнения диффузионной кинетики, связывающее скорость диффузионного процесса с распределением концентрации реагирующего вещества вблизи электродной поверхности. При этом учитывается память процесса. Метод исследования задачи основан на дробном дифференциальном и интегральном исчислении.

Ключевые слова: диффузия, кинетика электрода, производная Капуто, преобразование Лапласа.

1. Введение. При исследованиях динамических систем наиболее часто встречаются две задачи: для заданных структуры математической модели, коэффициентов, начальных условий и внешнего воздействия определить отклик системы (например, решить интегро-дифференциальное уравнение). Такую задачу обычно называют прямой. Если задана структура математической модели, начальные условия, внешнее воздействие и отклик на нее, но неизвестны коэффициенты уравнений, то процесс нахождения коэффициентов составляет существо обратной задачи. Последняя постановка носит также название задачи параметрической идентификации. Так как информация об отклике системы получается как результат наблюдений (измерения) поведения системы, которые сопровождаются различного рода ошибками, исследователи прибегают к методам повторных экспериментов, фильтрации сигналов, их осреднения, что часто превращает обратную задачу в некорректную.

*Адрес для корреспонденции: Илолов Мамадшо. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 33, Центр инновационного развития науки и новых технологий АН РТ.
E-mail: ilolov.mamadsho@gmail.com*

В последнее время большой интерес получили динамические системы, математические модели которых содержат интегро-дифференциальные операторы нецелых (дробных) порядков, методы исследования которых проходят в настоящее время период интенсивной разработки.

В данной работе рассматриваются операционные методы решения прямой и обратной задач для линейных динамических систем на примере дифференциального уравнения, включающего производные как целого, так и дробного порядков. Использован метод преобразования Лапласа.

2. Обзор литературы по дробным дифференциальным уравнениям в электрохимии. В 1912 г. Дебай сформулировал теорию дипольной релаксации в диэлектриках [1]. Большое количество проведенных измерений диэлектрической релаксации показывает, что классическое дебаевское поведение почти никогда не наблюдается экспериментально [2-4]. Фактически оказывается, что различные диэлектрики демонстрируют степенные закономерности, подтверждая диэлектрические измерения Джоншера [2, 3] для широкого класса различных веществ. Для большинства материалов диэлектрическая восприимчивость в широкой частотной области подчиняется дробно-степенному закону, называемому универсальным ответом [2, 3]. Эта закономерность была обнаружена в биполярных средах вне области частот пиковой потери и в средах, где поляризация является результатом движений ионных или электронных носителей зарядов. Было показано [5], что частотная зависимость диэлектрической восприимчивости $\chi(\omega) = \chi'(\omega) - i\chi''(\omega)$ подчиняется общим универсальным законам для широкого класса сред. А именно, закономерности, описываемые соотношениями

$$\chi'(\omega) \sim \omega^{n-1}, \chi''(\omega) \sim \omega^{n-1}, \omega \gg \omega_p, \quad (1)$$

$$\chi'(0) - \chi''(\omega) \sim \omega^m, \chi''(\omega) \sim \omega^m, \omega \ll \omega_p, \quad (2)$$

где $\chi'(0)$ – статическая поляризация, $0 < n, m < 1$, ω_p – частота пика потерь, наблюдаются в широком диапазоне частот.

Отметим, что отношение мнимой и действительной компонент восприимчивости не зависит от частоты. Частотная зависимость, заданная соотношением (1), подразумевает, что мнимая и действительная части комплексной восприимчивости при больших частотах подчиняются соотношению

$$\frac{\chi''(\omega)}{\chi'(\omega)} = \operatorname{cth} \frac{\pi n}{2}, \omega \gg \omega_p. \quad (3)$$

Экспериментальная зависимость (2) приводит к похожему правилу частотной зависимости для низкочастотной области:

$$\frac{\chi''(\omega)}{\chi'(0) - \chi'(\omega)} = \text{th} \frac{\pi m}{2}, \quad \omega \ll \omega_p. \quad (4)$$

Законы универсального ответа диэлектрических сред (3), (4) могут описываться методами дробного математического анализа [6]. Теория интегралов и производных нецелого порядка восходит к работам Лейбница, Лиувилля, Римана, Грюнвальда и Летникова [6]. Дробный математический анализ находит множество применений в современных исследованиях в механике, физике и химии. Интерес к дробным интегро-дифференциальным уравнениям непрерывно растет в последние годы в силу их многочисленных приложений. В короткий период времени список применений стал очень большим. Отметим работы П.Делахей [7], К.В. Oldham, J. Spanier [8], К.В. Oldham [9], R. Hilfer [10], Р.Р. Нигматуллин, Я.Е. Рябов [11], V.V. Novikov, V.P. Privalko [12], Y. Yilmaz, A. Gelir, F. Salehli, R.R. Nigmatullin, A.A. Arbuzov, J. Chem [13], R.R. Nigmatullin, A.A. Arbuzov, F. Salehli, A. Giz, I. Bayrak, H. Catalgil-Giz [14], В.В. Учайкин [15], М. Илолов [16], в которых дробный математический анализ был применен для объяснения природы не экспоненциальных релаксаций и были получены уравнения, содержащие дробное интегрирование и дифференцирование. В настоящей работе показано, что дробно-степенная частотная зависимость приводит к интегро-дифференциальным уравнениям с производными и интегралами нецелого порядка по времени. Выводятся дробные дифференциальные уравнения, которые описывают электромагнитные волны в широком классе диэлектрических сред. Степенные законы Джоншера представляются дробными интегро-дифференциальными уравнениями. Электромагнитные поля в диэлектрических средах демонстрируют универсальное затухание с дробными показателями. Предлагаемые дробные уравнения являются общими (универсальными) для широкого класса материалов независимо от их физической структуры, химического состава или природы их поляризации.

3. Постановка задачи по диффузионной кинетике электродов. Всякий электродный процесс, как известно, является многостадийным, и сама электрохимическая реакция является лишь одной из стадий этого процесса. Если в совокупности стадий наиболее медленной является стадия массопереноса, то скорость процесса в целом определяется скоростью именно этой стадии. Таким образом, кинетические закономерности такого электродного процесса определяются закономерностями доставки исходного вещества к поверхности электрода из раствора и (или) отвода продукта из зоны реакции. Кинетика указанных электродных процессов называется диффузионной кинетикой, а сами процессы – диффузионными.

Количественное описание диффузионных процессов проводят на основании установления функциональной зависимости между плотностью тока I (в электрохимической кинетике плотность тока является мерой скорости электродного процесса) и величиной электродного потенциала E . Установление этой зависимости возможно с использованием трех основных уравнений диффузионной кинетики.

Уравнение

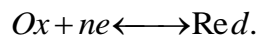
$$I_{(t)} = nFAD_s \left(\frac{\partial c_s(x,t)}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} \quad (5)$$

называется первым основным уравнением диффузионной кинетики. Здесь n – число электронов, F – постоянная Фарадея ($96.485 \text{C} \cdot \text{mol}^{-1}$), D_s – коэффициент диффузии для субстрата S , $c_s(x,t)$ – концентрация субстрата S в точке x и момент времени t . Уравнение (5) связывает скорость электродного процесса с распределением концентрации вблизи поверхности электрода.

Второе основное уравнение диффузионной кинетики электродных процессов – уравнение Нернста

$$E = E_0 + \frac{RT}{nF} \ln \frac{c_s^{Ox}}{c_s^{Red}}, \quad (6)$$

которое справедливо при протекании электрического тока, так как само электродное равновесие при этом не нарушается. В уравнении (6) степень окисления Ox и степень восстановления Red связаны следующей электрохимической реакцией



Из уравнений (5) и (6) следует, что для нахождения I и E необходимо знать распределение концентрации вблизи электродной поверхности. Такое распределение является решением линейного уравнения диффузии вида

$$\frac{\partial}{\partial t} c_s(x,t) = D_s \frac{\partial^2}{\partial x^2} c_s(x,t). \quad (7)$$

В электрохимической литературе уравнения (5) и (7) называются соответственно первым и вторым законами Фика.

Предположим, что рабочий электрод представляет собой плоскую пластинку бесконечного размера и что ионы транспортируются в зоне реакции, то есть к электродной поверхности, исключительно за счет молекулярной линейной диффузии.

Кроме того, пусть диффузия является нестационарной, то есть

$$\frac{d}{dt} c_s(x,t) \neq 0, \quad (8)$$

где $c_s(x,t)$ – концентрация субстратного деполаризатора Ox . Требуется найти вид этой функции.

С учетом указанных требований уравнение второго закона Фика примет вид

$$\frac{d}{dt} c_s(x,t) = D_{Ox} \frac{d^2}{dx^2} c_s(x,t), \quad (9)$$

с начальным условием

$$c_s(x,0) = c_{s0}^{Ox} \quad (10)$$

и первым граничным условием

$$c_s(0,t) = 0. \quad (11)$$

Первое граничное условие (11) характеризует режим электролиза. Будем считать, что независимо от режима электролиза изменения концентрации субстрата окисленной формы происходят только на поверхности электрода или вблизи него. На большом расстоянии от электрода концентрация будет равна c_{s0}^{Ox} . И так второе граничное условие имеет вид

$$c_s(\infty,t) = c_{s0}^{Ox}. \quad (12)$$

Решение задачи (9), (10), (11), (12) находится с помощью преобразования Лапласа.

Неравновесным в условиях лимитирующей стадии переноса оказывается некоторый слой раствора (или слой амальгамы) вблизи поверхности электрода, в котором концентрация реагирующих веществ изменяется от значения $c(x,t)$ в объеме электролита до $c(0,t)$ у поверхности (так называемый диффузионный слой, который следует отличать от диффузной части двойного слоя). Чтобы определить потенциал электрода при протекании тока, в уравнение Нернста (6) подставляют концентрацию реагирующего вещества у поверхности электрода.

Таким образом, если процесс идет на электроде 1-го рода, то в зависимости от того, какая из стадий является более медленной, можно различать электрохимическую или диффузионную кинетику электродного процесса.

4. Нелокальные обобщения законов Фика. Данный пункт посвящен нелокальным обобщениям первого и второго законов Фика. Сначала приведем основные определения дробных интегралов и производных.

4.1. Пусть функция $f(t)$ ограничена и интегрируема на полуоси R_+ . Интеграл Римана-Лиувилля от функции $f(t)$ дробного порядка α определяется следующим выражением

$$I^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau, \alpha > 0, \quad (13)$$

где $\Gamma(\alpha)$ – гамма-функция Эйлера (см. напр. [10]).

Производная Римана – Лиувилля от функции $f(t)$ дробного порядка α определяется как левый обратный оператор к дробному оператору I^α в виде

$$D_{RL} f(t) = \frac{d^n}{dt^n} \left[\frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{n-\alpha-1} f(\tau) d\tau \right], n-1 < \alpha < n. \quad (14)$$

Производная Капуто дробного порядка α определяется посредством формулы

$$\frac{\partial^\alpha f(t)}{\partial t^\alpha} = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{n-\alpha-1} \frac{d^n f(\tau)}{\partial \tau^n} d\tau, n-1 < \alpha < n. \quad (15)$$

Дробные операторы (13), (14), (15) имеют следующие преобразования Лапласа

$$L\{I^\alpha f(t)\} = \frac{1}{\lambda^\alpha} \bar{f}(\lambda), \quad (16)$$

$$L\{D_{RL}^\alpha f(t)\} = \lambda^\alpha \bar{f}(\lambda) - \sum_{k=0}^{n-1} D^k I^{n-\alpha} f(0+) \lambda^{n-1-k}, n-1 < \alpha < n, \quad (17)$$

$$L\left\{\frac{\partial^\alpha t}{\partial t^\alpha}\right\} = \lambda^\alpha \bar{f}(\lambda) - \sum_{k=0}^{n-1} f^k(0+) \lambda^{\alpha-1-k}. \quad (18)$$

Здесь чертой обозначено преобразование Лапласа, $\lambda \in \mathbb{C}$ является переменной Лапласа.

4.2. Напомним, что первый закон Фика для многомерной диффузии имеет вид

$$J = k_c \text{grad } c, \quad (19)$$

где J – поток реагирующего вещества, k_c – коэффициент диффузии, $\text{grad } c$ – градиент концентрации вещества (субстрата или продукта). В комбинации с уравнением баланса (или законом сохранения масс)

$$P \frac{\partial c(x,t)}{\partial t} = -\text{div } J \quad (20)$$

первый закон Фика приводит к классическому уравнению диффузии (второму закону Фика)

$$\frac{\partial c(x,t)}{\partial t} = a \Delta c(x,t), \quad (21)$$

где $a = \frac{k_c}{P}$ – коэффициент диффузии, P – плотность массы, Δ – оператор Лапласа.

Рассмотрим общее нелокальное по времени уравнение “диффузии с памятью”

$$\frac{\partial c(x,t)}{\partial t} = a \int_0^t k(t-\tau) \Delta c(x,t) dt, \quad (22)$$

где $k(t)$ – весовая функция или нелокальное по времени ядро. Если в (22) ядро $k(t)$ заменить на дельта-функцию Дирака, то получим уравнение (21). Если же ядро $k(t)$ является постоянной функцией, то приходим к волновому уравнению вида

$$\frac{\partial^2 c(x,t)}{\partial t^2} = k a \Delta c(x,t). \quad (23)$$

Таким образом, при $1 < \alpha < 2$ имеем уравнение

$$\frac{\partial c(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} \Delta c(x,\tau) d\tau \right], \quad (24)$$

которое является интерполяцией уравнений (21) и (23) при $\alpha = 1$ и $\alpha = 2$ соответственно.

Уравнение (24) выражает нелокальную по времени зависимость между потоком вещества (см. уравнения (19) и (20)) и градиентом концентрации, заданную с помощью степенного ядра типа

$$K(t) = \frac{t^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}.$$

Интегрируя (24) по временной переменной t , получим

$$c(x,t)-c(x,0) = \frac{a}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} \Delta C(x,\tau) d\tau$$

или

$$c(x,t)-c(x,0) = a I^\alpha \Delta c(x,t). \quad (25)$$

Хорошо известно, что производная Капуто от постоянной функции равна нулю. Теперь, применив к обеим сторонам (25) оператор Капуто, получим

$$\frac{\partial^\alpha c(x,t)}{\partial t^\alpha} = a \Delta c(x,t), 0 < \alpha < 1. \quad (26)$$

Подобным образом для $1 < \alpha < 2$ получим

$$\frac{\partial^1 c(x,t)}{\partial t} = a I^{\alpha-1} \Delta C(x,t), \quad (27)$$

а после применения $\frac{\partial^{\alpha-1}}{\partial t^{\alpha-1}}$ приходим к уравнению

$$\frac{\partial^{\alpha-1}}{\partial t} \frac{\partial c(x,t)}{\partial t} = a \Delta c(x,t).$$

или

$$\frac{\partial^\alpha c(x,t)}{\partial t^\alpha} = a \Delta c(x,t), 1 < \alpha < 2.$$

4.3. Для уравнений (26) и (27) можно поставить начально-краевые задачи следующего типа:

(P1). Найти решение уравнения

$$\frac{\partial^\alpha c(x,t)}{\partial t^\alpha} = a \Delta c(x,t), 1 < \alpha < 2$$

с начальным условием

$$c(x,0) = C_{So}^{Ox}(x)$$

и граничными условиями

$$c(0,t) = 0, c(\infty,t) = C_{So}^{Ox}.$$

(P2). Найти решение уравнения

$$\frac{\partial^\alpha c(x,t)}{\partial t^\alpha} = a\Delta c(x,t), \quad 1 < \alpha < 2$$

с начальными условиями

$$c(x,0) = C_{So}^{Ox}(x), \quad \frac{\partial c(x,0)}{\partial t} = C_{S1}^{Ox}(x)$$

и граничными условиями

$$c(0,t) = 0, \quad c(\infty,t) = C_{So}^{Ox}.$$

С помощью формул преобразования Лапласа (16) – (17) – (18) легко найти представление решений задач (P1) и (P2).

5. Заключение. Создана система для определения параметров диффузии, которая значительно – на один-два порядка – ускоряет процесс исследования и определения параметров диффузии. Благодаря наличию сформированной переменной толщины образца и созданного градиента температуры при диффузионном отжиге, отсутствует необходимость проведения многочисленных экспериментов.

Дифференциальные уравнения с производными нецелого порядка, предложенные для описания электромагнитного поля в диэлектрических средах, могут решаться численно.

Например, схема дискретизации Грюнвальда-Летникова применяется для численного моделирования электромагнитного поля в диэлектриках, описываемых дробными дифференциальными уравнениями.

При малых отклонениях величин α или β от целых значений можно использовать ε -разложение по малому параметру $\varepsilon = \alpha$ или $\varepsilon = 1 - \beta$. Следует отметить, что физическая интерпретация дробных интегралов и производных может быть связана с эффектами памяти или фрактальными свойствами сред.

ЛИТЕРАТУРА

1. Debye P. – Physik. Zs., 1912, v. 13, pp. 97-100.
2. Jonscher A.K. Universal Relaxation Law, London, Chelsea Dielectrics Press, 1996.
3. Jonscher A.K. – Physics J. - D, 1999, v. 32:14, pp.57-70.
4. Ramakrishnan T.V., Lakshmi M.R. (eds.) Non-Debye Relaxation in Condensed Matter, Singapore, World Scientific, 1987.
5. Jonscher A.K. – Nature, 1977, v. 267, pp. 673-679.
6. Самко С.Г., Килбас А.А., Марычев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. – Минск: Наука и техника, 1987, 720 с.
7. Делахей П. Новые приборы и методы в электрохимии. – М.: Иностранная литература, 1957, 507 с.
8. Oldham K.B., Spanier J.J. – Electroanal. Chem. Interf. Electrochem. 1970, v.26, p.331
9. Oldham K.B. – Advances in Engineering Software, 2010, v. 41, pp. 9-12.
10. Hilfer R. (Ed.). Applications of Fractional Calculus in Physics-Singapore: World Scientific, 2000.
11. Нигматуллин Р.Р., Рябов Я.Е. – ФТТ, 1997, т.39. 31, с.101–105.
12. Novikov V.V., Privalko V.P. – Phys. Rev. E, 2001, v.64, 3.

13. Yilmaz Y., Gelir A., Salehli F., Nigmatullin R.R., Arbuzov A.A. – Chem J. Phys., 2006, v.125, N23.
14. Nigmatullin R.R., Arbuzov A.A., Salehli F., Giz A., Bayrak I., Catalgil-Giz H. – Physica B, 2007, v. 388, 1-2, pp. 418-434.
15. Учайкин В.В. Дробно-дифференциальная феноменология аномальной диффузии космических лучей. – УФН, 2013, т.183 11, с. 1175–1223
16. Илолов М. Дробные эволюционные уравнения и динамическая память. – Доклады Академии наук Республики Таджикистан, 2013, т. 56, 8, с.591-597

X.M.AHMEDOV, M.ILOLOV, A.M.ILOLOV*

ДАР БОРАИ МАСЪАЛАҶОИ ҒАЙРИЛОКАЛИИ КИНЕТИКАИ ДИФФУЗИОНИИ ЭЛЕКТРОДҶО

Маркази рушди инноватсионии илм ва технологияҳои нави

Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон,

**Институту синтези электрохимиявии ба номи А.В.Топчиеви Академияи илмҳои
Россия*

Муодилаи умумикардасудаи кинетикаи диффузионӣ, ки суръати раванди диффузионино бо тақсимои концентратсияҳои модаи ангезидашуда дар наздикии сатҳи электродӣ пайванд мекунад, омӯхта мешавад. Ҳамзамон ҳофизаи раванд ба назар гирифта мешавад. Усули тадқиқи масъала ба ҳисоббарории касрии интегралӣ дифференсиалӣ асос ёфтааст.

Калимаҳои калидӣ: диффузия, кинетикаи электрод, ҳосилаи Капуто, табдилоти Лаплас.

KH.M.AHMEDOV, M.ILOLOV, A.M.ILOLOV*

ON NONLOCAL PROBLEMS FOR DIFFUSION KINETICS OF ELECTRODES

Center of Innovative Development of Sciences and New Technologies,

Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan,

**A.V.Topchiev Institute of Petrochemical Synthesis, Russian Academy of Sciences*

The paper considers a nonlocal generalization of the diffusion kinetics equation that relates the rate of diffusion process to distribution of the concentration of control substance near the electrode surface. The memory of the process is taken into account. The method of investigating the problem is based on fractional integral and differential calculus.

Key words: diffusion, electrode kinetics, Caputo derivative, Laplace transformation.

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН
ОТДЕЛЕНИЕ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ, ХИМИЧЕСКИХ,
ГЕОЛОГИЧЕСКИХ И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

№1 (166), 2017 г.

ИНФОРМАТИКА

УДК 519.25::81'322::811.222.8

З.Д.УСМАНОВ

ОСНОВНЫЕ ДОСТИЖЕНИЯ И ПЕРСПЕКТИВЫ НАУЧНОЙ ШКОЛЫ
ТАДЖИКИСТАНА ПО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ЛИНГВИСТИКЕ

Институт математики им. А.Джураева АН Республики Таджикистан

Поступила в редакцию 28.03.2017 г.

Представлена информация о достижениях за период с 2002 по 2016 гг. Предложены основные направления исследований. Приведен список публикаций.

Ключевые слова: Таджикистан, научная школа, вычислительная лингвистика, достижения, проблемы, публикации.

Среди фундаментальных проблем, стоящих, по существу, перед любым народом, четкое осознание собственного места в глобализирующемся мире является особенно значимой. Довольствоваться ли скромной ролью «травоядной» цивилизации – потребителя современного культурного и научно-технического прогресса других народов или же стать его полноправным участником, навязывающим всему миру собственные ценности и собственное миропонимание – в этом суть принципиального вопроса, который в равной мере актуален для подавляющего большинства народов Земли, в особенности тех, которые оказались на обочине современного исторического процесса.

Таджикистан ныне располагает достаточно авторитетными кадрами высококвалифицированных специалистов во многих областях знаний и вполне приемлемой научно-технической базой для того, чтобы системно, в рамках государственных программ, приступить к решению одной из важнейших задач, стоящих перед нашей республикой, – к созданию системы автоматической обработки информации на таджикском языке, с которой тесным образом коррелируют и суверенитет и информационная безопасность Таджикистана.

Адрес для корреспонденции: Усманов Зафар Джураевич. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Айни, 299/1, Институт математики АН РТ. E-mail: zafar-usmanov@rambler.ru

В рамках упомянутой задачи отдельными специалистами, а также небольшими коллективами на инициативной основе уже развернуты исследования по тем или иным направлениям вычислительной лингвистики, составляющей важный раздел информатизации общественной жизни нашей страны. В статье [1] в тезисной форме представлены данные о достижениях за период с 1975 по 2015 гг. пока единственной в Таджикистане научной школы, в состав которой входят сотрудники Института математики АН РТ и Худжанского политехнического института ТПУ им. М.Осими. В статье приведен список из 118 опубликованных работ, очерчен круг вопросов, запланированных к разработке на ближайшие годы.

I.

В настоящем сообщении выделяются основные результаты научной школы за прошедшее время и предлагаются наиболее перспективные, по мнению автора, направления исследований на текущее пятилетие.

Полученные результаты распределены по трем группам.

Первую группу составили работы, предназначенные непосредственно для практического использования. Среди таковых

- драйвер TajGraph 1.0 раскладки таджикских букв на компьютерной клавиатуре [2];
- компьютерные русско-таджикско-русский словари [3, 4]; компьютерное озвучивание таджикского текста [5-7];
- автоматическое преобразование таджикского текста к стандартной графике [8, 9];
- таджикский языковой пакет для системы Open Office Org [10];
- таджикский языковой пакет для проверки орфографии в Microsoft Office [11].

Все названные разработки хорошо зарекомендовали себя на практике.

Ко второй группе отнесены работы, нацеленные на практическое использование в обозримом будущем. Выполнены они на современном уровне, однако их внедрение не получило должного размаха по причинам недостаточного рекламирования соответствующих программных продуктов, а также инертностью мышления ответственных работников, не проявляющих интереса к применению новых информационных технологий. К таким работам примыкают

- эргономичная раскладка английских, русских и таджикских букв и алфавита эсперанто на компьютерной клавиатуре [12-18];
- автоматическое преобразование таджикского текста к стандартной графике [19,20];
- таджикско-персидский конвертер графических систем письма [21];
- эргономичная раскладка таджикского алфавита на клавиатуре мобильного телефона [22,23].

Третья группа работ это, в основном, – теоретические исследования. В их числе

- частотность буквенных униграмм, биграмм и триграмм в таджикском языке [24-27];
- база данных и частотность слогов, слоговая структура словоформ таджикского языка [28-30];

- автоматическое распознавание глаголов в предложениях на таджикском языке [31];
- $\alpha\beta$ -кодирование слов и предложений естественных языков [32,33];
- модельный стоп-словарь таджикского языка [34,35];
- упорядоченное алфавитное кодирование слов естественных языков [36-43];
- база морфов и частотный морфемный словарь таджикского литературного языка [44-48];
- автоматическая система морфологического анализа словоформ таджикского языка [49-52];
- о соотношениях словоформ и словоупотреблений [53,54].

II.

Из всех теоретических работ 3-й группы наиболее значительным результатом следует признать создание компьютерной системы морфологического анализа (КСМА) таджикских словоформ. Опираясь на разработанное авторами позиционное кодирование граммем словоформ она широко распахнула ворота для достижения успехов в самых разнообразных направлениях вычислительной лингвистики таджикского языка, причём как в теоретическом, так и в прикладном плане.

Вот список наиболее актуальных проектов, при разработке которых огромный объём необходимых предварительных технических процедур берёт на себя КСМА:

- создание словаря корней и основ таджикского языка;
- создание грамматического словаря таджикского языка;
- создание инверсионного (обратного алфавитного) словаря;
- создание компьютерного тезауруса таджикского языка;
- создание автоматической системы извлечения ключевых слов;
- исследование грамматических структур таджикских предложений;
- разработка α - версии автоматического компьютерного перевода с таджикского языка и на таджикский язык;
- разработка системы автоматической оценки сложности текста;
- создание базы таджикских словосочетаний.

Надёжно функционирующая КСМА позволяет приступить ускоренными темпами к формированию национального корпуса таджикского языка, к проектированию второй, более совершенной версии двустороннего машинного перевода между русским и таджикским языками и к применению и развитию информационных технологий семантической обработки данных.

Наличие КСМА не только не исключает, а, наоборот, способствует прогрессу других направлений вычислительной лингвистики, например таких, как проектирование автоматической системы распознавания авторства текста и самых разнообразных частотных словарей (корней и основ, словоформ и их граммем, частей речи и грамматических разрядов и т.п.), формирование многообразных баз данных, исследование вопросов сложности, порядка, хаоса и эвфонометрии текстов на таджикском языке, а также многое другое.

На этом пути необходимо решить не менее важную проблему - наладить регулярное сотрудничество с фирмой Майкрософт с тем, чтобы открыть доступ нашим программным продуктам функционировать в рамках новых версий операционных систем Windows. Этому научил нас горький опыт разработки и широкого распространения в производственной деятельности таджикского языкового пакета для проверки орфографии. Наш программный комплекс, функционировавший под управлением ОС Windows-XP/7/Vista и заслуживший многочисленные похвальные отзывы, оказался абсолютно непригодным к работе в рамках новых версий Windows. Наши вялые попытки установления контакта с руководством Майкрософт не позволили сохранить работоспособность нашего продукта в новых условиях. Подобная участь может постигнуть все последующие разработки, а это будет равносильно тому, чтобы работать вхолостую.

ЛИТЕРАТУРА

1. Усманов З.Д. Ближайшие задачи научной школы Таджикистана по компьютерной лингвистике. - Перспективы развития фундаментальных и прикладных исследований в Республике Таджикистан. - Душанбе: Персис (РТСУ), 2016, №1(7), с. 27-47.
2. Усманов З.Д., Солиев О.М. Драйвер раскладки таджикских букв на компьютерной клавиатуре TajGraph 1.0. - Интеллектуальный продукт зарегистрирован 078TJ 12.11.2008 Национальным патентно-информационным центром Министерства эконом. развития и торговли РТ.
3. Усманов З.Д., Холматова С.Д., Солиев О.М. Таджикско-русский компьютерный словарь. - Патент (интеллектуальный продукт) зарегистрирован 025TJ 21 мая 2007 Национальным патентно-информационным центром Министерства эконом.развития и торговли РТ.
4. Усманов З.Д., Солиев О.М., Худойбердиев Х.А. Русско-таджикский компьютерный словарь. - Интеллектуальный продукт. Зарегистрирован 054TJ 29.01.2008 Национальным патентно-информационным центром Министерства эконом. развития и торговли РТ.
5. Усманов З.Д., Худойбердиев Х.А. Алгоритм безударного озвучивания таджикского текста. - ДАН РТ, 2007, т.50, №4, с.302-305.
6. Усманов З.Д., Худойбердиев Х.А. Компьютерное озвучивание таджикского текста.- Патент (интеллектуальный продукт) зарегистрирован 041TJ 04.09.2007 Национальным патентно-информационным центром Министерства эконом. развития и торговли РТ.
7. Усманов З.Д., Худойбердиев Х.А. Опыт компьютерного синтеза таджикской речи по тексту. - Душанбе: Ирфон, 2010, 145 с.
8. Гращенко Л.А. Клиент удаленной автоматизации согласования компьютерных шрифтов таджикского языка. - ДАН РТ, 2011, т. 54, № 5, с. 367-370.
9. Худойбердиев Х.А. Об автоматической конвертировании таджикского текста к стандартной графике. - ДАН РТ, 2014, т. 57, № 3, с.210-214.
10. Усманов З.Д., Солиев О.М., Давудов Г.М. Таджикский языковой пакет для системы Open Office Org. - Лицензия (информационный ресурс) зарегистрирован ЗИ-03.2.222 TJ, 11.01.2012. Национальный патентно-информационный центр. Министерство эконом. развития и торговли РТ.
11. Усманов З.Д., Солиев О.М., Худойбердиев Х.А., Давудов Г.М. Таджикский языковой пакет для проверки орфографии в Microsoft Office. - Свидетельство (информационный ресурс) зарегистрирован 04.10.2012 за № 4201200235. Национальный патентно-информационный центр. Министерство эконом. развития и торговли РТ.

12. Усманов З.Д. Задача о клавиатуре. - Программные продукты и системы. М., 2003, №3, 31-33
13. Усманов З.Д., Солиев О.М. Закономерности статистического распределения частот встречаемости букв в таджикском языке. - ДАН РТ, 2003, т. 46, №3-4, 2003, с.59-62.
14. Усманов З.Д.. Об оптимальной раскладке символов на клавиатуре. - Программные продукты и системы, М., 2004, № 2, с.32-39
15. Усманов З.Д., Солиев О.М. О “наилучшей” раскладке таджикских букв на компьютерной клавиатуре. - ДАН РТ, 2004, т. 47, № 3, с.56-61.
16. Усманов З.Д., Солиев О.М. К вопросу о “наилучших” раскладках английских и русских символов на компьютерной клавиатуре. - Программные продукты и системы, М., 2004, №4, с.38-41.
17. Усманов З.Д., Солиев О.М. Проблема раскладки символов на компьютерной клавиатуре. - Душанбе: Ирфон, 2010, 104 с.
18. Усманов З.Д., Ёкубзода С.О. наилучшей раскладке алфавита эсперанто на компьютерной клавиатуре. - Деп. № 28 (1712) от 13.09.2005; Эл.научный журнал “Наука, технологии и интеллектуальная собственность Таджикистана”, код ГРНТИ 20, раздел “Информатика”, www.science.tj
19. Гращенко Л.А.. Клиент удаленной автоматизации согласования компьютерных шрифтов таджикского языка. – ДАН РТ, 2011, т. 54, №5, с. 367-370.
20. Худойбердиев Х.А. Об автоматическом конвертировании таджикского текста к стандартной графике. – ДАН РТ, 2014, т. 57, №3, с.210-214.
21. Гращенко Л.А., Усманов З.Д., Фомин А.Ю. Таджикско-персидский конвертер графических систем письма. – Интеллектуальный продукт зарегистрирован 091ТJ 16.03.2009 Национальным патентно-информационным центром Министерства эконо. развития и торговли РТ.
22. Усманов З.Д., Васильева И.Л. Эргономичная раскладка таджикского алфавита на клавиатуре мобильного телефона. – ДАН РТ, 2008, т.51, № 3, с.186 -192.
23. Усманов З.Д., Васильева И.Л. Об одной задаче оптимального размещения и её приложении. – Программные продукты и системы, М., 2008, №3, с.29-31.
24. Усманов З.Д., Солиев О.М. Закономерности статистического распределения частот встречаемости букв в таджикском языке. – ДАН РТ, 2003, т. 46, №3-4, с.59-62.
25. Усманов З.Д., Косимов А.А. Частотность букв таджикской литературы. – ДАН РТ, 2015, т.58, №2, с.112-115.
26. Усманов З.Д., Косимов А.А. Частотность биграмм таджикской литературы. – ДАН РТ, 2016, т.59, №1-2, с.28-32.
27. Усманов З.Д., Косимов А.А. О распознавании авторства таджикского текста. – ДАН РТ, 2016, т.59, №3-4, с. 114-119.
28. Усманов З.Д., Худойбердиев Х.А. О слоговой структуре слов таджикского языка . – ДАН РТ, 2006, т.49, №6, с.489-492.
29. Худойбердиев Х.А. Об автоматическом разложении слов на слоги. – ДАН РТ, 2007, т.50, №5, с. 417-419.
30. Худойбердиев Х.А. О многообразии слогов таджикского языка . – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2007, №2 (127), с.31-34.
31. Гращенко Л.А., Собиров Д.Д. Метод и алгоритм распознавания глаголов в предложениях таджикского языка. – ДАН РТ, 2012, т. 55, №2, с.120-125.
32. Усманов З.Д. Об упорядоченном алфавитном кодировании слов естественных языков. – ДАН РТ, 2012, т.55, №7, с. 545-548.
33. Усманов З.Д. Кодирование предложений.– ДАН РТ, 2013, т.56, №5, с. 365-367.
34. Гращенко Л.А. О модельном стоп-словаре . – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2013, №1(150), с. 40-46.

35. Гращенко Л.А. Модельный стоп-словарь таджикского языка. – ДАН РТ, 2013, т. 56, №5, с.368-375.
36. Усманов З.Д. Об упорядоченном алфавитном кодировании слов естественных языков. – ДАН РТ, 2012, т.55, №7, с.545-548.
37. Усманов З.Д., Нормантас В. Статистические свойства $\alpha\beta$ -кодирования слов естественных языков. – ДАН РТ, 2012, т.55, №8, с.622-625.
38. Усманов З.Д., Нормантас В. О множестве анаграмм и распознавании их элементов. – Мат-лы 16 науч.-практ. семинара "Новые информационные технологии в автоматизированных системах". – М., 2013, с. 287-292.
39. Усманов З.Д., Довудов Г.М., Холматова С.Д. О множестве анаграмм таджикского языка. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2013, №1(150), с. 32 -39.
40. Усманов З.Д., Довудов Г.М. О многообразии словоформных анаграмм. – ДАН РТ, 2013, т.56, №3, с.196-200.
41. Усманов З.Д., Довудов Г.М. О многообразии анаграмм корней таджикского языка. – ДАН РТ, 2014, т.57, №4, с.287-291.
42. Усманов З.Д., Косимов А.А. Об анаграммах в произведениях А.С.Пушкина. – Мат-лы 19 науч.-практ. семинара "Новые информационные технологии в автоматизированных системах". – М., 2016, с.135-139.
43. Усманов З.Д., Шарипов Ш.А., Довудов Г.М. О словоформных анаграммах некоторых национальных коллекций текстов. – Перспективы развития фундаментальных и прикладных лингвистических исследований в Республике Таджикистан. – Душанбе: Персис (РТСУ), 2016, №1(7), с. 48-53.
44. Усманов З.Д., Довудов Г.М. О формировании базы префиксов таджикского литературного языка. – ДАН РТ, 2009, т.52, №6, с.431-436.
45. Усманов З.Д., Довудов Г.М. О статистических закономерностях морфемной базы таджикского языка. – ДАН РТ, 2010, т.53, №3, с.188-191.
46. Усманов З.Д., Довудов Г.М. Частотный морфемный словарь таджикского литературного языка. – ДАН РТ, 2010, т.53, №4, с.257-262.
47. Усманов З.Д., Довудов Г.М., Солиев О.М. Таджикский компьютерный морфоанализатор. – Информационный ресурс зарегистрирован ЗИ-03.2.220 ТД, 20.12.2011 Национальным патентно-информационным центром. Министерство эконом. развития и торговли РТ.
48. Усманов З.Д., Довудов Г.М. Формирование базы морфов таджикского языка (монография). – Душанбе: Дониш, 2014, 110 с.
49. Усманов З.Д., Довудов Г.М. Алгоритм представления таджикских словосочетательных словоформ фрагментами предложений. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2013, №4(153), с.69-76.
50. Усманов З.Д., Довудов Г.М. Концептуальная модель морфологического анализа таджикских словоформ. – ДАН РТ, 2014, т.57, №3, с.205-209.
51. Усманов З.Д., Довудов Г.М. Позиционное кодирование таджикских словоформ. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2015, №1 (158), с.58-66
52. Усманов З.Д., Довудов Г.М. Морфологический анализ словоформ таджикского языка (монография). – Душанбе: Дониш, 2015, 130 с.
53. Усманов З.Д., Косимов А.А. О соотношении словоформ и словоупотреблений в творчестве А.С.Пушкина. – Мат-лы 19 науч.-практ. семинара " Новые информационные технологии в автоматизированных системах". – М., 2016, с.131 - 134.
54. Усманов З.Д., Косимов А.А. О соотношении словоформ и словоупотреблений в произведении А.Фирдоуси "Шахнаме". – ДАН РТ, 2015, т.58, №8, с.678-683.

З.Ҷ.УСМОНОВ

**ДАСТОВАРДҲОИ АСОСӢ ВА ДУРНАМОИ МАКТАБИ ИЛМИИ
ТОҶИКИСТОН ОИД БА ЛИНГВИСТИКАИ ҲИСОБӢ**

*Институти математика ба номи А. Ҷӯраев
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Маълумот оид ба дастовардҳо барои марҳилаи аз 2002 то 2016 оварда шудааст. Самтҳои нави тадқиқот пешниҳод карда шудааст. Рӯихати мақолаҳо оварда шудааст.

Калимаҳои калидӣ: Тоҷикистон, мактаби илмӣ, лингвистикаи ҳисобӣ, дастовард, мушкилот, мақолаҳо.

Z.D.USMANOV

**MAIN ACHIEVEMENTS AND PROSPECTS OF TAJIKISTAN SCIENTIFIC
SCHOOL ON COMPUTING LINGUISTICS**

A. Juraev Institute of Mathematics, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan

In the thesis form achievements of Tajik scientific school on computing linguistic for 2002-2016 years are submitted together with the list of main problems and references.

Key words: Tajikistan, scientific school, computing linguistic, achievement, problem, references.

УДК 81'322::811.222.8::519.25

А.А.КОСИМОВ

**ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ТРИГРАММ
ПРИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ТЕКСТА**

Худжандский политехнический институт

Таджикского технического университета им. академика М.Осими

Поступила в редакцию 28.12.2016 г.

Исследованы возможности критерия однородности Н.В.Смирнова и его модификатора распознавать автора текста по частотности буквенных триграмм.

Ключевые слова: таджикский язык, триграмма, частотность, статистика, эффективность.

Первые исследования по частоте встречаемости триграмм в текстах на таджикском языке были предприняты в статье [1], в которой изучалась взаимосвязь классической и современной таджикской литературы путем сопоставления распределений частотностей триграмм различных произведений. Полученный результат – статистическая различимость и неразличимость объектов исследований – позволил, с одной стороны, сформировать общую картину частотности триграмм, свойственную таджикскому языку, а, с другой стороны, подсказал необходимость использования иных методов анализа текстов на основе частотности триграмм.

В настоящей работе в качестве исследовательского инструмента тестируются критерий однородности Н.В.Смирнова о принадлежности двух независимых выборок одному закону распределения [2] и сопутствующий ему метод, использованный в [1], [3-5].

1. Информация о коллекции текстов. Выборка текстов, предназначенная для исследовательских целей, так же, что и в [3], была представлена произведениями А.Фирдауси, Дж.Руми, С.Айни, М.Турсунзода и Л.Шерали.

2. Обработка литературных данных. В качестве единиц измерения текста используются буквенные триграммы. Поскольку таджикский алфавит A состоит из 35 букв,

Адрес для корреспонденции: Косимов Абдунаби Абдурауфович. 735700, Республика Таджикистан, г.Худжанд, ул. Ленина, 226, Худжандский политехнический институт ТТУ. E-mail: abdunabi_kbtut@mail.ru

то трёхбуквенных комбинаций, определяющих множество различных триграмм, будет $42875 = 35^3$ (часть из них грамматически бессмысленна). Одновременно с A используется также и расширенный алфавит $A^* = A + \text{“пробел”}$. Ему соответствует расширенный набор из $46656 = 36^3$ триграмм, который привносит дополнительную информацию как о самом произведении, так и его триграммах.

Процесс обработки литературных данных реализуется в 3 этапа.

Этап 1. Вычисление частот встречаемости триграмм (с учётом и без учёта пробелов) по отдельности для всех упомянутых в п.1 произведений (авторов – 5, у каждого – по 2 произведения, итого – 10 текстов).

На основе полученных данных строятся функции распределения $F_{i,n}(\lambda)$ частотности λ триграмм (с учётом и без учёта пробела) для авторских текстов, помечаемых индексом i , $i = 1, \dots, 10$.

Этап 2. Вычисление по формуле

$$D_{n,m}^{(i,j)} = \sup_{\lambda} |F_{i,n}(\lambda) - F_{j,m}(\lambda)| \quad (1)$$

максимального значения взаимного отклонения функций распределения частотностей триграмм i -го и j -го произведений, а по ним и статистики $S_{n,m}^{(i,j)}$ Н.В.Смирнова (см. [2]) по формуле:

$$S_{n,m}^{(i,j)} = \sqrt{\frac{nm}{n+m}} D_{n,m}^{(i,j)}, \quad (2)$$

где n и m – суммарные количества триграмм в i -ом и j -ом произведениях.

Одновременно с (1), (2) параллельно выполняется другой способ обработки данных. Именно, вместо (1) используется формула

$$d_p^{(i,j)} = \sup_{\lambda} |F_{i,p}(\lambda) - F_{j,p}(\lambda)| \quad (3)$$

максимального значения взаимного отклонения функций распределения частотностей триграмм i -го и j -го произведений, а вместо (2) – формула

$$s_p^{(i,j)} = \sqrt{\frac{p}{2}} d_p^{(i,j)}, \quad (4)$$

причём в (3) и (4) p – число триграмм ($p = 35^3 = 42875$ – для алфавита A и $p = 36^3 = 46656$ – для алфавита A^*). Очевидно, что (3) и (4) являются упрощениями формул (1) и (2). Они тестируются здесь для того, чтобы получить представление о перспективности их использования.

Этап 3. Проверка нулевой гипотезы H_0 о том, что пара произведений (авторов), помеченных индексами i и j , является выборкой из одной и той же генеральной совокупности. Если речь идёт о произведениях, то они считаются однородными и могут при-

надлежать одному и тому же автору. Если же речь идёт об авторах, то их однородность понимается в смысле неразличимости соответствующих функций распределений частотностей триграмм.

Утверждение H_0 проверяется путём тестирования неравенства

$$S_{n,m}^{(i,j)} > K_\alpha, \quad (5)$$

в котором K_α – квантиль А.Н.Колмогорова уровня значимости α ($= 0.05, 0.01, 0.001$).

Если (5) выполняется для заданного уровня значимости α , то гипотеза H_0 об “однородности” i и j -объектов отвергается. Справедливой, с уровнем значимости $1 - \alpha$, становится конкурирующая (альтернативная) гипотеза H_1 , противоречащая H_0 : i и j -объекты “не однородны”.

Если имеет место неравенство

$$S_{n,m}^{(i,j)} < K_\alpha, \quad (6)$$

то принимается гипотеза H_0 об “однородности” i и j -объектов.

Аналогичные неравенства привлекаются для принятия решений по результатам применения формул (3) и (4) с необходимыми оговорками.

4. Результаты 1-го этапа о распределениях частотности триграмм отдельных произведений и их авторов здесь не показаны: определенное представление о них можно получить из [1], где приводятся списки высокочастотных триграмм таджикского языка с учётом и без учёта пробела.

Результаты 2-го этапа показаны в табл. 1 и 2. В каждой ячейке даются два числа – верхнее число, подсчитанное по формулам (1) и (2), и нижнее, подсчитанное по формулам (3) и (4). Отметим, что в ячейках на главной диагонали представлена информация об отношениях между произведениями одного автора, а во всех других ячейках – информация об отношениях между произведениями различных авторов.

Результаты 3-го этапа связаны с проверкой нулевой гипотезы для уровня значимости $\alpha = 0.001$, которому соответствует квантиль А.Н.Колмогорова со значением $K_\alpha = 1.95$. В этом случае для всех статистик Н.В.Смирнова из табл. 1, расположенных на главной диагонали, кроме ячейки [Айни “Одина”-Айни “Ахмади Девбанд”], выполняется неравенство (6). Согласно критерию Н.В.Смирнова, это эквивалентно утверждению о том, что произведения одного и того же автора (кроме Айни) однородны, то есть подчиняются одному и тому же распределению частотностей триграмм, а произведения Айни оказываются неоднородными.

Таблица 1

Значения статистик $S_{n,m}^{(i,j)}$ Н.В.Смирнова и показателя $s_p^{(i,j)}$ для триграмм

без учёта пробела

Авторы и произведения	Фирдауси Беж.&Ман.	Фирдауси Рустам ва Сӯҳроб	Руми Дафтари Аввал	Руми Дафтари Дуввум	Турсунзода Садои Осиё	Турсунзода Ҳасани Аробакаш	Шерали Катибаҳо	Шерали Суханреза	Айни Аҳмади Девбанд	Айни Одина
Фирдауси Беж.&Ман.										
Фирдауси Рустам ва Сӯҳроб	1.3162 1.0377									
Руми Дафтари Аввал	8.7946 5.7404	7.9918 5.0336								
Руми Дафтари Дуввум	8.2478 5.4950	7.4116 4.7719	1.5753 0.7373							
Турсунзода Садои Осиё	2.2805 5.2108	2.4225 5.5197	3.3841 7.5641	3.5281 7.9000						
Турсунзода Ҳасани Аробакаш	4.9890 4.6251	4.3498 3.9630	6.6704 5.3137	7.0341 5.6816	1.8997 4.4267					
Шерали Катибаҳо	3.5192 4.6801	3.1981 4.2176	3.4727 4.3147	3.7615 4.7004	1.3466 3.3902	2.9805 4.1908				
Шерали Суханреза	4.0649 5.0049	3.5611 4.3419	3.9288 4.4642	4.0617 4.6470	1.4834 3.6596	2.5851 3.3948	1.4135 2.2938			
Айни Аҳмади Девбанд	7.2840 6.9377	7.5439 7.0680	11.0314 9.1122	10.6480 8.9097	3.8786 9.0774	4.6282 4.8887	5.9412 8.4541	6.0191 8.0129		
Айни Одина	10.3266 7.3087	10.2609 7.0463	14.3692 7.5501	14.4013 7.8074	2.9890 6.7309	4.5060 3.7954	5.0627 6.4409	4.8341 5.6499	2.9009 2.5242	

Таблица 2

Значения статистик $S_{n,m}^{(i,j)}$ Н.В.Смирнова и показателя $s_p^{(i,j)}$ для триграмм с учетом пробела

Авторы и произведения	Фирдауси Беж.&Ман.	Фирдауси Рустам ва Сӯҳроб	Руми Дафтари Аввал	Руми Дафтари Дуввум	Турсунзода Садои Осӣ	Турсунзода Ҳасани Аробакаш	Шерали Катибаҳо	Шерали Суханреза	Айни Аҳмади Девбанд	Айни Одина
Фирдауси Беж.&Ман.										
Фирдауси Рустам ва Сӯҳроб	1.0316 0.7664									
Руми Дафтари Аввал	5.6331 3.4645	5.3078 3.1488								
Руми Дафтари Дуввум	5.0574 3.1742	4.7151 2.8587	1.6985 0.7478							
Турсунзода Садои Осӣ	6.0389 5.1284	5.5587 8.6722	7.8240 5.6479	8.0036 10.0302						
Турсунзода Ҳасани Аробакаш	5.5360 4.8512	5.0589 4.3564	6.9183 5.2132	7.1107 5.4316	0.5104 0.4871					
Шерали Катибаҳо	4.3029 4.0175	3.8298 3.2537	4.8697 3.9910	4.9889 4.0365	2.2281 2.2443	2.2627 2.7118				
Шерали Суханреза	4.0401 4.7030	3.6548 4.2128	3.7958 4.0793	3.9066 4.2268	2.4401 6.2155	1.9825 2.4639	0.8310 1.0670			
Айни Аҳмади Девбанд	7.1706 4.5438	7.5537 4.6268	11.1384 4.9993	11.1310 5.1865	3.3558 2.4760	3.0273 2.3275	3.2874 2.7405	2.5212 2.7367		
Айни Одина	7.6754 5.1310	7.1551 4.6401	8.8975 4.4203	8.9706 4.5958	3.6677 6.0906	3.3242 2.6520	3.5398 3.1281	2.7481 3.0398	1.3126 1.5694	

Что касается статистик Н.В.Смирнова, расположенных вне главной диагонали табл. 1, то для них, кроме ячейки [Турсунзода “Садои Осиё” – Шерали “Катибаҳо”] и [Турсунзода “Садои Осиё” – Шерали “Сухранреза”], выполняется неравенство (5). Последнее эквивалентно утверждению о том, что *произведения разных авторов не однородны, то есть принадлежат различным распределениям частот встречаемости триграмм, а указанные произведения Турсунзода и Шерали оказываются однородными.*

Таким образом, без учёта пробела критерий Н.В.Смирнова из 45 случаев лишь в 3-х случаях даёт ошибочный результат. Следовательно, эффективность применения критерия оценивается в 93%.

Идентификация авторства по формулам (3), (4) также оказывается вполне приемлемой, если вместо (5) и (6) воспользоваться их аналогами:

$$s_p^{(i,j)} > k, \quad (7)$$

$$s_p^{(i,j)} < k, \quad (8)$$

полагая при этом, что $k = 1.95$.

В таком случае с выполнением неравенства (7) будем связывать неоднородность i и j произведений, а с неравенством (8) – напротив, их однородность.

Применяя это правило к нижнему ряду чисел табл. 1, устанавливаем, что (7) выполняется для всех ячеек, расположенных вне главной диагонали, а (8) нарушается лишь в трёх ячейках главной диагонали, именно на пересечениях произведений Турсунзода, Шерали и Айни. В рассматриваемом случае эффективность метода составляет тоже 93%.

Анализ табл.2 показывает, что с учётом пробела критерий Н.В.Смирнова проявляет более высокую чувствительность и выдаёт в итоге распознавания авторства текста 100% -й положительный результат.

Что касается метода, основанного на формулах (7), (8), то его эффективность с учётом пробела так же оказывается равной 100%.

5. Заключение. Из полученных результатов извлекается следующее статистическое

Утверждение. *Критерий Н.В.Смирнова и его модификатор позволяют по частотности знаков таджикского алфавита (триграмм с пробелами и без них) с достаточно высокой степенью эффективности идентифицировать произведения поэтов классической таджикско-персидской литературы, а также различных авторов современной таджикской поэзии и прозы.*

Высказанное утверждение опирается на результаты обработки ограниченного по объёму материала, который, тем не менее, как по составу авторов, так и по списку использованных произведений представляет собой *представительную выборку* из генеральной совокупности изучаемой предметной области.

Сделанный вывод согласуется с аналогичными результатами для русского языка [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Усманов З.Д., Косимов А.А. О распознавании авторства таджикского текста. – ДАН РТ, 2016, т.59, № 3-4, с. 114-119.
2. Большев Л.Н., Смирнов Н.В. Таблицы математической статистики.– М.: Наука, Гл. ред. физ-мат. литературы, 1983, 416 с.
3. Усманов З.Д., Косимов А.А. Частотность биграмм таджикской литературы. – ДАН РТ, 2016, т.59, № 1-2, с. 28-32.
4. Косимов А.А. Оценка эффективности использования униграмм при идентификации текста. – ДАН РТ, 2017, т.60, №3-4, с.132-137.
5. Косимов А.А. Оценка эффективности использования биграмм при идентификации текста. – ДАН Р, 2017, т.60, №5-6, с.224-229.
6. Романов А.С., Шелупанов А.А., Мещеряков Р.В. Разработка и исследование математических моделей, методик и программных средств информационных процессов при идентификации автора текста. – Томск: В-Спектр, 2011, 188 с.

А.А.ҚОСИМОВ

БАҲОДИҲИИ САМАРАБАХШИИ ИСТИФОДАБАРИИ ТРИГРАММА ДАР МОНАНДКУНИИ МАТНҲО

*Донишқадаи политехникии Донишгоҳи техникии Тоҷикистон
ба номи М.С.Осими дар ш. Хучанд*

Таҳқиқот оид ба имконияти истифодабарии меъёри ягонагии Н.В.Смирнов ва ба шакли дигар даровардашудаи он, барои шинохти муаллифи матн бо басомади вохӯрии ҳарфҳои триграмма гузаронида шуд.

Калимаҳои калидӣ: забони тоҷикӣ, триграмма, басомади вохӯрӣ, омор, самаранокӣ.

A.A.KOSIMOV

EVALUATION OF TRIGRAMM USE EFFICIENCY FOR A TEXT IDENTIFICATION

Khujand's Polytechnic Institute of the M.S.Osimi Tajik Technical University

Efficiency of N.V.Smirnov's uniformity criterion and its modifier for identification of the author of a text by means of letter trigram frequencies are investigated.

Key words: Tajik language, trigram, frequency, statistics, efficiency.

УДК 534.16:535.341

Т.Х.САЛИХОВ, А.МАХМАЛАТИФ, Ю.П.ХОДЖАЕВ

**ОСОБЕННОСТИ ВОЗБУЖДЕНИЯ ОСНОВНОЙ ГАРМОНИКИ
НЕЛИНЕЙНОГО ФОТОАКУСТИЧЕСКОГО ОТКЛИКА В ОПТИЧЕСКИ
НЕОДНОРОДНЫХ ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ ОБРАЗЦАХ**

Таджикский национальный университет

Поступила в редакцию 16.01.2017 г.

Предложена теория генерации основной гармонике нелинейного ФА-сигнала в оптически неоднородных образцах. Для наиболее интересных случаев установлены зависимости амплитуд и фазы этого сигнала от частоты модуляции падающего луча и термических коэффициентов теплофизических величин всех слоев, степени черноты и оптического коэффициента поглощения.

Ключевые слова: фотоакустика, тепловая нелинейность, нелинейный фотоакустический отклик, основная гармоника, оптическая неоднородность.

В [1-9] была развита теория генерации нелинейного фотоакустического (ФА) сигнала, обусловленного температурной зависимостью теплофизических параметров газового слоя, образца и подложки, а также поглощательной способностью образца для одно- и двухслойных систем. В упомянутых работах, в частности, было показано, что нелинейный ФА-сигнал, в отличие от линейного [10], состоит из набора гармоник, наиболее важными из которых являются первые две. Во всех этих работах образец предполагался оптически однородным, то есть коэффициент оптического поглощения среды β считался не зависящим от температуры. Однако в этих работах оставался не исследованным вклад температурной зависимости величины β в нелинейный ФА-сигнал. В [11] нами была предложена математическая модель, описывающая особенности генерации нелинейного ФА-сигнала в оптически неоднородных твердотельных системах. Теория генерации второй гармоники ФА-сигнала для подобных систем предложена в [12]. В упомянутой работе, в частности, были найдены простые выражения, определяющие вклады от темпера-

Адрес для корреспонденции: Салихов Тагаймурод Хаитович. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: tsalikhov@mail.ru

турной зависимости $\beta(T)$ в амплитуду этого сигнала, соответствующие сильнопоглощающим системам.

Целью настоящей работы явилось развитие теории генерации основной гармоники (ОГ) нелинейного ФА-сигнала в оптически неоднородных твердотельных образцах.

Исходим из следующей системы дифференциальных уравнений для $\Phi_{1Ni}(t, x)$ - нелинейной составляющей акустического колебания температуры на основной гармонике в ФА-камере [11]:

$$\frac{\partial^2 \Phi_{1Ng}}{\partial x^2} - \frac{1}{\chi_g^{(0)}} \frac{\partial \Phi_{1Ng}}{\partial t} = -(\delta_{2g} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\delta_g}{\chi_g^{(0)}} \frac{\partial}{\partial t}) [T_{0g}(x) \Phi_{Lg}(t, x)], \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi_{1Ns}}{\partial x^2} = \frac{1}{\chi_{1s}^{(0)}} \frac{\partial \Phi_{1Ns}}{\partial t} - (\delta_{2s} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\delta_{1s}}{\chi_{1s}^{(0)}} \frac{\partial}{\partial t}) (T_{0s}(x) \Phi_{Ls}(x, t)) - B e^{\beta^{(0)} x} \{ \delta_3 [e^{i\omega t} \Theta_0 + \\ + \Phi_{Ls}(0, t)] + \delta_4 e^{i\omega t} [T_{0s}(x) + \beta^{(0)} \int_0^x T_{0s}(y) dy] + \delta_4 [\Phi_{Ls}(x, t) + \beta^{(0)} \int_0^x \Phi_{Ls}(y, t) dy] \}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_{1Nb}}{\partial x^2} - \frac{1}{\chi_b^{(0)}} \frac{\partial \Phi_{1Nb}}{\partial t} = -(\delta_{2b} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\delta_b}{\chi_b^{(0)}} \frac{\partial}{\partial t}) [T_{0b}(x) \Phi_{Lb}(t, x)], \quad (3)$$

где $C_{pi}^{(0)} = C_{pi}(T_0)$, $\kappa_i^{(0)} = \kappa(T_0)$, $A^{(0)} = A(T_0)$, $\beta^{(0)} = \beta(T_0)$ - начальные значения теплоемкости единицы объема, теплопроводность соответствующих слоев, поглощательная способность и коэффициент поглощения образца соответственно, а $\delta_i = (1/C_{pi}^{(0)})(\partial C_{pi} / \partial T)$, $\delta_{li} = (1/c_{pi}^{(0)})(\partial c_{pi}^{(0)} / \partial T)$, $\delta_{2i} = (1/\kappa_i^{(0)})(\partial \kappa_i / \partial T)$, $\delta_3 = (1/A^{(0)})(\partial A / \partial T)$, $\delta_{4s} = (1/\beta^{(0)})(\partial \beta / \partial T)$ - термические коэффициенты (ТК) этих величин, $C_{pi} = c_{pi} \rho_i$; ρ_i , c_{pi} - плотность и удельная теплоемкость соответствующего слоя, $B = I_0 A_s^{(0)} \beta^{(0)} (2k_s^{(0)})^{-1}$; I_0 и ω - интенсивность и частота модуляции падающего луча. В (1)-(3) $\Phi_{Lg}(t, x) = \Theta_L e^{-\sigma_g x}$ - линейная составляющая колебания температуры, вид которой для рассматриваемой геометрии эксперимента был получен в [10]:

$$\Phi_{Lg}(x, \omega) = \Theta_L e^{-\sigma_g x}, \quad \Phi_{Lb}(x, \omega) = W_L e^{\sigma_b(x+l_s)}, \quad \Phi_{Ls}(x, \omega) = U_L e^{\sigma_s x} + V_L e^{-\sigma_s x} - E e^{\beta^{(0)} x}$$

$$U = \Delta_1 / \Delta, \quad V = \Delta_2 / \Delta, \quad \Delta_1 = E[(g+r)(b+1)e^{\sigma_s l_s} - (g-1)(b-r)e^{-\beta^{(0)} l_s}],$$

$$E = 0.5 \beta^{(0)} A^{(0)} I_0 \{ k_s^{(0)}(T_0) [(\beta^{(0)})^2 - \sigma_s^2] \}^{-1},$$

$$\Delta_2 = E[(g+1)(b-r)e^{-\beta^{(0)} l_s} - (b-1)(g+r)e^{-\sigma_s l_s}],$$

$$\Delta = [(g+1)(b+1)e^{\sigma_s l_s} - (g-1)(b-1)e^{-\sigma_s l_s}],$$

где $g = \kappa_g^{(0)} \sigma_g / \kappa_s^{(0)} \sigma_s$, $b = \kappa_b^{(0)} \sigma_b / \kappa_s^{(0)} \sigma_s$, $r = (1-i)\beta^{(0)} \mu_s^{(0)} / 2$, $\sigma_i = (1+i) / \mu_i^{(0)}$; $\mu_i^{(0)} = (\omega / 2\chi_i^{(0)})^{1/2}$, $\chi_i^{(0)} = \kappa_i^{(0)} / C_{pi}^{(0)}$ - длина тепловой волны на основной гармонике и начальное значение температуропроводности соответствующих слоев.

Безразмерные функции $g_i(x) = \delta_{2i} T_i'(x)$ имеют следующий вид [13]:

$$g_g(x) = [1 + \delta_{2g} \Theta_0 (2 + \delta_{2g} \Theta_0) (1 - \frac{x}{l_g})]^{1/2} - 1,$$

$$g_b(x) = \{1 + \delta_{2b} W_0 (2 + \delta_{2b} W_0) (1 + \frac{x}{l_s + l_b}) \frac{l_s + l_b}{l_b}\}^{1/2} - 1,$$

$$g_s(x) = [\Lambda^2 (1 + 2R_1(x) \delta_{2s}) - 2\Lambda [\Lambda_1 R_2(x) + \Lambda_2 R_3(x)] \delta_{2s}]^{1/2} \Lambda^{-1} - 1,$$

где Θ_0, W_0 - температуры облучаемой и тыловой поверхностей образца, l_s, l_b, l_g - толщина образца, подложки и газового слоя:

$$\Lambda = -\frac{A_1 \delta_{4s}}{\beta^{(0)}} + \frac{A_1 \delta_{4s} E_0}{2\beta^{(0)}} [(\beta^{(0)})^2 l_s^2 + 2\beta^{(0)} l_s + 2] + l_s + A_1 \delta_{4s} l_s,$$

$$\Lambda_1 = A_1^2 \delta_{4s} [E_0 (\beta^{(0)} l_s - 0.5 E_0) + 0.5] + A_1 \{ \delta_{3s} (\Theta_0 - E_0 \Theta_0) - \delta_{4s} [\Theta_0 E_0 (\beta^{(0)} l_s + 1) - W_0] - E_0 + 1 \} + \Theta_0 (1 + 0.5 \delta_{2s} \Theta_0) - W_0 (1 + 0.5 \delta_{2s} W_0),$$

$$\Lambda_2 = \frac{A_1 \delta_{4s} E_0}{2\beta^{(0)}} [(\beta^{(0)})^2 l_s^2 + 2\beta^{(0)} l_s + 2] \Theta_0 - \frac{A_1^2 \delta_{4s} E_0}{\beta^{(0)}} - \frac{A_1 \delta_{4s} W_0}{\beta^{(0)}} + \frac{A_1^2 \delta_{4s} E_0}{2\beta^{(0)}} [(\beta^{(0)})^2 l_s^2 + 2\beta^{(0)} l_s + 2] + A_1 l_s (1 + \delta_{3s} \Theta_0) + \frac{A_1^2 \delta_{4s} l}{2} + (\Theta_0 + 0.5 \delta_{2s} \Theta_0^2) l_s,$$

$$R_1(x) = \frac{A_1^2 \delta_{4s}}{2} (e^{2\beta^{(0)} x} - 2e^{\beta^{(0)} x}) - e^{\beta^{(0)} x} A_1 (1 + \Theta_0 \delta_{3s}),$$

$$R_2(x) = \frac{A_1 \delta_{4s} e^{\beta^{(0)} x}}{2\beta^{(0)}} [(x^2 (\beta^{(0)})^2 - 2x\beta^{(0)} + 2)] - x, \quad R_3(x) = A_1 \delta_{4s} e^{\beta^{(0)} x} (x\beta^{(0)} - 1) - 1,$$

$$A_1 = \frac{I_0 A_s^{(0)}}{2k_s^{(0)} \beta^{(0)}}, \quad B_1 = \frac{I_0 A_s^{(0)} (1 + \Theta_0 \delta_{3s})}{2k_s^{(0)}}, \quad E_0 = \exp(-\beta^{(0)} l_s).$$

Шесть граничных условий, необходимых для решения системы (1)-(3), имеют следующий вид:

$$\Phi_{1Ns}(t, 0) = \Phi_{1Ng}(t, 0), \quad \Phi_{1Ns}(t, -l_s) = \Phi_{1Ns}(t, -l_s), \quad \Phi_{1Nb}(t, -l_s - l_b) = \Phi_{1Ng}(t, l_g) = 0, \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial \Psi_{1g}(t, x)}{\partial x} \right|_{x=0} = \frac{\kappa_s^{(0)}}{\kappa_g^{(0)}} \left. \frac{\partial \Psi_{1s}(t, x)}{\partial x} \right|_{x=0}, \quad \left. \frac{\partial \Psi_{1b}(t, x)}{\partial x} \right|_{x=-l_s} = \frac{\kappa_s^{(0)}}{\kappa_b^{(0)}} \left. \frac{\partial \Psi_{1s}(t, x)}{\partial x} \right|_{x=-l_s}, \quad (5)$$

где $\Psi_{1i}(t, x) = \Phi_{1Ni}(t, x) + \delta_{2i} T_{0i}(x) \Phi_{Li}(t, x)$.

Принимая во внимание, что $\Phi_L(t, x) \approx \Phi_L(\omega, x) \exp(i\omega t)$, в (1)-(3) положим $\Psi_{li}(t, x) = \Psi_{li}(\omega, x) \exp(i\omega t)$, тогда для функции $\Psi_{li}(\omega, x)$ получим следующую систему уравнений:

$$\frac{d^2 \Psi_{1g}}{dx^2} - \sigma_g^2 \Psi_{1g} = \sigma_g^2 (\delta_g - \delta_{2g}) T_{0g}(x) \Phi_{Lg}(x, \omega), \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \Psi_{1s}}{dx^2} - \sigma_s^2 \Psi_{1s} = & \sigma_s^2 (\delta_s - \delta_{2s}) T_{0s}(x) \Phi_{Ls}(x, \omega) - B e^{\beta^{(0)} x} \times \\ & \times \{ \delta_3 [\Theta_0 + \Phi_{Ls}(0, \omega)] + \delta_4 [T_{0s}(x) + \Phi_{Ls}(x, \omega)] + \delta_4 \beta^{(0)} \left[\int_0^x T_{0s}(y) dy + \int_0^x \Phi_{Ls}(y, \omega) dy \right] \}, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\frac{d^2 \Psi_{1b}}{dx^2} - \sigma_b^2 \Psi_{1b} = \sigma_b^2 (\delta_b - \delta_{2b}) T_{0b}(x) \Phi_{Lb}(x, \omega). \quad (8)$$

Используя обозначение $R_{li} = 0,5 \delta_{2i}^{-1} \sigma_i (\delta_i - \delta_{2i})$, решения уравнений (6)-(8), полученные методом вариации постоянных, можно записать в виде

$$\Psi_{1Ng} = \Theta_{1N} e^{-\sigma_g x} + R_{1g} S_{1g}(x) e^{\sigma_g x} - R_{1g} S_{2g}(x) e^{-\sigma_g x}, \quad (9)$$

$$\Psi_{1Nb} = W_{1N} e^{\sigma_b(x+l)} + R_{1b} S_{1b}(x) e^{\sigma_b(x+l)} - R_{1b} S_{2b}(x) e^{-\sigma_b(x+l)}, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \Psi_{1Ns} = & U_{1N} e^{\sigma_s x} + V_{1N} e^{-\sigma_s x} + [R_{1s} S_{1s}(x) - \Omega_1(x) - \Omega_{3s}(x)] e^{\sigma_s x} - \\ & - [R_{1s} S_{2s}(x) - \Omega_2(x) - \Omega_{4s}(x)] e^{-\sigma_s x}. \end{aligned} \quad (11)$$

В (9)-(11) использованы следующие обозначения:

$$S_{1g}(x) = \int g_{0g}(x) \Phi_{Lg}(x, \omega) e^{-\sigma_g x} dx, \quad S_{2g}(x) = \int g_{0g}(x) \Phi_{Lg}(x, \omega) e^{\sigma_g x} dx \quad (12)$$

$$S_{1b}(x) = \int g_{0b}(x) \Phi_{Lb}(x, \omega) e^{-\sigma_b(x+l)} dx, \quad S_{2b}(x) = \int g_{0b}(x) \Phi_{Lb}(x, \omega) e^{\sigma_b(x+l)} dx, \quad (13)$$

$$S_{1s}(x) = \int g_{0s}(x) \Phi_{Ls}(x, \omega) e^{-\sigma_s x} dx, \quad S_{2s}(x) = \int g_{0s}(x) \Phi_{Ls}(x, \omega) e^{\sigma_s x} dx, \quad (14)$$

$$\Omega_{1s}(x) = 0.5 B \delta_3 \sigma_s^{-1} \int [\Theta_0 + \Phi_{Ls}(\omega, 0)] e^{(\beta^{(0)} - \sigma_s)x} dx,$$

$$\Omega_{2s}(x) = 0.5 B \delta_3 \sigma_s^{-1} \int [\Theta_0 + \Phi_{Ls}(\omega, 0)] e^{(\beta^{(0)} + \sigma_s)x} dx \quad (15)$$

$$\Omega_{3(1)s}(x) = 0.5 B \delta_4 \sigma_s^{-1} \int \{ T_{0s}(x) + \beta^{(0)} \int_0^x [T_{0s}(y) dy] \} e^{(\beta^{(0)} - \sigma_s)x} dx, \quad (16)$$

$$\Omega_{3(2)s}(x) = 0.5B\delta_4\sigma_s^{-1} \int \{\Phi_{L_s}(\omega, x) + \beta^{(0)} \int_0^x \Phi_{L_s}(y, \omega) dy\} e^{(\beta^{(0)} - \sigma_s)x} dx, \quad (17)$$

$$\Omega_{4(1)s}(x) = \frac{0.5B\delta_4}{\sigma_s} \int \{T_{0s}(x) + \beta^{(0)} \int_0^x [T_{0s}(y) dy]\} e^{(\beta^{(0)} + \sigma_s)x} dx, \quad (18)$$

$$\Omega_{4(2)s}(x) = \frac{0.5B\delta_4}{\sigma_s} \int \{\Phi_{L_s}(\omega, x) + \beta^{(0)} \int_0^x \Phi_{L_s}(y, \omega) dy\} e^{(\beta^{(0)} + \sigma_s)x} dx, \quad (19)$$

$$\Omega_{3s}(x) = \Omega_{3(1)s}(x) + \Omega_{3(2)s}(x), \quad \Omega_{4s}(x) = \Omega_{4(1)s}(x) + \Omega_{4(2)s}(x).$$

Подчеркнем, что появление функций $Q_{3s}(\omega, x)$ и $Q_{4s}(\omega, x)$ обусловлено температурной зависимостью коэффициента поглощения образца.

Условия непрерывности температур и потоков тепла (4), (5) позволяют получить следующую систему алгебраических уравнений для определения параметров Θ_{1N} , U_{1N} , V_{1N} и W_{1N} :

$$\Theta_{1N} + R_{1g}[S_{1g}(0) - S_{2g}(0)] - g_{0g}(0)\Phi_{L_g}(0, \omega) = U_{1N} + V_{1N} + R_{1s}[S_{1s}(0) - S_{2s}(0)] - g_{0s}(0)\Phi_{L_s}(0, \omega) + \Omega_2(0) - \Omega_1(0) - \Omega_{3s}(0) + \Omega_{4s}(0), \quad (20)$$

$$g[R_{1g}(S_{1g}(0) + S_{2g}(0)) - \Theta_{N1}] = U_{1N} - V_{1N} + R_{1s}[S_{1s}(0) + S_{2s}(0)] - \Omega_{1s}(0) - \Omega_{2s}(0) - \Omega_{3s}(0) - \Omega_{4s}(0), \quad (21)$$

$$U_{1N}e^{-\sigma_s l} + V_{1N}e^{\sigma_s l} + [R_{1s}S_{1s}(-l_s) - \Omega_{1s}(-l_s) - \Omega_{3s}(-l_s)]e^{-\sigma_s l} - [R_{1s}S_{2s}(-l_s) - \Omega_{2s}(-l_s) - \Omega_{4s}(-l_s)]e^{\sigma_s l} - g_{0s}(-l_s)\Phi_{L_s}(-l_s) =, \quad (22)$$

$$= W_{1N} + R_{1b}[S_{1b}(-l_s) - S_{2b}(-l_s)] - g_{0b}(-l_s)\Phi_{L_b}(-l_s)$$

$$U_{1N}e^{-\sigma_s l} - V_{1N}e^{\sigma_s l} + [R_{1s}S_{1s}(-l_s) - \Omega_{1s}(-l_s) - \Omega_{3s}(-l_s)]e^{-\sigma_s l} + [R_{1s}S_{2s}(-l_s) - \Omega_{2s}(-l_s) - \Omega_{4s}(-l_s)]e^{\sigma_s l} = b\{W_{1N} + R_{1b}[S_{1b}(-l_s) + S_{2b}(-l_s)]\}. \quad (23)$$

Из (20), (21) и (23) для величин U_{1N} , V_{1N} и W_{1N} найдем следующие выражения:

$$U_{1N} = 0.5\{\Theta_{1N}(1 - g) + R_{1g}[S_{1g}(0)(1 + g) - S_{2g}(0)(1 - g)] - 2R_{1s}S_{1s}(0) + 2\Omega_{1s}(0) + 2\Omega_{3s}(0) + g_{0s}(0)\Phi_{L_s}(0) - g_{0g}(0)\Phi_{L_g}(0)\}, \quad (24)$$

$$V_{1N} = 0.5\{\Theta_{1N}(1 + g) + R_{1g}[S_{1g}(0)(1 - g) - S_{2g}(0)(1 + g)] + 2R_{1s}S_{2s}(0) - 2\Omega_{2s}(0) - 2\Omega_{4s}(0) + g_{0s}(0)\Phi_{L_s}(0) - g_{0g}(0)\Phi_{L_g}(0)\}, \quad (25)$$

$$W_{1N} = b^{-1}\{U_{1N}e^{-\sigma_s l} - V_{1N}e^{\sigma_s l} + [R_{1s}S_{1s}(-l_s) - \Omega_{1s}(-l_s) - \Omega_{3s}(-l_s)]e^{-\sigma_s l} + [R_{1s}S_{2s}(-l_s) - \Omega_{2s}(-l_s) - \Omega_{4s}(-l_s)]e^{\sigma_s l}\} - R_{1b}[S_{1b}(-l_s) + S_{2b}(-l_s)]. \quad (26)$$

Подстановка выражения (26) в (22) приведет нас к уравнению

$$\begin{aligned} U_{1N}(b-1)e^{-\sigma_s l_s} + V_{1N}(b+1)e^{\sigma_s l_s} = \\ = \Psi_2 - [\Omega_2(-l_s) + \Omega_4(-l_s)](b+1)e^{\sigma_s l_s} + [\Omega_1(-l_s) + \Omega_3(-l_s)](b-1)e^{-\sigma_s l_s}, \end{aligned} \quad (27)$$

где функция Ψ_2 имеет вид

$$\begin{aligned} \Psi_2 = R_{1s} \left[(1-b)S_{1s}(-l_s)e^{-\sigma_s l_s} + (1+b)S_{2s}(-l_s)e^{\sigma_s l_s} \right] + \\ + b[(g_{0s}(-l_s)\Phi_{Ls}(-l_s) - g_{0b}(-l_s)\Phi_{Lb}(-l_s) - 2R_{1b}S_{2b}(-l_s)] \end{aligned} \quad (28)$$

Теперь, подставляя выражения (24) и (25) в (22), получим уравнение для Θ_{1N} , решение которого с учетом малости $g \ll 1$ и равенства $\Phi_{Ls}(0) = \Phi_{Lg}(0) = \Theta_L$,

$$\Phi_{Ls}(-l_s) = \Phi_{Lb}(-l_s) = Ue^{-\sigma_s l_s} + Ve^{\sigma_s l_s} - Ee^{-\beta^{(0)}l_s} = W_L, b_g = \delta_{2g}\Theta_0(2 + \delta_{2g}\Theta_0),$$

$$b_s = \delta_{2s}\Theta_0(2 + \delta_{2s}\Theta_0), b_b = \delta_{2b}W_0(2 + \delta_{2b}W_0), g_{0g}(0) = \sqrt{1+b_g} - 1 = \Theta_0\delta_{2g},$$

$$g_{0s}(0) = \sqrt{1+b_s} - 1 = \Theta_0\delta_{2s}, g_{0b}(-l) = \sqrt{1+b_b} - 1 = W_0\delta_{2b} \text{ можно написать в виде}$$

$$\begin{aligned} \Theta_{1N} = \Delta^{-1} \{ \Delta\Theta_L\Theta_0(\delta_{2g} - \delta_{2s}) - R_{1g}\Delta[S_{1g}(0) - S_{2g}(0)] + \\ + 2e^{\sigma_s l_s}(b+1)[\Omega_{2s}(0) + \Omega_{4s}(0) - R_{1s}S_{2s}(0)] + \\ + 2\Psi_2 + 2(1-b)e^{-\sigma_s l_s}[\Omega_{1s}(0) + \Omega_{3s}(0) - R_{1s}S_{1s}(0)] - \\ - 2[\Omega_{2s}(-l_s) + \Omega_{4s}(-l_s)]e^{\sigma_s l_s}(b+1) + 2[\Omega_{1s}(-l_s) + \Omega_{3s}(-l_s)]e^{-\sigma_s l_s}(b-1) \}. \end{aligned} \quad (29)$$

Сравнивая (29) с выражением (22) из [14], можно заметить, что учет $\beta = \beta(T)$ приводит к тому, что в выражении для Θ_{1N} происходит следующая замена: $\Omega_{2s}(x) \Rightarrow \Omega_{2s}(x) + \Omega_{4s}(x)$, $\Omega_{1s}(x) \Rightarrow \Omega_{1s}(x) + \Omega_{3s}(x)$. Это означает, что вклад от $\beta = \beta(T)$ в характеристики основной гармоники ФА- сигнала происходит лишь при неравенстве нулю величин $Q_{3s}(\omega, x)$ и $Q_{4s}(\omega, x)$. В дальнейшем будем учитывать эти обстоятельства.

Нетрудно заметить, что после постановки функции $\Phi_{Li}(x)$ выражения $S_{1i}(x)$ и $S_{2i}(x)$ примут вид $f(x) = \int \sqrt{1-Dx/le^{\alpha x}} dx$, которые являются родственными эллиптическим интегралам. Как правило, для вычисления подобных интегралов необходимо учитывать малости величин $D_i|x/l| < 1$ и выполнить разложение подкоренных функций в ряд, ограниваясь первыми двумя слагаемыми. Выполняя эту процедуру, получим следующее выражения для функций $S_{1i}(x)$ и $S_{2i}(x)$:

$$S_{1g}(x) \approx \frac{\Theta_L}{2\sigma_g} [1 - \sqrt{1+b_g} + \frac{b_g}{2l_g \sqrt{1+b_g}} (x + \frac{1}{2\sigma_g})] \exp(-2\sigma_g x), \quad (30)$$

$$S_{2g}(x) = -[\frac{2l_g}{3b_g} (1+b_g^{3/2}) [\sqrt{(1 - \frac{b_g x}{(1+b_g)l})^3} - 1] + x] \Theta_L, \quad (31)$$

$$S_{1b}(x) = [\frac{2l_b}{3b_b} (1+b_b)^{3/2} [\sqrt{(1 + \frac{b_b(x+l_s)}{(1+b_b)l_b})^3} - 1] - (x+l_s)] W_L, \quad (32)$$

$$\begin{aligned} S_{1s}(x) &= \\ &= U_L \{ D_2^{1/2} [x + \frac{1}{4} \frac{D_3}{D_2} \frac{x^2}{l_s} - \frac{D_1 e^{\beta^{(0)} x}}{2D_2 \beta^{(0)}}] - x \} + \frac{V_L}{2\sigma_s} \{ 1 - D_2^{1/2} - \frac{D_3}{2D_2^{1/2}} (x + \frac{1}{2\sigma_s}) - \\ &- \frac{D_1 \sigma_s e^{\beta^{(0)} x}}{D_2^{1/2} (\beta^{(0)} - 2\sigma_s)} \} e^{-2\sigma_s x} - \frac{E}{\beta^{(0)} - \sigma_s} \{ D_2^{1/2} - 1 + \frac{D_3}{2D_2^{1/2}} (x - \frac{1}{\beta^{(0)} - \sigma_s}) - \\ &- \frac{D_1 (\beta^{(0)} - \sigma_s) e^{\beta^{(0)} x}}{2D_2^{1/2} (2\beta^{(0)} - \sigma_s)} \} e^{(\beta^{(0)} - \sigma_s) x}, \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} S_{2s}(x) &= \frac{U_L}{2\sigma_s} \{ D_2^{1/2} - 1 + \frac{D_3}{2D_2^{1/2}} (x - \frac{1}{2\sigma_s}) - \frac{D_1 \sigma_s}{D_2^{1/2}} \frac{e^{\beta^{(0)} x}}{\beta^{(0)} + 2\sigma_s} \} e^{2\sigma_s x} + \\ &+ V_L \{ D_2^{1/2} [x + \frac{1}{4} \frac{D_3 x^2}{D_2} - \frac{D_1}{2\beta^{(0)} D_2} e^{\beta^{(0)} x}] - x \} - \frac{E}{\beta^{(0)} + \sigma_s} \times \\ &\times \{ D_2^{1/2} - 1 + \frac{D_3}{2D_2^{1/2} l_s} (x - \frac{1}{\beta^{(0)} + \sigma_s}) - \frac{D_1 (\beta^{(0)} + \sigma_s) e^{\beta^{(0)} x}}{2D_2^{1/2} (2\beta^{(0)} + \sigma_s)} \} e^{(\beta^{(0)} + \sigma_s) x}. \end{aligned} \quad (34)$$

В выражениях (33), (34) использованы следующие обозначения: $D_1 = 2A_1 \delta_{2s}$, $D_2 = 1 + D_4$, $D_3 = 2\Lambda_1 \Lambda^{-1} \delta_{2s}$, $D_4 = 2\Lambda_2 \Lambda^{-1} \delta_{2s}$.

Вид входящих в (29) функций $\Omega_{1s}(\omega, x)$, $\Omega_{2s}(\omega, x)$, $\Omega_{3s}(\omega, x)$ и $\Omega_{4s}(\omega, x)$ можно определить, выполняя интегрирование выражений (15)-(17). Однако при этом надо учитывать, что $\Theta_0 \gg \Theta_L$ и слагаемыми с коэффициентом типа $\delta_i \delta_j$ и выше можно пренебречь. С учётом этих обстоятельств для этих функций получим следующие выражения:

$$\Omega_{1s}(x) = (0.25 A^{(0)} \beta^{(0)} I_0 \delta_3) (\kappa_s^{(0)})^{-1} \sigma_s^{-1} \Theta_0 (\beta^{(0)} - \sigma_s)^{-1} e^{(\beta^{(0)} - \sigma_s) x}, \quad (35)$$

$$\Omega_{2s}(x) = (0.25 A^{(0)} \beta^{(0)} I_0 \delta_3) (\kappa_s^{(0)})^{-1} \sigma_s^{-1} \Theta_0 (\beta^{(0)} + \sigma_s)^{-1} e^{(\beta^{(0)} + \sigma_s) x}, \quad (36)$$

$$\begin{aligned}
\Omega_{3s}(x) = & \frac{B\delta_{4s}}{8\sigma_S} \left\{ \frac{1}{\delta_{2S}} \left[\frac{D_4}{\beta^{(0)} - \sigma_S} e^{(\beta^{(0)} - \sigma_S)x} - \right. \right. \\
& - \frac{D_1}{2\beta^{(0)} - \sigma_S} e^{(2\beta^{(0)} - \sigma_S)x} + D_3 \left(\frac{x}{\beta^{(0)} - \sigma_S} - \right. \\
& - \frac{1}{(\beta^{(0)} - \sigma_S)^2} \left. \right) e^{(\beta^{(0)} - \sigma_S)x} \left. \right] + \frac{\beta^{(0)}}{\delta_{2S}} \left[D_4 \left(\frac{x}{\beta^{(0)} - \sigma_S} - \right. \right. \\
& - \frac{1}{(\beta^{(0)} - \sigma_S)^2} \left. \right) e^{(\beta^{(0)} - \sigma_S)x} - \frac{D_1}{\beta^{(0)}} \left(\frac{1}{2\beta^{(0)} - \sigma_S} e^{(2\beta^{(0)} - \sigma_S)x} - \right. \\
& - \frac{1}{\beta^{(0)} - \sigma_S} e^{(\beta^{(0)} - \sigma_S)x} \left. \right) + \frac{D_3}{2} \left(\frac{x^2}{\beta^{(0)} - \sigma_S} - \frac{2x}{(\beta^{(0)} - \sigma_S)^2} + \right. \\
& \left. \left. + \frac{2}{(\beta^{(0)} - \sigma_S)^3} \right) e^{(2\beta^{(0)} - \sigma_S)x} \right] \left. \right\}, \tag{37}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Omega_{4s}(x) = & \frac{B\delta_{4s}}{8\sigma_S} \left\{ \frac{1}{\delta_{2S}} \left[\frac{D_4}{\beta^{(0)} + \sigma_S} e^{(\beta^{(0)} + \sigma_S)x} - \frac{D_1}{2\beta^{(0)} + \sigma_S} e^{(2\beta^{(0)} + \sigma_S)x} + \right. \right. \\
& + D_3 \left(\frac{x}{\beta^{(0)} + \sigma_S} - \frac{1}{(\beta^{(0)} + \sigma_S)^2} \right) e^{(\beta^{(0)} + \sigma_S)x} \left. \right] + \frac{\beta^{(0)}}{\delta_{2S}} \left[D_4 \left(\frac{x}{\beta^{(0)} + \sigma_S} - \right. \right. \\
& - \frac{1}{(\beta^{(0)} + \sigma_S)^2} \left. \right) e^{(\beta^{(0)} + \sigma_S)x} - \frac{D_1}{\beta^{(0)}} \left(\frac{1}{2\beta^{(0)} + \sigma_S} e^{(2\beta^{(0)} + \sigma_S)x} - \right. \\
& - \frac{1}{\beta^{(0)} + \sigma_S} e^{(\beta^{(0)} + \sigma_S)x} \left. \right) + \frac{D_3}{2} \left(\frac{x^2}{\beta^{(0)} + \sigma_S} - \frac{2x}{(\beta^{(0)} + \sigma_S)^2} + \right. \\
& \left. \left. + \frac{2}{(\beta^{(0)} + \sigma_S)^3} \right) e^{(2\beta^{(0)} + \sigma_S)x} \right] \left. \right\}. \tag{38}
\end{aligned}$$

Из выражений (29-34) и (35-38) следует достаточно сложный вид выражения для величины Θ_{1N} . Тем не менее это позволяет определить нелинейную составляющую часть ФА-сигнала на основной гармонике согласно [14]

$$\delta p_{1N}(\omega) = \delta p_L [\Theta_L^{-1} \Theta_{1N} - 0.25(3\delta_{2g} + \delta_g) \Theta_0]. \tag{39}$$

Очевидно [1-8], что нелинейный ФА-отклик становится сравнимым с линейным лишь для сильно поглощающих образцов, то есть для случая, когда имеет место условие $\beta^{(0)}l_s \gg 1$ или $\exp(-\beta^{(0)}l_s) \approx 0$. Между тем, в рамках рассматриваемой задачи существует три характерных масштабных параметра l_s , $\mu_\beta = \frac{1}{\beta^{(0)}}$ - длина пробега фотона и $\mu_s(\omega)$ - длина тепловой волны в среде, соответственно. В зависимости от значения $\beta^{(0)}$ и ω в ФА- эксперименте может иметь место три различных соотношения между μ_s , μ_β и l_s . В этой связи выполним подробный анализ параметров ФА-сигнала, следующих из выражения (39) для этих случаев.

а). Термически тонкие образцы. В этом случае функции $\Omega_{3s}(\omega, 0) \approx 0$, $\Omega_{3s}(\omega, -l_s) \approx 0$, $\Omega_{4s}(\omega, 0) \approx 0$, $\Omega_{4s}(\omega, -l_s) \approx 0$, вклад от $\beta = \beta(T)$ в параметры ОГ нелинейного ФА-сигнала отсутствует и для $\delta p_{1N}(\omega)$ справедливо выражение [14]:

$$\delta p_{1N}(\omega) = \delta p_L(\omega)[K_{1(1)}\Theta_0 + K_{1(2)}W_0], \quad (40)$$

где $K_{1(1)} = (\delta_3 - \delta_{2s})$, $K_{1(2)} = [\delta_{2s} - (\delta_b + \delta_{2b})]$. Поскольку $\Theta_0 \propto I_0$ и $W_0 \propto I_0$, то для данного случая амплитуда сигнала подчиняется зависимостям $|\delta p_{1N}(\omega, l \ll \mu_s)| \sim I_0^2$, $|\delta p_{1N}(\omega, l \ll \mu_s)| \sim \omega^{-1}$.

б). Случай термически толстых образцов, для которого длина тепловой волны меньше толщины образца, то есть справедливы условия $\mu_s < l$, $\mu_s > \mu_\beta$, $\exp(-\beta l) \approx 0$ и $\exp(-\sigma_s l) \approx 0$ и $|r| > 1$. Тогда будем иметь: $\Delta_1 = Er(b+1)e^{\sigma_s l}$, $\Delta_2 \approx 0$, $\Delta = (b+1)e^{\sigma_s l}$, $U_L \approx Er$, $V_L \approx 0$, $\Theta_L = E(r-1) \approx rE$, $W_L \approx 0$, $E = A^{(0)}I_0(2\beta k_s^{(0)})^{-1}$. Подставляя эти выражения в (39) и выполнив необходимые вычисления, будем иметь

$$\delta p_{1N} = \delta p_{1L}\Theta_0 K_{1(2)}, \quad (41)$$

где $K_{1(2)} = \delta_3 - 0.5(\delta_{2s} + \delta_s)$.

в). Случай термически толстых образцов, для которого длина тепловой волны меньше толщины образца, то есть справедливы условия $\mu_s \ll l_s$, $\mu_s < \mu_\beta$, $\exp(-\sigma_s l_s) \approx 0$, $|r| < 1$ и равенства, $\Delta_1 = Er(b+1)e^{\sigma_s l_s}$, $\Delta_2 \approx 0$, $\Delta = (b+1)e^{\sigma_s l_s}$, $U_L \approx Er$, $V_L \approx 0$, $W_L \approx 0$, $E = -A^{(0)}I_0(2\sigma_s^2 k_s^{(0)})^{-1}$, $\Theta_L = E(r-1) \approx -E = A^{(0)}I_0[2\kappa_s^{(0)}\sigma_s^2]$, $\Omega_{1s}(\omega, 0) \approx 0$, $\Omega_{2s}(\omega, 0) = 0.25A^{(0)}(\kappa_s^{(0)})^{-1}\beta I_0\delta_3\Theta_0\sigma_s^{-2}$, $\Omega_{3s}(\omega, 0) \approx 0$, $\Omega_{3s}(\omega, -l_s) \approx 0$, $\Omega_{4s}(\omega, 0) = 0.25A^{(0)}(\kappa_s^{(0)})^{-1}\beta I_0\delta_4\Theta_0\sigma_s^{-2}$, $\Omega_{4s}(\omega, -l_s) \approx 0$,

$$S_{2s}(0) \approx \frac{\Theta_0 \delta_{2s}}{\sigma_s} [0.5U_L - E] \approx \frac{\Theta_0 \delta_{2s} E}{\sigma_s} [0.5r_L - 1] \approx -\frac{\Theta_0 \delta_{2s} E}{\sigma_s}.$$

Другие функции $S_{1s}(0), S_{1s}(-l), S_{2s}(-l), S_{2b}(-l)$, и Ψ_2 имеют тот же вид, что и выше. Используя эти равенства, из (30) получим

$$\Theta_{1N} \approx [\delta_{2g} + 0.25(\delta_g - \delta_{2g}) - 0.5(\delta_s + \delta_{2s}) - \delta_3 - \delta_4] \Theta_0 \Theta_L. \quad (42)$$

Постановка этого выражения в (42) приведет нас к выражению

$$\delta p_{1N}(\mu_s \ll l, \mu_s < \mu_\beta) = \delta p_{1L} \Theta_0 K_{1(3)}, \quad (43)$$

где $K_{1(3)} = -(\delta_3 + \delta_4) - 0.5(\delta_{2s} + \delta_s)$. Или, представив (46) в виде

$$\begin{aligned} \delta p_{1N}(\omega, l \gg \mu_s, \mu_s < \mu_\beta) = \\ = \left| \delta p_{1N}(\omega, l \gg \mu_s, \mu_s < \mu_\beta) \right| \exp[i\psi_{1N}(\omega, l \gg \mu_s, \mu_s < \mu_\beta)], \end{aligned} \quad (44)$$

для амплитуды и фазы сигнала получим

$$\left| \delta p_{1N}(\omega, l \gg \mu_s, \mu_s < \mu_\beta) \right| = \frac{\gamma P_0 A^{(0)} I_0 \mu_g \mu_s^2}{4\sqrt{2} l_g T_{00} k_s^{(0)}} K_{1(3)} \Theta_0. \quad (45)$$

Поскольку $\Theta_0 \sim I_0$, то, как следует из (44), амплитуда этого сигнала $\left| \delta p_{1N}(\omega, l \gg \mu_s, \mu_s < \mu_\beta) \right| \sim I_0^2$, в то время как ее частотная зависимость будет иметь вид $\left| \delta p_{1N}(\omega, l \gg \mu_s, \mu_s < \mu_\beta) \right| \sim \omega^{-3/2}$.

Подводя итоги настоящей работы, можно сделать вывод, что влияние ТК оптического коэффициента поглощения на параметры основной гармоники нелинейного ФА-сигнала проявляется лишь для термически толстых образцов, для которых длина тепловой диффузии является значительно меньше длины пробега фотона в среде. Следовательно, именно только для таких твердотельных образцов появляется возможность определения ТК оптического коэффициента поглощения и, тем самым, температурной зависимости этой величины из результатов измерения параметров основной гармоники нелинейного ФА-сигнала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мадвалиев У., Салихов Т.Х., Шарифов Д.М. Тепловая нелинейность в фотоакустической камере. – ЖТФ, 2004, т.74, № 2, с. 17-23.
2. Мадвалиев У., Салихов Т.Х., Шарифов Д.М. Нелинейный фотоакустический отклик непрозрачных сред при газомикрофонной регистрации сигнала. – ЖПС, 2006, т.73, № 2, с. 170-176.

3. Мадвалиев У., Салихов Т.Х., Шарифов Д.М. Влияние тепловой нелинейности сильнопоглощающих сред на параметры фотоакустического сигнала при газомикрофонной регистрации. Основная и вторая гармоники. – ЖТФ, 2006, т.76, № 6, с. 87-97.
4. Салихов Т.Х. Тепловая нелинейность в оптоакустике (обзор). Ч. III. Тепловая нелинейность в фотоакустике. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим, геол. и техн.н., 2011, №4(145), с.76-85.
5. Салихов Т.Х., Ходжаев Ю.П. Влияние температурной зависимости оптических и теплофизических величин на температурное поле двухслойных образцов с поверхностным поглощением первого слоя в фотоакустической камере. – ДАН РТ, 2010, т.53, №11, с. 839-845.
6. Салихов Т.Х., Ходжаев Ю.П. Теория генерации второй гармоники нелинейного фотоакустического сигнала двухслойными твердотельными образцами с оптически непрозрачным первым слоем. – ДАН РТ, 2011, т.54, №9, с.737-745.
7. Салихов Т.Х., Ходжаев Ю.П. Теория генерации основной гармоники нелинейного фотоакустического сигнала двухслойными твердотельными образцами с оптически непрозрачным первым слоем. – ДАН РТ, 2012, т.55, № 2, с.132-140.
8. Салихов Т.Х., Ходжаев Ю.П. – Вестник ТНУ, 2011, № 4(68), с.7-12.
9. Салихов Т.Х., Ходжаев Ю.П. – Вестник ТНУ, 2011, № 6(70), с.21-26
10. Rosencwaig A., Gersho A. Theory of the photoacoustic effect with solids. – J. Appl., Phys., 1976, v.47, № 1, pp. 64-69.
11. Салихов Т.Х., Махмалатиф А., Ходжаев Ю.П., Рахмонов Р.К. Нелинейный фотоакустический отклик оптически неоднородных твердотельных образцов: I. Математическая модель проблемы. – Вестник ТНУ, Сер. ест.наук, 2014, № 1/3(134), с.66-70.
12. Салихов Т.Х., Махмалатиф А., Ходжаев Ю.П., Рахмонов Р.К. Теория генерации второй гармоники нелинейного фотоакустического сигнала оптически неоднородными твердыми телами. – ДАН РТ, 2015, т. №58, с. 804-812.
13. Салихов Т.Х., Махмалатиф А., Ходжаев Ю.П. Нелинейный фотоакустический отклик оптически неоднородных твердотельных образцов: II. стационарное температурное поле. – Вестник ТНУ, сер. ест. наук, 2014, № 1/1(192), с. 154-159.
14. Салихов Т.Х., Шарипов Д.М., Туйчиев Х.Ш., Влияние температурной зависимости оптических величин на характеристики основной гармоники нелинейного фотоакустического сигнала твердых тел с объёмным. – ДАН РТ, 2011, т. 54, №6, с. 465-472.

Т.Х.СОЛИХОВ, А.МАХМАЛАТИФ, Ю.П.ХОҶАЕВ

ХУСУСИЯТҲОИ АНГЕЗИШИ ГАРМОНИКАИ АСОСИИ ПАЖВОКИ ҒАЙРИХАТИИ ФОТОАКУСТИКӢ ДАР НАМУНАҲОИ ОПТИКӢ ҒАЙ- РИЯКЧИНСА ЧИСМҲОИ САХТ

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Назарияи ангезиши гармоникаи асосии пажвоки ғайрихатии фотоакустикӣ дар намунаҳои оптикӣ ғайриякчинсаи ҷисмҳои сахт пешниҳод карда шудааст. Барои мавридҳои муҳим вобастагиҳои амплитуда ва фазаи ин сигнал аз басомади модулятсияи нури афганда ва зарифҳои термикӣ бузургҳои гармофизикии ҳамаи қабатҳо, дараҷаи сиёҳӣ ва зарифи фурубурди оптикӣ муқарар карда шудаанд.

Калимаҳои калидӣ: фотоакустика, ғайрихаттияти ҳароратӣ, пажвоки ғайрихатии фотоакустикӣ, гармоникаи асосӣ, ғайриякчинсагии оптикӣ.

T.KH.SALIKHOV, A.MAHMALATIF, YU.P.KHODJAEV

**FEATURES OF EXCITATION OF THE FUNDAMENTAL HARMONIC
OF NONLINEAR PHOTOACOUSTIC RESPONSE IN OPTICALLY
INHOMOGENEOUS SOLIDS**

Tajik National University

The theory of generation of the fundamental harmonic of a nonlinear PA signal in optically inhomogeneous samples is proposed. For the most interesting cases, the dependencies of the amplitudes and phases of this signal on the modulation frequency of the incident beam and the thermal coefficients (TC) of the thermophysical values of all layers, the degree of blackness and the optical absorption coefficient are established.

Key words: photoacoustics, thermal nonlinearity, fundamental harmonic, nonlinear photoacoustic response, optical no uniform solid.

УДК 541.123

Ш.ТУЙЧИЕВ, Д.РАШИДОВ, С.Х.ТАБАРОВ, У.ШОИМОВ, Л.ТУЙЧИЕВ,
Ш.АКНАЗАРОВА

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ НА НАДМОЛЕКУЛЯРНУЮ СТРУКТУРУ ЭЛАСТОМЕРОВ

Таджикский национальный университет

Поступила в редакцию 29.09.2016 г.

Методами рентгенографии, оптической микроскопии, тепловыми и механическими испытаниями исследованы изменения в надмолекулярной структуре (НМС) образцов из полиуретана ПУ при внешних воздействиях. Обнаружена четкая межфибриллярная периодичность, обратимые переходы между неориентированным аморфным и ориентированным аморфным состоянием под влиянием таких факторов, как температура, деформация и модификация наноалмазом; предложена модель строения НМС полиуретана.

Ключевые слова: эластомер, рентгенография, оптическая микроскопия, механическое испытание, тепловое испытание, наноалмаз.

Полиуретановые эластомеры широко используются как конструкционные материалы во многих отраслях промышленности, они обладают высокой прочностью, эластичностью, износостойкостью, стойкостью к действию масел и др. В большинстве работ [1-6], в основном, рассматриваются общие принципы синтеза, химические и физические свойства полиуретанов, а структурно-морфологические исследования полиуретанов и их модификаций проведены недостаточно [5,6].

Цель настоящей работы заключалась в изучении изменений в надмолекулярной структуре полиуретанов как исходных, так и модифицированных наноуглеродными частицами (наноалмазами) при внешних воздействиях.

В качестве объектов исследования использовали полиуретан (ПУ СКУ-ПФЛ ГОСТ 17622-72) и наноалмазы. Концентрацию наполнителя в образцах меняли в пределах $C=0-0.5\%$. Одноосное растяжение образцов производили в непрерывном и ступенчатом

Адрес корреспонденции: Туйчиев Шарофиддин. 734025, Республика Таджикистан, г.Душанбе, пр.Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: tuichiev@mail.ru

режиме. При достижении заданной деформации в ступенчатом режиме производили съёмку рентгенограмм образцов. Для снятия деформационных кривых одноосное растяжение образцов проводили в непрерывном режиме на установке РМ-1 со скоростью деформации 0.125 с^{-1} . Рентгеновские исследования образцов в сочетании с одноосным растяжением проводили на аппаратах ДРОН-2 и КРМ-1, использовали медное излучение, фильтрованное никелем. Оптические наблюдения образцов проводили на поляризационном микроскопе МИН-8 в скрещенных поляроидах при 20° . Тепловые свойства образцов исследовали на установке ДСК F204 фирмы Netzsch со скоростью нагрева и охлаждения 10 град/мин .

Исходные образцы ПУ СКУ-ПФЛ обозначим как ПУ-О. На большеугловых рентгенограммах ПУ-О наблюдаются два гало: резкое и интенсивное гало вблизи $2\theta=18^\circ$ и слабое гало в области $2\theta=40-41^\circ$ (рис. 1, кривая 1).

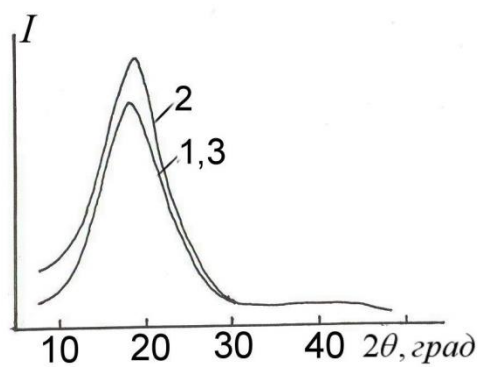


Рис. 1

Рис.1. Большеугловые рентгенограммы ПУ-0 при деформировании.

1 – исх., $\epsilon=0$; 2 – 400%; 3 – разгрузка.

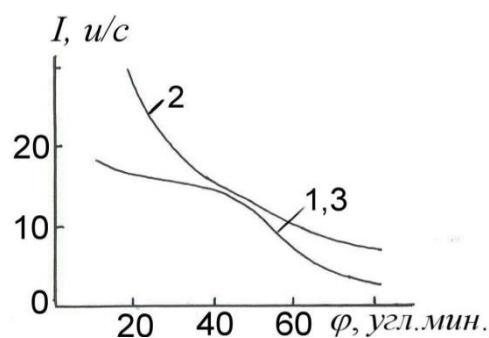


Рис. 2

Рис.2. Малоугловые рентгенограммы ПУ-0 при деформировании.

1 – исх., $\epsilon=0$; 2 – 400%; 3 – разгрузка.

Радиальная полуширина распределения интенсивности гало $\Delta 2\theta=8^\circ$; угловое положение гало типично для аморфных полимеров [7,8] и соответствует межмолекулярным расстояниям $\sim 0.5 \text{ нм}$.

Несмотря на то, что образцы ПУ находятся в аморфном состоянии, на малоугловых рентгенограммах ПУ-О (рис. 2, кривая 1) явно наблюдается появление плато в области углов рассеяния $15-30 \text{ угл.мин.}$, которые можно трактовать как наличие больших периодов ($18-21 \text{ нм}$), то есть более или менее регулярного чередования областей с различной электронной плотностью. Такое явление характерно для термоэластопластов на основе ПУ, в которых имеет место чередование олигоэфирных блоков, образующих гибкую аморфную фазу и изоцианатных блоков, образующих жесткую кристаллическую или аморфную фазу. Для ПУ жесткая фаза находится в аморфном состоянии. Тем не менее, рентгеновские большие периоды проявляются; очевидно, жесткая и гибкая фазы отличаются по плотности.

На рис.1 (кривые 1 и 2) представлены большеугловые рентгенограммы ПУ-О, подвергнутые одноосному растяжению. Через каждые $\varepsilon=100\%$ деформации снимали картины БР. Деформация образцов сопровождается увеличением интенсивности рассеяния, смещением максимума гало $2\theta_m$ в сторону больших углов, уменьшением $\Delta 2\theta$. При деформации $\varepsilon=400\%$ угловое положение гало смещается с 18° к 19° , а величина $\Delta 2\theta$ уменьшается на 1° . Эти изменения БР можно объяснить как следствие ориентации макромолекул вдоль направления растяжения без какого бы то ни было развития кристаллизации. При этом можно приписать изменениям $2\theta_m$ и $\Delta 2\theta$ в основном уменьшение межмолекулярных расстояний и улучшение межмолекулярного порядка в гибком компоненте ПУ-О. При разгрузке образца исходная картина БР и геометрия образца восстанавливаются, что свидетельствует об обратимой упругой деформации системы.

При деформации ПУ-О на МР наблюдается необычная картина рассеяния: при малых деформациях ($\varepsilon < 100\%$) форма малоуглового рефлекса (плато) не изменяется (рис. 2, кривая 1), но при больших деформациях ($\varepsilon=400\%$) малоугловое плато исчезает и трансформируется в диффузное рассеяние (рис. 2, кривая 2). При разгрузке исходная картина МР также восстанавливается. Такое поведение МР можно объяснить тем, что, по-видимому, при растяжении происходит затягивание части цепей из межфибриллярного пространства в аморфные участки фибрилл и тем самым происходит выравнивание электронных плотностей чередующихся областей с разной плотностью. Кроме того, деформация сопровождается возникновением структурных неоднородностей типа пор и трещин. Видимо, развитием этих процессов обусловлено исчезновение малоуглового плато и преобразование его в диффузное рассеяние.

Из полученных результатов исследований ПУ-О и сравнения их со структурой и свойствами СКИ-3 и СБС следует, что в структурно-морфологическом плане надмолекулярная структура полиуретанов весьма близка к ним. Основной формой надмолекулярного порядка могут быть сосуществование зернистой глобулярной и фибриллярной структур.

Как было отмечено выше, для нужд практики необходимо достичь эффекта улучшения не для всего комплекса физических параметров материала, а лишь для определенного критического параметра. В этом аспекте представляет интерес создание полимерных нанокомпозитов. В настоящее время в качестве модифицирующих добавок предполагается использование нано-углеродных материалов: фуллеренов и их производных, углеродных волокон, нанотрубок и наноалмазов [9-12]. Нами были исследованы структура и деформационное поведение исходных полиуретанов ПУ-О и модифицированных детонационными наноалмазами ПУ-0.5. Содержание наноалмазов в ПУ-0.5 не превышало 0.5% масс. Такая концентрация наноалмаза обеспечивала оптимальные условия использования полиуретана в несущих узлах механизмов [5,6].

На рис.3 представлены деформационные кривые исходного ПУ-О (кривая 1) и модифицированного наноалмазами с концентрацией 0.5% масс – ПУ-0.5 (кривая 2) полиуре-

танов. Из рисунка видно, что практически деформационные кривые полиуретанов не различаются. Внедренные наноалмазы при таких использованных концентрациях не влияют на структуру и её поведение при внешних воздействиях. Снятые картины БР ПУ-О и ПУ-0.5 не различаются. Так же не различаются деформационные поведения БР ПУ-0.5 при нагрузке и разгрузке образцов. На МР ПУ-0.5 наблюдается малоугловое рассеяние в виде плато, характерное ПУ-О, которое трансформируется в диффузное рассеяние при деформации (рис.4).

Для деформированного ПУ-0 и ПУ-0.5 качественно и количественно изменения на БР и МР, и следовательно, изменения структуры практически идентичны. Однако, как показано в работах [5,6], при сохранении структуры и механических свойств ПУ-0.5 показывает достаточно высокую износостойкость в несущих узлах трения механизмов и машин.

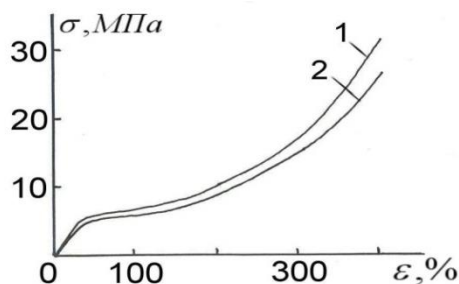


Рис.3 Деформационные кривые ПУ-0 (1) и ПУ-0.5(2).

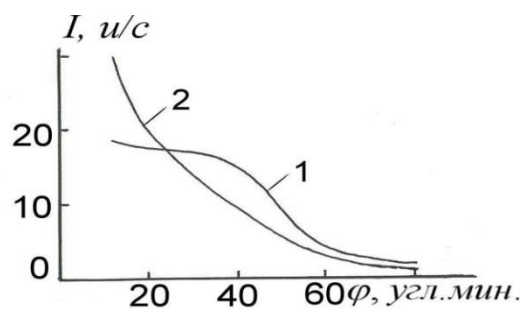


Рис.4. Малоугловые рентгенограммы ПУ-0(1) и ПУ-0.5(2).

При тепловом воздействии в цикле нагревание в интервале $T=35-300^{\circ}\text{C}$ термограмма ПУ-0 показывает мультиплетность эндопиков: широкий асимметричный почти дублет при 198° и 203° , синглетные при 213° , 268° и 286° (рис.5). Термограмма модифицированного с C_{60} образца ПУ-0.5 в этом же диапазоне теплового воздействия также мультиплетна: разрешается дублетный эндопик при 200° и 207° , синглетные при 220 и 270° , а эндопик при 280° исчезает (рис.6). Термограммы ПУ-0 и ПУ-0.5 показывают, что они характеризуются наличием множества субструктур разной упорядоченности и термостабильности. При температурном воздействии субструктуры модифицированной нанолитеродом ПУ-0.5 становятся более устойчивыми из-за того, что частицы наноалмаза, видимо, находятся в связанном состоянии в матрице, способствуют диссипации тепла и др.. Сравнение термограмм ПУ-0 и ПУ-0.5 показывает, что внедрение наноалмаза сопровождается смещением положения эндопиков в сторону несколько высоких температур.

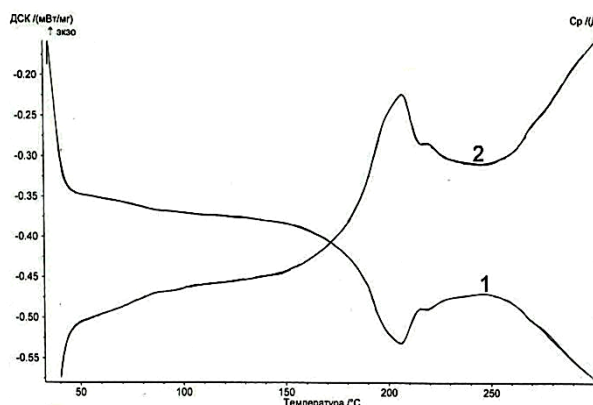


Рис.5. ДСК (1) и Ср (2) ПУ-0.

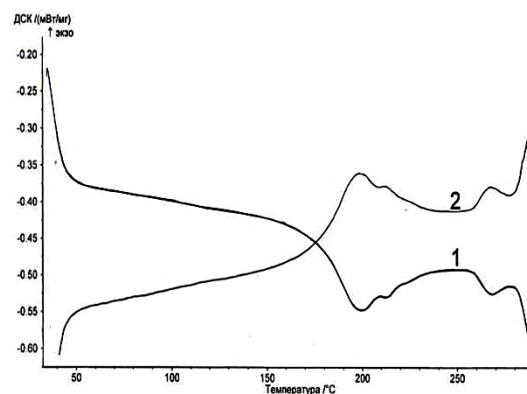


Рис.6. ДСК (1) и Ср (2) ПУ-0,5.

Таким образом, проведенные исследования показывают, что надмолекулярная морфология эластомеров является сложной, многообразной и многоуровневой; наблюдается сосуществование различных видов морфологических элементов: вытянутых, спиральных макромолекул и фибрилл, глобулярных структур разной формы и др. При переходе аморфных неориентированных эластомеров в ориентированное аморфное состояние при воздействии внешних факторов происходит трансформация структуры отличающейся от кристаллизующихся полимеров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бухина М.Ф. Техническая физика эластомеров. – М.: Химия, 1984, 224 с.
2. Донцов А.А. Процессы структурирования эластомеров. – М.: Химия, 1978, 288 с.
3. Бухина М.Ф. Кристаллизация каучуков и резин. – М.: Химия, 1973, 240 с.
4. Bonart R. X-Ray investigations Concerning the Physical Structure of Cross- Linking in Segmented urethane Elastomers. – J.Macromol. Sci., 1968, B2, N1, p.115-138.
5. Возняковский А.П., Гинзбург Б.М., Рашидов Д., Точильников Д.Г., Туйчиев Ш. Структура, механические и трибологические свойства полиуретана, модифицированного наноалмазами. – Высокомолек.соедин., 2010, сер.А, т.52, №10, с.1044-1050.
6. Туйчиев Ш., Гинзбург Б.М., Рашидов Д., Салимова Х., Махмудов И. Структура и деформационное поведение модифицированных полиуретанов. – Мат-лы республ. науч. конф. «Химия: Исследования, преподавание, технология» – Душанбе, 2010, с.27.
7. Hosemann R., Bagchi S.N. Direct analysis of diffraction dy matter/ Amst., publ.Co., N-Holland, 1962, p. 734
8. Вайнштейн Б.К. Дифракция рентгеновских лучей на цепных молекулах. – М.: АН СССР, 1963, 372 с.
9. Раков Э.Г. Нанотрубки и фуллерены. – М.: Логос, 2006, 376 с.
10. Пиотровский Л.Б., Киселев О.И. Фуллерены в биологии. – СПб, Росток, 2006, 336 с.
11. Дьячков П.Н. Углеродные нанотрубки: строение, свойства, применения. – М.: Бином, 2006, 293 с.
12. Долматов В.Ю. Детонационные наноалмазы: синтез, строение, свойства и применение. – Успехи химии, 2007, т.46, №4, с.375-397.

Ш.ТУЙЧИЕВ, Д.РАШИДОВ, С.Х.ТАБАРОВ, У.ШОИМОВ, Л.ТУЙЧИЕВ,
Ш.АКНАЗАРОВА

ТАЪСИРИ ОМИЛҲОИ БЕРУНӢ БА СОҲТОРИ БОЛОМОЛЕКУЛИИ ЭЛАСТОМЕРҲО

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Бо ёрии усулҳои таҳлили рентгенӣ, микроскопияи оптикӣ, таҳлили механикӣ ва гармӣ тағйири морфологияи боломолекули эластомери полиуретан таҳти таъсири омилҳои берунӣ омӯхта шуданд. Даврияти байнифибрилли чӯзҳои боломолекули эластомерҳо ошкор гардиданд; табдили сохтор ҳангоми гузариш аз ҳолати аморфии ғайритамоюлӣ ба ҳолати аморфии тамоюлӣ омӯхта шуданд.

Калимаҳои калидӣ: эластомер, таҳлили рентгенӣ, микроскопияи оптикӣ, озмоиши гармӣ, озмоиши механикӣ, наноалмос.

SH.TUICHIEV, D.RASHIDOV, S.KH.TABAROV, U.SHOIMOV, L.TUICHIEV,
SH.AKNAZAROVA

EFFECT OF EXTERNAL INFLUENCES ON THE SUPRAMOLECULAR STRUCTURE OF ELASTOMERS

Tajik National University

X-ray diffraction, optical microscopy, thermal and mechanical tests were used to study the changes in the supramolecular structure of samples of polyurethanes under of influence of external factors. Intrafibrillar and interfibrillar periodicity are detected. A clear reversible transitions between the unoriented amorphous and the oriented amorphous states under the influence of factors such as temperature, strain and modification by nanodiamonds were studied; a model of the supramolecular structure of elastomers and their components were proposed.

Key words: elastomer, X-ray, optical microscopy, thermal test, mechanical test, nanodiamond.

УДК 546.26-162

К.А.КОРЗУН, А.А.КОВАЛЕВСКИЙ, Д.А.КОТОВ, С.В.ГРАНЬКО

**ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ УГЛЕЙ
В ГРАФЕНОПОДОБНЫЙ МАТЕРИАЛ**

*Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники,
Минск, Беларусь*

Поступила в редакцию 18.01.2017 г.

Изучены особенности преобразования каменных углей в многослойные графеновые структуры в результате механохимической активации при измельчении очищенных и обезвоженных углей до размерности наночастиц 10-30 нм. Приведены основные параметры, влияющие на трансформацию углей. Указаны условия достижения наномасштаба частиц.

Ключевые слова: коксованные и активированные угли, наночастицы, механохимическая активация, хлопья, стружка, многослойный графен.

В 2010 г. Нобелевская премия по физике была присуждена за открытие исключительного материала - графена, который представляет собой единичную графитовую плоскость, в которой sp^2 -гибридизованные атомы углерода образуют гексагональную решетку. В последние годы синтез и свойства графена стали одной из самых широко обсуждаемых и быстро развивающихся тем в химии и физике. Рост публикаций в этом плане неуклонно растет. Повышенный интерес к новому материалу связан с рядом его уникальных свойств: электронных, оптических, механических и др. Большое количество обзоров по фундаментальным и прикладным исследованиям посвящено графену, полученному химическими методами, а также методом механического отслоения [1,2]. Из множества обзоров, которые систематизированы в [1], очевидно, что графеновые материалы могут найти применение в устройствах для хранения энергии (в качестве электродов в батарейках, конденсаторах и др.). Так, для суперконденсаторов нужны электроды с высокой проводимостью и большой площадью поверхности, а графен как раз соответствует этим требова-

Адрес для корреспонденции: Корзун Кристина Александровна. 220013, Республика Беларусь, г. Минск, ул. П.Бровки, 6, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники. E-mail: kristin.korzun@gmail.com

ниям. Однако в настоящий момент масштабное производство графеновых материалов только начинается, а основная часть производимого графена расходуется на научные исследования. Методы получения графена можно подразделить на несколько групп: механическое отщепление слоев графена от высокоориентированного пиролитического графита; выращивание на подложке (химическое осаждение из газовой фазы с разложением углеводородов на поверхности металлов и карбидов металлов, термическое разложение SiC, процессы включающие нагревание графитовых электродов в электрической дуге в водороде); органический синтез; химический метод с использованием коллоидных дисперсий на основе соединений, содержащих графеновые слои [1]. Каждый из приведенных методов имеет свои достоинства и недостатки. На наш взгляд, в плане получения графеноподобных материалов особый интерес представляют угли. Как известно, каменные угли по сути своей являются природными наноструктурированными материалами, в основе которых лежит углерод.

Цель настоящей работы - установление закономерностей преобразования очищенных и обезвоженных углей в результате механохимической активации в многослойный графен.

Для получения наноструктурированного (сформированного из наночастиц как структурных элементов) порошка многослойного графена использовались наноразмерные порошки активированного и коксованного углей с исходным размером частиц 70-100 нм чистотой 99.5%.

Создание наноструктурированного порошка многослойного графена осуществлялось в результате механохимического активирования наноразмерных порошков углей в планетарных шаровых мельницах АГО-2 и РМ-100 в процессе долговременной (12-48 часов) механохимической активации [3-6].

Геометрические размеры частиц и их количественное распределение по размерам определялись по фотографиям со сканирующего электронного микроскопа S-4800 (Hitachi, Japan) с разрешением 1.0 нм.

Средние размеры наночастиц определялись посредством дифракции рентгеновских лучей на кристаллическом ядре частицы.

Морфологию и химический состав полученного материала исследовали с помощью растровой электронной микроскопии (РЭМ- Philips XL 30 S FEG и Hitachi S-4800), просвечивающей электронной микроскопии (ПЭМ - Philips CM-30), ИК-спектроскопии (Perkin – Elmer Spectrum One), электронной Оже-спектроскопии (ЭОС–спектрометр ЗРН 660), спектроскопии комбинационного рассеяния (КР – твердотельный лазер Nicolet Spectrometer «NECSUS 720» с длиной волны $\lambda = 1064$ нм и мощностью 0,1-3 Вт) и рентгеновской фотоэлектронной спектроскопии (РФЭС) – спектрометр ЭС 2401 с полусферическим анализатором электронов.

Для получения информации о химическом состоянии элементов в объеме многослойного графена при использовании РФЭС для возбуждения фотоэмиссии применялось

монохроматизированное MgK_{α} излучение мощностью 300 Вт, направленное под углом 45° к анализируемой поверхности. Регистрацию спектров проводили при давлении остаточных газов в камере спектрометра не хуже $8 \cdot 10^{-8}$ Па. Спектры калибровали по пику 1s-уровня углерода с энергией связи 285.0 эВ, обусловленного эмиссией фотоэлектронов из атомов углерода в C-H – группах. Химическое состояние элементов поверхности образца оценивали по сдвигам энергетических пиков в спектрах высокого разрешения C1s-линий. Для изменения глубины анализа в объеме образца использовали распыление поверхности маломощным пучком ионов аргона.

Поэлементный состав полученных наноструктурированных структурных объектов определяли с помощью микрозондового рентгеноспектрального анализа на установке «Самес – MBX».

Для выбора оптимальной размерности порошки углей перемешивались в широком наборе соотношений их масс и масс шаров в атмосфере аргона при ускорении 400 м/с^2 при использовании алундовых шаров диаметром 5 мм. Преимущественно соотношение массы шаров и массы порошков составляло 100:1. Фазовый состав графеноподобного материала определяли рентгеновским анализом на установке ДРОН-4 в CuK_{α} излучении. С его помощью и с помощью электронографа ЭМР–102 и атомно-силового микроскопа Ntegra Prima исследовались структурно-морфологические характеристики наноструктурированных углей как многослойного графена.

Измерения удельного сопротивления проводились на шлифованных и полированных образцах из спрессованного наноструктурированного порошка многослойного графена. Образцы готовились в виде параллелепипедов со средними размерами $0.1 \times 0.2 \times 6.0$ мм. Для получения омических контактов на образцы многослойного графена наносилась серебряная паста. Удельное электрическое сопротивление многослойного графена, главным образом, определялось на структурах Ag/многослойный графен/Ag четырёх- и шестизондовыми методами.

В ходе проведенных исследований установлена возможность преобразования активированных и коксованных углей в многослойный материал, близкий по свойствам к графену, в результате механохимической обработки.

Следует отметить, что современное состояние знаний относительно природы, состава, строения и свойств каменных углей таково, что эти вопросы еще далеки от окончательного разрешения. В настоящее время есть оснований считать, что каменный уголь является высокомолекулярным веществом, построенным из групп соединений не установленного точно строения, содержащих так или иначе сконденсированные шестичленные углеродные циклы с малым содержанием водорода и еще меньшим кислорода. В результате длительной механохимической активации активированные и коксованные угли преобразуются в графеноподобный материал – многослойный графен. Необратимый процесс постепенного изменения химического состава, физических и технологических свойств активированных и коксованных углей на стадии превращения от углей до

многослойного графена есть не что иное, как метаморфизм углерода. Структурно-молекулярная перестройка активированных и коксованных углей при метаморфизме сопровождается последовательным повышением относительного содержания углерода, снижением содержания кислорода, выхода летучих веществ; изменяются содержание водорода, теплота сгорания, твердость, плотность, хрупкость, оптические и электрические, и другие физические свойства.

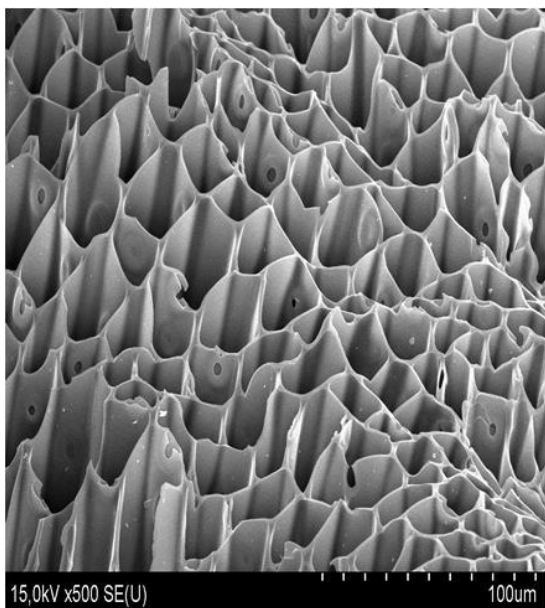
При этом преобразование углей в многослойный графен при механохимической активации определяется степенью их очистки от посторонних примесей и условиями обработки, в том числе, и временем механического воздействия. Исходная размерность наночастиц определяет процесс преобразования угля в многослойный графен. Органическая масса твёрдых углей представляет собой термодинамически нестабильные образования, которые претерпевают глубокие превращения при различных переработках. В силу этого различаются в весьма широких пределах и условия проведения механохимической обработки очищенных наноструктурированных углей при создании многослойного графена, его состав, структура, оптические и электрофизические свойства.

На рис. 1-3 представлены РЭМ изображения морфологии образцов, полученных в различных условиях механохимической обработки. На рис. 1 представлены РЭМ изображения образцов исходных активированных и коксованных углей, как правило, они являются высокоорганизованными структурами.

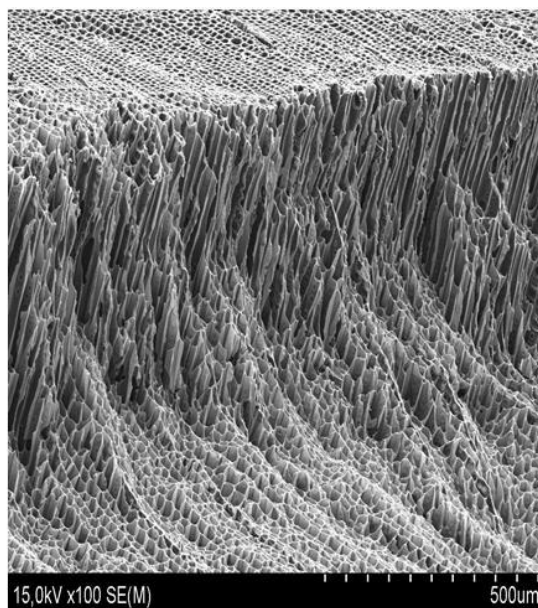
Изучение механизма полиморфологической трансформации углей микронных размеров к наноразмерам проводилось путем исследования особенностей их измельчения и влияния наномасштаба частиц на изменение состава, структуры и удельного электрического сопротивления. Для получения порошков углей размером частиц ≤ 10 нм использовались порошки с исходным размером частиц ≈ 100 нм.

На рис. 2 и 3 представлены сколы образцов активированных и коксованных углей с преобразованной структурой углей, представленных на рис. 1, в результате механохимической активации в течение различного временного воздействия шаров на наноразмерный порошок угля.

Скорость трансформации оказалась в сильной зависимости от исходного размера частиц, длительности процесса механохимической активации и отношения массы шаров к массе порошка. Структурный переход частиц размером от 70-100 нм к частицам меньшего размера начинался при достижении гранулометрического состава частиц ≈ 70 нм, в противном случае, механохимическая активация не позволяет создать частицы размером ≤ 10 нм. Как результат масштабирования трансформация происходила в результате образования полиаморфных порошков. В процессе разрушения исходной структуры углей с потерей дальнего порядка и с формированием псевдоаморфной и аморфной структуры происходит образование наночастиц с толщиной хлопьеобразной стружки ≤ 30 нм (рис. 2).

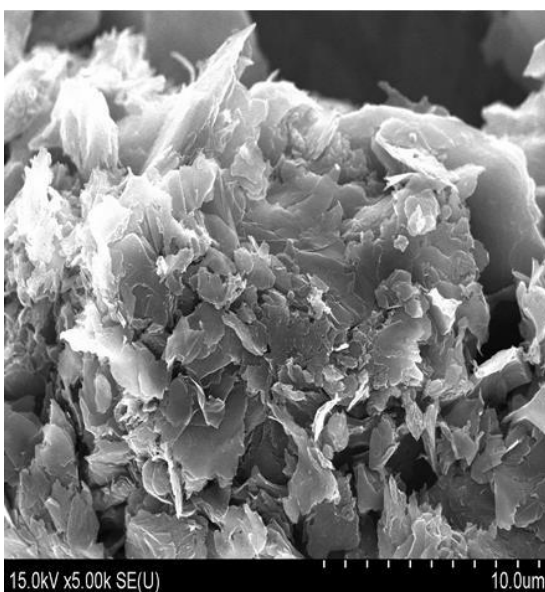


а

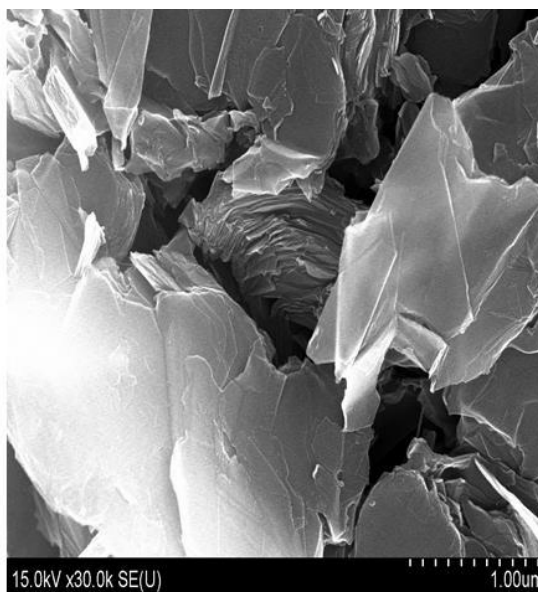


б

Рис. 1. Структура используемых в эксперименте активированных (а) и коксованных (б) углей.



а



б

Рис. 2. Преобразование структуры активированных (а) и коксованных (б) углей в результате механохимической активации в течение 28 часов при использовании алундовых шаров диаметром 5 мм при соотношении массы порошка к массе шаров 1:100 и ускорении 400 м/с^2 .

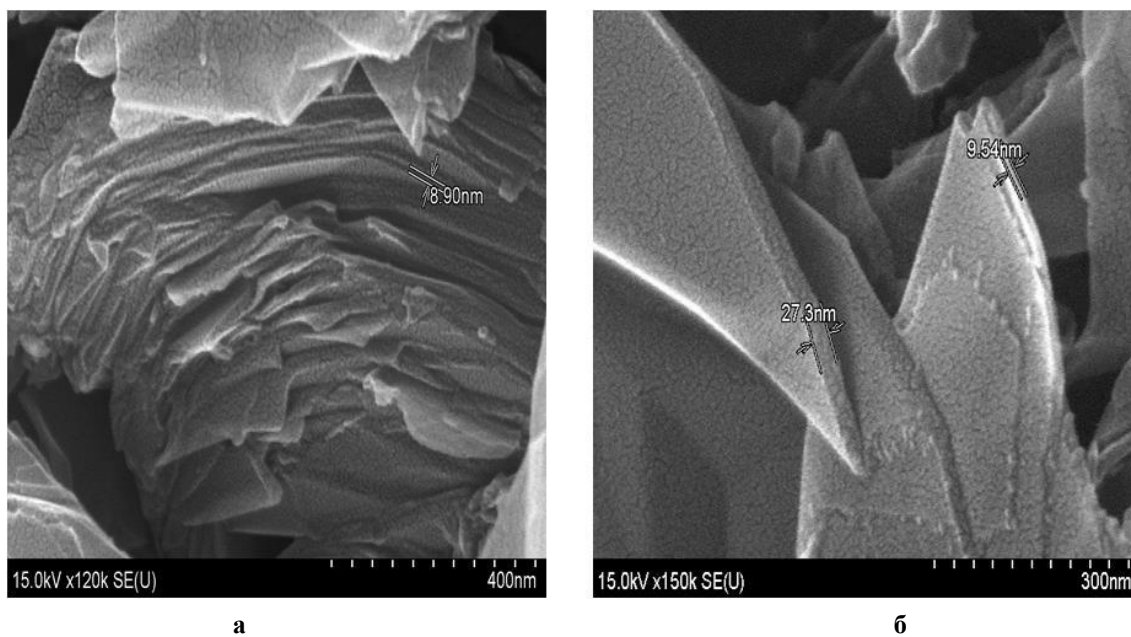


Рис. 3. Образование структурных элементов многослойного графена из активированных (а) и коксованных (б) углей в результате глубокой механохимической активации.

Ключевым моментом данной технологии является создание правильного распределения нагрузки помольных шаров на наноразмерный порошок угля за счет подбора необходимого соотношения между массами порошка и шаров, их размера, а также скоростью вращения планетарного механизма и емкостей, удерживающих уголь. На основании структурных показателей, полученных в результате электронной микроскопии и рентгенографического анализа, установлено уменьшение масштаба частиц углей с образованием хлопьеобразной стружки толщиной (< 30 нм), влияние поверхности и плотности этих структур на процесс растирания порошков углей, что представляет важное значение для образования супертонких (≤ 10 нм) частиц со значительно увеличенным соотношением их поверхности к объему (S/V). Переход по типу образования тонкой стружки (≤ 30 нм) сопровождается морфологическими и микроструктурными изменениями, связанными с масштабированием (рис. 1-3). Кроме того, были обнаружены отдельные частицы многослойного графена с укладкой типа валок капустных листьев (рис.3,а). Это свидетельствует о том, что в условиях механохимической активации наноразмерных порошков углей может образоваться метастабильная структура нового материала.

В результате работы исследован процесс преобразования наночастиц угля в многослойный графен путем механохимической обработки. Установлено, что преобразование наночастиц угля определяется временем и скоростью вращения механизмов планетарной мельницы, соотношением масс угля и помольных шаров, длительностью процесса помола. Размерность и химический состав исходных частиц угля влияют на необходимую структуру и свойства нового наноразмерного материала. По своим физическим и химическим свой-

ствам многослойный графен может использоваться в электронике для производства ионисторов и для создания новых композиционных материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Грайфер Е.Д., Макотченко В.Г., Назаров А.Г., Ким Сю-Дж, Федоров В.Е. Графен: химические подходы к синтезу и модифицированию. – Успехи химии, 2011, т.80, №8, с. 784-804.
2. Третьяков Ю.Д., Гудилин Е.А. Основные направления фундаментальных и ориентированных исследований в области наноматериалов. – Успехи химии, 2005, т.78, №9, с. 867-888.
3. Ковалевский А.А., Строгова А.С., Лабунов В.А., Цыбульский В.В., Шевченко А.А. Структура и фазовый состав системы каменный уголь-кремний, модифицированной механоактивацией. – Материалы. Технологии. Инструмент, 2012, т.17, №1, с. 65-71.
4. Ковалевский А.А., Лабунов В.А., Строгова А.С., Цыбульский В.В., Шевченко А.А. Исследование влияния среды при тонком измельчении на состав углей. – Материалы. Технологии. Инструмент, 2012, т.17, №3, с. 71-78.
5. Ковалевский А.А., Лабунов В.А., Строгова А.С., Цыбульский В.В., Шевченко А.А. Особенности диспергирования бурых углей с добавками наноразмерных порошков кремния. – Материалы. Технологии. Инструмент, 2013, т.18, №1, с. 46-51.
6. Ковалевский А.А., Строгова А.С., Лабунов В.А., Цыбульский В.В., Шевченко А.А., Корзун К.А. Наноструктурированные угли и перспективы их использования. – Наноструктурные материалы: Тез. докл. IV междунар. научн. конф.– 2014: Беларусь-Россия-Украина», Минск, 7-10 октября 2014 г, с. 294.

К.А.КОРЗУН, А.А.КОВАЛЕВСКИЙ, Д.А.КОТОВ, С.В.ГРАНКО

ОМЎЗИШИ ҚОЕУЕМЯТҲО ТАБДИЛДИҲИИ АНГИШТ БА МАВОДИ ГРАФЕНМОНАНД

*Донишгоҳи давлатии информатика ва радиоэлектроникаи Беларус,
Минск, Беларус*

Дар натиҷаи фаъолкунии механокимиёвӣ хангоми пора кардани ангиштҳои тозакардашуда ва камобкуни то андозаи нанозарраҳо 10-30 нм хусусиятҳои табдилёбии сангҳои ангишти ба сутруктураҳои бисёрқабатаи графенӣ омӯхта шудаанд. Параметрҳои асосие, ки ба шакливазкунии ангиштҳо таъсир мерасонанд, оварда шудаанд. Шартҳои расидан ба талаботҳои наноандозаи зарраҳо нишон дода шудаанд.

Калимаҳои калидӣ: ангиштҳои кокшуда ва фаъол, нанозарраҳо, фаъолкунии механокимиёвӣ, поғаҳо, тароша, графени бисёрқабата.

K.A.KORZUN, A.A.KOVALEVSKY, D.A.KOTOV, S.V.GRANKO

**INVESTIGATION OF REGULARITIES OF COAL TRANSFORMATION
IN GRAPHENE-LIKE MATERIAL**

Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics

Features of transformation of coals in multilayer graphene structure as a result of mechanical activation by grinding of purified and dehydrated coal to the nanoparticle dimensions of 10-30 nm were studied. The main parameters that influence the transformation of coal are given. Conditions of achieving nanoscale particles are shown.

Key words: carbonization and activated coals, nanoparticles, mechanochemical activation, flakes, chips, multilayer graphene.

УДК 521.633÷546.273

А.С.КУРБОНОВ, Д.Х.МИРЗОЕВ, Ш.Б.НАЗАРОВ, Ж.А.МИСРАТОВ, У.М.МИРСАИДОВ

**ИЗУЧЕНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ РАЗЛОЖЕНИЯ БОР- И
АЛЮМОСИЛИКАТНЫХ РУД МИНЕРАЛЬНЫМИ КИСЛОТАМИ**

Агентство по ядерной и радиационной безопасности АН Республики Таджикистан

Поступила в редакцию 09.01.2017 г.

Приведены результаты разложения бор- и алюмосиликатных руд Таджикистана минеральными кислотами (HCl, H₂SO₄, HNO₃). Найденные оптимальные условия разложения руды кислотами. Выбрана наиболее подходящая кислота (HNO₃) для разложения.

Ключевые слова: минеральные кислоты, борная руда, алюмосиликатная руда, температура, степень извлечения.

В литературе имеется ряд работ по кислотному разложению бор- и алюмосиликатных руд Таджикистана [1-4]. В настоящей работе нами изучены особенности разложения бор- и алюмосиликатных руд минеральными кислотами (HCl, H₂SO₄, HNO₃) на примере аргиллитов месторождения Чашма-Санг и боросиликатных руд месторождения Ак-Архар.

Способ Байера, суть которого состоит в выщелачивании бокситов щелочно-алюминатным раствором, для алюмосиликатных руд непригоден из-за большого содержания SiO₂ в минералах (табл.1 и 2).

Процесс разложения бор- и алюмосодержащих руд минеральными кислотами выгоден тем, что уже на первой стадии происходит отделение полезных компонентов от SiO₂ и, тем самым, уменьшаются материальные потоки при переработке указанных руд.

Аргиллиты измельчали в лабораторной шаровой мельнице до размера частиц ~0.1 мм. С целью повышения извлечения оксидов алюминия и железа, породу подвергали обжигу при температуре 600-700°C в течение 60 мин, минеральные кислоты дозировались

Адрес для корреспонденции: Мисратов Жахон Абдурахмонович. 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Х.Хакимзода, 17 А, Агентство по ядерной и радиационной безопасности АН РТ. E-mail: misratov_zh@mail.ru

из расчета стехиометрического количества с небольшим избытком кислоты. Анализ компонентов проведён по общепринятой методике.

Таблица 1

Химический состав аргиллитов месторождения Чашма-Санг

Содержание, масс%	Компоненты							
	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	SiO ₂	Na ₂ O	K ₂ O	CaO	MgO	П.п.п.
	31.6	8.74	42.86	0.1	2.95	1.0	1.0	10.5

Таблица 2

Химический состав боросиликатной руды Ак-Архарского месторождения

Содержание, масс%	Компоненты												
	B ₂ O ₃	SiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	FeO	CaO	MgO	TiO ₂	MnO	K ₂ O	Na ₂ O	P ₂ O ₅	П.п.п.
	10.4	59.8	1.27	2.2	1.39	19.6	0.75	0.15	0.29	0.1	0.03	0.11	3.91

Проведенные исследования по разложению аргиллитов месторождения Чашма-Санг минеральными кислотами показали следующие результаты (табл.3).

Для разложения боросиликатных руд также использовали обожжённую руду, минеральные кислоты дозировались из расчёта образования соответствующих соединений хлоридов, сульфатов и нитратов. Руду измельчали до размера частиц ~0.1 мм и разложение проводили в термостатированном реакторе с мешалкой. Пульпу фильтровали и промывали водой. В растворе определяли содержание бора, алюминия и железа по известной методике.

Результаты изучения борной руды разложением минеральными кислотами приведены в табл.4.

Таблица 3

Разложение аргиллитов минеральными кислотами

Кислота	Оптимальные условия			Степень извлечения (%)	
	температура, °C	продолжительность процесса, мин	концентрация кислоты, %	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃
HCl,	80-90	60	18-20	96	51
H ₂ SO ₄ ,	98	60	40-60	95	63
HNO ₃	98	60	45-50	97	66.5

Таблица 4

Разложение боросиликатных руд минеральными кислотами

Кислота	Оптимальные условия			Степень извлечения (%)		
	температура, °С	продолжительность процесса, мин	концентрация кислоты, %	B ₂ O ₃	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃
HCl,	80-90	60	18-20	53.2	42.2	64.7
H ₂ SO ₄ ,	90-95	60	30-40	34.1	41.9	56.8
HNO ₃	95	60	15-20	75.4	68.9	28.5

Учитывая, что бор и алюминий в Периодической системе элементов являются представителями IIIА группы, поэтому разложение их силикатных руд имеет свои особенности в процессе выделения.

Алюмосиликатные руды невозможно перерабатывать способом Байера из-за значительного содержания SiO₂. Однако они поддаются разложению минеральными кислотами.

Основой кислотного разложения является предварительный обжиг руды, что облегчает процесс выделения полезных компонентов.

При кислотном разложении важная роль принадлежит азотной кислоте. Как видно из табл. 3 и 4, при азотнокислотном разложении степень извлечения компонентов намного выше, чем при использовании других кислот. Кроме того, продукты азотнокислотного разложения можно использовать в качестве химических удобрений.

Проведённые исследования по кислотному разложению бор- и алюмосиликатных руд позволили найти оптимальные условия выделения полезных компонентов (Al₂O₃, B₂O₃, Fe₂O₃) и выбрать наиболее подходящую кислоту для разложения руды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лайнер Ю.А. Комплексная переработка алюминийсодержащего сырья кислотными способами. – М.: Наука, 1982, 208 с.
2. Мирсаидов У.М., Сафиев Х. Комплексная переработка низкокачественного алюминийсодержащего сырья. – Душанбе: Дониш, 1998, 238 с.
3. Назаров Ш.Б., Сафиев Х.С., Мирсаидов У. Селективные методы разложения высококремнистых алюминиевых руд минеральными кислотами. – Душанбе: Дониш, 2008, 237 с.
4. Мирсаидов У.М., Курбонбеков А.С., Маматов Э.Д. Кислотное разложение боросиликатных руд. – Душанбе: Дониш, 2015, 96 с.

А.С.ҚУРБОНОВ, Д.Х.МИРЗОЕВ, Ш.Б.НАЗАРОВ, Ҷ.А.МИСРАТОВ,
У.М.МИРСАИДОВ

ОМУЌИШИ АСОСҲОИ ТАҶЗИИ МАЪДАНҲОИ БОР- ВА АЛЮМИНИЙСИЛИКАТӢ БО КИСЛОТАҲОИ МАЪДАНИӢ

Агентии амнияти ядрой ва радиатсионии Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон

Натиҷаҳои таҷзияи маъданҳои бор- ва алюминийсиликати Тоҷикистон бо кислотаҳои маъданӣ (HCl , H_2SO_4 , HNO_3) оварда шудаанд. Шароитҳои мусоидаттарини таҷзияи маъданҳо бо кислотаҳо муайян шудаанд ва кислотаи нисбатан мувофиқ барои таҷзия (HNO_3) интихоб шудааст.

Калимаҳои калидӣ: кислотаҳои маъданӣ, маъдани бор, маъдани алюминийсиликатӣ, ҳарорат, дараҷаи истихроҷ.

A.S.KURBONOV, D.KH.MIRZOEV, SH.B.NAZAROV, ZH.A.MISRATOV,
U.M.MIRSAIDOV

STUDY OF THE BASIS OF DECOMPOSITION OF BORON- AND ALUMINUM SILICATE ORES BY MINERAL ACIDS

Nuclear and Radiation Safety Agency, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan

The results of decomposition of boron- and aluminum silicate ores of Tajikistan by mineral acids are presented (HCl , H_2SO_4 , HNO_3). The optimal conditions for the decomposition of ores are found out and the most convenient acid (HNO_3) is chosen for decomposition.

Key words: mineral acids, boron ore, aluminum silicate ore, temperature, extraction grade.

УДК 546.296÷697.9(571.621)

И.У.МИРСАИДОВ, Х.М.НАЗАРОВ, Б.Д.БОБОЕВ, К.А.ЭРМАТОВ, А.АДХАМОВ,
М.З.АХМЕДОВ, С.М.БАХРОНОВ

**РАДОНОВЫЙ МОНИТОРИНГ НА ТЕРРИТОРИИ ДЖ.РАСУЛОВСКОГО
РАЙОНА РЕСПУБЛИКИ ТАДЖИКИСТАН**

*Агентство по ядерной и радиационной безопасности АН Республики Таджикистан
Поступила в редакцию 06.02.2017 г.*

В работе приведены результаты радонового мониторинга на территории Дж. Расуловского района Согдийской области Республики Таджикистан. Определён радоновый фон территории и составлена предварительная радиологическая карта радона данного района. Установлено, что содержание радона в воздухе обследуемых помещений находится в пределах 20-160 Бк/м³; в питьевых водах района - в пределах 6-37 Бк/л.

Ключевые слова: радон, объёмная активность, воздух, радиометр, эксхалация.

Ранее нами был проведён радоновый мониторинг ряда территорий Таджикистана и хвостохранилищ уранового производства [1, 2].

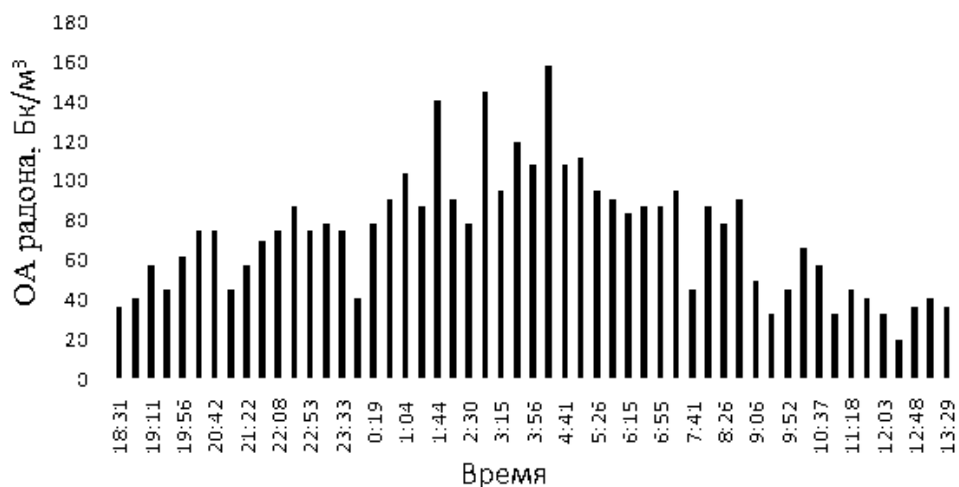
В настоящей работе найдены значения объёмной активности радона в питьевой воде и в воздухе жилых помещений на территории Дж.Расуловского района Таджикистана.

Согласно данным Международной комиссии по радиационной защите, в среднем человек проводит 80% времени в помещениях. Объёмная активность (ОА) радона в воздухе вне помещений колеблется от 10 до 40 Бк/м³. Поэтому основной вклад облучения радоном вносит его содержание в помещениях. Норма радона для жилых помещений составляет в пределах 200 Бк/м³.

Измерения ОА радона проводились с использованием радиометра радона (марки РРА-01М-03) в летний период в помещениях различного типа.

Адрес для корреспонденции: Назаров Холмурод Марипович. 735730, Таджикистан, г.Бустон, ул.Опланчука, 1А, Филиал Агентства по ядерной и радиационной безопасности АН РТ. E-mail: holmurod18@mail.ru

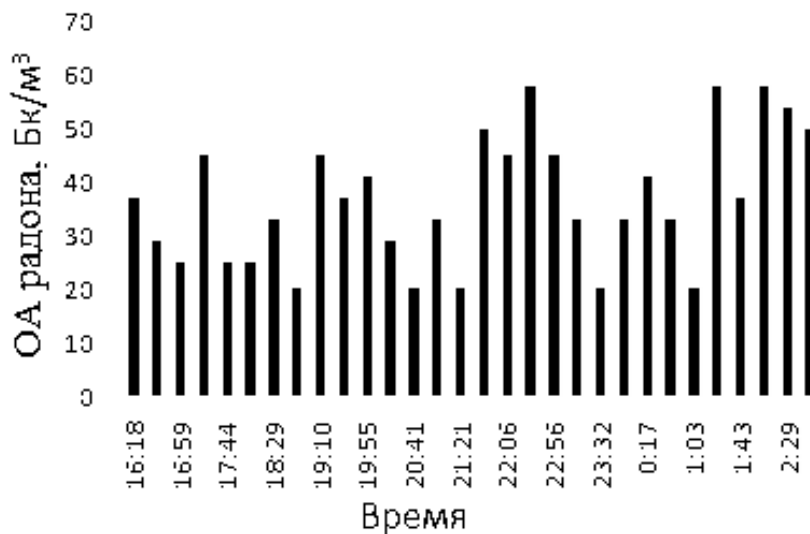
Гистограмма 1 (условия 1 – зал, дверь комнаты открывается прямо на улицу, 1 этаж) характеризует ОА радона в воздухе комнаты, у которой дверь открывается прямо на улицу. Результаты замера ОА радона в комнате №1 приводятся на гистограмме 1.



Гистограмма 1. Суточное колебание ОА радона в помещении №1.

Максимальное значение ОА радона в воздухе данной комнаты составляет 158 Бк/м³, среднее значение ОА радона в течение суток – 73.5 Бк/м³. Это объясняется тем, что днем двери комнаты часто открываются и радон, накопленный в помещении, перемешивается с чистым воздухом, в связи с чем происходит снижение концентрации радона в помещении.

На гистограмме 2 (условия №2 – зал, дверь комнаты открывается в коридор) приведена зависимость ОА радона от времени в воздухе комнате №2. Максимальное значение ОА радона в воздухе данной комнаты составляет 58 Бк/м³, среднее значение ОА радона в течение суток – 36 Бк/м³.



Гистограмма 2. Суточное колебание ОА радона в комнате №2.

Пол комнаты №2 был покрыт бетоном толщиной 0.1 м. Установлено, что бетон толщиной 0.1 м является достаточным для снижения выделения радона в два раза. Поэтому разность значений ОА радона ночью и днем не высока. Стабильность значений ОА радона в комнате можно объяснить тем, что радон поступает в помещение в основном с внешним воздухом.

Нами также определена ОА радона в питьевой воде на территории Дж.Расуловского района Таджикистана. При этом использовали известные методики [3]. Результаты приведены в таблице.

Таблица

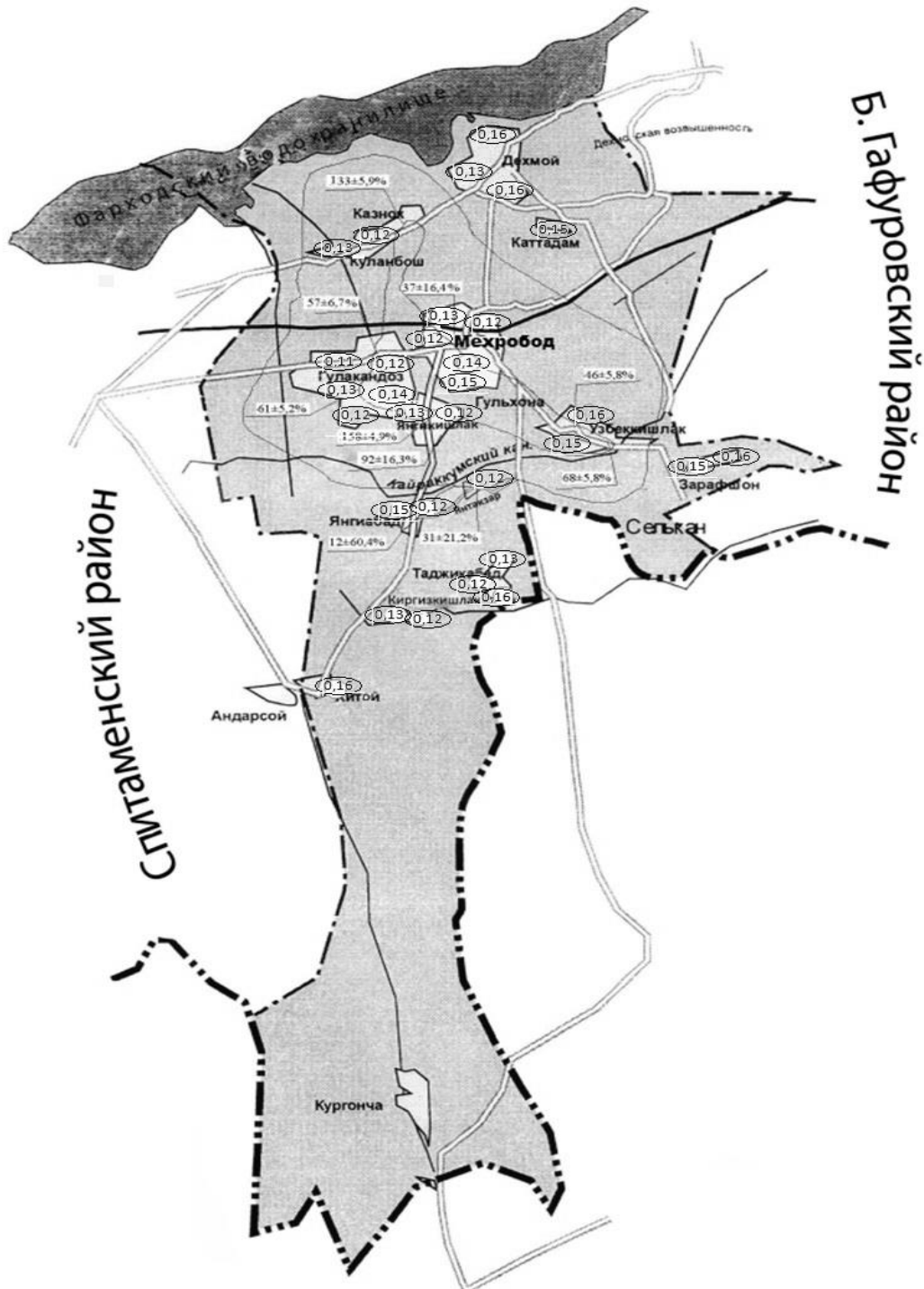
ОА радона в питьевой воде на территории Дж.Расуловского района

Место отбора пробы	pH	ОА радона, Бк/л
Джамоат Дигмай, источник Чашма (родник 1 на расстояние 8 км от хвостохранилища)	7.0	11.1±4
Джамоат Дигмай, источник Чашма (родник 2 на расстояние 8 км от хвостохранилища)	7.0	19.8±8
Джамоат Дигмай, источник, Сассикбулок (родник 3 на расстояние 6 км от хвостохранилища)	7.2	24.9±10
Поселок Газиян (западная часть, скважина 1)	7.0	37.0±13
Поселок Газиян (средняя часть, скважина 2)	7.0	36.3±14
Поселок Газиян (восточная часть, скважина 3)	7.3	32.7±13
Село Янгикишлак, скважина в центре	7.5	6.0±2
Село Янгикишлак, скважина 3 бригады	7.4	8.0±3
Село Янгикишлак, скважина 4 бригады	7.0	11.0±4
Поселок Мехробод, центральный рынок	7.8	13.0±4

Уровень вмешательства радиационного фактора, при превышении которого следует проводить определенные защитные мероприятия, для радона в питьевой воде составляет 60 Бк/л [4]. Полученные значения ОА радона в пробах воды ниже уровня вмешательства.

Кроме того, радон быстро распадается и период полураспада радона-222 составляет 3.82 суток. Это означает, что ОА радона снизится за 3.82 суток (примерно за 92 часа) в два раза. Поскольку дочерние продукты распада радона-222 являются металлами, они выпадают в осадок. Кроме распада радона в воде он испаряется из воды (дегазация) при хранении питьевой воды в открытом сосуде.

Определенные во время исследования значения ОА радона в питьевой воде и воздухе жилых помещений на территории Дж.Расуловского района Таджикистана представлены на карте (рис.).



Кыргызская Республика

Условные обозначения: $1.33 \pm 5.9\%$ – Значение ОАР, Бк/м³
 0.16 – МЭД, мкЗв/ч

Рис. ОА радона в воздухе и мощность эквивалентной дозы на территории Дж. Расуловского района Республики Таджикистан.

Таким образом, ОА радона в воздухе обследуемых помещений находится в пределах 20-158 Бк/м³, что ниже установленного предела для эксплуатируемых зданий (200 Бк/м³). Если покрыть поверхность под зданием бетоном толщиной 10 см, то пути просачивания радона из грунта в помещение перекрываются, в результате чего концентрация радона в помещении снизится в два раза. В летний период ни в одном из обследованных мест замеров не обнаружено превышения существующих нормативных значений эквивалентной равновесной объемной активности (200 Бк/м³).

В целом проведенной работой установлено, что содержание радонового потенциала на территории района остается стабильными и не оказывает существенного влияния на здоровье населения, что важно для учета дальнейшего социально-экономического развития данного района.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бобоев Б.Д., Назаров Х.М., Саломов Дж.А., Эрматов К.А., Миряхъяев В.М. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2015, №2(159), с.87-92.
2. Мирсаидов У.М. – Горный журнал, 2012, №9, с.128-130.
3. Методика экспрессного измерения объёмной активности радона-222 в воде. – М.: ГСОЕИ, 2004, 21 с.
4. Нормы радиационной безопасности (НРБ-06) СП 2.6.1.001-06. – Душанбе: Дониш, 2006, 17 с.

И.У.МИРСАИДОВ, Х.М.НАЗАРОВ, Б.Д.БОБОЕВ, К.А.ЭРМАТОВ, А.АДХАМОВ,
М.З.АХМЕДОВ, С.М.БАХРОНОВ

МОНИТОРИНГИ РАДОН ДАР ҲУДУДИ НОҲИЯИ Ҷ.РАСУЛОВИ ҶУМҲУРИИ ТОҶИКИСТОН

Агентии амнияти ядрои ва радиатсионии Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон

Дар мақолаи мазкур натиҷаҳои мониторинги радон дар ҳудуди ноҳияи Ҷ.Расулови вилояти Суғди Ҷумҳурии Тоҷикистон оварда шудаанд. Замимаи радонии ҳудуд муайян гардида шудааст ва харитаи радиологии аввалаи радон барои ҳудуди мазкур тартиб дода шудааст. Муқаррар карда шудааст, ки таркиби радон дар ҳавои биноҳои мушоҳидашуда дар фосилаи 20-160 Бк/м³; дар таркиби оби нӯшокии ноҳия – дар фосилаи 6-37 Бк/л мебошад.

Калимаҳои калидӣ: радон, фаъолнокии ҳаҷмӣ, ҳаво, радиометр, эксхалатсия.

I.U.MIRSAIDOV, KH.M.NAZAROV, B.D.BOBOEV, K.A.ERMATOV, A.ADKHAMOV,
M.Z.AKHMEDOV, S.M.BAHRONOV

**RADON MONITORING IN THE TERRITORY OF J.RASULOV DISTRICT OF
THE REPUBLIC OF TAJIKISTAN**

Nuclear and Radiation Safety Agency, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan

The results of radon monitoring in the territory of the J.Rasulov district of the Sughd region of the Republic of Tajikistan are presented. Radon background of the territory was determined and a preliminary radiological map of the radon of this area was compiled. It is established that the radon content in the air of the surveyed premises is in the range of 20-160 Bq/m³; in the drinking waters of the region – within 6-37 Bq/m³.

Key words: radon, volumetric activity, air, radiometer, exhalation.

УДК 563.12:551.73

А.А.САБИРОВ

ЭВОЛЮЦИЯ РОДОВ ПАРАТУРАММИНИД (ФОРАМИНИФЕРЫ)

Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии

АН Республики Таджикистан

Поступила в редакцию 01.02.2017 г.

На основе изучения морфологии и систематики фораминифер предложены разработанные автором филогенетические схемы развития 7 родов известковых фораминифер семейства Parathuramminidae Вукова, 1955

Ключевые слова: фораминиферы, эволюция, филогенетические схемы.

Вопросам систематики и филогении семейств, подсемейств и некоторых родов отряда Parathuramminida был посвящен ряд работ автора [1-6], в которых приводился также анализ литературных данных по данной проблеме. В настоящей статье отражена точка зрения автора на ход эволюции лишь тех родов семейства Parathuramminidae Вукова, 1955, которые ранее не рассматривались. При этом в приведенные филогенетические схемы родов включены, в основном, виды, обитавшие в пределах Урало-Тяньшаньского бассейна и прилегающих акваторий Волго-Уральского и Печорского бассейнов, которые на различных отрезках геологического времени имели явную связь с Уралом и Тянь-Шанем.

Любые филогенетические построения являются субъективными и основаны на представлениях исследователя о систематике данной группы, в связи с чем схемы эволюции различных таксонов, разработанные разными авторами, сильно отличаются друг от друга. Это особенно относится к примитивным фораминиферам, имеющим ограниченное число систематических признаков, которые часто неустойчивы, форма их пластична, часто вторично деформирована в процессе захоронения и диагенеза из-за очень тонких стенок. Для примитивных однокамерных фораминифер невозможно применять биогенетический закон для восстановления хода их эволюции, так как, в отличие от многокамерных форм, развитие которых в течение их жизни иллюстрирует ход эволюции, филогенез у

Адрес для корреспонденции: Сабиров Абдувахид Абдухамидович. 734063, Республика Таджикистан, Душанбе, ул. Айни, 267, Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии АН РТ. E-mail: svakhid@mail.ru

них никак не отражается в онтогенезе. Поэтому, основными критериями филогенетических построений для них могут быть лишь исторический, палеогеографический и морфологический, на которых и основаны предлагаемые ниже схемы.

Временной разрыв между наиболее древними раннеордовикскими видами некоторых родов и их девонскими и каменноугольными представителями, найденными в Урало-Тяньшаньском бассейне (см. рис. 1, 3, 4), объясняется не биотическими кризисами в развитии, а абиотическими факторами – отсутствием благоприятных для развития и сохранности фораминифер фаций.

Развитие родов паратурамминид, так же как и остальных фораминифер отряда Parathuramminida, по-видимому, началось с архесферид еще в кембрии, с рода *Archaeosphaera* Suleimanov, 1945, наиболее древним представителем которого является вид *Archaeosphaera cambrica* Reitlinger, 1959, известный из кембрийских отложений Сибири. Паратурамминиды, вероятно, произошли от архесфер в результате появления у раковин устьев различной формы, которые взяли на себя роль органов связи организмов с внешней средой вместо скрытых очень тонких пор [7]. Наиболее древние архесферины в Тянь-Шане найдены пока только из нижнеордовикских отложений Таласского хребта. При этом, вопреки существовавшим представлениям [8], уже в это время были распространены как тонкостенные формы подсемейства Parathurammininae, так и толстостенные формы, относящиеся к Parathuramminitinae, причем как с устьевыми возвышениями, так и без них [9]. От первых, в результате дифференциации стенки, в начале среднего девона произошли салтовскаджинины, а от вторых, в раннем фамене, вследствие приобретения признака подразделения однокамерной раковины на псевдокамеры – кухистанеллины [1].

Филогенетические связи видов некоторых родов семейства Parathuramminidae Вукова, 1955

Роды *Parathuramina* и *Tchuvashovella*. Возможно, виды этих родов произошли от одного общего предка, каким может быть вид *Tchuvashovella talassica* (Sabirov et Guschin) из раннего ордовика Тянь-Шаня. При этом прослеживаются две линии развития. Одна из них развивалась в направлении уменьшения относительного размера устьев и изменения формы раковин от угловатой, связанной с наличием относительно крупных конических устьевых возвышений у предков, к сферической с более мелкими возвышениями относительно общих размеров камеры. Это – линия развития рода *Parathuramina*, первые представители которого в Тянь-Шане известны с лохковского века раннего девона (*P. mirabile* Saltovskaja), которые затем интенсивно дивергируют с образованием многочисленных видов, последние из которых найдены в отложениях турнейского и визейского ярусов (рис. 1). Среди них обособляются тонкостенные формы с гладкой с обеих сторон стенкой равномерной толщины и сосочковидными устьевыми возвышениями (подрод *Parathuramina*), и такие же формы с ширококоническими возвышениями (подрод *Astroparathuramina*).

Другая линия развития соответствует роду *Tchuvashovella*, находки которого в отложениях выше нижнего ордовика пока не известны вплоть до франского яруса, когда появляются виды *Tchuvashovella papillaeformis minima* (Sabirov) и *T. subquadrata* (Sabirov), после которых в фаменском и турнейском веках наблюдается интенсивное видообразование. Последние представители рода доживают до визейского века. Раковины всех видов чувашовелл имеют устьевые возвышения и устьевые каналы конической формы, а форма их раковин и внутренних полостей угловатая и коррелятивно связана с количеством устьевых возвышений в сечении. Отдельные виды рода имеют более толстые стенки, по строению близкие к строению стенок спиозелл, в этом случае отличаясь от последних конической формой устьевых каналов и возвышений (см. рис. 1).

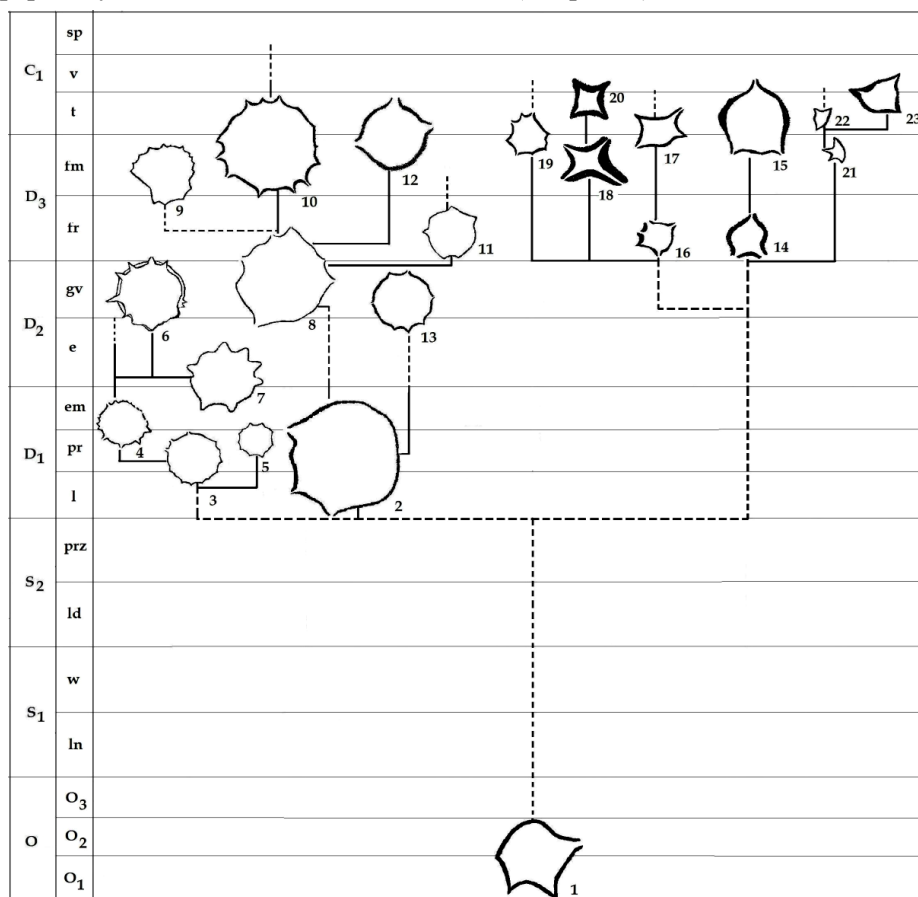


Рис. 1. Предполагаемые филогенетические связи между видами родов *Parathurammia* и *Tchuvashovella*

1 – *Tchuvashovella talassica* (Sabirov et Gushchin); 2 – *Parathurammia mirabile* Saltovskaja; 3 – *P. eoarguta* Sabirov; 4 – *P. arguta* Pronina; 5 – *P. graciosa* Pronina; 6 – *P. tamarae* Petrova; 7 – *P. (Astroparathurammia) gissarica* (Sabirov); 8 – *P. macilenta* Pronina; 9 – *P. turgida* Tchuvashov; 10 – *P. dagmarae* Suleimanov; 11 – *P. breviradiosa* Reitlinger; 12 – *P. khausieramica* Sabirov; 13 – *P. tenuissima* (Pojarkov); 14 – *T. papillaeformis minima* (Sabirov); 15 – *T. papillaeformis* (Pojarkov); 16 – *T. subquadrata* (Sabirov); 17 – *T. postsubvasta* (Sabirov); 18 – *T. stellaformis* (Grozdilova et Lebedeva); 19 – *T. karamazarica* (Sabirov); 20 – *T. quadrata* (Brazhnikova et Vdovenko); 21, 22 – *T. chuvashovi* (Sabirov); 23 – *T. triangula* (Brazhnikova et Vdovenko).

Род *Spinosella*. Спинозеллы объединяют формы с трубчатыми устьевыми возвышениями, но со своеобразной стенкой, характеризующейся гладкой с внутренней стороны и шероховатой снаружи стенкой неравномерной толщины, которая является более толстой между устьями и постепенно утоняется в направлении возвышений (см. рис. 2).

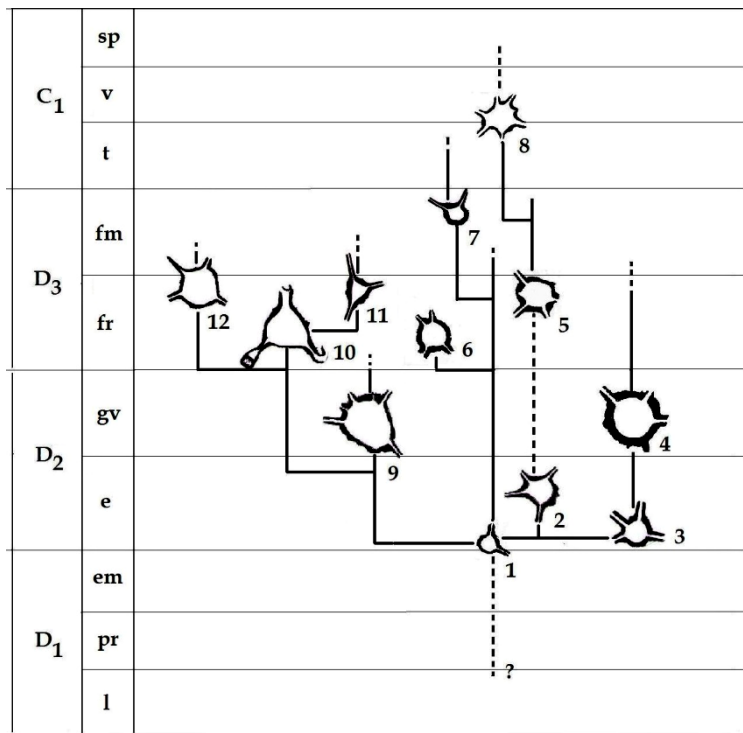


Рис. 2. Предполагаемые филогенетические связи между видами рода *Spinosella*

1 – *Spinosella paulis* (Bykova); 2 – *S. spinosa kakvensis* (Petrova); 3 – *S. totaensis* (Petrova); 4 – *S. elegans* (Pojarkov); 5 – *S. spinosa spinosa* (Lipina); 6 – *S. shishkatica* (Sabi-rov); 7 – *S. stellata* (Lipina); 8 – *S. yuraica* (Sabi-rov); 9 – *S. ivdelensis* (Pronina); 10 – *S. ramosa* (Reitlinger); 11 – *S. radiata* (An-tropov); 12 – *S. subvasta* (Bykova).

Они известны с эйфельского века среднего девона, однако, возможно, появились несколько ранее, еще в нижнем девоне. Предками их могут быть салпинготураммины, у которых изменилось строение стенки. Наиболее древним представителем рода является вид *Spinosella paulis* (Bykova), от которого, по-видимому, произошли все более молодые виды. Наибольшего разнообразия спинозеллы достигают во франском веке и доживают до визейского. Друг от друга они отличаются формой раковины и ее внутренней полости, толщиной стенки, длиной устьевых возвышений и их количеством.

Род *Suleimanovella*. Наиболее древний представитель рода найден в отложениях нижнего ордовика Таласского хребта, но, возможно, сулеймановеллы появились еще в кембрии. Вид *S. eosuleimanovi* (Sabi-rov et Gushchin) имеет рыхлую, сильно шероховатую толстую стенку и большие размеры. В вышележащих отложениях, вплоть до нижнего девона, сулеймановеллы не встречены. В пражском веке появилась форма *S. suleimanovi minima* (Sabi-rov), отличающаяся от типового подвида, распространенного от верхов живета до визейского века, лишь малыми размерами.

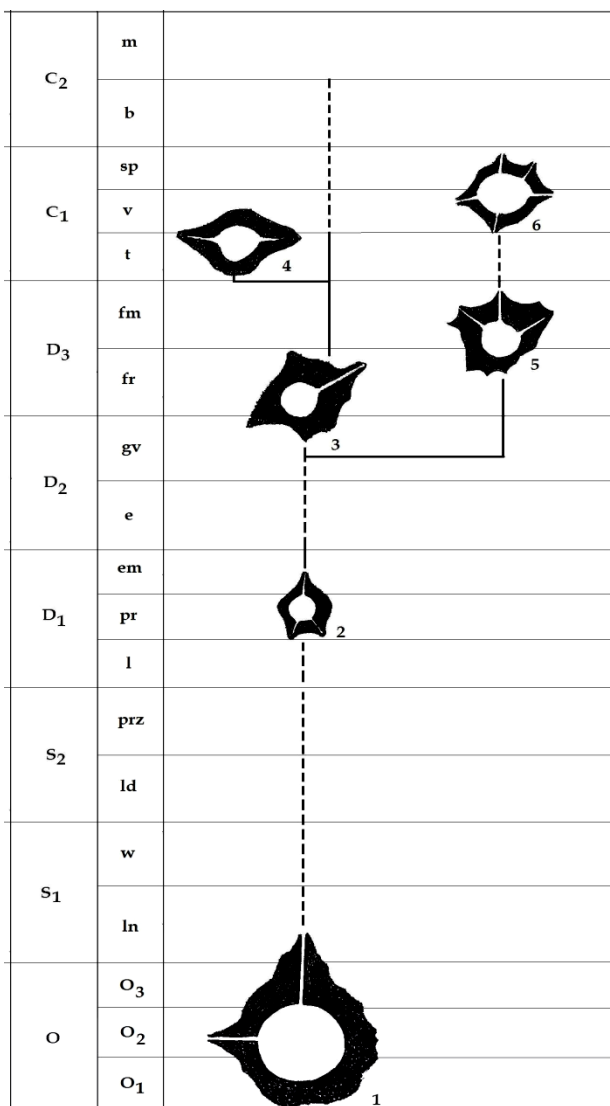


Рис. 3. Предполагаемые филогенетические связи между видами рода *Suleimanovella*

1 – *Suleimanovella eosuleimanovi* (Sabirov et Gushchin); 2 – *S. suleimanovi minima* (Sabirov); 3 – *S. suleimanovi suleimanovi* (Lipina); 4 – *S. ovalis* (Brazhnikova et Vdovenko); 5 – *S. paracushmani* (Reitlinger); 6 – *S. clivosa* (Pronina).

Эволюция сулеймановелл от предковой формы к более молодым шла в направлении, прежде всего, совершенствования структуры стенки, более компактной упаковки и уменьшения размеров кальцитовых зерен. Внешняя форма раковины у различных видов была разнообразной, однако неизменной оставалась правильная шарообразная форма внутренней полости. Число конических устьевых возвышений с цилиндрическими каналами, от количества которых зависела форма раковины, в сечении не превышало пяти, чаще всего составляя 1-3.

устьевых возвышений с цилиндрическими каналами, от количества которых зависела форма раковины, в сечении не превышало пяти, чаще всего составляя 1-3.

Род *Parathuramminites*. Предки рода, видимо, существовали еще в кембрии, так как из отложений нижнего ордовика найдены два вида, отличающиеся друг от друга формой и размерами раковин, толщиной стенки, диаметром устьевых каналов и формой внутренней полости.

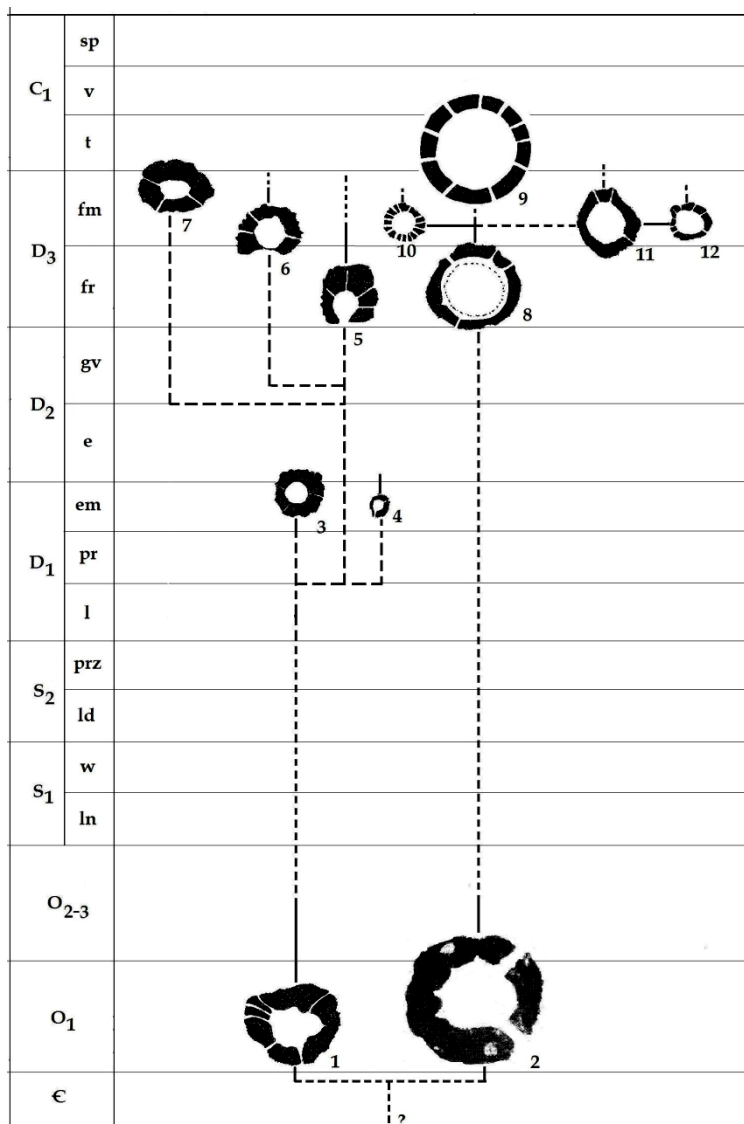


Рис. 4. Предполагаемые филогенетические связи между видами рода *Parathuramminites* 1 – *Parathuramminites kainaricus* (Sabirov et Gushchin); 2 – *P. sphaericus* (Sabirov et Gushchin); 3 – *P. subrus* (Anfimov); 4 – *P. minutus* (Anfimov); 5 – *P. devonica* (Visarionova); 6 – *P. obnata* (Tchuvashov); 7 – *P. concisa* (Tchuvashov); 8 – *P. oshiensis* (Pojarikov); 9 – *P. vasiljevae* Pojarikov; 10 – *P. insolitus* (Sabirov); 11 – *P. cushmani cushmani* (Suleimanov); 12 – *P. cushmani minima* (Antropov).

Это *Parathuramminites kainaricus* (Sabirov et Gushchin) и *P. sphaericus* (Sabirov et Gushchin). От первого из них намечается линия развития форм, имеющих средние и малые размеры раковины и внутренней полости и более толстую, относительно размеров внутренней полости, стенку. Первые из них найдены только в эмском ярусе нижнего девона, а от них произошли виды, развитие которых прослеживается до фаменского века включительно.

От второго вида прослеживается линия развития шарообразных и близких к ним форм, отличающихся от форм линии *P. kainaricus* большей, относительно размеров самой раковины и толщины ее стенки, внутренней полостью. Первый такой вид – *P. oshiensis* (Pojarikov) появляется только во франском веке, более древние промежуточные формы не найдены. Вероятнее всего, от него в раннем фамене произошли более мелкие по размерам виды *P. insolitus* (Sabirov), *P. cushmani cushmani* (Suleimanov) и *P. cushmani minima* (Antropov), а также, во второй половине фаменского века, – вид *P. vasiljevae* Pojarikov с со-

вершенной формы раковины и многочисленными крупными устьевыми каналами. Предковые формы обеих линий развития, распространенные в ордовике, имеют более рыхлую зернистую стенку, в которой часто заключены более крупные светлые зерна кальцита. С течением времени структура стенки становится более плотной, зерна располагаются более упорядочено и компактно, их размеры уменьшаются (см. рис. 4).

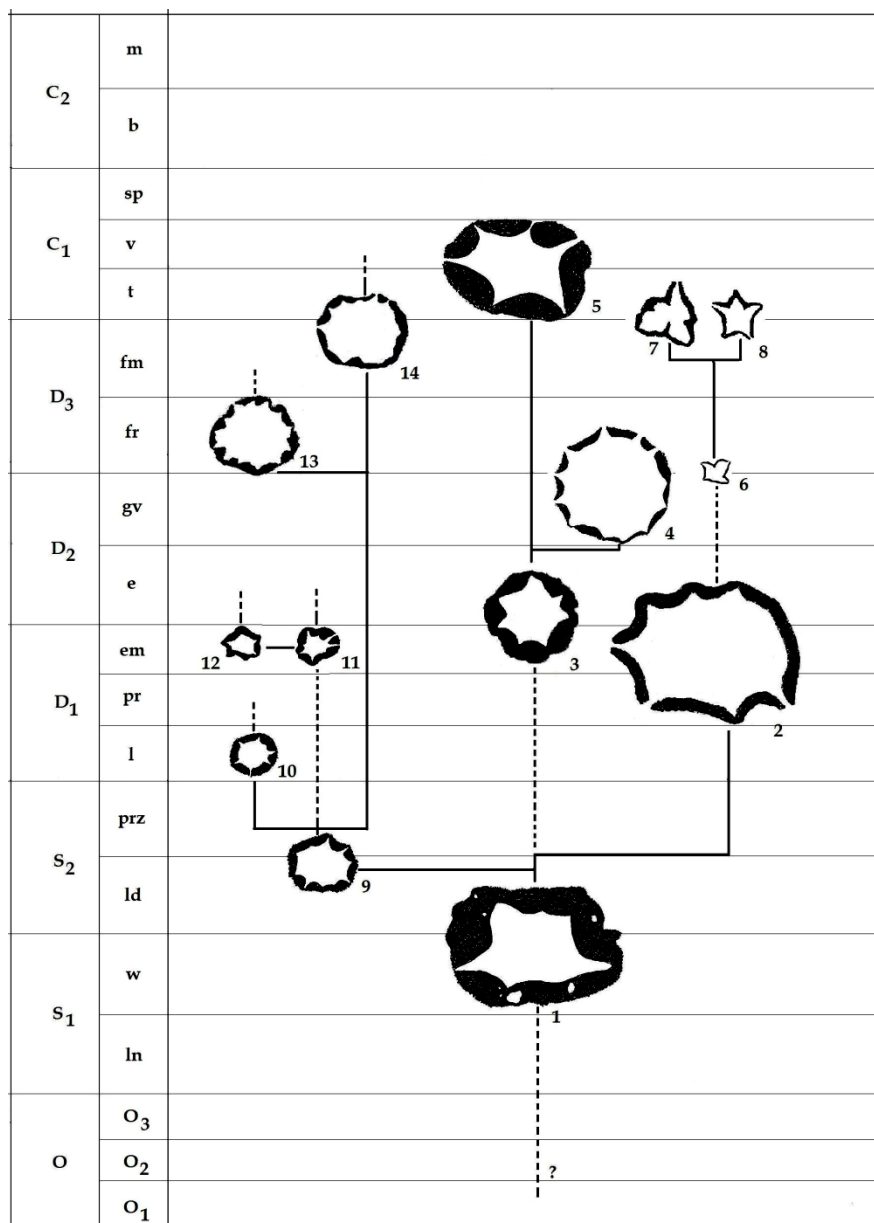


Рис. 5. Предполагаемые филогенетические связи между видами родов *Kolongella* и *Kukhistanella*
 1 – *Kolongella poligona* (Pronina); 2 – *K. bardashevi* (Sabiroy); 3 – *K. eocrassa* (Sabiroy); 4 – *K. crassa* (Pronina); 5 – *K. astra* (Sabiroy); 6 – *Kukhistanella praemikhnoae* (Sabiroy); 7 – *K. mikhnoae* (Sabiroy); 8 – *K. mariae* (Sabiroy); 9 – *Kolongella kolongensis* (Pronina); 10 – *K. micula* (Petrova); 11 – *K. mutilatus* (Anfimov); 12 – *K. stelliformis* (Anfimov); 13 – *Kolongella* sp.; 14 – *K. irregularis* (Sabiroy).

Роды *Kolongella* и *Kukhistanella*. Оба эти рода, по-видимому, филогенетически связаны и имеют общее происхождение, так как оба характеризуются устьевыми каналами конической формы, а признак подразделения камеры пережимами и псевдосептами, характерный для кухистанелл, в зачаточном виде наблюдается и у некоторых колонгелл (см. рис. 5). Предковой формой для обоих родов может быть толстостенный вид *Kolongella poligona* (Pronina) из венлокских и лудловских отложений Урала, который, подобно другим древним паратурамминидам, имеет более рыхлую стенку с включениями более крупных и светлых зерен кальцита. Вероятно, от него в эмском веке произошла толстостенная форма *K. eocrassa* (Sabirov), которая являлась предком появившегося на рубеже фаменского и турнейского веков вида *K. astra* (Sabirov). В живетском веке от первого произошел также вид *K. crassa* (Pronina), имеющий более совершенную сферическую форму и относительно более тонкую стенку. Вторая линия развития также берет начало от *K. poligona* (Pronina) и представлена более мелкими и более тонкостенными видами, первый из которых – *K. kolongensis* (Pronina) – появился в лудловском веке силура, а последний – *K. irregularis* (Sabirov) – в позднем фамене и просуществовал до визейского века.

Еще одна линия развития также прослеживается от *K. poligona* (Pronina) к виду *K. bardashevi* (Sabirov), появившемуся в пражском веке, у которого, в отличие от других колонгелл, намечаются признаки появления низких конических устьевых возвышений в местах окончания конических каналов, проходящих сквозь стенку. От него, возможно, в результате появления признака подразделения камеры на части, произошли кухистанеллы, у которых конические устьевые каналы расположены внутри конических же устьевых возвышений. При этом, сначала во франском веке появляется вид *K. praemikhnoae* (Sabirov), а от него в позднем фамене – виды с более крупной раковиной и более сильно выраженным признаком подразделения камеры – *K. mikhnoae* (Sabirov) и *K. mariae* (Sabirov).

Выводы

Анализ приведенных филогенетических схем показывает, что, несмотря на общую тенденцию постепенного увеличения количества и разнообразия видов и родов в течение палеозойской истории развития паратурамминид, в интервале среднего-позднего ордовика, силура и раннего девона разнообразие большинства из них значительно снижается. Связано это, по-видимому, не с особенностями эволюции, а с абиотическими факторами, прежде всего, с отсутствием благоприятных фаций. Развитие в нижнем ордовике Тянь-Шаня карбонатных фаций в ряде структурно-фациальных зон способствовало появлению и развитию значительного количества родов и видов фораминифер отряда Parathuramminida, а затем их разнообразие резко снижается. В перекрывающих отложениях на этой территории развиты, главным образом, геосинклинальные терригенные отложения (ордовик-нижний силур), доломиты, доломитизированные известняки, карбонатно-терригенные, кремнистые и другие отложения (верхний силур-нижний девон), неблагоприятные для развития фораминифер. Чистые известняки в этом интервале встречаются

очень редко, в связи с чем, находки фораминифер исключительно редки и поэтому они слабо изучены.

Эволюция паратурамминид, так же как и других семейств примитивных известковых фораминифер, шла в направлении оптимизации структуры их стенок (от рыхлых неравномерных по толщине и шероховатых на обеих поверхностях к более равномерным и гладким с более упорядоченным расположением зерен кальцита), а также в направлении совершенствования формы раковин, улучшения связи их внутренней полости с внешней средой. При этом форма устьевых каналов и устьевых возвышений, их число и размеры, толщина стенки в различных филогенетических ветвях существенно различались и не обязательно менялись однонаправлено. К примеру, в одной ветви с течением времени размеры раковин могли укрупняться, а в другой – уменьшаться, что, по-видимому, было связано с приспособлением к меняющимся условиям среды.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сабиров А.А. *Kukhistanella* – новый род фораминифер из девонских и турнейских отложений Таджикистана – ДАН РТ, 2012, т. 55, № 6, с. 487-493.
2. Сабиров А.А. Два новых рода примитивных палеозойских фораминифер – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим, геол. и техн. н., 2014, № 1 (154), с. 107-113.
3. Сабиров А.А. К систематике родов *Suleimanovella* Juferev, 1984 и *Kolongella* Zadorozhnyi, 1984 (известковые фораминиферы) – Геологическая корреляция и геодинамика складчатых областей. - Душанбе: Дониш, 2015а, с. 39-44.
4. Сабиров А.А. Систематика паратурамминид – Известия АН РТ, отд. физ.-мат., хим, геол. и техн. наук, 2015б, № 3 (160), с. 100-108.
5. Сабиров А.А. Систематика и филогения рода *Paralagena* Sabirov, 1986 (фораминиферы) – Докл. АН РТ, 2015в, т. 58, № 6, с. 527-532.
6. Сабиров А.А. Систематика и филогения салпинготураммин (известковые фораминиферы) – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим, геол. и техн. н., 2016, № 1 (162), с. 112-119.
7. Сабиров А.А. К вопросу о принадлежности некоторых паратурамминидей без устьев к фораминиферам – Изв. АН ТаджССР. Отд. физ.-мат., хим. и геол. наук, 1987, № 1 (103), с. 62-67.
8. Поярков Б.В. Стратиграфия и фораминиферы девонских отложений Тянь-Шаня. – Фрунзе: Илим, 1969, 169 с.
9. Сабиров А.А., Гуштин С.Б. Новые раннеордовикские известковые фораминиферы Среднего Тянь-Шаня. – Палеонтол. журнал, 2006, №1, с. 13-19.

А.А.СОБИРОВ

**ТАҲАВВУЛОТИ ЗОТҲОИ ПАРАТУРАММИНИДҲО (ФОРАМИНИФЕ-
РАҲО)**

*Институти геология, сохтмони ба заминчунбии тобовар ва сейсмологияи
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Дар асоси омӯзиши сохт ва таснифоти фораминифераҳо нақшаҳои филогенетикии 7 зоти фораминифераҳои оҳакии оилаи Parathuramminidae Bykova, 1955, ки аз тарафи муаллиф коркард шудааст, пешниҳод карда шудааст.

Калимаҳои калидӣ: фораминифераҳо, таҳаввулот, нақшаҳои филогенетики.

A.A.SABIROV

**THE EVOLUTION OF THE GENERA OF PARATHURAMMINIDES
(FORAMINIFERA)**

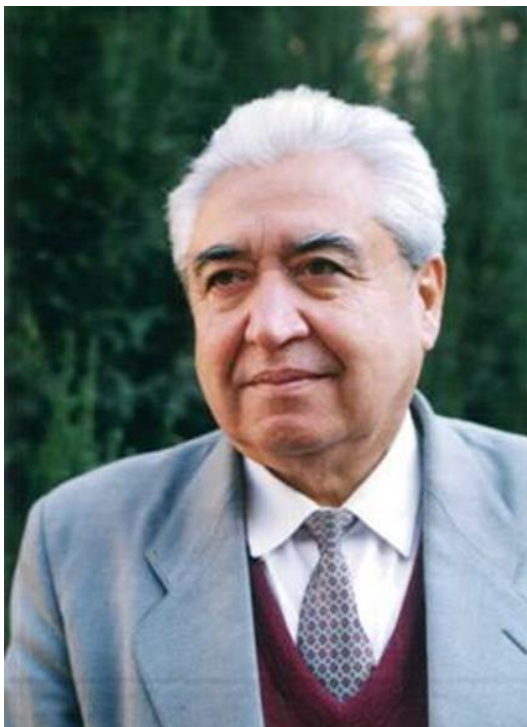
*Institute of Geology, Earthquake Engineering and Seismology,
Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

In the article on the basis of the author's research on morphology and taxonomy the phylogenetic schemes of 7 genera calcareous foraminifers' development of the family Parathuramminidae Bykova, 1955 have been constructed.

Key words: foraminifera, evolution, phylogenetic schemes.

ЮБИЛЕЙ УЧЕНОГО

АКАДЕМИКУ ПАЧАДЖАНОВУ ДАЛЕРУ НАБИДЖАНОВИЧУ 80 ЛЕТ



3 апреля 2017 г. видному ученому в области геохимии и аналитической химии доктору геолого-минералогических наук, профессору, заслуженному деятелю науки Республики Таджикистан, отличнику просвещения СССР и Республики Таджикистан, Почётному геологу Таджикистана, лауреату премии им. Авиценны Республики Таджикистан и премии «Звезды Содружества» СНГ Пачаджанову Далеру Набиджановичу исполнилось 80 лет со дня рождения и 58 лет научной, педагогической и общественной деятельности.

Его жизнь является ярким примером служения науке. В академике Д.Н.Пачаджанове прекрасно сочетаются все лучшие качества ученого. Его вклад в развитие геохимии и аналитической химии в Респуб-

ке Таджикистан огромен.

В шестидесятых годах прошлого столетия он стоял у истоков создания в Институте химии им. В.И.Никитина лаборатории геохимии и аналитической химии.

Д.Н.Пачаджанов является крупным ученым в области геохимии осадочного процесса и аналитической химии. Им опубликовано около 500 научных работ в отечественной и зарубежной печати, восемь монографий, получено более десяти авторских свидетельств на изобретения, часть из которых внедрена в практику. В своих работах ученый избрал путь комплексного изучения осадочного процесса – создание надежной геологической основы (литолого-фациальный анализ, палеогеографические и палеогидрохимические построения) для правильной интерпретации геохимических данных на физико-химической основе. Все работы базируются на огромном фактическом материале.

Палеогеографические исследования, проведенные Д.Н.Пачаджановым, позволили выявить перспективные площади на новые угольные месторождения. Установлен геохимический фон для широкой группы химических элементов, что является необходимым этапом при постановке и проведении геолого-поисковых работ. Разработаны новые кри-

терии для поиска осадочных месторождений некоторых металлов (серебра, золота, висмута, сурьмы и др.). Установлены промышленно важные концентрации бора, серебра, урана, лития и других металлов в рассолах и осадках озер Сассыккуль, Тузкуль, Чукуркуль и ряда других. Особое значение имеют многолетние гидрохимические исследования поверхностных вод Таджикистана, территория которого является важнейшей зоной формирования стока в Центрально-Азиатском регионе.

По инициативе и при непосредственном участии Д.Н.Пачаджанова начаты и проведены работы в области аналитических органических реагентов. Синтезировано значительное число новых фотометрических реагентов из числа тиазолиловых и триазиоловых соединений, которые защищены авторскими свидетельствами СССР. Получение новых органических реагентов позволило разработать эффективные фотометрические методы определения кобальта, палладия, урана, тория, никеля, меди и др. элементов

Д.Н.Пачаджанов проводит большую работу по подготовке высококвалифицированных специалистов в области геохимии и аналитической химии. Он читал курс лекций «Геохимия и геохимические методы поисков полезных ископаемых» на геологическом факультете Таджикского национального университета, многократно назначался Председателем Государственной экзаменационной комиссии химического факультета этого университета, руководил работами студентов-дипломников, аспирантов и докторантов, являлся членом ряда диссертационных советов.

В течение многих лет Д.Н.Пачаджанов возглавлял Малую Академию наук РТ (МАН). За эти годы Малая Академия наук стала признанным центром в бывшем СССР по профориентации школьников и привлечению одаренных детей в науку. Малая Академия наук добилась права выдавать особо одаренным детям рекомендации для поступления в вузы страны без вступительных экзаменов. В работе секций Малой Академии наук приняли участие около 5000 школьников, более 200 из которых получили рекомендации для поступления в вузы соответствующего профиля без сдачи вступительных экзаменов. Малая Академия наук начала налаживать международные связи. В 1991-1992 гг. Д.Н.Пачаджанов организовал и руководил экологическими лагерями «Ширкент», в работе которых приняли участие специалисты и школьники из Таджикистана и России, а также ученые и студенты из Колорадского, Калифорнийского, Чикагского и других университетов США.

Большую работу Д.Н.Пачаджанов проводит по внедрению современных информационных технологий в деятельность АН РТ. По гранту Научного комитета НАТО (1997 г.), с помощью САДА и Фонда Сороса в 2000 г. был реализован Проект создания первой очереди компьютерных сетей Академии наук (содиректор со стороны РТ Д.Н.Пачаджанов) с выходом в ИНТЕРНЕТ. Создана Таджикская Ассоциация пользователей академическими и вузовскими компьютерными сетями TARENA (исполнительный директор академическими сетями Д.Н.Пачаджанов).

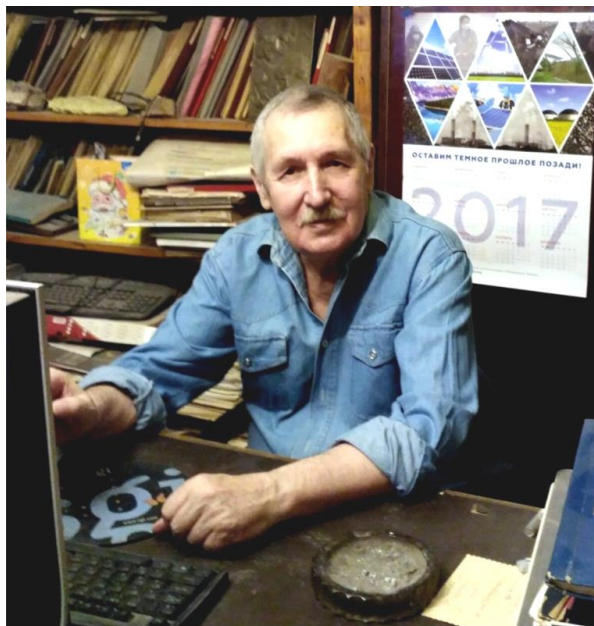
Д.Н.Пачаджанов – один из активных организаторов науки в Таджикистане. Огромная трудоспособность, одаренность, настойчивость, целеустремленность и доброжелательность снискали Д.Н.Пачаджанову заслуженное уважение и авторитет среди ученых Таджикистана и зарубежных стран.

Академику Д.Н. Пачаджанову 80 лет. Мы желаем ему крепкого здоровья и новых творческих успехов.

*З.К.Мухидинов, У.М.Мирсаидов,
Д.Х.Халиков, В.Д.Абулхаев*

ЮБИЛЕЙ УЧЕНОГО

ИГОРЮ АЛЕКСАНДРОВИЧУ БАРДАШЕВУ 70 ЛЕТ



В 2017 г. отмечает свое 70-летие и 55-летие трудовой деятельности ведущий научный сотрудник Института геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии, кандидат геолого-минералогических наук, известный палеонтолог и стратиграф Игорь Александрович Бардашев.

И.А.Бардашев родился 2 сентября 1947 г. в г. Майкопе, столице Адыгейской АО РСФСР, но считает своей родной Душанбе, так как его родители, проживавшие в тогдашнем Сталинабаде, лишь на несколько месяцев переехали в Майкоп, откуда вернулись в 1948 г., сра-

зу же после рождения сына.

В 1964 г. он закончил школу, причем два последних года учился в вечерней школе рабочей молодежи и уже с этого времени, в пятнадцатилетнем возрасте, начал свою трудовую жизнь с профессии токаря, до 1967 г. сменив много рабочих профессий. Любовь к горам привела его в 1965 г. на заочное отделение геологического факультета Таджикского государственного университета им. В.И.Ленина, который он закончил в 1971 г. по специальности геологическая съемка и поиски полезных ископаемых. В 1977-1981 гг. он учился в заочной аспирантуре при Институте геологии АН ТаджССР и в 1982 г. защитил кандидатскую диссертацию по теме: «Конодонты нижнего девона западной части Зеравшано-Гиссарской горной области и их стратиграфическое значение».

30 лет (1967-1997 гг.) Игорь Александрович работал в системе Управления геологии в составе трех различных геологических партий. Прошел все ступеньки по служебной лестнице от младшего техника-геолога до начальника Стратиграфической партии Таджикской поисково-съёмочной экспедиции (1976-1997 гг.). За отличную работу поощрялся многочисленными грамотами и благодарностями Управления геологии и Таджикской поисково-съёмочной экспедиции, занесен в Книгу почета ТПСЭ. Серьезно заниматься наукой в области стратиграфии и палеонтологии палеозоя Средней Азии Игорь Алексан-

дрович стал, работая в Стратиграфической партии, где начал изучать архистратиграфическую, быстро эволюционирующую группу ископаемых организмов – конодонты. Это позволило ему решить многие спорные вопросы региональной стратиграфии, а также внести существенный научный вклад в раздел палеонтологии, изучающий конодонты.

В 1972-1973 гг. И.А.Бардашев достойно прослужил в рядах Советской армии, награжден многочисленными грамотами и благодарностями и нагрудным знаком «Отличник Советской Армии».

С 1997 г. и поныне он работает старшим, затем ведущим научным сотрудником в Лаборатории палеонтологии и стратиграфии им. М.Р.Джалилова Института геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии АН РТ.

С начала научной деятельности И.А.Бардашевым впервые комплексно и детально изучено более 100 разрезов, представляющих практически все фации в палеозое Таджикистана и некоторых сопредельных территорий Узбекистана и Киргизии. Проведена фациальная типизация изученных отложений (выделено 26 фациальных типов разрезов девона и карбона, из них 15 новых). Установлена непрерывность девонского осадконакопления в Таджикистане, доказано широкое развитие отложений среднего и верхнего девона в Центральном Таджикистане, ранее большинством специалистов отрицаемое, надежно обоснован возраст малоизученных и проблематичных кремнистых и кремнисто-карбонатно-терригенных образований в Зеравшано-Гиссаре, доказана гетерогенность дискуссионных терригенно-карбонатных толщ Зеравшанского хребта. На основе использования батиметрического фактора предпринята попытка реконструировать палеообстановки осадконакопления разнофациальных отложений девона и смежных с ними образований. Высказано предположение, что они формировались на различных участках шельфа и склона пассивных континентальных окраин и глубоководной абиссальной равнины геосинклинальных бассейнов вблизи континентального подножия гипотетических континентов – Казахстанского и Гондванского. Впервые на изученной территории установлено широкое развитие образований турбидитных потоков. Разработаны качественно новые детальные схемы региональных и местных стратиграфических подразделений. С детальными литологической и палеонтологической характеристиками описано более 100 стратонтов, 50 из которых впервые выделены юбиларом. Результаты исследований учитывались при разработке региональных и рабочих стратиграфических схем и легенд к геологическим картам в подразделениях Производственного объединения “Таджикглавгеология”, широко использовались при проведении разномасштабных геолого-съемочных работ в Таджикистане и в изложении результатов этих работ в производственных отчетах. Его материалы по Таджикистану были учтены при определении границы нижнего и среднего отделов девона МСШ и продолжают учитываться при определении объемов и границ подъярусов девонской системы и в совершенствовании стандартной шкалы конодонтовой зональности.

В 1978 г. произошло важное событие, оказавшее большое влияние на всю дальнейшую научную деятельность И.А.Бардашева. Он стал участником полевой сессии Международной подкомиссии по стратиграфии девона (МПСД), проходившей в г. Самарканде и на разрезе Ходжакурган, где познакомился с виднейшими палеонтологами мира. Сотрудничество с председателем Международной подкомиссии по стратиграфии девона профессором из ФРГ Вилли Циглером и председателем Международной палеонтологической ассоциации профессором из Австралии Джоном Талентом, что позволило ему неоднократно (1988-2002 гг.) выезжать в научные командировки в Германию, Австрию (1997), Австралию (1998) и Иран (1998), где опубликованы его важные работы. В командировках в Германии он провел более года, написал и опубликовал в немецких научных журналах, обычно в соавторстве с В.Циглером, очень важные статьи.

И.А.Бардашевым впервые детально изучены конодонты из разнофациальных отложений силура и девона Таджикистана и некоторых сопредельных территорий Узбекистана и Киргизии. Определенные им конодонты представлены 54 родами и 700 видами, наиболее важными в стратиграфическом отношении. Из них им впервые описаны 2 семейства, 11 родов и 83 вида. На основе материалов из Таджикистана и источников мировой литературы он предложил принципиально новые схемы филomorфогенетического развития биостратиграфически важных родов конодонтов в раннем девоне и пограничных живет-франских отложениях, уточнил схему филomorфогенетического развития полигнатид в среднем девоне. Впервые биостратиграфическое расчленение девонских и смежных с ними разнофациальных отложений произведено на основе непрерывной последовательности 51 конодонтовых зон, преимущественно стандартных, глобального применения, сопоставленных с биостратиграфическими подразделениями по граптолитам, тентакулитам, фораминиферам, кораллам, брахиоподам и с подразделениями Международной стратиграфической шкалы. Для эмсского и пражского ярусов нижнего девона вместо общепринятой синтетической шкалы предложены альтернативные схемы конодонтовой зональности, разработанные на основе эволюционной последовательности таксонов, принадлежащих к одному роду. Уточнено положение международного стратотипа границы пражского и эмсского ярусов в разрезе Зинзильбан (Узбекистан), которое в действительности оказалось в основании более древней зоны.

Основные результаты научных исследований И.А.Бардашева неоднократно докладывались на международных научных конгрессах, симпозиумах и конференциях (Полевая сессия МПСД, Самарканд, 1978; XXXVII Геологический конгресс, Москва, 1984; V Европейский конодонтовый симпозиум, Франкфурт на Майне, 1988; Конференции в рамках проекта 421 Международной программы геологической корреляции: Франкфурт на Майне, 1997, 2001, Вена, 1998, Исфахан, 1998), на всесоюзных XXXIII и XXXIV сессиях ВПО (Ленинград, 1987, Баку, 1988); коллоквиумах и школах по конодонтам (Ленинград, 1981, 1983, Китаб, 1987, Киев, 1989), среднеазиатских (Совещания СредАзРМСК: Ташкент, 1986, 1987, 1990, 1991) и республиканских (Конференция по биоразнообразию, Ду-

шанбе, 2002), на заседаниях Научно-технического совета ТПСЭ ПО «Таджикглавгеология» и др.

Основные результаты исследований юбиляра опубликованы в 75 научных трудах, изданных в СССР, России, Таджикистане, ФРГ и Австралии, в том числе в 2-х авторских и 3-х коллективных монографиях. Из них 10 опубликовано на английском языке. Он участвовал в написании шести производственных и пяти научных отчетов. И сейчас И.А.Бардашев вкладывает все свои знания и опыт в написание главной книги в своей жизни: «Стратиграфия, конодонты и зональное расчленение девона Таджикистана».

И.А.Бардашев является действительным членом Международной палеонтологической ассоциации и Международного общества Пандера, членом-корреспондентом Международной подкомиссии по стратиграфии девона, членом рабочих групп по стратиграфии эмского и франского ярусов МПСД, много лет был членом Палеонтологического общества СССР, заместителем председателя Палеонтологического общества Таджикистана, заместителем председателя секции ордовика, силура и девона Среднеазиатской региональной межведомственной стратиграфической комиссии.

В честь Игоря Александровича коллеги назвали 2 вида конодонтов, один вид фораминифер и один вид миоспор. Он награжден грамотой Президиума АН РТ.

Обширные энциклопедические знания, трудолюбие и верность выбранному делу, доброжелательность, уважительное отношение к друзьям и коллегам снискали Игорю Александровичу наше уважение и любовь. Пожелаем ему крепкого здоровья и новых творческих успехов.

*Оймухаммадзода И.С., Сабиров А.А., Бардашева Н.П.,
Оспанова Н.К., Пулатова М.З., Хакимов Ф.Х.
и коллектив Главного Управления геологии
при Правительстве Республики Таджикистан*

ЮБИЛЕЙ УЧЕНОГО

АБДУВАХИДУ АБДУХАМИДОВИЧУ САБИРОВУ 70 ЛЕТ



В этом году отмечает 70 лет со дня рождения и 46 лет трудовой деятельности заведующий лабораторией палеонтологии и стратиграфии Института геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии АН РТ, кандидат геолого-минералогических наук Абдувахид Абдухамидович Сабилов.

Родился он 18 декабря 1947 г. в г. Самарканде Узбекской ССР. После окончания школы в

1966 г. поступил на геологический факультет Таджикского государственного университета им. В.И.Ленина, который закончил в 1971 г. по специальности «Геологическая съемка и поиски месторождений полезных ископаемых», получив диплом с отличием. В том же году был принят на работу в Институт геологии АН ТаджССР на должность старшего лаборанта лаборатории палеонтологии и стратиграфии и сразу поступил в аспирантуру. После окончания аспирантуры зачислен на должность младшего научного сотрудника Института геологии. В 1978 г. защитил кандидатскую диссертацию на тему «Девонские фораминиферы Зеравшано-Туркестанской зоны и их стратиграфическое значение» в г. Ташкенте. С 1979 по 1983 г. работал в должности старшего научного сотрудника, а в 1983 г. ВАК СССР присудил ему ученое звание старшего научного сотрудника. С 1983 по 2003 гг. был исполняющим обязанности заведующего лабораторией палеонтологии и стратиграфии Института геологии, а с 2006 г. по настоящее время – заведующим этой лабораторией.

В 1989-1991 гг. он участвовал в работе Кайраккумской экспедиции, а в 1991-1997 гг. работал также в Стратиграфической партии Таджикской поисково-съёмочной экспедиции ПО «Таджикгеология», участвовал в написании производственных отчетов их экспедиций.

За годы научных исследований в республиканской и зарубежной печати А.А.Сабировым опубликовано около 110 работ и написано 11 научных отчетов. В их числе 2 авторские и 3 коллективные монографии.

За годы научных исследований в палеозойских отложениях Таджикистана А.А.Сабировым было выявлено и изучено более 450 видов ископаемых фораминифер, принадлежащих 76 родам, из которых 4 семейства, 4 подсемейства, 7 родов, 3 подрода и 89 видов являются новыми, впервые установленными и описанными автором в серии научных публикаций в республиканских и союзных изданиях.

Впервые изучено распространение комплексов фораминифер в стратиграфических подразделениях ордовика, силура, девона и турнейского яруса нижнего карбона Таджикистана.

На основе изучения стратиграфического значения девонских фораминифер им разработана детальная фораминиферовая шкала девонских отложений Таджикистана, а также решены некоторые спорные вопросы региональной стратиграфии. В частности, впервые палеонтологически доказано наличие отложений фаменского яруса в карбонатных отложениях на северном склоне Зеравшанского хребта. Установлено, что в известняковой гряде Гальчабаши в Южной Фергане отсутствуют картируемые на Геологической карте масштаба 1:500000 (1984) отложения среднего девона, франского и турнейского ярусов и весь разрез относится к фаменскому ярусу, а в разрезах гряды Каратау (Караотек) в том же регионе отсутствуют отложения среднего девона и разрез начинается с франского яруса, а не с фаменского, как считалось ранее. Доказано, что в карбонатных разрезах баульской подзоны северного склона Туркестанского хребта макрофауна и конodontы являются переотложенными, поэтому там отсутствуют выделявшиеся ранее отложения нижнего и среднего девона, нижнего франка и турнейского яруса, так как фораминиферы, находящиеся в нормальной стратиграфической последовательности, показывают наличие только верхнего франка и всех зон фаменского яруса, со скрытым стратиграфическим несогласием перекрывающихся визейскими отложениями.

По результатам многолетнего изучения морфологии примитивных фораминифер А.А.Сабировым разработана новая систематика этих простейших, пересмотрен систематический состав и объем многих таксонов родового и надродового ранга, внесены существенные изменения в их диагнозы. Разработаны новые филогенетические схемы развития отрядов, семейств, подсемейств и родов палеозойских известковых фораминифер. Рассмотрены также вопросы их терминологии, экологии, диморфизма, вторичных изменений стенки раковин, фациальной приуроченности и др., изучены факторы, контролирующие распределение и сохранность девонских фораминифер Таджикистана. Выявлены временные интервалы, с которыми связаны биотические и абиотические кризисы в развитии палеозойских фораминифер Таджикистана, изучена динамика их палеобиоразнообразия, изучены и описаны следы динозавров в местонахождениях долины р. Ширкент.

Он являлся активным членом Всесоюзного палеонтологического общества и Палеонтологического общества Таджикистана, представителем от Института в Комитете народного контроля Таджикистана, много лет был членом месткома профсоюзов, ответственным за физкультуру и спорт.

В честь Абдувахида Абдухамидовича коллеги назвали один вид фораминифер и один вид конодонтов. Он награждался грамотами Президиума АН РТ и Таджикского Республиканского комитета профсоюзов работников просвещения, высшей школы и научных работников, Комитета народного контроля республики и др.

Разносторонние академические знания, высокие моральные качества, трудолюбие, верность однажды и навсегда выбранному делу, ровные, доброжелательные, но в то же время требовательные отношения с коллегами и друзьями заслуженно вызвали нашу любовь и огромное уважение к юбиляру.

Пожелаем ему здоровья, долголетия и новых творческих успехов.

*И.С.Оймухаммадзода, И.А.Бардашев, Н.П.Бардашева,
Н.К.Оспанова, М.З.Пулатова, Ф.Х.Хакимов
и коллектив Главного Управления геологии
при Правительстве Республики Таджикистан.*

УДК 563.12:551.73

А.А.САБИРОВ

Палеозойские примитивные известковые фораминиферы: морфология, систематика, филогения и стратиграфическое значение. –

Душанбе: Дониш, 2017. – 333 с.

В работе по результатам многолетнего изучения морфологии примитивных палеозойских фораминифер представлена разработанная автором новая систематика этих простейших, пересмотрен систематический состав и объем многих таксонов родового и надродового ранга, внесены существенные изменения в их диагнозы. Всего в их составе выделено 16 семейств, 13 подсемейств, 78 родов и 9 подродов, включающих 459 видов и подвидов. Из них 4 семейства, 4 подсемейства, 7 родов и 3 подрода впервые установлены и описаны автором. Кроме характеристики надвидовых таксонов приведены, с учетом уточнений и дополнений, описания 72 видов и 7 подвидов примитивных фораминифер, выделенных и описанных автором в разные годы. Предложены филогенетические схемы развития отрядов, семейств, подсемейств и родов. Рассмотрены некоторые вопросы терминологии, вторичных изменений стенки раковин примитивных фораминифер и их влияния на систематику, диморфизма у примитивных фораминифер, связи фораминифер с различными типами пород, правомерности отнесения некоторых форм без устьев и видимых пор к фораминиферам. Приводятся данные о стратиграфическом и географическом распространении фораминифер на территории Таджикистана и приграничных районов, представлена разработанная автором фораминиферовая шкала девонской системы Таджикистана.

Книга представляет интерес для палеонтологов и стратиграфов, а также для студентов и аспирантов, изучающих микропалеонтологию.

Книга печатается по решению Научно-издательского совета Академии наук Республики Таджикистан №31 от 14 ноября 2016 г.

Кафедра геологии и разведки МПИ геологического факультета Таджикского национального университета,
Доцент Сафаралиев Н.С., Одинаев Ш.А.

Редакция и корректура – Н.Г.Сапожников

Сдано в набор 10.04.2017 г. Подписано в печать 24.04.2017 г.
Печать офсетная. Формат 70×100 1/16. Гарнитура Times. Усл. печ. л.8. Заказ № ____.
Тираж 300 экз.

*Адрес редколлегии: 734025, Душанбе, пр.Рудаки, 33, каб. 47.
Тел.:2-21-62-64. E-mail: danrt@mail.ru
Издательство «Дониш»: 734029, Душанбе, ул.Айни, 121, корп.2.*
