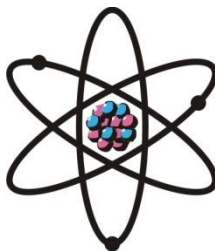


ОТДЕЛЕНИЕ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ, ХИМИЧЕСКИХ,
ГЕОЛОГИЧЕСКИХ И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Журнал основан
в январе 1952 г.



№ 3 (168)
2017 г.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Х.Х.Муминов – главный редактор, академик, доктор физико-математических наук, профессор; **Г.И.Кохирова** – зам.главного редактора, член-корреспондент, доктор физико-математических наук; **Н.Г.Сапожников** – ответственный секретарь; **Х.М.Ахмедов** – академик, доктор химических наук; **П.Б.Бабаджанов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **И.Н.Ганиев** – академик, доктор химических наук, профессор; **М.И.Илолов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **З.В.Кобулиев** – член-корреспондент, доктор технических наук, профессор; **Р.М.Марупов** – академик, доктор технических наук, профессор; **У.М.Мирсаидов** – академик, доктор химических наук, профессор; **С.Х.Негматуллаев** – академик, доктор технических наук; **С.О.Одинаев** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **Н.Р.Раджабов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **З.Х.Рахмонов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **З.Д.Усманов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **А.Р.Файзиев** – член-корреспондент, доктор геолого-минералогических наук, профессор; **Д.Х.Халиков** – академик, доктор химических наук, профессор.

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

О.А.Джурахонов. Приближения некоторых классов функций двух переменных треугольными суммами Фурье-Эрмита и значения поперечников некоторых классов функций.....7

Ф.М.Мадимарова. О наилучшем приближении в среднем с весом Чебышева некоторых классов дифференцируемых функций двух переменных..... 16

С.З.Курбаншоев. Построение и свойства нелинейных проекторов систем дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом 26

ФИЗИКА

Ф.А.Маджидзода, Х.Х.Муминов. Моделирование наноструктурированных однопериодных солнечных элементов на основе $ZnSnN_2$ 36

Х.Х.Муминов, Ш.Ф.Мухамедова, М.Асгари-Ларими. Численное моделирование эволюции двухсолитонного решения скалярного нелинейного уравнения Шредингера с притягивающим потенциалом..... 44

ГИДРОДИНАМИКА

М.А.Саггаров. Вывод уравнений Сен-Венана из уравнений Рейнольдса 52

ОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

М.Д.Давлатназарова, М.Д.Исобаев, Т.Х.Абдуллаев. Адсорбционные свойства активированных углей, полученных из отходов сельскохозяйственных культур и углей месторождений Таджикистана 62

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Ф.А.Рахимов, И.Н.Ганиев, З.Р.Обидов, Т.М.Умарова, В.Д.Абулхаев. Влияние молибдена на коррозионно-электрохимические свойства сплава $Zn5Al$, в нейтральной среде 70

ЭКОЛОГИЯ

Х.Б.Бобоев, Ш.Б.Назаров, С.Ж.Иброхимов. Исследование влияния влажности и массовой доли органической и неорганической части твёрдых бытовых отходов на температурный режим её переработки..... 76

ГИДРОЛОГИЯ

А.Ф.Финаев, З.В.Кобулиев, Ф.И.Шаймурадов, И.М.Рахимов, Т.С.Маджидов, Е.А.Финаева. Использование изотопных методов для исследования ресурсов водоснабжения города Душанбе 83

СЕЙСМОЛОГИЯ

Р.У.Джураев. Использование макросейсмических данных при оценке сейсмической уязвимости урбанизированных территорий на примере г. Душанбе... 92

СТРОИТЕЛЬНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И ИЗДЕЛИЯ

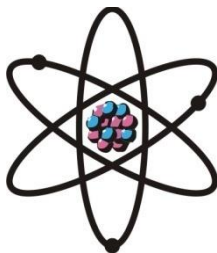
Р.Наджибуллохи, А.Д.Рахронов. Исследование физико-механических свойств композитной арматуры в зависимости от способа изготовления 102

ПАМЯТИ УЧЁНОГО

Зинченко Зинаида Алексеевна (01.04.1941-07.07.2017)..... 108

ШҮЪБАИ
ИЛМҲОИ ФИЗИКАЮ МАТЕМАТИКА,
ХИМИЯ, ГЕОЛОГИЯ ВА ТЕХНИКА

Маҷалла аз моҳи
январӣ соли 1952
нашр мешавад



№ 3 (168)
с. 2017

ҲАЙАТИ ТАҲРИРИЯ:

Ҳ.Ҳ.Муминов – сармуҳаррир, академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Кохирова Г.И.** – муовини сармуҳаррир, узви вобаста, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Н.Г.Сапожников** – котиби масъул; **Ҳ.М.Аҳмедов** – академик, доктори илми химия; **П.Б.Бобочонов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **И.Н.Ғаниев** – академик, доктори илми химия, профессор; **М.И.Илолов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **З.В.Кобулиев** – узви вобаста, доктори илмҳои техникӣ, профессор; **Р.М.Марупов** – академик, доктори илмҳои техникӣ, профессор; **Ҷ.М.Мирсаидов** – академик, доктори илми химия, профессор; **С.Х.Неъматуллоев** – академик, доктори илмҳои техникӣ; **С.О.Одинаев** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Ф.Раҳимӣ** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **З.Ҳ.Раҳмонов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Н.Р.Раҷабов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **З.Ҷ.Усмонов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **А.Р.Ғайзиев** – узви вобаста, доктори илмҳои геология ва минералогия, профессор; **Ҷ.Х.Холиков** – академик, доктори илми химия, профессор.

МУНДАРИҶА

МАТЕМАТИКА

О.А.Ҷӯрахонов. Наздиккунии баъзе синфҳои функсияҳои ду тағйирёбанда бо суммаҳои секунҷаи қатори Фуре-Эрмит ва қимати қутри баъзе синфҳои функсияҳои	7
Ф.М.Мадимарова. Оид ба наздиккунии беҳтарини миёнашудаи бо вазни Чебишеви баъзе синфҳои функсияҳои дутағйирёбандаи дифференсионидашаванда	16
С.З.Қурбоншоев. Сохтан ва ҳосиятҳои проекторҳои ғайрихаттии системаи муодилаҳои дифференсиалии аргументашон тамоюлдор.....	26

ФИЗИКА

Ф.А.Мачидзода, Ҳ.Ҳ.Муминов. Амсиласозии элементҳои офтабии наносохтори якгузаришӣ дар асоси $ZnSnN_2$ 36

Ҳ.Ҳ.Мӯминов, Ш.Ф.Мухамедова, М.Асғарӣ-Ларимӣ. Амсиласозии ададии эволютсияи ҳаллҳои дусолитонии муодилаи скалярии ғайрихаттии Шредингер бо потенциали қозибавӣ 44

ГИДРОДИНАМИКА

М.А.Саггаров. Инкишофи муодилаҳои Сен-Венан аз тахти муодилаҳои Рейнольдс 52

ХИМИЯИ ОРГАНИКӢ

М.Д.Давлатназарова, М.Д.Исобеаев, Т.Х.Абдуллаев. Хосиятҳои адсорбсионии ангишти фаъол кардашудаи аз партовҳои зироатҳои соҳаи кишоварзӣ ва аз ангишти конҳои Тоҷикистон ҳосил карда шуда 62

ХИМИЯИ ФИЗИКАВӢ

Ф.А.Раҳимов, И.Н.Ғаниев, З.Р.Обидов, Т.М.Умарова, В.Ҷ.Абулҳаев. Таъсири молибден ба хосиятҳои коррозионӣ-электрохимиявии ҳулаи Zn_5Al , дар муҳити нейтралӣ 70

ЭКОЛОГИЯ

Ҳ.Б.Бобоев, Ш.Б.Назаров, С.Ҷ.Иброҳимов. Омӯзиши таъсири намнокӣ ва миқдори ҳиссаи органикӣ ва ғайриорганикии партовҳои саҳти маишӣ ба низоми термикии коркарди он 76

ГИДРОЛОГИЯ

А.Ф.Финаев, З.В.Кобулиев, Ф.И.Шаймурадов, И.М.Раҳимов, Т.С.Мачидов, Е.А.Финаева. Истифодаи усулҳои изотопӣ дар татқиқоти захираҳои обтаъминкунии шаҳри Душанбе 83

СЕЙСМОЛОГИЯ

Р.У.Ҷӯраев. Истифодабарии маълумотҳои макросеймики дар рафти баҳодихии сейсмикии минтақаҳои тараққиёфта дар мисоли шаҳри Душанбе 92

МАСОЛЕҲИ ВА МАҲСУЛОТИ БИНОКОРӢ

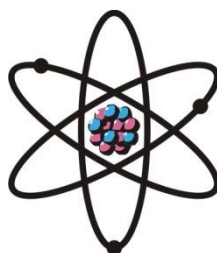
Р.Начибуллоҳи, А.Д.Раҳмонов. Тадқиқоти хусусияти физикавию механикии арматураи ғайрифилизи вобаста аз усули истеҳсоли он 102

ЁДБУДИ ОЛИМ

З.А.Зинченко (01.04.1941-07.07.2017) 108

**DEPARTMENT OF
PHYSICAL, MATHEMATICAL, CHEMICAL,
GEOLOGICAL AND TECHNICAL SCIENCES**

The journal was established
in January 1952



№ 3 (168)
2017

EDITORIAL BOARD

Prof. **Kh.Kh.Muminov**, Doctor of Physical and Mathematical, Editor-in-Chief; **G.I.Kokhirova**, Doctor of Physical and Mathematical, Deputy Editor-in-Chief; **N.G.Sapozhnikov**, Secretary; **Kh.M.Akhmedov**, Doctor of Chemistry; Prof. **P.B.Babadzhanov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **A.R.Faysiev**, Doctor of Geology and Mineralogy; Prof. **M.I.Iolov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **I.N.Ganiev**, Doctor of Chemistry; Prof. **D.Kh.Khalikov**, Doctor of Chemistry; Prof. **Z.V.Kobuliev**, Doctor of Engineering; Prof. **R.M.Marupov**, Doctor of Engineering; Prof. **U.M.Mirsaidov**, Doctor of Chemistry; **S.Kh.Negmatullaev**, Doctor of Engineering; Prof. **S.O.Odinaev**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **N.R.Rajabov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **F.Rakhimi**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Z.Kh.Rakhmonov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Z.D.Usmanov**, Doctor of Physical and Mathematical.

CONTENTS

MATHEMATICS

- O.A.Jurakhonov**. Approximation some classes functions of two variables the triangular sums Fourier-Hermite and the values of the widths some classes of functions..... **7**
- F.M.Madimarova**. On the best approximation in the mean with Chebyshev weight of certain classes of differentiable functions of two variables **16**
- S.Z.Kurbanshoev**. Contruction and properties of nonlinear projections of differential equation system with divergent argument..... **26**

PHYSICS

- F.A.Majidzoda, Kh.Kh.Muminov**. Simulation of nanostructured single-junction solar cells based on $ZnSnN_2$ **36**

Kh.Kh.Muminov, Sh.F.Muhamedova, M.Asghari-Larimi. Numerical modeling of evolution of the two-solitonic solution of the scalar nonlinear Shroedinger equation with the potential of attraction **44**

HYDRODYNAMICS

M.A.Sattarov. Derivation of Saint-Venant equations from Reynolds equations..... **52**

ORGANIC CHEMISTRY

M.D.Davlatnazarova, M.D.Isobaev, T.Kh.Abdullaev. The properties of technical adsorbents from coal and waste of processing agricultural crops..... **62**

PHYSICAL CHEMISTRY

F.A.Rahimov, I.N.Ganiev, Z.R.Obidov, T.M.Umarova, V.J.Abulhaev. Influence of molybdenum on corrosion-electrochemical properties of Zn5Al alloy, in the neutral medium **70**

ECOLOGY

Kh.B.Boboiev, Sh.B.Nazarov, S.Z.Ibrohimov. Investigation of the effect of humidity and the mass share of the organic and inorganic part of solid domestic wastes on the temperature mode of its processing..... **76**

HYDROLOGY

A.F.Finaev, Z.V.Kobuliev, F.I.Shaymuradov, I.M.Rakhimov, T.S.Majidov, E.A.Finaeva. Use of isotope techniques to assess sources of water supply in Dushanbe, Tajikistan **83**

SEISMOLOGY

R.U.Juraev. The use of macroseismic data in assessing the seismic vulnerability of the urbanized territories on the example of Dushanbe..... **92**

BUILDING MATERIALS AND PRODUCTS

R.Najibullohi, A.D.Rakhmonov. Research on physical and mechanical properties of composite armature depending on the manufacturing method **102**

MEMORY SCIENTIST

Z.A.Zinchenko (01.04.1941-07.07.2017)..... **108**

УДК 517.5

О.А.ДЖУРАХОНОВ

**ПРИБЛИЖЕНИЯ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ ФУНКЦИЙ ДВУХ
ПЕРЕМЕННЫХ ТРЕУГОЛЬНЫМИ СУММАМИ ФУРЬЕ-ЭРМИТА И
ЗНАЧЕНИЯ ПОПЕРЕЧНИКОВ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ ФУНКЦИЙ**

Таджикский национальный университет

Поступила в редакцию 30.07.2017 г.

Получены точные неравенства типа Джексона-Стечкина на множествах $L_{2,\rho}^r(\mathbb{R}^2)$, в которых величины наилучших полиномиальных приближений оцениваются сверху через K -функционалы. Вычислены значения различных N -поперечников некоторых классов функций в $L_{2,\rho}(\mathbb{R}^2)$.

Ключевые слова: наилучшие приближения, модуль непрерывности, ряд Фурье-Эрмита, неравенство типа Джексона-Стечкина, K -функционал, N -поперечники.

1. Настоящая работа является продолжением исследований, начатых в [1]. Поэтому мы будем использовать терминологию и обозначения из [1]. Напомним, что в [1] доказано, что если $m, N \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $0 < p \leq 2$, $h \in (0, 1]$ и q – неотрицательная измеримая суммируемая на интервале $(0, h)$ неэквивалентная нулю функция, то справедливо равенство

$$\sup_{f \in L_{2,\rho}^{(r)}} \frac{N^r E_{N-1}(f)_{2,\rho}}{\left(\int_0^h \Omega_m^p(D^r f, t)_{2,\rho} q(t) dt \right)^{1/p}} = \frac{1}{\left\{ \int_0^h \left(1 - (1-t^2)^{\frac{N}{2}} \right)^{mp} q(t) dt \right\}^{1/p}}, \quad (1)$$

где

Адрес для корреспонденции: Джурахонов Олимджон. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: olim74@tajnet.tj

$$\Omega_m(D^r f, t)_{2,\rho} = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \left(1 - (1-t^2)^{(k+l)/2}\right)^{2m} (k+l)^{2r} c_{kl}^2(f). \quad (2)$$

В данной статье, используя равенство (1) для некоторых классов функций, вытекающих из (1), вычислим точные значения различных N -поперечников.

В последние годы при решении различных экстремальных задач теории приближения часто используется K -функционал Петре. Изучение связи между модулями гладкости и K -функционалами является одной из основных задач теории приближения функций. Для различных обобщенных модулей гладкости такие задачи изучались, например, в [2], [3] и [4].

Введем в рассматриваемом нами случае выражение для K -функционала, используя приведенные в работе [1] обозначения:

$$\begin{aligned} K(f : t^m)_{2,\rho} &:= K(f, t^m; L_{2,\rho}, L_{2,\rho}^{(m)}) = \\ &= \inf \{ \|f - g\|_{2,\rho} + t^m \|D^m g\|_{2,\rho} : g \in L_{2,\rho}^{(m)} \}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $f \in L_{2,\rho}$, $0 < t < 1$.

Очевидно, что $K(f, (nt)^m) \leq n^m K(f, t^m)$, $m, n \in \mathbb{N}$, $0 < t < 1$.

В следующей теореме устанавливается эквивалентность модуля гладкости m -ого порядка (9) из [1] и K -функционала (2).

Теорема 1. *Существуют положительные постоянные $c_1 = c_1(m)$ и $c_2 = c_2(m)$, для которых справедливо неравенство*

$$c_1 \Omega_m(f, t)_{2,\rho} \leq K(f, t^m)_{2,\rho} \leq c_2 \Omega_m(f, t)_{2,\rho}. \quad (4)$$

Доказательство. Заметим, что, согласно равенству (13) из [1], для произвольной функции $g \in L_{2,\rho}^{(m)}$ имеет место равенство

$$\|D^m g\|_{2,\rho}^2 = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} (k+l)^{2m} c_{kl}^2(g). \quad (5)$$

В силу непрерывности $\Omega_m(f, t)_{2,\rho}$ неравенство (3) достаточно доказать для последовательности $t_N = \frac{1}{N}$, ($N \in \mathbb{N}$). Для этого заметим, что

$$1 - \left(1 - \frac{1}{N^2}\right)^{\frac{k+l}{2}} \leq \frac{k+l}{2N^2} \leq \frac{k+l}{N}, \quad k, l, N \in \mathbb{N},$$

пользуясь которым, с учетом (4) для произвольной $g \in L_{2,\rho}^{(m)}$ получаем

$$\begin{aligned}
\Omega_m^2(g; \frac{1}{N})_{2,\rho} &= \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \left(1 - \left(1 - \frac{1}{N^2} \right)^{\frac{(k+l)}{2}} \right)^{2m} c_{kl}^2(g) \leq \\
&\leq \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \left(\frac{k+l}{N} \right)^{2m} c_k^2(g) = \frac{1}{N^{2m}} \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} (k+l)^{2m} c_{kl}^2(g) = \\
&= \frac{1}{N^{2m}} \|D^m g\|_{2,\rho}^2.
\end{aligned} \tag{5}$$

Учитывая полученное неравенство, запишем

$$\begin{aligned}
\Omega_m \left(f; \frac{1}{N} \right)_{2,\rho} &\leq \Omega_m \left(f - g, \frac{1}{N} \right)_{2,\rho} + \Omega_m \left(g, \frac{1}{N} \right)_{2,\rho} \leq \\
&\leq \|f - g\|_{2,\rho} + N^{-m} \|D^m g\|_{2,\rho}.
\end{aligned} \tag{6}$$

Из (6), в силу определения K -функционалов из (2), получаем

$$\Omega_m \left(f, \frac{1}{N} \right)_{2,\rho} \leq K \left(f, \frac{1}{N^m} \right)_{2,\rho}. \tag{7}$$

С другой стороны, учитывая (5) для частичной суммы $S_{N-1}(f, x)$ ряда Фурье-Эрмита, определенной равенством (1) из [1], имеем

$$\|D^m S_{N-1}(f)\|_{2,\rho} \leq N^m \Omega_m \left(S_{N-1}(f); \frac{1}{N} \right)_{2,\rho} \leq N^m \Omega_m \left(f, \frac{1}{N} \right)_{2,\rho},$$

а так как

$$\|f - S_{N-1}(f)\|_{2,\rho} \leq \text{const.} \cdot \Omega_m \left(f, \frac{1}{N} \right)_{2,\rho},$$

то запишем

$$\begin{aligned}
K \left(f; \frac{1}{N^m} \right) &\leq \|f - S_{N-1}(f)\|_{2,\rho} + N^{-m} \|D^m S_{N-1}(f)\|_{2,\rho} \leq \\
&\leq \text{const.} \cdot \Omega_m \left(f, \frac{1}{N} \right)_{2,\rho}.
\end{aligned} \tag{8}$$

Требуемое двойное неравенство (3) получаем из сопоставления неравенств (7) и (8), чем и завершаем доказательство теоремы 1.

Представляет интерес вычислить точное значение экстремальной величины, аналогичной левой части равенства (19) из [1], где вместо модуля гладкости (10) из [1] будет фигурировать K -функционал (2).

Теорема 2. Пусть $m \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$. Тогда для произвольной $N \in \mathbb{N}$ имеет место равенство

$$\sup_{f \in L_{2,\rho}^{(r)}} \frac{N^r E_{N-1}(f)_{2,\rho}}{K(D^r f, \frac{1}{N^m})_{2,\rho}} = 1. \quad (9)$$

Доказательство. Из неравенства (14) из [1] для произвольной функции $f \in L_{2,\rho}^{(r)}$ имеем:

$$E_{N-1}(f)_{2,\rho} \leq \frac{1}{N^r} E_{N-1}(D^r f)_{2,\rho} \leq \frac{1}{N^r} \|D^r f - S_{N-1}(g)\|_{2,\rho}, \quad (10)$$

где

$$S_{N-1}(g) = \sum_{0 \leq k+l \leq N-1} c_{kl}(g) H_k(x) H_l(y)$$

– частичная треугольная сумма $(N-1)$ -го порядка функции $g \in L_{2,\rho}^{(m)}$.

Учитывая соотношения (3) и (14) из [1], для произвольной $g \in L_{2,\rho}^{(m)}$ имеем

$$\|g - S_{N-1}(g)\|_{2,\rho} = E_{N-1}(g)_{2,\rho} \leq \frac{1}{N^m} E_{N-1}(D^m g)_{2,\rho} \leq \frac{1}{N^m} \|D^m g\|_{2,\rho}. \quad (11)$$

Пользуясь неравенством (10) и соотношением (11), получаем

$$\begin{aligned} E_{N-1}(f)_{2,\rho} &\leq \frac{1}{N^r} \{ \|D^r f - g\|_{2,\rho} + \|g - S_{N-1}(g)\|_{2,\rho} \} \leq \\ &\leq \frac{1}{N^r} \left\{ \|D^r f - g\|_{2,\rho} + \frac{1}{N^m} \|D^m g\|_{2,\rho} \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

Так как левая часть неравенства (12) не зависит от функции g , то, переходя в правой части этого неравенства к нижней грани по всем функциям $g \in L_{2,\rho}^{(m)}$, приходим к неравенству

$$E_{N-1}(f)_{2,\rho} \leq \frac{1}{N^r} K\left(D^r f, \frac{1}{N^m}\right)_{2,\rho}.$$

Отсюда сразу следует оценка сверху экстремальной характеристики, лежащей в левой части (9):

$$\sup_{f \in L_{2,\rho}^{(r)}} \frac{N^r E_{N-1}(f)_{2,\rho}}{K\left(D^r f, \frac{1}{N^m}\right)_{2,\rho}} \leq 1. \quad (13)$$

Для получения оценки снизу той же экстремальной характеристики будем пользоваться формулой [5]

$$c_{kl}(f) = (-1)^r (k+l)^{-r} c_{kl}(D^r f),$$

справедливой для произвольной функции $f \in L_{2,\rho}^{(r)}$. Для произвольного полинома степени не более N вида

$$P_N(x, y) = \sum_{0 \leq k+l \leq N} c_{kl}(P_N) H_k(x) H_l(y), \quad (14)$$

применяя оператор D^r , получаем

$$\begin{aligned} D^r P_N(x, y) &= \sum_{0 \leq k+l \leq N} c_{kl}(D^r P_N) H_k(x) H_l(y) = \\ &= (-1)^r \sum_{0 \leq k+l \leq N} (k+l)^r c_{kl}(P_N) H_k(x) H_l(y). \end{aligned} \quad (15)$$

Применяя к соотношению (15) равенство Парсеваля и имея в виду, что последовательность чисел $\{(k+l)^r\} (k+l = 0, 1, 2, \dots, N; r \in \mathbb{Z}_+)$ является монотонно возрастающей, будем иметь

$$\begin{aligned} \|D^r(P_N)\|_{2,\rho}^2 &= \sum_{0 \leq k+l \leq N} (k+l)^{2r} c_{kl}^2(P_N) \leq \\ &\leq N^{2r} \sum_{0 \leq k+l \leq N} c_{kl}^2(P_N) = N^{2r} \|P_N\|_{2,\rho}^2. \end{aligned} \quad (16)$$

Пусть теперь P_N – произвольный полином степени не более N вида (14). В формуле (2) для K -функционала, в частности, если полагать $g \equiv 0$ и $f \equiv P_N$, а затем $g \equiv f \equiv P_N$, то получаем неравенство

$$K(P_N : t^m) \leq \begin{cases} \|P_N\|_{2,\rho}, \\ t^m \|D^r(P_N)\|_{2,\rho}, \end{cases} \quad (17)$$

где $0 < t < 1$. Заметим, что для рассмотренной нами в конце доказательства теоремы 1 из [1] функции $f_0(x, y) = H_N(x)H_0(y)$ имеем

$$D^{r+m} f_0(x, y) = (-1)^{r+m} N^{r+m} H_N(x) H_0(y), \quad \|D^{r+m}(f_0)\|_{2,\rho} = N^{r+m}. \quad (18)$$

Пользуясь вторым из неравенств (17), с учетом (18) получаем

$$K\left(D^r f_0, \frac{1}{N^m}\right)_{2,\rho} \leq \frac{1}{N^m} \|D^{r+m}(f_0)\|_{2,\rho} = \frac{1}{N^m} N^{r+m} = N^r.$$

Отсюда, учитывая, что $E_{N-1}(f_0)_{2,\rho} = 1$, получаем нужную оценку снизу

$$\begin{aligned} & \sup_{f \in L_{2,\rho}^{(r)}} \frac{N^r E_{N-1}(f)_{2,\rho}}{K(D^r f, \frac{1}{N^m})_{2,\rho}} \geq \\ & \geq \frac{N^r E_{N-1}(f_0)_{2,\rho}}{K(D^r f_0, \frac{1}{N^m})_{2,\rho}} = \frac{N^r}{K(D^r f_0, \frac{1}{N^m})_{2,\rho}} \geq 1. \end{aligned} \quad (19)$$

Требуемое равенство (9) следует из сравнения оценки сверху (13) и снизу (19). Теорема 2 доказана.

Для изложения дальнейших результатов нам понадобится ряд определений и обозначений. Пусть S – единичный шар в $L_{2,\rho}$; $\Lambda_N \subset L_{2,\rho}$ – N -мерное подпространство; $\Lambda^N \subset L_{2,\rho}$ – подпространство коразмерности N ; $\Lambda: L_{2,\rho} \rightarrow \Lambda_N$ – непрерывный линейный оператор; $\mathcal{L}^\perp: L_{2,\rho} \rightarrow \Lambda_N$ – непрерывный оператор линейного проектирования, \mathfrak{M} – выпуклое центрально-симметричное подмножество из $L_{2,\rho}$.

Величины

$$\begin{aligned} b_N(\mathfrak{M}, L_{2,\rho}) &= \sup \left\{ \sup \{ \varepsilon > 0; \varepsilon S \cap \Lambda_{N+1} \subset \mathfrak{M} \} : \Lambda_{N+1} \subset L_{2,\rho} \right\}, \\ d^N(\mathfrak{M}, L_{2,\rho}) &= \inf \left\{ \sup \{ \|f\|_{2,\rho} : f \in \mathfrak{M} \cap \Lambda^N \} : \Lambda^N \subset L_{2,\rho} \right\}, \\ d_N(\mathfrak{M}, L_{2,\rho}) &= \inf \left\{ \sup \left\{ \inf \{ \|f - g\|_{2,\rho} : g \in \Lambda_N \} : f \in \mathfrak{M} \right\} : \Lambda_N \subset L_{2,\rho} \right\}, \\ \delta_N(\mathfrak{M}, L_{2,\rho}) &= \inf \left\{ \inf \left\{ \sup \{ \|f - \Lambda f\|_{2,\rho} : f \in \mathfrak{M} \} : \Lambda L_{2,\rho} \subset \Lambda_N \right\} : \Lambda_N \subset L_{2,\rho} \right\}, \\ \Pi_N(\mathfrak{M}, L_{2,\rho}) &= \inf \left\{ \inf \left\{ \sup \{ \|f - \Lambda^\perp f\|_{2,\rho} : f \in \mathfrak{M} \} : \Lambda^\perp L_{2,\rho} \subset \Lambda_N \right\} : \Lambda_N \subset L_{2,\rho} \right\} \end{aligned}$$

называют соответственно *бернштейновским*, *гельфандовским*, *колмогоровским*, *линейным* и *проекционным N -поперечниками* множества \mathfrak{M} в пространстве $L_{2,\rho}$.

Мы будем пользоваться монотонностью указанных поперечников по N , а также тем фактом, что в гильбертовом пространстве для них выполняются соотношения [6,7]:

$$b_N(\mathfrak{M}; L_{2,\rho}) \leq d^N(\mathfrak{M}; L_{2,\rho}) \leq d_N(\mathfrak{M}; L_{2,\rho}) = \delta_N(\mathfrak{M}; H_2) = \Pi_N(\mathfrak{M}; L_{2,\rho}). \quad (20)$$

Приведем определение классов функций, для которых вычислим значения приведенных выше N -поперечников. Пусть $m, r \in \mathbb{N}$, $0 < p \leq 2$, $0 < H < 1$, $q \geq 0$ – суммируемая на интервале $(0, H)$ неэквивалентная нулю измеримая функция. Через $HW_{2,p}^r(\Omega_m, q)$ обозначим класс, состоящий из функций $f \in L_{2,\rho}^r$, у которых $D^r f$ удовлетворяет условию

$$\int_0^H \Omega_m^p(D^r f, t)q(t)dt \leq 1.$$

Теорема 3. Пусть $m, N \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $k = 0, 1, 2, \dots, N$; $0 < p \leq 2, 0 < H < 1$, $q \geq 0$ – суммируемая на интервале $(0, H)$ неэквивалентная нулю измеримая функция. Тогда справедливы равенства

$$\begin{aligned} \gamma_{\frac{N(N+1)}{2}+k}(HW_{2,p}^r(\Omega_m, q); L_{2,\rho}) &= \\ &= E_{N-1}(HW_{2,p}^r(\Omega_m, q))_{2,\rho} = N^{-r} \left\{ \int_0^H \left(1 - (1-t^2)^{\frac{N}{2}} \right)^{mp} q(t)dt \right\}^{-1/p}, \end{aligned} \quad (21)$$

где $\gamma_\nu(\cdot)$ – любой из перечисленных выше ν -поперечников, а

$$E_{N-1}(HW_{2,p}^r(\Omega_m, q))_{2,\rho} := \sup\{E_{N-1}(f)_{2,\rho} : f \in HW_{2,p}^r(\Omega_m, q)\}.$$

Неубывающая на $(0, \infty)$ функция Φ называется k -мажорантой [8, с.25], если функция $t^{-k}\Phi(t)$ не возрастает на $(0, \infty)$, $\Phi(0) = 0$ и $\Phi(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow 0$. При $k = 1$ функцию Φ называют мажорантой.

Через $W_{2,\rho}^r(K_m, \Phi)(r \in \mathbb{Z}_+, m \in \mathbb{N})$ обозначим класс функций $f \in L_{2,\rho}^r$, у которых $D^r f$ удовлетворяет условию $K(D^r f, t^m) \leq \Phi(t^m)$ для любого $t \in (0, 1]$. В этом определении класса, Φ – некоторая мажоранта и $L_{2,\rho}^0 \equiv L_{2,\rho}$, $W_{2,\rho}^0(K_m, \Phi) \equiv W_{2,\rho}(K_m, \Phi)$.

Теорема 4. Пусть Φ – некоторая мажоранта, определяющая класс функций $W_{2,\rho}^r(K_m, \Phi)$, где $r \in \mathbb{Z}_+, m \in \mathbb{N}$. Тогда для произвольного $N \in \mathbb{N}$ и $k = 0, 1, 2, \dots, N$ справедливы равенства

$$\gamma_{\frac{N(N+2)}{2}+k}(W_{2,\rho}^r(K; \Phi); L_{2,\rho}) = E_{N-1}(W_{2,\rho}^r(K; \Phi))_{2,\rho} = N^{-r}\Phi(N^{-m}),$$

где $\gamma_\nu(\cdot)$ – любой из перечисленных выше ν -поперечников.

ЛИТЕРАТУРА

1. Джурахонов О.А. Некоторые экстремальные задачи приближения функций двух переменных суммами Фурье-Эрмита в пространстве $L_{2,\rho}(\mathbb{R}^2)$. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2016, №4(165), с.15-25.
2. Вакарчук С.Б., Швачко А.В. О наилучшей аппроксимации в среднем алгебраическими полиномами с весом и точных значениях поперечников классов функций. – Укр.мат.журнал, 2013, т.65, №12, с.186-193.
3. Вакарчук С.Б. Приближение функций в среднем на вещественной оси алгебраическими полиномами с весом Чебышева-Эрмита и поперечники функциональных классов. – Матем. заметки, 2014, т.95, №5, с.666-684.
4. Шабозов М.Ш., Тухлиев К. К-функционалы и точные значения n -поперечников некоторых классов из $L_2((1-x)^{-1/2};[-1,1])$. – Изв. Тульского госунивер.Естественные науки, 2017, вып.1, ч.1, с.83-97.
5. Abilov V.A., Abilov M.V. Approximation of function in two variables by Fourier-Hermite sums. – Analysis mathematica, 2006, v.32, pp.163-171.
6. Pinkus A. n -Widths in Approximation Theory. – Berlin, Springer-Verlag, 1985, 291 p.
7. Тихомиров В.М. Некоторые вопросы теории приближений. – М.:МГУ, 1976, 304 с.
8. Шевчук И.А. Приближение многочленами и следы непрерывных на отрезке функций. – Киев:Наукова думка, 1992, 225 с.

О.А.ЧЎРАХОНОВ

НАЗДИККУНИИ БАЪЗЕ СИНФҲОИ ФУНКСИЯҲОИ ДУ ТАҒЙИРЁБАНДА БО СУММАҲОИ СЕКУНЦАИ ҚАТОРИ ФУРЕ- ЭРМИТ ВА ҚИМАТИ ҚУТРИ БАЪЗЕ СИНФҲОИ ФУНКСИЯҲОИ

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Дар мақола, нобаробариҳои намуди Чексон-Стечкин, ки дар онҳо наздиккунии беҳтарини полиномиалии функсияи ду тағйирёбанда бо ёрии K -функционал баҳо дода мешавад, инчунин барои баъзе синфҳои функсияҳо, ки бо ёрии қиматҳои миёнакардашудаи модули бифосилагии тартиби m -ум дар фазои $L_{2,\rho}(\mathbb{R}^2)$ муайян карда шудаанд, қимати аниқи n -қутрҳои ёфта шудааст.

Калимаҳои калидӣ: наздиккунии беҳтарин, модули бифосилагӣ, қатори Фуре-Эрмит, K -функционал, нобаробариҳои намуди Чексон-Стечкин, n -қутрҳо.

O.A.JURAKHONOV

**APPROXIMATION SOME CLASSES FUNCTIONS OF TWO VARIABLES THE
TRIANGULAR SUMS FOURIER-HERMITE AND THE VALUES OF THE
WIDTHS SOME CLASSES OF FUNCTIONS**

Tajik National University

The exact inequalities of Jackson-Stechkin type are received on sets $L'_{2,\rho}(\mathbb{R}^2)$ in which the values of the best polynomial approximations are estimated from above by K -functional and exact values of the various n -width some classes of functions are found through continuity modules of order m -th.

Key words: best approximation, modulus of continuity, sums fourier-ermita, K -functional, inequalities of Jackson-Stechkin type, n -width.

УДК 517.5

Ф.М.МАДИМАРОВА

**О НАИЛУЧШЕМ ПРИБЛИЖЕНИИ В СРЕДНЕМ С ВЕСОМ ЧЕБЫШЕВА
НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ФУНКЦИЙ
ДВУХ ПРЕМЕННЫХ**

Таджикский национальный университет

Поступила в редакцию 23.07.2017

В работе найдены верхние грани наилучшего приближения <<углами>> алгебраическими полиномами для некоторых классов дифференцируемых функций двух переменных в метрике пространства $L_{2,\mu}(Q)$, $Q = \{(x, y) := -1 \leq x, y \leq 1\}$ с весом Чебышева $\mu(x, y) = 1/\sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}$.

Ключевые слова: верхние грани, гильбертово пространство, единичный оператор, тензорное произведение, квазипоперечник.

1. Пусть в $L_{2,\mu} := L_{2,\mu}(Q)$ - пространство суммируемых с квадратом функций $f(x, y)$ двух переменных в квадрате $Q = \{(x, y) := -1 \leq x, y \leq 1\}$ с весом Чебышева

$\mu(x, y) = \frac{1}{\sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}}$ и нормой

$$\|f\|_{2,\mu} := \|f\|_{L_{2,\mu}(Q)} = \left(\iint_{(Q)} \mu(x, y) f^2(x, y) dx dy \right)^{1/2}.$$

В пространстве $L_{2,\mu}$ рассмотрим оператор

$$F_h(f) = F_h f(x, y) = \frac{1}{4} \left[f(x \cos h + \sqrt{1-x^2} \sin h, y \cos h + \sqrt{1-y^2} \sin h) + \right.$$

Адрес для корреспонденции: Мадимарова Фавзия Мадимаровна. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17, Таджикский национальный университет.
E-mail: fawzi93@mail.ru

$$\begin{aligned}
& + f\left(x \cos h + \sqrt{1-x^2} \sin h, y \cos h - \sqrt{1-y^2} \sin h\right) + \\
& + f\left(x \cos h - \sqrt{1-x^2} \sin h, y \cos h + \sqrt{1-y^2} \sin h\right) + \\
& + f\left(x \cos h - \sqrt{1-x^2} \sin h, y \cos h - \sqrt{1-y^2} \sin h\right),
\end{aligned}$$

который будем называть оператором обобщённого сдвига. Следуя схеме рассуждений [1], определим обобщённые конечные разности первого и высших порядков равенствами

$$\begin{aligned}
\Delta_h(f) & := \Delta_h(f; x, y) = F_h f(x, y) - f(x, y) = (F_h - I)f(x, y), \\
\Delta_h^p(f) & := \Delta_h(\Delta_h^{p-1}(f)) = \Delta_h(\Delta_h^{p-1}(f; \cdot, \cdot); x, y) = \\
& = (F_h - I)^p f(x, y) = \sum_{k=0}^p (-1)^{p-k} \binom{p}{k} F_h^k f(x, y),
\end{aligned}$$

где $F_h^0 f(x, y) = f(x, y)$, $F_h^k f(x, y) = F_h(F_h^{k-1} f(x, y))$ ($k = \overline{1, p}$; $p \in \mathbb{N}$), $0 < h < 1$ и I – единичный оператор в $L_{2,\mu}$. Величину

$$\Omega_p(f; t)_{2,\mu} = \sup \left\{ \|\Delta_h^p f(\cdot, \cdot)\|_{2,\mu} : 0 < h < t \right\} \quad (1)$$

будем называть обобщённым модулем непрерывности m -го порядка функции $f \in L_{2,\mu}$.

Пусть $T_0(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}$, $T_n(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cos(n \arccos x)$, $n = 1, 2, \dots$ – ортонормированная

система многочленов Чебышева [2, с.75-115] в пространстве $L_{2,\mu}$ и

$$f(x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} c_{kl}(f) T_k(x) T_l(y) \quad (2)$$

– двойной ряд Фурье-Чебышева функции $f \in L_{2,\mu}$, где

$$c_{kl}(f) = \iint_{(Q)} \mu(x, y) f(x, y) T_k(x) T_l(y) \quad (3)$$

– коэффициенты Фурье-Чебышева для f .

Символом $L_{2,\mu(x)}[-1, 1]$, где $\mu(x) = 1/\sqrt{1-x^2}$, обозначим пространство измеримых функций f таких, что $f(x) \cdot \mu(x)$ суммируемы на отрезке $[-1, 1]$ с квадратом модуля. Аналогичный смысл имеет пространство $L_{2,\mu(y)}[-1, 1]$. Пусть $U_{m+1} \in L_{2,\mu(x)}[-1, 1]$ и $V_{n+1} \subset L_{2,\mu(y)}[-1, 1]$ – конечномерные подпространства с базисами

$\{T_k(x)\}_{k=0}^m$ и $\{T_l(y)\}_{l=0}^n$, соответственно. В пространстве $L_{2,\mu(x,y)}(Q)$ рассмотрим множество функций

$$G(U_{m+1}, V_{n+1}) := L_{2,\mu(x)}[-1,1] \otimes U_{m+1} \oplus L_{2,\mu(y)}[-1,1] \otimes U_{n+1}, \quad (4)$$

где символами " \otimes " и " \oplus " обозначены соответственно операции тензорного произведения и прямой суммы множеств. Элементы множества (4) представимы в виде

$$g_{m,n}(x, y) := \sum_{k=0}^m \varphi_k(y) H_k(x) + \sum_{l=0}^n \psi_l(x) H_l(y), \quad (5)$$

где $\{\varphi_k(y)\}_{k=0}^m \subset U_{m+1}$ и $\{\psi_l(x)\}_{l=0}^n \subset V_{n+1}$ произвольные наборы функций из соответствующих подпространств. Функции вида (5) впервые в целях аппроксимации функции переменных линейными комбинациями более простых функций меньшего числа переменных введены М.К.Потаповым [3]. Мы далее при получении основных результатов воспользуемся схемой рассуждений, приведённой в работах [4] – [6]. Для произвольной функции $f \in L_{2,\mu}(Q)$ символом $\mathcal{E}_{m-1,n-1}(f)_{2,\mu}$ обозначим её наилучшее приближение элементами (5) из множества (4) в пространства $L_{2,\mu}(Q)$, то есть требуется найти величину

$$\mathcal{E}_{m,n}(f)_{2,\mu} := \inf \left\{ \|f - g_{m,n}\| : g_{m,n} \in G(U_{m+1}, V_{n+1}) \right\}. \quad (6)$$

Далее через

$$S_{m,n}(f; x, y) = \sum_{k=0}^m \sum_{l=0}^n c_{kl}(f) T_k(x) T_l(y)$$

обозначим частную сумму порядка m по x и порядка n по y , а через

$$S_{m,\infty}(f; x, y) = \sum_{k=0}^m \sum_{l=n}^{\infty} c_{kl}(f) T_k(x) T_l(y),$$

$$S_{\infty,n}(f; x, y) = \sum_{k=m}^{\infty} \sum_{l=0}^n c_{kl}(f) T_k(x) T_l(y)$$

– отрезки ряда (2) функции $f \in L_{2,\mu}(Q)$ порядка m по x и n по y , соответственно, в смысле сходимости в метрике $L_{2,\mu}(Q)$.

Функцию

$$\sigma_{m,n}(f; x, y) := S_{m,\infty}(f; x, y) + S_{\infty,n}(f; x, y) - S_{m,n}(f; x, y) =$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=0}^m \sum_{l=n}^{\infty} c_{kl}(f) T_k(x) T_l(y) + \sum_{k=m}^{\infty} \sum_{l=0}^n c_{kl}(f) T_k(x) T_l(y) - \\
&\quad - \sum_{k=0}^m \sum_{l=0}^n c_{kl}(f) T_k(x) T_l(y)
\end{aligned} \tag{7}$$

будем называть обобщёнными полиномом Фурье-Чебышева функции $f \in L_{2,\mu}(Q)$ порядка m по x и порядка n по y .

Справедлива следующая

Теорема 1. Пусть $m, n \in \mathbb{N}$ и $f \in L_{2,\mu}(Q)$ - произвольная функция. Тогда среди всех элементов $\mathcal{G}_{m-1, n-1}$ вида (5), принадлежащих множеству $G(U_{m+1}, V_{n+1})$, наилучшее приближении функцию f доставляет её обобщённый полином (7) порядка $m-1$ по x и $n-1$ по y . При этом

$$\mathcal{E}_{m-1, n-1}(f)_{2,\mu} = \|f - \sigma_{m-1, n-1}(f)\|_{2,\mu} = \left\{ \sum_{k=m}^{\infty} \sum_{l=n}^{\infty} c_{kl}^2(f) \right\}^{1/2}. \tag{8}$$

Доказательство. Сначала убедимся, что на самом деле

$$\|f(x, y) - \sigma_{m-1, n-1}(f; x, y)\|_{2,\mu}^2 = \sum_{k=m}^{\infty} \sum_{l=n}^{\infty} c_{kl}^2(f). \tag{9}$$

Для этого заметим, что если в смысле сходимости в метрике $L_{2,\mu}(Q)$ имеет место равенство

$$f(x, y) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} c_{kl}(f) T_k(x) T_l(y), \tag{10}$$

то равенство (10) представим в виде

$$f(x, y) = \sigma_{m-1, n-1}(f; x, y) + \sum_{k=m}^{\infty} \sum_{l=n}^{\infty} c_{kl}(f) T_k(x) T_l(y),$$

или что то же

$$f(x, y) - \sigma_{m-1, n-1}(f; x, y) = \sum_{k=m}^{\infty} \sum_{l=n}^{\infty} c_{kl}(f) T_k(x) T_l(y). \tag{11}$$

Применяя равенство Парсеваля к соотношению (11), получаем равенство (9). Возьмём теперь произвольный элемент $g_{m-1, n-1} \in G(U_{m-1}, V_{n-1})$ вида (5). Заметим, что поскольку $\{\varphi_k(x)\}_{k=0}^{m-1} \subset L_{2,\mu(x)}[-1, 1]$ и $\{\psi_l(y)\}_{l=0}^{n-1} \subset L_{2,\mu(y)}[-1, 1]$, то в смысле сходимости в метриках этих пространств имеют место следующие равенства

$$\varphi_k(x) = \sum_{l=0}^{\infty} c_l(\varphi_k) T_l(x), k = \overline{0, m-1}; \quad (12)$$

$$\psi_l(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k(\psi_l) T_k(y), l = \overline{0, n-1}. \quad (13)$$

Из равенств (5), (12) и (13), в смысле сходимости в метрике $L_{2,\mu(x)}(Q)$ получаем соотношение

$$g_{m-1,n-1}(x, y) = \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{l=0}^{\infty} c_l(\varphi_k) H_k(x) H_l(y) + \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{n-1} c_k(\psi_l) H_k(x) H_l(y). \quad (14)$$

Так как $L_{2,\mu(x)}(Q)$ – гильбертово пространство со скалярным произведением

$$(f, q) := \iint_{(Q)} \mu(x, y) f(x, y) q(x, y) dx dy,$$

где $f, q \in L_{2,\mu(x)}(Q)$ и $\|f\|_{2,\mu} := (f, f)^{1/2}$ является полным пространством, то запишем

$$\begin{aligned} \|f - g_{m-1,n-1}\|_{2,\mu}^2 &:= (f - g_{m-1,n-1}, f - g_{m-1,n-1}) = \\ &= \|f\|_{2,\mu}^2 - 2(f, g_{m-1,n-1}) + \|g_{m-1,n-1}\|_{2,\mu}^2. \end{aligned} \quad (15)$$

Пользуясь соотношениями (2) и (14), имеем

$$\begin{aligned} \|f - g_{m-1,n-1}\|_{2,\mu}^2 &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} c_{kl}^2(f) - 2 \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{l=0}^{\infty} c_l(\varphi_k) c_{kl}(f) - \\ &- 2 \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{n-1} c_k(\psi_l) c_{kl}(f) + \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{l=0}^{\infty} c_l^2(\varphi_k) + \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{n-1} c_k^2(\psi_l) + \\ &+ 2 \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{l=0}^{n-1} c_k(\psi_l) c_l(\varphi_k) = \sum_{k=m}^{\infty} \sum_{l=n}^{\infty} c_{kl}^2(f) + \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{l=n}^{\infty} (c_{kl}(f) - c_l(\varphi_k))^2 + \\ &+ \sum_{k=m}^{\infty} \sum_{l=0}^{n-1} (c_{kl}(f) - c_k(\psi_l))^2 + \sum_{k=0}^{m-1} \sum_{l=0}^{n-1} (c_{kl}(f) - c_k(\psi_l) - c_l(\varphi_k))^2. \end{aligned} \quad (16)$$

Из (16) следует, что в соотношении

$$\inf \{ \|f - g_{m-1,n-1}\|_{2,\mu} : g_{m-1,n-1} \in G(U_m, V_n) \}$$

нижняя грань достигается только лишь в случае, когда

$$c_{kl}(f) = c_l(\varphi_k), \text{ где } k = \overline{0, m-1}; \quad l = n, n+1, \dots;$$

$$c_k(f) = c_k(\psi_l), \text{ где } l = \overline{0, n-1}; \quad k = m, m+1, \dots; \quad (17)$$

$$c_{kl}(f) = c_k(\psi_l) + c_l(\varphi_k), \text{ где } k = \overline{0, m-1}; \quad l = \overline{0, n-1}.$$

При этом

$$\mathcal{E}_{m-1, n-1}(f)_{2, \mu} = \left\{ \sum_{k=m}^{\infty} \sum_{l=n}^{\infty} c_{kl}^2(f) \right\}^{1/2}.$$

Выразив коэффициенты $c_k(\psi_l)$ и $c_l(\varphi_k)$ их выражениями из (17) через коэффициенты $c_{kl}(f)$ и подставляя в правую часть формулу (14), мы получаем явный вид обобщённого полинома Фурье-Чебышева (7), чем и завершаем доказательство теоремы 1.

2. По одномерным операторам Чебышева второго порядка

$$D_x := (1-x^2) \frac{\partial^2}{\partial x^2} - x \frac{\partial}{\partial x}, \quad D_y := (1-y^2) \frac{\partial^2}{\partial y^2} - y \frac{\partial}{\partial y},$$

введём двумерный оператор второго порядка Чебышева

$$D := D_x + D_y := (1-x^2) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + (1-y^2) \frac{\partial^2}{\partial y^2} - x \frac{\partial}{\partial x} - y \frac{\partial}{\partial y}$$

и через $L_{2, \mu}^{(r)} := L_{2, \mu}^{(r)}(Q, D)$ обозначим класс функций $f \in L_{2, \mu}(Q)$, у которых частные производные $\frac{\partial^m f}{\partial x^k \partial y^l}, k+l = m, m = \overline{1, 2r}$ принадлежат также $L_{2, \mu}(Q)$. При этом, как обычно,

$$D^r f := D(D^{r-1} f) \in L_{2, \mu}(Q), \quad D^2 := D; \quad D^0 f = f, \quad L_{2, \mu}^0(Q) = L_{2, \mu}(Q).$$

В этих обозначениях имеет место

Теорема 2. При любых $m, n \in \mathbb{N}$ и $r \in \mathbb{Z}_+$

$$\sup_{f \in L_{2, \mu}^{(r)}} \frac{\mathcal{E}_{m-1, n-1}(f)_{2, \mu}}{\mathcal{E}_{m-1, n-1}(D^r f)_{2, \mu}} = \frac{1}{(m^2 + n^2)^r}. \quad (18)$$

Доказательство. В [1] доказано, что для коэффициентов Фурье-Чебышева произвольной функции $f \in L_{2, \mu}^{(r)}$ имеет место равенство

$$c_{kl}(f) = (-1)^r (k^2 + l^2)^{-r} c_{kl}(D^r f), \quad k, l \in \mathbb{N}, \quad r \in \mathbb{Z}_+. \quad (19)$$

Учитывая (19), из (8) получаем

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_{m-1,n-1}^2(f)_{2,\mu} &= \sum_{k=m}^{\infty} \sum_{l=n}^{\infty} c_{k,m}^2(f) = \sum_{k=m}^{\infty} \sum_{l=n}^{\infty} (k^2 + l^2)^{-2r} c_{kl}^2(D^r f) \leq \\ &\leq (m^2 + n^2)^{-2r} \sum_{k=m}^{\infty} \sum_{l=n}^{\infty} c^2(D^r f) = (m^2 + n^2)^{-2r} \cdot \mathcal{E}_{m-1,n-1}^2(D^r f)_{2,\mu},\end{aligned}$$

откуда для величины, стоящей в левой части (18), получаем оценку сверху

$$\sup_{f \in L_{2,\mu}^r} \frac{\mathcal{E}_{m-1,n-1}(f)_{2,\mu}}{\mathcal{E}_{m-1,n-1}(D^r f)_{2,\mu}} \leq \frac{1}{(m^2 + n^2)^r}. \quad (20)$$

С целью получения оценки снизу той же величины рассмотрим функцию $f_0(x, y) = T_m(x)T_n(y)$, которая очевидно принадлежит классу $L_{2,\mu}^{(r)}$. Из (8) следует, что $\mathcal{E}_{m-1,n-1}(f_0)_{2,\mu} = 1$, и так как

$$c_{m,n}(f_0) \equiv 1, D^r(f_0) = (-1)^r (m^2 + n^2)^r T_m(x)T_n(y),$$

то $\mathcal{E}_{m-1,n-1}(D^r f_0)_{2,\mu} := (m^2 + n^2)^r$, а потому имеем оценки снизу

$$\sup_{f \in L_{2,\mu}^r} \frac{\mathcal{E}_{m-1,n-1}(f)_{2,\mu}}{\mathcal{E}_{m-1,n-1}(D^r f)_{2,\mu}} \geq \frac{\mathcal{E}_{m-1,n-1}(f_0)_{2,\mu}}{\mathcal{E}_{m-1,n-1}(D^r f_0)_{2,\mu}} = \frac{1}{(m^2 + n^2)^r}. \quad (21)$$

Сопоставляя оценку сверху (20) с оценкой снизу (21), получаем требуемое равенство (18). Теорема 2 доказана.

Теорема 3. Пусть $m, n, p \in \mathbb{N}$, $r \in \mathbb{Z}_+$, $0 < h \leq \pi / q$; $q = \min(m, n)$. Тогда для произвольной функции $f \in L_{2,\mu}^{(r)}$ имеет место неравенство

$$\mathcal{E}_{m-1,n-1}(f)_{2,\mu} \leq \frac{1}{(m^2 + n^2)^r} \cdot \left\{ \frac{q}{2} \int_0^{\frac{\pi}{q}} \omega_p^{\frac{1}{p}}(D^r f, h)_{2,\mu} \cdot \sin qhdh \right\}^p. \quad (22)$$

Доказательство. Прежде всего заметим, что для произвольной функции $f \in L_{2,\mu}^{(r)}$ легко показать, что

$$\|\Delta_h^p\|_{2,\mu}^2 = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} (1 - \cos(kh)\cos(lh))^{2p} (k^2 + l^2)^{2r} c_{kl}^2(f),$$

откуда сразу вытекает неравенство

$$\sum_{k=m}^{\infty} \sum_{l=n}^{\infty} (1 - \cos(kh)\cos(lh))^{2p} (k^2 + l^2)^{2r} c_{kl}^2(f) \leq \omega_p^2(D^r f, h)_{2,\mu}. \quad (23)$$

Далее, применяя неравенство Гельдера для сумм и учитывая неравенство (23), при любом $p \in \mathbb{N}$ имеем:

$$\begin{aligned}
& \mathcal{E}_{m-1, n-1}^2(f)_{2, \mu} - \sum_{k=m}^{\infty} \sum_{l=n}^{\infty} \cos(kh) \cos(lh) c_{kl}^2(f) = \\
& = \sum_{k=m}^{\infty} \sum_{l=n}^{\infty} (1 - \cos(kh) \cos(lh)) c_{kl}^2(f) = \\
& = \sum_{k=m}^{\infty} \sum_{l=n}^{\infty} (c_{kl}^2(f))^{1-\frac{1}{2p}} \cdot (c_{kl}^2)^{\frac{1}{2p}} \cdot (1 - \cos(kh) \cos(lh)) \leq \left(\sum_{k=m}^{\infty} \sum_{l=n}^{\infty} c_{kl}^2(f) \right)^{1-\frac{1}{2p}} \times \\
& \quad \times \left(\sum_{k=m}^{\infty} \sum_{l=n}^{\infty} (1 - \cos(kh) \cos(lh))^{2p} c_{kl}^2(f) \right)^{\frac{1}{(2p)}} = \mathcal{E}_{m-1, n-1}^{2-\frac{1}{p}}(f)_{2, \mu} \times \\
& \quad \times \left(\sum_{k=m}^{\infty} \sum_{l=n}^{\infty} (k^2 + l^2)^{-2r} (1 - \cos(kh) \cos(lh))^{2p} \cdot (k^2 + l^2)^{2r} c_{kl}^2(f) \right)^{\frac{1}{(2p)}} \leq \\
& \quad \leq \mathcal{E}_{m-1, n-1}^{2-\frac{1}{p}}(f)_{2, \mu} (m^2 + n^2)^{-r/p} \times \\
& \quad \times \left(\sum_{k=m}^{\infty} \sum_{l=n}^{\infty} (1 - \cos(kh) \cos(lh))^{2p} (k^2 + l^2)^{2r} c_{kl}^2(f) \right)^{\frac{1}{(2p)}} \leq \\
& \quad \leq \mathcal{E}_{m-1, n-1}^{2-1/p}(f)_{2, \mu} \cdot (m^2 + n^2)^{-r/p} \cdot \omega_p^{1/p}(D^r f, h)_{2, \mu}, \tag{24}
\end{aligned}$$

или что то же

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{m-1, n-1}^2(f)_{2, \mu} & \leq \mathcal{E}_{m-1, n-1}^{2-1/p}(f)_{2, \mu} \cdot (m^2 + n^2)^{-r/p} \cdot \omega_p^{1/p}(D^r f, h)_{2, \mu} + \\
& \quad + \sum_{k=m}^{\infty} \sum_{l=n}^{\infty} \cos(kh) \cos(lh) c_{kl}^2(f). \tag{25}
\end{aligned}$$

Пусть $q = \min(m, n) = m$. Умножая обе части неравенства (25) на функцию $\sin mh$ и интегрируя на отрезке $[0, \pi/m]$, убедимся, что при всех $k \geq m, l \geq n$ интеграл

$$q_m(k, l) := \int_0^{\pi/m} \sin mh \cdot \cos kh \cdot \cos lh \leq 0,$$

а потому из (25) получем

$$\frac{2}{m} \mathcal{E}_{m-1, n-1}^2(f)_{2, \mu} \leq \mathcal{E}_{m-1, n-1}^{2-1/p}(f)_{2, \mu} \cdot (m^2 + n^2)^{-r/p} \int_0^{\pi/m} \omega_p^{1/p}(D^r f, h)_{2, \mu} \sin mhdh.$$

Отсюда получаем

$$\left(\mathcal{E}_{m-1, n-1}(f)_{2, \mu}\right)^{1/p} \leq \frac{m}{2(m^2 + n^2)^{r/p}} \cdot \int_0^{\pi/m} \omega_p^{1/p}(D^r f, h)_{2, \mu} \sin mhdh,$$

или что то же

$$\mathcal{E}_{m-1, n-1}(f)_{2, \mu} \leq \frac{1}{(m^2 + n^2)^r} \left(\frac{m}{2} \int_0^{\pi/m} \omega_p^{1/p}(D^r f, h)_{2, \mu} \cdot \sin mhdh \right)^p. \quad (26)$$

Если же $q = \min(m, n) = n$, то аналогичным образом получаем

$$\mathcal{E}_{m-1, n-1}(f)_{2, \mu} \leq \frac{1}{(m^2 + n^2)^r} \left(\frac{n}{2} \int_0^{\pi/n} \omega_p^{1/p}(D^r f, h)_{2, \mu} \cdot \sin nhdh \right)^p. \quad (27)$$

Требуемое неравенство (22) вытекает из (26) и (27). Отметим, что теорема 3 является в некотором смысле обобщением известного результата [7] на случай приближения в среднем «углами» функций f , принадлежащих классу $L_{2, \mu}^{(r)}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абилов В.А., Каримов М.К. Об оценке остаточных членов кратных рядов Фурье-Чебышева и кубатурных формул чебышевского типа. – ЖВМ и МФ, 2003, т.43, №4, с.643-663.
2. Суетин П.К. Классические ортогональные многочлены. – М.:Наука, 1979, 416 с.
3. Потапов М.К. О приближении "углом". – Proc of the Conf. on Constructive Theory of Functions, Budapest, 1972, pp.371-399.
4. Вакарчук С.Б., Шабозов М.Ш. О точных значениях квазипоперечников некоторых функциональных классов. – УМЖ, 1996, т.48, 3, с.301-308.
5. Шабозов М.Ш., Акобиршоев М.О. – Квазипоперечники некоторых классов дифференцируемых периодических функций двух переменных. – ДАН России, 2005, т.404, №4, с.460-464.
6. Вакарчук С.Б., Вакарчук М.Б. Точные неравенства типа Джексона в весовом пространстве $L_{2, \rho}(\mathbb{R}^2)$. – Вестник Днепропетровского университета, серия: Математика, 2014, выпуск 19, с.17-23.
7. Шалаев В.В. О поперечниках в L_2 классов дифференцируемых функций, определяемых модулями непрерывности высших порядков. – УМЖ, 1991, т.43, №1, с.125-129.

Ф.М.МАДИМАРОВА

**ОИД БА НАЗДИККУНИИ БЕХТАРИНИ МИЁНАШУДАИ БО ВАЗНИ
ЧЕБИШЕВИ БАЪЗЕ СИНФҲОИ ФУНКСИЯҲОИ ДУТАҒЙИРЁБАНДАИ
ДИФФЕРЕНСИРОНИДАШАВАНДА**

Донишгоҳи миллии Тоҷикистон

Дар мақола сарҳади болоии наздиккунии беҳтарини "кунҷо" ба воситаи полиномҳои алгебравӣ барои баъзе синфҳои функсияҳои дутағйирёбандаи дифференсиронидашаванда дар метрикаи фазои $L_{2,\mu}(Q)$, $Q = \{(x, y) := -1 \leq x, y \leq 1\}$ бо вазни Чебишев $\mu(x, y) = 1/\sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}$ ёфта шудааст.

Калимаҳои калидӣ: сарҳади болоӣ, фазои гилбертӣ, оператори воҳидӣ, ҳосили зарби тензорӣ, квазикутр.

F.M.MADIMAROVA

**ON THE BEST APPROXIMATION IN THE MEAN WITH CHEBYSHEV
WEIGHT OF CERTAIN CLASSES OF DIFFERENTIABLE FUNCTIONS
OF TWO VARIABLES**

Tajik National University

In this paper the upper bounds of the best approximation by "nodes" of algebraic polynomials for classes of differentiable functions of two variables in the metric of the space $L_{2,\mu}(Q)$, $Q = \{(x, y) := -1 \leq x, y \leq 1\}$ with Chebyshev weight $\mu(x, y) = 1/\sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}$ are found.

Key words: upper bounds, Hilbert space, unit operator, tensor product, quasiwidth.

УДК 517.9

С.З.КУРБАНШОЕВ

ПОСТРОЕНИЕ И СВОЙСТВА НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОЕКТОРОВ
СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ОТКЛОНЯЮЩИМСЯ
АРГУМЕНТОМ

Российско-Таджикский (Славянский) университет

Поступила в редакцию 30.07.2017 г.

В статье вводится понятие разрешающего оператора для названных систем. Получена оценка решений нелинейных уравнений в конусе, обобщается понятие линейного и нелинейного операторов Грина. Исследованы некоторые свойства интегральных многообразий, определяемых нелинейными проекторами.

Ключевые слова: банахово пространство, оператор Грина, экспоненциальная дихотомия, интегральное многообразие, проекторы.

1. Оценка решений дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом (ДУОА)

Определение. Выпуклое множество K элементов нормированного пространства B называется конусом, если наряду с каждым элементом $X \in K$ содержит все элементы вида λX ($\lambda \geq 0$) и не содержит элемента $-X$.

Например, в банаховом пространстве B функций, непрерывных на отрезке $[0, T]$, множество неубывающих функций образует конус.

Рассмотрим линейные операторы A_j ($j=1,2$), отображающие банахово пространство B в B . Для оператора A через $\rho(A)$ обозначим спектральный радиус. Оператор A будем называть монотонным в конусе $K \subset B$, если из соотношений $X \leq Y$, $X \in K$, $Y \in K$ следует выполнение соотношения $AX \leq AY$. Из соотношения

Адрес для корреспонденции: Курбанишоев Сафарали Завкибекович. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Мирзо Турсун-заде, 30, Российско-Таджикский (Славянский) университет.
E-mail: ksz48_@hotmail.com

$A_1 \leq A_2$ в конусе K следует, что для любого $X \in K$ выполняется соотношение $A_1 X \leq A_2 X$.

Лемма 1. Если $\rho(A) < 1$ и A – монотонный в пространстве B оператор, то из соотношения $Y \leq AY$ следует соотношение $Y \leq V$, где V – решение уравнения $V = AV$.

Лемма 2. Если $\rho(A_1) < 1, \rho(A_2) < 1$ и $A_1 \leq A_2$ в пространстве B и один из операторов A_1, A_2 монотонный, то для решений уравнений $Y = A_1 Y, V = A_2 V$ выполняется соотношение $Y \leq V$.

Из лемм 1 и 2 следует, что если операторы A_1, A_2 преобразуют конус K в себя, то $X \in K, Y \in K$ и для выполнения соотношения $Y \leq V$ достаточно выполнения соотношения $A_1 \leq A_2$ лишь в конусе K .

Теорема 1. Пусть ДУОА

$$\frac{dX(t)}{dt} = \sum_{k=1}^N A_k(t) X(t + \theta_k(t)) + \sum_{k=1}^N \mu_k F_k(t, X(t + \theta_k(t))) \quad (1)$$

$$-h \leq t + \theta_k(t) \leq h, \quad X \in B$$

имеет при $\mu = 0$ устойчивое решение $X = 0$.

Если выполнены условия

$$\begin{aligned} \|F_k(t, 0)\| &\leq M \quad (M > 0), \quad (k = 1, 2, \dots, N), \\ \|F_k(t, X(t + \theta_k(t))) - F_k(t, Y(t + \theta_k(t)))\| &\leq \\ &\leq L_k \sup_{|\theta_k(t)| \leq h} \|X(t + \theta_k(t)) - Y(t + \theta_k(t))\|, \end{aligned} \quad (2)$$

то нулевое решение $X = 0$ системы (1) устойчиво при $\mu \neq 0$.

Доказательство. Пусть задано начальное условие

$$X(t) = \Phi(t), \quad \|\Phi(t)\| \leq m, \quad -h \leq t \leq 0,$$

где

$$\|X(t)\| = \max_{-h \leq t \leq T} |X(t)|. \quad (3)$$

Обозначим через $N(t - \tau)$ разрешающий оператор уравнения (1) при $\mu = 0$. Из условий теоремы 1 следует, что

$$\|N(t)\| \leq m_1 < \infty.$$

При $\mu \neq 0$ из ДУОА (1) получим ИУ

$$X(t) = N(t)\Phi(0) + \int_0^t N(t-\tau) \sum_{k=1}^N \mu_k F_k(s, X(s + \theta_k(s))) ds.$$

Переходя к нормам, получим неравенство

$$Y(t) \leq m_1 \|\Phi(0)\| + \int_0^t m_1 \sum_{k=1}^N |\mu_k| F_k(s, Y(s + \theta_k(s))) ds, \quad (4)$$

$$Y(t) = \|X(t)\|.$$

Решая интегральное неравенство (4), используем банахово пространство B непрерывных при $-h \leq t \leq T$ функций с конусом K неубывающих неотрицательных функций с нормой (3). Введём два оператора A_1, A_2 с нулевыми спектральными радиусами $\rho(A_1)$ и $\rho(A_2)$ соответственно

$$A_1 Y(t) \equiv m_1 \|\Phi(0)\| + \int_0^t \sum_{k=1}^N |\mu_k| m_1 \|F_k(s, Y(s + \theta_k(s)))\| ds \quad (t \geq 0),$$

$$Y(t) = \|\Phi(t)\| \quad (-h \leq t \leq 0),$$

$$A_2 Y(t) \equiv m_1 m + \int_0^t \sum_{k=1}^N |\mu_k| m_1 \|F_k(s, Y(s + \theta_k(s)))\| ds \quad (t \geq 0),$$

$$Y(t) = m \quad (-h \leq t \leq 0).$$

Выполнение неравенства $Y_1(t) \leq Y_2(t)$ понимается при $t \in [-h, T]$. Так как $A_1(t) \leq A_2(t)$ и A_1, A_2 – монотонные операторы в пространстве B , то из лемм 1 и 2 следует, что при $t \in [-h, T]$ будет выполняться соотношение $Y(t) \leq V(t)$, где $V(t) = A_2 V(t)$ ($t \geq 0$), $V(t) = m$ ($-h \leq t \leq 0$).

Введём монотонный оператор A_3 :

$$A_3 Y(t) \equiv m_1 m + \int_0^t \sum_{k=1}^N |\mu_k| m_1 \|F_k(s, Y(s))\| ds \quad (t \geq 0).$$

Так как $A_2 : K \rightarrow K$, $A_3 : K \rightarrow K$ и $A_3 \geq A_2$ в конусе K , то при $t \geq 0$ из лемм 1 и 2 следует, что $V(t) \leq W(t)$, где $W(t)$ – решение ИУ

$$W(t) = m \cdot m_1 + m_1 \int_0^t \sum_{k=1}^N |\mu_k| \|F_k(s, Y(s))\| ds \quad (-h \leq t \leq T). \quad (5)$$

Решая ИУ (5) в силу произвольности T , получим оценку

$$W(t) \leq c \cdot \exp \left\{ \sum_{k=1}^N |\mu_k| m_1 L t \right\}, \quad (6)$$

где $c = m_1 \cdot m + m_1 M \sum_{k=1}^N |\mu_k|$. Оценка (6) доказывает теорему.

2. Формула Грина для систем линейных ДУОА. Рассмотрим систему линейных дифференциальных уравнений (СЛДУ) на всей оси t ($-\infty < t < \infty$)

$$\frac{dX(t)}{dt} = \sum_{k=1}^N A_k(t) X(t + \theta_k) + F(t), \quad \|F(t)\| \leq M \quad (M > 0), |\theta_k| \leq h, \quad (7)$$

где $X \in B$, B – некоторое банахово пространство, $A_k(t)$ ($k = 1, 2, \dots, m$) – линейные операторы, определенные для кусочно-непрерывных функций $Y(\theta_k)$, заданных при $-h \leq t \leq T$, $X(t)$ – искомое решение при $t > 0$, $F(t)$ – непрерывная, ограниченная функция, определённая при $t \in (-\infty, \infty)$, $\theta_k = \text{const}$ ($k = 1, 2, \dots, m$).

Полагаем, что для однородной СДУ

$$\frac{dX(t)}{dt} = \sum_{k=1}^N A_k(t) X(t + \theta_k), \quad |\theta_k| \leq h \quad (8)$$

имеет место экспоненциальная дихотомия (ЭД) решений [1], то есть характеристическое уравнение

$$\det \left(Ep - \sum_{k=1}^N A_k e^{p\theta_k} \right) = 0, \quad (A_k(t) \equiv A_k)$$

не имеет нулей на мнимой оси. При этом СЛДУ (7) имеет частное, ограниченное на всей оси t решение

$$X(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(t-\tau) F(\tau) d\tau,$$

где через $G(t-\tau)$ обозначена матрица Грина

$$G(t-\tau) = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty}^{i\infty} \left(Ep - \sum_{k=1}^N A_k e^{p\theta_k} \right)^{-1} \cdot e^{p(t-\tau)} dp.$$

Поскольку при $p \rightarrow \infty$, $|\operatorname{Re} p| < \sigma$ имеет асимптотику

$$\left(Ep - \sum_{k=1}^N A_k e^{p\theta_k} \right)^{-1} = Ep^{-1} + o(p^{-2}), \quad (9)$$

то матрица Грина $G(t-\tau)$ имеет в точке $t = \tau$ скачок $G(+0) - G(-0) = E$.

Если матрица (9) не имеет полюсов в полосе $|\operatorname{Re} p| < \sigma$, то для матрицы Грина справедлива оценка

$$\|G(t-\tau)\| \leq c \cdot e^{-\sigma|t-\tau|} \quad (c \geq 1, t \geq \tau, \lambda > 0, -\infty < t, \tau < \infty). \quad (10)$$

Известно [2-4], что матрица Грина $G(t-\tau)$ является решением матричного дифференциального уравнения (МДУ)

$$\frac{\partial G(t-\tau)}{\partial t} = \sum_{k=1}^N A_k(t) G(t+\theta_k, \tau) + E \delta(t-\tau) \quad (t \geq 0) \quad (11)$$

с начальным условием $G(t, \tau) \equiv 0$ ($t < \tau$) и удовлетворяет условию ограниченности

$$\int_{-\infty}^{\infty} \|G(t-\tau) e^{-\sigma|t-\tau|}\| dt \leq \frac{2c}{\lambda}. \quad (12)$$

Вместо МДУ (11) можно заменить равносильными уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{\partial G(t-\tau)}{\partial t} &= \sum_{k=1}^N A_k(t) G(t, \tau) \quad (t = \tau), \\ G(\tau+0, \tau) - G(\tau-0, \tau) &= E. \end{aligned} \quad (13)$$

Уравнения (13) вместе с условиями ограниченности (12) однозначно определяют матрицу Грина $G(t, \tau)$. Уравнение (11) заменяется соответствующим ИУ

$$G(t-\tau) = E + \int_{\tau}^t \sum_{k=1}^N A_k(s) G(s+\theta_k, \tau) ds \quad (t \leq \tau).$$

Оператор $G(t-\tau)$ называется *главным оператором Грина*.

Если для СЛДУ (8) известен главный оператор Грина $G(t, \tau)$, то возмущенное ДУ с возмущенными отклонениями аргумента

$$\frac{dX(t)}{dt} = \sum_{k=1}^N [A_k(t) + B_k(t)]X(t + \vartheta_k), \quad |\vartheta_k - \theta_k| \leq \varepsilon_k \quad (14)$$

имеет главный оператор Грина $Z(t, \tau)$ и удовлетворяет ИУ

$$Z(t, \tau) = G(t, \tau) + \int_{-\infty}^{\infty} G(t-s) \sum_{k=1}^N Q_k(s) [Z(s + \vartheta_k, \tau) - Z(s + \theta_k, \tau)] ds.$$

Это уравнение заменой переменной интегрирования преобразуется к виду

$$Z(t, \tau) = G(t, \tau) + \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^N [G(t, s - \vartheta_k) Q_k(s - \vartheta_k) Z(s, \tau) - G(t, s - \theta_k) Q_k(s - \theta_k) Z(s, \tau)] ds. \quad (15)$$

Обозначая

$$I(t, s) = G(t, s - \vartheta_k) Q_k(s - \vartheta_k) - G(t, s - \theta_k) Q_k(s - \theta_k),$$

ИУ (15) запишем в виде

$$Z(t, \tau) = G(t, \tau) + \int_{-\infty}^{\infty} I(t, s) Z(s, t) ds.$$

При выполнении условия

$$\left\| \int_{-\infty}^{\infty} I(t, s) ds \right\| \leq q < 1,$$

уравнение (14) допускает экспоненциальную дихотомию.

3. Построение нелинейных проекторов. Рассмотрим нелинейное ДУОА (1) при $|\theta_k| \leq h$, то есть когда имеется не только запаздывание, но и опережение аргумента, где $X \in B$, B – некоторое банахово пространство с нормой

$$\|X(t + \theta_k)\| = \sup_{|\theta_k| \leq h} |X(t + \theta_k)|,$$

$A_k(t)$ ($k = 1, 2, \dots, N$) – линейные операторы, определенные для кусочно-непрерывных функций $Y(\theta_k)$ ($k = 1, 2, \dots, N$), заданные при $|\theta_k| \leq h$, $X(t)$ – искомое решение при $t > 0$, $|\mu_k| \leq \mu_0$ ($\mu_0 > 0$) – малые параметры, $F_k(t, Y(\theta_k))$ ($k = 1, 2, \dots, N$) – операторы

ры, сопоставляющие функцию $Y(\theta_k)$, заданную при $|\theta_k| \leq h$ ($k=1,2,\dots,N$), со значениями в пространстве B .

Предположим, что операторы $F_k(t, Y(\theta_k))$ ($k=1,2,\dots,N$) кусочно-непрерывны по t , определены для непрерывных функций $X(t)$ и почти всюду для кусочно-непрерывных функций $X(t)$.

Пусть при $t \geq 0$ выполняются условия (2). Полагаем, что при $\mu = 0$ для СЛДУ

$$\frac{dX(t)}{dt} = \sum_{k=1}^N A_k(t) X(t + \theta_k) \quad (16)$$

имеет место условие ЭД, то есть её матрица Грина удовлетворяет условию (10).

Ищем многообразие решений ДУОА (1) с начальным условием

$$X(t) = \Phi(t), \quad -h \leq t \leq 0. \quad (17)$$

Используем понятие нелинейного оператора Грина [5]. Единственное ограниченное при всех t, τ ($t \geq \tau \geq 0$) решение системы ДУОА

$$\begin{aligned} \frac{\partial H(t, \tau, X, \mu)}{\partial t} &= \sum_{k=1}^N A_k(t) H(t + \theta_k, \tau, X, \mu) + \\ &+ \sum_{k=1}^N \mu_k F_k(t, H(t + \theta_k, \tau, X, \mu)) + X \delta(t - \tau) \end{aligned} \quad (18)$$

с начальным условием $G(t, \tau) \equiv 0$ ($t < \tau$) определяется из системы ИУ

$$H(t, \tau, X, \mu) = G(t, \tau) + \sum_{k=1}^N \mu_k \int_{-\infty}^{\infty} G(t - \tau) F_k(s, H(s + \theta_k, \tau, X, \mu)) ds \quad (t \geq \tau),$$

которое после замены переменной интегрирования примет вид

$$H(t, \tau, X, \mu) = G(t, \tau) + \sum_{k=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} G(t, s - \theta_k) \mu_k F_k(s - \theta_k, H(s, \tau, X, \mu)) ds. \quad (19)$$

Пусть $X \in S_1(t, \mu)$, где $S_1(t, \mu)$ – сечение при $t = \tau$ интегральное многообразие (ИМ) решений, притягивающихся при $t \rightarrow +\infty$ к нулевому решению. При этом имеем равенство $H(t, \tau, X, \mu) \equiv 0$ ($t < \tau$). ИУ (19) при $t > \tau$ принимает вид

$$H_1(t, \tau, X, \mu) = G(t, \tau) X + \sum_{k=1}^N \int_{\tau}^{\infty} G(t, s - \theta_k) \mu_k F_k(s - \theta_k, H(s, \tau, X, \mu)) ds, \quad (20)$$

где при $X = P_1(\tau, X, \mu)$ введено обозначение

$$H_1(t, \tau, X, \mu) = H(t, \tau, P_1(\tau, X, \mu), \mu) \quad (t < \tau).$$

Аналогично получается другое векторное ИУ при $t < \tau$

$$H_2(t, \tau, X, \mu) = G(t, \tau)X + \sum_{k=1}^N \int_{-\infty}^{\tau} G(t, s - \theta_k) \mu_k F_k(s - \theta_k, H(s, \tau, X, \mu)) ds, \quad (21)$$

где $X \in S_2(\tau, \mu)$ – сечение при $t = \tau$ ИМ G_2 решений, притягивающихся при $t \rightarrow -\infty$ к нулевому решению. При $X = -P_2(\tau, -X, \mu)$ введено обозначение

$$H_2(t, \tau, X, \mu) = H(t, \tau, -P_2(\tau, -X, \mu), \mu) \quad (t < \tau).$$

Решение векторных ИУ (20), (21) находится методом последовательных приближений [5].

Имеет место следующая

Теорема 2. Пусть для системы ДУОА (1) выполнены условия (2), (10) и (17). Тогда при выполнении условия

$$2\lambda cL_0 < \lambda^2 - \nu^2 \quad (0 \leq \nu < \lambda)$$

существуют нелинейные операторы Грина $H_i(t, \tau, X, \mu)$ ($i=1, 2$), удовлетворяющие системе ДУ (18). При заданном значении X и $2cL_0 < \lambda$ существует единственное ограниченное при всех t, τ ($t \geq 0, \tau \geq 0$) и ($t \leq 0, \tau \leq 0$) решение $H_i(t, \tau, X, \mu)$ ($i=1, 2$) системы ДУ (1). Это решение находится методом последовательных приближений, которые сходятся при выполнении условия $2cL_0 < \lambda$, где $L_0 = e^{-\lambda h} \sum_{k=1}^N |\mu_k| L_k$.

Отметим, что при осуществлении метода последовательных приближений при $-h \leq \theta_k \leq 0$ необходимо знать $F_k(s - \theta_k, H_{1,n}(s, \tau, X, \mu))$ $k=1, 2, \dots, N$ при $t \leq 0$.

Уравнения $X(t, \mu) = H_1(t, \tau, X(\tau), \mu)$ ($t > \tau$) описывают всевозможные $X(\tau)$ интегральные траектории с отклоняющимся аргументом (1), образующие ИМ G_1 решений, притягивающихся к нулевому решению при $t - \tau \rightarrow +\infty$.

Аналогично, уравнения $X(t, \mu) = H_2(t, \tau, X(\tau), \mu)$ ($t < \tau$) описывают при всевозможные $X(\tau)$ интегральные траектории системы ДУОА (1), образующие ИМ G_2 решений, притягивающихся к нулевому решению при $t - \tau \rightarrow -\infty$.

Нелинейные операторы

$$P_1^0(t, X, \mu) = H_1(t+0, t, X, \mu), \quad P_2^0(t, X, \mu) = -H_2(t-0, t, X, \mu) \quad (22)$$

являются нелинейными проекторами на многообразиях $S_1(t, \mu)$, $S_2^*(t, \mu)$, где $S_2^*(t, \mu)$ – многообразие, расположенное симметрично относительно точки $X = 0$ многообразию $S_2(t, \mu)$. Многообразия $S_1(t, \mu)$, $S_2(t, \mu)$ определяются системами уравнений

$$X = P_1^0(t, X, \mu), \quad X + P_2^0(t, -X, \mu) = 0.$$

Проекторы $P_i^0(t, X, \mu)$, $(i=1,2)$, определяемые формулами (22), совпадают с проекторами $P_i(t, X, \mu)$, $(i=1,2)$ [6], если $X = P_i(t, X, \mu)$ $(i=1,2)$, то есть $P_i^0(t, P_i(t, X, \mu), \mu) = P_i(t, X, \mu)$, $(i=1,2)$ и они будут различны при $X \neq P_i(t, X, \mu)$ $(i=1,2)$. Поэтому, зная один из проекторов $P_i^0(t, X, \mu)$, $(i=1,2)$, нельзя найти другой проектор, то есть равенство $P_1^0(t, X, \mu) + P_2^0(t, X, \mu) = X$ в общем случае не выполняется.

Замечание. Аналогичный результат получается, если рассматривать уравнение с возмущенными отклонениями аргумента

$$\frac{dX(t)}{dt} = \sum_{k=1}^N A_k(t) X(t + \mathcal{G}_k) + \sum_{k=1}^N \mu_k F_k(t, X(t + \mathcal{G}_k)) \quad |\mathcal{G}_k - \theta_k| \leq \varepsilon_k.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Массера Х., Шеффер Х. Линейные дифференциальные уравнения и функциональные пространства. – М.: Мир, 1970, 456 с.
2. Валеев К.Г., Жаутыков О.А. Бесконечные системы дифференциальных уравнений. – Алма-Ата: Наука, 1974, 413 с.
3. Далецкий Ю.Л., Крейн М.Г. Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве. – М.: Наука, 1970, 534 с.
4. Самойленко А.М. Элементы математической теории многоочечных колебаний. – М.: Наука, 1987, 304 с.
5. Валеев К.Г., Курбаншоев С.З. Некоторые аналитические свойства нелинейных проекторов. – ДАН ТаджССР, 1982, т. 25, №8, с. 259-263.
6. Курбаншоев С.З. О некоторых аналитических свойствах односторонних нелинейных проекторов. – ДАН ТаджССР, 1983, т. 26, №1, с. 3-7.

С.З.ҚУРБОНШОЕВ

**СОХТАН ВА ХОСИЯТҲОИ ПРОЕКТОРҲОИ ҒАЙРИХАТТИИ
СИСТЕМАИ МУОДИЛАҲОИ ДИФФЕРЕНСИАЛИИ АРГУМЕНТАШОН
ТАМОЮЛДОР**

Донишгоҳи (Славянии) Россияю Тоҷикистон

Дар мақола мафҳуми оператори ҳалкунанда барои системаи муодилаҳои дифференсиалии аргументашон тамоюлдор ифода меёбад. Ҳалли муодилаҳои ғайрихаттӣ дар конус баҳо дода шуда, мафҳуми операторҳои хаттӣ ва ғайрихаттии Грин васеъ ифода карда шудаанд. Барои чунин муодилаҳо бисёртасвирҳои интегралӣ ва проекторҳои ғайрихаттӣ сохта шуда, баъзе хосиятҳои онҳо оварда шудаанд.

Калимаҳои калидӣ: фазои банаҳӣ, оператори Грин, дихотомияи экспоненциалӣ, бисёршаклиҳои интегралӣ, проекторҳои ғайрихаттӣ.

S.Z.KURBANSHOEV

**CONSTRUCTION AND PROPERTIES OF NONLINEAR PROJECTIONS OF
DIFFERENTIAL EQUATION SYSTEM WITH DIVERGENT ARGUMENT**

Russian-Tajik (Slavonic) University

The article is dealt with the concept of resolving operator for named systems. The assessment to the solution of nonlinear equation in cone is given, as well as the concept linear and nonlinear Green operators. Some properties of integral manifold are studied, determined with nonlinear projections.

Key word: a Banach space, Green operator, exponentially dichotomies, integral manifold, nonlinear projections.

УДК 537.312.5, 539.21, 621.315.592

Ф.А.МАДЖИДЗОДА, Х.Х.МУМИНОВ*

**МОДЕЛИРОВАНИЕ НАНОСТРУКТУРИРОВАННЫХ ОДНОПЕРЕХОД-
НЫХ СОЛНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ НА ОСНОВЕ $ZnSnN_2$**

*Филиал Московского государственного университета им. М.В.Ломоносова
в г. Душанбе,*

** Физико-технический институт им. С.У.Умарова АН Республики Таджикистан*

Поступила в редакцию 18.09.2017 г.

Предложена конструкция тонкопленочного однопереходного солнечного элемента на основе $ZnSnN_2$. Результаты численного моделирования показывают, что наибольшая эффективность предложенного дизайна тонкопленочных солнечных элементов при толщине слоя p - $ZnSnN_2$ в 1100 нм и толщине слоя n - $ZnSnN_2$ в 1320 нм может достигать 24.56%, при этом напряжение холостого хода составит 1.69 В, а плотность тока короткого замыкания – 36.4 мА/см³.

Ключевые слова: тонкопленочные солнечные элементы, фотогенерация, рекомбинация, электронно-дырочная проводимость, уравнение Пуассона.

Использование возобновляемых источников энергии, в особенности солнечной, с каждым годом приобретает всё большую актуальность. Это связано как с ограниченностью запасов органического топлива, урана и других видов традиционных источников энергии, так и с широкой доступностью солнечной энергии. Для преобразования электромагнитного излучения солнца в электричество используются фотовольтаические устройства (солнечные элементы). Для их эффективного использования в практических приложениях необходимо, чтобы фотовольтаические устройства удовлетворяли многочисленным требованиям. Первое требование заключается в высокой эффективности преобразования солнечной энергии в электричество. Во-вторых, используемый материал должен быть недорогим, доступным и нетоксичным. В-третьих, способ производства устройства должен быть недорогим, энергоэффективным, быстрым, простым и экологи-

Адрес для корреспонденции: Муминов Хикмат Халимович, Маджидзода Фируз. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/1, Физико-технический институт АН РТ.
E-mail: muminov.khikmat@mail.ru, firuzmajidov@icloud.com

чески безопасным. Четвёртое требование связано с долговечностью устройства, то есть производительность солнечного элемента должна быть стабильной в течение длительного периода эксплуатации [1]. Хотя однопереходные солнечные элементы (ОСЭ) могут преобразовывать только определенную часть фотонов солнечного спектра [2-4], тем не менее они продолжают оставаться наиболее популярными вследствие своей относительной дешевизны. Вместе с тем в последние годы все более широкое применение находят многослойные тандемные солнечные элементы, на каждом из отдельных переходов которых происходит поглощение определённой части спектра солнечного излучения, что обеспечивает повышение эффективности солнечного элемента [5].

В данной работе в качестве объекта исследования были выбраны однопереходные солнечные элементы на основе нитридов цинка/олова $ZnSnN_2$ [6] и проводится исследование влияния толщины полупроводниковых слоев на выходные параметры солнечных элементов, такие как плотность тока короткого замыкания $J_{кз}$, напряжение холостого хода $V_{хх}$ и эффективность Eff , с целью оптимизации конструкции солнечного элемента и получения наибольшей его эффективности. Основная причина выбора в качестве материала солнечного элемента нитрида цинка/олова $ZnSnN_2$ связана с его сравнительной дешевизной и широкой распространённостью цинка и олова в природе, а также со стабильностью характеристик и отработанностью технологии производства базового материала.

Для моделирования солнечного элемента используем уравнение Пуассона и уравнения непрерывности носителей заряда, которые решаются для одномерной модели в фиксированный момент времени. Концентрация электронов n , концентрация дырок p и электрический потенциал ψ считаются независимыми переменными, относительно которых решается следующая система уравнений, состоящая из уравнения Пуассона

$$\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{q} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} = p(x,t) - n(x,t) + N_D - N_A + p_i(x,t) - n_i(x,t), \quad (1)$$

где ψ – электрический потенциал, ε – диэлектрическая проницаемость, ε_0 – диэлектрическая постоянная, системы уравнений непрерывности для электронов и дырок

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{q} \frac{\partial j_n(x,t)}{\partial x} - R_n(x,t) + G(x,t), \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{q} \frac{\partial j_p(x,t)}{\partial x} - R_p(x,t) + G(x,t), \quad (3)$$

где q – заряд электрона, j_n и j_p – плотности электронного и дырочного тока, R_n и R_p – скорости рекомбинации электронов и дырок, G – скорость генерации электронно-дырочных пар, и системы уравнений переноса для электронов и дырок

$$j_n(x) = -qn\mu_n \frac{\partial \psi}{\partial x} + qD_n \frac{\partial n}{\partial x},$$

$$j_p(x) = -qn\mu_p \frac{\partial \psi}{\partial x} + qD_p \frac{\partial p}{\partial x},$$

где μ_n и μ_p – подвижности электронов и дырок в слоях, D_n и D_p – коэффициенты диффузии электронов и дырок, которые определяются по следующим формулам

$$D_n = \frac{KR\mu_n}{q}, \quad D_p = \frac{KR\mu_p}{q}.$$

Часть заряда, захваченная дефектами, p_t и n_t , описывается функцией распределения f_t , характеризующей вероятность того, что дефекты с концентрацией N_t на энергетическом уровне E заполнены электронами.

Для акцептороподобных состояний в нитриде цинка/олова $ZnSnN_2$ функция распределения имеет вид [4]

$$f_A(E) = \frac{n + N_V \exp\left[\frac{(E_V - E)}{KT}\right]}{n + p + N_V \exp\left[\frac{(E_V - E)}{KT}\right] + \exp\left[\frac{(E - E_C)}{KT}\right]}$$

и для донороподобных состояний определяется аналогичным выражением

$$f_D(E) = \frac{n + N_V \exp\left[\frac{(E_V - E)}{KT}\right]}{n + p + N_C \exp\left[\frac{(E - E_C)}{KT}\right] + \exp\left[\frac{(E_V - E)}{KT}\right]},$$

где N_V и N_C – эффективная плотность состояний в валентной зоне E_V и зоне проводимости E_C , K – постоянная Больцмана, T – абсолютная термодинамическая температура. Концентрации n и p определяются концентрациями свободных дырок и электронов

$$n = N_C \exp\left(\frac{E_C - E_F}{KT}\right), \quad p = N_V \exp\left(\frac{E_F - E_V}{KT}\right),$$

где E_F – уровень Ферми [4].

При освещении полупроводника светом с энергией фотонов больше ширины запрещенной зоны наблюдается фотогенерация электронно-дырочных пар. Образовавшиеся электроны и дырки участвуют в электрической проводимости, могут рекомбинировать или быть захвачены ловушками.

Поглощательная способность материала характеризуется коэффициентом поглощения $\alpha(\lambda)$. Эта зависимость не является резкой и для моделирования можно использовать экспериментальные данные [6] (см. рис. 1).

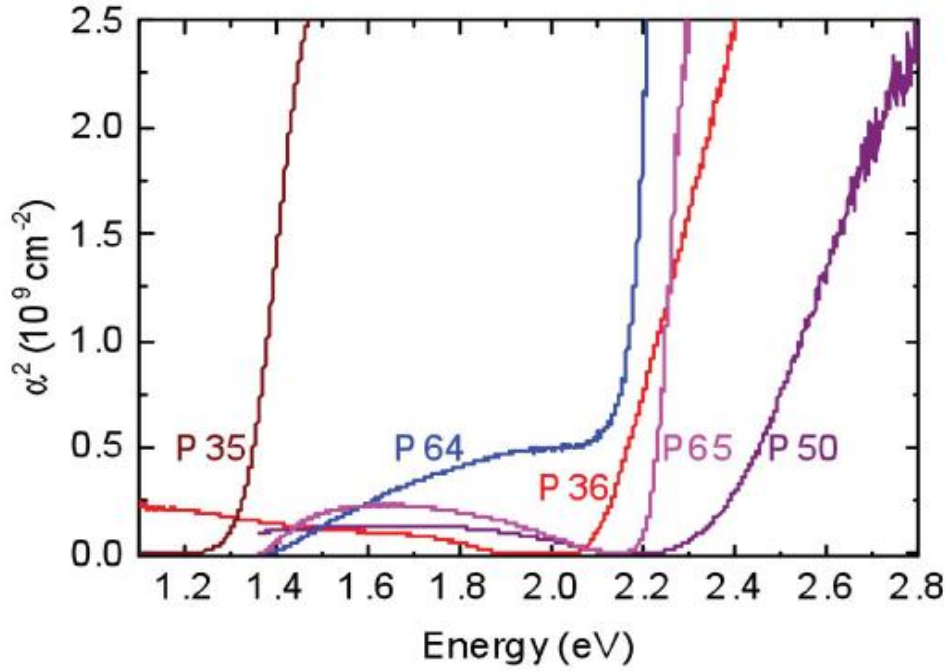


Рис 1. Спектры оптического поглощения пленок ZnSnN₂, при различных условиях [6].

Поток фотонов внутри полупроводника на глубине x (координата отсчитывается от поверхности вглубь слоя) определяется соотношением Бугера-Ламбера

$$G(x, \lambda) = \frac{\alpha(\lambda) F_0(\lambda) \exp(-\alpha(\lambda) x)}{1 - R} - R \exp(\alpha(\lambda) x).$$

Скорости рекомбинации электронов R_n и R_p можно принять равными в соответствии с моделью Шокли-Рида-Хола [7]

$$R_n = R_p = \gamma \mathcal{S} (np - n_i^2) \int_{E_v}^{E_c} [f_D(E) + f_A(E)] d(E),$$

где γ – коэффициент рекомбинации, \mathcal{S} – тепловая скорость движения носителей заряда.

Для получения решения уравнений (1) – (3) должны удовлетворяться следующие граничные условия

$$\begin{aligned} \psi(0) &= \psi_{\text{перед}} - \psi_{\text{зад}} + v, \quad \psi(d) = 0; \\ j_n(0) &= qS_n \Delta n(0), \quad j_p(0) = -qS_p \Delta p(0), \\ j_n(d) &= qS_n \Delta n(d), \quad j_p(d) = -qS_p \Delta p(d) \end{aligned}$$

где S_n / S_p – скорость поверхностной рекомбинации для электронов и дырок.

В данной работе нами проводится моделирование однопереходного солнечного элемента на основе ZnSnN₂, представленного на рис. 2, с целью оптимизации его дизайна

и обеспечения наибольшей эффективности. Производство элемента обычно начинается на легированной стали. Слой $\text{In}_2\text{O}_3\text{-SnO}_2$ (ITO) обычно наносится в качестве прозрачного проводящего оксида (TCO). Толщина слоя ITO составляет приблизительно 200 нм, и толщина TCO варьируется с учетом проводимости и оптической прозрачности [2].

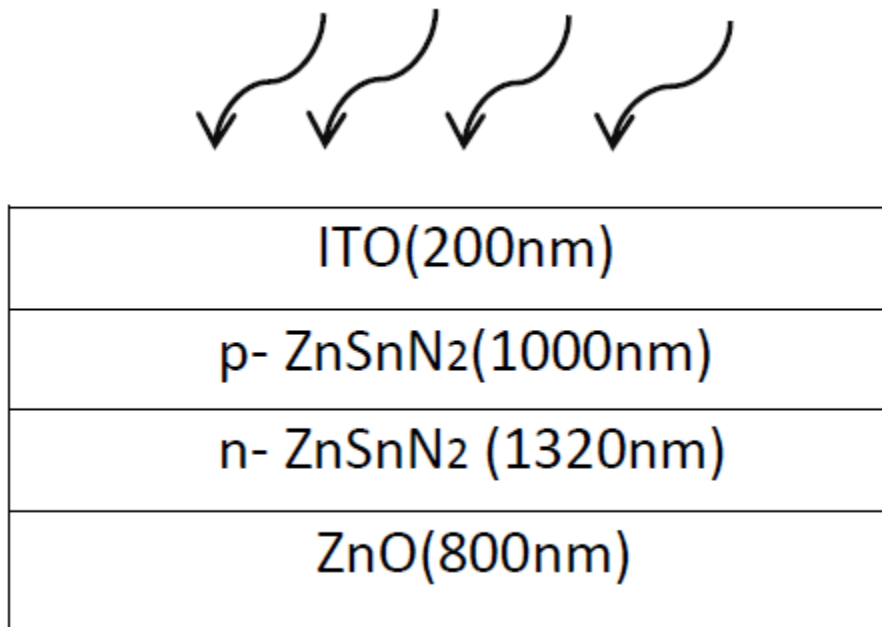


Рис. 2. Предложенная структура солнечного элемента на основе ZnSnN_2

Уравнения (1) – (3) математической модели солнечного элемента решаются в системе Matlab на основе разностной схемы Рунге-Кутты 4 и 5 порядка точности. В качестве входных данных используем данные табл. 1.

Таблица 1

Входные данные, используемые при моделировании однопереходного солнечного элемента на основе ZnSnN_2 [1], [4], [8]

Материал	Ширина запрещенной зоны (эВ)	Зоны проводимости	Валентная зона	Концентрации свободных носителей (см^{-3})	Относительная проницаемость
ITO	3.6	$2.0 \cdot 10^{20}$	$1.8 \cdot 10^{19}$	$1.0 \cdot 10^{20}$	2.0
p-ZnSnN ₂	1.42	$1.8 \cdot 10^{18}$	$4.5 \cdot 10^{20}$	$9.8 \cdot 10^{19}$	11.6
n-ZnSnN ₂	1.82	$2.3 \cdot 10^{17}$	$1.6 \cdot 10^{18}$	$2.7 \cdot 10^{20}$	11.6
ZnO	3.3	$2.2 \cdot 10^{18}$	$1.8 \cdot 10^{19}$	$8.0 \cdot 10^{18}$	9.0

На первом этапе моделирования варьировалась толщина n-слоя ZnSnN_2 . Её оптимальная толщина определена в 1320 нм. Далее в ходе моделирования проводилось вычис-

ление плотности тока короткого замыкания, напряжение холостого хода и эффективность солнечного элемента при варьировании толщины р-слоя $ZnSnN_2$. Результаты численного моделирования представлены на рис. 3-5.

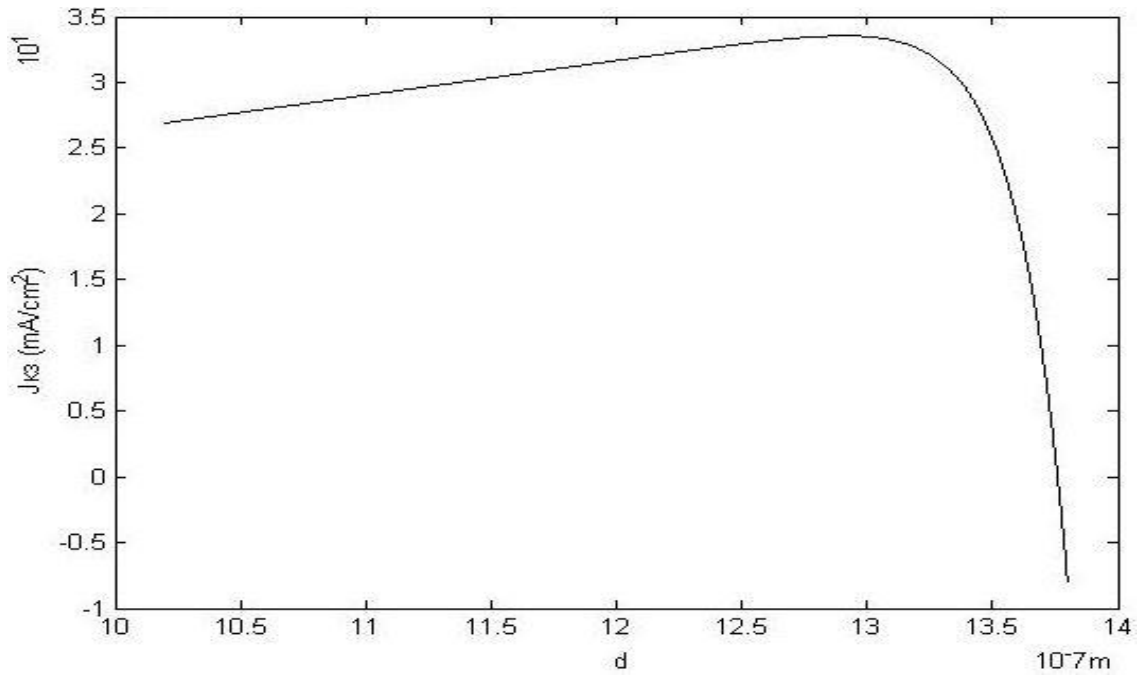


Рис. 3. График зависимости плотности тока короткого замыкания от толщины р-слоя $ZnSnN_2$.

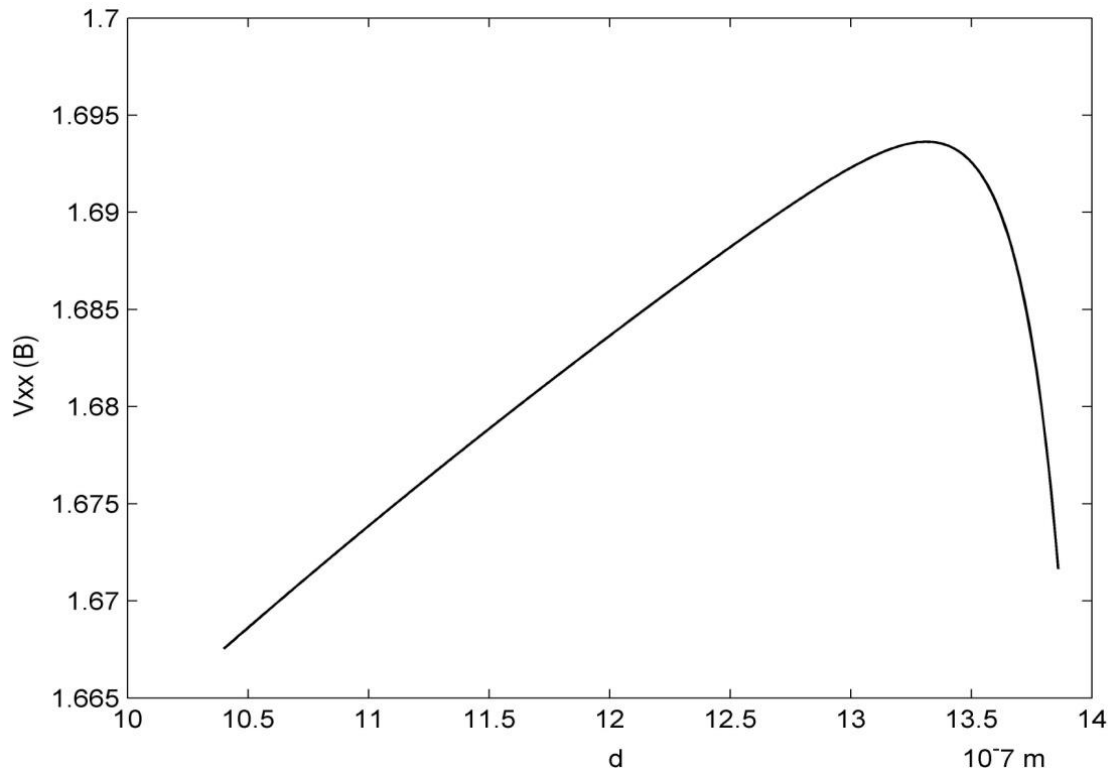


Рис.4. График зависимости напряжения холостого хода от толщины р-слоя $ZnSnN_2$.

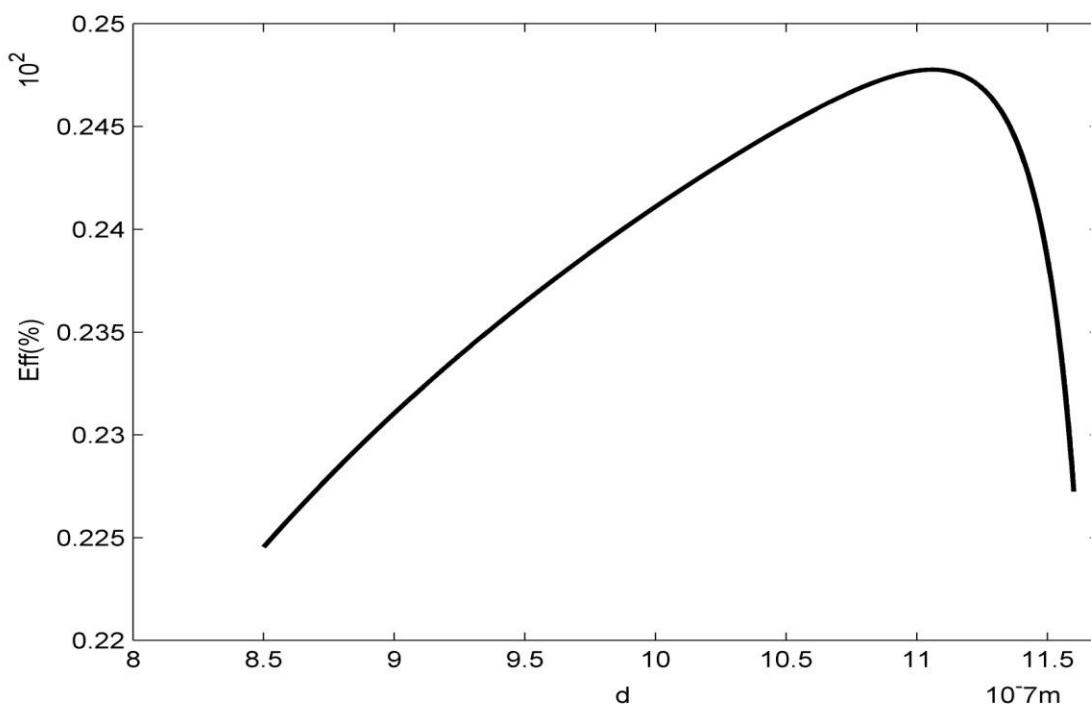


Рис. 5. График зависимости эффективности от толщины р-слоя ZnSnN₂.

Как видно из результатов численного моделирования (рис. 3-5), максимальная эффективность однопереходного солнечного элемента на основе ZnSnN₂, после оптимизации его параметров, составляет 24.56% при толщине слоя р-ZnSnN₂ в 1100 нм и слоя п-ZnSnN₂ в 1320 нм (рис. 5). Максимальная плотность тока короткого замыкания $J_{кз} = 36.4 \text{ mA} / \text{cm}^2$ и напряжение холостого хода $V_{хх} = 1.69 \text{ В}$ получились на толщине п-слоя ZnSnN₂ в 1320 нм.

Таким образом, полученные результаты численного моделирования однопереходного солнечного элемента на основе ZnSnN₂ демонстрируют его высокую эффективность при соответствующем его дизайне. С учетом большой распространенности таких элементов, как цинк и олово, в земной коре, можно говорить о перспективности предложенного солнечного элемента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Shafarman W. N., Stolt L. Handbook of Photovoltaic Science and Engineering. – Wiley Chichester, 2003, pp. 567–616.
2. Tsunomura Y. et al. 22% - Efficiency Hit Solar Cell. Biblioteca De Recursos Universica, 2011, v.1, pp.35-41.
3. Duffie J.A., Beckman W.A. Solar Engineering of Thermal Processes. John Wiley & Sons, 2006, 928 pages.
4. Carlson D.E. Semiconductors and Semimetals. – Amsterdam: Academic Press, 1984, 385 pages.

5. Muminov Kh.Kh., Mirkamali A.S. Simulation of the Efficiency of a-SiC:H/a-Si:H Tandem Multi-layer Solar Cells. – Preprint of Los-Alamos Nat. Lab. Of the USA, arXiv:1601.06112, 2016, 26 pages
6. Veal T.D. et al. Band Gap Dependence on Cation Disorder in ZnSnN₂ Solar Absorber. – Advanced Energy Materials, 2015, v. 5 (24), pp. 1501462.
7. Shockley W., Read W.T. Statistics of the recombination of holes and electrons. – Phys. Rev., 1952, v. 87, pp. 835–849.
8. Lahourcade L. et al. Structural and Optoelectronic Characterization of RF Sputtered ZnSnN₂. – Advanced Materials, 2013, v. 25 (18), pp. 2562-2566

Ф.А.МАҶИДЗОДА, Ҳ.Ҳ.МУМИНОВ*

АМСИЛАСОЗИИ ЭЛЕМЕНТҲОИ ОФТАБИИ НАНОСОҲТОРИИ ЯКГУЗАРИШӢ ДАР АСОСИ ZnSnN₂

Бахши Донишгоҳи давлатии Москва ба номи М.В.Ломоносов дар шаҳри Душанбе,

**Институту физикаю техникаи ба номи С.У.Умарови*

Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон

Сохтори элементи офтобии тунукқабатаи якгузаришӣ дар асоси ZnSnN₂ пешниҳод карда шудааст. Натиҷҳои амсиласозии ададӣ нишон медиҳанд, ки самараноки баландтарини сохтори пешниҳодшудаи элементҳои офтобии тунукқабата дар ғафсии 1100 нм қабати p-ZnSnN₂ ва 1320 нм қабати n-ZnSnN₂ ба 24.56% баробар шуда метавонад, хангоме, ки шиддати занҷири кушод баробари 1.69 В ва зичии ҷараёни занҷири кӯтоҳ ба 36.4 mA/cm³ баробар аст.

Калимаҳои калидӣ: элементи офтобии тунукқабата, фототавлид, рекомбинатсия, нокилияти электронӣ-ҷавфӣ, муодилаи Пуассон

F.A.MAJIDZODA, KH.KH.MUMINOV*

SIMULATION OF NANOSTRUCTURED SINGLE-JUNCTION SOLAR CELLS BASED ON ZnSnN₂

Dushanbe Branch of Lomonosov Moscow State University,

**S.U.Umarov Physical-Technical Institute, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

A thin-film single-junction solar cell based on ZnSnN₂ is proposed. The results of numerical simulation show that the maximum efficiency of the proposed design of thin-film solar cells with thickness of the p-ZnSnN₂ layer at 1100 nm and thickness of the n-ZnSnN₂ layer at 1320 nm could reach 24.56%, while the open circuit voltage V_{oc}=1.69 V, and the short-circuit current density J_{sc} =36.4 mA / cm².

Key words: thin-film solar cells, photogeneration, recombination, electron-hole conductivity, Poisson equation.

УДК 541.123

Х.Х.МУМИНОВ, Ш.Ф.МУХАМЕДОВА, М.АСГАРИ-ЛАРИМИ

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ ДВУХСОЛИТОННОГО
РЕШЕНИЯ СКАЛЯРНОГО НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА
С ПРИТЯГИВАЮЩИМ ПОТЕНЦИАЛОМ**

*Физико-технический институт им. С.У.Умарова АН Республики Таджикистан
Поступила в редакцию 21.08.2017 г.*

Изучаются двухсолитонные решения нелинейного уравнения Шредингера с потенциалом притяжения с конденсатными граничными условиями, которые были построены конечнозонным методом интегрирования. Численное моделирование демонстрирует устойчивость вышеупомянутых решений при разных вакуумах на левой и правой границах. Показано, что солитонное решение проявляет поведение, аналогичное ахмедиевскому бризеру при наличии ненулевой скорости солитона, которое замораживается при стремлении скорости движения к нулю.

Ключевые слова: бризер, конденсатные граничные условия, скалярное нелинейное уравнение Шредингера.

Скалярное нелинейное уравнение Шредингера является нелинейной моделью математической физики, моделирующей взаимодействие конечного числа волн и волновых пакетов. Оно является вполне интегрируемым как на классическом, так и на квантовом уровнях [1]

$$i \psi_t + \psi_{xx} + u(x, t)\psi = 0. \quad (1)$$

Уравнение (1) является очень популярной моделью, которая находит широкое приложения как в физике конденсированного состояния для описания нелинейных возбуждений в бозе-эйнштейновском конденсате, так и в различных областях нелинейной оптики (для описания самосогласованных оптических солитонов) и в физике плазмы. На

Адрес для корреспонденции: Муминов Хикмат Халимович, Мухамедова Шоира Файзуллоевна, Мохаммад Асгари-Ларими. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/1, Физико-технический институт АН РТ. E-mail: muminov.khikmat@mail.ru, shoira74@mail.ru, asghari@gmail.com

квазиклассическом уровне модель (1) допускает интерпретацию на языке многокомпонентного бозе-газа с различными видами взаимодействий. В зависимости от вида потенциала, уравнение (1) может описывать бозе-газ с двухчастичным притяжением и трехчастичным отталкиванием [2], а также описывать взаимодействие пакета высокочастотной волны $\psi(x, t)$ с низкочастотной волной $u(x, t)$. В этом случае роль потенциала $u(x, t)$ выполняет низкочастотная волна, которая может описываться одним из следующих уравнений

$$\square u(x, t) = -|\psi|_{xx}^2$$

(Захаров Б.Е. [3]),

$$(\partial_x + \partial_t)u(x, t) = -|\psi|_x^2$$

(Яджима-Ойкава [4]), которые изучались ранее в [5].

В данной статье мы рассматриваем скалярное нелинейное уравнение Шредингера, описывающее конденсат бозе-частиц с самосогласованным потенциалом притягивающего взаимодействия, которое имеет следующий вид

$$i \psi_t - \psi_{xx} - 2(|\psi|^2 - b^2)\psi = 0. \quad (2)$$

Подобные системы могут характеризоваться наличием нескольких вакуумов, которые возникают вследствие проявления замороженных степеней свободы спиновой и квадрупольной динамики, в частности в ферромагнетизме систем с высокими спинами [6], что приводит к различным конденсатным условиям на границах, которые могут соответствовать метастабильным состояниям на границах исследуемой области. Ранее подобные решения были найдены в работе [5], где было указано на возможность наличия динамики внутренних степеней свободы двухсолитонных решений и дана оценка энергии связи компонент двухсолитонного решения. Отметим, что двухсолитонные решения, полученные в [5], до сих пор не были достаточно тщательно изучены, не рассматривались вопросы их устойчивости, практически не проводился анализ динамики этих солитонов. Здесь мы рассматриваем вопросы формирования многосолитонных решений, их устойчивости и динамики методом численного моделирования.

Двухсолитонное решение уравнения (2), построенное методом конечнозонного интегрирования, можно записать в следующем виде [5], где $\xi = x + vt$

$$\psi(\xi, t) = be^{i k'_1(\xi + k'_1 t)} \left(1 + \frac{C_3 \cos(qx + \dot{w}t + w_{02}) + C_4 e^{\beta^+ \xi}}{C_1 \operatorname{ch}(\beta^+ \xi + h_1) + C_2 \cos(qx + \dot{w}t + w_{01})} \right) \quad (3)$$

где $\dot{w} = w - qv$, $k'_1 = k_1 - v^+$, $q = \alpha_2 - \alpha_1$, $w = (\alpha_2^2 - \alpha_1^2) + (\beta_2^2 - \beta_1^2)$

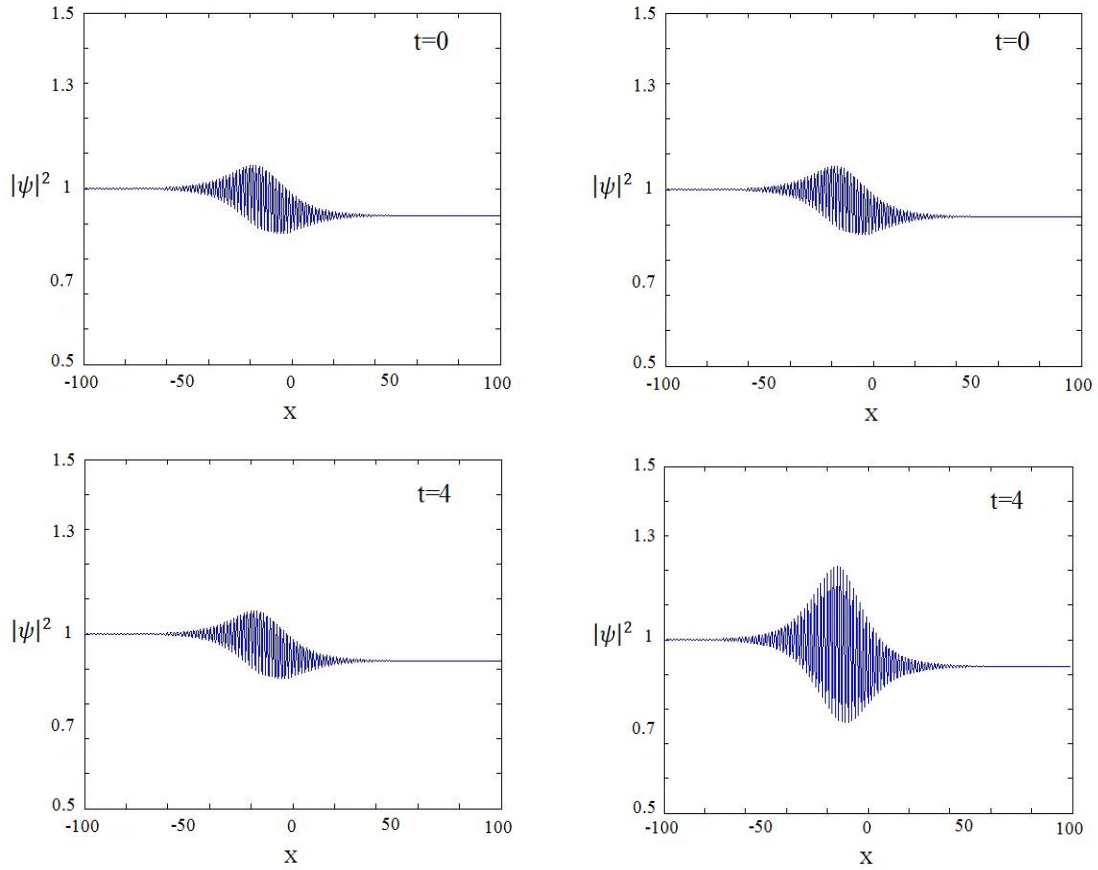
$$C_1 = \left(\frac{|c_{12}|^2 |\kappa_{12}|^2}{|\bar{\kappa}_{12}|^2 \bar{\kappa}_{11} \bar{\kappa}_{22}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad C_2 = - \left(\frac{c_{11} c_{22}}{\bar{\kappa}_{12} \bar{\kappa}_{21}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad C_3 = \left(\frac{c_{12} c_{21}}{(k_1 - \kappa_1)(k_1 - \kappa_2)} \right)^{\frac{1}{2}},$$

$$h_1 = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{|\kappa_{12}|^2}{|c_{12}|^2 |\kappa_{12}|^2 \bar{\kappa}_{11} \bar{\kappa}_{22}} \right|, \quad w_{01} = -\frac{i}{2} \ln \left| \frac{C_{12} \bar{\kappa}_{12}}{C_{21} \bar{\kappa}_{21}} \right|, \quad w_{02} = -\frac{i}{2} \ln \left| \frac{C_{12}(k_1 - \kappa_2)}{C_{21}(k_1 - \kappa_1)} \right|,$$

$$C_4 = -\frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\kappa}_{21}}{(k_1 - \kappa_1) \bar{\kappa}_{12} \bar{\kappa}_{22}} - \frac{\bar{\kappa}_{12}}{(k_1 - \kappa_2) \bar{\kappa}_{21} \bar{\kappa}_{11}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad v = \frac{2(\alpha_2 \beta_2 + \alpha_1 \beta_1)}{\beta_2 + \beta_1},$$

$$\kappa_{ij} = \kappa_i - \bar{\kappa}_j, \quad \bar{\kappa}_{ij} = \bar{\kappa}_i - \kappa_j, \quad \beta^+ = \beta_1 + \beta_2, \quad \beta^- = \beta_2 - \beta_1.$$

Для проведения анализа эволюции двухсолитонных решений (3) скалярного нелинейного уравнения Шредингера (2) на основе теории разностных схем разработан комплекс компьютерных программ.



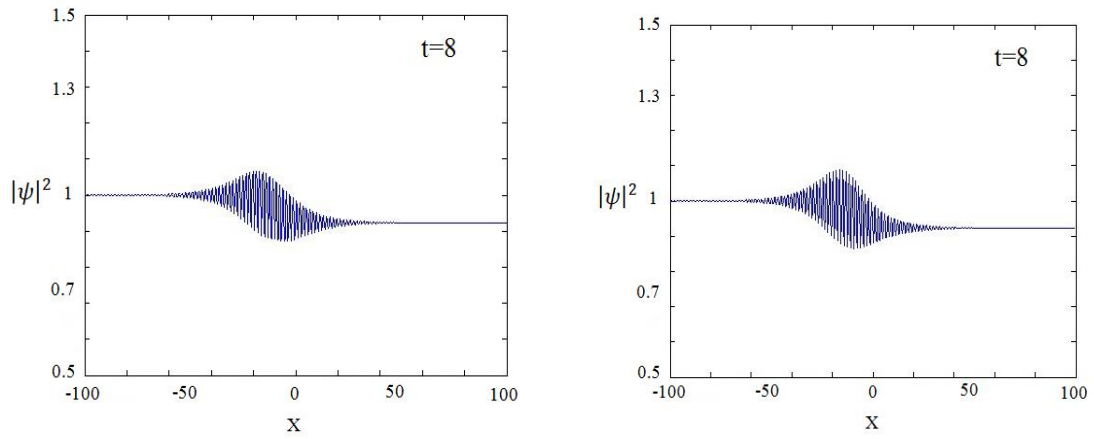


Рис.1. График эволюции числа частиц солитона при разных моментах времени левая серия рисунков изображает покоящийся солитон, справа изображен солитон, движущийся со скоростью $v = 0.19$.

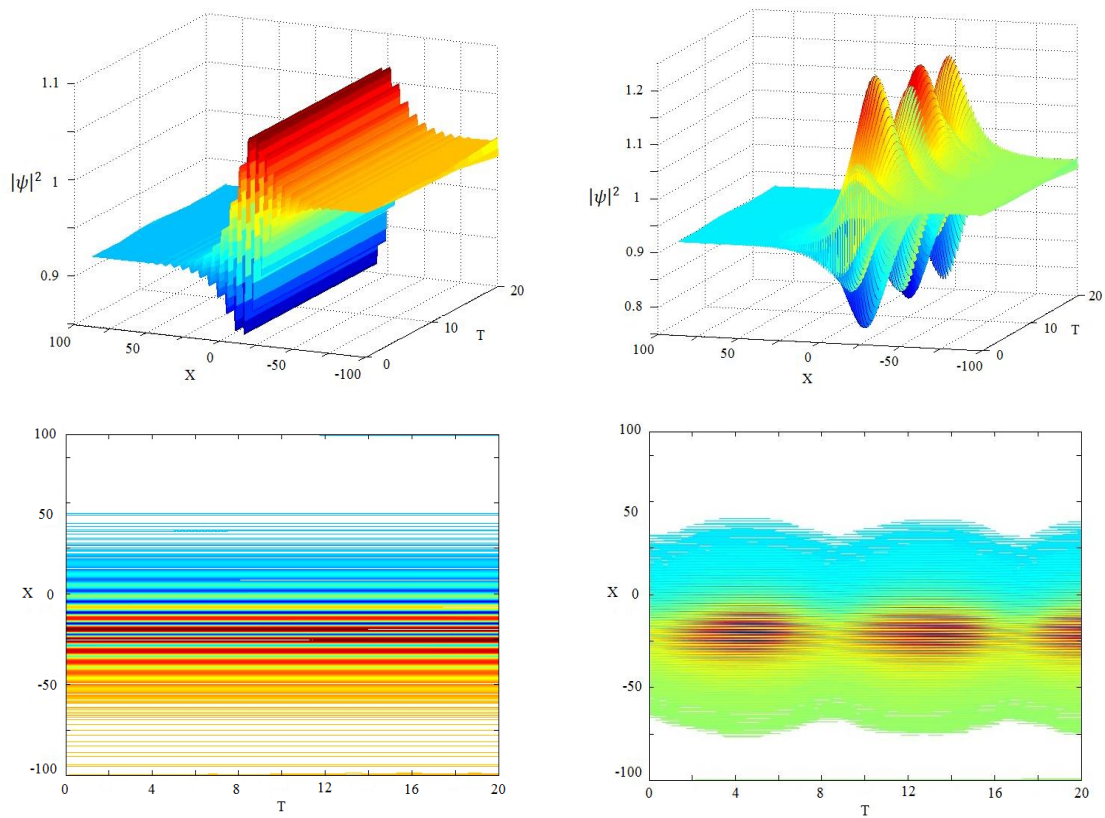
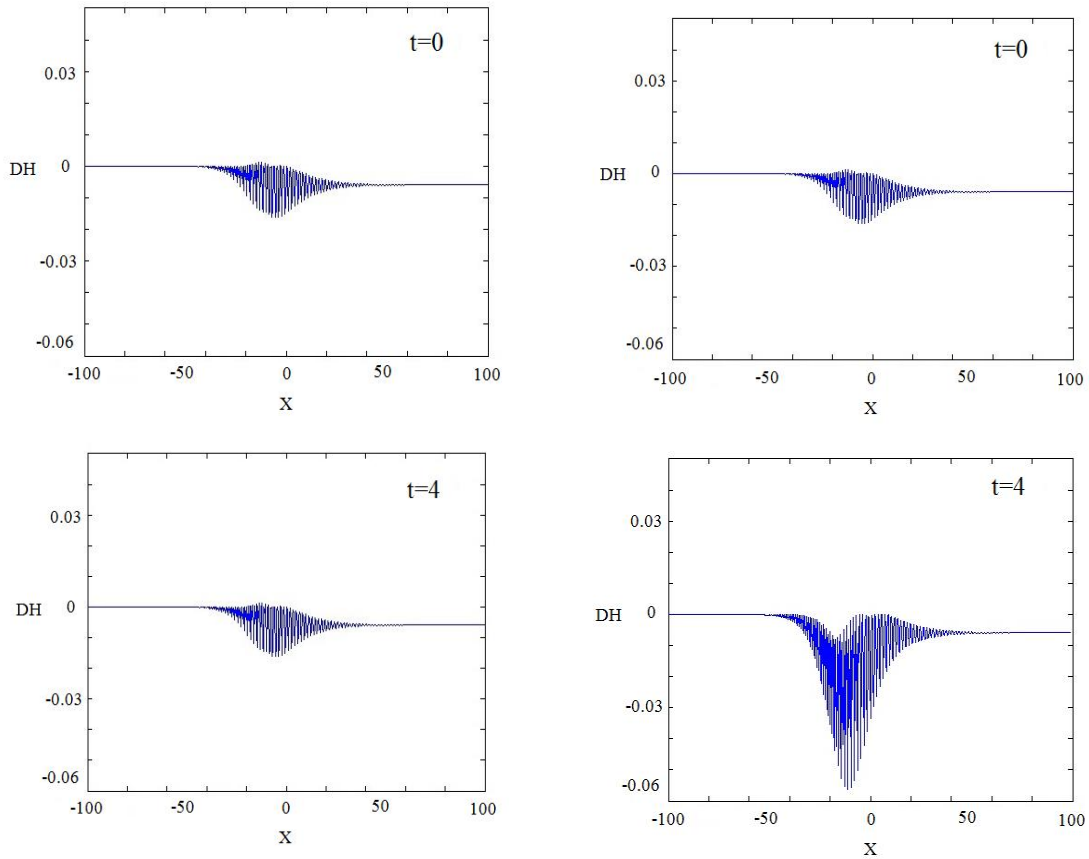


Рис.2. Динамика эволюции числа частиц солитона (слева – для покоящегося солитона, справа – при скорости движения $v = 0.19$).

Численное моделирование при скорости солитона $v=0$ демонстрирует отсутствие всякой динамики, и солитон представляет собой модулированную волну с выходом на различные вакуумы на левой и правой границах. При скоростях v , отличных от нуля, многосолитонное решение (3) проявляет свойства бризера, то есть проявляет внутреннюю динамику. Численные эксперименты демонстрируют формирование бризерного решения СНУШ с конденсатными граничными условиями при ненулевых скоростях их движения. Результаты экспериментов при параметрах $b=1$, $\alpha_1=0.019$, $\alpha_2=1$, $\beta_1=0.096$, $\beta_2=0.01$, $\gamma_1=1.84$, $\gamma_2=1.84$, $\lambda=1.5$ решения (4) приведены на рис. 1-5. Следует отметить, что при численных расчётах интеграл числа частиц сохранялся с относительной точностью $\approx 10^{-4} - 10^{-5}$, что свидетельствует о достоверности проведенных численных экспериментов.



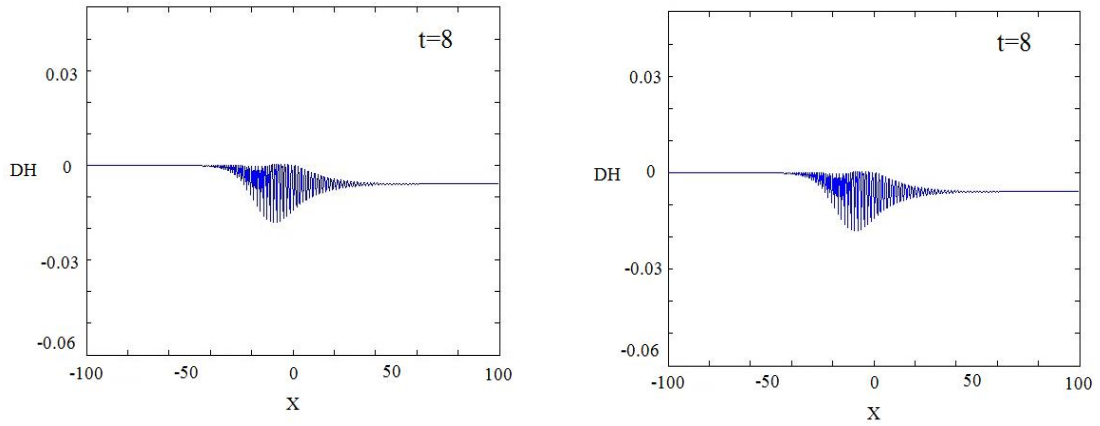


Рис.3. Графики плотности энергии солитона в различные моменты времени $t=0, 4, 8$
(слева – неподвижный солитон, справа – при скорости $v = 0.19$).

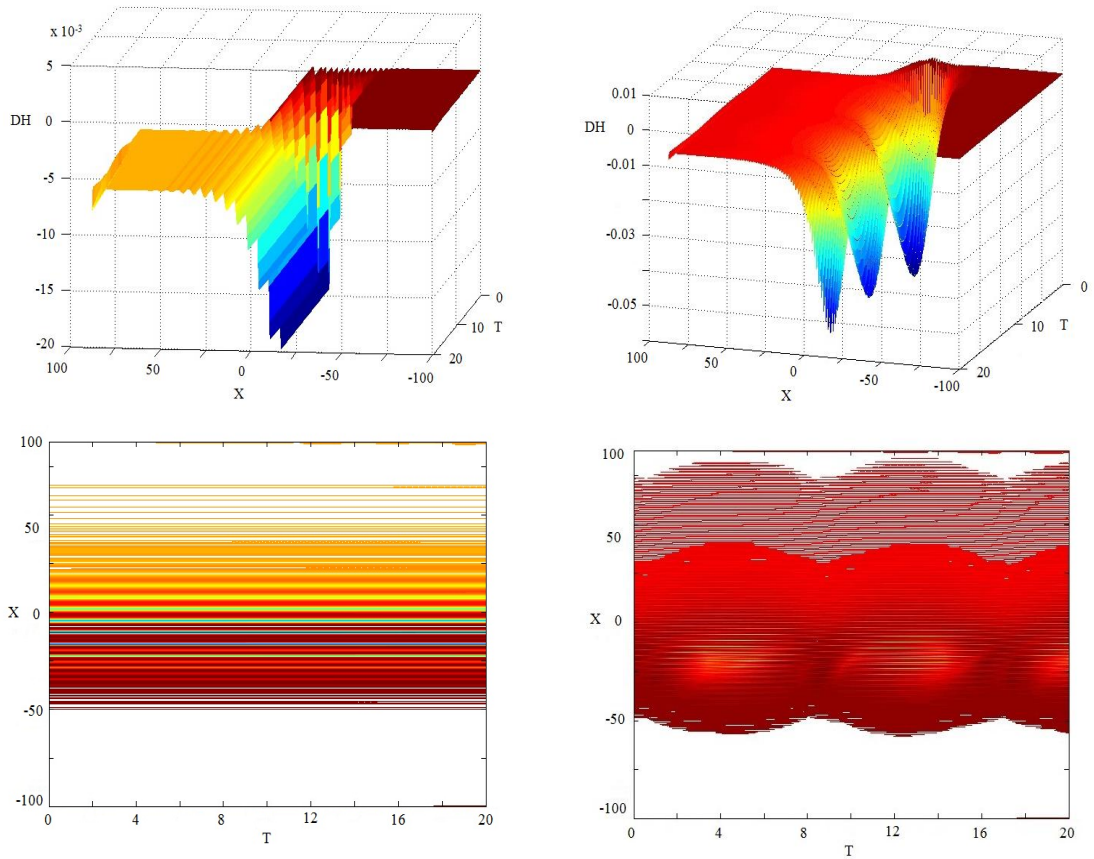


Рис.4. Эволюция плотности энергии солитона (слева – при скорости $v = 0$, справа – $v = 0.19$).

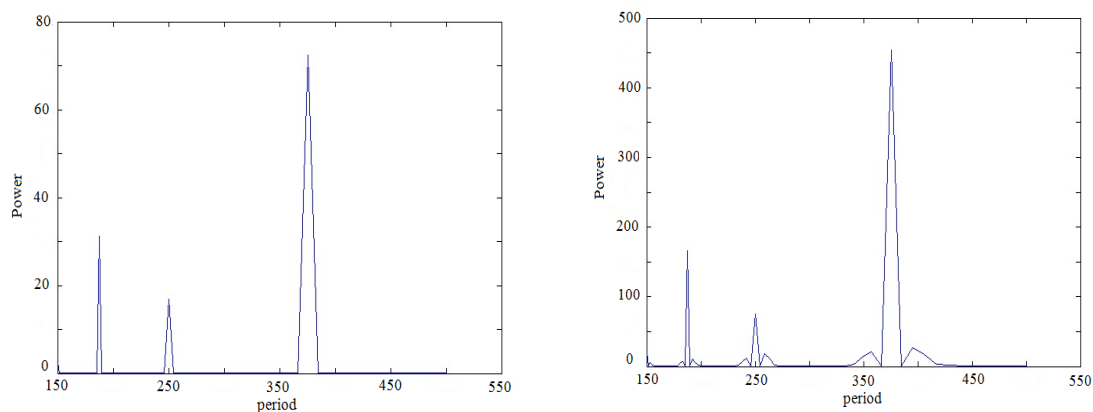


Рис.5. Фурье-анализ пространственной модуляции плотности энергии двухсолитонного решения (слева – при скорости $v = 0$, справа – $v = 0.19$).

Проведен Фурье-анализ пространственной модуляции решения (2) для неподвижного и движущегося солитона. Из рис. 5 видно, что к основным трём гармоникам пространственного периода 180, 250 и 375 ед. при движении солитона добавляются сателлиты.

Также численное моделирование показывает, что двухсолитонные решения нелинейного уравнения Шредингера с притягивающим потенциалом (1) с конденсатными граничными условиями, построенные алгебро-геометрическим методом [7], проявляют в численных экспериментах устойчивость, а динамика внутренних степеней свободы носит характер, аналогичный ахмедиевскому бризеру [8] и проявляется исключительно при наличии ненулевой скорости солитона (см. рис. 4).

ЛИТЕРАТУРА

1. Дубровин Б.А., Маланюк Т.М., Кричевер И.М., Маханьков В.Г. – Точные решения нестационарного уравнения Шредингера с самосогласованными потенциалами – ЭЧАЯ, 1988, т. 19, в. 3, с. 579.
2. Makhankov V.G., Fedyanin V.K. – Phys. Rep., 1984, v.104, pp. 1-86.
3. Захаров В.Е. – Коллапс ленгмюровских волн. – ЖЭТФ, 1972, т. 62, с. 1745-1759.
4. Yajima N., Oikawa M. – Formation and interaction of sonic-Langmuir solitons-inverse scattering method. – Progr. Theor. Phys., 1976, v. 56, pp. 1719-1739.
5. Абдуллоев Х.О., Максудов А.Т., Муминов Х.Х., Рахимов Ф.К., Маханьков В.Г. Двухсолитонные решения скалярного нелинейного уравнения Шредингера с конденсатными граничными условиями. – ЖТФ, 1995, т. 65, в. 6, с. 191-196.
6. Абдуллоев Х.О., Максудов А.Т., Муминов Х.Х. Общие динамические уравнения в пространстве $SU(2S+1)/SU(2S) \times U(1)$ и легкоосный магнетик со спином $S=3/2$. – Физика твердого тела, 1992, в.2, с. 429.
7. Маханьков В.Г. Солитоны и численный эксперимент. – ЭЧАЯ, 1983, т.14, в.1, с. 123-180.
8. Akhmediev N., Ankiewicz A. – Dissipative Solitons., Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2005.

Ҳ.Ҳ.МУМИНОВ, Ш.Ф.МУҲАМЕДОВА, М.АСҒАРӢ-ЛАРИМӢ
АМСИЛАСОЗИИ АДАДИИ ЭВОЛЮТСИЯИ ҲАЛЛҲОИ
ДУСОЛИТОНИИ МУОДИЛАИ СКАЛЯРИИ ҒАЙРИХАТТИИ
ШРЕДИНГЕР БО ПОТЕНСИАЛИ ҚОЗИБАВӢ

*Институти физикаю техникаи ба номи С.У.Умарови
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Ҳаллҳои дусолитонаи муодилаи ғайрихатти Шредингер бо потенциали қозибавӣ бо шартҳои сарҳадии конденсатӣ дида баромада шудааст. Амсиласозии ададӣ нишон медиҳад, ки ҳаллҳои дар боло номбаршуда бо вакуумҳои гуногуни сарҳадӣ аз рост ва чап устувор мебошад. Дар ҳаллҳои солитонӣ мавҷудияти бризери монанди бризери Аҳмедиев нишон дода шуд, ки дар ҳолати сурати ғайринулии солитон пайдо мешавад.

Калимаҳои калидӣ: бризер, шартҳои сарҳадии конденсатӣ, муодилаи скалярии ғайрихатти Шредингер.

Kh.Kh.MUMINOV, Sh.F.MUHAMEDOVA, M.ASGHARI-LARIMI
NUMERICAL MODELING OF EVOLUTION OF THE TWO-SOLITONIC
SOLUTION OF THE SCALAR NONLINEAR SCHRÖDINGER EQUATION
WITH THE POTENTIAL OF ATTRACTION

S.U.Umarov Physical-Technical Institute, Academy of the Republic of Tajikistan

We study two-soliton solutions to the nonlinear Schrödinger equation with potential of attraction under condensate boundary conditions, which have been constructed by finite-zone method. Numerical simulations demonstrate stability of the above mentioned solutions under different vacua on the left and right boundaries. The solitonic solutions shows Akhmediev breather – like behavior during its motion, freezing under vanishing velocities.

Key words: breather, condensate boundary conditions, scalar nonlinear Schrödinger equation.

УДК 532.5

М.А.САТТАРОВ

ВЫВОД УРАВНЕНИЙ СЕН-ВЕНАНА ИЗ УРАВНЕНИЙ РЕЙНОЛЬДСА

Институт водных проблем, гидроэнергетики и экологии

АН Республики Таджикистан

Поступила в редакцию 16.09.2017 г.

В статье получена замкнутая система уравнений движения Навье-Стокса-Рейнольдса (НСР) с новыми дифференциальными членами первой и второй степени с соответствующими коэффициентами эффективной вязкости Буссинеска и переноса завихренности Тейлора. Выведенные из этой системы новые асимметричные и двумерные модели Сен-Венана предложены для решения задач о перемещении волны паводка в руслах крупных рек и в водохранилищах речного типа.

Ключевые слова: водные ресурсы, моделирование, прогноз, паводки, наводнения, экология, методы расчёта.

1. Анализ моделей

Уравнение движения идеальной жидкости ($\mu \equiv 0$) Эйлера (1755) при гипотезе Ньютона: «Соппротивление, которое возникает из-за недостаточного проскальзывания частиц жидкости, при прочих равных условиях, пропорционально скорости, с которой частицы жидкости перемещаются друг относительно друга» [1], в расширенной редакции Навье (1822) записывается в следующем виде [2]:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = X_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (i = 1, 2, 3), \quad (1.1)$$

где u_i – проекции мгновенной скорости частиц жидкости, μ – динамическая вязкость несжимаемой жидкости.

В 1839 г Гаген [3] в опытах о течении воды в латунных трубах радиуса R $0.001 \div 0.003$ м установил формулу потери напора от расхода двучленным законом:

Адрес для корреспонденции: Саттаров Малик Абдусатторович. 734042, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 14/а, Институт водных проблем, гидроэнергетики и экологии АН РТ.
E-mail: msattarov@mail.ru

$$\Delta h = aQ + bQ^2, \quad (1.2)$$

где Q – расход, a – мера вязкости, b – поправка на кинетическую энергию.

В 1841 г. французский медик Пуазейль опубликовал результаты опытов в стеклянных трубках с радиусами порядка $(1 \div 3)10^{-6}$ м [3]. Он установил закон параболического распределения скоростей в живом сечении потока в трубе и линейную зависимость расхода от перепада давления:

$$u = \frac{\Delta h(R^2 - \xi^2)}{4\nu l}; \quad \Delta h = aQ; \quad \nu = \mu / \rho. \quad (1.3)$$

Эти законы получены впервые и Стоксом в 1849 г. из решения (1.1) [3].

В 1883 г. Рейнольдс [2] наглядными опытами доказал существование течений вида (1.2) и (1.3) и предложил безразмерное число $\mathbf{Re} = \rho U r / \mu$ как параметр перехода ламинарного типа течения к турбулентному (r – радиус трубы, U – средняя скорость, μ – вязкость, ρ – плотность воды). В 1895 г. Рейнольдс предложил незамкнутую систему уравнений среднего движения:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^3 \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = X_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \overline{\rho u'_i u'_j} \right), \quad (1.4)$$

где: u_i, u'_i, \bar{u}_i – мгновенные, пульсационные и осреднённые составляющие скорости частиц; \bar{p}, ρ – и μ – давление, плотность и динамическая вязкость несжимаемой жидкости; X_i – проекции объёмных сил.

Из (1.4) видно, что уравнения для средних скоростей и для среднего давления имеют тот же вид, что и уравнения Навье-Стокса, с той лишь разницей, что к компонентам тензора напряжений Ньютона прибавлены величины $-\overline{\rho u_i'^2}, -\overline{\rho u'_i u'_j}, \dots$, что превратило (1.4) в незамкнутую систему. В начале XX века было предложено множество полуэмпирических теорий и моделей Тейлора, Прандтля, Кармана и их учеников [4].

А.Н.Колмогоров в 1942 г. впервые предложил двухпараметрическую замкнутую модель статистической гидромеханики [5,6]: в качестве первого параметра он выбрал удельную энергию пульсаций $k = \overline{u'_i u'_j} / 2$, а второго – скорость диссипации турбулентной энергии $\omega = \sqrt{k} / l, (1/c)$ (l – внешний масштаб турбулентного потока). Он назвал её средней частотой, при которой происходит диссипация энергии. Частота ω ассоциируется с диссипативными процессами, являясь характеристикой турбулентного распада. При этом Колмогоров, обобщая гипотезу Буссинеска на трёхмерное пространство, связал напряжения Рейнольдса с напряжением скорости деформации, представив его в виде [5]:

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j} = A \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \delta_{ij} \frac{2}{3} \rho k, \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i \neq j; \\ 0, & \text{если } i = j \end{cases}, \quad (1.5)$$

где $A = pl\sqrt{k} = pl\sqrt{(u_1'^2 + u_2'^2 + u_3'^2)/2}$ – вихревая вязкость; l и k – линейный масштаб пульсаций и их кинетическая энергия в единице массы. В результате была получена система статистических уравнений развитой турбулентности вида:

$$\left. \begin{aligned} \frac{D\bar{u}_i}{Dt} &= F_i - \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\bar{p}}{\rho} + b \right) + A \sum_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{b}{\omega} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right], \\ \frac{D\omega}{Dt} &= -\frac{7}{11} \omega^2 + A_1 \sum_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{b}{\omega} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right], \\ \frac{Db}{Dt} &= -b\omega + \frac{A}{3} \frac{b}{\omega} \varepsilon + A_2 \sum_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{b}{\omega} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right], \quad \varepsilon = \sum_{ij} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right). \end{aligned} \right\}. \quad (1.6)$$

Здесь D/Dt – субстанциональная производная по времени, F_i – внешняя сила, $b = (\overline{u_1'^2} + \overline{u_2'^2} + \overline{u_3'^2})/3$ – треть среднего квадрата пульсационной скорости; $\omega = c\sqrt{b}/L$ – средняя «частота», c – константа. A, A_1, A_2 – постоянные, которые должны быть определены экспериментальным путём.

Система (1.6) была опубликована после статьи [6] с гипотезами:

1. Гипотеза локальной изотропии турбулентного течения. При достаточно высоких числах Рейнольдса мелкомасштабные турбулентные течения с характерным размером $l \ll L$ являются статистически изотропными.

2. Гипотеза диссипативного интервала. В диссипативном интервале мелкомасштабной турбулентности ($l - \lambda$) все параметры определяются скоростью диссипации \mathcal{E} и кинематической молекулярной вязкостью ν .

3. Гипотеза инерционного интервала. В инерционном интервале мелкомасштабной турбулентности ($\lambda < l < L$) все параметры определяются скоростью диссипации и масштабом вихрей l , волновым числом k и не зависят от кинематической вязкости ν .

Эти гипотезы и система (1.6) привели к росту числа эволюционных уравнений с одно- и двухпараметрическими переменными [7-10].

2. Вывод замкнутой системы уравнений Рейнольдса

В системе уравнений [1] тензор полных напряжений Ньютона и сил гидродинамического давления жидкости записывается так:

$$\tau_{Nij} = \delta_{ij}(-p) + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (2.1)$$

В статье [11] при замыкании систем уравнений (1.3) добавочные напряжения Рейнольдса были разложены в ряд Маклорена:

$$\tau_{Rij} = -\overline{\rho u'_i u'_j} = \tau_{ij}|_* + \mu_{ij}^* \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\rho l_{ij}^2}{2!} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right)^2. \quad (2.2)$$

Из выражений (2.1) и (2.2) получим расширенный тензор полных напряжений осреднённого турбулентного движения в следующем виде:

$$\begin{aligned} T_{NR} = \bar{\tau}_{Nij} + \tau_{Rij} = \delta_{Nij}(-\bar{p}) - \overline{\rho u_{Ri}^{\prime 2}} - \overline{\rho u'_i u'_j} + \\ + \mu_+ \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \left[\frac{\rho l_{ij}^2}{2!} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right)^2 + \frac{\rho l_{ji}^2}{2!} \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Здесь добавочные напряжения $-\overline{\rho u_{Ri}^{\prime 2}}$; $\overline{\rho u'_i u'_j}$ играют роль компонент $\delta_{ij}(2\rho k/3)$ в тензоре А.Н.Колмогорова (1.5). В частности, величина $-\overline{\rho u_{Ri}^{\prime 2}}$ выполняет роль пульсационного давления Рейнольдса, которое, в отличие от гидростатического, направлено в плоскостях, перпендикулярных к направлению течения. Величина $\bar{\tau}_{Rij}^* / \rho = -\overline{u'_i u'_j}$ в полуэмпирических теориях принята в виде $\sqrt{\bar{\tau}_{Rij}^* / \rho} = \sqrt{-\overline{u'_i u'_j}} = \bar{u}_*$ и представляет собой по Карману «скорость трения» – динамическую скорость частиц на границе перехода от ламинарного течения к турбулентному.

Из (2.3) следуют нормальные и касательные напряжения тензора в виде:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\tau}_{NR1} &= -p + \overline{\rho u_1^{\prime 2}} + \mu_+ \frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x} + \frac{\rho l_{11}^2}{2!} \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x} \right)^2; \\ \bar{\tau}_{NR12} = \bar{\tau}_{NR21} &= +\mu_+ \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial x} \right) + \left[\frac{\rho l_{12}^2}{2!} \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial x} \right)^2 + \frac{\rho l_{21}^2}{2!} \left(\frac{\partial \bar{u}_2}{\partial y} \right)^2 \right]; \\ \bar{\tau}_{NR2} &= -p + \overline{\rho u_2^{\prime 2}} + \mu_+ \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial y} + \frac{\rho l_{22}^2}{2!} \left(\frac{\partial \bar{u}_2}{\partial y} \right)^2; \\ \bar{\tau}_{NR13} = \bar{\tau}_{NR31} &= +\mu_+ \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial z} + \frac{\partial \bar{u}_3}{\partial x} \right) + \left[\frac{\rho l_{31}^2}{2!} \left(\frac{\partial \bar{u}_1}{\partial z} \right)^2 + \frac{\rho l_{13}^2}{2!} \left(\frac{\partial \bar{u}_3}{\partial x} \right)^2 \right]; \\ \bar{\tau}_{NR3} &= -p + \overline{\rho u_3^{\prime 2}} + \mu_+ \frac{\partial \bar{u}_3}{\partial z} + \frac{\rho l_{33}^2}{2!} \left(\frac{\partial \bar{u}_3}{\partial z} \right)^2; \\ \bar{\tau}_{NR23} = \bar{\tau}_{NR32} &= +\mu_+ \left(\frac{\partial \bar{u}_3}{\partial y} + \frac{\partial \bar{u}_2}{\partial z} \right) + \left[\frac{\rho l_{23}^2}{2!} \left(\frac{\partial \bar{u}_2}{\partial z} \right)^2 + \frac{\rho l_{32}^2}{2!} \left(\frac{\partial \bar{u}_3}{\partial y} \right)^2 \right]. \end{aligned} \right\}$$

Используя эти формулы, заменяя коэффициент динамической вязкости $\mu_+ = \mu + \mu_{ij}$ на кинематическую вязкость $\nu_+ \equiv \nu + \nu_{ij}$ [11], систему осредненных уравнений Навье-Стокса-Рейнольдса (НСР) и неразрывности запишем так:

$$\left. \begin{aligned} \frac{D\bar{u}}{Dt} &= X - \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\bar{p} - \rho \overline{u'^2} \right) + \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\nu_+ \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{l_{xx}^2}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 \right] + \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial y} \left[\nu_+ \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{l_{yy}^2}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\nu_+ \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{l_{zz}^2}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 \right], \\ \frac{D\bar{v}}{Dt} &= Y - \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial y} \left(\bar{p} - \rho \overline{v'^2} \right) + \left(\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\nu_+ \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{l_{xx}^2}{2} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right)^2 \right] + \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial y} \left[\nu_+ \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{l_{yy}^2}{2} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\nu_+ \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{l_{zz}^2}{2} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right)^2 \right], \\ \frac{D\bar{w}}{Dt} &= Z - \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\bar{p} - \rho \overline{w'^2} \right) + \left(\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\nu_+ \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \frac{l_{xx}^2}{2} \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^2 \right] + \\ &\quad + \frac{\partial}{\partial y} \left[\nu_+ \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \frac{l_{yy}^2}{2} \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right)^2 \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\nu_+ \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} + \frac{l_{zz}^2}{2} \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right)^2 \right]; \\ &\quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \end{aligned} \right\}$$

Здесь D/Dt – субстанциональная производная по времени, $u_i, u'_i, \bar{u}_i, \bar{p}$ – мгновенные, пульсационные и осреднённые скорости частиц и давления p ; ρ – плотность; X, Y, Z – проекции объёмных сил; $\rho \overline{u'^2}, \dots$ – пульсационные давления; $\partial(\tau_{xy}/\rho)/\partial x = C_{xy}^2|_*$ – «скорость трения» (по Карману) при переходе из вязкого подслоя через точку $\bar{x}_*(x_1^*, x_2^*, x_3^*)$ в присоединённую субстанцию турбулентного ядра с эффективной вязкостью Буссинеска $\nu_+(v + K)$ [8, с. 220].

Правая часть системы (НСР) и неразрывности с дифференциальными членами первой и второй степени с коэффициентами вязкости ν_+ и завихрённостью l_{ij}^2 [8] в турбулентном ядре отражают каскадный принцип Ричардсона-Колмогорова [9: с. 22]. Тогда «любую развитую турбулентность с большим числом Рейнольдса можно считать локально однородной и локально изотропной», система (НСР) и неразрывности сильно упрощается, например, при расчётах паводка и наводнений.

3. Модели Сен-Венана как осреднение замкнутых уравнений Рейнольдса

3.1. Уравнение движения в русле с уклоном дна i_0 по оси x запишем так:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}\bar{w}}{\partial z} = g \left(i_0 - \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \nu_+ \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{l_{xx}^2}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 + \nu_+ \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{l_{xz}^2}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 \quad (3.1)$$

Интегральное осреднение (3.1) в пределах от дна с отметкой высоты $z = h_0$ до поверхности потока $z = H$, при достаточно больших числах Рейнольдса без инерционных сил дает уравнение Сен-Венана для скорости $U(x, t)$:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = g \left(i_0 - \frac{\partial H}{\partial x} \right) + (\nu_+ + \nu_b) \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{l^2}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2.$$

Отсюда для расхода $Q(x, t) = \omega U$ уравнение (3.1) запишется так:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = g \left(i_0 - \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \nu_+ \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{l^2}{2} \left(\frac{\partial Q}{\partial x} \right)^2; \quad \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{b} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0; \quad (3.2)$$

Заметим, что из системы уравнений Сен-Венана (1871):

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial x} &= 0 \quad (q(x, t) = 0, \\ \frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{U}{g} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial x} + I &= 0 \end{aligned}$$

после некоторых преобразований получено параболическое уравнение Сен-Венана с коэффициентом конвективной диффузии в виде [12]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial t} + \left(\frac{Q}{BK} \frac{dK}{dH} \right) \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{K^2}{2B|Q|} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} &= 0; \\ \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial x} &= 0. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Отсюда при малости коэффициента конвективной скорости, система (3.3) рекомендуется для расчёта перемещения волны паводка в реках:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{K^2}{2B|Q|} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}. \quad (3.4)$$

Сопоставляя (3.4) с уравнением (3.2), получим $K^2 / 2b|Q| \equiv \nu_+$, что раскрытие размерности левой части равенства дает квадрат скоростного множителя Шези $C^2 \equiv \nu_+$,

представляющий собой эффективную вязкость турбулентного обмена Буссинеска [9] $\nu_+ = \nu + K$ при достаточно больших числах Рейнольдса.

Задача I. Рассмотрим водоём средней ширины b , где наблюдается равномерный поток с расходом Q_L м³/сек. Расчёт параметров перемещения волны паводка в акватории водохранилища определяется из решения системы:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \nu_+ \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{b} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0. \quad (3.5)$$

1⁰. Ступенчатый случай паводка рассмотрим при начальных и граничных условиях:

$$Q(x, 0) = Q_L, \quad Q(0, t) = Q_0 + \sigma_1(t - t_1)\Delta Q_{10} + \dots + \sigma_1(t - t_N)\Delta Q_{N, N-1};$$

$$\sigma_1 = \begin{cases} 0, & t < t_k \\ 1, & t \geq t_k \end{cases}, \quad Q(L, t) = Q_l(t).$$

Решение первого уравнения (3.5) получим в виде [13]:

$$\begin{aligned} Q(x, t) = & Q_L + \Delta Q_{10}(1 - x/L) - (2/\pi)\Delta Q_{10}\sigma(t - t_1)\sum_{n=1}^{\infty} n^{-1} \exp[-n^2\pi^2\nu_+(t - t_1)/L^2] \times \\ & \times \sin(n\pi x/L) + (2/\pi)\Delta Q_{10}\sigma(t - t_2)\sum_{n=1}^{\infty} n^{-1} \exp[-n^2\pi^2\nu_+(t - t_2)/L^2] \sin(n\pi x/L) + \\ & + \dots + (2/\pi)\Delta Q_{N, N-1}\sigma(t - t_N)\sum_{n=1}^{\infty} n^{-1} \exp[-n^2\pi^2\nu_+(t - t_N)/L^2] \sin(n\pi x/L). \end{aligned}$$

Дифференцируя функцию $Q(x, t)$ по x , подставляя её во вторую формулу (3.5), интегрируя по t , найдем высоту перемещения волны в водоём:

$$\begin{aligned} H = & H_0 + \frac{\Delta Q_{10}t}{bL} - \frac{2\Delta Q_{10}}{bL}\sigma(t - t_1)\sum_{n=1}^{\infty} \exp\left[-\frac{n^2\pi^2\nu_+(t - t_1)^2}{L^2}\right] \cos \frac{n\pi x}{L} + \\ & + \frac{2\Delta Q_{21}}{bL}\sigma(t - t_2)\sum_{n=1}^{\infty} \exp\left[-\frac{n^2\pi^2\nu_+(t - t_2)^2}{L^2}\right] \cos \frac{n\pi x}{L} + \dots + \\ & + \frac{2\Delta Q_{N, N-1}}{bL}\sigma(t - t_N)\sum_{n=1}^{\infty} \exp\left[-\frac{n^2\pi^2\nu_+(t - t_N)^2}{L^2}\right] \cos \frac{n\pi x}{L}. \end{aligned}$$

2⁰. Для расчёта паводка с максимальным расходом $Q(0, t) = Q_{\max}$ решением первого уравнения (3.5) будет [13]:

$$Q(x, t) = Q_L + \Delta Q_{\max, 0} \left(1 - \frac{x}{L}\right) - \frac{2\Delta Q_{\max, 0}}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \exp\left[-\frac{n^2\pi^2\nu_+(t - t_1)^2}{L^2}\right] \sin \frac{n\pi x}{L}. \quad (3.6)$$

Из (3.5) и (3.6) для расчёта высоты волны паводка от точки входа в водоём получим формулу:

$$H = H_0 - \frac{(Q_{\max} - Q_L)t}{bL} - \frac{2(Q_{\max} - Q_L)}{\pi bL} \times \\ \times \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\frac{n^2 \pi^2 \nu_+ t}{L^2}\right) \frac{L \cos(n\pi x / L)}{n^2 \pi \nu_+}.$$

Здесь H_0 – уровень воды в момент времени $t = 0$ у входа в водоём.

Задача II. Определить параметры волны паводка в русле реки достаточно большой длины из системы уравнений:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \nu_+ \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2}; \quad \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{b} \frac{\partial Q}{\partial x} = q(x, t)$$

при начальном и граничном условиях:

$$Q(x, 0) = Q_L, \quad Q(0, t) = Q_i \text{ при } t_i < t < t_{i+1} \text{ и } Q(L, t) = Q_J, \quad Q_L; Q_i = const.$$

Решение задачи (II) для расхода паводка получим в виде:

$$Q(x, t) = Q_0 + (Q_{\max} - Q_L) \operatorname{erf}(x / 2\sqrt{\nu_+ t}) \quad 0 \leq x < \infty.$$

Для высоты волны паводка получим формулу:

$$H = H_0 - \frac{2}{b} \frac{(Q_{\max} - Q_L)}{\sqrt{\pi \nu_+ t}} \int_0^t t^{-1/2} \exp(-x^2 / 4\nu_+ t) dt - \int_0^t q(x, t) dt.$$

4. Вывод двумерной модели Сен-Венана из уравнений Рейнольдса

Предположим, что происходит экстремальный процесс – наводнение на значительной площади региона. Наводнение, как развитый турбулентный поток, происходит на пограничном слое плоскости xOy . Для расчёта его характеристик используем двумерное уравнение движения со свободной поверхностью $z = z(x, y, t)$ согласно системе (2.5). Тогда, применяя к этой системе операцию интегрального осреднения по вертикали в пределах от дна с отметкой высоты $z=h_0$ до поверхности $z=H(x, y, t)$, пренебрегая инерционными силами, получим уравнение планового движения Сен-Венана в виде:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} &= g \left(i_0 - \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \nu + \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{l_{xx}^2}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \nu + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{l_{yy}^2}{2} \left(\frac{\partial U}{\partial y} \right)^2, \\ \frac{\partial V}{\partial t} &= g \left(i_0 - \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \nu + \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{l_{xx}^2}{2} \left(\frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + \nu + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{l_{yy}^2}{2} \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right)^2, \\ \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{1}{b_x} \frac{\partial HU}{\partial x} + \frac{1}{b_y} \frac{\partial HV}{\partial y} &= q(x, t) \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

Предлагаемая новая замкнутая система уравнений Сен-Венана (4.1) с неизвестными функциями U , V , H при заданных начальных и граничных условиях позволяет определить физические характеристики наводнения методами математического моделирования в конкретных гидрологических ситуациях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крылов А.Н. (Русский перевод труда И.Ньютона, Principia). Собрание сочинений, т. 7. М.: Изд. АН СССР, 1936.
2. Кочин Н.Е. и др. Теоретическая гидромеханика. Ч. 1,2. – М.:Госиз, 1948, 612 с.
3. Рейнер М. Деформация и течение. – М.: Госиздат нефтяной лит., 1963, 382 с.
4. Бай Ши-И. Турбулентное течение жидкостей и газов. – М.: Изд.иностр.лит., 1962, 344 с.
5. Колмогоров А.Н. – Известия АН СССР. Сер.физ. 1942, т. 6, № 1-2, с. 56-58.
6. Колмогоров А.Н. – ДАН СССР, 1941, т. 30, № 4, с. 299-303.
7. Мазо А.Б. Моделирование турбулентных течений несжимаемой жидкости. Учебное пособие. – Россия, Казань, 2007, 106 с.
8. Хинце И.О. Турбулентность. – М.: Госиздат физ.-мат. лит-ры, 1963, 680 с.
9. Монин А., Яглом А. Статистическая гидромеханика. Ч. 1. – М., 1965, 639 с.
10. Фриш У. Турбулентность. Наследие Колмогорова. – М.: Фазис, 1998, 346 с.
11. Саттаров М.А. – ДАН РТ, 2007, т.50, № 11-12, с.826-835.
12. Кюнж Ж.А. и др. Численные методы в задачах речной гидравлики. – М.: Энергоатомиздат, 1984, 255 с.
13. Полубаринова-Кочина и др. Математические методы в вопросах орошения. – М.: Наука, 1969, 414 с.

М.А.САТТАРОВ

ИНКИШОФИ МУОДИЛАҲОИ СЕН-ВЕНАН АЗ ТАХТИ МУОДИЛАҲОИ РЕЙНОЛЬДС

Институти масалаҳои об, гидроэнергетика ва экологияи АИ Ҷумҳурии Тоҷикистон

Дар мақола системаи пайвасти муодилаҳои гидродинамикаи Наве-Стокс-Рейнольдс якҷо бо аъзоҳои дифференсиалии дараҷаи якум ва дуҷуми коэффисиентҳои часпакиҳои хоссаи Буссинеск ва Тейлор, пешниҳод шудааст. Моделҳои ҳосилшудаи яқтира ва дученакаи Сен-Венан барои, ҳалли масъалаҳои пешгирии офати обхезиҳо

ва тӯфони гидрологӣ дар рудхонаи дарёҳо ва акваторияи обанборҳои сунъӣ пешкаш шудааст.

Калимаҳои калидӣ: захираҳои об, моделсозӣ, пешгуи, тӯфони об, обҳезӣ, экология, усулҳои ҳисобкуни.

M.A.SATTAROV

**DERIVATION OF SAINT-VENANT EQUATIONS
FROM REYNOLDS EQUATIONS**

*Institute of Water Problems, Hydroenergetics and Ecology,
Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

In this paper, a closed system of Navier-Stokes-Reynolds (NSR) equations of motion with new differential terms of first and second order with corresponding coefficients of effective Boussinesq viscosity and Taylor vorticity transport is obtained. New axial and plane Saint Venant models derived from this system are proposed for solving problems of flood wave motion in the beds of large rivers and river-type water reservoirs.

Key words: water resources, simulation, prediction, high water, flood, ecology, calculation methods.

УДК 541.163

М.Д.ДАВЛАТНАЗАРОВА, М.Д.ИСОБАЕВ, Т.Х.АБДУЛЛАЕВ

**АДСОРБЦИОННЫЕ СВОЙСТВА АКТИВИРОВАННЫХ УГЛЕЙ,
ПОЛУЧЕННЫХ ИЗ ОТХОДОВ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ КУЛЬТУР И
УГЛЕЙ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ТАДЖИКИСТАНА**

Институт химии им. В.И.Никитина АН Республики Таджикистан

Поступила в редакцию 21.08.2017 г.

Исследованы сорбционные свойства по отношению к солям свинца полукокса, полученного из угля месторождений Таджикистана, скорлупы грецкого ореха и корзинки подсолнуха. Адсорбционная ёмкость полукокса зависит от содержания в нем минеральных веществ (зольности), размера частиц сорбента и концентрации раствора. Полукокс из корзинки подсолнуха проявляет меньшую активность по сравнению с полукоксом из скорлупы грецкого ореха. Оптимальный размер частиц адсорбента составляет 0.025 мм.

Ключевые слова: угли месторождений Таджикистана, полукоксы, технические адсорбенты из скорлупы грецкого ореха и корзинки подсолнечника, сорбция солей свинца.

Наличие в Таджикистане богатой сырьевой базы различных видов угля с общим запасом свыше 4.5 млрд. т и отсутствие разведанных месторождений газа и нефти, предопределяет в ближайшем будущем увеличение выработки угля и внедрение технологии его глубокой переработки. Так, только запасы угля двух основных месторождений – «Фан-Ягноб» и «Зидды» составляют 905 и 90 млн т соответственно [1, 2].

Одним из важных и экономически обоснованных путей переработки угля является получение на их основе полукокса и кокса. В более ранних публикациях сотрудников Института химии АН Республики Таджикистан сообщалось об успешном коксовании угля месторождения «Фан-Ягноб» в лабораторных условиях [3].

Для уменьшения показателя зольности конечного продукта проведено предварительное обогащение угля. Однако на тот момент анализ физико-химических свойств и, в частности адсорбционных свойств кокса не проводилось.

Адрес для корреспонденции: Исобаев Музафар Джумаевич. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2, Институт химии АН РТ. E-mail: coordin@yandex.ru

Учитывая тот факт, что полукокс и кокс проявляют свойства активированных углей, целесообразно было изучить их на предмет использования в качестве адсорбентов, в частности, для очистки вод от токсических органических веществ и тяжелых металлов.

В Таджикистане до настоящего времени отсутствует собственная производственная база по выпуску технических адсорбентов, что стимулирует поисковые работы в направлении выбора подходящего сырья для их создания.

Известно, что с момента начала разработки и до закрытия урановых месторождений происходило загрязнение окружающей среды (ОС) и сточных вод тяжелыми металлами. Происходит также постоянное загрязнение ОС отработанными техническими маслами. Использование этилированного свинца повышает риск попадания ионов свинца в сточные воды. Проблемы загрязнения ОС требуют поиска новых сырьевых источников для производства технических адсорбентов. Для производства адсорбентов помимо угля, древесных опилок и торфа используются и другие природные материалы – скорлупа орехов [4], плодовые косточки [5, 6], лузга зерновых культур [7]. Скорлупа кедрового ореха также рассматривается в качестве перспективного сырья для производства сорбентов пиролизом [8, 9], однако по доступности эти источники уступают углю.

В продолжение исследований по поиску сырьевых источников для получения адсорбентов, проведен синтез полукокса из растительных отходов технических культур, таких как скорлупа грецкого ореха и корзинка подсолнечника с целью исследования их адсорбционных свойств по отношению к тяжелым металлам.

В данной статье приведены данные, касающиеся исследований в области адсорбционной активности полукокса, полученного из углей месторождения «Зидды» и «Фан-Ягноб», а также полукокса, полученного из отходов переработки технических сельскохозяйственных культур, корзинки подсолнечника и скорлупы грецкого ореха по отношению к тяжелым металлам.

Экспериментальная часть

Исследуемый полукокс и кокс получали в лабораторных условиях, в реакторе, рабочий объем которого позволяет проводить анализ образца исследуемого материала с навеской до 100 г. При термической обработке образца угля или отходов сельскохозяйственных культур при температуре 600⁰С получали полукокс. Далее при повторной обработке полукокса до температуры 1000⁰С получали кокс. Полученные полукокс и кокс подвергли исследованию на предмет адсорбционной активности.

Сорбенты были получены по следующей методике. Измельченная навеска угля (100 г) помещалась в реактор, соединенный с водяным холодильником и приёмником для сбора выделяющейся адсорбционной воды и смолянистых фракций. Образующийся коксовый газ направлялся в газометр для измерения его объема. Смесь смолистых веществ и влаги разделялась путем выпаривания, по окончании которого остаток взвешивали. Вес твердой массы соответствовал весу каменноугольной смолы.

Данные по относительному содержанию продуктов термоллиза приведены в соответствующих таблицах. Полученный полукокс был исследован на предмет адсорбционной активности по отношению к молекулярному йоду и тяжелым металлам.

Вычисленная адсорбционная ёмкость ($X(\%) = 54\%$) по йоду для полукокса (размер частиц 0.063 мм), полученного из угля месторождения «Зидды», является вполне удовлетворительной и соответствует требованиям ГОСТ-6217–74 для технических адсорбентов [10]. Несколько меньшие показатели ($X(\%) = 15\%$) имеет полукокс из угля месторождения «Фан-Ягноб».

Ниже приведена методика расчета адсорбционной ёмкости полукокса по отношению к ионам тяжёлых металлов на примере ацетата свинца. Расчет базируется на количественном определении остаточного количества ионов свинца путем осаждения в виде йодида свинца.

Раствор (10 мл) 0.05% ацетата свинца смешивали с 0.2 г измельченного и высушенного (120°C , 3 ч) полукокса. Образовавшуюся суспензию выдерживали при перемешивании 1 ч. Суспензию переносили на фильтр. Полученный фильтрат обрабатывали раствором KI известной концентрации и отделяли осадок. Высушенный осадок PbI_2 взвешивали и сравнивали с весом осадка контрольного образца. По разности в массе осадков определяли количество адсорбированной полукоксом соли свинца. Полукоксы из скорлупы грецкого ореха и корзинок подсолнечника получены путем термоллиза измельченной массы растительных отходов при температуре 600°C в реакторе по методу, описанному для термоллиза угля. В результате термоллиза происходит выделение газа, жидкой смеси воды и смолистых веществ и полукокса.

Результаты и обсуждение

Исследования показали, что адсорбционная ёмкость полукокса, полученного из угля месторождения «Зидды» по отношению к ацетату свинца, составляет 0.019 г на 1 г адсорбента или 9.5% от количества соли в исходном растворе. Адсорбционная ёмкость полукокса из угля месторождения «Фан-Ягноб» несколько меньше и составляет 0.007 г на 1 г адсорбента или 3.5% от исходной концентрации ацетата свинца

При анаэробном термоллизе угля большая часть органических субстанций, входящих в состав угля, разлагается и десорбируется, создавая на поверхности полукокса активные центры. С другой стороны, наличие в структуре полукокса определённого количества минеральных веществ допускает возможность хемосорбции ионов (Pb^{2+}) на поверхности полукокса. Данный механизм ионного обмена, в принципе, аналогичен функционированию ионообменных смол.

Предварительный химический анализ угля месторождения «Зидды» и «Фан-Ягноб» показал, что данные угли имеют в своем составе довольно значительное количество минеральных веществ. Ниже приведены данные по содержанию основных продуктов термоллиза угля при температуре 600°C и результаты определения зольности навески образца 100 г.

Общее количество накопившейся в приёмнике эмульсионной массы, включающей адсорбированную воду и смолистые вещества, составляет 10.6 г. Выход полукокка равен 65.4 г. Потеря массы исходного угля за счет разложения органических веществ, образующих коксовый газ, составляет 24 г. Всего получено 26 л коксового газа. Зольность угля, определенная по ГОСТ 11022-95, равна 21%.

Для угля месторождения «Фан-Ягноб» получены следующие показатели. Сумма жидких веществ, включающих адсорбированную воду и смолистые вещества, составляет 8.9 г. Выход полукокка – 69.3 г. Потеря в весе исходного угля за счет разложения органических веществ, образующих коксовый газ, составляет 21.7 г. Всего получено 17.6 л коксового газа при зольности 8.5% [11].

Одним из возможных вариантов объяснения наблюдаемой разности в адсорбционной активности полукокка из угля месторождений «Зидды» и «Фан-Ягноб» может быть различие в содержании в исходной матрице минеральных веществ. Минеральные вещества способны придать активированным углям ионогенный характер, что является положительным фактором, влияющим на адсорбционную активность полукокка по отношению к ионам металлов [12, 13].

Сопоставляя данные по зольности и адсорбционной ёмкости данных типов полукокка, можно отметить наличие корреляции между параметрами зольности и адсорбционной ёмкости. Чем выше зольность, тем выше адсорбционная активность полукокка.

Далее проведено сравнительное исследование по адсорбционной ёмкости полукокка и кокса (табл. 1). По сравнению с полукоксом происходит увеличение на 1%.

Аналогичное исследование проведено для кокса, полученного из угля месторождения «Зидды». Выход адсорбированной соли составляет 0.024 г на 1 г адсорбента или 12% от общего содержания ацетата свинца в растворе. Разница в адсорбционной активности кокса и полукокка 2.5%. Таким образом, выявленная адсорбционная активность полукокка относительно I_2 в растворе KI и ацетата свинца указывает на универсальность данных адсорбентов. Полукокк, полученный из растительных отходов, отличается от ранее рассмотренных адсорбентов отсутствием заметных количеств минеральных веществ.

Таблица 1

Адсорбционная активность кокса и полукокка, полученных из угля месторождений «Фан-Ягноб» и «Зидды»

Образцы	Размер гранул адсорбента, мм	Выход адсорбированных ионов Pb^{2+} на 1 г адсорбента, г	Выход адсорбированных ионов Pb^{2+} на 1 г адсорбента, %	Концентрация раствора $Pb(CH_3COO)_2$, %
Полукокк Фан-Ягноб	1	0.007	3.5	0.5
Кокс Фан-Ягноб	1	0.009	4.5	0.5
Полукокк Зидды	1	0.019	9.5	0.5
Кокс Зидды	1	0.024	12	0.5

Таким образом, при сравнении адсорбционных свойств полукокса, полученного из растительного сырья и угля, можно сделать вывод о том, насколько существенен вклад минеральной составляющей полукокса в адсорбционную активность.

Данные по содержанию основных продуктов термолиза отходов сельскохозяйственных технических культур приведены в табл. 2. Видно, что скорлупа грецкого ореха выделяет в процессе термолиза количество воды, превышающее более чем двукратно аналогичный показатель для корзинки подсолнечника. Этот показатель является косвенным указанием на возможно большую адсорбционную активность скорлупы грецкого ореха, так как выделение из структуры скорлупы воды, то есть дегидратации, связано с появлением ненасыщенных углеродных центров, содержащих избыток электронной плотности. По остальным параметрам наблюдается обратная направленность, то есть количество выделяющейся смолы, полукокса и коксового газа при термолизе корзинки подсолнечника выше. Этот факт свидетельствует о большей устойчивости первичной структуры скорлупы грецкого ореха к высоким температурам.

Таблица 2

Количественный состав продуктов термолиза растительных отходов

Растительные отходы	Вода, мл/кг	Смолистые вещества, г/кг	Коксовый газ, л/кг	Полукоксы, г/кг
Скорлупа грецких орехов	297	60	400	231
Корзинка подсолнечника	130	80	460	282

Основные результаты по адсорбционной активности полукокса из растительных отходов раздела суммированы в табл. 3. Исследована зависимость количества адсорбированной соли от размера гранул сорбента. Высушенный и измельченный полукоксы из скорлупы грецкого ореха с помощью специальных сит разделены на три фракции, имеющие размер гранул 0.025, 0.5, 1.0 мм. В этом ряду наблюдается симбатное уменьшение количества адсорбированной соли в порядке 42.5-35-20%. Если сравнить адсорбционную ёмкость в идентичных условиях угольного полукокса и сорбентов из скорлупы грецкого ореха, то окажется, что последние намного превосходят адсорбционную ёмкость угольного полукокса.

Несколько неожиданным оказалось некоторое уменьшение количества адсорбированной соли из более концентрированных растворов. Причем более чувствительными к изменению концентрации раствора оказываются фракции полукокса, имеющие меньший размер гранул. Графически это показано на рис. 1.

Приведены технические условия получения сорбентов и данные по их адсорбционной ёмкости по отношению к ацетату свинца, которая зависит от содержания в нем минеральных веществ (зольности), размера частиц сорбента и концентрации раствора. Показано, что адсорбционная ёмкость полукокса из высокозольнистого угля месторождения «Зидды» заметно выше, чем у полукокса, полученного из угля месторождения «Фан-Ягноб» с меньшей зольностью. Адсорбционная ёмкость сорбентов из скорлупы

грецкого ореха по отношению к ацетату свинца многократно превосходит адсорбционную ёмкость угольного полукокса.

Таблица 3

Адсорбционная активность полукокса из скорлупы грецкого ореха

Концентрация раствора $Pb(CH_3COO)_2$, %	Размер гранул адсорбента, мм	Выход адсорбированных ионов Pb^{2+} на 1 г адсорбента, г	Выход адсорбированных ионов Pb^{2+} на 1 г адсорбента, %
0.25	0.025	0.85	42.5
0.5	0.025	0.74	37.5
0.75	0.025	0.63	30
1.0	0.025	0.51	25
Среднее значение адсорбированных ионов Pb^{2+} 0.68			
0.25	0.56	0.7	35
0.5	0.56	0.58	30
0.75	0.56	0.42	20
1.0	0.56	0.3	15
Среднее значение адсорбированных ионов Pb^{2+} 0.5			
0.25	1	0.4	20
0.5	1	0.36	15
0.75	1	0.33	15
1.0	1	0.3	15
Среднее значение адсорбированных ионов Pb^{2+} 0.35			

Примечание: масса адсорбента 0.2 г, время нахождения адсорбента в растворе 1ч.

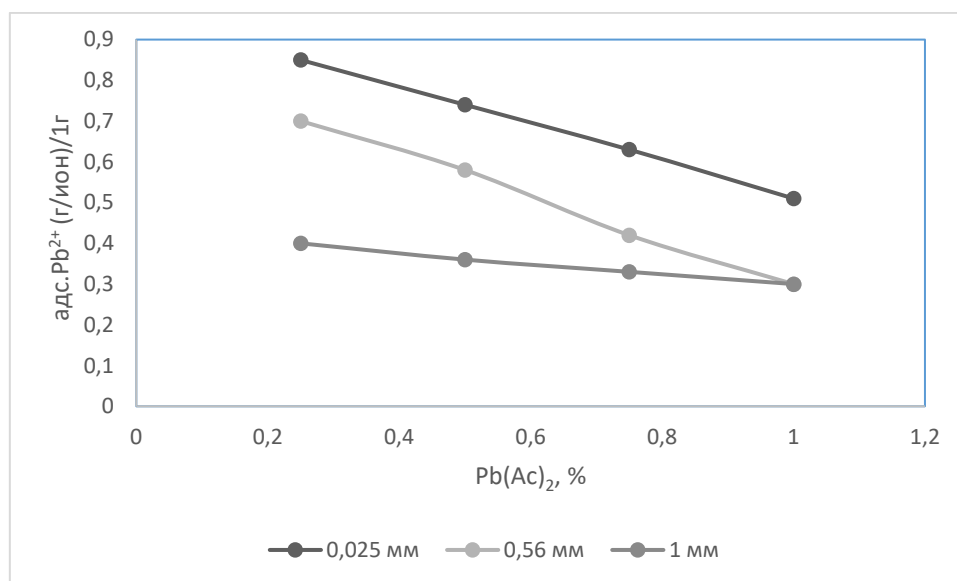


Рис. 1. Зависимость количества адсорбированной соли свинца от концентрации раствора и дисперсности полукокса из скорлупы грецкого ореха.

ЛИТЕРАТУРА

1. Абдурахимов Б.А., Охунов Р.В. Угольная промышленность Таджикистана: сырьевая база, состояние, развитие и перспективы. – Душанбе: Недра, 2011, с. 153-156

2. Экономика и инвестиции. Путеводитель инвестора – Энергетика II (уголь, газ). – Душанбе, 2008.
3. Караваяев Н.М., Румянцева З.А., Певзнер З.И., Фейгин С.А., Бондарь В.П. Пути использования ископаемых углей Зеравшанской долины и их технико-экономическая оценка. – Душанбе: Дониш. 1963, с.68-98
4. Багреев А.А. и др. – Журнал прикладной химии, 2001, т. 74, вып. 9, с. 1413.
5. Патент. 2259874 РФ.2005.
6. Оффан К.Б., Петров В.С., Ефремов А.А. – Химия растительного сырья, 1999. № 2. с. 61.
7. Бакланова О.Н., Плаксин Г.В., Дроздов В.А. – Рос. хим. журнал им Д.И.Менделеева, 2004, т. 19, № 3, с 116.
8. Патент. 2154603 РФ. 2000.
9. Касьянов Г.И., Нематулаев И.А. и др. – Изв. Вузов. Пищевая технология. 1996, № 5-6, с 87.
10. ГОСТ 6417-74. Уголь активный древесный дробленый.
11. Исобаев М.Д., Пулатов Э.Х., Абдуллаев Т.Х., Турдалиев М.З., Давлатназарова М.Д., Ш.А. Мингбоев. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим, геол. и техн. н., 2013, 152, №3 (152), с.52.
12. Исобаев М.Д., Давлатназарова М.Д., Пулатов Э.Х., Абдуллаев Т.Х., Турдалиев М.З., Файзилов И.У. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим. геол. и техн. н., 2014, № 4 (157). с. 76.
13. Isobaev M.D., Davlatnazarova M.D., Turdialiev M.Z., Abdullayev T.H., Pulatov E.H. – Coll. papers, Int. conf. “Uranium legacy of Soviet Union in Central Asia: problems and way forward”. – Dushanbe. 2012, p.151.

М.Д.ДАВЛАТНАЗАРОВА, М.Д.ИСОБАЕВ, Т.Х.АБДУЛЛАЕВ

ХОСИЯТҲОИ АДСОРБСИОНИИ АНГИШТИ ФАЪОЛ КАРДАШУДАИ АЗ ПАРТОВҲОИ ЗИРОАТҲОИ СОҲАИ КИШОВАРЗӢ ВА АЗ АНГИШТИ КОНҲОИ ТОЧИКИСТОН ҲОСИЛ КАРДА ШУДА

Институти химияи ба номи В.И.Никитини Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон

Ҳосиятҳои сорбсионии нимкоксои аз ангишти конҳои Тоҷикистон ва пӯчоки чормағзу сабадчаи офтобпараст ҳосил карда шуда омӯхта шуд. Ғунҷоиши адсорбсионӣ аз миқдори моддаҳои минералии дар таркиби ангишт мавҷудбуда (хокистарнокӣ), андозаи заррачаҳои сорбент ва концентратсияи маҳсули адсорбсияшаванда вобаста аст. Хусусияти адсорбсионии нимкоксо маҳсули сабадчаи офтобпараст, нисбати нимкоксо аз пӯчоки чормағз гирифташуда сустрар мебошад. Андозаи оптималии заррачаҳои адсорбент 0.025 мм-ро ташкил менамояд.

Калимаҳои калидӣ: ангишти конҳои Тоҷикистон, нимкоксо, адсорбентҳои техникӣ аз пӯчоки чормағз ва сабадчаи офтобпараст, сорбсияи ионҳои сурб.

M.D.DAVLATNAZAROVA, M.D.ISOBAEV, T.Kh.ABDULLAEV

**THE PROPERTIES OF TECHNICAL ADSORBENTS FROM COAL AND
WASTE OF PROCESSING AGRICULTURAL CROPS**

V.I.Nikitin Institute of Chemistry, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan

Sorption properties with respect to lead char semi-coke, obtained from coal of Tajik deposits, walnut shells and sunflower basket, were investigated. The adsorption capacity of semi-coke depends on the content of mineral substances (ash content), sorbent particle size and solution concentration. The semi coke from the sunflower basket shows less activity than the semi-coke from the walnut shell. The optimal particle size of the adsorbent is 0.025mm.

Key words: Coal from Tajik deposits, semi-coke, walnut shells, sunflower basket, adsorption of lead ions

УДК 620.193

Ф.А.РАХИМОВ, И.Н.ГАНИЕВ, З.Р.ОБИДОВ, Т.М.УМАРОВА, В.Д.АБУЛХАЕВ

**ВЛИЯНИЕ МОЛИБДЕНА НА КОРРОЗИОННО-ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКИЕ
СВОЙСТВА СПЛАВА $Zn_{50}Al$, В НЕЙТРАЛЬНОЙ СРЕДЕ**

Институт химии им. В.И.Никитина АН Республики Таджикистан

Поступила в редакцию 12.07.2017 г.

В работе представлены результаты потенциодинамического исследования влияния добавок молибдена на коррозионно-электрохимические свойства сплава $Zn_{50}Al$ в среде электролита $NaCl$. Показано, что введение в цинк-алюминиевый сплав молибдена способствует уменьшению скорости коррозии исходного сплава в 1.5-2.0 раза.

Ключевые слова: сплав $Zn_{50}Al$, молибден, потенциостатический метод, электролит $NaCl$, потенциал коррозии, скорость коррозии.

Цинк наиболее часто используется в электрохимических производствах металлопокрытий. До 40% от мировых запасов цинка расходуется для защиты металлоконструкций от коррозии. Цинковые покрытия относятся к анодным и защищают стальные поверхности электрохимически. В атмосферных условиях поверхность цинка тускнеет вследствие образования тонкого слоя окиси, защищающего металл от дальнейшего окисления [1].

В работе [2] сообщается об особенностях получения и преимуществах использования электрохимических покрытий сплавами цинка с молибденом и оловом. Исследованы особенности нанесения покрытий $Zn-Mo$ и $Zn-Sn$ сплавами и сплавами на основе каждого из этих металлов. Выявлено, что такие покрытия обладают преимуществами по сравнению с покрытиями, образованными только одним из металлов. Показана эффективность их использования в атмосферных условиях повышенной жесткости (морские среды, приморские зоны, тропики и другие факторы внешней среды).

В настоящее время для защиты от коррозии изделий из стали и чугуна применяются металлические покрытия, наносимые на поверхность изделий различными метода-

Адрес для корреспонденции: Рахимов Фируз Акбарович. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2, Институт химии АН РТ. E-mail: r.f.a-040891@bk.ru

ми. Наиболее универсальными и распространенными являются цинк-алюминиевые покрытия типа «Гальфан-1» и «Гальфан-2» (сплавы цинка с 5 и 55 мас.% алюминия) с высокими защитными свойствами, которые можно наносить горячим методом путем погружения стальных конструкций в расплав покрываемого металла [3-8]. С целью повышения коррозионной стойкости гальфановых покрытий, авторами [9-15] разработаны новые защитные цинк-алюминиевые покрытия с бериллием, магнием, щелочноземельными и редкоземельными металлами. Исследовано анодное поведение указанных сплавов в кислых, нейтральных и щелочных средах. Показана эффективность их легирования третьими компонентами, скорость коррозии гальфановых сплавов уменьшается в 2-5 раза. Также известно, что введение небольшого количества молибдена в состав цинкового покрытия в процессе электролиза даёт возможность получать покрытия Zn-Mo сплавами, которые отличаются более высокой защитной способностью, чем цинковые покрытия [2]. Исходя из этого, в качестве легирующего компонента сплава Zn5Al был выбран молибден.

Образцы сплава для исследования были получены из цинка марки ХЧ(гранулированный), алюминий марки А7 и его лигатуры с молибденом (2% Мо) в тиглях из оксида алюминия в шахтной печи электрического сопротивления типа СШОЛ в интервале температур 650...750°C. Из полученных сплавов в графитовую изложницу отливали стержни диаметром 8 мм и длиной 140 мм, нижняя часть которых покрывалась смесью 50% канифоли + 50% парафина, что позволяло во всех образцах исследовать одинаковую подготовленную площадь поверхности сплава.

Перед погружением образца сплавов в рабочий электролит его торцовую часть зачищали наждачной бумагой, полировали, обезжировали, затем погружали в электролит NaCl для исследования. В ячейке поддерживалась постоянная температура электролита (20°C) с помощью термостата МЛШ-8. Электродом сравнения служил насыщенный хлор-серебряный, вспомогательным – платиновый электрод.

Коррозионно-электрохимические исследования анодного поведения сплава Zn5Al, легированного молибденом, проводились в электролите 0.03, 0.3 и 3%-ного NaCl на потенциостате ПИ-50.1.1 со скоростью развёртки потенциала 2 мВ/сек.

При электрохимических исследованиях образцы потенциодинамически поляризовали в положительном направлении от стационарного потенциала, установившегося при погружении, до резкого возрастания тока в результате питтингообразования. Затем образцы поляризовали в обратном направлении до потенциала – 1600 мВ, в результате чего происходило подщелачивание при электродного слоя поверхности сплава. Наконец, образцы поляризовали в положительном направлении, получив потенциодинамические поляризационные кривые вышеуказанных сплавов, далее определяли электрохимические параметры сплава Zn5Al, легированного молибденом.

Расчёт плотности тока коррозии как основной электрохимической характеристики процесса коррозии проводили по катодной кривой с учётом наклона тафелевской прямой, равной $b_k = 0.12$.

Зависимость потенциала свободной коррозии сплавов от времени играет важную роль в установлении пассивности поверхности в различных средах. Приведенные в табл. 1 изменения потенциала свободной коррозии ($-E_{\text{св.кorr}}$, В) цинк-алюминиевого сплава Zn5Al, легированного молибденом, во времени в средах 0.03, 0.3 и 3%-ного электролита NaCl фиксировались в течение 1 часа. Независимо от химического состава для всех исследованных групп сплавов отмечено смещение потенциала в положительную область, что характеризует динамику формирования защитной оксидной плёнки на поверхности образцов при контакте с электролитом, которая завершается к 40 мин от начала погружения в электролит.

Таблица 1

Изменения потенциала (х.с.э.) свободной коррозии ($-E_{\text{св.кorr}}$, В) сплава Zn5Al, легированного молибденом, во времени в электролите NaCl

Электролит	Содержание молибдена в сплаве, мас.%	Время, мин							
		1/3	2/3	1	5	15	30	40	60
0.03% NaCl	-	1.092	1.089	1.085	1.078	1.068	1.052	1.050	1.050
	0.01	0.894	0.888	0.878	0.865	0.858	0.852	0.850	0.850
	0.05	0.946	0.944	0.942	0.932	0.929	0.926	0.924	0.924
	0.1	0.952	0.944	0.939	0.930	0.928	0.926	0.922	0.922
	0.5	0.957	0.952	0.945	0.936	0.933	0.930	0.925	0.925
0.3% NaCl	-	1.118	1.115	1.109	1.101	1.090	1.073	1.072	1.070
	0.01	0.990	0.987	0.982	0.978	0.975	0.972	0.970	0.970
	0.05	0.987	0.985	0.980	0.977	0.974	0.970	0.966	0.966
	0.1	0.984	0.980	0.971	0.966	0.962	0.957	0.955	0.955
	0.5	0.958	0.954	0.947	0.942	0.940	0.935	0.930	0.930
3% NaCl	-	1.160	1.156	1.151	1.140	1.125	1.105	1.103	1.100
	0.01	1.008	1.003	0.996	0.990	0.987	0.984	0.980	0.980
	0.05	1.032	1.024	1.013	1.000	0.997	0.986	0.978	0.978
	0.1	1.013	1.010	1.003	0.998	0.995	0.990	0.988	0.988
	0.5	1.056	1.048	1.036	1.027	1.023	1.018	0.999	0.999

После одного часа выдержки в электролите 3%-ного NaCl потенциал свободной коррозии сплава Zn5Al составляет -1.100 В, а у легированного сплава, содержащего 0.5 мас.% молибдена, -0.999 В (табл.1). Потенциал свободной коррозии сплава Zn5Al, легированного молибденом, устанавливается значительно быстрее. Также наблюдается, что процесс пассивации для указанных сплавов зависит от концентрации электролита NaCl. С ростом концентрации электролита хлорида натрия в 10 (0.3% NaCl) и в 100 раз (3% NaCl) потенциал свободной коррозии уменьшается, что косвенно свидетельствует о снижении противокоррозионной устойчивости сплавов по мере роста агрессивности коррозионной среды.

Таблица 2

Коррозионно-электрохимические характеристики (х.с.э.) сплава Zn5Al,
легированного молибденом, в среде электролита NaCl

Электролит	Содержание молибдена в сплаве, мас. %	Электрохимические потенциалы				Скорость коррозии	
		-E _{св.кorr.}	-E _{кorr.}	-E _{п.о.}	-E _{реп.}	$i_{кorr.} \cdot 10^{-2}$	$K \cdot 10^{-3}$
		В				А/м ²	г/м ² · ч
0.03% NaCl	-	1.050	1.060	0.915	0.930	0.102	1.24
	0.01	0.850	0.865	0.780	0.795	0.049	0.59
	0.05	0.924	0.930	0.805	0.888	0.054	0.66
	0.1	0.922	0.925	0.805	0.885	0.051	0.62
	0.5	0.925	0.935	0.810	0.893	0.055	0.67
0.3% NaCl	-	1.070	1.080	0.935	0.950	0.105	1.28
	0.01	0.970	1.015	0.890	0.905	0.057	0.69
	0.05	0.966	1.010	0.886	0.900	0.058	0.70
	0.1	0.955	1.006	0.881	0.896	0.061	0.74
	0.5	0.930	0.980	0.825	0.833	0.063	0.76
3% NaCl	-	1.100	1.115	0.965	0.980	0.109	1.33
	0.01	0.980	1.075	0.912	0.921	0.066	0.80
	0.05	0.978	1.070	0.906	0.918	0.067	0.81
	0.1	0.988	1.085	0.923	0.934	0.069	0.84
	0.5	0.999	1.090	0.935	0.945	0.071	0.86

Результаты исследования (табл. 2) свидетельствуют, что добавки молибдена в количествах 0.01-0.5 мас. % сдвигают потенциал коррозии и питтингообразования сплава Zn5Al в положительную область, а с увеличением концентрации хлорид-ионов в электролите – в отрицательную. Сплавы, легированные молибденом различной концентрации, характеризуются более низким значением скорости коррозии, чем исходный цинк-алюминиевый сплав (табл. 2).

Таким образом, можно заключить, что легирование сплава Zn5Al молибденом уменьшает скорость коррозии исходного сплава в 1.5-2.0 раза в среде электролита NaCl различной концентрации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шлугер А.М., Ажогин Ф.Ф., Ефимов Е.А. Коррозия и защита металлов. – М.: Металлургия, 1981, 216 с.
2. Герасименко А.А. – Технологии в электронной промышленности, 2010, № 7, с. 33.
3. Amini R.N., Obidov Z.R., Ganiev I.N., Mohamad R.B. Potentiodynamical research of Zn-Al-Mg alloy system in the neutral ambience of NaCl electrolyte and influence of Mg on the structure. – Journal of Surface Engineered Materials and Advanced Technology, 2012, v. 2, № 2, pp. 110-114.
4. Кечин В.А., Люблинский Е.Я. Цинковые сплавы. – М.: Металлургия, 1986, 247 с.

5. Obidov Z.R. Anodic behavior and oxidation of strontium-doped Zn5Al and Zn55Al alloys. – Protection of Metals and Physical Chemistry of Surfaces, 2012, v. 48, № 3, pp. 352-355.
6. Ганиев И.Н., Алиев Д.Н., Обидов З.Р. Влияние добавок кальция на анодное поведение цинк-алюминиевого покрытия Zn5Al в среде NaCl. – ДАН РТ, 2008, т. 51, № 9, с. 691-695.
7. Виткин А.И., Тейндл И.И. Металлические покрытия листовой и полосовой стали. – М.: Металлургия, 1971, 493 с.
8. Амини Р.Н., Ганиев И.Н., Обидов З.Р., Ганиева Н.И. Влияние добавок магния на анодное поведение сплава Zn55Al, в среде электролита NaCl. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2009, №4(137), с. 78-82.
9. Амини Р.Н., Ганиев И.Н., Обидов З.Р., Ганиева Н.И. Анодное поведение сплава Zn55Al, легированного бериллием, в среде электролита NaCl. – ДАН РТ, 2010, т. 53, № 2, с. 131-134.
10. Обидов З.Р. Влияние pH среды на анодное поведение сплава Zn55Al, легированного бериллием и магнием. – Журнал прикладной химии, 2015, т. 88, № 9, с. 1306-1312.
11. Amini R.N., Irani M.B., Ganiev I.N., Obidov Z.R. Galfan I and Galfan II doped with calcium, corrosion resistant alloys. – Oriental Journal of Chemistry, 2014, v. 30, № 3, pp. 969-973.
12. Обидов З.Р., Амонова А.В., Ганиев И.Н. Влияние pH среды на анодное поведение сплавов Zn55Al, легированных скандием. – Известия вузов. Цветная металлургия, 2013, № 2, с. 247-251.
13. Обидов З.Р., Ганиев И.Н. Физикохимия цинк-алюминиевых сплавов с редкоземельными металлами. – Душанбе: ООО «Андалеб-Р», 2015, 334 с.
14. Обидов З.Р., Ганиев И.Н. Анодные защитные цинк-алюминиевые покрытия с элементами II группы. – Берлин: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012, 288 с.
15. Колотыркина Я.М. Металл и коррозия. – М.: Металлургия, 1985, 88 с.

Ф.А.РАҲИМОВ, И.Н.ҒАНИЕВ, З.Р.ОБИДОВ, Т.М.УМАРОВА, В.Ҷ.АБУЛҲАЕВ

ТАЪСИРИ МОЛИБДЕН БА ХОСИЯТҲОИ КОРРОЗИОНӢ- ЭЛЕКТРОХИМИЯВИИ ХӮЛАИ Zn5Al, ДАР МУҲИТИ НЕЙТРАЛӢ

Институти химияи ба номи В.И.Никитини Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон

Дар мақола натиҷаҳои таҳқиқоти потенциодинамикии таъсири иловаҳои молибден ба хосиятҳои коррозионӣ-электрохимиявии хӯлаи Zn5Al дар муҳити электролити NaCl пешниҳод шудааст. Нишон дода шудааст, ки ба хӯлаи рӯҳ-алюминий илова намудани молибден қобилияти 1.5-2 маротиба кам намудани суръати коррозияи хӯлаи аввалияро эҳё менамояд.

Калимаҳои калидӣ: хӯлаи Zn5Al, молибден, усули потенциостатикӣ, электролити NaCl, потенциали коррозия, суръати коррозия.

F.A.RAHIMOV, I.N.GANIEV, Z.R.OBIDOV, T.M.UMAROVA, V.J.ABULHAEV

**INFLUENCE OF MOLYBDENUM ON CORROSION-ELECTROCHEMICAL
PROPERTIES OF Zn5Al ALLOY, IN THE NEUTRAL MEDIUM**

V.I.Nikitin Institute of Chemistry, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan

In paper results of potentiodynamical researches of influence of additives of molybdenum on corrosion-electrochemical properties of Zn5Al alloy, in the of NaCl electrolyte medium are presented. It has been shown, that introduction of molybdenum in alloy zinc-aluminium promotes reduction of corrosion rate at 1.5-2 times.

Key words: Zn5Al alloy, molybdenum, potentiostatically method, NaCl electrolyte , corrosion potential, corrosion rate.

УДК 574(075.8)

Х.Б.БОБОЕВ, Ш.Б.НАЗАРОВ, С.Ж.ИБРОХИМОВ*

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВЛАЖНОСТИ И МАССОВОЙ ДОЛИ
ОРГАНИЧЕСКОЙ И НЕОРГАНИЧЕСКОЙ ЧАСТИ ТВЁРДЫХ БЫТОВЫХ
ОТХОДОВ НА ТЕМПЕРАТУРНЫЙ РЕЖИМ ЕЁ ПЕРЕРАБОТКИ**

*Институт химии им. В.И.Никитина АН Республики Таджикистан,
*Таджикский технический университет им. академика М.С.Осими
Поступила в редакцию 18.09.2017 г.*

Представлены результаты исследования влияния влажности и массовой доли органической и неорганической части твердых бытовых отходов (ТБО) на температурный режим термической переработки, при которых не требуется предварительная подготовка ТБО и привлечения дополнительного источника энергии для их термического разложения. Определен диапазон влажности, при котором возможно термическое уничтожение ТБО.

Ключевые слова: твердые бытовые отходы, термическая переработка, температурный режим, влажность.

В настоящее время в Таджикистане накопление твердых бытовых отходов (далее ТБО) опережает возможности их переработки и захоронения на полигонах. По оценкам специалистов [1-3], ежегодно в нашей стране образуется более 1.5-2.0 млн. тонн бытовых отходов, при этом площади отчуждаемых под полигоны и свалки земель составляют более 300 га. Помимо того что под размещение отходов выделяются значительные территории, полигоны ТБО являются источником длительного негативного воздействия на окружающую среду, в частности на атмосферу и подземные воды. Исследование влияния ТБО на подземные воды является одной из приоритетных задач.

Проведёнными исследованиями на полигоне 9-км г. Душанбе было ещё раз доказано, что фильтрационные воды полигона также влияют на степень загрязнения подземных вод и водоёмов. Это объясняется тем, что органические вещества, составляющие до

Адрес для корреспонденции: Бобоев Хакназар Бобоевич, Иброхимов Сухроб Жанайдуллоевич. 734063, Республики Таджикистан, г. Душанбе, пр. академиков Раджабовых, 10, Таджикский технический университет. E-mail: boboev_h@mail.ru ; Suhrob-73@list.ru

70% ТБО [5], являются идеальной средой для протекания интенсивных биохимических процессов. К ТБО относят не только коммунальные отходы, но и отходы рынков, торговых предприятий, ресторанов и других учреждений республики. ТБО также образуются в любом производственном объекте (табл.1).

Таблица 1

Категории отходов, образовавшихся на общегородских полигонах ТБО г. Душанбе.

Категории отходов	Перечень веществ, материалов и изделий, переходящих в состояние «отход»
Растительные и деревянные отходы	Листья, трава, ветки, опилки, стружки, мебель и т.д.
Резиновые и отходы из кожи	Покрышки, линолеум, резинотехнические изделия и т.д.
Пищевые отходы	Овощи, фрукты, кости, масло и др.
Бумага	Газеты, офисная бумага, глянецовые журналы, туалетная бумага, бумага для компьютеров, картон, фотографические снимки и т.д.
Пластик	Бутылки из-под газированной воды, смешанный пластик, пенопласт, полиэтиленовые изделия, ПВХ и т.д.
Металл	Ферромагнетики (стальные банки и т.д.), алюминий, чёрный металл, медь, свинец и т.д.
Стекло	Стеклянные изделия (бытовые и строительные)
Неорганические отходы	Камни, керамика.
Текстиль	Ткани, одежда, изделия из них, хлопок.
Строительный мусор	Щебень, алебастр, известь, обои и т.д.
Опасные бытовые отходы	Растворители, ядохимикаты, краски, медицинские препараты и т.д.
Вещи, выброшенные целиком	Старые электроприборы, холодильники, телевизоры, радиоприёмники, телефоны и т.д.
Остаточные и мелкие материалы	Материалы, проходящие через 1.5 см сетку, зола, ил и др.

К качественным характеристикам твёрдых бытовых отходов относятся: морфологический и фракционный состав, плотность и влажность, теплотехнические характеристики (элементный состав, выход летучих продуктов, теплота сгорания) и агрохимические показатели. Все эти характеристики необходимы для выбора метода обезвреживания и оценки ТБО в качестве вторичного сырья, а также для выбора оборудования, предназначенного для обезвреживания и переработки отходов [4].

Анализ морфологического состава ТБО на ГУП «Партовгоҳи партовҳои саҳти маишии шаҳри Душанбе» проводился путём экспериментальных исследований на общегородских полигонах и отбором проб из пункта сбора мусора домовладений согласно ПНД Ф 16.3.55-08 ФР.1.28.2015.19223 «Методика определения морфологического состава твёрдых отходов производства и потребления гравиметрическим методом».

Основными составляющими ТБО являются пищевые отходы, бумага, полимерные материалы, стекло, отсев. Многолетними наблюдениями установлено, что наибольшим изменениям с течением времени подвержены бумажные отходы, целлофановые пакеты и отсев. При этом морфологический состав ТБО значительно меняется и по годам. Это связано с социально-экономическим положением населения. В осенне-зимний период содержание пищевых отходов превышает среднюю величину. Морфологический состав

ТБО, складированных на полигонах и свалках г. Душанбе, по усреднённым данным исследований (в % по массе) приводится в табл. 2 [1,2].

Таблица 2

Морфологический состав ТБО на общегородском полигоне г. Душанбе

Наименование компонента	Содержание, (в % по массе)	Органическая часть ТБО (соотношение в %)	Неорганической части ТБО (соотношение в %)
Бумага, картон	7.2	35	28
Листья, древесина	3.2	-	-
Металл	6.95	-	5.7
Текстиль	2.3	-	-
Пластмассы, целлофановые пакеты	9.5	3.0	2.5
		6.0	7.6
Стекло и керамика	8.2	-	9.6
		-	2.0
Кожа и резина	1.8	-	-
Пищевые и растительные отходы	52.35	56.0	44.6
Электронные отходы	2.25	-	-
Прочие фракции	6.25	-	-
Сумма	100	100	100

Следует отметить, что в табл. 2 представлены усреднённые данные в целом по году. По сезонам года состав отходов будет различаться. В частности, в летне-осенний период пищевые отходы могут составлять 60% от общей массы, стекло до 10%, пластмасса, целлофановые пакеты до 12%, бумага до 10%. Соотношение органической и неорганической составляющих ТБО не постоянно и зависит от целого ряда факторов, к которым относятся время года и климатические условия.

Исследовательскими лабораториями кафедры «Безопасность жизнедеятельности и экология» ТТУ им. академика М.С.Осими и Лабораторией комплексной переработки минерального сырья и промышленных отходов Института химии АН РТ им. В.И.Никитина были проведены многолетние наблюдения за количественной и качественной динамикой формирования ТБО в городах Душанбе, Бохтар, Сугд и Куляб. При изучении морфологического состава отходов было выделено более 100 различных ингредиентов. На первом месте по количеству видов являются бумага, пищевые отходы, пластмасса и целлофановые пакеты.

Любые ТБО состоят из трех компонентов: органической и неорганической составляющих и воды. Вода обуславливает такое важное свойство ТБО, как влажность. Органическая составляющая (горючая масса) является нетрадиционным возобновляемым источником энергии, поэтому ее исследование представляет особый интерес.

Влажность ТБО колеблется в широких пределах (в % от общей массы) и изменяется по сезонам года (см.табл.3).

Таблица 3

Средняя влажность ТБО и их составляющие по сезонам

	Наименование компонента	Влажность (% общей массы)				
		зима	весна	лето	осень	среднее
1	Бумага и картон	25-30	25-30	5-8	10-15	15 - 20
2	Кожа и резина	8-10	3-5	0.1-0.3	1-3	3.2 – 4.5
3	Текстиль	30-35	25-30	5-10	10-15	17 – 22
4	Древесина и листья	28-32	20-25	3-8	15-18	16 - 20
5	Стекло и керамика	0.8-1.3	0.5-0.8	0.3-0.5	0.3-0.7	0.4 – 0.9
6	Пищевые отходы	50-55	50-55	40-45	45-50	48 – 53
7	Отсев, менее 15 мм	35-38	22 – 25	13.5 -16.4	23-25	23.3 - 25

Исследования морфологического состава отходов могут быть положены в оценку теплотехнических свойств ТБО, которые необходимы для оценки их энергетического ресурса и применимости термических методов переработки или утилизации и возможности получения вторичного топлива. Термические методы включают: сжигание, пиролиз, плазмолиз, газификацию и комбинированные методы. При выборе метода и технологии обезвреживания ТБО необходимо иметь полную информацию о морфологическом составе (табл. 2) и теплотехнических свойствах среднестатистических ТБО (табл. 4) [5].

Таблица 4

Вид отходов	Элементарный состав, массовая плотность, %				Удельная теплота сгорания на сухую основу-Q, кДж/кг
	Влажность- W, %	Плотность - ρ, кг/м ³	Доля летучих веществ -V, %	Зола- A, %	
Нейлоновая ткань	1.7	102	100	0.13	30700
Шерстяная ткань	1.59	171	81.0	0.4	25700
Хлопок	6.6	504	90.3	4.8	18000
Хлопчатобумажная	1.48	162	84.0	6.3	20700
Пищевые отходы	39.5	-	17	1.9	29900
Опавшие листья деревьев	10	-	67	3.8	20600
Пластмасса (термопластика)	0.9	1230	62.4	9.1	36000
Плѐнка полиэтиленовая	0.15	91	99.0	1.5	44600
Бумага газетная	6.0	-	80	1.5	19700
Картон	5.2	-	77	4.8	17300

В процессе опытов определена общая влажность ТБО, которая в зависимости от времени года, атмосферных условий и особенностей сбора меняется от 30 до 40%, и зольность (на сухую массу), значение которой варьируется в пределах 40-50%. Теплота сгорания на рабочую массу исследованных проб находилась в пределах 5.0-7.0 МДж/кг, иногда повышаясь почти до 8.0 МДж/кг, и зависела, в основном, от влажности ТБО.

Технология сжигания твердых бытовых отходов при температуре 850 - 1100 °С не требует предварительной подготовки мусора, отличается высокой надежностью, обеспе-

чивает выполнение экологических требований к продуктам сгорания и позволяет резко снизить потребность в полигонах для складирования остатков переработанных ТБО.

В зависимости от химического состава отходов дымовые газы могут содержать 24-44% золы от сухой массы и газообразные продукты в виде CO_2 , SO_2 , NO_x , паров воды и другие газы. Запыленность отходящих газов составляет 5-10 г/м³ (25-50 кг/т ТБО). Помимо отходящих газов, при сжигании 1т ТБО образуется 200-400 кг шлака и 20-50 кг летучей золы. В отходящих газах присутствуют органические соединения – альдегиды, фенолы, хлорорганические соединения (диоксины, фуран), а также соединения тяжелых металлов.

Теплотворная способность бытовых отходов примерно соответствует каменному углю. В среднем теплотворная способность бытовых отходов колеблется от 1000 до 3000 ккал/кг. Выявлено также, что по теплотворной способности 10.5т ТБО эквивалентны 1т нефти; по калорийности бытовые отходы уступают каменному углю всего в 2 раза; примерно 5-7 т мусора выделяет при сгорании столько же тепла, сколько 2 т угля или 1 т жидкого топлива [6].

Целью данного исследования является определение диапазона влажности и массовой доли органической и неорганической части ТБО, при которой не требуется предварительная подготовка (сортировка и сушка) и привлечение дополнительных источников энергии для термической переработки. Из данных табл. 4 следует, что влажность различных компонентов ТБО изменяется в пределах до 40%.

Исследования проведены в лаборатории термической обработки металлов на кафедре «Материаловедение, металлургические машины и оборудования» ТТУ. Для исследования процесса использовалась муфельная печь серии ПМ (400-1000°C).

Эксперимент состоит из отдельных этапов измерений. На каждом этапе влажность ТБО варьируется. ТБО в тигле с помещенной навеской нагревается до заданной температуры и выдерживается при этой температуре достаточно длительное время до окончания процесса с учётом выделения газов. В результате нагрева органической части ТБО в тигле без доступа кислорода образуется пиролизный газ, который отводится через отверстие в стенке печи.

Из рисунка видно, что чем больше влажность в отходах, тем больше энергозатрат и тем менее экономичен процесс газификации. Кроме того, с увеличением влажности возрастает теплообмен на элементах печи. При средней температуре воспламенения 410-430°C (с учетом доли органической и неорганической части) для менее теплотехнически совершенной установки первичная влажность ТБО не должна превышать 5-7%, а для более теплотехнически совершенной установки - 35-40%. Если температура горения ТБО меньше температуры воспламенения, то полное термическое уничтожение ТБО должно протекать с подводом энергии извне.

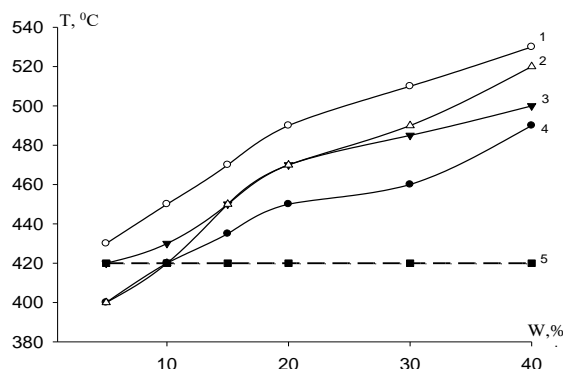


Рис. Зависимость температуры (энергозатрат) на термическое уничтожение ТБО от влажности для основных компонентов ТБО: 1 – хлопковые материалы; 2 – шерсть и шерстяные материалы; 3 – синтетические волокна; 4 – макулатура, 5 – температура воспламенения).

Таким образом для среднего состава ТБО при учете органической и неорганической части первоначальная влажность ТБО должна быть не более 5% в установках термической переработки ТБО без привлечения энергии извне.

ЛИТЕРАТУРА

1. Концепция реформы жилищно-коммунального хозяйства в Республике Таджикистан на период 2010-2025 годов. Утверждена 1 июля 2010 года. №321, 38 с.
2. Национальная стратегия развития Республики Таджикистан на 2016-2030 годы. (2016 г). 35с.
3. Стратегия «Управления отходами города Душанбе на период 2017-2026 годы.»- Душанбе 2017, 1-13 с.
4. Калинин В.И. Термическая утилизация твердых бытовых отходов. Концепция НИИ Стром-композит. – Красноярск, 2006.
5. Рекомендации по проектированию пунктов уничтожения твердых бытовых отходов в аэропортах. – М., 1984.
6. *Источник:* www.rospress.ru

Ҳ.Б.БОБОЕВ, Ш.Б.НАЗАРОВ, С.Ҷ.ИБРОҶИМОВ*

ОМЎЗИШИ ТАЪСИРИ НАМНОКӢ ВА МИҚДОРИ ҲИССАИ ОРГАНИКӢ ВА ҒАЙРИОРГАНИКИИ ПАРТОВҲОИ САХТИ МАИШӢ БА НИЗОМИ ТЕРМИКИИ КОРКАРДИ ОН

*Институти химияи ба номи В.И.Никитини Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон,
Донишгоҳи техникии Тоҷикистон ба номи академик М.С.Осимӣ

Дар ин мақола муаллифгон оид ба таъсири намнокӣ ва миқдори ҳиссаи органикӣ ва ғайриорганикии партовҳои саҳти маишӣ (ПСМ) дар низоми термикии коркарди он, ки дар он омодагии пешакии ПСМ ва ҷалби иловагии манбаи энергия ба рои таъзияи термикии онҳо зарур намешавад, таҷриба гузарониданд. Инчунин дои-

раи намнокӣ, ки дарон нобудсозии термикии ПСМ имконпазир аст, муайян шуда-
аст.

Калимаҳои калидӣ: партовҳои саҳти маишӣ, коркарди термикӣ, низоми термикӣ, намнокӣ.

Kh.B.BOBOEV, Sh.B.NAZAROV, S.Z.IBROHIMOV*

**INVESTIGATION OF THE EFFECT OF HUMIDITY AND THE MASS SHARE
OF THE ORGANIC AND INORGANIC PART OF SOLID DOMESTIC WASTES
ON THE TEMPERATURE MODE OF ITS PROCESSING**

*V.I.Nikitin Institute of Chemistry, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan,
M.Osimi Tajik Technical University

The results of a study of the effect of moisture and the mass fraction of organic and inorganic parts of solid domestic waste on the temperature regime of thermal processing, which do not require the preliminary preparation of solid waste and the attraction of an additional source of energy for their thermal decomposition, are presented. The range of humidity at which thermal destruction of solid waste is possible is determined.

Key words: solid household waste, thermal processing, temperature regime, humidity.

УДК 504.4.054/556

А.Ф.ФИНАЕВ, З.В.КОБУЛИЕВ, Ф.И.ШАЙМУРАДОВ, И.М.РАХИМОВ,
Т.С.МАДЖИДОВ, Е.А.ФИНАЕВА

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИЗОТОПНЫХ МЕТОДОВ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ
РЕСУРСОВ ВОДОСНАБЖЕНИЯ ГОРОДА ДУШАНБЕ**

*Институт водных проблем, гидроэнергетики и экологии
Академии наук Республики Таджикистан
Поступила в редакцию 17.09.2017 г.*

Представлены результаты исследований химического и изотопного состава вод бассейна реки Кафирниган, формирующихся в горных условиях субтропического климата Таджикистана. Район является источником водоснабжения г. Душанбе. Химический состав примесей в воде не превышает ПДК, однако в отдельных пунктах выявлено повышенное содержание некоторых химических элементов. Выполнена оценка содержания стабильных изотопов $\delta^{18}\text{O}$ и $\delta^2\text{H}$, которая выявила две группы вод разного происхождения. Совместное изучение химического состава и природных изотопов может быть полезным для гидрологических и гидрогеологических исследований бассейнов других рек Центральной Азии.

Ключевые слова: природные изотопы, тритий, гидрология, качество воды, бассейн реки Кафирниган, водоснабжение.

Рост населения, интенсивное строительство и развитие инфраструктуры г. Душанбе и прилегающих к нему населённых пунктов требует увеличение водопотребления. Водоснабжение города осуществляется из четырёх водозаборов, вода в которые поступает с поверхностных и подземных источников. Кроме того, в расположенных вокруг города населённых пунктах имеются отдельные скважины, которые используются для водоснабжения. Субтропический горный климат распределяет осадки в течение года не равномерно. Обычно интенсивные осадки наблюдаются зимой и весной, а летом наступает сухой сезон. Развитие инфраструктуры города и орошаемого земледелия на окружающих территориях приводит к возможному просачиванию загрязнённых поверх-

Адрес для корреспонденции: Финаев Александр Феодосиевич, Кобулиев Зайналобудин Валиевич.
734042, г. Душанбе, ул. Айни, 14А. E-mail: finaeff@gmail.com ; kobuliev@mail.ru

ностных вод в водоносные горизонты. В связи с этим необходимо исследовать химический состав и пути поступления подземных и поверхностных вод, использующихся для водоснабжения города.

Район исследования. Исследуемая территория расположена в Гиссарской долине, которая является частью бассейна р. Кафирниган. Основание долины заполнено многометровым слоем четвертичных отложений (гравийно-галечниковые, конгломераты, песок, прослойки известняка, карбонатов и т.д.), и представляет собой плоское пространство шириной до 15 км, длиной до 100 км.

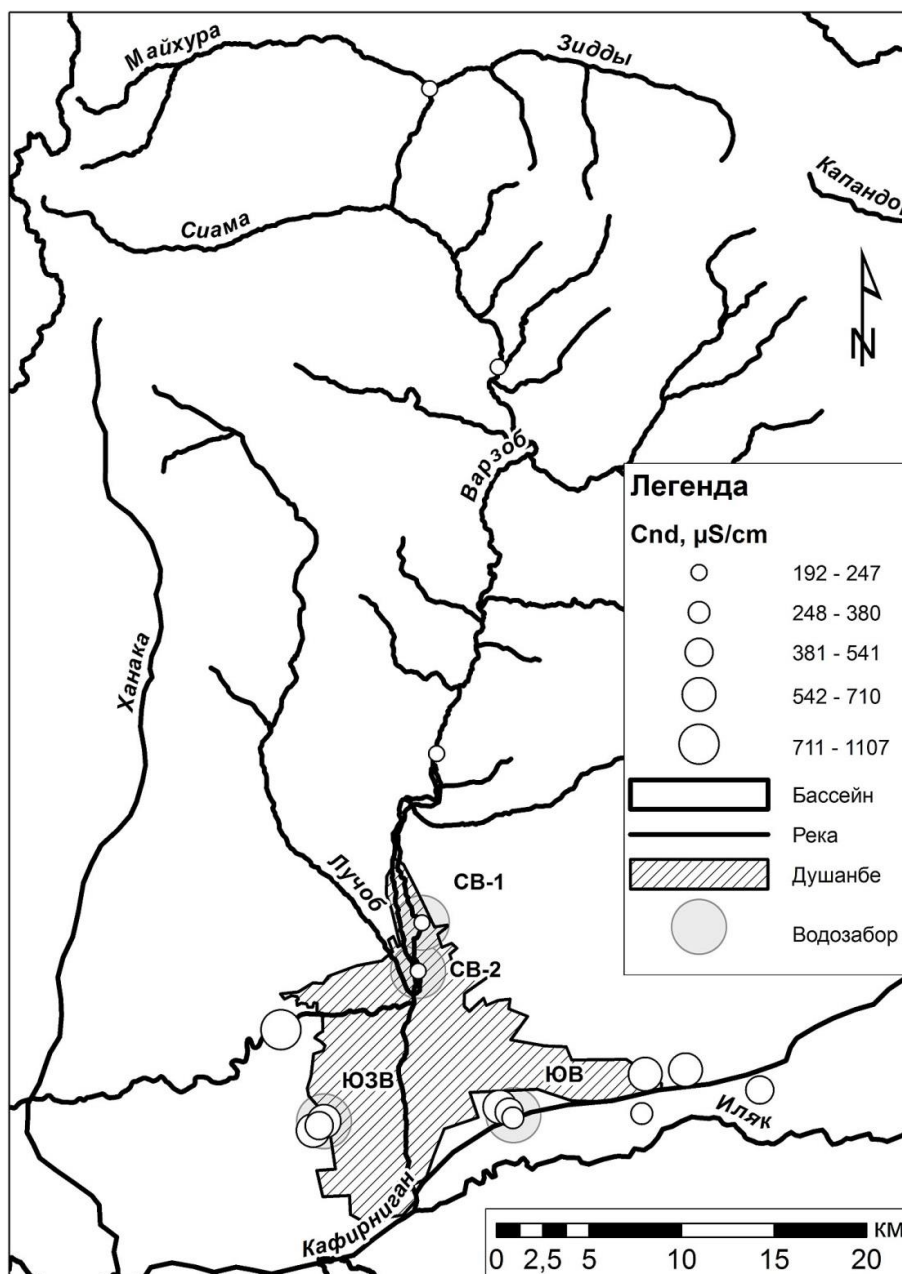


Рис. 1. Места отбора проб и кондуктивность Cnd ($\mu\text{S/cm}$ - микросименс/см).

Породы, заполнившие корытообразную чашу долины, являются хорошим вместилищем для аккумуляции подземных вод. По долине протекает р. Кафирниган, в которую впадают многочисленные притоки, стекающие с Гиссарского хребта и небольших хребтов, расположенных на юге. В северной части долины, с запада на восток протянулся Гиссарский хребет, который состоит из карстово-трещиноватых пород, интрузивов и меловых отложений (сланцы, конгломераты, гипс, известняк). Имеются участки неогена, включающего песчаник, конгломераты, гипс. Город Душанбе расположен в наиболее широкой части долины между р. Кафирниган и южными склонами Гиссарского хребта и имеет четыре водозабора. С южного склона хребта на юг стекает р. Варзоб, вода из которой поступает в два северных водозабора г. Душанбе - СВ-1 и СВ-2 (напорная). Сливаясь с р. Лучоб, река уже называется Душанбинкой, она протекает через весь город с севера на юг, где впадает в р. Кафирниган. На территории города берега реки укреплены бетонной защитой, но через дно русла возможен водообмен с нижележащими водоносными горизонтами. Южный водозабор (ЮВ) использует подземные воды водоносных горизонтов северной террасы р. Кафирниган. Вода поступает из скважин с глубины 105 м. На юго-западе города имеется четвёртый водозабор (ЮЗВ), скважины которого поднимают воду с глубины 100-110 м (рис. 1).

Источником воды в бассейне р. Кафирниган являются осадки, максимальное количество которых выпадает на Гиссарском хребте (до 1250 мм/год – ст. Гушары). Вода поступает в реки и водоносные горизонты различными путями. В зимний период, с декабря по февраль, а высоко в горах и в марте, происходит аккумуляция снега на склонах гор и ледниках. Весной и летом снег постепенно тает. Часть воды стекает по склонам в реки, а часть пополняет подземные воды. Кроме того, весной (март - май) наблюдаются интенсивные ливневые осадки. Летом (июнь - сентябрь) вода пополняет реки и водоносные горизонты долины за счёт таяния снега и ледников в высокогорье.

Исследования и результаты. В рамках экспериментальной программы в марте 2013 года были отобраны пробы воды в водозаборах города, скважинах отдельных поселений, реках Варзоб и Кафирниган (всего 16 пунктов). Во время отбора проб в полевых условиях выполнялись экспресс-анализы с помощью портативных приборов: кондуктометр (Cond3110 SET 1), рНметр (рН 3110), оксиметр (Oxi 3205), цифровой титратор (НАСН). Анализы на содержание в воде природных стабильных изотопов $\delta^{18}\text{O}$ и $\delta^2\text{H}$, согласно стандарту VSMOW, выполнены в Чешском техническом университете, а также в Институте водных проблем, гидроэнергетики и экологии АН РТ. Для этого использовался лазерный водный анализатор PICCARO-L-2110-i. Анализы на содержание ионов химических элементов, тяжелых металлов и трития ($\delta^3\text{H}$) выполнены в Национальном энергетическом центре наук и ядерных технологий Королевства Марокко.

Результаты анализов показывают, что, как и ожидалось, наименьшее содержание ионов, наименьшая солёность и кондуктивность наблюдаются в речной воде (рис. 1, табл. 1). Содержание химических элементов и тяжелых металлов во всех пробах не пре-

вышает предельно допустимые концентрации (ПДК) [1]. Однако в некоторых скважинах отмечено повышение концентрации нитратов, сульфатов и хлоридов. Некоторые из них могут быть результатом природных процессов, например растворение гипса. Другие могут показывать влияние человека (удобрения или сточные воды). Следует обратить внимание на повышенное содержание в р. Кафирниган таких тяжелых металлов, как As, Pb, Cu, Zn и Ni, хотя их значения и не превышают ПДК (табл. 2). Вероятно, это связано с антропогенным загрязнением из поселений, расположенных в бассейне реки.

Таблица 1

Результаты полевых и лабораторных анализов воды

№#	Место	Источник	Cnd	pH	НСО ₃ ⁻	Na ⁺	K ⁺	Mg ²⁺
023	Майхура	река	247	7.6	142.76	2.09	0.52	6.68
024	Ходжаобигарм	река	192	7.3	111.04	3.27	0.83	2.26
027	Дагана	река	214	7.3	113.48	2.70	0.88	3.66
031	Тезгар (дом)	скв.	689	7.3	388.02	12.26	2.52	29.96
032	Янгикурган	скв.	580	7.4	330.67	9.38	1.80	20.79
035	Ходжабайкул	скв.	541	7.4	292.85	10.54	6.64	14.49
036	Чангалобод	скв.	380	7.5	225.74	6.09	1.79	9.57
040	Кафирниган	река	291	7.4	173.27	2.75	1.20	6.18
044	ЮВ	скв. 21	444	7.4	250.14	6.19	1.66	12.76
045	ЮВ	скв. 18	594	7.5	325.79	10.86	2.11	23.29
050	ЮЗВ	скв. 1	710	8.0	358.74	35.97	2.30	17.02
051	ЮЗВ	скв. 10	513	7.5	246.48	9.94	1.87	15.20
052	ЮЗВ	скв. 16	585	7.4	286.75	11.98	1.92	15.19
054	Чоряккорон	скв.	1107	7.7	469.78	113.20	2.09	52.96
059	СВ-1	ковш	202	7.1	103.72	2.51	1.09	3.49
060	СВ-2/напорная	ковш 6	215	7.3	91.52	3.30	1.32	3.47

Продолжение таблицы 1

№#	Место	Источник	Ca ²⁺	Cl ⁻	NO ₃ ⁻	SO ₄ ²⁻	O ₂	Alk	δ ³ N
023	Майхура	река	40.13	1.35	0.79	13.78	7.52	111	4.49
024	Ходжаобигарм	река	33.31	1.60	1.61	6.23	6.88	90	7.26
027	Дагана	река	36.01	1.86	2.65	14.16	7.82	82	6.71
031	Тезгар (дом)	скв.	86.39	8.38	22.67	36.25	3.91	382	7.07
032	Янгикурган	скв.	72.25	7.74	17.08	17.95	4.80	324	7.47
035	Ходжабайкул	скв.	71.60	13.78	17.69	17.88	3.80	265	7.81
036	Чангалобод	скв.	59.61	2.99	10.28	10.44	4.00	187	7.09
040	Кафирниган	река	47.57	1.40	2.14	9.83	8.50		8.00
044	ЮВ	скв. 21	63.44	5.93	13.23	14.76	5.90	219	9.21
045	ЮВ	скв. 18	76.24	8.26	23.47	27.70	5.50	332	5.66
050	ЮЗВ	скв. 1	72.74	9.66	23.24	55.66	3.96	298	7.56
051	ЮЗВ	скв. 10	65.75	13.72	23.48	34.02	4.48	237	7.62
052	ЮЗВ	скв. 16	78.88	15.30	19.51	38.55	3.92	268	7.30
054	Чоряккорон	скв.	39.69	19.68	32.98	172.79	5.10	370	8.20
059	СВ-1	ковш	32.48	1.82	3.46	18.15	7.30	85	7.24
060	СВ-2/напорная	ковш 6	31.98	2.98	2.61	26.67	6.80	75	8.33

Примечание: Cnd (кондуктивность или электропроводность) $\mu\text{S/cm}$ (микросименс/см); размерность химических элементов мг/л; $\delta^3\text{N}$ - UT (единица трития).

Высокие концентрации трития в атмосфере появились после испытаний ядерного оружия в 50-х годах XX века, а пик концентрации $\delta^3\text{N}$ в осадках отмечен в 1963 году. Пе-

риод полураспада $\delta^3\text{H}$ равен 12.43 года. В настоящее время считается, что изотоп $\delta^3\text{H}$ находится в окружающей среде в малых концентрациях (от 5 до 10 TU) как результат природных процессов, происходящих в стратосфере и деятельности предприятий, работающих с радиоактивными элементами. Концентрация трития в осадках имеет годовой цикл с максимумом весной из-за периодического обмена воздуха между тропосферой и стратосферой [2].

Таблица 2

Содержание тяжелых металлов в воде, мкг/л

№#	Место	Источник	Li	B	Cr	As	Sr	Pb
040	Кафирниган	Река	6.63	12.08	6.09	4.92	406.10	18.53
054	Чоряккорон	скв.	24.59	525.80	37.49	2.30	1938.00	0,00
036	Чангалобод	скв.	2.20	10.94	2.24	0.88	223.10	<LD
045	ЮВ	скв. 18	1.68	28.20	4.47	0.58	633.10	<LD
031	Тезгар (дом)	скв.	5.50	39.42	6.44	0.95	973.70	<LD
027	Варзоб	Река	2.69	5.99	1.14	1.69	187.70	0,56
050	ЮЗВ	скв. 1	3.67	132.10	9.27	1.24	600.40	<LD
ГН 2.1.5.689-98: ПДК, мкг/л			30	700	50	50	7000	

Продолжение таблицы 2.

№#	Место	Источник	Cu	Zn	Se	Cd	Ni	
040	Кафирниган	Река	10.98	22.26	0.17	0.33	10.94	
054	Чоряккорон	скв.	0.44	12.91	5.58	0.04	0.97	
036	Чангалобод	скв.	0.16	<LD	0.50	0.01	1.62	
045	ЮВ	скв. 18	0.17	<LD	1.00	0.01	2.01	
031	Тезгар (дом)	скв.	0.33	<LD	1.55	0.01	2.74	
027	Варзоб	Река	0.49	2.70	0.11	0.06	1.08	
050	ЮЗВ	скв. 1	1.33	<LD	1.56	0.01	1.92	
ГН 2.1.5.689-98: ПДК, мкг/л			1000	1000	10	1	1000	

Анализ содержания трития показывает, что в верхней части Гиссарского хребта (табл. 1, ст. Майхура, высота 1944 м над ур.м.) в реке преобладает вода с небольшим содержанием $\delta^3\text{H}$ ($\text{UT}=4.49$). В этом пункте еще лежал снег, и вода в реку поступала из грунтовых вод. Поэтому весенние осадки еще не влияли на изотопный состав в речной воде. Остальные пункты, расположенные ниже по течению, содержат большее количество $\delta^3\text{H}$ в воде (табл. 1). Вероятно, воды в этих пунктах уже пополняются весенними осадками, подверженными влиянию весеннего увеличения трития (рис. 2). Особо обращает на себя внимание самая глубокая скважина (глубина 160 м), расположенная на северо-западе города, в пункте Чоряккорон (817 м над ур.м.). Результаты анализов воды из этой скважины показывают высокую электропроводность и концентрацию главных ионов. Содержание ионов химических элементов и тяжелых металлов (Li, B, Cr, Sr) в пункте Чоряккорон значительно превышает содержание этих же элементов в других пунктах измерения (табл. 1 и 2). Полученные величины концентрации $\delta^3\text{H}$ во всех пунктах соответствуют информации из других стран Центральной Азии, которые имеются в базе данных МАГАТЭ [3].

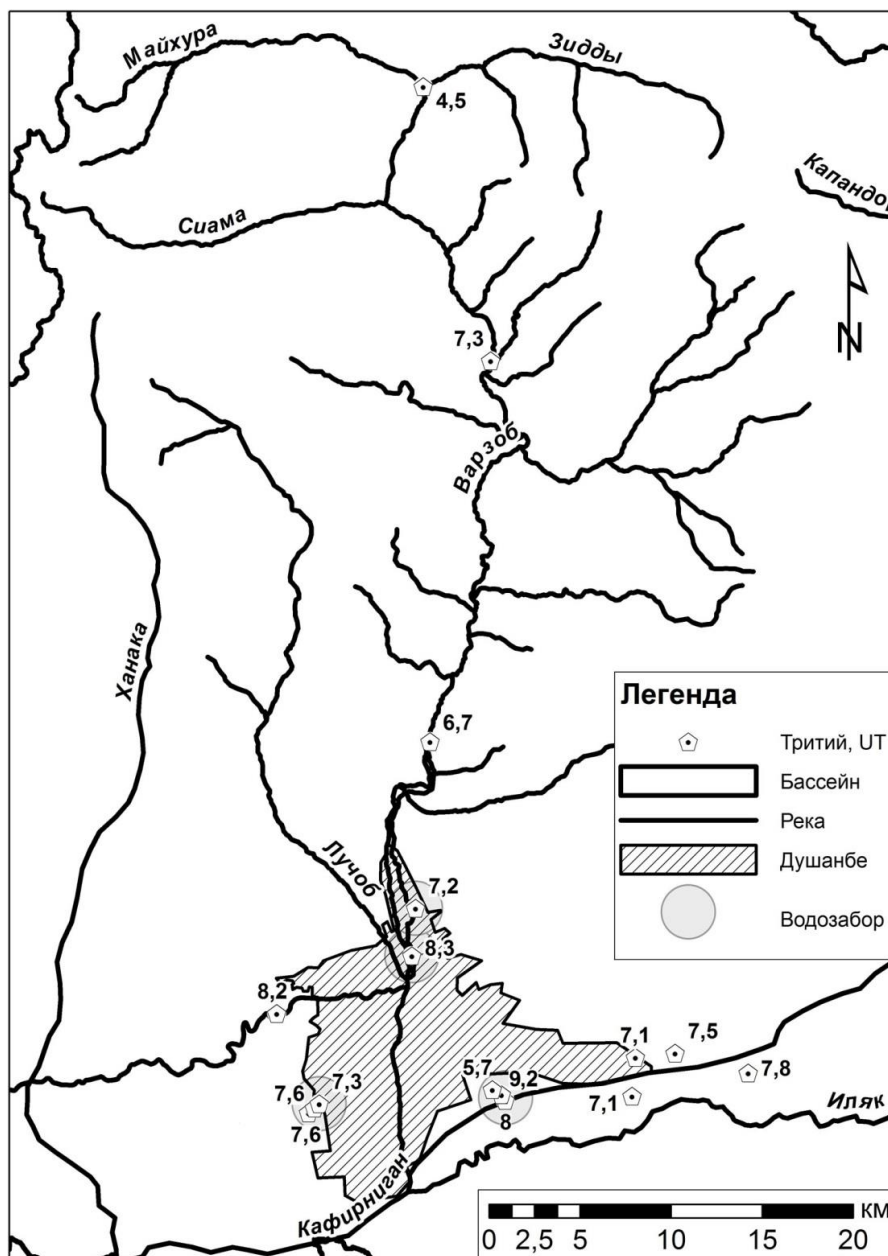


Рис. 2. Содержание $\delta^3\text{N}$ (UT) на исследуемой территории.

Анализ содержания $\delta^{18}\text{O}$ и $\delta^2\text{H}$ показал, что данные сформировали две группы вод (рис. 3). Большинство вод по содержанию стабильных изотопов происходят из одного источника (I), и только вода из трех скважин (II) является изотопически более легкой (меньше $\delta^{18}\text{O}$ и $\delta^2\text{H}$). Две из этих скважин находятся на левой террасе русла реки и имеют небольшую глубину (45 м и 56 м). Третья скважина 21 глубиной 105 м находится на ЮВ. Приход в эту скважину более свежей воды из других источников подтверждается также и увеличенным содержанием $\delta^3\text{N}$ по сравнению с данными из других скважин ЮВ. Аналогичное разделение изотопов на две группы отмечается и по данным из Бишкека [4]. Пробы отбирались в марте, когда выпадает наибольшее количество осадков и интенсивно та-

ет накопившийся за зиму снег. До более глубоких слоев эта вода еще не дошла. Поэтому там находится изотопически более тяжелая вода, что и показывают результаты анализа. По нашим предположениям, такое формирование двух групп связано с одинаковыми процессами формирования подземных вод в Душанбе и Бишкеке. Однако вода из указанных выше пунктов изотопически тяжелее, чем на Памире [5]. Это говорит об эффекте испарения в теплых долинах.

Стабильные изотопы показывают, что в скважину Чоракорон попадает вода в период жарких климатических условий. Высокий эксцесс дейтерия во всей воде говорит о том, что водяной пар формировался в условиях низкой влажности воздуха. Все значения находятся немного выше глобальной метеорной водной линии (GMWL) (рис. 3), что говорит об одинаковых процессах формирования подземных вод.

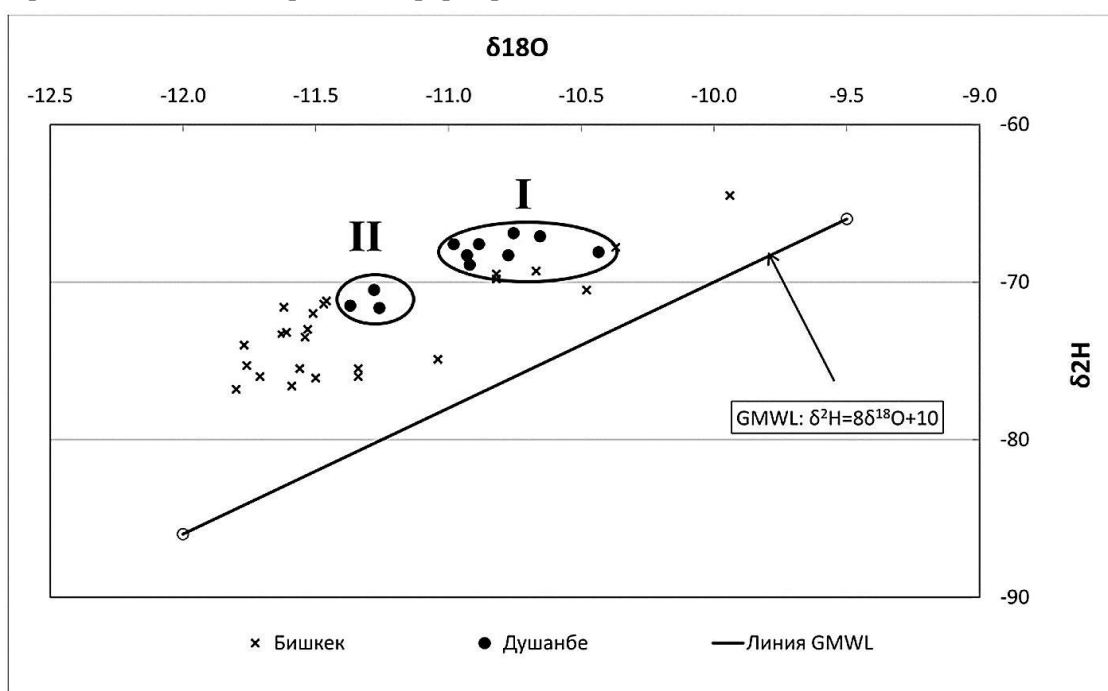


Рис. 3. Сравнение распределения изотопов $\delta^{18}\text{O}$ и $\delta^2\text{H}$ в водах гг. Душанбе и Бишкека.

Заключение

Показатели природных изотопов и химических элементов использовались для оценки качества поверхностных и формирования подземных вод, которые питают г. Душанбе. Результаты анализов показали, что загрязнение воды ионами химических веществ и тяжёлых металлов не превышает ПДК. Однако следует обратить внимание на повышенное содержание этих элементов в воде из р. Кафирниган и скважины Чоряккорон. Можно предположить, что увеличение количества хлоридов, сульфатов и тяжелых металлов в грунтовых водах и реке произошло под влиянием воздействия антропогенных факторов. Выяснение причин таких результатов не входило в задачу исследователей. Результаты анализов содержания $\delta^3\text{H}$, $\delta^{18}\text{O}$ и $\delta^2\text{H}$ показали, что в реки и скважины поступает не

только молодая вода из недавних осадков, но и более старая вода из глубоких водоносных слоев. В конце марта и начале апреля талые воды и весенние осадки в Гиссарской долине просачиваются до глубины 45 м. Разовый тест на стабильные изотопы $\delta^{18}\text{O}$ и $\delta^2\text{H}$ показал, что условия формирования воды в подземных водоносных слоях в Таджикистане аналогичны другим районам Центральной Азии, как, например, в Кыргызстане. Однако из-за повышенных температур и высокого испарения вода в Таджикистане изотопически тяжелее. К сожалению, единичные пробы, отобранные в марте, не дают основания для оценки влияния распределения осадков, речного стока и подземных вод на системы водопользования. Для этого нужно проводить регулярные отборы проб и анализы стабильных изотопов в течение года или нескольких лет. Чтобы получить более детальную картину состояния водных ресурсов в этом регионе, необходимо развивать данное направление исследований.

Благодарности. Представленная работа выполнена в рамках проекта МАГАТЭ “TAD7001: Using Isotope Techniques to Assess Water Resources and Evaluate Their Hydrogeological Conditions”, при содействии Агентства по ядерной и радиационной безопасности АН РТ под руководством академика АН РТ Мирсаидова У.М., сотрудники которого оказали большую помощь при обеспечении оборудованием и выполнении анализов. Неоценимое содействие и непосредственное участие в организации работ, отборе проб и повышении квалификации персонала Института водных проблем оказали консультанты МАГАТЭ Т. Витвар (Технический университет Праги, Чехия) и Л. Холко (Институт гидрологии АН, Словакия). Авторы благодарят всех за помощь в ходе выполнения этого проекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Предельно допустимые концентрации (ПДК) химических веществ в воде водных объектов хозяйственно-питьевого и культурно-бытового водопользования. ГН 2.1.5.689-98. Минздрав России. – М., 1998.
2. Michel R.L. Tritium in the hydrologic cycle – Aggarwal P.K., Gat J.R., & Froehlich K.F.O. (Eds.), *Isotopes in the Water Cycle: Past, Present and Future of a Developing Science*. Netherlands: IAEA, 2005, pp. 53-66.
3. Clark ID, Fritz P. *Environmental Isotopes in Hydrogeology*. – Lewis Publishers, Boca Raton, FL, 1997, 328 p.
4. Morris B.L., Darling W.G., Goody D.C., Litvak R.G., Neumann I., Nemaltseva E.J., Poddubnaia I. Assessing the extent of induced leakage to an urban aquifer using environmental tracers: an example from Bishkek, capital of Kyrgyzstan, Central Asia. – *British Geological Survey. Hydrogeology Journal*, 2005, v. 14, pp.225-243.
5. Meier C., Knoche M., Merz R. Weise S. M. Stable isotopes in river waters in the Tajik Pamirs: regional and temporal characteristics. – *Isotopes in Environmental and Health Studies*, 2013, v. 49, № 4, pp. 542-554.

А.Ф.ФИНАЕВ, З.В.КОБУЛИЕВ, Ф.И.ШАЙМУРАДОВ, И.М.РАҲИМОВ,
Т.С.МАҶИДОВ, Е.А.ФИНАЕВА

ИСТИФОДАИ УСУЛҲОИ ИЗОТОПӢ ДАР ТАТҚИҚОТИ ЗАХИРАҲОИ ОБТАЪМИНКУНИИ ШАҲРИ ДУШАНБЕ

*Институти масъалаҳои об, гидроэнергетика ва экология
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Натиҷаҳои таҳқиқоти таркиби химиявӣ ва изотопии ҳавзаи дарёи Кофарниҳон, ки дар шароити иқлими субтропикӣи қуҳистони Тоҷикистон ташаккул ёфтаанд, пешниҳод шудааст. Ноҳияи мазкур яке аз сарчашмаҳои обтаъминкунии ш. Душанбе мебошад. Таркиби химиявӣ олошот дар об аз ҚҲҚ (ПДК) зиёд набуда, аммо дар нуқтаҳои муайян зиёдшавии элементҳои химиявӣ алоҳида мушоҳида гашт. Таркиби изотопҳои мунтазами $\delta^{18}\text{O}$ ва $\delta^2\text{H}$ арзёбӣ шуд, ки дар асоси он обҳо ба ду гуруҳ ҷудо шуданд. Таҳқиқоти муштараки таркиби химиявӣ ва изотопҳои табиӣ барои омӯзиш ва таҳқиқотҳои гидрологию гидрогеологии ҳавзаҳои дарёҳои дигари Осиёи Марказӣ дорой манфиатанд.

Калимаҳои калидӣ: изотопҳои мӯътадил, тритиум, гидрология, сифати об, ҳавзаи дарёи Кофарниҳон, обтаъминкунии.

A.F.FINAEV, Z.V.KOBULIEV, F.I.SHAYMURADOV, I.M.RAKHIMOV, T.S.MAJIDOV,
E.A.FINAEVA

USE OF ISOTOPE TECHNIQUES TO ASSESS SOURCES OF WATER SUPPLY IN DUSHANBE, TAJIKISTAN

*Institute of Water Problems, Hydropower and Ecology,
Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

The article represents result of chemical and isotope study of waters in the Kafirigan river basin in conditions of mountain subtropical climate of Tajikistan. The study area is one of water supply sources for the capital Dushanbe city. Admixture of chemical elements in water does not exceed maximum permissible concentration (MPC). However, excessive contents of particular chemical elements in several sites were revealed. Assessment of stable isotopes $\delta^{18}\text{O}$ and $\delta^2\text{H}$ was done which helped to distinguish two water groups of various origins. Combined study of chemical composition and natural isotopes can be useful for hydrological and hydrogeological investigations of other river basins in Central Asia.

Key words: environmental isotopes, tritium, hydrology, water quality, Kafirigan river basin, water supply.

УДК 550.348

Р.У.ДЖУРАЕВ

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАКРОСЕЙСМИЧЕСКИХ ДАННЫХ ПРИ ОЦЕНКЕ
СЕЙСМИЧЕСКОЙ УЯЗВИМОСТИ УРБАНИЗИРОВАННЫХ
ТЕРРИТОРИЙ НА ПРИМЕРЕ г. ДУШАНБЕ**

Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии

АН Республики Таджикистан

Поступила в редакцию 14.08.2017 г.

Показана важность макросейсмических данных при оценке сейсмической безопасности урбанизированных территорий на примере г. Душанбе. На основе их анализа составлены модели теоретических карт изосейст и сценарии землетрясений из разных очаговых зон, представляющих опасность г. Душанбе.

Ключевые слова: эпицентр землетрясения, магнитуда, интенсивность, землетрясения, изосейста, сейсмограмма, макросеймика, очаговая зона.

Территория, на которой ощущается сильное землетрясение, может измеряться сотней и даже тысячей километров в поперечнике. Ни одна сейсмическая служба не способна расставить приборы в количестве, сравнимом с числом живых свидетелей или подвергнувшихся воздействию строений. Анализ макросейсмических данных позволяет не только судить о проявлении землетрясения на поверхности земли, но и служить дополнительным материалом для характеристики очага и окружающего пространства, определения магнитуды, глубины очага и других параметров.

При оценке сейсмической безопасности определенной территории важное значение отводится анализу макросейсмических данных. Их анализ позволит создать модели возможных сценариев землетрясений для отдельно взятых территорий. Такая работа автором была выполнена в рамках Проекта «Усовершенствованное управление риском стихийных бедствий (УРСБ) в Таджикистане» Раздел 5: - «Анализ сейсмической уязвимости

Адрес для корреспонденции: Джурсаев Рахимджон Усманович. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 267, Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии АН РТ. E-mail: dhuraev52@mail.ru

жилых зданий, и разработка сценариев землетрясения для г. Душанбе с целью уменьшения риска», финансируемого DIPESHO IV. На основе многочисленных фондовых и литературных материалов по геологии, тектонике, сеймотектонике, инженерной геологии, гидрогеологии, сейсмологии (сеймсорайонирование, микрорайонирование, макросейсмика, анализ каталогов), геофизике и др. была определена степень потенциальной сейсмичности г. Душанбе. Проведена инвентаризация и оценка технического состояния зданий с целью определения их уязвимости и т.д. [1].

В данной статье в основном приводится макросейсмический анализ сильных землетрясений, являющийся основой для составления теоретических карт изосейст - сценариев землетрясений из разных очаговых зон, представляющих опасность г. Душанбе.

Собранные за исторический период макросейсмические данные о сильных землетрясениях в Гиссарской долине и прилегающих территориях дают представление о сейсмической ситуации вокруг столицы республики и возможность оценить риск в случае возникновения в будущем сейсмических событий.

На территории Таджикистана за период с 1897 по 2015 гг. произошло более 60 землетрясений с интенсивностью проявления в эпицентре от 6 до 9 баллов, проявления которых на поверхности достаточно хорошо изучены. Основное их число, как и наиболее сильных, произошло в зонах Гиссаро-Кокшаальского и Илякско-Вахшского разломов, в пределах которых возможны сейсмические события с $M \leq 7.5$ и соответственно с $M \leq 6.5$. Гиссарская долина, в центре которой находится столица Таджикистана город Душанбе, расположена между двумя этими наиболее активными сейсмогенными зонами Таджикистана и относится к 9-балльной зоне [2]. Названные сейсмогенные зоны в основном формируют высокий сейсмический фон для г. Душанбе.

Город Душанбе за свою историю неоднократно испытывал сильные сейсмические колебания от землетрясений, очаги которых находились как вблизи города, так и вдали от него. Первые упоминания о сильных сотрясениях в окрестностях Душанбе отмечены в работах [3, 4] посвященных последствиям 9-балльного Каратагского землетрясения 1907 г., произошедшего в 65 км к западу от города. В каталоге землетрясений, ощущавшихся на территории Таджикистана за периоды 1865-1940 и 1941-1952 гг. [5], отмечено, что при Каратагском землетрясении 1907 г. кишлак Душанбе был разрушен (не менее 7 баллов). На схеме Каратагского землетрясения 1907 г. [6] г. Душанбе расположен в зоне 7-балльного сотрясения (рис. 1).

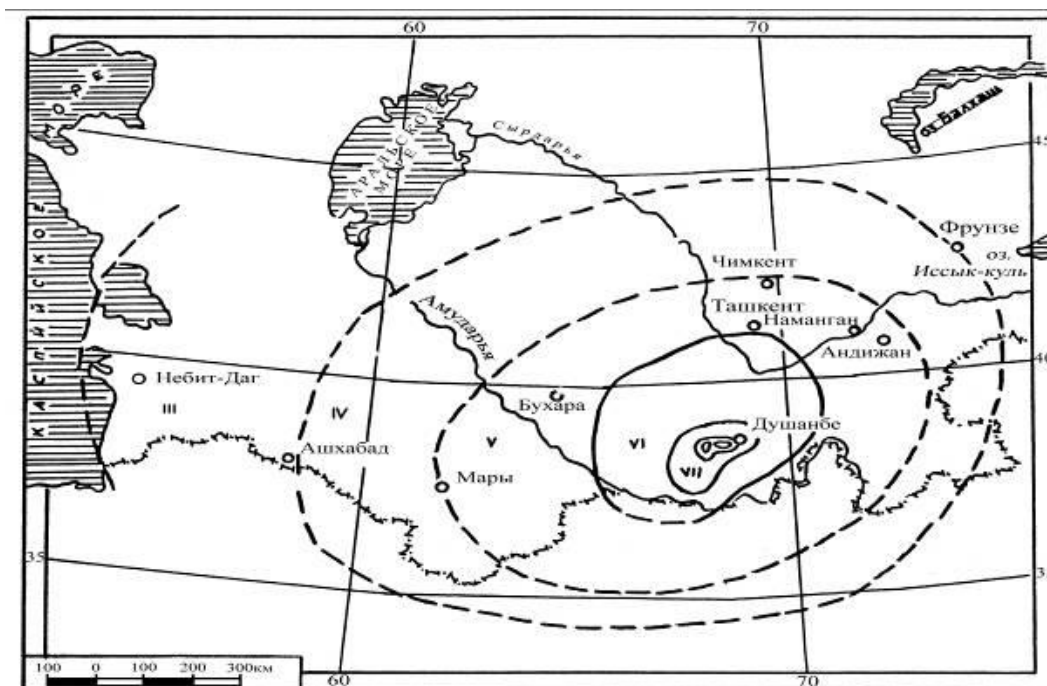


Рис. 1. Схема Каратагского землетрясения 1907 г. [6]

Интенсивностью до 5-6 баллов на территории города часто проявляются землетрясения, происходящие в зоне Илякского разлома. Их эпицентры расположены на расстоянии от 10-12 до 20-25 км юго-западнее и юго-восточнее центра города, в пределах Гиссарского, Рудакинского и Вахдатского районов. В 1952 г. непосредственно в пределах города Душанбе произошло 6-7-балльное Сталинабадское землетрясение, при котором многие здания и сооружения были повреждены [7].

В табл. 1 представлены основные и наиболее сильные землетрясения (интенсивностью в эпицентре 6 баллов и более), произошедшие за период с 1907 по 2013 гг. на территории г. Душанбе и его окрестностях, для которых имеются подробные макросейсмические данные и карты изосейст [1].

Таблица 1

№п/п	Название землетрясения	Год	Дата	Координаты эпицентра		Балл I ₀	Н, км	M	Расстояние от эпицентра до г. Душанбе	Балл в Душанбе
				φ°	λ°					
1	Каратагское	1907	27.10	38,70	68,10	9	24	7.3	60	7
2	Сталинабадское	1952	27.02	38.60	68.9	6-7	8	4.7	-	6-7
3	Гиссаро-Бабатагское	1953	04.08	38.50	68.5	6	8	4.0	24	4-5
4	Анджирское	1953	07.07	38.40	68.9	7	5	4.3	20	4-5
5	Яврозское	1960	16.09	38.67	69.17	6	14	4.7	38	5
6	Чимтепинское	1966	02.01	38.47	68.70	6	10	3.9	10	4
7	Гиссарское	1968	21.04	38.47	68.65	7	8	4.9	10	5-6
8	Ляурское	1970	24.04	38.37	68.71	7	8	4.6	19	4-5
9	Султанабадское	1976	17.06	38.47	68.97	6	2.5	3.7	20	3

№п/п	Название землетрясения	Год	Дата	Координаты эпицентра		Балл I ₀	Н, км	М	Расстояние от эпицентра до г. Душанбе	Балл в Душанбе
				φ°	λ°					
10	Султанабадское	1979	10.07	38.45	68.94	7	2.5	4.0	18	3
11	Душанбинское	1980	16.12	38.48	68.75	6-7	2.5-5	4.8	6	5-6
12	Гиссарское	1989	22.01	38.49	68.67	7-8	5-7	5.5	10	5-6
13	Гиссаро-Бабатагское	1999	27.03	38,47	68,50	6-7	5	4.3	24	4-5
14	Душанбинское	2006	18.08	38.	68.	6-7	5	4.3	10	5-6
15	Вахдатское	2013	10.11	38.48	69.01	6-7	5-10	4.7	20	4

На основе анализа макросейсмических данных в пределах Гиссарской долины выделены три очаговые зоны, где происходят сильные землетрясения, оказывающие воздействие на г. Душанбе (рис.2). Первая из них, являющаяся наиболее опасной, приурочена к очагу Каратагского землетрясения 1907 года, произошедшего в зоне Гиссаро-Кокшаальского глубинного разлома. Землетрясение имело довольно большую площадь распространения. Его сейсмические колебания ощущались на большей части территории Средней Азии. Длина 8-балльной изосейсты составляет около 80 км, а 7-балльной - более 150 км.

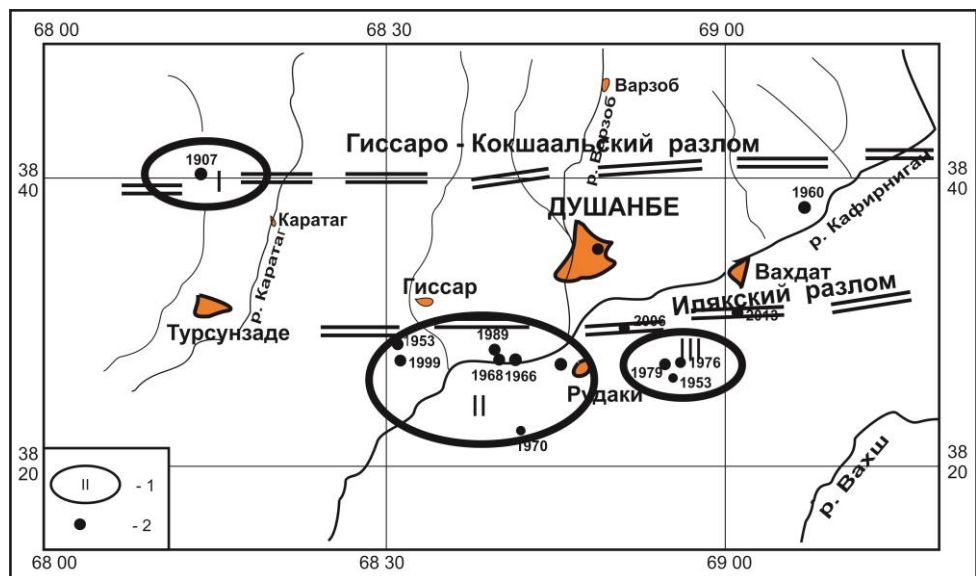


Рис. 2. Очаговые зоны землетрясений вокруг г. Душанбе.

1 - очаговые зоны землетрясений; 2 – эпицентры сильных сейсмических событий.

После события 1907 г. в этом очаге до настоящего времени ощутимые землетрясения не происходили. Однако по Гиссаро-Кокшаальскому глубинному разлому иногда происходят землетрясения интенсивностью в эпицентре до 5 баллов в 15-20 км севернее

г. Душанбе и 5-6 баллов в 35-40 км восточнее него (6-балльное Яврозское 1960 г., 5-балльное Рамитское 1988 г.).

В зоне Илякского разлома, юго-западнее и юго-восточнее г. Душанбе, существуют две другие очаговые зоны: Гиссарская и Султанабадская, в которых происходили землетрясения интенсивностью от 6 до 7-8 баллов.

В Гиссарской зоне самым сильным из известных сейсмических событий является землетрясение 31 января 1989 г. интенсивностью в эпицентре 7-8 баллов ($M=5.5$), приведшее к множеству человеческих жертв [8]. Характерной особенностью землетрясений этой зоны является в основном приуроченность их очагов к зонам сопряжения Илякского глубинного разлома с тектоническими нарушениями северной части Таджикской депрессии. Области наибольших сотрясений, которые обычно вытянуты в субмеридиональном направлении, имеют небольшие площади (в среднем 25-26 км²). Протяженность 7-балльной зоны в среднем составляет 8-10 км, 6-балльной - 16-18 км.

В Султанабадской зоне зарегистрированы два 7-балльных землетрясения (табл.1) с магнитудой 4 и 4.8 [1]. По характеру проявления землетрясения этой зоны они близки к Гиссарской, однако их изосейсты в основном вытянуты в широтном направлении. Это очевидно связано с постепенным изменением простирания геологических структур района с меридионального (в районе Гиссарской очаговой зоны) на широтное. В связи с этим сильные землетрясения этой зоны проявляются на территории г. Душанбе с меньшей (до 4-5 баллов) интенсивностью по сравнению с Гиссарской.

Макросейсмические данные землетрясений исследуемого района (наряду с имеющимися макросейсмическими данными о сильных землетрясениях Таджикистана и прилегающих территорий в целом) ранее были использованы при выявлении общей закономерности затухания сейсмической интенсивности на территории Таджикистана [9]. В результате были составлены палетки (14 графиков) зависимости площадей изосейст от магнитуды и глубины очагов землетрясений для зон с прочными консолидированными породами (зона Гиссаро-Кокшаальского разлома) и для землетрясений, происходящих в зонах с мощным осадочным чехлом (Таджикская депрессия), примеры которых представлены на рис. 3.

С использованием этих графиков создано 13 моделей карт изосейст при разных значениях балльности, магнитуд и глубин землетрясений от 3-очаговых зон, выделенных вокруг г. Душанбе. Варианты этих карт представлены на рис. 4. В табл. 2 и 3 показаны размеры теоретических изосейст для Гиссарской и Султанабадской очаговых зон (для 8-балльного землетрясения) и Каратагского (для 9-балльного) землетрясения.

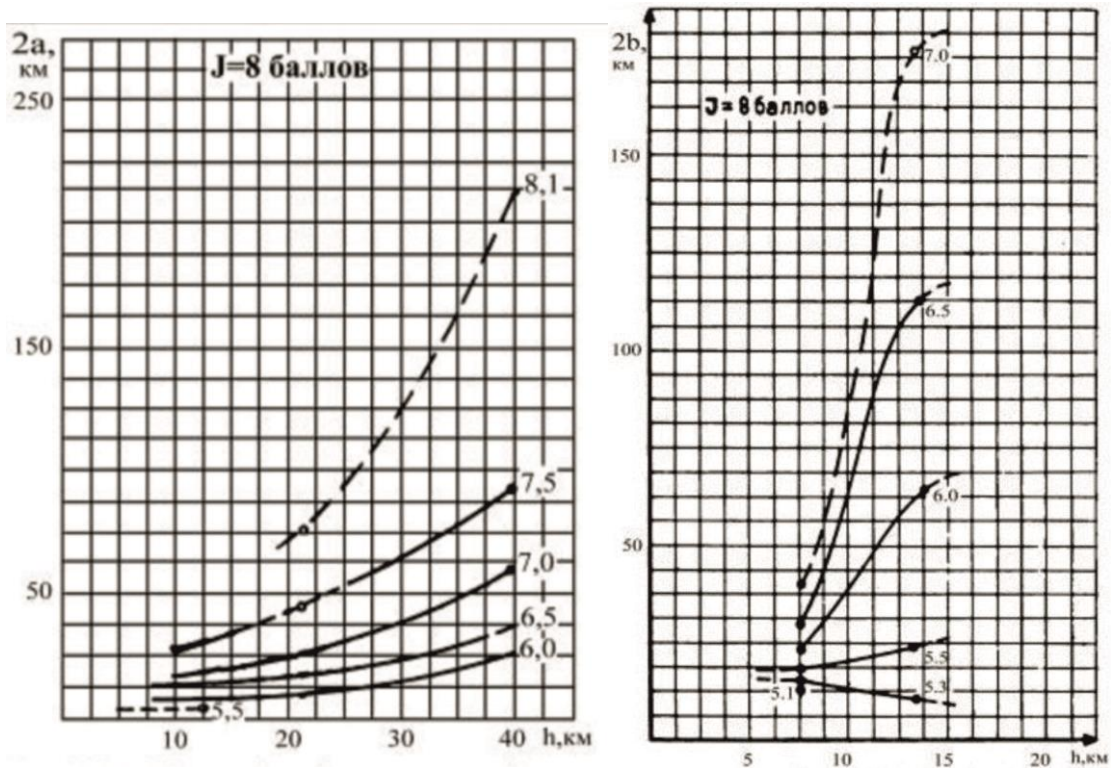


Рис 3. Примеры сводных графиков зависимостей осей эллипсов 2а для 8-балльной изосейсты от величины магнитуды и глубины очага в сейсмогенных зонах с прочными консолидированными и 2б для осадочных пород.

Таблица 2

Размеры изосейст балльности в зависимости от М и Н для Гиссарской и Султанабадской зон (2а и 2б – диаметры теоретических изосейст)

М	Н	8 баллов		7 баллов		6 баллов		5 баллов	
		2а	2б	2а	2б	2а	2б	2а	2б
6.0	5	5	19	13	55	25	70	50	120
	10	10	38	26	85	50	110	100	220
5.0	5	2	15	6	42	19	55	57	75
	10	4	12	10	48	22	55	45	75
4.5	5			5	38	15	35	45	100
	10			5	35	14	30	80	90

Таблица 3

Размеры изосейст балльности в зависимости от М и Н для Каратагской зоны (2а и 2б – диаметры теоретических изосейст)

М	Н	9 баллов		8 баллов		7 баллов		6 баллов	
		2а	2б	2а	2б	2а	2б	2а	2б
7.5	10	12	60	25	110	55	185	110	295
	20	20	65	45	120	85	195	170	320
7.0	10	7	45	15	70	45	145	100	280
	20	12	50	25	75	60	150	120	300
6.0	10	3	15	6	23	22	75	-	-
	20	5	17	10	25	25	80	-	-

Аналогичные таблицы и карты составлены и для других вариантов параметров (размеры изосейст, магнитуда, глубина) сильных землетрясений для вышеотмеченных очаговых зон.

Направление главной оси теоретических изосейст принято согласно направлению изосейст фактических землетрясений, произошедших в этих очагах, и основных геологических структур района. Для Каратагской зоны направление главной оси принято по простиранию Гиссаро-Кокшаальского разлома. Из составленных таблиц и карт можно увидеть, к примеру, что в случае возникновения возможного землетрясения в Каратагской очаговой зоне с магнитудой 7.5 при глубине очага 20 км, его 9-балльные колебания могут распространиться на расстояние до 65 км от эпицентра (включая северную часть г. Душанбе), а 8-балльные - около 120 км (включая всю территорию города). С Гиссарского и Султанабадского очагов, при $M=6.0$ и $H=10$ км, 8-балльные сейсмические колебания могут распространиться на расстояние до 38 км (включая территорию г. Душанбе).

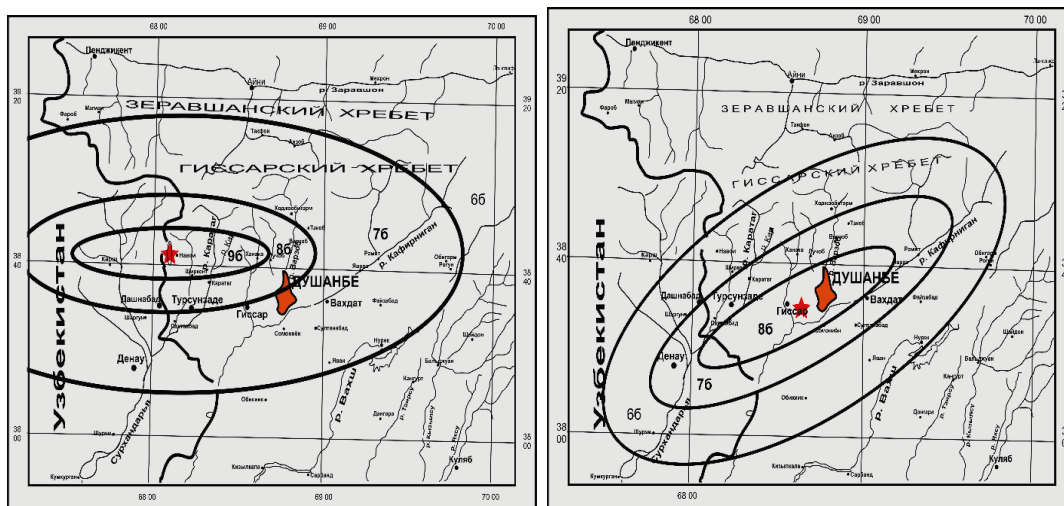


Рис.4. Модели теоретических карт изосейст землетрясений с $M=7.5$, $H=20$ км (для Каратагской очаговой зоны) и с $M=6.0$, $H=10$ км (для Гиссарской очаговой зоны)

В случае возникновения сильных землетрясений в указанных выше зонах на основании составленных моделей теоретических карт, используя шкалу сейсмической интенсивности MSK-64 [10], где охарактеризованы возможные повреждения зданий и сооружений различной конструкции, остаточные деформации грунтов и т.д. при землетрясениях интенсивностью от 6 до 9 баллов, можно прогнозировать возможные последствия сильных сейсмических событий на территории городе Душанбе.

Эти карты в дальнейшем легли в основу специализированной ГИС программы «Quake-Dushanbe», созданной специалистами Центра исследований экстремальных ситуаций (ЦИЭКС -ESAS) и Сейсмологического центра Института геологии РАН [1], которая позволяет выявить возможные последствия от заданных сценариев землетрясений. Естественно в эту программу была заложена также информация о состоянии обследованных жилых зданий и сооружений, грунтово-гидрогеологические, тектонические и другие

условия территории г. Душанбе. После обработки введенных данных мы получаем карту города с указанием степени возможных повреждений жилых зданий в условных цветах или знаках в разных частях города для разных значений магнитуд и глубины очага от разных очаговых зон (рис. 5).

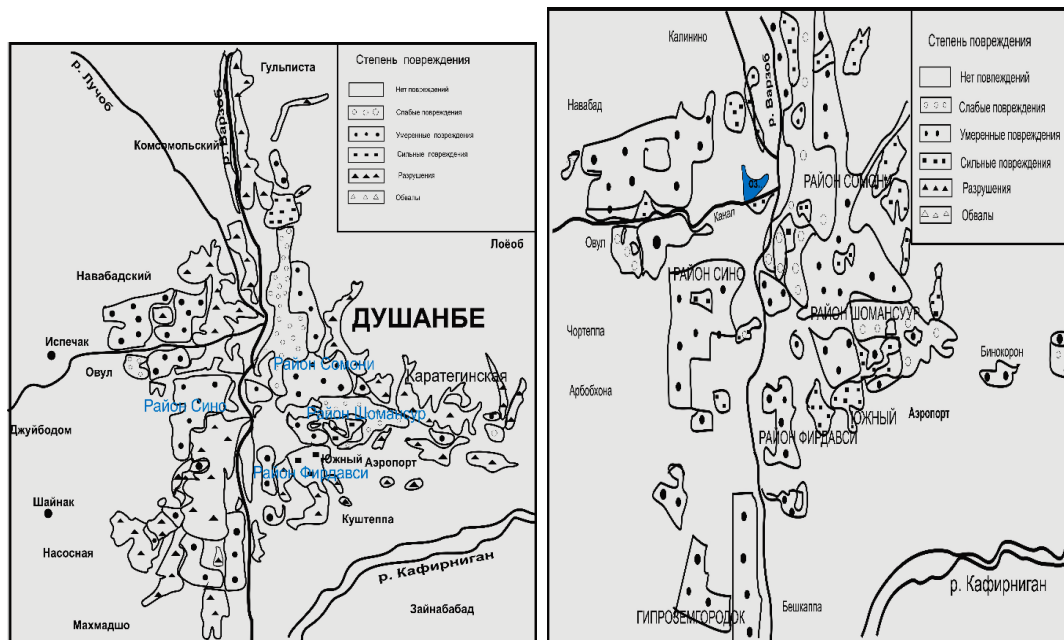


Рис.5. Возможные последствия от сценарного землетрясения, подобного Каратагскому 1907 г. (M=7.5, H=20 км), без учета и с учетом частной застройки (программы «Quake-Dushanbe»).

Таким образом, использование макросейсмических данных позволяет выявить очаговые зоны сильных землетрясений, характерные особенности их проявления и степени воздействия, и применять их для создания моделей теоретических изосейст и возможных сценариев последствий сейсмических событий, по которым можно судить о площади распространения максимальной интенсивности и оценить возможные повреждения и разрушения зданий и сооружений различной конструкции, что очень важно при оценке сейсмической уязвимости урбанизированных территорий. Разработанные сценарии сильных землетрясений позволяют запланировать и провести необходимые превентивные мероприятия, направленные на сокращения риска, а также эффективно использовать имеющиеся ресурсы, предназначенные для сейсмической безопасности города. При наличии достоверных макросейсмических данных такие работы можно провести и для других крупных городов и объектов народного хозяйства республики, в том числе и для районов строительства крупных гидротехнических сооружений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Негматуллаев С.Х., Бабаев А.М., Рузиев Д.Р., Ишук Н.Р., Джураев Р.У. Анализ сейсмической уязвимости жилых зданий, и разработка сценария землетрясений для г. Душанбе. – Душанбе: ООО «Мир полиграфии», 2009, 30 с.

2. Бабаев А.М., Кошлаков Г.В., Мирзоев К.М. Сейсмическое районирование Таджикистана (объяснительная записка). – Душанбе: Дониш, 1978, 68 с.
3. Корольков Б.Я. Каратагское землетрясение 8 ноября 1907 г. – Изв. Туркестанского отд. Русск. геогр. об-ва, т. 9, 1913.
4. Бронников М.М. Каратагское землетрясение. - Изв. Геол. ком., 27, № 147, 1908.
5. Семенов П.Г., Семенова В.А. Каталог землетрясений, ощущавшихся на территории Таджикистана с 1865 по 1940 г.г. и с 1941 по 1952 г.г. – Душанбе: Изд. АН ТаджССР, вып.3, 1958, 42 с.
6. Шебалин Н.В. Очаги сильных землетрясений на территории СССР. - М.: Наука, 1974, 46 с.
7. Васильева Л.Б. Сталинабадское землетрясение 27 февраля 1952 г. Изв. Отд. естеств. наук АН ТаджССР, 1958, №1 (25).
8. Джураев Р.У., Мирзобаев Х.М. Отчет «Обследование последствий Гиссарского землетрясения 31 января 1989 г.». - Фонды ТИССС АН Республики Таджикистан.
9. Мирзоев К.М., Джураев Р.У. Общие закономерности затухания сейсмической интенсивности на территории Таджикистана. – Сб. Землетрясения Средней Азии и Казахстана за 1983 г. – Душанбе: Дониш, 1985, с. 99-128.
10. Медведев С.В., Шпонхойер В., Карник В. Шкала сейсмической интенсивности -MSK-64. – М.: МГК АН СССР, 1965.

Р.У.ҶҮРАЕВ

**ИСТИФОДАБАРИИ МАЪЛУМОТҲОИ МАКРОСЕЙСМИКИ ДАР
РАФТИ БАҲОДИҲИИ СЕЙСМИКИИ МИНТАҚАҲОИ ТАРАҚҚИЁФТА
ДАР МИСОЛИ ШАҲРИ ДУШАНБЕ**

*Институти геология, сохтмони ба заминчунбӣ тобовар ва сейсмологияи
Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Аҳамияти маълумотҳои макросеймикӣ дар рафти баҳодиҳии сейсмикии минтақаҳои тараққиёфта дар мисоли шаҳри Душанбе нишон дода шудааст. Дар асоси таҳлили ин маълумотҳо моделҳои назариявии харитаҳои изосейстаҳои баллнокӣ ва зохиршавии заминчунбӣҳои манбаъҳои гуногун, ки ба шаҳри Душанбе хавфдоранд, сохта шудаанд.

Калимаҳои калидӣ: маркази заминчунбӣ, магнитуда, шиддатнокии заминларза, изосейста, макросейсмика, минтақаи манбаи заминчунбӣ.

R.U.JURAEV

**THE USE OF MACROSEISMIC DATA IN ASSESSING THE SEISMIC
VULNERABILITY OF THE URBANIZED TERRITORIES ON THE EXAMPLE
OF DUSHANBE**

*Institute of Geology, Earthquake Engineering and Seismology,
Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

The importance of macroseismic data in assessing seismic safety of the urbanized territories on the example of Dushanbe has been shown. Based on their analysis of the theoretical model maps of isoseists and scenarios for earthquakes of different focal zones, representing the danger to Dushanbe is composed.

Key words: earthquakes epicenter, magnitude, intensity of earthquake, isoseist, macroseismic, focal area.

УДК 661.6

Р.НАДЖИБУЛЛОХИ, А.Д.РАХМОНОВ*

**ИССЛЕДОВАНИЕ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ
КОМПОЗИТНОЙ АРМАТУРЫ В ЗАВИСИМОСТИ
ОТ СПОСОБА ИЗГОТОВЛЕНИЯ**

*Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии
АН Республики Таджикистан,*

**Таджикский технический университет им.академика М.С.Осими*

Поступила в редакцию 28.06.2017 г.

В статье представлены результаты анализа физико-механических свойств композитной арматуры, а также методики получения гладких неметаллических композитных стержней.

Ключевые слова: композитная арматура, температура, физико-механические свойства.

Успешное решение проблемы долговечности железобетонных конструкций, подвергающихся воздействию агрессивных сред, может внести существенный вклад в дальнейшее повышение эффективности капитальных вложений в строительство.

Технологический процесс изготовления неметаллической композитной арматуры (НКА) является сложным многоступенчатым процессом, который включает в себя удаление растворителей и химические превращения, связанные со структурообразованием полимерного связующего, физико-химические свойства которого в решающей степени зависят от условий проведения технологического режима (процесса).

Исследованиями Н.П.Фролова, В.Ф.Степанова и Ф.Н.Рабинович [1-3] были отработаны оптимальные технологические режимы производства НКА. Было установлено, что при содержании связующего 19÷20% НКА имеет самые высокие прочностные характеристики и наиболее низкое водопоглощение (0.06÷0.09%) [1].

Адрес для корреспонденции: Наджибуллохи Рузи. 734063, Республика Таджикистан, г.Душанбе, ул. Айни, 267, Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии АН РТ. E-mail: Najibullo90@yahoo.com / Ахмаджон Джамолиддинович Рахмонов. 734042, г.Душанбе, пр. акад. Раджабовых. 10, Таджикский технический университет E-mail: ahmadjon2903@mail.ru

Целью работы явилось выявление зависимости прочностных характеристик и водопоглощения НКА от содержания связующего.

Таблица 1

Зависимость прочностных характеристик и водопоглощения НКА от содержания связующего

Содержание связующего, %	Водопоглощение, %	Прочность при растяжении, кгс/см ²
18.5	0.07	13850
19.2	0.06	14750
20.3	0.09	14600
21.3	0.11	14400
22.0	0.08	14050
23.0	0.12	13800
24.1	0.11	13600
25.8	0.13	13500

Проведенные ранее исследования [1,3,4] показали, что первостепенное значение при производстве высокопрочной и химически стойкой арматуры имеет вязкость связующего, благодаря которой удастся регулировать равномерное распределение связующего в объеме волокна и достигать его оптимального содержания в стеклопластике.

Определено также, что резкое изменение значения вязкости связующего наблюдается в интервале от 15 до 25°С. В температурном интервале 25-35°С эта разница нивелируется. Соответственно равномерная пропитка стеклоглута обеспечивается связующим при температуре 30°С. При $t < 30^{\circ}\text{C}$ пропитывающее свойство связующего резко ухудшается. Из-за малой подвижности не происходит его диффузии вглубь ленты стекловолокна, а наблюдается лишь поверхностное ее обволакивание.

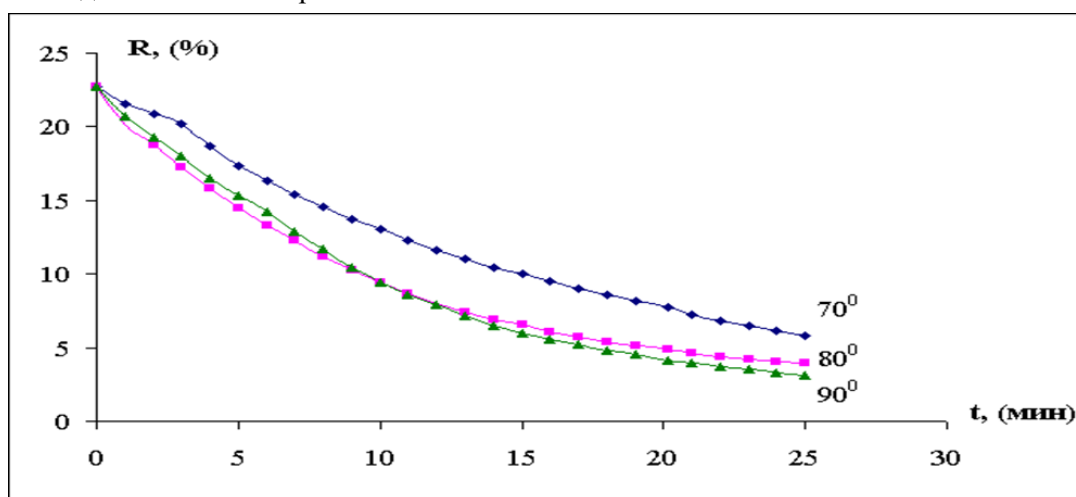


Рис. 1. Изменение содержания растворителей (R) от времени (t) в связующем при различной температуре.

Для снижения вязкости и улучшения пропиточных свойств связующего в него вводится растворитель – спиртацетоновая смесь в количестве 12% от его массы. Плотность структуры НКА достигается удалением растворителя из связующего до начала его полимеризации.

Из рис. 1 видно, что скорость удаления растворителя, его остаточное содержание в НКА зависит от температуры подсушки. Так, в стеклопластиковой арматуре (СПА), высушенной при температуре 80° и 90°С, остается до 4% растворителя, в то время как в арматуре, высушенной при 70°С – до 7% остаточного растворителя. Кинетические исследования отверждения СПА показали, что при температуре 70 и 80°С гель-фракция в связующем полностью отсутствует, в то время как в связующем СПА, подвергнутой термообработке при 90°С, наблюдается до 3% нерастворимой фракции. Окончательный режим в зоне подсушки СПА продиктован особенностями последующей технологической операции – приданием профиля поперечного сечения арматурному стержню, которые осуществляется в многофильерном узле горячего формования. В связи с этим связующее должно обладать достаточной подвижностью, достигающейся остаточным количеством растворителя, выполняющего роль пластификатора, и отсутствием гель-фракции. Температура фильерного узла при формовании не должна быть выше 900°С. В противном случае в фильерном узле гелеобразование приводит к высокой адгезии связующего к стенкам фильеры, ожесточению системы в целом, застреванию жгута и его обрыву [4]. Для обеспечения формирования структуры полимера с момента пропитки волокна связующим до завершения процесса полимеризации процесс получения неметаллической арматуры должен быть непрерывным. В табл. 2 приведено влияние скорости протяжки при оптимальном температурном режиме на свойства неметаллической арматуры диаметром 6 мм.

Таблица 2

Зависимость свойств неметаллической арматуры от скорости протяжки

Скорость протяжки, м/час	Содержание связующего, %	Степень полимеризации, %	Водопоглощение за 24 ч., %	Прочность при растяжении, МПа
13	21	85.8	0.06	1500
20	20	84.4	0.07	1490
30	18.7	79.6	0.2	1240
40	17.2	77.4	0.31	1115

В настоящее время для получения гладких неметаллических композитных стержней широко используется метод пултрузии заключающийся в том, что формирование и отверждение пропитанных полимерным связующим волокон стержня происходит в пултрузионной камере или системе фильер с постепенно уменьшающимся сечением, где производится и дополнительное обжатие стержня по сечению для повышения его физико-механических свойств (рис.2).

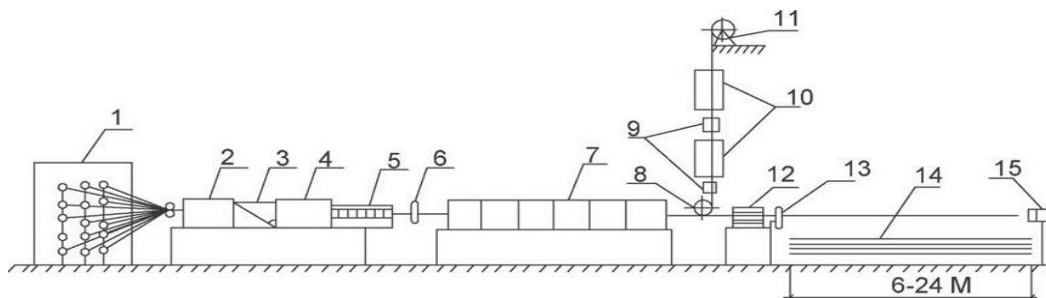


Рис. 2. Схема технологической линии по изготовлению композитных стержней методом пултрузии.

1 – шпулярник с бобинами композитных волокон, оборудованный натяжителями нитей; 2 – электрическая печь для удаления влаги и замасливателя с поверхности волокна; 3 – ванна со связующим для пропитки волокна полимером; 4 – электрическая печь для удаления летучих компонентов (спирта и ацетона); 5 – формовочный узел из 5-7 фильер; 6 – обмотчик для спиральной обивки заготовки стержня крученой нитью из стекловолокна; 7 – электрические печи для полимеризации связующего; 8 – поворотный диск; 9 – вертикальные ванны со связующим для нанесения пленочного покрытия; 10 – электрические печи для полимеризации покрытия; 11 – барабанное тянущее устройство; 12 – траповое тянущее устройство; 13 – дисковая пила; 14 – склад стержневой неметаллической композитной арматуры; 15 – концевой пускатель дисковой пилы.

После сматывания со шпулярника волокно распределяется в тонкую ленту шириной 80 мм и поступает в электрическую печь для удаления влаги и замасливателя с поверхности и из микродефектов волокна при температуре около 200°C.

Далее лента подается в ванну с полимером для пропитки волокна. Для уменьшения вязкости связующее подогревается до 30°C и разбавляется спиртацетоновой смесью. На выходе из ванны лента загибается на полированной металлической колодке и связующее дополнительно принудительно вдавливается в слегка натянутое волокно.

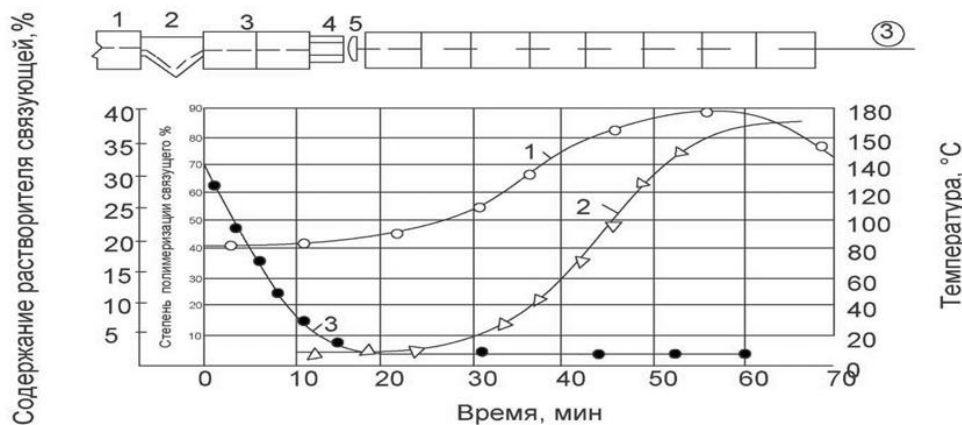


Рис. 3. Основные зоны технологической линии неметаллической композитной арматуры и кинетика формирования структуры неметаллической арматуры диаметром 6 мм.

1 – зона подсушки волокна; 2 – ванна со связующим; 3 – зона подсушки сырой ленты; 4 – узел формирования; 5 – обмотчик; 6 – зона полимеризации.

После пропитки полимером лента попадает в другую электрическую печь, где при 80-90°C из связующего удаляют спирт и ацетон. При этой же температуре формируется

поперечное сечение стержня протягиванием его через 5-7 фильер с постоянно уменьшающимся диаметром отверстий, имеющих коническую форму. Фильерами осуществляется отжим лишнего связующего и достигается плотная структура арматурного стержня.

За фильерами расположен обмотчик, осуществляющий спиральную обмотку заготовки стержня крученой нитью из стекловолокна, пропитанного связующим. Натянутые нити обмотчика вдавливаются в поверхность стержня, дополнительно уплотняя его и придавая ему периодический профиль.

Далее стержень поступает в электрические печи для полимеризации связующего. По длине этой зоны температура плавно повышается до 90-180°C, затем снижается до 50-60°C. Температурный режим в зоне полимеризации зависит от диаметра арматуры, скорости протяжки, длины зоны полимеризации и вида связующего. Затем на поверхность стержней наносятся два слоя пленочного полимерного покрытия для повышения коррозионной стойкости арматуры при воздействии агрессивных сред.

Недостатками метода пултрузии являются: высокое граничное трение волокон стержня в фильерном комплекте, что не позволяет повысить производительность процесса; ненадежное сцепление рельефности со стержнем на уровне прочности композита; низкие физико-механические характеристики выпускаемой арматуры.

Для устранения этих недостатков был разработан новый высокопроизводительный метод бесфильерного изготовления неметаллической арматуры непрерывной рельефности. Новый метод носит название нидлтрузия, что обозначает формование на игле.

Таблица 3

Физико-механические характеристики СПА и АБП,
изготовленных двумя различными методами

Наименование физико-механических характеристик	Метод пултрузии		Метод нидлтрузии	
	Тип арматуры			
	СПА	АБП	СПА	АБП
Временное сопротивление, МПа	≥ 880	≥ 1100	≥ 1200	≥ 1300
Модуль упругости, МПа	≥ 41360	≥ 47000	≥ 55000	≥ 71000
Относительное удлинение, %	≥ 2.3	≥ 2.5	≥ 2.2	≥ 2.2
Плотность, т/м ³	1.9	1.9	1.9	1.9

СПА и АБП производительность технологической линии по методу нидлтрузии составляет 120 м в час, что в 4 раза выше производительности оборудования по методу пултрузии.

В табл. 3 приведены физико-механические характеристики неметаллической композитной арматуры, изготовленной методами пултрузии и нидлтрузии.

Приведенные в табл. 2 данные показывают, что неметаллическая композитная арматура, изготовленная методом нидлтрузии, имеет более высокие физико-механические характеристики, которые позволяют расширить область применения такой арматуры в строительстве.

Обобщая вышеизложенное, можно заключить, что на сегодняшний день наиболее перспективным с точки зрения соотношения цена/качество является базальтовое волокно. Учитывая критерий стойкости связующего в щелочной среде бетона, наилучшим связующим является состав на основе эпоксидной смолы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фролов Н.П. Стеклопластиковая арматура и стеклопластбетонные конструкции. – М.:Стройиздат, 1980, 104 с.
2. Степанова В.Ф. Неметаллическая композитная арматура для зданий и дорожно-транспортных сооружений повышенной долговечности. – Коррозия, материалы, защита, 2011, № 8, с. 18-19.
3. Рабинович Ф.Н. О рациональном выборе диаметров стеклянных волокон для стеклоармированных конструкций. Стекло и керамика. – 1980, № 9, с. 26-28.
4. Литвинов Р.Г. К вопросу о стойкости и долговечности стеклопластиковой арматуры. Эффективные виды арматуры для железобетонных конструкций. – М.: Стройиздат, 1970, 243 с.

Р.НАҶИБУЛЛОҶИ, А.Д.РАҶМОҶОВ*

ТАДҚИҚОТИ ХУСУСИЯТИ ФИЗИКАВИЮ МЕХАНИКИИ АРМАТУРАИ ҒАЙРИФИЛИЗӢ ВОБАСТА АЗ УСУЛИ ИСТЕҲСОЛИ ОН

Институти геология, сохтмони ба заминҷунбӣ тобовар ва сейсмологияи

Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон,

**Донишгоҳи техникии Тоҷикистон ба номи академик М.С.Осимӣ*

Натиҷаҳои омӯзиши ҳосиятҳои физикӣ-механикии арматураи композитӣ ба усулҳои ҳосил намудани конструксияҳои композитии ғайрифилизӣ пешниҳод мешаванд.

Калимаҳои калидӣ: арматураи ғайрифилизӣ, ҳарорат, таркиби физикавию механикӣ.

R.NAJIBULLONI, A.D.RAKHMONOV*

RESEARCH ON PHYSICAL AND MECHANICAL PROPERTIES OF COMPOSITE ARMATURE DEPENDING ON THE MANUFACTURING METHOD

Institute of Geology, Earthquake Engineering and Seismology,

Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan,

**M.Osimi Tajik Technical University*

Results of research of physical and mechanical properties of composite armature and methods of manufacturing of non-metallic composite constructions are presented.

Key words: composite armature, temperature, physical and mechanical properties.

ПАМЯТИ УЧЁНОГО

ЗИНЧЕНКО ЗИНАИДА АЛЕКСЕЕВНА

(01.04.1941-07.07.2017)



Таджикская химическая наука понесла огромную утрату, 7 июля 2017 года на 76 году жизни после болезни ушла из жизни талантливый учёный, замечательный человек, настоящий друг Зинаида Алексеевна – доктор технических наук, заведующая лабораторией обогащения руд Института химии им.В.И.Никитина АН Республики Таджикистан.

Зинаида Алексеевна Зинченко родилась 1 апреля 1941 года в селе Губден Карабудахкентского района Дагестанской АССР в семье учителей. В 1958 году окончила школу с золотой медалью в г. Хасавюрте. В этом же году поступила в Северо-Кавказский горно-металлургический институт в г. Орджоникидзе СО АССР, который закончила в 1963 году, получив квалификацию горного инженера-технолога по специальности «Обогащение полезных ископаемых». После окончания института была направлена на работу в Таджикистан, в Карамзарский рудник, где работала инженером-исследователем и начальником смены. В 1964 году была переведена в Джижикрутский комбинат, на котором проработала два года в должности начальника смены. В 1966 году поступила в аспирантуру Института химии Академии наук Республики Таджикистан. После окончания аспирантуры работала в должности младшего и старшего научного сотрудника, а с 1982 года руководила лабораторией «Обогащение руд» Института химии им.В.И.Никитина АН РТ до последних дней своей жизни. Многие годы преподавала в Таджикском национальном университете, Таджикском техническом университете им.ак.М.Осими и в филиале МИСиС в г. Душанбе. Кандидатскую диссертацию защитила в г.Москве в 1975 году на тему: «Исследование флотации сложных сульфидов и окислов сурьмы». Докторскую диссертацию на тему:

«Физико-химические основы взаимодействия реагентов направленного действия с рудами, содержащими сурьму и благородные металлы» защитила в г.Душанбе в 2006 году.

Под её руководством были разработаны схемы обогащения сурьмяных, сурьмяно-ртутных золотосодержащих, фосфоритовых, упорных мышьяксодержащих золотых и других руд. На Адрасманском ГОКе при обогащении медно-висмутовых и свинцовых руд внедрена технология с применением предложенного в соавторстве реагента «Оксафор-1107», экономический эффект которого за время использования составил около 3.3 млн. долларов.

З.А.Зинченко впервые методом ядерного квадрупольного, электронного парамагнитного резонанса (ЭПР), рентгеноэлектронной спектроскопии были изучены закономерности сорбции катионов металлов поверхностью минералов, от вида которой изменяется их флотация. Ею впервые для изучения теории флотации методом ЭПР были синтезированы и предложены спин-меченые реагенты, что позволило однозначно определить формы сорбции на поверхности минералов.

Под руководством З.А.Зинченко было развито такое научное направление химии, как комплексная переработка минерального сырья Таджикистана.

З.А.Зинченко – автор более 150 статей, 2 монографий, 2 учебных пособий, 25 авторских свидетельств и патентов. Под её руководством были защищены 1 докторская и 2 кандидатских диссертации.

З.А.Зинченко была членом диссертационного совета по защите докторских и кандидатских диссертаций при Институте химии им.В.И.Никитина АН РТ, членом ряда технических советов промышленных предприятий страны.

Не стало прекрасного человека, учёного с большой буквы. Тяжёлый недуг безжалостно вырвал её из нашей жизни. Из жизни, которую она так любила. Она была настоящим учёным, большим другом. У З.А.Зинченко было обострённое чувство справедливости. Работая долгие годы в Институте химии им.В.И.Никитина АН РТ, она тщательно проводила все эксперименты и, наряду с академиком П.М.Соложенкиным, являлась основоположником научной школы по обогащению руд в Таджикистане. Её личность была насыщена духом искренней дружбы и взаимопонимания. Её ценили и уважали не только в Институте химии, но и во многих промышленных предприятиях горной отрасли республики. Её консультации всегда были полезны для горной промышленности страны.

Многие молодые учёные обращались к З.А.Зинченко за советом и помощью, и никто из них не оставался равнодушным к её словам. У неё был талант убеждать и находить нужные слова.

Зинаида Алексеевна была человеком необыкновенной эрудиции, мастером ёмких характеристик, прекрасным экспериментатором, знатоком своего дела, не дающим спуска ни себе, ни сотрудникам лаборатории.

Её открытость, честность и принципиальность всегда в окружающих её людях вызвали большое уважение.

Зинаида Алексеевна Зинченко была интеллектуальной личностью, интересным собеседником, человеком, от которого можно было почерпнуть много новых познаний из различных сфер науки.

Её научная щедрость охватывала и её прямое участие в подготовке специалистов в области обогащения руд для республики. Она читала спецкурс в вузах Таджикистана по извлечению полезных компонентов из руд.

Её аналитический склад ума вызывал большое уважение коллег. Как профессиональный специалист, она пользовалась большим уважением в коллективе многих предприятий горной отрасли.

З.А.Зинченко была ответственным представителем от Таджикистана в изданиях «Горный журнал» и журнале «Цветные металлы». Она подготовила специальные номера этих журналов для Таджикистана, где были помещены статьи ученых о нашей стране.

За многостороннюю плодотворную деятельность З.А.Зинченко была удостоена почетного звания «Заслуженный изобретатель Таджикистана», «Заслуженный работник науки Республики Таджикистан», награждена грамотами Академии наук и ряда министерств Таджикистана. Она была лауреатом Премии Совета министров Таджикской ССР.

Добрая память о Зинаиде Алексеевне Зинченко всегда будет жить в сердцах коллег, учеников, друзей и близких.

У.Мирсаидов, Д.Халиков, К.Хайдаров, И.Ганиев,
Х.Сафиев, З.Мухидинов, Ш.Самихов.

Редакция и корректура – Н.Г.Сапожников

Сдано в набор 04.10.2017 г. Подписано в печать 18.10.2017 г.
Печать офсетная. Формат 70×100 1/16. Гарнитура Times. Усл. печ. л.8. Заказ № ____.
Тираж 300 экз.

*Адрес редколлегии: 734025, Душанбе, пр.Рудаки, 33, каб. 47.
Тел.:2-21-62-64. E-mail: danrt@mail.ru
Издательство «Дониш»: 734029, Душанбе, ул.Айни, 121, корп.2.*
