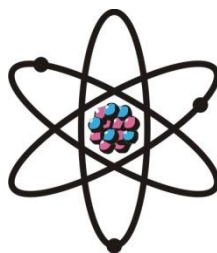


ОТДЕЛЕНИЕ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ, ХИМИЧЕСКИХ,  
ГЕОЛОГИЧЕСКИХ И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК

Журнал основан  
в январе 1952 г.



№ 4 (169)  
2017 г.

---

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

**Х.Х.Муминов** – главный редактор, академик, доктор физико-математических наук, профессор; **Г.И.Кохирова** – зам.главного редактора, член-корреспондент, доктор физико-математических наук; **Н.Г.Сапожников** – ответственный секретарь; **Х.М.Ахмедов** – академик, доктор химических наук; **П.Б.Бабаджанов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **И.Н.Ганиев** – академик, доктор химических наук, профессор; **М.И.Илолов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **З.В.Кобулиев** – член-корреспондент, доктор технических наук, профессор; **Р.М.Марупов** – академик, доктор технических наук, профессор; **У.М.Мирсаидов** – академик, доктор химических наук, профессор; **С.Х.Негматуллаев** – академик, доктор технических наук; **С.О.Одинаев** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **Н.Р.Раджабов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **З.Х.Рахмонов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **З.Д.Усманов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **А.Р.Файзиев** – член-корреспондент, доктор геолого-минералогических наук, профессор; **Д.Х.Халиков** – академик, доктор химических наук, профессор.

СОДЕРЖАНИЕ

МАТЕМАТИКА

**Р.Мустафокулов.** Об одном аналоге формулы Фаа-ди-Бруно и решениях диофантового уравнения  $x_1 + 2x_2 + \dots + nx_n = n$  ..... 7

**С.З.Курбаншоев, М.А.Нусайриев.** Построение матрицы Грина и проекторов систем разностных уравнений ..... 14

<b>И.Курбонов, Х.П.Сайдалиев.</b> О разрешимости нелинейных краевых задач электромагнитоупругости для неоднородных сред.....	<b>26</b>
<b>М.А.Рахимова.</b> Полиномиальные решения переопределенных систем уравнений в частных производных с сингулярными коэффициентами.....	<b>35</b>

#### **ФИЗИКА**

<b>Х.Х.Муминов, Ш.Ф.Мухамедова, М.Асгари-Ларими.</b> Численное моделирование распространения сигнала в трёхуровневых системах квантовых вычислений в рамках многосолитонных решений векторного нелинейного уравнения Шредингера .....	<b>40</b>
<b>О.О.Нормахмедов, О.А.Брылев, А.Холов, Х.Х.Муминов.</b> Криохимический синтез катодных материалов на основе $Li_{1+y}Mn_{2-2x}Co_xNi_xO_4$ для литий-ионных аккумуляторов .....	<b>56</b>
<b>А.Л.Кадыров.</b> Теоретическая интерпретация возникновения ЭДС при однородном нагреве изотипного микрочернистого кремния .....	<b>63</b>

#### **ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ**

<b>С.К.Ходжиев, Х.М.Назаров, Б.Б.Баротов, М.Д.Бобоёров, У.М.Мирсаидов.</b> Сернокислотное выщелачивание урана из руд месторождения «Центральный Таджикистан» .....	<b>71</b>
<b>М.Ю.Акрамов, Х.А.Сулаймоншоев, Н.У.Хакимова, М.С.Пулатов, К.М.Назаров, У.М.Мирсаидов.</b> Программированный синтез гидрида алюминия и борогидридов редкоземельных металлов .....	<b>76</b>
<b>П.Р.Пулатов, Б.Б.Эшов, И.Н.Ганиев, М.Т.Норова.</b> Окисление промышленного сплава АМГЗ с добавками редкоземельных металлов .....	<b>85</b>
<b>М.М.Тагоев, А.М.Баротов, Ш.Б.Назаров, А.С.Курбонов, У.М.Мирсаидов.</b> Оценка процесса спекания боросиликатных руд с натрийсодержащими реагентами .....	<b>91</b>

#### **ТОКСИКОЛОГИЯ**

<b>У.Р.Раджабов, Р.А.Султонов, И.Х.Юсупов, К.Х.Хайдаров.</b> Синтез и биологические свойства Цинкаса и его исследование методом спиновых меток.....	<b>97</b>
---	-----------

#### **ЛИТОЛОГИЯ И ПОЛЕЗНЫЕ ИСКОПАЕМЫЕ**

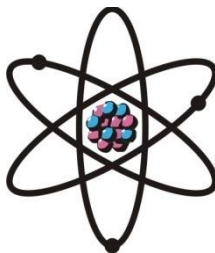
<b>А.Р.Кариев.</b> Основные рубежи и эпохи породообразования в седиментационных бассейнах Таджикского региона в связи с аспектом осадочного рудогенеза .....	<b>107</b>
--	------------

#### **ПАМЯТИ УЧЕНОГО**

<b>Абдурахим Расулович Кариев (03.08.1936 – 09.12.2017).....</b>	<b>116</b>
--	------------

**ШҮЪБАИ**  
**ИЛМҲОИ ФИЗИКАЮ МАТЕМАТИКА,**  
**ХИМИЯ, ГЕОЛОГИЯ ВА ТЕХНИКА**

Маҷалла аз моҳи  
январ соли 1952  
нашр мешавад



№ 4 (169)  
с. 2017

---

**ҲАЙАТИ ТАҲРИРИЯ:**

**Ҳ.Ҳ.Муминов** – сармуҳаррир, академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Кохирова Г.И.** – муовини сармуҳаррир, узви вобаста, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Н.Г.Сапожников** – котиби масъул; **Ҳ.М.Ахмедов** – академик, доктори илми химия; **П.Б.Бобочонов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **И.Н.Ғаниев** – академик, доктори илми химия, профессор; **М.И.Илолов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **З.В.Кобулиев** – узви вобаста, доктори илмҳои техникӣ, профессор; **Р.М.Марупов** – академик, доктори илмҳои техникӣ, профессор; **Ҷ.М.Мирсаидов** – академик, доктори илми химия, профессор; **С.Х.Неъматуллоев** – академик, доктори илмҳои техникӣ; **С.О.Одинаев** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Ф.Раҳимӣ** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **З.Ҳ.Раҳмонов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Н.Р.Рачабов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **З.Ҷ.Усмонов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **А.Р.Ғайзиев** – узви вобаста, доктори илмҳои геология ва минералогия, профессор; **Ҷ.Х.Холиқов** – академик, доктори илми химия, профессор.

**МУНДАРИҶА**

**МАТЕМАТИКА**

- Р.Мустафоқулов.** Дар бораи як аналоги формулаи Фаа-ди-Бруно ва ҳалҳои муодилаи диофантии  $x_1 + 2x_2 + \dots + nx_n = n$  ..... 7
- С.З.Қурбоншоев, М.А.Нусайриев.** Сохтани матритсаи Грин ва проекторҳои системаи муодилаҳои фарқӣ ..... 14
- И.Қурбонов, Ҳ.П.Сайдалиев.** Оиди мавҷудияти ҳалҳои ғайрихатии масъалаҳои канонии зичии электромагнитӣ барои муҳитҳои ғайриҷинса ..... 26
- М.А.Раҳимова.** Ҳалҳои полиномиалии системаи муодилаҳо бо ҳосилаҳои хусусии барзиёдмуайяншудаи коэффитсиентҳои сингулярӣ..... 35

## **ФИЗИКА**

- Ҳ.Ҳ.Мӯминов, Ш.Ф.Муҳамедова, М.Асгарӣ-Ларимӣ.** Амсиласозии ададии паҳнкунии сигналҳо дар системаи сеқабатаи ҳисоби квантӣ дар чорчӯбаи ҳалҳои бисёрсолитонии муодилаи вектории ғайрихаттии Шрёдингер ..... **40**
- О.О.Нормаҳмедов, О.А.Брилев, А.Холов, Ҳ.Ҳ.Муминов.** Бо усули криохимяви ҳосил намудани маводҳои катоди дар асоси  $Li_{1+y}Mn_{2-2x}Co_xNi_xO_4$  барои аккумуляторҳои литий–ионӣ ..... **56**
- А.Л.Қодиров.** Шарҳи назариявии пайдоиши ҚЭҲ зимни гармкунии кремнии микрозаррачагии изотипӣ ..... **63**

## **ХИМИЯИ ФИЗИКАВӢ**

- С.Қ.Ҳочиев, Х.М.Назаров, Б.Б.Баротов, М.Д.Бобоёров, У.М.Мирсаидов.** Ишқоронидани кислотагии уран аз маъдани кони “Тоҷикистони Марказӣ” ..... **71**
- М.Ю.Акрамов, Х.А.Сулаймоншоев, Н.У.Ҳакимова, М.С.Пулатов, Қ.М.Назаров, У.М.Мирсаидов.** Синтези барномарезикардшудаи хидриди алюминий ва борохидридҳои металлҳои камбзаминӣ ..... **76**
- П.Р.Пулатов, Б.Б.Эшов, И.Н.Ганиев, М.Т.Норова.** Оксидшавии ҳӯлаи саноатии амг3 бо иловаҳои металлҳои нодирзаминӣ ..... **85**
- М.М.Тағоев, А.М.Баротов, Ш.Б.Назаров, А.С.Қурбонов, У.М.Мирсаидов.** Баҳои раванди гудозиши маъданҳои боросиликатӣ бо реагентҳои натрийдор ..... **91**

## **ТОКСИКОЛОГИЯ**

- У.Р.Рачабов, Р.А.Султонов, И.Х.Юсупов, К.Ҳ.Ҳайдаров.** Синтез ҳосияти биологӣ синкас ва таҳқиқи он тавассути тариқаи нишонаҳои спинӣ ..... **97**

## **ЛИТОЛОГИЯ ВА МАЪДАНҲОИ ФОИДАНОК**

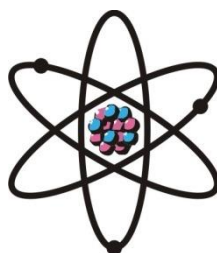
- А.Р.Қориев.** Марҳилаҳо ва давраҳои асосии ташакулёбии чинҳои геологӣ дар хавзаҳои русубии Тоҷикистон дар иртибот бо генезиси таҳшинии маъдан ..... **107**

## **ЁДБУДИ ОЛИМ**

- Абдурахим Расулович Қариев (03.08.1936 – 09.12.2017)..... 116**

**DEPARTMENT OF  
PHYSICAL, MATHEMATICAL, CHEMICAL,  
GEOLOGICAL AND TECHNICAL SCIENCES**

The journal was established  
in January 1952



*№ 4 (169)*  
*2017*

---

**EDITORIAL BOARD**

Prof. **Kh.Kh.Muminov**, Doctor of Physical and Mathematical, Editor-in-Chief; **G.I.Kokhirova**, Doctor of Physical and Mathematical, Deputy Editor-in-Chief; **N.G.Sapozhnikov**, Secretary; **Kh.M.Akhmedov**, Doctor of Chemistry; Prof. **P.B.Babadzhanov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **A.R.Faysiev**, Doctor of Geology and Mineralogy; Prof. **M.I.Iolov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **I.N.Ganiev**, Doctor of Chemistry; Prof. **D.Kh.Khalikov**, Doctor of Chemistry; Prof. **Z.V.Kobuliev**, Doctor of Engineering; Prof. **R.M.Marupov**, Doctor of Engineering; Prof. **U.M.Mirsaidov**, Doctor of Chemistry; **S.Kh.Negmatullaev**, Doctor of Engineering; Prof. **S.O.Odinaev**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **N.R.Rajabov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **F.Rakhimi**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Z.Kh.Rakhmonov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Z.D.Usmanov**, Doctor of Physical and Mathematical.

**CONTENTS**

**MATHEMATICS**

- R.Mustafokulov**. About one analogue formula Faa-di-Brun and solutions of the diophantine equation  $x_1 + 2x_2 + \dots + nx_n = n$  ..... **7**
- S.Z.Kurbanshoev, M.A.Nusayriev**. The construction of the Green matrix and projectors of systems of difference equations ..... **14**
- I.Kurbonov, Kh.P.Saidaliev**. About solubility of the nonlinear marginal problems of electromagnetoelasticity for nonhomogeneous matter ..... **26**
- M.A.Rahimova**. Polynomial solutions of overdetermined systems of partial differential equations with singular coefficients ..... **35**

**PHYSICS**

- Kh.Kh.Muminov, Sh.F.Muhamedova, M.Asghari-Larimi**. Numerical simulation of signal propagation in three-level quantum computer systems within multi-soliton solutions of vector nonlinear equation Shredinger ..... **40**

<b>O.O.Normahmedov, O.A.Brylev, A.Kholov, Kh.Kh.Muminov.</b> Freeze drying synthesis of $\text{Li}_{1+y}\text{Mn}_{2-x}\text{Ni}_x\text{Co}_x\text{O}_4$ cathode materials for lithium-ion batteries .....	<b>56</b>
<b>A.L.Kadirov.</b> Theoretical interpretation of the occurrence of EMF at homogeneous heating of isotopic micro-grained silicon.....	<b>63</b>

**PHYSICAL CHEMISTRY**

<b>S.K.Khojiev, Kh.M.Nazarov, B.B.Barotov, M.D.Boboyorov, U.M.Mirsaidov.</b> Sulfuric acid leaching of uranium from the ores of «Central Tajikistan» deposit .....	<b>71</b>
<b>M.Yu.Akramov, Kh.A.Sulaimonshoev, N.U.Khakimova, M.S.Pulatov, K.M.Nazarov, U.M.Mirsaidov.</b> Projected synthesis of aluminum hydride and the borohydrides of the rare earth metal .....	<b>76</b>
<b>P.R.Pulatov, B.B.Eshov, I.N.Ganiev, M.T.Norova.</b> Oxidation of industrial AMg3 alloy with additives of rare earth metals .....	<b>85</b>
<b>M.M.Tagoev, A.M.Barotov, Sh.B.Nazarov, A.S.Kurbonov, U.M.Mirsaidov.</b> Assessment of the sintering process of borosilicate ores with sodium-containing reagents .....	<b>91</b>

**TOXICOLOGY**

<b>U.R.Ragabov, R.A.Sultonov, I.Kh.Yusupov, K.H.Haydarov.</b> Synthesis and biological properties of Zincas and It's investigations by spin label method.....	<b>97</b>
---	-----------

**LITHOLOGY AND MINERAL DEPOSIT**

<b>A.R.Kariev.</b> The main milestones and epochs of rock formation in the basins of the tajik region in connection with the aspect of sedimentary ore genesis .....	<b>107</b>
--	------------

**MEMORY OF SCIENTIST**

<b>A.R.Kariev (1936 – 2017)</b> .....	<b>116</b>
---------------------------------------	------------

УДК 511.325

Р.МУСТАФОКУЛОВ

ОБ ОДНОМ АНАЛОГЕ ФОРМУЛЫ ФАА-ДИ-БРУНО И РЕШЕНИЯХ  
ДИОФАНТОВОГО УРАВНЕНИЯ  $x_1 + 2x_2 + \dots + nx_n = n$

*Филиал МГУ им. М.В.Ломоносова в г.Душанбе*

*Поступила в редакцию 02.11.2017г.*

*В работе приводится один аналог классической формулы Фаа-ди-Бруно, который применяется при вычислении производных сложной функции  $u$ , в отличие от формулы Фаа-ди-Бруно, не использует решения диофантового уравнения. Сравнение этих формул дает возможность определить все целые неотрицательные решения диофантового уравнения  $x_1 + 2x_2 + \dots + nx_n = n$ , для любого натурального  $n$ .*

**Ключевые слова:** формула Фаа-ди-Бруно, дифференцирование сложной функции, диофантово уравнение.

Пусть имеем функции  $y = F(u)$  и  $u = f(x)$  такие, что определена их суперпозиция  $z(x) = F(f(x))$ . Пусть функции  $F(u)$  и  $f(x)$  имеют  $n$ -ю производную. Тогда для  $n$ -й производной функции  $z(x)$  имеет место формула Фаа-ди-Бруно [1]:

$$z^{(n)}(x) = \sum_{p_1+2p_2+\dots+np_n=n} F^{(p_1+p_2+\dots+p_n)}(u) \cdot Q_{(p_1,p_2,\dots,p_n)}(f), \quad (1)$$

$$Q_{(p_1,p_2,\dots,p_n)}(f) = \frac{n!}{p_1!p_2!\dots p_n!} \left(\frac{f'(x)}{1!}\right)^{p_1} \left(\frac{f''(x)}{2!}\right)^{p_2} \cdot \dots \cdot \left(\frac{f^{(n)}(x)}{n!}\right)^{p_n}, \quad (2)$$

где суммирование в (1) производится по всем целым неотрицательным числам  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , удовлетворяющим равенству

$$p_1 + 2p_2 + \dots + np_n = n. \quad (3)$$

**Адрес для корреспонденции:** Мустафокулов Рахмонкул. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Бохтар, 35/1 Филиал МГУ в г. Душанбе. E-mail: rmustaf@list.ru

Доказательство формулы (1) можно найти в [2, с.108]. Отметим также работу [3], в которой даётся модификация формулы (1) для сложной функции многих переменных  $z(x) = F[u(x), v(x), \dots, w(x)]$  и приводятся некоторые приложения этой формулы.

Перепишем формулу (1) в другом виде. Пусть  $\mathfrak{M}_i^n$  означает множество всех целых неотрицательных решений  $P^n = (p_1, p_2, \dots, p_n)$  уравнения (3), для которых  $|P^n| = p_1 + p_2 + \dots + p_n = i$ . Обозначим

$$Q_i^n(f) = \sum_{P^n \in \mathfrak{M}_i^n} Q_{(p_1, p_2, \dots, p_n)}(f) \quad (1 \leq i \leq n). \quad (4)$$

Тогда формулу (1) Фaa-ди-Бруно можно записать в виде

$$z^{(n)}(x) = \sum_{i=1}^n F^{(i)}(u) \cdot Q_i^n(f). \quad (5)$$

Формула (5) для нахождения производной, например четвёртого порядка  $z^{(IV)}(x)$  от функции  $z(x) = F(f(x))$ , применяется следующим образом. Сначала находим все целые неотрицательные решения уравнения

$$p_1 + 2p_2 + 3p_3 + 4p_4 = 4. \quad (6)$$

Методом подбора можно убедиться, что такими решениями будут компоненты векторов  $P_1^4 = (0, 0, 0, 1)$ ,  $P_2^4 = (1, 0, 1, 0)$ ,  $P_3^4 = (0, 2, 0, 0)$ ,  $P_4^4 = (2, 1, 0, 0)$  и  $P_5^4 = (4, 0, 0, 0)$ . Затем по формуле (2) определим

$$Q_{P_1^4}(f) = f^{(IV)}(x), \quad Q_{P_2^4}(f) = 4f'(x)f'''(x), \quad Q_{P_3^4}(f) = 3(f''(x))^2,$$

$$Q_{P_4^4}(f) = 6(f'(x))^2 f''(x), \quad Q_{P_5^4}(f) = (f'(x))^4.$$

Далее составим суммы (4):

$$Q_1^4(f) = Q_{P_1^4}(f) = f^{(IV)}(x),$$

$$Q_2^4(f) = Q_{P_2^4}(f) + Q_{P_3^4}(f) = 4f'(x)f'''(x) + 3(f''(x))^2,$$

$$Q_3^4(f) = Q_{P_4^4}(f) = 6(f'(x))^2 f''(x),$$

$$Q_4^4(f) = Q_{P_5^4}(f) = (f'(x))^4.$$



Отсюда, в силу (5), получаем окончательно

$$z^{(IV)}(x) = F'(u)f^{(IV)}(x) + F''(u) \left[ 4f'(x)f'''(x) + 3(f''(x))^2 \right] + F'''(u) \cdot 6(f'(x))^2 f''(x) + F^{(IV)}(u)(f'(x))^4. \quad (7)$$

В справедливости этой формулы можно убедиться вычисляя последовательно все производные до 4-го порядка включительно от функции  $z(x) = F(f(x))$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} z'(x) = F'(u) \cdot f'(x), \\ z''(x) = F''(u)(f'(x))^2 + F'(u)f''(x), \\ z'''(x) = F'''(u)(f'(x))^3 + F''(u) \cdot 3f'(x)f''(x) + F'(u)f'''(x), \\ z^{(IV)}(x) = F^{(IV)}(u)(f'(x))^4 + F'''(u) \cdot 6(f'(x))^2 f''(x) + \\ + F''(u) \left[ 4f'(x)f'''(x) + 3(f''(x))^2 \right] + F'(u)f^{(IV)}(x), \end{array} \right. \quad (8)$$

то есть формула (7) для  $z^{(IV)}(x)$  является справедливой.

Таким образом, для применения формулы Фаа-ди-Бруно при вычислении производной  $z^{(n)}(x)$  необходимо знать все целые неотрицательные решения уравнения (3), то есть задача сводится к решению диофантового уравнения (3). Но, как известно (см., напр., [4]), решить уравнение типа (3) для произвольного  $n$  является непростой задачей.

Ниже предлагается другая формула для вычисления  $n$ -й производной от функции  $z(x) = F(f(x))$ , которая, в отличие от формулы Фаа-ди-Бруно, не использует решения уравнения (3).

Из равенств (8) видно, что производные  $z^{(k)}(x)$  для каждого  $k = 1, 2, 3, \dots$  выражаются линейно через  $F'(u)$ ,  $F''(u)$ ,  $F'''(u)$ , ...,  $F^{(k)}(u)$ , причем коэффициент при  $F^i(u)$  ( $i = 1, 2, \dots, k$ ) определяется произведением степеней производных

$$(f'(x))^{s_1} (f''(x))^{s_2} \dots (f^{(k)}(x))^{s_k},$$

где  $s_1 + s_2 + \dots + s_k = i$ . Обозначим эти коэффициенты через  $R_i^k(f)$ , где верхний индекс  $k$  означает порядок производной  $z^{(k)}(x)$ , а нижний индекс  $i$  - порядок производной  $F^{(i)}(u)$  в разложении  $z^{(k)}(x)$ . Тогда  $z^{(k)}(x)$ , для любого  $k = 1, 2, 3, \dots$ , можно записать в виде

$$z^{(k)}(x) = \sum_{i=1}^k F^{(i)}(u) R_i^k(f). \quad (9)$$

Определим конкретные значения коэффициентов  $R_i^k(f)$  для каждого  $k$  и  $1 \leq i \leq k$  в равенстве (9). Прежде всего заметим, что для любого  $k = 1, 2, 3, \dots, n$  имеют место равенства

$$R_1^k(f) = f^{(k)}(x), \quad R_k^k(f) = (f'(x))^k.$$

Далее

$$\begin{aligned} z^{(k)}(x) &= (z^{(k-1)}(x))' = \left( \sum_{i=1}^{k-1} F^{(i)}(u) R_i^{k-1}(f) \right)' = \\ &= \sum_{i=1}^{k-1} \left[ F^{(i+1)}(u) f'(x) R_i^{k-1}(f) + F^{(i)}(u) (R_i^{k-1}(f))' \right] = \\ &= \sum_{i=1}^{k-1} F^{(i+1)}(u) f'(x) R_i^{k-1}(f) + \sum_{i=1}^{k-1} F^{(i)}(u) (R_i^{k-1}(f))'. \end{aligned}$$

Объединим слагаемые обеих сумм, содержащие одинаковые порядки производной  $F^{(i)}(u)$ . Произведение  $F^{(k)}(u) f'(x) R_{k-1}^{k-1}(f) = F^{(k)}(u) (f'(x))^k = F^{(k)}(u) R_k^k(f)$  входит только в первую сумму (при  $i = k-1$ ), а  $F'(u) (R_1^{k-1}(f))' = F'(u) (f^{(k-1)}(x))' = F'(u) f^{(k)}(x)$  входит только во вторую сумму (при  $i = 1$ ). Объединяя все остальные произведения, входящие в эти суммы, получим

$$F^{(i)}(u) \left[ f'(x) R_{i-1}^{k-1}(f) + (R_i^{k-1}(f))' \right], \quad i = 2, 3, \dots, k-1.$$

Поэтому, сравнивая эти выражения с правой частью равенства (9), для коэффициентов  $R_i^k(f)$  получаем следующие формулы:

$$\begin{aligned} R_i^k(f) &= f'(x) R_{i-1}^{k-1}(f) + (R_i^{k-1}(f))', \quad \text{при } i = 2, 3, \dots, k-1, \\ R_1^k(f) &= f^{(k)}(x), \quad R_k^k(f) = (f'(x))^k. \end{aligned}$$

Таким образом, справедливо утверждение

**Теорема 1.** Пусть функции  $y = F(u)$ ,  $u = f(x)$  имеют  $n$ -е производные. Тогда для  $n$ -й производной функции  $z(x) = F(f(x))$  справедлива формула

$$z^{(n)}(x) = \sum_{i=1}^n F^{(i)}(u) R_i^n(f), \quad (10)$$

где коэффициенты  $R_i^n(f)$  определены равенствами

$$\begin{cases} R_i^n(f) = f'(x)R_{i-1}^{n-1}(f) + (R_{i-1}^{n-1}(f))' & (i = 2, 3, \dots, n-1), \\ R_1^n(f) = f^{(n)}(x), \quad R_n^n(f) = (f'(x))^n. \end{cases} \quad (11)$$

Покажем теперь, как при помощи формул (10) и (11) вычисляется  $z^{(4)}(x)$  от функции  $z(x) = F(f(x))$ , не используя целые неотрицательные решения уравнения (6).

Из равенств (11) при  $n = 4$  имеем

$$\begin{cases} R_1^4(f) = f^{(IV)}(x), \\ R_2^4(f) = f'(x)R_1^3(f) + (R_1^3(f))' = f'(x)f'''(x) + \\ + \left( f'(x)R_1^2(f) + (R_1^2(f))' \right)' = f'(x)f'''(x) + \\ + (f'(x)f''(x) + 2f'(x)f''(x)) = 4f'(x)f'''(x) + 3(f''(x))^2, \\ R_3^4(f) = f'(x)R_2^3(f) + (R_2^3(f))' = f'(x) \cdot 3f'(x)f''(x) + \\ + 3(f'(x))^2 f''(x) = 6(f'(x))^2 f''(x), \\ R_4^4(f) = (f'(x))^4. \end{cases} \quad (12)$$

Подставляя эти выражения в формулу (10) при  $n = 4$ , получаем равенство (7), которое на этот раз было установлено при помощи формул (10) и (11), не используя решения уравнения (6).

Формула (10) является аналогом формулы Фaa-ди-Бруно (5), коэффициенты  $R_i^n(f)$  которого определяются равенствами (11) и, в отличие от (4), для их определения не требуются решения диофантового уравнения (3).

Таким образом, для вычисления  $n$ -й производной  $z^{(n)}(x)$  функции  $z(x) = F(f(x))$  мы имеем две формулы: формулу Фaa-ди-Бруно (5), которая использует целые неотрицательные решения диофантового уравнения (3) и аналог этой формулы - формулу (10), которая использует рекуррентное соотношение (11). Сравнивая эти формулы, для коэффициентов получаем равенство

$$Q_i^n(f) = R_i^n(f), \quad (13)$$

где  $n$  – любое натуральное число и  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Согласно определению, коэффициенты  $R_i^n(f)$  выражаются, в конечном итоге, через произведения

$$(f'(x))^{s_1} (f''(x))^{s_2} \dots (f^{(n)}(x))^{s_n}, \quad (14)$$

где  $s_1 + s_2 + \dots + s_n = i$  (ср. с равенствами (12), при  $n = 4$ ), причем  $s_1, s_2, \dots, s_n$  определяются из системы равенств (11) и не связаны с решениями уравнения (3). С другой стороны, в силу равенств (4) и (13) имеем  $S^n = (s_1, s_2, \dots, s_n) \in \mathfrak{M}_i^n$ , то есть числа  $s_1, s_2, \dots, s_n$  образуют целое неотрицательное решение уравнения (3).

Таким образом, мы приходим к следующему утверждению:

**Теорема 2.** Для любого натурального  $n$  выражения  $R_i^n(f)$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) из системы равенств (11) определяют все целые неотрицательные решения уравнения  $x_1 + 2x_2 + \dots + nx_n = n$ .

В качестве приложения теоремы 2 определим все целые неотрицательные решения уравнения (6) с помощью равенств (11) для коэффициентов  $R_i^4(f)$ . Из системы равенств (12) и (14) (при  $n = 4$ ) видим, что коэффициент  $R_1^4(f)$  порождает вектор  $S_1^4 = (0, 0, 0, 1)$ , а коэффициент  $R_2^4(f)$  порождает два вектора  $S_2^4 = (1, 0, 1, 0)$  и  $S_3^4 = (0, 2, 0, 0)$ , для которых  $|S_2^4| = |S_3^4| = 2$ . Коэффициенты  $R_3^4(f)$  и  $R_4^4(f)$  порождают, соответственно, векторы  $S_4^4 = (2, 1, 0, 0)$  и  $S_5^4 = (4, 0, 0, 0)$ . Поэтому, в силу (13), (4) и (2), получаем, что компоненты векторов  $S_i^4$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ) удовлетворяют уравнению (6).

## ЛИТЕРАТУРА

1. Faà di Bruno. Note sur un nouvelle formul de calcul differentiel. – Quart. J. M. 1857, v.1, pp.359-360.
2. Архипов Г.Н., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу. – М.: Дрофа, 2004, 640 с.
3. Шабат А.Б., Эфендиев М.Х. О приложениях формулы Фаа-ди-Бруно. – Уфимский математ. журнал, 2017, т.9, 3, с.132-137.
4. Гельфонд А.О. Решение уравнений в целых числах, 4-е изд. – М.: Физматгиз, 1983.

Р.МУСТАФОҚУЛОВ

**ДАР БОРАИ ЯК АНАЛОГИ ФОРМУЛАИ ФАА-ДИ-БРУНО ВА ҲАЛҲОИ**

**МУОДИЛАИ ДИОФАНТИИ  $x_1 + 2x_2 + \dots + nx_n = n$**

*Филиали Донишгоҳи давлатии Москва ба номи М.В.Ломоносов дар ш. Душанбе*

Дар мақола як аналогӣ формулаи классикии Фаа-ди-Бруно барои ҳисоб намудани ҳосилаҳои функсияи мураккаб оварда шудааст, ки дар он, дар тафовут аз формулаи Фаа-ди-Бруно, ҳалҳои муодилаи диофантӣ истифода бурда намешаванд. Ин формулаҳоро бо ҳам муқоиса намуда, барои ҳамаи ҳалҳои бутуни ғайриманфии муодилаи диофантӣ  $x_1 + 2x_2 + \dots + nx_n = n$ , формулаи рекуррентиро ҳосил намудан мумкин аст.

**Калимаҳои калидӣ:** формулаи Фаа-ди-Бруно, дифференсиронидани функсияи мураккаб, муодилаи диофантӣ.

R.MUSTAFOKULOV

**ABOUT ONE ANALOGUE FORMULA FAA-DI-BRUN AND SOLUTIONS OF**

**THE DIOPHANTINE EQUATION  $x_1 + 2x_2 + \dots + nx_n = n$**

*Dushanbe Branch of M.V.Lomonosov Moscow State University*

The paper gives an analogue of the classical Faa-di-Bruno's formula, which is used in the calculation of derivatives of a complex function and, in contrast to the Faa-di-Bruno formula, does not use solutions of the Diophantine equation. Comparison of these formulas makes it possible to determine for any natural  $n$  all non-negative integer solutions of the Diophantine equation  $x_1 + 2x_2 + \dots + nx_n = n$ .

**Key words:** the Faa-di-Bruno formula, the differentiation of a complex function, the Diophantine equation.

УДК 517.9

С.З.КУРБАНШОЕВ, М.А.НУСАЙРИЕВ\*

ПОСТРОЕНИЕ МАТРИЦЫ ГРИНА И ПРОЕКТОРОВ СИСТЕМ  
РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ

*Российско-Таджикский (Славянский) университет,*

*\*Таджикский технический университет им. академика М.С.Осими*

*Поступила в редакцию 20.11.2017 г.*

*В работе для построения проекторов, которые расщепляют решение системы разностных уравнений (СРУ), использована матрица Грина. Построены интегральные многообразия решений и проекторы для линейных, нелинейных и функциональных СРУ.*

**Ключевые слова:** функция Грина, экспоненциальная дихотомия, разностные уравнения, интегральные многообразия, проекторы.

1. Пусть задана система  $m$  разностных уравнений (СРУ)

$$X(t+1) = F(t, X(t)), X = (x_1, x_2, \dots, x_m), \quad (1)$$

где вектор-функция  $F(t, X)$  непрерывная и дифференцируемая по всем аргументам в области  $D$ .

$$D = \{0 < x_j < \infty, -\infty < t < \infty\} (j = 1, 2, \dots, m).$$

Введем  $k$  – мерный вектор

$$G(t, X) = \{g_1(t, X), \dots, g_k(t, X)\},$$

---

*Адрес для корреспонденции:* Курбанишов Сафарали Завкибекович, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. М.Турсунзаде, 30, Российско-Таджикский (Славянский) университет. E-mail: kurbanshoev@list.ru / Нусайриев Масшибек Алиербекович. 734042, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. академиков Раджабовых, 10а, Таджикский технический университет. E-mail: mastibek8282@mail.ru

где  $g_i(t, X)$  ( $i=1, \dots, k$ ) непрерывные, дифференцируемые и независимые в области  $D$  функции.

**Определение 1.** Система  $k$  – уравнений

$$G(t, X) = 0 \quad (2)$$

определяет интегральные многообразия (ИМ)  $G$  решений [1] СРУ (1) размерности  $m-k$ , если в силу системы уравнений (2) выполнены равенства

$$G(t+1, F(t, X)) - G(t, X) = 0.$$

Таким образом, если хотя бы одна из точек  $t = t_0, X = X_0$  любого

$$X = X_n = X(t_0 + n) \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

СРУ (1) принадлежит ИМ  $G$ , то и все точки  $t = t_0 + n, X = X_n$  принадлежат ИМ  $G$ .

**2.** Рассмотрим систему линейных разностных уравнений (СЛРУ)

$$X_{n+1} = A(n)X_n, \det A(n) \neq 0 \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (3)$$

**Определение 2.** СЛРУ (3) является экспоненциально дихотомичной [2], если любое решение  $X = X_n$  системы (3) однозначно представлено в виде суммы ее решений

$$X_n = X_{1,n} + X_{2,n} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

Множество решений  $X_n = X_{1,n}$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ), стремящихся экспоненциально дихотомично к нулевому решению при  $n \rightarrow +\infty$  образует ИМ  $G_1$ . Множество решений  $X_n = X_{2,n}$  ( $n = 0, -1, -2, \dots$ ), стремящихся экспоненциально дихотомично к нулевому решению при  $n \rightarrow -\infty$ , образует ИМ  $G_2$ .

Для решений  $X_{1,n}, X_{2,n}$  найдутся постоянные  $c \geq 0, 0 < r \leq 1$  такие, что будут выполняться неравенства

$$\|X_{1,n}\| \leq c \|X_{1,k}\| r^{n-k} \quad (n \geq k), \quad \|X_{2,n}\| \leq c \|X_{2,k}\| r^{k-n} \quad (n \leq k).$$

Операторы проектирования [2] решений  $X_n$  на многообразия  $G_1, G_2$  обозначим через  $P_1(n), P_2(n)$  соответственно. При этом

$$X_{1,n} = P_1(n)X_n, X_{2,n} = P_2(n)X_n, P_1(n) + P_2(n) = E,$$

$$P_i(n)P_j(n) = \delta_{ij}P_i(n) \quad (i, j = 1, 2; n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots),$$

где  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

Обозначим через  $N(n, s)$  фундаментальную матрицу решений СЛРУ (3). Матрица  $N(n, s)$  удовлетворяет следующим соотношениям:

$$N(n, s) = N(n, k)N(k, s), N(n, s) = N^{-1}(s, n),$$

$$N(n, n) = E, (n - s, k - s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots),$$

$$N(n, s) = A(n-1)A(n-2)\dots A(n), N(s, n) = A^{-1}(s)A^{-1}(s+1)\dots A^{-1}(n-1) \\ (n - s = 1, 2, \dots).$$

Проекторы  $P_i(n)$  ( $i = 1, 2$ ) удовлетворяют матричным уравнениям

$$P_i(n) = N(n, s)P_i(s)N(n, s), P_i(n+1) = A(n)P_i(n)A^{-1}(n) \quad (i = 1, 2). \quad (4)$$

Для экспоненциально дихотомичной СЛРУ (3) найдутся постоянные  $c > 0, 0 < r < 1$ , при которых выполнены соотношения

$$\|N(n, s)P_1(s)\| \leq cr^{n-s} \quad (n - s = 0, 1, 2, \dots),$$

$$\|N(n, s)P_2(s)\| \leq cr^{s-n} \quad (n - s = 0, -1, -2, \dots).$$

Введем матрицу Грина  $G(n, s)$ , определяемую формулами

$$G(n, s) = N(n, s)P_1(s) \quad (n - s = 0, 1, 2, \dots),$$

$$G(n, s) = -N(n, s)P_2(s) \quad (n - s = 0, -1, -2, \dots). \quad (5)$$

В силу соотношений (4) для матрицы Грина  $G(n, s)$  выполняется неравенство

$$\|G(n, s)\| \leq cr^{|n-s|}, \quad c > 0, \quad 0 < r < 1. \quad (6)$$

Если известна матрица Грина  $G(n, s)$  (6), то проекторы  $P_i(s)$  ( $i = 1, 2$ ) определяются из формул (5) следующими равенствами:

$$P_1(s) = G(s, s), \quad P_2(s) = -A(s-1)G(s-1, s).$$

Рассмотрим неоднородную систему уравнений



$$X_{n+1} = A(n)X_n + F_n, \quad F \leq K \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad K > 0. \quad (7)$$

Если СЛРУ (3) экспоненциально дихотомична, то неоднородная СРУ (7) имеет единственное ограниченное на всей оси решение, представимое в виде

$$X_n = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} G(n, s) F_s \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (8)$$

При этом будет выполнено неравенство

$$X_n \leq mK, \quad m = \text{const} \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (9)$$

где обозначено

$$m = \sup_n \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \|G(n, s)\| \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

Имеет место следующая

**Теорема 1.** Пусть для СЛРУ (3) выполнены условия ограниченности коэффициентов на всей оси

$$\|A(n)\| \leq \alpha, \quad \|A^{-1}(n)\| \leq \alpha \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

Для того чтобы при каждой ограниченной на всей оси вектор-функции  $F_n$  ( $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) существовало ограниченное на всей оси решение  $X_n$  ( $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) СЛРУ (3), удовлетворяющее неравенству (9), необходимо и достаточно, чтобы СЛРУ (3) была экспоненциально дихотомична.

**Доказательство.** Рассмотрим матричное разностное уравнение (МРУ)

$$X_{n+1} = A(n)X_n + E\delta_{n,s} \quad (n, s=0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (10)$$

где  $\delta_{n,s}$  –  $\delta$ -функция Дирака.

Из формулы (8) следует, что система МРУ (10) имеет ограниченное на всей оси решение  $X_n = G(n, s)$ , то есть

$$G(n+1, s) = A(n)G(n, s) + E\delta_{n,s} \quad (n, s=0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (11)$$

Из МРУ (11) вытекают формулы

$$\begin{aligned} P_1(n+1) &= G(n+1, n), P_2(n+1) = -A(n)G(n, n), \\ G(n, s) &= A(n-1)A(n-2) \cdots A(s+1)P_1(s+1) \quad (n \geq s+1), \end{aligned} \quad (12)$$

$$A(n)A(n-1)\cdots A(s)G(n,s) = -P_2(s+1) \quad (n \leq s),$$

которые определяют матрицу Грина через проекторы, а также могут служить для определения проекторов через матрицу Грина.

Формулы (12) упрощаются для СЛРУ с постоянными коэффициентами

$$X_{n+1} = AX_n \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (13)$$

Предположим, что спектр матрицы  $A$  не лежит на единичной окружности  $|z|=1$ . Пусть спектр матрицы  $A$  разбит окружностью  $|z|=1$  на два множества  $\sigma_1, \sigma_2$ . При этом  $\sigma_1$  лежит в области  $|z| < 1$ , а  $\sigma_2$  лежит в области  $|z| > 1$ . Проекторы разложения вектора по соответствующим инвариантным подпространствам матрицы  $A$  обозначим через  $P_1, P_2$ :

$$P_k = \frac{1}{2\pi i} \int_{\Gamma_k} (EP - A)^{-1} dP \quad (k = 1, 2),$$

где  $\Gamma_k$  – замкнутый контур, охватывающий часть спектра  $\sigma_k$  ( $k = 1, 2$ ). При этом получим формулы

$$G(n, s) = A^{n-s-1} P_1(n > s + 1), \quad G(n, s) = -A^{n-s-1} P_2(n < s + 1).$$

СЛРУ (13) имеет  $k$ -мерное ИМ  $G_1$  решений  $X_n = P_1 A^n X_0$ , примыкающих при  $n \rightarrow +\infty$  к нулевому решению, определяемому системой неявных уравнений.  $P_2 X_n = 0$ . Аналогично существует  $(m-k)$ -мерное ИМ  $G_2$  решений  $X_n = P_2 A^n X_0$ , примыкающих к нулевому решению при  $n \rightarrow -\infty$ , определяемое системой неявных уравнений  $P_1 X_n = 0$ .

Пусть  $X_0$  – произвольное начальное значение. Из представления общего решения СЛРУ (13) по формуле

$$X_n = P_1 A^n X_0 + P_2 A^n X_0, \quad P_1 A^n X_0 \in G_1, \quad P_2 A^n X_0 \in G_2$$

следует, что  $X_n \rightarrow G_1$  при  $n \rightarrow +\infty$ , и  $X_n \rightarrow G_2$  при  $n \rightarrow -\infty$ .

**3.** Ищем ограниченное на всей оси решение системы нелинейных разностных уравнений (СНРУ)

$$X_{n+1} = A(n)X_n + \mu F(n, X_n) \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad (14)$$

где вектор-функция  $F(n, X)$  удовлетворяет условиям

$$F(n,0) \leq M_1 (M_1 > 0), \quad (15)$$

$$F(n,X) - F(n,Y) \leq LX - Y \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

Предполагая, что СЛРУ

$$X_{n+1} = A(n)X_n \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

является экспоненциально дихотомичной, сведем СЛРУ (14) к системе суммарных уравнений

$$X_n = \mu \sum_{s=-\infty}^{+\infty} G(n,s)F(s, X_s) \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (16)$$

Ищем решение системы (16) методом последовательных приближений, полагая

$$X_n^0 = 0, \quad X_n^{(k+1)} = \mu \sum_{s=-\infty}^{+\infty} G(n,s)F(s, X_s^{(k)}) \quad (k=0, 1, 2, \dots). \quad (17)$$

Исследуем сходимость последовательности  $X_n^{(k)}$  ( $k=0, 1, 2, \dots; n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) в банаховом пространстве  $\mathcal{B}$ , определяемой нормой

$$X_0 = \sup_n \{X_n\} \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (18)$$

Из системы уравнений (17) находим неравенства

$$\|X^{(1)}\|_0 \leq |\mu|gM_1,$$

$$\|X^{(k+1)} - X^{(k)}\|_0 \leq |\mu|gL\|X^{(k)} - X^{(k-1)}\|_0,$$

где

$$g = \sup_n \sum_{s=-\infty}^{+\infty} \|G(n,s)\| \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

Из теоремы Банаха [3] следует, что при  $|\mu|gL < 1$  метод последовательных приближений (17) сходится по норме (18).

Имеет место следующая

**Теорема 2.** Пусть для СЛРУ

$$X_{n+1} = A(n)X_n \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (19)$$

Существует матрица Грина  $G(n, s)$  (6). Если вектор-функция  $F(n, X)$  в системе (14) удовлетворяет условиям (15), то при выполнении условий  $|\mu|gL < 1$  СНРУ (14) имеет ограниченное на всей оси решение

$$X_n^* = \lim_{k \rightarrow \infty} X_n^{(k)} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

Пусть для СНРУ (14) выполнены условия теоремы 2. Замена переменных

$$X_n = X_n^* + Y_n \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

преобразует систему (14) к виду

$$Y_{n+1} = A(n)Y_n + \mu \left( F(n, X_n^* + Y_n) - F(n, X_n^*) \right). \quad (20)$$

Очевидно, что единственным ограниченным на всей оси решением СНРУ (20) является нулевое решение  $Y = 0$ .

**4.** Пусть при  $\mu = 0$  СНРУ (14) экспоненциально дихотомична, а вектор-функция  $F(n, X)$  удовлетворяет условиям (15). При условии  $|\mu|gL < 1$  рассмотрим вспомогательную СНРУ

$$H(n+1, k, X, \mu) = A(n)H(n, k, X, \mu) + \mu F(n, H(n, k, X, \mu)) + X \delta_{n+1, k}, \quad (21)$$

где  $\delta_{n+1, k}$  —  $\delta$ -функция Дирака.

Ограниченное на всей оси  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  решение системы (21) называется нелинейным оператором Грина [4]. СНРУ (21) сведется к системе суммарных уравнений [5]

$$H(n, k, X, \mu) = G(n, k-1)X + \mu \sum_{s=-\infty}^{+\infty} G(n, s) F(s, H(s, k, X, \mu)) \quad (s-n, s-k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (22)$$

Ищем решение суммарных уравнений (22) в банаховом пространстве  $\mathcal{B}_\lambda$  ( $r < \lambda < 1$ ) с нормой, определяемой по формуле

$$\|H(n, k, X, \mu)\|_\lambda = \max_{n, k} \|H(n, k, X, \mu) \lambda^{-(n-k)}\| \quad (n-k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (23)$$

Введем нелинейный оператор  $R(H)$  в пространстве  $\mathcal{B}_\lambda$

$$R(H) \equiv \sum_{s=-\infty}^{+\infty} G(n, k) F(s, H(s, k, X, \mu)).$$

Используя определение нормы (23) и неравенство

$$\|G(n, k)\| \leq cr^{-|n-k|}, \quad c > 0, \quad 0 < r < 1,$$

получим оценку  $\|R(H_1) - R(H_2)\|_\lambda \leq c|\mu|L\theta\|H_1 - H_2\|$ , где

$$v = \max_{n, k} \left\{ \lambda^{-|n-k|} \sum_{s=-\infty}^{+\infty} r^{|n-s|} \lambda^{|s-k|} \right\} = \frac{1-r^2}{(1-\lambda r)(\lambda-r)}.$$

Если  $|\mu|cLv < 1$ , то по теореме Банаха [3] решение системы суммарных уравнений (22) в пространстве  $\mathcal{B}_\lambda$  находится методом последовательных приближений. Полагая  $cv = g = const$ , приходим к условию  $|\mu|gL < 1$ , при выполнении которого существует нелинейный оператор Грина.

Поскольку СНРУ (14) и (21) отличаются лишь при  $n = k + 1$ , то

$$H(k, k, X, \mu) \in G_1, H(k, k, X, \mu) - X \in G_1. \quad (24)$$

Введем обозначения [4]:

$$P_1(n, X, \mu) = H(n, n, X, \mu), \quad P_2(n, X, \mu) = X - H(n, n, X, \mu). \quad (25)$$

**Теорема 3.** Если для СНРУ (14) выполнено условие  $|\mu|gL < 1$ , тогда существует нелинейный оператор Грина  $H(n, k, X, \mu)$ , удовлетворяющий системе суммарных уравнений (22), и выражения  $P_i(n, X, \mu)$  ( $i=1, 2$ ) (25) являются нелинейными проекторами.

**Доказательство.** Существование ограниченного на всей оси  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  оператора Грина  $H(n, k, X, \mu)$  следует из теоремы 2. Если  $P_1(n, X, \mu) = X$ , то точка  $(n, X, \mu) \in G_1$ , что следует из геометрического смысла равенств (24). При этом получим равенство

$$P_1(n, P_1(n, X, \mu), \mu) = P_1(n, X, \mu) \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (26)$$

Если  $X = P_2(n, X, \mu)$ , то точка  $(n - X, \mu) \in G_2$  и при этом находим равенство

$$P_2(n, P_2(n, X, \mu), \mu) = P_2(n, X, \mu). \quad (27)$$

Найдем выражение  $P_i(n, P_j(n, X, \mu), \mu)$  ( $i, j = 1, 2; i \neq j$ ). Точка

$(n, P_1(n, X, \mu), \mu) \in G_2$  и при этом  $X = P_1(n, X, \mu)$ . Из равенства

$$P_1(n, X, \mu) + P_2(n, X, \mu) = X \quad (28)$$

следует, что  $P_2(n, X, \mu) = P_2(n, P_1(n, X, \mu), \mu) = 0$ . Аналогично,  $P_1(n, P_2(n, X, \mu), \mu) = 0$ . Следовательно,

$$P_i(n, P_j(n, X, \mu), \mu) = 0 \quad (i, j = 1, 2; i \neq j). \quad (29)$$

Равенства (26)-(29) определяют нелинейные проекторы.

**Замечание 1.** Если СРУ (14) линейна, то проекторы  $P_j(n, X, \mu)$  ( $j = 1, 2$ ) также будут линейными, которые можно представить в виде

$$P_j(n, X, \mu) = P_j(n, \mu)X \quad (j = 1, 2).$$

В линейном случае именно матрицы  $P_j(n, \mu)$  ( $j = 1, 2$ ) называются проекторами [4]. Зная проекторы  $P_j(n, X, \mu)$  ( $(j = 1, 2)$ ), находим системы уравнений, определяющие ИМ  $G_1, G_2$ . А именно, точка  $(n, X, \mu) \in G_1$ , если  $P_1(n, X, \mu) = X$  или  $P_2(n, X, \mu) = 0$ . Аналогично, точка  $(n, X, \mu) \in G_2$ , если

$$P_2(n, -X, \mu) + X = 0 \quad \text{или} \quad P_1(n, -X, \mu) = 0.$$

**Замечание 2.** Если проекции вектор-функции  $F(n, X)$  равномерно по  $n$  ( $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) голоморфны в некоторой окрестности  $X < R$  нулевого решения, то из равномерной сходимости при  $|\mu|gL < 1$  решения системы (22) методом последовательных приближений вытекает голоморфная зависимость нелинейного оператора Грина  $H(n, k, X, \mu)$ , и проекторы  $P_j(n, X, \mu)$  ( $(j = 1, 2)$ ) от  $\mu, X$  при достаточно малых значениях  $|\mu|, X$ . В этом случае уравнения  $P_2(n, X, \mu) = 0, P_1(n, X, \mu) = 0$ , определяющие ИМ  $G_1, G_2$  являются голоморфно зависящими от  $\mu, X$  в области  $|\mu| < \mu_0, X < R_0$  при некоторых малых значениях  $\mu > 0, 0 < R_0 < R$  [6].

**5.** Линейной заменой переменных преобразуем СНРУ (14) к расщепленному по линейному приближению вида

$$U_{n+1} = A_1(n)U_n + \mu F_1(n, U_n, V_n), \quad (30)$$

$$V_{n+1} = A_2(n)V_n + \mu F_2(n, U_n, V_n), (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots),$$

где  $\dim U_n = l > 0$ ,  $\dim V_n = s > 0$ ,  $l + s = m$ . При этом предполагаем, что выполнены соотношения

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} A_1(n)A_1(n-1)\cdots A_1(k) = 0, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} A_2^{-1}(n)A_2^{-1}(n+1)\cdots A_2^{-1}(k) = 0.$$

Уравнения ИМ  $G_1$  записываем в виде системы уравнений

$$V_n = Q(n, U_n, \mu), \quad \dim Q = s (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

Для вектора  $Q_n(n, U_n, \mu)$  из системы уравнений (30) имеем систему функциональных уравнений

$$A_2(n)Q(n, U, \mu) + \mu F_2(n, U, Q(n, U, \mu)) = Q(n+1, A_1(n)U + \mu F_1(n, U, Q(n, U, \mu))).$$

Аналогично, уравнения ИМ  $G_2$  можно искать в виде системы уравнений

$$U_n = S(n, V_n, \mu), \quad \dim S = l (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

Для вектора  $S(n, V, \mu)$  имеем систему функциональных уравнений

$$A_1(n)S(n, V, \mu) + \mu F_1(n, S(n, V, \mu), V) = S(n+1, A_2(n)V + \mu F_2(n, S(n, V, \mu), V)).$$

**Пример.** Рассматривается СНРУ

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \mu(u_n^2 - v_n^2), v_{n+1} = 2v_n + \mu u_n^2, \quad (31)$$

отыскивая ИМ  $G_1, G_2$  решений в виде уравнений  $V_n = q(u_n, \mu)$ ,  $u_n = s(v_n, \mu)$ , приходим к функциональным уравнениям

$$2q(u, \mu) + \mu u^2 = q\left(\frac{1}{2} + \mu u^2 - \mu q^2(u, \mu), \mu\right),$$

$$\frac{1}{2}s(v, \mu) + \mu s^2(v, \mu) - \mu v^2 = s(2v - \mu s^2(v, \mu)),$$

которые имеют решения

$$q(u, \mu) = -\frac{4}{7}\mu u^2 - \frac{32}{105}\mu^2 u^3 - \frac{28}{35}\mu^3 u^4 + \dots,$$

$$s(v, \mu) = -\frac{2}{7} \mu v^2 + \frac{8}{1519} \mu^3 v^4 + \dots$$

Отыскивая линейные проекторы  $P_j(X, \mu)$  ( $j=1, 2$ ) для СНРУ (31) получим выражения

$$P_1(X, \mu) = \begin{pmatrix} u - \frac{2}{7} \mu v^2 - \frac{16}{49} \mu^2 v u^2 + 0(\mu^3) \\ -\frac{4}{7} \mu u^2 + \frac{16}{49} \mu^2 u v^2 - \frac{32}{105} \mu^2 u^3 + 0(\mu^3) \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix},$$

$$P_2(X, \mu) = \begin{pmatrix} \frac{2}{7} \mu v^2 + \frac{16}{49} \mu^2 v u^2 + 0(\mu^3) \\ v + \frac{4}{7} \mu u^2 - \frac{16}{49} \mu^2 u v^2 + \frac{32}{105} \mu^2 u^3 + 0(\mu^3) \end{pmatrix}.$$

Проекторы  $P_j(X, \mu)$  ( $j=1, 2$ ) удовлетворяют соотношениям

$$P_i(P_j(X, \mu), \mu) = \delta_{ij} P_i(X, \mu) \quad (i, j=1, 2),$$

$$P_1(X, \mu) + P_2(X, \mu) = X.$$

Нелинейные проекторы  $P_j(X, \mu)$  ( $j=1, 2$ ) не зависят от  $n$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Митропольский Ю.А., Лыкова О.Б. Интегральные многообразия в нелинейной механике. – М.: Наука, 1970, 512 с.
2. Далецкий Ю.Л., Крейн М.Г. Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве. – М.: Наука, 1970.-535с.
3. Рисс Ф., Сёкефальви-Надь Б. Лекции по функциональному анализу. – М.: Изд-во иностр.лит., 1954, 500 с.
4. Валеев К.Г., Финин Г.С. Построение функций Ляпунова. – Киев: Наукова думка, 1981, 412 с.
5. Курбаншоев С.З. Аналитические интегральные многообразия. – Душанбе: Дониш, 1991, 375 с.
6. Курбаншоев С.З. О некоторых аналитических свойствах нелинейных проекторов систем разностных уравнений, содержащих малый параметр. – Докл. АН Тадж ССР, 1986, т.29, №5, с. 255-257.



С.З.ҚУРБОНШОЕВ, М.А.НУСАЙРИЕВ\*

**СОХТАНИ МАТРИТСАИ ГРИН ВА ПРОЕКТОРҲОИ СИСТЕМАИ  
МУОДИЛАҲОИ ФАРҚӢ**

*Донишгоҳи (Славянии) Россияю Тоҷикистон,*

*\*Донишгоҳи техникии Тоҷикистон ба номи академик М.Осимӣ*

Дар мақола барои сохтани проекторҳои системаи муодилаҳои фарқӣ матритсаи Грин истифода карда шуда, бо ёрии он бисёршаклҳои интегралӣ ва проекторҳо сохта шудаанд.

**Калимаҳои калидӣ:** функсияи Грин, дихотомияи экспоненциалӣ, муодилаҳои фарқӣ, бисёртасвирҳои интегралӣ, проекторҳо.

S.Z.KURBANSHOEV, M.A.NUSAYRIEV\*

**THE CONSTRUCTION OF THE GREEN MATRIX AND PROJECTORS OF  
SYSTEMS OF DIFFERENCE EQUATIONS**

*Russian-Tajik (Slavonic) University,*

*\*M.Osimi Tajik Technical University*

In the paper, the Greens matrix is used to construct projectors that split the solution of a system of difference equations . Integral manifolds of solutions and projectors for linear, nonlinear and functional systems of difference equations are constructed.

**Key words:** Grin function, exponential dichotomy, difference equations, integral manifold, projectors.

УДК 517:948.9:669.548.55

И.КУРБОНОВ, Х.П.САЙДАЛИЕВ\*

**О РАЗРЕШИМОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ  
ЭЛЕКТРОМАГНИТОУПРУГОСТИ ДЛЯ НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД**

*Российско-Таджикский (Славянский) университет,*

*\*Курган-Тюбинский государственный университет им. Н.Хусрава*

*Поступила в редакцию 05.10.2017 г.*

*Изучаются решения уравнения электромагнитоупругости в области  $Q = \{(x, t) | x \in \Omega, \Omega = (0, l), t \in [0, T]\}$ . Доказаны теоремы существования и единственности указанных задач в пространствах с весом  $\sqrt{\mu(x)}$ ,  $\sqrt{\varepsilon(x)}$ . При доказательстве теоремы существования используются свойства связанных полей и неравенство Гронуолла-Беллмана.*

**Ключевые слова:** магнитоупругость, априорные оценки, неравенство Гронуолла-Беллмана, свойства связанных полей.

Многие задачи теории упругости и магнитных полей, встречающихся в природе, взаимосвязаны. Такие задачи приводят к следующей нелинейной системе уравнений в одномерном случае:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} - p \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= f(x, t), \\ -\frac{\partial H}{\partial x} &= \frac{\partial D(E)}{\partial t} + J(E) + J_{\text{ст.}}(x, t), \\ \frac{\partial E}{\partial x} &= -\frac{\partial B(H)}{\partial t} \end{aligned} \quad (1)$$

при граничных и начальных условиях

$$u(0, t) = 0, u(l, t) = 0, t \in [0, T],$$

*Адрес для корреспонденции:* Курбонов Икром. 734031, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. М.Турсунзода, 30, Российско-Таджикский (Славянский) университет. E-mail: hudson90@mail.ru

$$H(0, t) = 0, H(l, t) = 0, t \in [0, T],$$

$$u(x, 0) = u_0(x), u'(x, 0) = u_1(x), x \in \Omega,$$

$$H(x, 0) = H_0(x), E(x, 0) = E_0(x), x \in \Omega.$$

$u(x, 0) = u_0(x), u'(x, 0) = u_1(x), x \in \Omega, H(x, 0) = H_0(x), E(x, 0) = E_0(x), x \in \Omega,$  с определяющими уравнениями вида

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \tilde{E} \varepsilon_x = \tilde{\mu} H, \quad \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \\ D(E) &= \varepsilon(x) |E|^q, \quad q \geq 2, \\ B(H) &= \mu(x) H + \tilde{\varepsilon} \varepsilon_x, \\ J(E) &= \sigma E. \end{aligned} \quad (2)$$

**Теорема 1.** *Предположим, что  $\sigma, \tilde{\varepsilon}, \tilde{\mu}$  – положительные постоянные и  $\tilde{\varepsilon} = \tilde{\mu}, \varepsilon(x), \mu(x)$  – непрерывные неотрицательные функции в области  $\Omega$ . Кроме того,*

$$\begin{aligned} u_0 &\in L^2_{(\Omega)}, u_1 \in L^2_{(\Omega)}, H_0 \in L^2_{\sqrt{\mu(x)}, (\Omega)}, \\ E_0 &\in L^2_{\sqrt{\varepsilon(x)}, (\Omega)}, J_{\text{ст.}}(x, t), f(x, t) \in L^2_{(\Omega)}. \end{aligned} \quad (3)$$

Тогда существует тройка функций  $u(x, t), E(x, t)$  и  $H(x, t)$ , удовлетворяющих следующим условиям:

$$\begin{aligned} u, u' &\in L^\infty((0, T); L^2_{(\Omega)}), \\ H &\in L^\infty((0, T); L^2_{\sqrt{\mu(x)}, (\Omega)}), \\ E &\in L^\infty((0, T); L^{q+1}_{(\Omega)}). \end{aligned}$$

**Доказательство.** Из системы (1) с помощью определяющих уравнений вида (2) приходим к системе уравнений вида

$$\begin{aligned} \tilde{E} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \tilde{\mu} \frac{\partial H}{\partial x} - p \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= f(x, t), \\ -\frac{\partial H}{\partial x} &= q \varepsilon(x) |E|^{q-1} \frac{\partial E}{\partial t} + \sigma E + J_{\text{ст.}}(x, t), \\ \frac{\partial E}{\partial x} &= -\mu(x) \frac{\partial H}{\partial t} - \tilde{\varepsilon} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t}. \end{aligned} \quad (4)$$

Умножая первое уравнение на  $\frac{\partial u}{\partial t}$ , второе на  $E$ , третье на  $H$  и суммируя, нахо-

дим:

$$\begin{aligned} & \tilde{E} \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \tilde{\mu} \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial E}{\partial x} - p \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - E \frac{\partial H}{\partial x} - H \frac{\partial E}{\partial x} - q \varepsilon(x) |E|^{q-1} \frac{\partial E}{\partial t} - \\ & - \tilde{\varepsilon} H \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} - \mu(x) H \frac{\partial H}{\partial t} - \partial E^2 = \frac{\partial u}{\partial t} f(x, t) + E J_{\text{ст.}}(x, t). \end{aligned} \quad (5)$$

Интегрируя обе стороны (5) по  $x$ , от 0 до  $l$  по  $t$ , от 0 до  $t$  и замечая, что

$$\begin{aligned} & \int_0^t \int_0^l E \frac{\partial H}{\partial x} dx dt + \int_0^t \int_0^l E \frac{\partial E}{\partial x} dx dt = 0, \\ & \tilde{\varepsilon} \int_0^t \int_0^l H \frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} dt dx + \tilde{\mu} \int_0^t \int_0^l E \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial H}{\partial x} dt dx = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

после несложных преобразований находим равенство

$$\begin{aligned} & \int_0^t \frac{\partial}{\partial t} \left[ \tilde{E} \left\| \frac{\partial u}{\partial x} \right\|_{L^2(\Omega)} + p \left\| \frac{\partial u}{\partial t} \right\|_{L^2(\Omega)} + \|H\|_{L^2_{\sqrt{\mu(x)}, (\Omega)}} + \frac{2q}{q+1} \|H\|_{L^{q+1}_{\sqrt{\varepsilon}}, (\Omega)} \right] dt + \\ & + 2\sigma \int_0^t \|E\|_{L^2(\Omega)} dt = -2 \int_0^t \int_0^l \frac{\partial u}{\partial t} f(x, t) dt dx - 2 \int_0^t \int_0^l E J_{\text{ст.}}(x, t) dt dx \end{aligned}$$

Из последнего тождества в силу неравенства Юнга вытекает неравенство

$$\begin{aligned} & \tilde{E} \left\| \frac{\partial u}{\partial x} \right\|_{L^2(\Omega)} + p \left\| \frac{\partial u}{\partial t} \right\|_{L^2(\Omega)} + \|H\|_{L^2_{\sqrt{\mu(x)}, (\Omega)}} + \frac{2q}{q+1} \|H\|_{L^{q+1}_{\sqrt{\varepsilon}}, (\Omega)} + \\ & + 2\sigma \int_0^t \|E\|_{L^2(\Omega)} dt \leq C + \int_0^t \left\| \frac{\partial u}{\partial t} \right\|_{L^2(\Omega)} dt + \int_0^t \|E\|_{L^2(\Omega)} dt, \end{aligned} \quad (7)$$

где

$$C = \int_0^t \|f(x, t)\|_{L^2(\Omega)} dt + \int_0^t \|J_{\text{ст.}}(x, t)\|_{L^2(\Omega)} dt.$$

Усиливая неравенство (7) и используя неравенство Гронуолла-Белмана, находим оценку

$$\begin{aligned}
& \tilde{E} \left\| \frac{\partial u}{\partial x} \right\|_{L^2(\Omega)} + p \left\| \frac{\partial u}{\partial t} \right\|_{L^2(\Omega)} + \|H\|_{L^2_{\sqrt{\mu(x)},(\Omega)}} + \frac{2q}{q+1} \|E\|_{L^{q+1}_{\sqrt{\varepsilon},(\Omega)}} dt \leq \\
& \leq c \cdot \exp \int_0^t \left[ \left\| \frac{\partial u}{\partial t} \right\|_{L^2(\Omega)} + (1-2\sigma) \|E\|_{L^2(\Omega)} \right] dt.
\end{aligned} \tag{8}$$

Неравенство (8) приводит к априорным оценкам

$$\begin{aligned}
u, u' & \in L^\infty((0, T); L^2_{(\Omega)}), \\
H & \in L^\infty((0, T); L^2_{\sqrt{\mu(x)},(\Omega)}), \\
E & \in L^\infty((0, T); L^{q+1}_{(\Omega)}).
\end{aligned}$$

**Теорема 2 (единственность).** Пусть в условиях теоремы 1 выполняются условия (3). Тогда решение  $u$ ,  $E$  и  $H$ , полученное в теореме 1, единственно.

**Доказательство.** Покажем, что это решение единственно. Если  $u_1, u_2, E_1, E_2$  и  $H_1, H_2$  – два решения, то  $u = u_1 - u_2$ ,  $E = E_1 - E_2$  и  $H = H_1 - H_2$  удовлетворяют уравнениям (1). Подставляя выражение  $u$ ,  $E$  и  $H$  в системе уравнений (4) и вычисляя их разность, приходим к системе уравнений:

$$\begin{aligned}
\tilde{E} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \tilde{\mu} \frac{\partial H}{\partial x} - p \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} & = 0, \\
-\frac{\partial H}{\partial x} & = q \varepsilon(x) |E|^{q-1} \frac{\partial E}{\partial t} + \sigma E + J_{\text{ст.}}(x, t), \\
\frac{\partial E}{\partial x} & = -\mu(x) \frac{\partial H}{\partial t} - \tilde{\varepsilon} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t}.
\end{aligned}$$

Умножая первое уравнение на  $\frac{\partial u}{\partial t}$ , второе на  $E$ , и третье на  $H$  и суммируя, нахо-

дим:

$$\begin{aligned}
\tilde{E} \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \tilde{\mu} \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial H}{\partial x} - p \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - E \frac{\partial H}{\partial x} - H \frac{\partial E}{\partial x} - \varepsilon(x) |E|^{q-1} \frac{\partial E}{\partial t} - \\
-\tilde{\varepsilon} H \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} - \mu(x) H \frac{\partial H}{\partial t} - \partial E^2 = E J_{\text{ст.}}(x, t).
\end{aligned} \tag{9}$$

Интегрируя обе стороны (9) по  $x$  от  $\mathbf{0}$  до  $l$ , по  $t$  от  $\mathbf{0}$  до  $t$  и замечая (6), имеем:

$$\tilde{E} \left\| \frac{\partial u}{\partial x} \right\|_{L^2(\Omega)} + p \left\| \frac{\partial u}{\partial t} \right\|_{L^2(\Omega)} + \|H\|_{L^2_{\sqrt{\mu(x)}, (\Omega)}} + \frac{2q}{q+1} \|E\|_{L^{q+1}_{\sqrt{\varepsilon}}, (\Omega)} dt = 0.$$

Используя неравенство Гронуолла-Белмана и усиливая его, получаем:

$$p \left\| \frac{\partial u}{\partial t} \right\|_{L^2(\Omega)} + \|H\|_{L^2_{\sqrt{\mu(x)}, (\Omega)}} + \frac{2q}{q+1} \|E\|_{L^{q+1}_{\sqrt{\varepsilon}}, (\Omega)} \leq 0,$$

следовательно

$$u = 0, H = 0, E = 0 \text{ или } u_1 = u_2, E_1 = E_2, H_1 = H_2.$$

Аналогичные задачи будем рассматривать с определяющими уравнениями вида

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \tilde{E} \varepsilon_x - \tilde{\mu} H, \quad \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \\ D(E) &= \varepsilon(x) E, \\ B(H) &= \mu(x) H + \tilde{\varepsilon} \varepsilon_x, \\ J(E) &= \sigma |E|^q, \quad q \geq 2. \end{aligned} \tag{10}$$

**Теорема 3.** *Предположим, что  $\sigma, \tilde{\varepsilon}, \tilde{\mu}$  – положительные постоянные, и  $\tilde{\varepsilon} = \tilde{\mu}, \varepsilon(x), \mu(x)$  – непрерывные неотрицательные функции в области  $\Omega$ . Кроме того,*

$$\begin{aligned} u_0 &\in L^2_{(\Omega)}, u_1 \in L^2_{(\Omega)}, H_0 \in L^2_{\sqrt{\mu(x)}, (\Omega)}, \\ E_0 &\in L^2_{\sqrt{\varepsilon(x)}, (\Omega)}, J_{\text{ст.}}(x, t), f(x, t) \in L^2_{(\Omega)}. \end{aligned}$$

Тогда существует тройка функций  $u(x, t), E(x, t)$  и  $H(x, t)$ , удовлетворяющих следующим условиям:

$$\begin{aligned} u, u' &\in L^\infty((0, T); L^2_{(\Omega)}), \\ H &\in L^\infty((0, T); L^2_{\sqrt{\mu(x)}, (\Omega)}), \\ E &\in L^\infty((0, T); L^{q+1}_{(\Omega)}). \end{aligned}$$

**Доказательство.** Из системы (1) с помощью определяющих уравнений вида (10) приходим к системе уравнений вида

$$\begin{aligned}
& \tilde{E} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \tilde{\mu} \frac{\partial H}{\partial x} - p \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = f(x, t), \\
& -\frac{\partial H}{\partial x} = \varepsilon(x) \frac{\partial E}{\partial t} + \sigma |E|^q + J_{\text{cr.}}(x, t), \\
& \frac{\partial E}{\partial x} = -\mu(x) \frac{\partial H}{\partial t} - \tilde{\varepsilon} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t}.
\end{aligned} \tag{11}$$

Умножая первое уравнение на  $\frac{\partial u}{\partial t}$ , второе на  $E$ , третье на  $H$  и суммируя, находим:

$$\begin{aligned}
& \tilde{E} \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \tilde{\mu} \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial E}{\partial x} - p \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - E \frac{\partial H}{\partial x} - H \frac{\partial E}{\partial x} - \varepsilon(x) E \frac{\partial E}{\partial t} - \\
& - \tilde{\varepsilon} H \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} - \mu(x) H \frac{\partial H}{\partial t} - \partial |E|^{q+1} = \frac{\partial u}{\partial t} f(x, t) + E J_{\text{cr.}}(x, t).
\end{aligned} \tag{12}$$

Интегрируя обе стороны (12) по  $x$ , от  $0$  до  $l$ , по  $t$ , от  $0$  до  $t$  и замечая (6), после несложных преобразований находим равенство:

$$\begin{aligned}
& \int_0^t \frac{\partial}{\partial t} \left[ \tilde{E} \left\| \frac{\partial u}{\partial x} \right\|_{L^2(\Omega)} + p \left\| \frac{\partial u}{\partial t} \right\|_{L^2(\Omega)} + \|E\|_{L^2_{\sqrt{\mu(x)}(\Omega)}} + \|H\|_{L^2_{\sqrt{\varepsilon}(\Omega)}} \right] dt + \\
& + 2\sigma \int_0^t \|E\|_{L^{q+1}(\Omega)} dt = -2 \int_0^t \int_0^l \frac{\partial u}{\partial t} f(x, t) dt dx - 2 \int_0^t \int_0^l E J_{\text{cr.}}(x, t) dt dx.
\end{aligned}$$

Из последнего тождества в силу неравенства Юнга вытекает неравенство

$$\begin{aligned}
& \tilde{E} \left\| \frac{\partial u}{\partial x} \right\|_{L^2(\Omega)} + p \left\| \frac{\partial u}{\partial t} \right\|_{L^2(\Omega)} + \|E\|_{L^2_{\sqrt{\mu(x)}(\Omega)}} + \|H\|_{L^2_{\sqrt{\varepsilon}(\Omega)}} \leq \\
& \leq C + \int_0^t \left\| \frac{\partial u}{\partial t} \right\|_{L^2(\Omega)} dt + \int_0^t \|E\|_{L^2(\Omega)} dt - 2\sigma \int_0^t \|E\|_{L^{q+1}(\Omega)} dt,
\end{aligned} \tag{13}$$

где

$$C = \int_0^t \|f(x, t)\|_{L^2(\Omega)} dt + \int_0^t \|J_{\text{cr.}}(x, t)\|_{L^2(\Omega)} dt.$$

Усиливая неравенство (13) и используя неравенство Гронуолла-Беллмана, находим оценку

$$\begin{aligned} & \tilde{E} \left\| \frac{\partial u}{\partial x} \right\|_{L^2(\Omega)} + p \left\| \frac{\partial u}{\partial t} \right\|_{L^2(\Omega)} + \|E\|_{L^2_{\sqrt{\mu(x)}, (\Omega)}} + \|H\|_{L^2_{\sqrt{\varepsilon}, (\Omega)}} \leq \\ & \leq c \cdot \exp \int_0^t \left[ \left\| \frac{\partial u}{\partial t} \right\|_{L^2(\Omega)} + \|E\|_{L^{q+1}(\Omega)} - 2\sigma \|E\|_{L^2(\Omega)} \right] dt. \end{aligned}$$

Неравенство (8) приводит к априорным оценкам:

$$\begin{aligned} u, u' & \in L^\infty \left( (0, T); L_{2,(\Omega)} \right), \\ H & \in L^\infty \left( (0, T); L^2_{\sqrt{\mu(x)}, (\Omega)} \right), \\ E & \in L^\infty \left( (0, T); L^{q+1}(\Omega) \right). \end{aligned}$$

**Теорема 4 (единственность).** Пусть в условиях теоремы 1 выполняются условия (11). Тогда решение  $u$ ,  $E$  и  $H$ , полученное в теореме 3, единственно.

**Доказательство.** Покажем, что это решение единственно. Если  $u_1, u_2, E_1, E_2$  и  $H_1, H_2$  – два решения, то  $u = u_1 - u_2$ ,  $E = E_1 - E_2$  и  $H = H_1 - H_2$  удовлетворяют уравнениям (1). Подставляя выражение  $u$ ,  $E$  и  $H$  в систему уравнений (11) и вычисляя их разность, приходим к системе уравнений:

$$\begin{aligned} \tilde{E} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \tilde{\mu} \frac{\partial H}{\partial x} - p \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} & = 0, \\ -\frac{\partial H}{\partial x} & = \varepsilon(x) \frac{\partial E}{\partial t} + \sigma |E|^q + J_{\text{ст.}}(x, t), \\ \frac{\partial E}{\partial x} & = -\mu(x) \frac{\partial H}{\partial t} - \tilde{\varepsilon} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t}. \end{aligned}$$

Умножая первое уравнение на  $\frac{\partial u}{\partial t}$ , второе на  $E$ , третье на  $H$  и суммируя, нахо-

дим:

$$\begin{aligned} \tilde{E} \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \tilde{\mu} \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial E}{\partial x} - p \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - E \frac{\partial H}{\partial x} - H \frac{\partial E}{\partial x} - \varepsilon(x) E \frac{\partial E}{\partial t} - \\ - \tilde{\varepsilon} H \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} - \mu(x) H \frac{\partial H}{\partial t} - 2\sigma |E|^{q+1} & = \frac{\partial u}{\partial t} f(x, t) + E J_{\text{ст.}}(x, t). \end{aligned} \tag{14}$$

Интегрируя обе стороны (14), по  $x$  от  $0$  до  $l$ , по  $t$ , от  $0$  до  $t$  и замечая (6), имеем:



$$\tilde{E} \left\| \frac{\partial u}{\partial x} \right\|_{L^2(\Omega)} + p \left\| \frac{\partial u}{\partial t} \right\|_{L^2(\Omega)} + \|E\|_{L^2_{\sqrt{\varepsilon(x)}}(\Omega)} + \|H\|_{L^2_{\sqrt{\mu(x)}}(\Omega)} + 2\sigma \int_0^t \|E\|_{L^{q+1}(\Omega)} dt = 0.$$

Из последнего торжества в силу неравенства Гронуолла-Беллмана получаем:

$$p \left\| \frac{\partial u}{\partial t} \right\|_{L^2(\Omega)} + \|E\|_{L^2_{\sqrt{\varepsilon(x)}}(\Omega)} + \|H\|_{L^2_{\sqrt{\mu(x)}}(\Omega)} \leq 0.$$

Следовательно,

$$u = 0, H = 0, E = 0 \text{ или } u_1 = u_2, E_1 = E_2, H_1 = H_2.$$

### ЛИТЕРАТУРА

1. Курбанов И. – Асимптотические решения нелинейных уравнений с малыми параметрами. – Киев: Ин-т математики АН УССР, 1991, с. 71-78.
2. Лионс Ж.Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач – М.: Мир, 1972, 587 с.
3. Мартынюк А.А., Лакшмикантам В., Лиля С. Метод интегральных неравенств. – Киев: Наукова думка, 1989, 271 с.
4. Филатов А.Н., Шарова Л.В. Интегральные неравенства и теория колебания линейных упругих сред. – Ташкент: Фан, 1982, 236 с.

И.ҚУРБОНОВ, Ҳ.П.САЙДАЛИЕВ\*

### ОИДИ МАВЌУДЯТИ ҲАЛҶОИ ҒАЙРИҲАТИИ МАСЪАЛАҶОИ КАНОРИИ ЗИЧИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТӢ БАРОИ МУҲИТҶОИ ҒАЙ- РИЯКҶИНСА

*Донишгоҳи (Славянии) Россияю Тоҷикистон,*

*\*Донишгоҳи Давлатии Қургонтеппа ба номи Н.Хусрав*

Дар мақола ҳал доштани муодилаҳо оиди зичии электромагнитӣ дар соҳаи  $Q = \{(x, t) | x \in \Omega, \Omega = (0, l), t \in [0, T]\}$  дида мешавад. Теоремаи мавҷудият ва ягонагии ҳал доштани масъалаҳои дар боло овардашуда дар фазоҳои вазндоштаи  $\sqrt{\mu(x)}$ ,  $\sqrt{\varepsilon(x)}$  исбот карда шуда, инчунин хосиятҳои майдонҳои алоқаманд ва нобаробарии Гронуолл-Беллман истифода шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** чандирӣ-электромагнитӣ, баҳоҳои априорӣ, нобаробарии Гронуолл-Беллман, хосиятҳои майдонҳои алоқаманд.

I.KURBONOV, Kh.P.SAIDALIEV\*

**ABOUT SOLUBILITY OF THE NONLINEAR MARGINAL PROBLEMS OF  
ELECTROMAGNETOELASTICITY FOR NONHOMOGENEOUS MATTER**

*Russian-Tajik (Slavonic) University,*

*\*N.Khusrav Qurgantyube State University*

Solutions of bound fields equations of electromagnetoelasticity are studied in the field of  $Q = \{ (x, t) \mid x \in \Omega, \Omega = (0, l), t \in [0, T] \}$ . Theorem of existence and unique specified problems, in space with weight  $\sqrt{\mu(x)}, \sqrt{\varepsilon(x)}$  is proved. At proof of the theorem of existence characteristics of bound fields and Gronuoll-Bellman inequality are used.

**Key words:** electromagnetoelasticity, an a priori estimations, Gronuoll-Bellman inequality, a characteristic of bound fieldlds.

УДК 517.95

М.А.РАХИМОВА

**ПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ ПЕРЕОПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ  
УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ С СИНГУЛЯРНЫМИ  
КОЭФФИЦИЕНТАМИ**

*Таджикский государственный университет права, бизнеса и политики*

*Поступила в редакцию 20.11.2017 г.*

*В статье исследуются переопределённые системы уравнений в частных производных с сингулярными коэффициентами. Для рассматриваемых систем изучена задача о решениях, определенных в первой четверти плоскости и растущих на бесконечности не быстрее полинома. Найдены достаточные условия существования указанных решений. Эти условия выписываются через коэффициенты и правые части системы.*

**Ключевые слова:** переопределенная система уравнений в частных производных, сингулярные коэффициенты, полиномиальные решения, пространство локально-интегрируемых функций.

Переопределённые системы уравнений с частными производными и дифференциальные уравнения с сингулярными коэффициентами встречаются во многих прикладных задачах (см., например, [1-4]).

В настоящей статье для переопределённых систем двух уравнений в частных производных первого порядка с сингулярными коэффициентами рассматривается задача о существовании решений, определенных в области  $D = \{(x, y) : x > 0, y > 0\}$  и растущих при  $x + y \rightarrow \infty$  не быстрее, чем  $x^N + y^N$ ,  $N \in \{0, 1, \dots\}$ . Эта задача исследуется методами работ [5-7].

1. В области  $D$  рассмотрим переопределенную систему дифференциальных уравнений с сингулярными коэффициентами

---

*Адрес для корреспонденции:* Рахимова Махсуда Аюбовна. 735700, Республика Таджикистан, г. Худжанд, мкр. 17, дом 1, корп. 2, Таджикский государственный университет права, бизнеса и политики. E-mail: rakhimova.mahsuda@mail.ru

$$\begin{cases} u_x = \frac{a(x, y)}{x}u + f(x, y), \\ u_y = \frac{b(x, y)}{y}u + g(x, y). \end{cases} \quad (1)$$

Через  $C(D)$  обозначим пространство непрерывных в области  $D$  функций, через  $L_{1,loc}(D)$  – пространство функций, локально-интегрируемых в  $D$ , а через  $P_N$  - множество функций  $v(x, y)$  из  $C(D)$ , удовлетворяющих условию

$$|v(x, y)| \leq K(1 + x^N + y^N), \quad (x, y) \in D,$$

где  $K = K(v) > 0$ ,  $N \in \{0, 1, \dots\}$ .

Будем предполагать, что функции  $a, b$  принадлежат  $C(D)$ ,  $f, g$  принадлежат  $P_N$  и существуют частные производные  $a_y, b_x, f_y, g_x$ , принадлежащие  $L_{1,loc}(D)$ .

Необходимыми и достаточными условиями полной разрешимости системы (1) являются равенства

$$\frac{a_y}{x} = \frac{b_x}{y}, \quad f_y - g_x + \frac{ag}{x} - \frac{bf}{y} = 0 \quad \forall (x, y) \in D. \quad (2)$$

В дальнейшем будем предполагать, что эти условия выполняются.

Пусть  $S = \{(x, y) : x > y > 0\}$  и  $\Omega = \{(t, \xi, \eta) : t > 0, (\xi, \eta) \in S\}$ . По коэффициентам системы (1) определим следующие функции

$$\alpha(y, \xi, \eta) = \frac{1}{\xi - \eta} \int_{\eta}^{\xi} \frac{a(t, y)}{t} dt, \quad \beta(x, \xi, \eta) = \frac{1}{\xi - \eta} \int_{\eta}^{\xi} \frac{b(x, s)}{s} ds, \quad (\xi, \eta) \in S.$$

Предположим, что выполняются условия

$$|a(x, \xi) - a(x, \eta)| \leq a_0(x) |\xi - \eta|^{v_1} \quad \forall (\xi, \eta) \in S, \quad 0 < v_1 < 1, \quad (3)$$

$$|b(\xi, y) - b(\eta, y)| \leq b_0(y) |\xi - \eta|^{v_2} \quad \forall (\xi, \eta) \in S, \quad 0 < v_2 < 1, \quad (4)$$

где  $a_0(x)$  и  $b_0(y)$  положительные функции такие, что  $\frac{a_0(x)}{x}$  и  $\frac{b_0(y)}{y}$  принадлежат пространству  $L_{1,loc}(0, \infty)$ .

Можно показать, что если выполняются условия (3) и (4) и функции  $\alpha(y, \xi, \eta)$ ,  $\beta(x, \xi, \eta)$  ограничены снизу, то существуют следующие нижние пределы

$$a_+ = \lim_{\substack{\xi \rightarrow \eta \rightarrow \infty \\ \xi > \eta > 0}} \alpha(y, \xi, \eta), \quad b_+ = \lim_{\substack{\xi \rightarrow \eta \rightarrow \infty \\ \xi > \eta > 0}} \beta(x, \xi, \eta)$$

и эти пределы не зависят от  $y$  и  $x$  соответственно.

Имеют место следующие утверждения.

**Теорема 1.** Пусть выполняются условия (2) и (4). Пусть функция  $\alpha(y, \xi, \eta)$  является ограниченной снизу в области  $\Omega$  и функции  $f$ ,  $g$ ,  $\frac{bf}{y}$  принадлежат классу  $P_N$ .

Тогда при  $a_+ > 0$  система (1) имеет единственное в классе  $P_N$  решение и это решение даётся формулой

$$u(x, y) = - \int_x^\infty f(t, y) e^{t \int_{\xi}^x \frac{a(\xi, y)}{\xi} d\xi} dt.$$

**Теорема 2.** Пусть выполняются условия (2) и (3). Пусть функция  $\beta(x, \xi, \eta)$  является ограниченной снизу в области  $\Omega$  и функции  $f$ ,  $g$ ,  $\frac{ag}{x}$  принадлежат классу  $P_N$ .

Тогда при  $b_+ > 0$  система (1) имеет единственное в классе  $P_N$  решение и это решение даётся формулой

$$u(x, y) = - \int_y^\infty g(x, \eta) e^{\eta \int_{\tau}^y \frac{b(x, \tau)}{\tau} d\tau} d\eta.$$

2. Теперь в области  $D$  рассмотрим переопределённую систему дифференциальных уравнений с сингулярными коэффициентами вида

$$\begin{cases} u_x = \frac{a(x, y)}{y} u + f(x, y), \\ u_y = \frac{b(x, y)}{x} u + g(x, y), \end{cases} \quad (5)$$

где коэффициенты  $a$  и  $b$  являются ограниченными в области  $D$ .

Необходимыми и достаточными условиями полной разрешимости системы (5) являются равенства

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{a}{y} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{b}{x} \right), \quad f_y - g_x + \frac{ag}{x} - \frac{bf}{y} = 0 \quad \forall (x, y) \in D. \quad (6)$$

В дальнейшем будем предполагать, что эти условия выполнены.

Относительно разрешимости системы (5) в классе  $P_N$  справедливы следующие утверждения.

**Теорема 3.** Пусть выполняются условия (6) и  $\inf_{(x,y) \in D} a(x,y) > 0$ . Пусть функции  $f$  и  $g$  принадлежат классу  $P_N$ . Тогда система (5) имеет единственное в классе  $P_N$  решение и это решение даётся формулой

$$u(x, y) = - \int_x^{+\infty} f(\xi, y) e^{\frac{1}{y} \int_{\xi}^x a(t, y) dt} d\xi$$

**Теорема 4.** Пусть выполняются условия (6) и  $\inf_{(x,y) \in D} b(x,y) > 0$ . Пусть функции  $f$  и  $g$  принадлежат классу  $P_N$ . Тогда система (5) имеет единственное в классе  $P_N$  решение и это решение даётся формулой

$$u(x, y) = - \int_y^{+\infty} g(x, \eta) e^{\frac{1}{x} \int_{\eta}^y b(x, \tau) d\tau} d\eta.$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гайшун И. В. Вполне разрешимые многомерные дифференциальные уравнения. – М.: Едиториал УРСС, 2004, 272 с.
2. Бицадзе А.В. Некоторые классы уравнений в частных производных. – М.: Наука, 1981, 448 с.
3. Раджабов Н.Р. Интегральное представление и граничные задачи для некоторых дифференциальных уравнений с сингулярной линией или сингулярными поверхностями. Ч. 4. – Душанбе: ТГУ, 1985, 157 с.
4. Михайлов Л. Г. Некоторые переопределенные системы уравнений в частных производных с двумя неизвестными функциями. – Душанбе: Дониш, 1986, 116 с.
5. Мухамадиев Э. – Доклады АН ТаджССР, 1974, т. 17, №5, с. 3-6.
6. Байзаев С., Рахимова М. А. – Учёные записки ХГУ, серия естественные и экономические науки, 2016, №3(38), с. 8-15.
7. Байзаев С., Рахимова М. А. – Учёные записки ХГУ, серия естественные и экономические науки, 2017, №3, с. 5-18.

М.А.РАҲИМОВА

**ҲАЛҲОИ ПОЛИНОМИАЛИИ СИСТЕМАИ МУОДИЛАҲО БО  
ҲОСИЛАҲОИ ХУСУСИИ БАРЗИЁДМУАЙЯНШУДАИ  
КОЭФФИТСИЕНТҲОЯШОН СИНГУЛЯРӢ**

*Донишгоҳи давлатии ҳуқуқ, бизнес ва сиёсати Тоҷикистон*

Дар мақола системаи муодилаҳои барзиёдмуайяншуда бо ҳосилаҳои хусусии коэффитсиентҳояшон сингулярӣ тадқиқ карда шудаанд. Барои системаи мазкур масъала оиди ҳалҳои дар чоряки якуми ҳамворӣ муайян ва дар беохирӣ афзуншавиашон аз функсияи дараҷагӣ зиёд набуда омӯхта шудааст. Шартҳои зарурии мавҷудияти чунин ҳалҳо муайян карда шудаанд. Ин шартҳо тавассути коэффитсиентҳо ва тарафҳои рости система навишта мешаванд.

**Калимаҳои калидӣ:** системаи муодилаҳои барзиёдмуайяншуда бо ҳосилаҳои хусусӣ, ҳалҳои полиномиалӣ, коэффитсиентҳои сингулярӣ, фазои функсияҳои локалӣ интегронидашаванда.

M.A.RAHIMOVA

**POLYNOMIAL SOLUTIONS OF OVERDETERMINED SYSTEMS  
OF PARTIAL DIFFERENTIAL EQUATIONS  
WITH SINGULAR COEFFICIENTS**

*Tajik State University of law, business and politics*

In the paper the overdetermined systems of partial differential equations with singular coefficients were investigated. For these systems the problem of solutions defined in the first quarter of the plane and growing at infinity is no faster than the polynomial was studied. Sufficient conditions for the existence of these solutions are found. These conditions are written out in terms of the coefficients and the right-hand sides of the system.

**Key words:** overdetermined system of partial differential equations, singular coefficients, polynomial solutions, the space of local-integrable functions.

УДК 541.123

Х.Х.МУМИНОВ, Ш.Ф.МУХАМЕДОВА, М.АСГАРИ-ЛАРИМИ

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СИГНАЛА  
В ТРЁХУРОВНЕВЫХ СИСТЕМАХ КВАНТОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ  
В РАМКАХ МНОГОСОЛИТОННЫХ РЕШЕНИЙ ВЕКТОРНОГО  
НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА**

*Физико-технический институт им. С.У.Умарова АН Республики Таджикистан*

*Поступила в редакцию 25.09.2017 г.*

*Проведено моделирование процесса передачи сигнала между кутритами с помощью векторного нелинейного уравнения Шредингера с потенциалом  $2\varepsilon(|\varphi_1|^2 - b^2) - \lambda|\varphi_2|^2$  и конденсатными граничными условиями. Показана возможность передачи сигнала в виде уединенных волн – солитонов, представляющих собой связанные возбужденные состояния с внутренней динамикой в трехуровневых системах.*

**Ключевые слова:** *n*-солитон, кутриты, кудиты, конденсатные граничные условия, векторное нелинейное уравнение Шредингера, бризер.

Теория нелинейных возбуждений в магнитных средах с учётом мультипольных эффектов привлекает внимание исследователей в связи возможностью уплотнения записи на магнитных носителях, а в последние годы – в связи с бурным развитием нанотехнологий и спинтроники [1-3].

Нами ранее было показано [4], что спиновые ионы с высокими значениями спинов являются прекрасными кандидатами на роль кудитов (для d-уровневой системы) и кутритов (в случае трёхуровневой системы, соответствующей магнитным ионам со спином  $S=1$ ).

---

*Адрес для корреспонденции:* Муминов Хикмат Халимович, Мухамедова Шоира Файзуллоевна, Мохаммад Асгари-Ларими. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/1, Физико-технический институт АН РТ. E-mail: muminov.khikmat@mail.ru, shoira74@mail.ru



Теория квантовых вычислений в многоуровневых системах, на кудитах, в настоящее время бурно развивается. Вместе с этим остаются нерешенными вопросы передачи сигнала (информации) в многоуровневых системах.

Ранее одним из авторов [4] было показано, что системы обобщенных когерентных состояний, построенные на генераторах группы  $SU(2S+1)$ , где  $S$  – спин магнитного иона, являются удобным инструментом для описания систем кудитов. Эти когерентные состояния для описания кутритов, то есть спиновых систем со значениями спина  $S=1$  (трёхуровневая система), можно представить в следующем виде [5]

$$|\varphi\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\varphi_1|^2 + \sqrt{|\varphi_2|^2}}} \{ |0\rangle + |\varphi_1\rangle |1\rangle + |\varphi_2\rangle |2\rangle \}, \quad (1)$$

где  $|0\rangle$  – вакуумное, референтное, состояние, а  $\psi_1$  и  $\psi_2$  – амплитуды вероятностей нахождения системы в одном из возбуждённых состояний.

Процесс обмена информацией между кутритами можно моделировать с помощью векторных нелинейных уравнений Шредингера. В данной работе мы рассматриваем векторное нелинейное уравнение Шредингера следующего вида

$$\begin{aligned} i \varphi_{1t} - \varphi_{1xx} + u(x,t)\varphi_1 &= 0, \\ i \varphi_{2t} - \varphi_{2xx} + u(x,t)\varphi_2 &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

с самосогласованным потенциалом

$$u(x,t) = 2\varepsilon \left( |\varphi_1(x,t)|^2 - b^2 \right) - \lambda |\varphi_2(x,t)|^2 \quad (3)$$

и граничными условиями

$$|\varphi_1|_{|x|\rightarrow\infty} = b, |\varphi_2|_{|x|\rightarrow\infty} = b. \quad (4)$$

Уравнение (2) также можно получить для описания гейзенберговского  $S=1$  ферромагнетика с одноионным обменом в рамках подхода  $SU(3)$  обобщенных когерентных состояний.

Гамильтониан изучаемой системы имеет вид

$$H = \int \left( |\varphi_{1x}|^2 + |\varphi_{2x}|^2 + u(x,t) \left( |\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2 \right) \right) dx, \quad (5)$$

интеграл числа частиц

$$N = \int \left( |\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2 \right) dx. \quad (6)$$

Нас интересует процесс передачи информации в трёхуровневой системе кутритов, что эффективно можно моделировать распространением многосолитонного возбуждения в системе (2).

Многосолитонные решения векторных нелинейных уравнений Шредингера удобно конструировать с помощью алгебро-геометрического метода конечнозонного интегрирования [6]. Многосолитонное решение (2) было ранее получено в работе [7,8] в следующем виде

$$\varphi_1 = b \left( 1 + \frac{e^{i\omega_1(x,t)}}{k - \varkappa_1} \psi_1(x,t) + \frac{e^{i\omega_2(x,t)}}{k - \varkappa_2} \psi_2(x,t) \right) e^{ik(x+kt)},$$

$$\varphi_2 = \gamma_1 \psi_1 + \gamma_2 \psi_2, \quad (7)$$

где

$$\psi_1 = \frac{A_1 e^{iW_1(x,t) - P_1(x,t)} + A_2 \sinh(P_2(x,t) + h_1) e^{iW_1(x,t)}}{A_3 \cosh(P_2(x,t) - P_1(x,t) + h_2) + A_4 \cosh(P_2(x,t) + P_1(x,t) + h_3) + \overline{A_5 \cos(W_2(x,t) - W_1(x,t) + h_4)}},$$

$$\psi_1 = \frac{A_6 e^{iW_1(x,t) - P_1(x,t)} + A_7 \sinh(P_2(x,t) + h_5)}{A_3 \cosh(P_2(x,t) - P_1(x,t) + h_2) + A_4 \cosh(P_2(x,t) + P_1(x,t) + h_3) + \overline{A_5 \cos(W_2(x,t) - W_1(x,t) + h_4)}},$$

$$W_1(x,t) = \alpha_1 x + (\alpha_1^2 - \beta_1^2)t, \quad W_2(x,t) = \alpha_2 x + (\alpha_2^2 - \beta_2^2)t,$$

$$P_1(x,t) = \beta_1(x + 2\alpha_1 t), \quad P_2(x,t) = \beta_2(x + 2\alpha_2 t),$$

$$h_1 = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\kappa_{21}}{\kappa_{11} \kappa_{22} C_{22}} \right|, \quad h_2 = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{C_{11} \kappa_{11}}{\kappa_{22} C_{22}} \right|,$$

$$h_3 = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{(C_{12} C_{21} - C_{11} C_{22}) |\kappa_{12}|^2 \kappa_{21} \kappa_{22}}{|\kappa_{12}|^2} \right|,$$

$$h_4 = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{C_{12} \kappa_{12}}{\kappa_{21} C_{21}} \right|, \quad h_5 = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\overline{\kappa_{12}}}{\kappa_{21} \kappa_{11} C_{11}} \right|,$$

$$\kappa_1 = \alpha_1 + i\beta_1, \quad \kappa_2 = \alpha_2 + i\beta_2, \quad \kappa_{ij} = \kappa_i - \bar{\kappa}_j, \quad \bar{\kappa}_{ij} = \bar{\kappa}_i - \kappa_j,$$

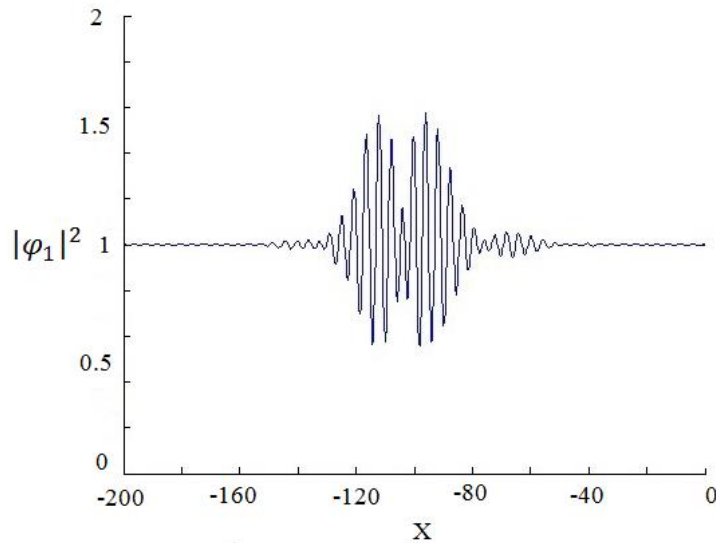
$$A_1 = \frac{C_{12}}{2}, \quad A_2 = \left( \frac{\bar{\kappa}_{21} C_{22}}{\kappa_{12} \kappa_{21}} \right)^{1/2}, \quad A_3 = \left( \frac{C_{11} C_{22}}{\kappa_{11} \kappa_{22}} \right)^{1/2},$$

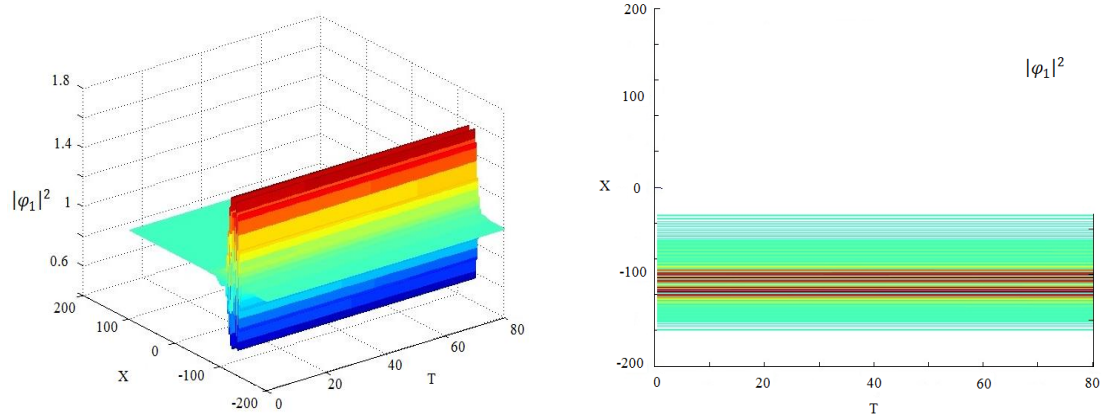
$$A_4 = \left[ \frac{(C_{12} C_{21} - C_{11} C_{22}) |\kappa_{12}|^2}{|\bar{\kappa}_{12}|^2 \kappa_{11} \kappa_{22}} \right]^{1/2},$$

$$A_5 = - \left( \frac{C_{12} C_{21}}{\kappa_{21} \kappa_{21}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad A_6 = \frac{1}{2} C_{21}, \quad A_7 = \left( \frac{\bar{\kappa}_{12} C_{11}}{\kappa_{12} \kappa_{21}} \right).$$

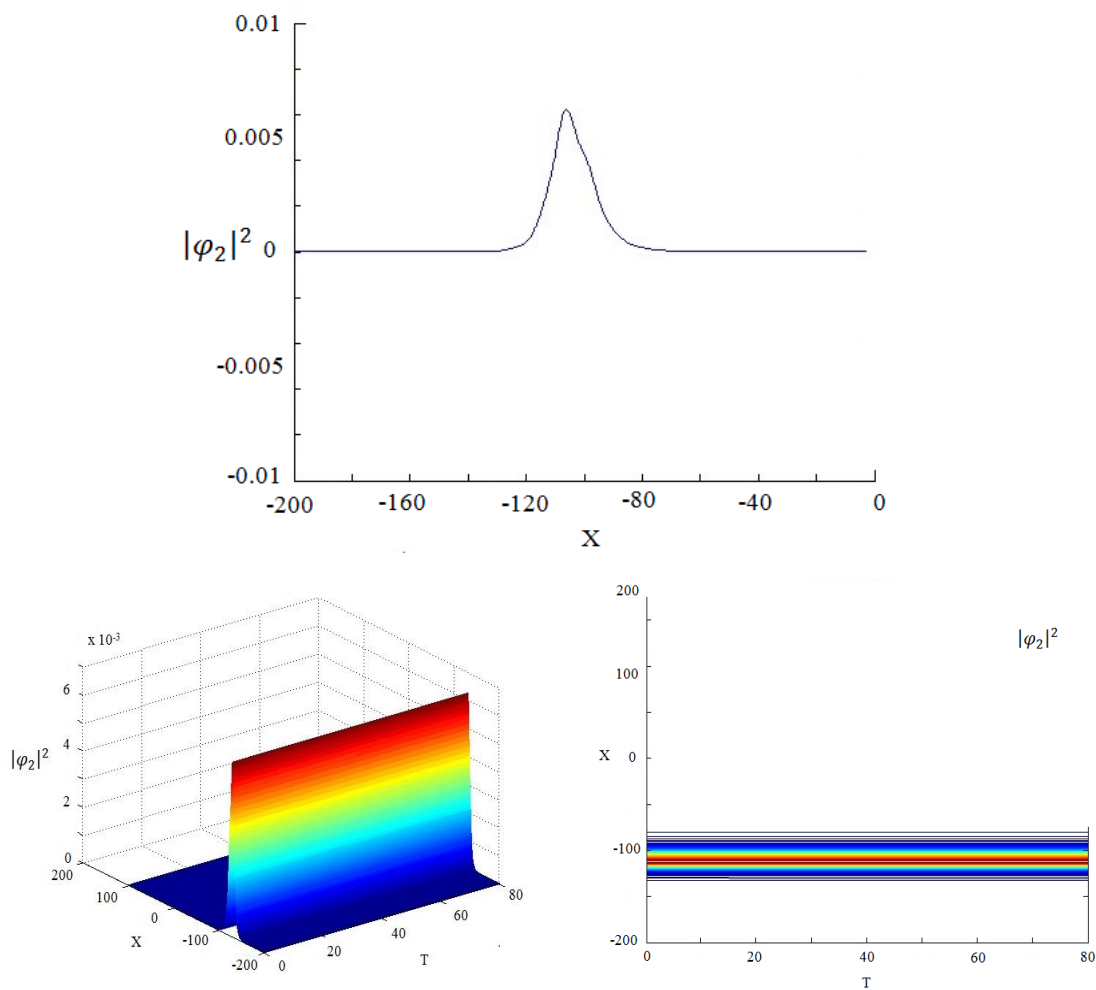
Далее рассматриваем динамику распространения многосолитонного решения в трёхуровневой системе. Систему (1) аппроксимируем с помощью разностной схемы второго порядка точности на пятиточном шаблоне. Следует отметить, что в тестовых вычислениях интеграл энергии (5) и интеграл числа частиц (6) сохранились с точностью  $\approx 10^{-4} - 10^{-5}$ , что свидетельствует о достаточно высоком уровне достоверности полученных ниже результатов. Моделирование проводилось при следующих значениях параметров  $b = 1, \alpha_1 = 0.69, \alpha_2 = 0.9, \beta_1 = 0.096, \beta_2 = 0.01, \gamma_1 = 1, \gamma_2 = 1, \lambda = 1, k_1 = 1$  на интервале  $[-200, 200]$  до времен  $t=80$ .

В первой серии экспериментов солитон задавался неподвижным. Как видно из рис. 1-2, решение для первой компоненты  $\varphi_1$  дают нетривиальные (конденсатные) граничные условия с модулированным двухсолитонным решением, а для второй компоненты – тривиальные, а решение имеет вид односолитонного. Динамики решения со временем не наблюдается. Энергия связи оценивается в 12%.

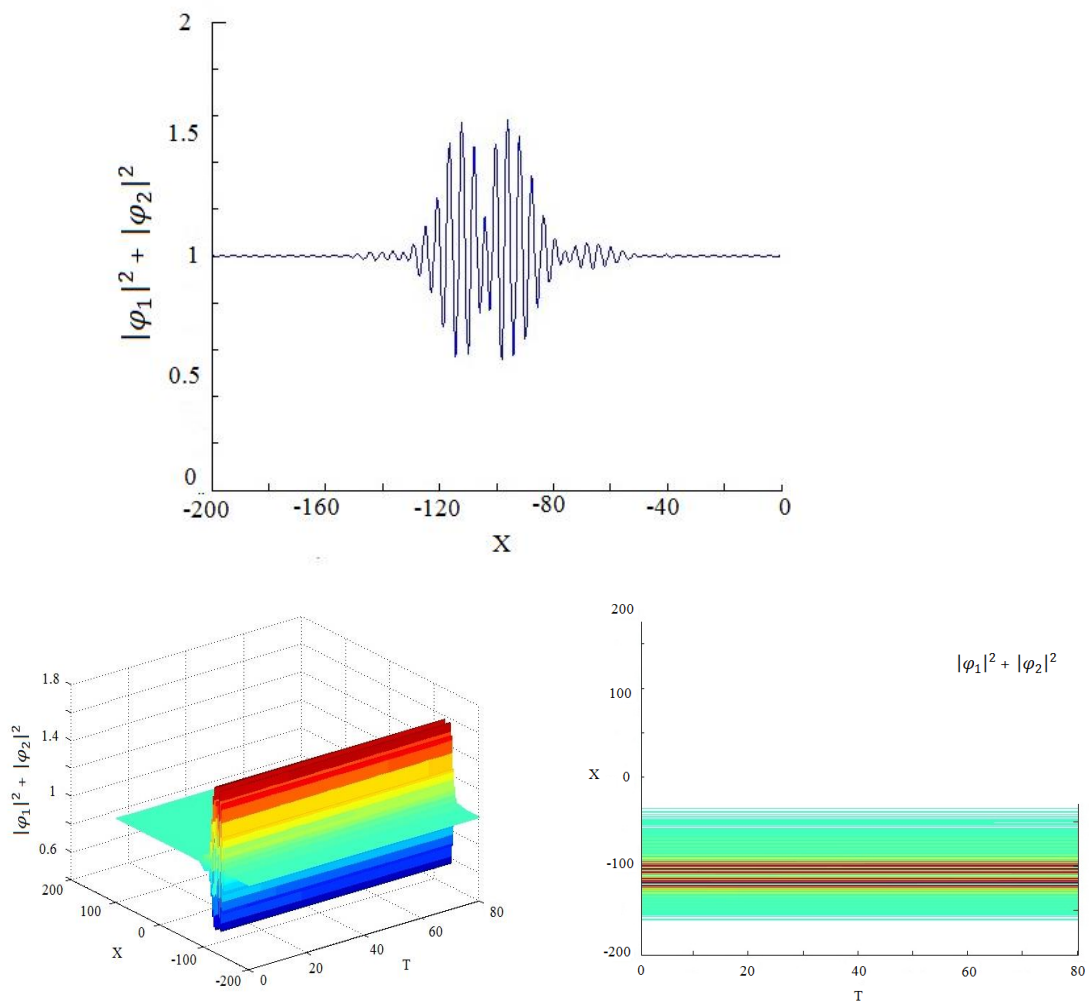




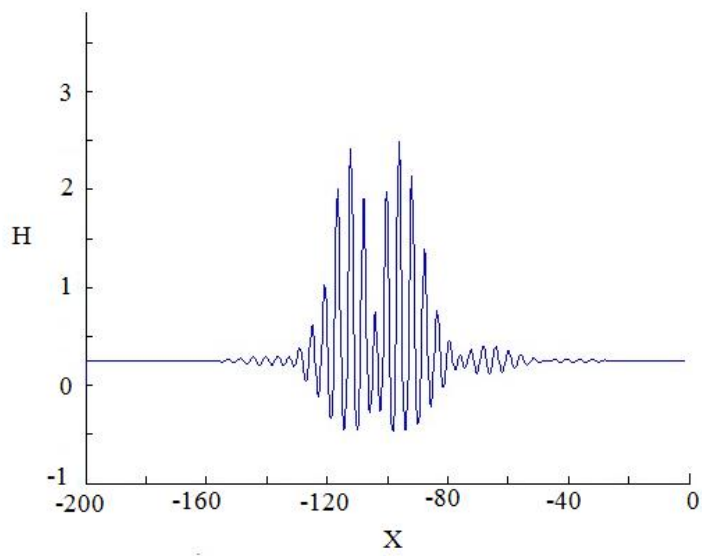
**Рис. 1.** График эволюции плотности числа частиц первой компоненты ( $|\varphi_1|^2$ ).



**Рис. 2.** График эволюции плотности числа частиц второй компоненты ( $|\varphi_2|^2$ ).



**Рис. 3.** График эволюции плотности числа частиц  $(|\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2)$ .



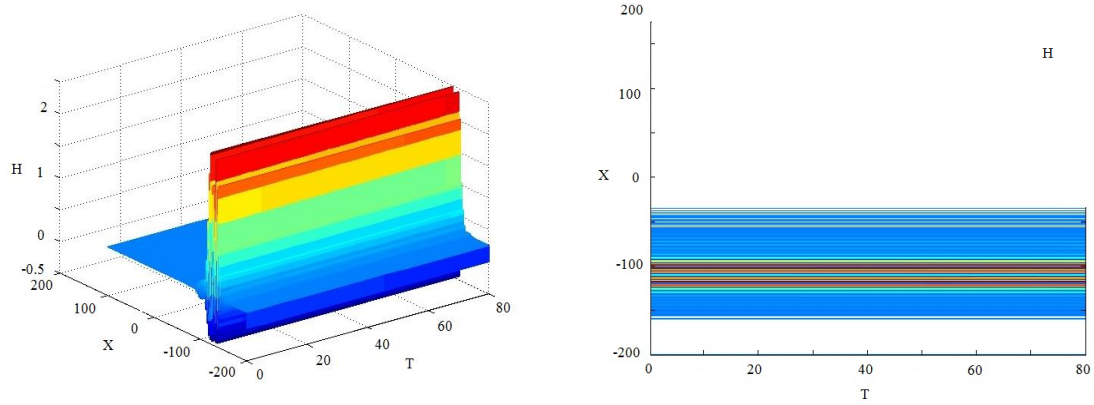
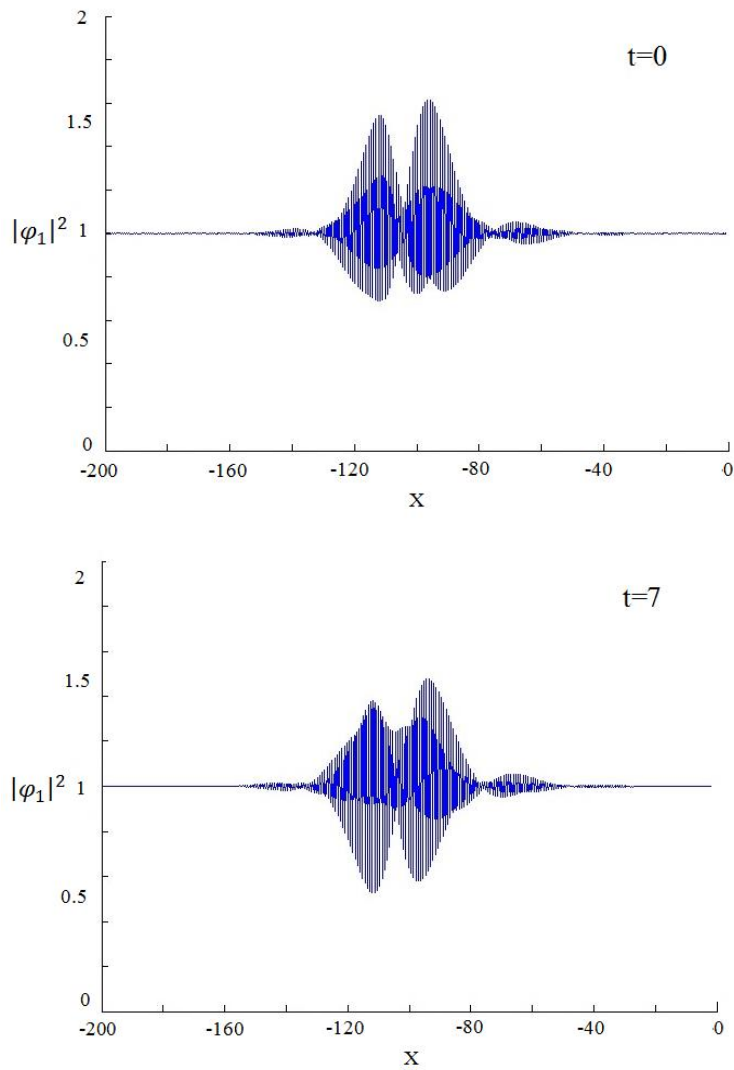
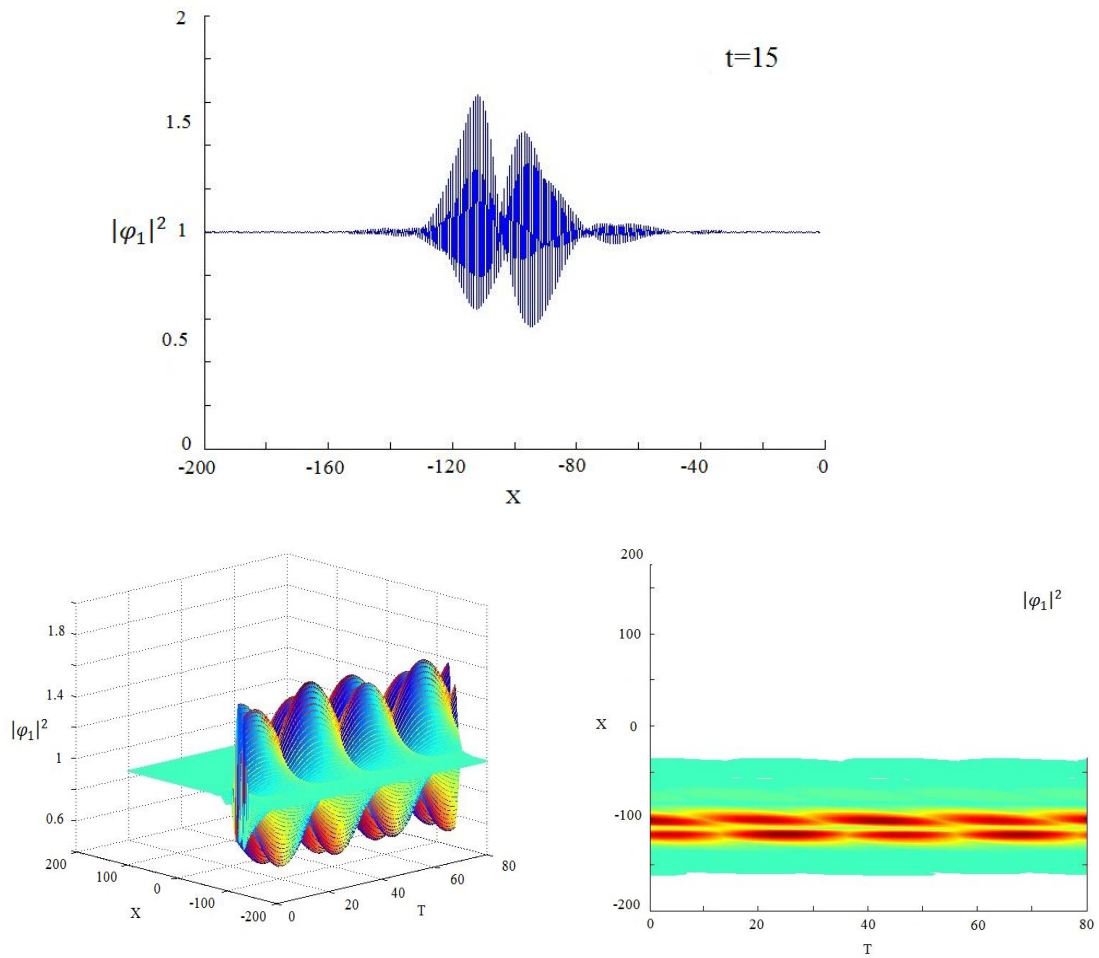


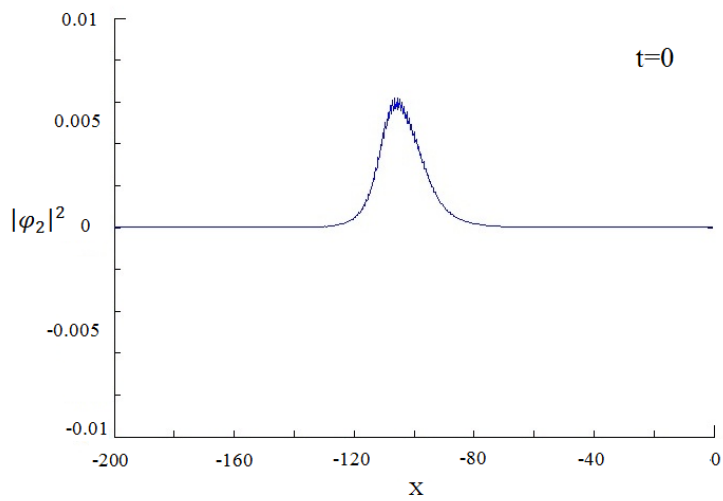
Рис. 4. График эволюции плотности энергии солитона.

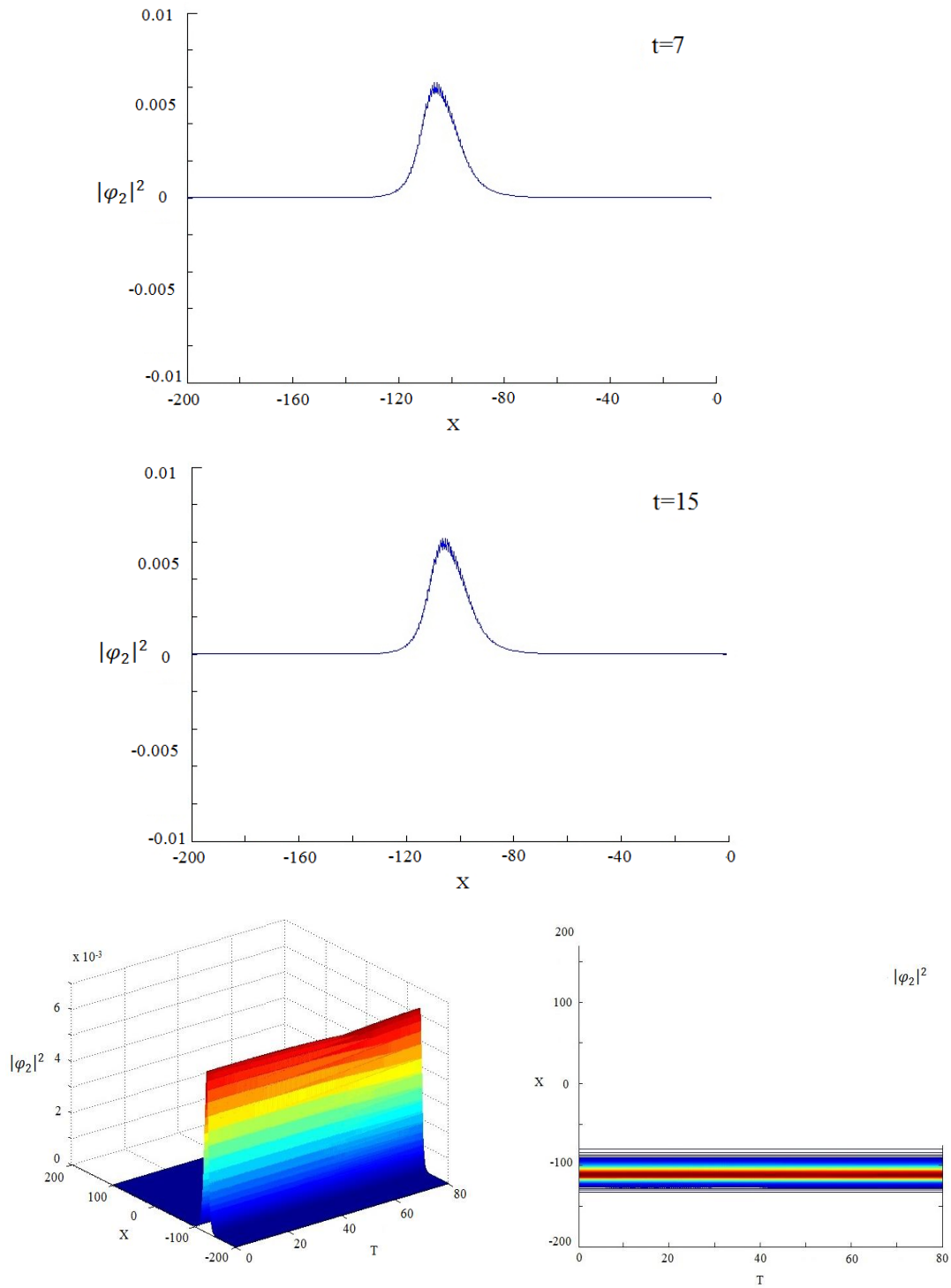
Динамика движущегося солитона имеет разительное отличие. Солитон превращается в динамический бризер, обладающий внутренней динамикой (см. рис. 5-8). Энергия связи оценивается в 16%.





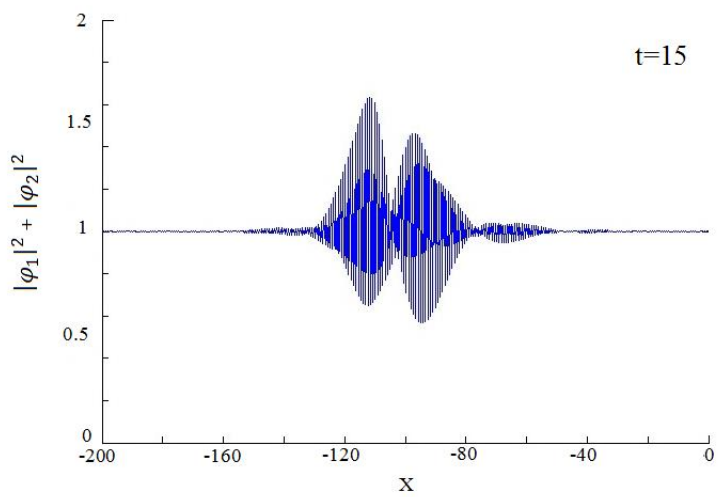
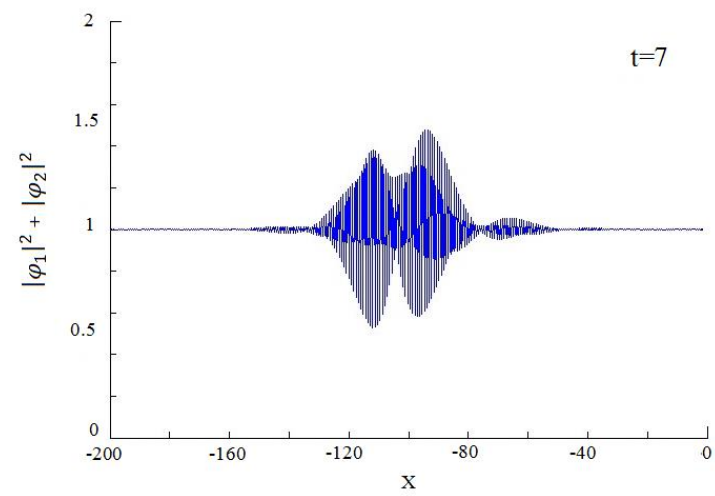
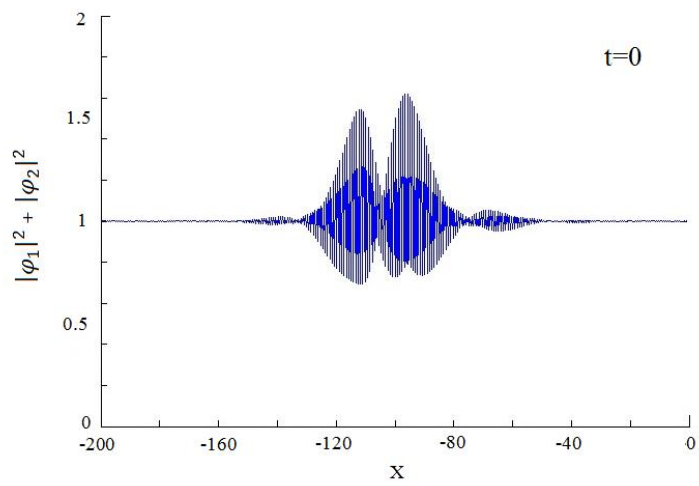
**Рис. 5.** График эволюции плотности числа частиц первой компоненты при движении  $(|\varphi_1|^2)$ .





**Рис. 6.** График эволюции плотности числа частиц второй компоненты при ненулевой скорости ( $|\varphi_2|^2$ ).





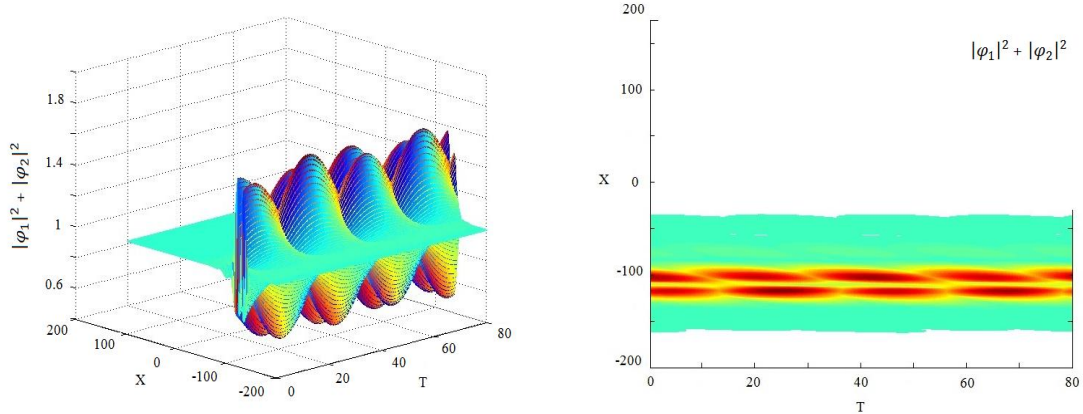
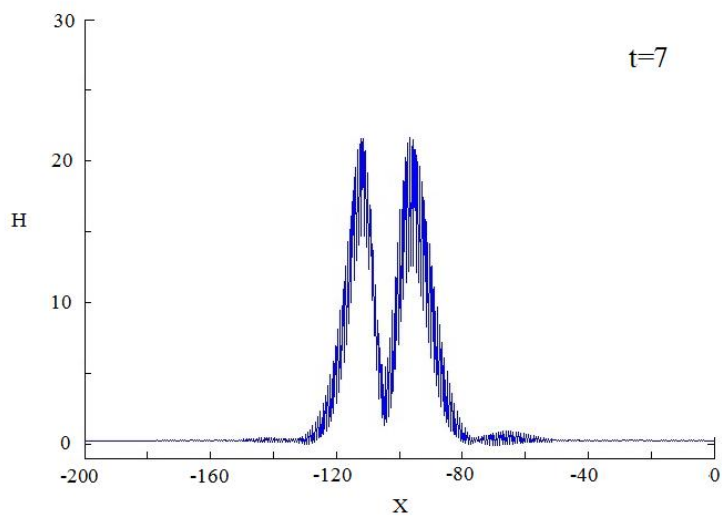
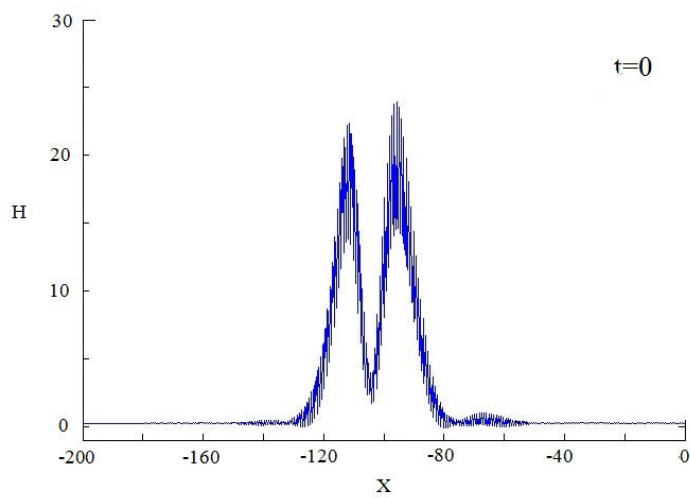


Рис. 7. График эволюции плотности числа частиц при скорости  $v=0.2$  ( $|\varphi_1|^2 + |\varphi_2|^2$ ).



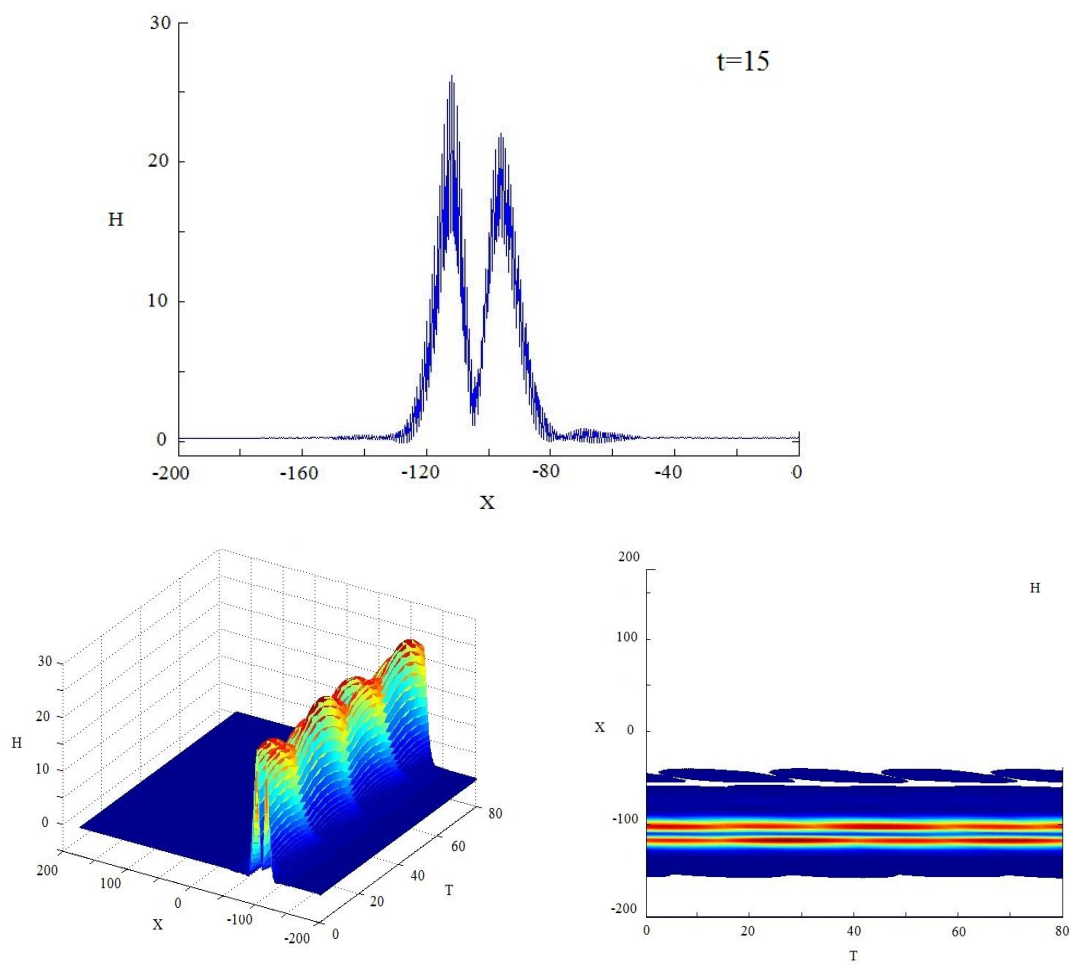
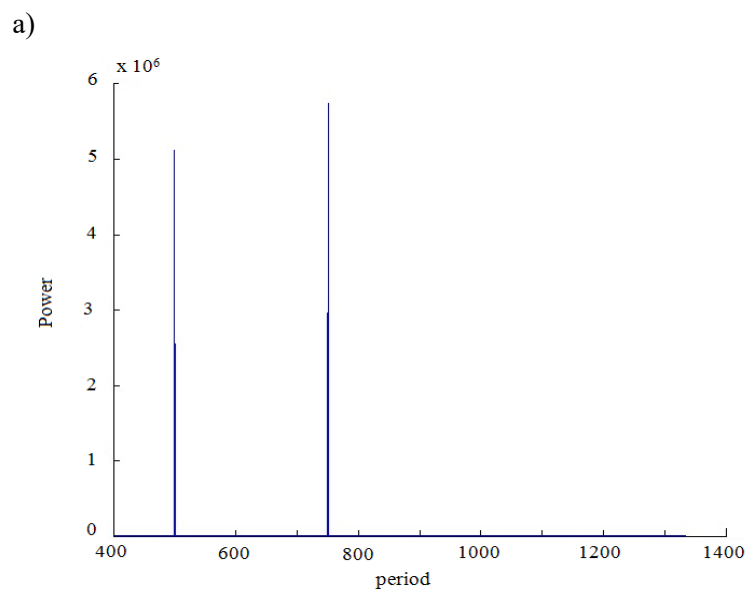
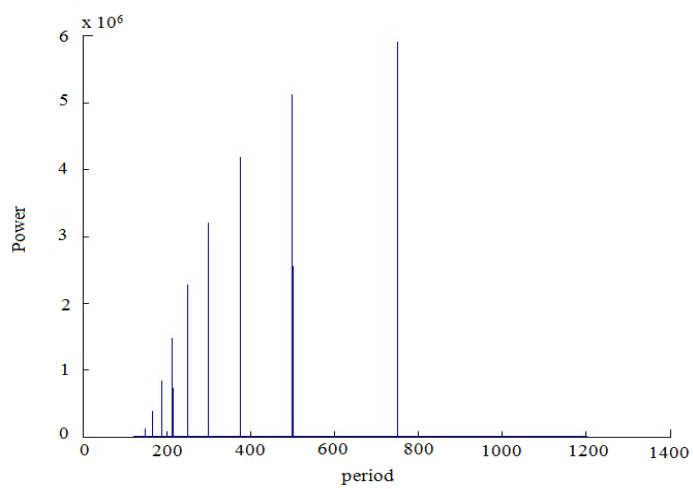


Рис. 8. График эволюции плотности энергии движущегося солитона.

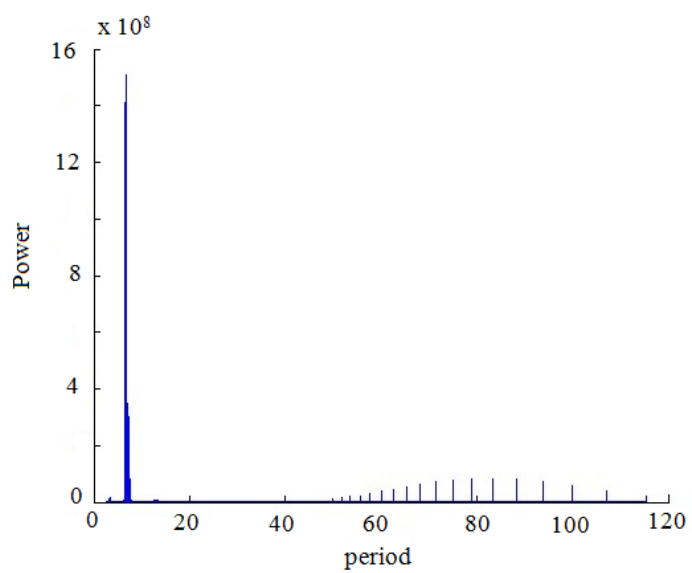


б)

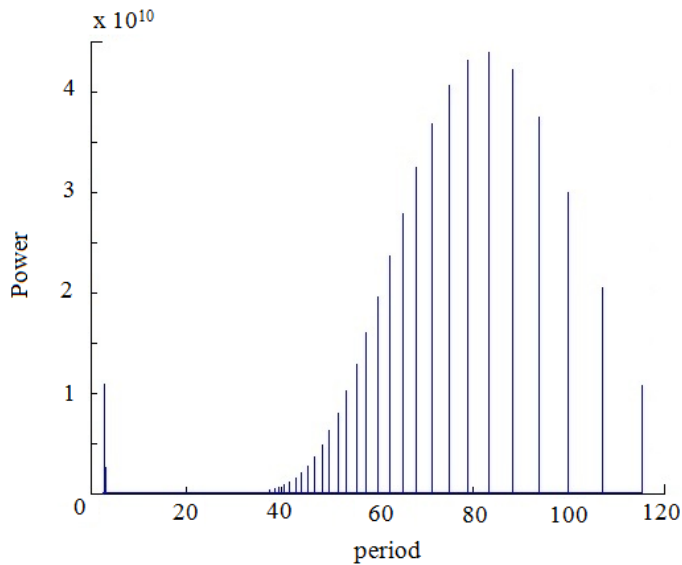


**Рис. 9.** Фурье-анализ пространственной модуляции плотности энергии солитона (а – неподвижного солитона, б – движущегося солитона).

а)



б)



**Рис. 10.** Фурье-анализ временной модуляции плотности энергии (а – для покоящегося солитона, б – при скорости движения  $v = 0.2$ ).

Фурье-анализ пространственной модуляции (см. рис. 9а) демонстрирует наличие двух основных гармоник динамики бризерного решения уравнения (7). Очевидно, что, вдобавок к бризерной динамике (см. рис. 9б), появляются дополнительные частоты, являющиеся следствием ненулевой скорости солитона.

Фурье-анализ временной модуляции неподвижного солитона демонстрирует наличие основной моды колебаний при наличии близких к ней сателлитов. В то же время в спектре присутствует слабо выраженная бризерная динамика в виде серии слабо выраженных пиков (см. рис. 10а.). С ростом скорости солитона ведущей оказывается бризерная динамика, благодаря чему мощность слабо выраженной серии пиков при малых частотах резко возрастает (см. рис. 10б).

Таким образом, в данной работе показана возможность передачи сигнала в трехуровневых системах в виде бризеров – солитонов, представляющих собой связанные возбужденные состояния с внутренней динамикой в трехуровневых системах.

Отметим, что подобные системы могут найти приложения не только в спинтронике, но и в оптических световодах.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Drexler K.E. Engines of Creation: The Coming Era of Nanotechnology. – Doubleday, 1986, ISBN 0-385-19973-2.
2. Drexler K.E. Nanosystems: Molecular Machinery, Manufacturing and Computation. – New York: John Wiley & Sons, 1992, ISBN 0-471-57547-X.

3. Wolf S.A. et al. Spintronics: A Spin-Based Electronics Vision for the Future *Science*. 2001, v. 294, Issue 5546, pp. 1488-1495.
4. Фарахманд Э.Я., Муминов Х.Х. Презентация квантовых вычислений, основанных на многоуровневой квантовой системе с помощью ядерного магнитного резонанса (ЯМР). – Вестник Таджикского национального университета. Серия. естественных наук, 2014, №1-2 (130), с.84-91.
5. Абдуллоев Х.О., Максудов А.Т., Муминов Х.Х. Общие динамические уравнения в пространстве  $SU(2S+1)/SU(2S) \times U(1)$  и легкоосный магнетик со спином  $S=3/2$ . – Физика твердого тела, 1992, в.2, с. 429-434.
6. Дубровин Б.А., Маланюк Т.М., Кричевер И.М., Маханьков В.Г. – Точные решения нестационарного уравнения Шредингера с самосогласованными потенциалами. – ЭЧАЯ, 1988, т. 19, в. 3, с. 579.
7. Абдуллоев Х.О., Максудов А.Т., Муминов Х.Х., Рахимов Ф.К., Маханьков В.Г. Двухсолитонные решения скалярного нелинейного уравнения Шредингера с конденсатными граничными условиями. – ЖТФ, 1995, т. 65, в. 6, с. 191-196.

**Ҳ.Ҳ.МУМИНОВ, Ш.Ф.МУҲАМЕДОВА, М.АСҒАРӢ-ЛАРИМӢ**  
**АМСИЛАСОЗИИ АДАДИИ ПАҲНКУНИИ СИГНАЛҲО**  
**ДАР СИСТЕМАИ СЕҚАБАТАИ ҲИСОБИ КВАНТӢ ДАР ЧОРЧӢБАИ**  
**ҲАЛҲОИ БИСӢРСОЛИТОНИИ МУОДИЛАИ ВЕКТОРИИ**  
**ҒАЙРИХАТТИИ ШРӢДИНГЕР**

*Институти физикаю техникаи ба номи С.У.Умарови*  
*Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Моделҳои раванди интиқоли сигнал баъди кутритҳо тавассути муодилаи вектории ғайрихаттии Шредингер бо потенциали  $2\varepsilon(|\varphi_1|^2 - b^2) - \lambda|\varphi_2|^2$  ва шартҳои сарҳадии конденсатӣ сурат мегирад. Имконияти интиқоли сигналҳо ба намуди мавҷҳои ягона – солитонҳо, ки ҳолатҳои ангеҳтаи баҳампайваста бо динамикаи дохилӣ дар системаи сесавиягӣ мебошанд, нишон дода шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** *n*-солитон, кутритҳо, кудитҳо, шартҳои сарҳадии конденсатӣ, муодилаи вектории ғайрихаттии Шредингер, бризер.

Kh.Kh.MUMINOV, Sh.F.MUHAMEDOVA, M.ASGHARI-LARIMI

**NUMERICAL SIMULATION OF SIGNAL PROPAGATION IN THREE-LEVEL  
QUANTUM COMPUTER SYSTEMS WITHIN MULTI-SOLITON SOLUTIONS  
OF VECTOR NONLINEAR EQUATION SHREDINGER**

*S.U.Umarov Physical-Technical Institute, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

Modeling of the process of signal propagation between qutrits by use of the vector nonlinear Schrödinger equation with potential  $2\varepsilon(|\varphi_1|^2 - b^2) - \lambda|\varphi_2|^2$  and condensate boundary conditions is carried out. The possibility of signal propagation in the form of solitary waves - solitons, which are bound excited states with internal dynamics in three-level systems, is shown.

**Key words:**  $n$ -soliton, qutrits, qudits, condensate boundary conditions, vector nonlinear Schrödinger equation, breather.

УДК 546.05, 546.06

О.О.НОРМАХМЕДОВ, О.А.БРЫЛЕВ\*, А.ХОЛОВ, Х.Х.МУМИНОВ

**КРИОХИМИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ КАТОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ**

**$Li_{1+y}Mn_{2-2x}Co_xNi_xO_4$  ДЛЯ ЛИТИЙ–ИОННЫХ АККУМУЛЯТОРОВ**

*Физико-технический институт им. С.У.Умарова АН Республики Таджикистан,*

*\*Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова*

*Поступила в редакцию 15.11.2017 г.*

*Впервые получены катодные материалы на основе  $Li_{1+y}Mn_{2-2x}Co_xNi_xO_4$  криохимическим методом. Термообработка криохимических прекурсоров проводилась при температуре 400–800°C. С помощью методов рентгенофазового анализа (РФА) и растровой электронной микроскопии установлено, что образование шпинели отмечается уже при 400°C, а при 800°C наблюдаются признаки распада шпинели. Повышение температуры термического разложения от 400 до 800°C приводит к увеличению размера кристаллитов от 20- 50 до 300 – 500 нм.*

**Ключевые слова:** криохимический синтез, катодные материалы, литий-ионные аккумуляторы.

Литий-ионные аккумуляторы занимают лидирующее место среди источников тока для мобильных устройств. Применение этих аккумуляторов в таких устройствах, как гибридные и электромобили, а также резервные источники питания, ограничивается требованием высокой мощности и плотности энергии. Эти ограничения в значительной степени определяются энергоёмкостью и кинетическими характеристиками положительного электрода (катада) литий-ионных аккумуляторов. Обе проблемы тесно связаны с вопросами безопасности, устойчивости работы и временем жизни аккумулятора.

С начала коммерциализации первых литий-ионных аккумуляторов число исследований, направленных на их усовершенствование, не уменьшается. Вместе с тем многие проблемы остаются нерешёнными. Возможны два пути повышения качества катодов (и в целом – энергоёмкости литий-ионных аккумуляторов). Первый – это поиск новых электрохимически активных фаз, энергоёмкость которых и кинетические характеристики превышают существующие, и второй путь – разработка многокомпонентных материалов на

---

*Адрес для корреспонденции:* Холов Алимхмад. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/1, Физико-технический институт АН РТ. E-mail: alikhholov@mail.ru



основе уже известных структур. В настоящей работе исследована возможность синтеза электрохимических активных фаз  $\text{LiMn}_{1.95}\text{Co}_{0.025}\text{Ni}_{0.025}\text{O}_4$ ,  $\text{Li}_{1.1}\text{Mn}_{1.95}\text{Co}_{0.025}\text{Ni}_{0.025}\text{O}_4$ ,  $\text{LiMn}_{1.9}\text{Co}_{0.005}\text{Ni}_{0.005}\text{O}_4$  и  $\text{Li}_{1.1}\text{Mn}_{1.9}\text{Co}_{0.005}\text{Ni}_{0.005}\text{O}_4$  криохимическим методом.

Литиевые источники тока функционируют благодаря образованию на поверхности лития пассивирующей пленки, предохраняющей металл от коррозии в растворителе. В связи с этим литиевые элементы обладают большим сроком сохранности. Однако, если для первичных источников явление пассивации имеет положительное значение, то при создании литиевых аккумуляторов на основе апротонных органических растворителей оно представляет собой серьезное препятствие [1].

Литиевые и литий-ионные аккумуляторы (ЛИА) обладают более высоким рабочим напряжением и большей удельной емкостью по сравнению с другими видами аккумуляторов, они с успехом используются в различных портативных электронных приборах [2] и являются предметами на аккумуляторы для электромобилей. ЛИА основаны на комбинации анода из металлического лития или литированного углерода и катода на основе соединений лития и переходных металлов. Перенос ионов лития осуществляется с помощью литий-ионных электролитов. Наилучшими катодными материалами считаются  $\text{LiCoO}_2$ ,  $\text{LiFePO}_4$  и  $\text{LiMn}_2\text{O}_4$ , а также их производные.

В качестве активного материала положительного электрода за годы развития ЛИА интенсивно исследован  $\text{LiCoO}_2$ . Достоинства и недостатки материалов на его основе, их структура и методы синтеза подробно рассмотрены в [3].

Среди катодных материалов, получивших признание потребителей, можно выделить предложенный Дж. Гуденафом и др.  $\text{LiFePO}_4$  [4].

Одними из перспективных катодных материалов являются шпинели на основе  $\text{LiMn}_2\text{O}_4$ . Эти соединения характеризуются высокими значениями потенциала разряда (4В), удельной емкостью в районе 120 мАч/г, дешевизной и безопасностью. Основными недостатками данных материалов являются, во-первых, деградация вещества при циклировании и, во-вторых, возможность фазового перехода в  $\text{LiMnO}_2$  за счет возникающего эффекта Яна-Теллера из-за образования  $\text{Mn}^{3+}$ . Одним из решений данной проблемы является создание смешанных оксидов, изоструктурных  $\text{LiMn}_2\text{O}_4$  состава  $\text{LiM}_x\text{Mn}_{2-x}\text{O}_4$  ( $M = \text{Cr}, \text{Co}, \text{Fe}, \text{Ni}, \text{Cu}$ ), которые функционируют при напряжении, близком к 4.7-4.8 В [5,6].

Методы синтеза прекурсоров, а также их дальнейшая термическая обработка значительно влияют на свойства полученных материалов. Криохимический метод нашел широкое применение для получения различных ультрадисперсных оксидных материалов и неорганических солей [7,8], а также для получения катодных материалов для литий-ионных аккумуляторов. Он перспективен и для сложных органических соединений. Способ можно использовать не только для водных, но и неводных растворов, а также смесей вода – неводный растворитель.

Для приготовления растворов солей переходных металлов использовались следующие реактивы:  $\text{Ni}(\text{CH}_3\text{COO})_2 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$  (чда),  $\text{Co}(\text{CH}_3\text{COO})_2 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$  (ч),  $\text{Mn}(\text{CH}_3\text{COO})_2 \cdot 4\text{H}_2\text{O}$

(чда). Для определения содержания воды в ацетатах никеля и кобальта ( $\text{Ni}(\text{CH}_3\text{COO})_2 \cdot n\text{H}_2\text{O}$   $\text{Co}(\text{CH}_3\text{COO})_2 \cdot n\text{H}_2\text{O}$ ) был выбран гравиметрический метод. Навески вещества взвешивали, помещали их в предварительно взвешенные тигли и ставили в муфельной печи при температуре  $900^\circ\text{C}$  в течение 2 часов.

Таблица 1

Определение содержания воды в  $\text{Ni}(\text{CH}_3\text{COO})_2 \cdot n\text{H}_2\text{O}$  и  $\text{Co}(\text{CH}_3\text{COO})_2 \cdot n\text{H}_2\text{O}$  гравиметрическим методом.

$M_{\text{тигла}}, \text{г}$	Масса навески до нагрева, г	Масса навески и после нагрева, г	% потерь	n
$\text{Ni}(\text{CH}_3\text{COO})_2 \cdot n\text{H}_2\text{O}$				
5.8425	0.4997	0.1535	69.28	3.692
5.1872	0.5196	0.1590	69.40	3.744
4.4603	0.5209	0.1590	69.48	3.778
$\text{Co}(\text{CH}_3\text{COO})_2 \cdot n\text{H}_2\text{O}$				
5.4616	0.5267	0.1870	64.50	2.730
5.8767	0.4811	0.1710	64.46	2.716
5.9341	0.5393	0.1913	64.53	2.742

Как видно (табл.1), количество воды в ацетате никеля составляет  $n=3.738$ , а в ацетате кобальта -  $n=2.729$ . Определение концентрации  $\text{Mn}^{2+}$  в растворе нитрата марганца проводилось следующим образом: в мерной колбе объемом 1 л готовили раствор нитрата марганца концентрацией  $\sim 0.2$  М. Затем из колбы отбирали аликвоты (20 мл), которые переносили в стаканы, добавляли дистиллированной воды до объема примерно 100 мл. После этого к раствору прибавляли 10 г хлорида аммония и 1.5 г дигидрофосфата аммония, в результате из раствора выпадал белый осадок. Далее раствор с осадком в течение 10 мин кипятили для более полного осаждения пирофосфата марганца ( $\text{Mn}_2\text{P}_2\text{O}_7$ ), при необходимости добавляли аммиак для создания щелочной среды и отфильтровывали осадок на бумажном фильтре. Высушив фильтры с осадком в сушильном шкафу при температуре  $110^\circ\text{C}$ , помещали их в предварительно взвешенные алундовые тигли и ставили в муфельную печь для прокаливания при температуре  $1100^\circ\text{C}$  в течение 2 часов. Прокаленные тигли с осадком взвешивали и определяли реальную концентрацию марганца.

Таблица 2

Определение концентрации  $\text{Mn}^{2+}$  в приготовленном растворе

№	$M_{\text{тигла}}, \text{г}$	$M_{\text{осадка}}, \text{г}$	C, М
1	74.5063	0.4587	0.155
2	113.3979	0.4211	

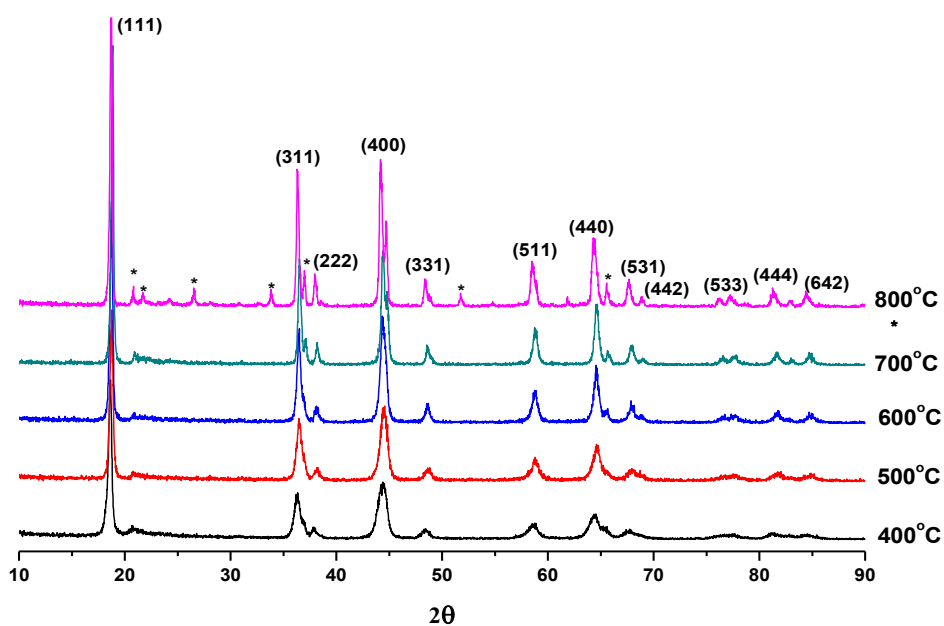
Для приготовления растворов сначала посушивали порошок  $\text{Li}_2\text{CO}_3$  при  $200^\circ\text{C}$ , определяли содержание воды в ацетатах никеля и кобальта. Затем в соответствии с реакцией:  $\text{Li}_2\text{CO}_3 + 2\text{CH}_3\text{COOH} = 2\text{LiCH}_3\text{COO} + \text{CO}_2 + \text{H}_2\text{O}$  получали ацетат лития и готовили 1 л 0.4М раствора и 0.5 л 0.4 М раствора ацетата никеля и кобальта для получения фаз:  $\text{LiMn}_{1.95}\text{Co}_{0.025}\text{Ni}_{0.025}\text{O}_4$ ,  $\text{Li}_{1.1}\text{Mn}_{1.95}\text{Co}_{0.025}\text{Ni}_{0.025}\text{O}_4$ ,  $\text{LiMn}_{1.9}\text{Co}_{0.05}\text{Ni}_{0.05}\text{O}_4$ ,  $\text{Li}_{1.1}\text{Mn}_{1.9}\text{Co}_{0.05}\text{Ni}_{0.05}\text{O}_4$ , которые смешивались для приготовления растворов в стехиомет-

рическом соотношении. Далее приготовленные растворы распылялись при перемешивании в жидком азоте с помощью форсунки и полученные криогрануляты проходили сублимацию в камере сублимационной сушилки в интервале температур от  $-70$  до  $+20^{\circ}\text{C}$ . Затем проводили отжиг в интервале температур от  $400$  до  $800^{\circ}\text{C}$  в муфельной печи на воздухе.

Исследование образцов методом рентгенофазового анализа проводили на дифрактометре с вращающимся анодом Rigaku D/MAX 2500 в режиме отражения (геометрия Брегга – Брентано) с использованием  $\text{CuK}_{\alpha\text{cp}}$  излучения ( $\lambda=1.5418 \text{ \AA}$ ) и графитового монохроматора. Параметры съемки: интервал углов  $10-90^{\circ}$ , шаг по  $2\Theta$  -  $0.02^{\circ}$ , скорость регистрации спектров –  $5^{\circ}2\Theta/\text{мин}$ . Обработку дифрактограмм и уточнение параметров кристаллической решетки проводили в пакете программ Win XPow.

Исследование микроструктуры образцов проводили на растровом электронном микроскопе Leo Supra 50VP при ускоряющем напряжении  $7 \text{ кВ}$ . Увеличение при съемке микрофотографий составляло от  $\times 1000$  до  $\times 200000$ .

По результатам РФА было установлено, что основным продуктом отжига солевых прекурсоров является шпинель  $\text{LiMn}_2\text{O}_4$  вне зависимости от температуры отжига.



**Рис. 1.** Рентгенограммы образца  $\text{Li}_{1.1}\text{Mn}_{1.95}\text{Co}_{0.025}\text{Ni}_{0.025}\text{O}_4$ , полученные при температуре от  $400$  до  $800^{\circ}\text{C}$ .

По данным РФА установлено, что уже при температуре отжига  $400^{\circ}\text{C}$  происходит образование шпинели, при  $700^{\circ}\text{C}$  происходит ее упорядочение, а при  $800^{\circ}\text{C}$  появляются новые пики (фазы), которым, вероятно, соответствует  $\text{Li}_2\text{MnO}_3$  (рис. 1.). Это говорит о том, что при  $800^{\circ}\text{C}$  начинается разложение шпинели.

Сравнение образцов разного катионного состава, полученных при 700°C, показывает, что различий между ними практически нет (рис. 2.). Основным продуктом во всех случаях является шпинель  $\text{Li}_{1+x}(\text{Mn,Ni,Co})_2\text{O}_4$ . Имеется также небольшое количество примесных фаз, состав которых не зависит от состава образца.

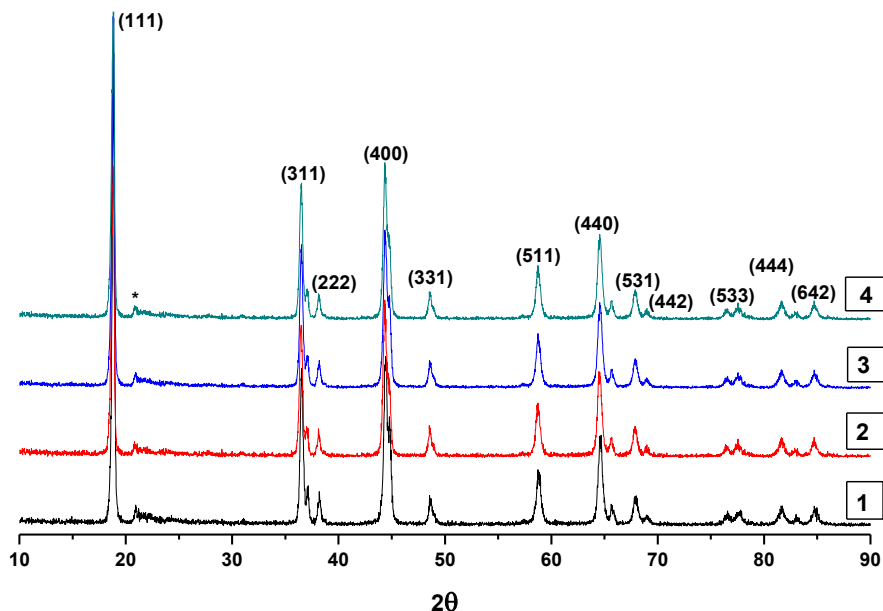


Рис. 2. Рентгенограммы образцов  $\text{LiMn}_{1.95}\text{Co}_{0.025}\text{Ni}_{0.025}\text{O}_4$  (1),  $\text{Li}_{1.1}\text{Mn}_{1.95}\text{Co}_{0.025}\text{Ni}_{0.025}\text{O}_4$  (2),  $\text{LiMn}_{1.9}\text{Co}_{0.05}\text{Ni}_{0.05}\text{O}_4$  (3) и  $\text{Li}_{1.1}\text{Mn}_{1.9}\text{Co}_{0.05}\text{Ni}_{0.05}\text{O}_4$  (4), полученных при 700°C.

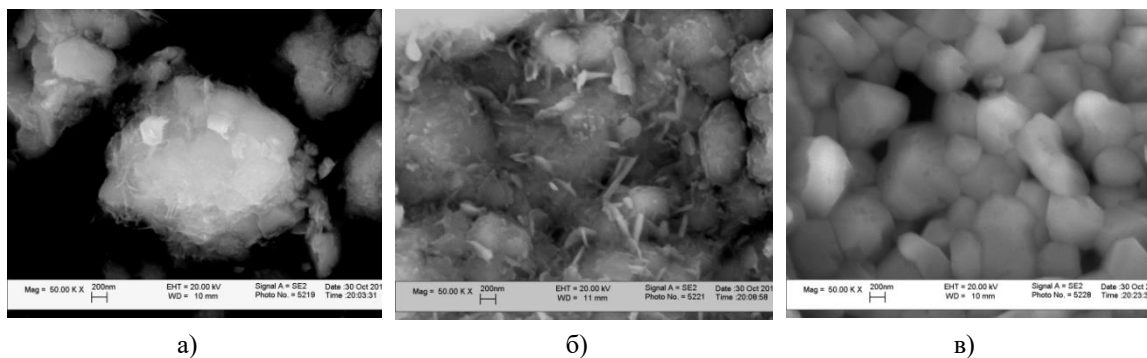


Рис. 3. Результаты анализа РЭМ образцов  $\text{LiMn}_{1.9}\text{Co}_{0.05}\text{Ni}_{0.05}\text{O}_4$ , полученных при а) 400°C, б) 600°C, в) 800°C.

Из результатов анализа данных растровой электронной микроскопии порошков  $\text{LiMn}_{1.9}\text{Co}_{0.05}\text{Ni}_{0.05}\text{O}_4$ , полученных при разной температуре, видно, что при 400°C образуются мелкие пластинчатые кристаллиты размером 20-50 нм, при 600°C размер кристаллитов увеличивается до 200-300 нм, а при 800°C размер кристаллитов меняется скачкообразно до 500 нм. Меняется и форма кристаллитов, они становятся округлыми и появляется огранка.

Таким образом, криохимическим методом синтезированы порошки литий марганцевых шпинелей с различными степенями замещения. Установлено, что образование шпинели при термическом разложении прекурсоров отмечается уже при 400°C, а при 800°C наблюдаются признаки распада шпинели для некоторых из синтезированных составов. Также установлены температуры термического разложения от 400 до 800°C, что приводит к увеличению размера кристаллитов от 20-50 до 300-500 нм.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Брылёв О.А., Шляхтин О.А., Третьяков Ю.Д. Материалы для вторичных литиевых источников тока. – Журнал Материаловедение, М., 1999, №7, с. 25-32.
2. Scrosati B. Recent advances in lithium ion battery materials. – Electrochim. Acta, 2000, v.45, Issues 15-16, pp.2661-2466 pp.
3. Мохонина Е.В., Первов В.С. Дубасова В.С. Оксидные материалы положительного электрода литий-ионных аккумуляторов. – Успехи химии, 2004, т. 73, с. 1075
4. Padhi A.K., Nanjundaswamy K.S., Goodenough J.B. Phospho-olivines as positive-electrode materials for rechargeable lithium batteries. – J. Electrochem. Soc, 1997, v. 144, pp.1188-1194.
5. Patoux S., Sannier L., Lirnier H., Reynier Y., Bourbon C., Jouanneau S., Le Cras F., Martinet S. High voltage nickel manganese spinel oxide for Li-ion batteries. – Electrochim. Acta, 2008, v. 52, pp.4137-4143.
6. Deng H., Belharouak I., Cook R.E., Wu H., Sun Y.K., Amine K. Nanostructured Lithium Nickel Manganese Oxides for Lithium-Ion Batteries. – Electrochim. Soc. 2010, v. 157, pp.447-452.
7. Гулевич В.И. Тепло- и массообмен при сублимационном обезвоживании растворов феррито-образующих солей (применительно к криохимическому методу синтеза): Автореф. дис... к.тех.н. – М.: МГУИЭ, 2004, 16 с.
8. Бражников С.М., Генералов М.Б., Трутнев Н.С. Вакуум-сублимационный способ получения ультрадисперсных порошков неорганических солей. – Химическое и нефтегазовое машиностроение, 2004, №12, с. 12-15.

О.О.НОРМАХМЕДОВ, О.А.БРИЛЕВ\*, А.ХОЛОВ, Ҳ.Ҳ.МУМИНОВ

#### БО УСУЛИ КРИОХИМЯВИ ҲОСИЛ НАМУДАНИ МАВОДҲОИ КАТОДИ ДАР АСОСИ $Li_{1+y}Mn_{2-2x}Co_xNi_xO_4$ БАРОИ АККУМУЛЯТОРҲОИ ЛИТИЙ-ИОНӢ

*Институти физикаю техникаи ба номи С.У.Умарови*

*Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон,*

*\*Донишгоҳи Давлатии Москваи ба номи М.В.Ломоносов*

Маводҳои катодӣ дар асоси  $Li_{1+y}Mn_{2-2x}Co_xNi_xO_4$  якумин бор бо усули криохимивӣ ҳосил карда шудаанд. Маводҳои ҳосилкардашуда дар ҳарорати 400–800°C синтез кард шудаанд. Бо ёрии усулҳои рентгенфазавӣ ва микроскопияи электронӣ маълум карда шуд, ки ҳосилшавии шпинелҳо дар ҳарорати 400°C ба назар мерасад, ва дар 800°C бошад аломатҳои вайроншавии онҳо ба назар мерасад.

Инчунин бо мурури зиёд кардани харорати таҷзияшавӣ аз 400 то 800°C, бо калон шудани андозаи кристаллитҳо аз 20-50 то 300-500 нм оварда мерасонад.

**Калимаҳои калидӣ:** синтези криохимӣ, маводҳои катодӣ, аккумуляторҳои литий-ионӣ.

O.O.NORMAHMEDOV, O.A.BRYLEV\*, A.KHOLOV, KH.KH.MUMINOV

**FREEZE DRYING SYNTHESIS OF  $\text{Li}_{1+y}\text{Mn}_{2-x}\text{Ni}_x\text{CO}_x\text{O}_4$  CATHODE MATERIALS FOR LITHIUM-ION BATTERIES**

*S.U.Umarov Physical-Technical Institute, Academy of Science of the Republic of Tajikistan,  
\*Lomonosov Moscow State University*

For the first time, cathode materials based on  $\text{Li}_{1+y}\text{Mn}_{2-2x}\text{Co}_x\text{Ni}_x\text{O}_4$  were obtained by freeze dried method. The thermal decomposition of freeze drying precursors was carried out at 400–800°C. By using XRD and SEM techniques it was shown that at 400°C, the spinel formation begins, and at 800°C there are signs of breakdown of spinel. Also an increase in the temperature of thermal decomposition from 400 to 800°C leads to an increase in the size of the crystallites from 20-50 to 300-500 nm.

**Key words:** freeze draying synthesis, cathode materials, Li-ion batteries.

УДК 537.312.5, 539.21, 621.315.592

А.Л.КАДЫРОВ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ЭДС  
ПРИ ОДНОРОДНОМ НАГРЕВЕ ИЗОТИПНОГО МИКРОЗЕРНИСТОГО  
КРЕМНИЯ

*Худжандский государственный университет им. академика Б.Гафурова*

*Поступила в редакцию 27.11.2017 г.*

*Приведено различное физическое объяснение возникновения ЭДС на омических контактах изотипного полупроводникового рабочего тела, нагреваемого в изотермических условиях. Показано, что обсуждаемая спонтанная генерация электронно-дырочных пар при однородном нагреве изотипного микрозернистого порошкообразного поликремния и технического кремния обусловлена синергетическим процессом, толчком к развитию которого является флуктуационная разница электрофизических свойств контактов.*

**Ключевые слова:** изотипный вторичный литой поликристаллический кремний (ВЛПК), спонтанная генерация ЭДС, синергетический процесс, бифуркационный параметр.

Возникновение ЭДС на омических контактах изотипного рабочего тела, нагреваемого в изотермических условиях, находит различное физическое объяснение. В [1], где это явление описано впервые, оно объясняется изменением валентности ионов самария при фазовом переходе, происходящем в нагреваемом монокристалле SmS. Причиной генерации ЭДС 12÷22.5 мВ при нагреве поликристаллов SmS в диапазоне температур от ~ 70 до 185°C [2] назван градиент концентрации, избыточной относительно стехиометрического состава ионов самария. В [3] работа изотипного преобразователя тепловой энергии (ПТЭ) объясняется термоэлектрическими свойствами технического кремния (ТК), хотя по определению, электреты – это ярко выраженные диэлектрики, а примененный авторами материал близок по примесному составу к техническому кремнию марок Кр1÷Кр2 и фактически представляет собой полуметалл. Те же, что и в [3], эксперимен-

---

*Адрес для корреспонденции:* Кадыров Абдулахат Лакимович. 735700, Республика Таджикистан, г. Худжанд, пер. Мавлонбекова, 1, Худжандский государственный университет.  
E-mail: [abdulakhatkadirov@gmail.com](mailto:abdulakhatkadirov@gmail.com)

тальные результаты в [4] объясняются синергетическими процессами самоорганизации глубоких примесей в ТК, вызывающими периодический характер их распределения и возникновение внутренних барьеров, на которых и происходит разделение носителей заряда.

К сожалению, для обоснования проявления этого интереснейшего физического явления в упомянутых работах использован не совсем удачный эксперимент, в ходе которого шаг измерений по оценке примесного состава по поверхности образца поликристаллического кремния был выбран слишком большой, а именно, сопоставимый с размерами зерен. Во-вторых, полученная картина распределения примесей может быть и, наверное, фактически является не результатом самоорганизации, а результатом сегрегационных процессов, протекающих на межзеренной границе (МЗГ) при кристаллизации ТК. По крайней мере, именно сегрегационные процессы, на наш взгляд, ответственны за наблюдаемое скопление примесей у границ зерен.

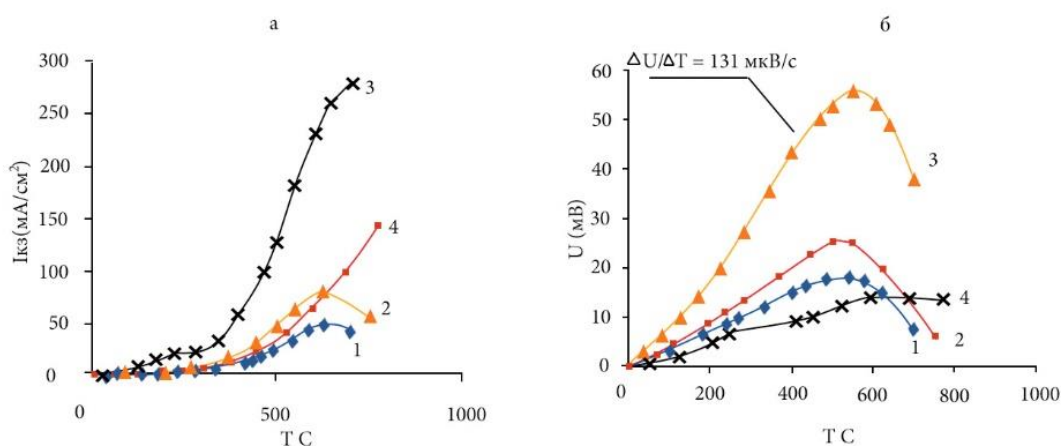
Прежде чем обсуждать предлагаемый механизм, необходимо во всех полученных результатах, как для изотипных, так и для ПТЭ с р-п-переходом, отделить вклад тепловольтатического эффекта от влияния фотоэлектрических контактных явлений. Последние, как легко заметить, могут возникать при наличии градиента температуры на стыках кремниевого рабочего тела и омических контактов, омических контактов и электродов, стыках свободных концов электродов с соединительными проводами и так далее, вплоть до контакта проводов с клеммами использованных электроизмерительных приборов. О наличии влияния термо-ЭДС могут свидетельствовать и наши данные, где отражен факт различия  $I_{кз}$  и  $U_{кх}$  у ПТЭ с разными материалами контактов к кремниевому рабочему телу и то, что измеряемый результат имеет связь с положением этих металлов в термоэлектрических рядах Зеебека-Юсти-Мейснера. Но результаты обработки этих данных с учетом дифференциальной термо-ЭДС, то есть коэффициента Зеебека, для примененных нами для создания омических контактов, металлов, указывают на возможность существования градиента температур, меньших предела точности нашей измерительной аппаратуры.

Нами для оценки вклада термоэлектрических контактных процессов были поставлены специальные эксперименты по помещению ПТЭ в жидкий азот, для намеренного создания градиентов температуры не только с нагревом, но и с охлаждением упомянутых выше стыков между элементами электрической цепи, а также с использованием различных металлов и сплавов для контактов и элементов цепи (Cu, Al, Ni, сталь, латунь и так далее). По этим результатам можно утверждать, что интересующие нас аспекты обусловлены физическими процессами, протекающими в объеме нагретого микрзернистого кремния.

Приведенные выше, а также ранее полученные результаты [5-7] можно разделить на три группы. Первая группа касается случаев, когда генерируемые носители заряда разделяются на р-п-переходах, вторая получена при намеренном создании градиента температуры вдоль рабочего тела, третья, наиболее интересующая нас группа, наоборот, полу-



чена в условиях однородного нагрева на образцах, не содержащих контактирующих друг с другом р и n областей. Исходя из того, что использованный нами, в том числе как лигатура, ТК представляет собой полуметалл, содержащий в больших количествах примеси, дающие как акцепторные, так и донорные уровни, включая глубокие, выведем пока для надежности из рассмотрения результаты измерений ПТЭ с изотипным рабочим телом, в котором к кремнию р или n типов добавлено до 50% ТК (рис. 1, кривые 2,4), и случай (кривая 3), когда рабочее тело изотипного ПТЭ целиком выполнено из ТК. Интересующий нас случай (рис.1, кривая 1) касается изотипного ПТЭ, выполненного из кремния электронного качества, в котором отсутствуют какие-либо глубокие примеси.



**Рис. 1.** Температурные зависимости  $I_{kz}$  (а) и  $U_{xx}$  (б) изотипных преобразователей со структурой (металл-SI-металл) с рабочим телом длиной 6 мм и диаметром  $d=2$  мм, выполненным из микрозернистого ВЛПК; 1 – р-тип ВЛПК без добавки глубокой примеси; 2 – в р-типный литой кремний введено до 50% ТК [8]; 3 – рабочее тело с градиентом температуры целиком выполнено из ТК [8]; 4 – ТК введен в n-типный кремний.

Рассмотрим случай (рис.1, кривая 1), который касается изотипного ПТЭ, вдоль рабочего тела которого нет исходного градиента температуры, когда имеет место симметричность омических контактов и обеспечена минимизация теплоотвода от рабочего тела через электроды. Погрешность измерения температуры в полости тепловой «бани» не превышала  $\pm 1^\circ\text{C}$ . Даже если допустить наличие такого ( $2^\circ\text{C}$ ), оставшегося незамеченным, исходного градиента температуры в тепловой «бане» со средней температурой, например  $200^\circ\text{C}$ , то это не могло привести к столь существенным последствиям, а именно, к появлению у образца ЭДС  $\sim 8$  мВ. Величина термо-ЭДС, которая могла бы возникнуть за счет упомянутого градиента температуры, не превышала бы 1.6 мВ [7], то есть была бы в 5 раз меньше, чем наблюдаемая. Следовательно, причины появления ЭДС не связаны с градиентом температуры, а вызваны физическими процессами в самом рабочем поле ПТЭ. Исходя из факта возникновения ЭДС в образцах из микрозернистого кремния, можно предполагать, что это как-то связано с электронными состояниями на МЗГ, так как чем их больше в единице объема, тем ярче проявляется эффект. Подтверждением являются кри-

вые 2 (рис. 1), из хода которых следует, что добавление к сырью в виде р-типа кремния лигатуры в виде ТК, являющегося идеальным источником всевозможных электронных состояний, сопровождается увеличением  $I_{\text{из}}$  и  $U_{\text{хх}}$ , значения которых максимальны у образцов ПТЭ, целиком выполненных из ТК (кривые 3), и составляют при  $200^{\circ}\text{C}$ ,  $\sim 1$  мА ( $\sim 40$  мА/см<sup>2</sup>) и, соответственно,  $\sim 20$  мВ, что, тем более, никак нельзя объяснить градиентом температуры на уровне  $1^{\circ}\text{C}$ .

Итак, если суммировать важнейшие особенности явления генерации ЭДС, то их список сводится к следующему:

1. Изотипный образец из микрозернистого кремния, в котором обнаруживается эффект появления ЭДС, является объектом, зеркально-симметричным по отношению к плоскости, перпендикулярной его оси.

2. Тепловая «баня», в которой производится эксперимент, также зеркально-симметрична, и в ней изначально отсутствует исходный градиент температуры вдоль образца.

3. При повторении экспериментов знак ЭДС остается прежним, а не флуктуирует случайно.

4. При повороте образца на  $180^{\circ}$  полярность ЭДС также меняется.

5. ЭДС при подогреве образца возникает при одной и той же температуре воспроизводимым образом; различия температур лежат в пределах погрешности измерения.

6. Образец микрозернистого кремния со средним размером зерен  $\sim 10$  мкм имеет, по определению, макроскопическое число дефектных состояний, связанных с МЗГ.

7. Температурное измерение величины ЭДС имеет вид кривой с максимумом.

Базовый теоретический вывод, впервые сформулированный в [9], таков: спонтанное возникновение ЭДС противоречит принципу симметрии Кюри-Пригожина [10], который гласит: «макроскопические причины всегда обладают меньшим или равным числом элементов симметрии, чем наблюдаемые эффекты». Действительно, причины в нашем случае зеркально симметричны, а эффект асимметричен. Поскольку принцип Кюри-Пригожина относится к равновесным или слабо неравновесным системам, то это означает, что обсуждаемый эффект сильнонеравновесный. Однако, несмотря на всю его парадоксальность, в живой Природе есть аналог наблюдаемого - это процессы морфогенеза [11], в частности образование полярного объекта-гидры в симметричной химической «бане» [12]. Этот эффект теоретически был объяснен Тьюрингом в 1952 г. и превратился сегодня в один из базовых аспектов синергетики.

Приспосабливая анализ Тьюринга  $\lambda$  к нашему случаю, введем концентрации свободных электронов ( $n$ ) и дырок ( $p$ ), которые, что принципиально важно, обладают различными коэффициентами диффузии  $D_n$  и  $D_p$ . Между  $n$  и  $p$  осуществляются квазихимические реакции, идущие с участием электронных уровней границ раздела. Пусть скорости этих реакций будут  $F_n(n,p,\lambda)$  и  $F_p(n,p,\lambda)$ , где  $\lambda$  – так называемый бифуркационный параметр [10]. Однако, в отличие от задачи Тьюринга, в нашем случае имеются пункты 3 и 4,

что может быть учтено введением дополнительных градиентных членов. Таким образом, система уравнений будет иметь вид:

$$\begin{aligned}\frac{dn}{dt} &= D_n \frac{d^2 n}{dx^2} + \mu_n F \frac{dn}{dx} + F_n(n, p, \lambda), \\ \frac{dp}{dt} &= D_p \frac{d^2 p}{dx^2} - \mu_p F \frac{dp}{dx} + F_p(n, p, \lambda)\end{aligned}\quad (1)$$

+ (граничные условия)

Здесь  $F = \Delta\phi/2l$  – электростатическая сила, возникающая из-за флуктуаций в работах выхода на контактах образца длиной  $2l$ .

Стационарное решение системы (1) будем искать в виде

$$C_j = e^{-\frac{tx}{kT}} \left[ C_0^j + \alpha U_0^j \sin \frac{k_0 \pi x}{2z} \right] \quad (2)$$

Здесь  $C_j = \{n, p\}$ ,  $C_0^j$  – стационарное гомогенное решение системы уравнений,  $\alpha = \gamma(V_1 - V_{-1})$  – «амплитуда» напряжения, возникающая на контактах  $\{1\}$  и  $\{-1\}$ .  $\gamma$  – размерная константа пересчета,  $k_0$  – целое число (четное или нечетное),  $U_0$  – двухкомпонентный вектор [10].

Решение близкой задачи было получено для случая сильнонеравновесной химической реакции в гравитационном поле [13]. Приспосабливая этот анализ к нашей проблеме и опуская промежуточные выкладки, получим уравнение:

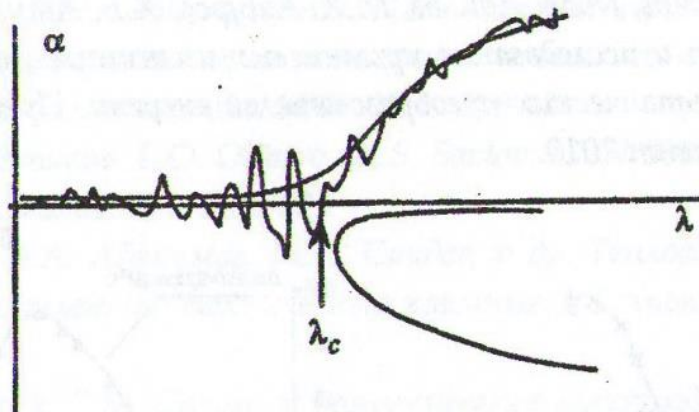
$$\frac{d\alpha}{dt} = -A\alpha^3 + B(\lambda - \lambda_\xi)\alpha + CF + \sqrt{\varepsilon} f(t). \quad (3)$$

Здесь коэффициенты  $A$ ,  $B$ ,  $C$  зависят от концентраций реагентов и скоростей реакций,  $F$  – малое поле, член  $\sqrt{\varepsilon} \cdot f(t)$  – случайные найквистовские флуктуации [10] со средним значением флуктуации,  $\lambda_\xi$  – критическое значение бифуркационного параметра.

Приравнявая в (3)  $\frac{d\alpha}{dt}$  к 0, получим бифуркационное уравнение относительно  $\lambda$ .

Результат решения приведен на рис. 2. Совершенно очевидно, что решаемая нами задача имеет прямую аналогию с проблемой нарушения хиральной симметрии под действием сверхслабых возмущений, наблюдаемой в биологии [12,13]. Это становится очевидным, если отождествлять величины  $\gamma V_1$  с  $X_L$ , а  $\gamma V_{-1}$  с  $X_D$ , где  $L$  и  $D$  означают левую и правую поляризации молекул,  $X$  – их концентрации.

$$C_j = e^{-\frac{tx}{kT}} \left[ C_0^j + \alpha U_0^j \sin \frac{k_0 \pi x}{2z} \right] \quad (2)$$



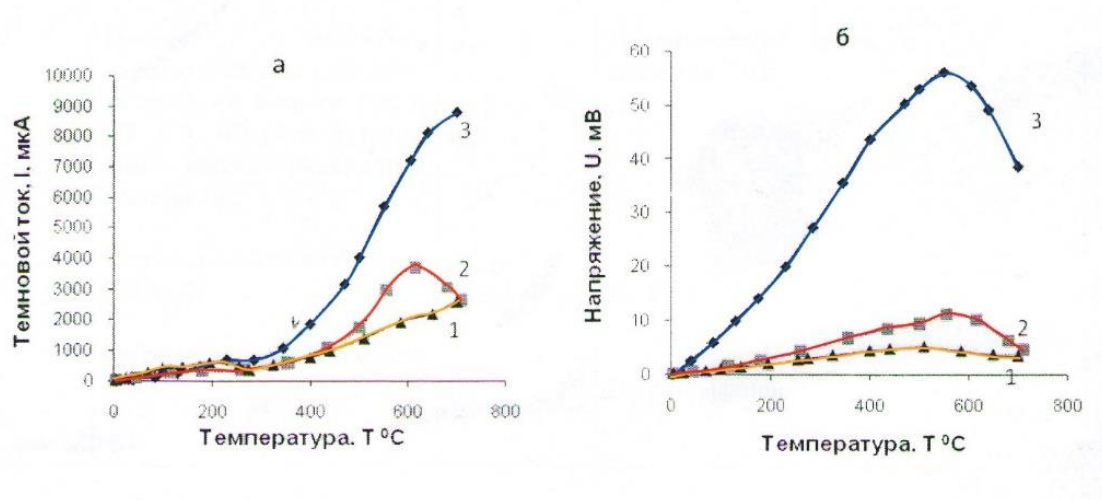
**Рис. 2.** Диаграмма, иллюстрирующая отбор одного из двух симметричных состояний при действии слабого возмущения. Бифуркационным параметром является температура  $T$ , а осциллирующие линии указывают на возможность флуктуационного, пропорционально  $T$ , забивания эффекта отбора неравновесного состояния, в силу чего наблюдаемая в эксперименте температурная зависимость спонтанной ЭДС имеет вид плавной кривой с максимумом.

Таким образом, обсуждаемый нами эффект – это слабо возмущенная задача Тьюринга, когда нелинейные реакции  $F_n$  и  $F_p$  приводят к множеству сильно неравновесных состояний, отбор которых осуществляется слабым электростатическим полем, обусловленным флуктуационной технологической разницей работ выхода контактов. При полной симметрии контактов  $F = 0$ , и мы приходим к чистой задаче Тьюринга [12].

Бифуркационным параметром в нашей задаче является температура, а сильная неравномерность обусловлена быстрыми реакциями генерации – рекомбинации носителей через границы раздела, то есть через МЗГ. Для реализации эффекта необходимо макроскопическое число упомянутых границ, что как раз и обеспечивается в нашем случае микроразмерами ( $\sim 10$  мкм) отдельных частиц кремния. Возможно, что при наноразмерных величинах частиц эффект спонтанной генерации ЭДС будет проявляться еще ярче.

Температурная зависимость  $U_{xx}$ , имеющая вид кривой с максимумом, объясняется, по-видимому, тем, что при повышении температуры выше определенной найквистовские флуктуации, пропорциональные  $\sqrt{T}$ , забивают спонтанную ЭДС, и эффект ослабляется.

По аналогии с процессом образования гидры, вероятность события, в котором, как оказывается, обнаруживается зависимость от размеров объекта, отметим, что и в наблюдаемом нами явлении - генерации ЭДС в изотипном, изотермически нагреваемом образце, его геометрические размеры также оказываются существенным фактором. Например, величина ЭДС ПТЭ, целиком выполненного из ТК (рис. 3), при  $600^\circ\text{C}$  растет в ряду:  $\sim 4$ ;  $\sim 10$ ;  $\sim 54$  мВ так же, как и величина  $I_{кз} \sim 2$ ;  $\sim 3.6$ ;  $\sim 7$  мА, при увеличении размеров его рабочего тела в ряду: 1; 3; 6 мм.



**Рис. 3.** Температурные зависимости  $I_{кз}$  (а) и  $U_{xx}$  (б), полученные при однородном нагреве изотипных ПТЭ из микрзернистого ТК с различной длиной рабочего тела  $L$ , мм: 1 – 1; 2 – 3; 3 – 6. Диаметр рабочего тела – 2 мм.

Одним из главных выводов из вышеизложенного является предположение [9], что обсуждаемая спонтанная генерация ЭДС не подходит ни под один из трех известных термоэлектрических эффектов (Зеебека, Пельтье, Томпсона), подчиняющихся принципу Кюри-Пригожина, а обусловлена упомянутым выше синергетическим процессом [12], толчком к развитию которого является упомянутая флуктуационная разница электрофизических свойств контактов. Отметим, что на реализацию в однородно нагреваемых изотипных образцах ТК синергетического процесса, но совершенно другого типа, указывалось в [4].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Каминский В.В., Соловьев С.М. Возникновение электродвижущей силы при изменении валентности ионов самария в процессе фазового перехода в монокристаллах SmS. – ФТТ, 2001, т. 43, вып. 3, с.423-426
2. Каминский В.В., Дидик В.А., Казанин М.М. Термовольтаический эффект в поликристаллическом SmS. – Письма в ЖТФ, 2009, т.36, вып.21.
3. Саидов А.С. Термоэлектретные свойства технического кремния. – Препринт Р-9-681 ИЯФ АН РУз. - Ташкент, 8 с.
4. Саидов А.С., Лейдерман А.Ю., Абакумов А.А. Особенности свойств поликристаллического кремния, полученного шестикратной переплавкой на солнечной печи, и процессы самоорганизации глубоких примесей в нем. – Препринт Р-9-683 ИЯФ АН РУз.- Ташкент, 2008, 18 с.
5. Саидов М.С., Абдурахманов Б.М, Олимов Л.О. Примесный тепловольтаический эффект границ зерен поликристаллического кремниевого солнечного элемента. – Гелиотехника, 2007, №4, с. 8-13.
6. Abdurakhmanov В.М., Olimov L.O., Saidov M.S. – Applied Solar Energy ISSN 0003-701X. 2008, v. 44, №1, pp.46-52.

7. Саидов А.С., Абакумов А.А., Саидов М.С., Усмонов Ш.Н., Холиков К.Т. Тепловольтаические свойства солнечно-плавленного технического кремния. – Гелиотехника, 2007, №4, с.102-104.
8. Ашуров Х., Абдурахманов Б.М., Ускенбаев. Восстановление кремния из кремнеземных минералов методом прямого высокочастотного плавления в холодном контейнере. – ДАН РУз., 2009, №5, с.27-29.
9. Абдурахманов Б.М., Адиллов М.М., Ашуров М.Х., Ашуров Х.Б., Оксенгендлер Б.Л. Разработка и исследование кремниевых изотипных, одно- и многопереходных тепловольтаических преобразователей энергии. – Препринт 3-8-693 ИЯФ АН РУз. Ташкент, 2010.
10. Пригожин И., Кондепуди Д. Современная термодинамика. – М.: Мир, 2009, 461 с.
11. Волькенштейн М.В. Общая биофизика. – М.: Наука, 1978, 591 с.
12. Turing A. – Phil. Trans. Roy. Soc. London, B237, 1952, p. 37.
13. Prigogine I., Kondipudi D. – Physica, A107, 1981, p.1.

А.Л.ҚОДИРОВ

## ШАРҲИ НАЗАРИЯВИИ ПАЙДОИШИ ҚЭҲ ЗИМНИ ГАРМКУНИИ КРЕМНИИ МИКРОЗАРРАЧАВИИ ИЗОТИПӢ

*Донишгоҳи давлатии Хуҷанд ба номи академик Б.Гафуров*

Роҳҳои маънидоди физикии пайдоиши ҚЭҲ дар контактҳои омикӣ маводи кории нимноқилӣ, ки бо тарзи изотермӣ гарм карда мешавад, оварда шудаанд. Нишон дода шудааст, ки генератсияи беҳости (спонтани) чуфтҳои электронӣ-ҷавфӣ зимни гарм кардани кремний поликристаллии дубора гудохта шудаи микрозаррача-вии изотипӣ бо сабаби протсессҳои синергетикӣ ба вучуд омада, худ аз фарқияти флуктуатсионии хусусиятҳои электрофизикии контактҳо оғоз мешаванд.

**Калимаҳои калидӣ:** кремний поликристаллии дубора гудохташуда, генератсияи беҳост (спонтанӣ), протсесси синергетикӣ, нишондиҳандаи бифуркатсионӣ.

A.L.KADIROV

## THEORETICAL INTERPRETATION OF THE OCCURENCE OF EMF AT HOMOGENEOUS HEATING OF ISOTYPIC MICRO-GRAINED SILICON

*B.Gafurov Khujand State University*

A different physical explanation is given for the occurrence of EMF at ohmic contacts of an isotype semiconductor working medium heated under isothermal conditions. It is shown that the spontaneous generation of electron-hole pairs under uniform heating of isotypic micro-grained powdered polysilicon and technical silicon is due to synergistic process, the impetus to which is the fluctuation difference in the electrical properties of contacts.

**Key words:** isotype secondary cast polycrystalline silicon, spontaneous EMF generation, synergetic process, bifurcation parameter.

УДК 539.01÷546.791; 539.12÷621.039

С.К.ХОДЖИЕВ, Х.М.НАЗАРОВ, Б.Б.БАРОТОВ, М.Д.БОБОЁРОВ, У.М.МИРСАИДОВ

**СЕРНОКИСЛОТНОЕ ВЫЩЕЛАЧИВАНИЕ УРАНА ИЗ РУД  
МЕСТОРОЖДЕНИЯ «ЦЕНТРАЛЬНЫЙ ТАДЖИКИСТАН»**

*Агентство по ядерной и радиационной безопасности АН Республики Таджикистан  
Поступила в редакцию 02.10.2017 г.*

*Изучено сернокислотное выщелачивание урана из руд месторождения «Центральный Таджикистан». Показано, что руда является ураносиликатной с содержанием  $\text{SiO}_2$  более 30% и кислотные методы разложения руды являются эффективным способом переработки руд.*

**Ключевые слова:** уран, руда, выщелачивание, Центральный Таджикистан, серная кислота.

Процесс выщелачивания в урановой промышленности является основной операцией при извлечении урана. В процессе выщелачивания выбор растворителя обуславливается минералогическим и химическим составом руд и вмещающих их пород [1, 2].

Анализ минералогического состава руд месторождения «Центральный Таджикистан» показал, что оно состоит (в %): кварц – 34.5; кальцит – 3.0; альбит – 30.7; плагиоклазы – 2.9; магнетит – 1.7; иллит – 21.0. Уран в рудах находится в виде коффинита, уранофана (ЭКЗОГЕННЫЕ МИНЕРАЛЫ), имеющих миграционную способность. Руды могут подвергаться как кислотному, так и карбонатному выщелачиванию. Кислотный способ выщелачивания даёт более высокое извлечение урана по сравнению с карбонатным способом. В этом способе относительно дешевым растворителем является серная кислота [3, 4].

Исходя из этого, изучено сернокислотное разложение урановых руд месторождения «Центральный Таджикистан» в присутствии перекиси водорода. Гранулометрический состав руды приведён в табл.

---

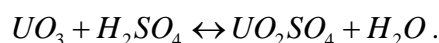
*Адрес для корреспонденции:* Назаров Холмурод Марипович. 735730, Таджикистан, г.Бустон, ул.Опланчука, 1А, Филиал Агентства по ядерной и радиационной безопасности АН РТ.  
E-mail: holmurod18@mail.ru

Таблица

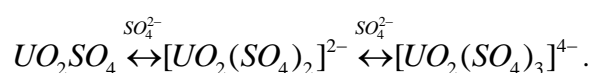
## Гранулометрический состав руды месторождение «Центральный Таджикистан»

Выход классов	Крупность классов, мкм						$\Sigma$ выход классов
	+300	-300 +125	-125 +106	-106 +90	-90 +63	-63	
в граммах	63	308	82	37	6	4	500
в %	12.6	61.6	16.4	7.4	1.2	0.8	100

При кислотном выщелачивании окисленных минералов уран переходит в раствор в виде уранил-иона:



Кроме сульфат-уранила, в жидкой фазе содержатся комплексные сульфаты уранила:



Концентрации отдельных сульфатных комплексов в растворе зависят от сложного равновесия, определяемого концентрацией ионов урана, сульфата, бисульфата, водорода. Минимальная концентрация серной кислоты определяется условиями поддержания уранил-иона в растворённом состоянии в процессе выщелачивания. Она зависит от pH осаждения шестивалентного урана из сульфатных растворов в присутствии анионов и концентрации окислителя (перекиси водорода). Некоторые показатели выщелачивания урана в сернокислом растворе приведены на рис.1 и 2.

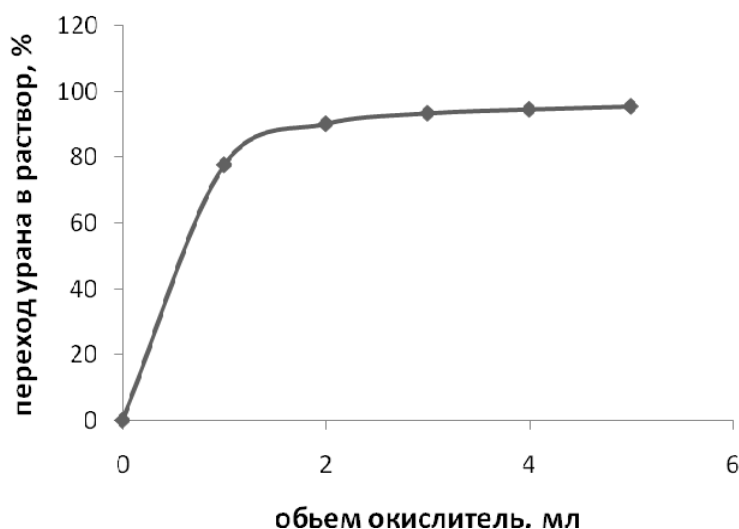


Рис.1. Зависимость процесса выщелачивания от расхода окислителя ( $H_2O_2$ ) при условиях:

$T=60^\circ C$ ,  $t=4$  ч,  $C_{H_2SO_4}=15$  г/л, Т:Ж=1:2-5.

Из рис.1 видно, что оптимальным расходом окислителя ( $H_2O_2$ ) в условиях:  $T=60^\circ C$ ,  $t=4$  час,  $C_{H_2SO_4}=15$  г/л, Т:Ж=1:2-5 является 5 мл, при этом переход урана в раствор



составляет 95.6%. В дальнейшем в опытах используется в качестве окислителя перекись водорода в количестве 5 мл.

Результаты изучения процесса выщелачивания урана в сернокислотной среде показали, что растворимость урана достигает оптимального значения при концентрации 15 г/л серной кислоты. Дальнейшее увеличение концентрации серной кислоты при выщелачивании значительно не влияет на процесс растворения.

Результаты зависимости процесса извлечения урана от продолжительности времени выщелачивания приведены на рис.3.

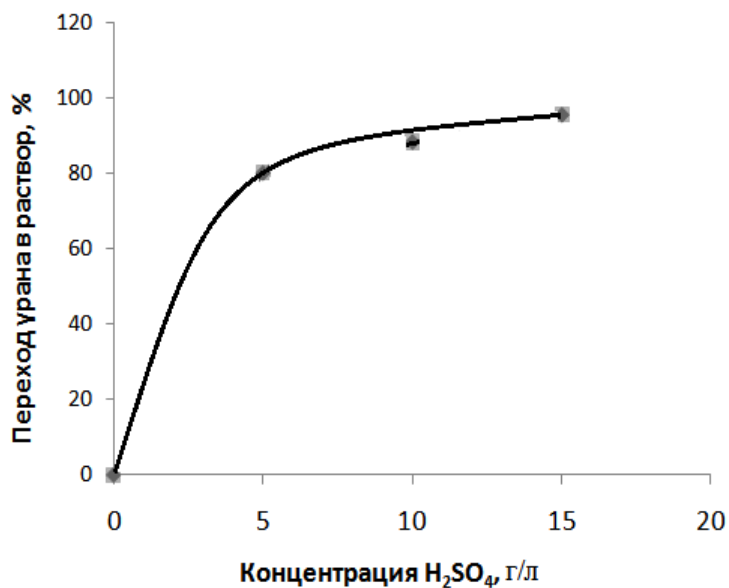


Рис.2. Зависимость процесса выщелачивания от концентрации серной кислоты при  $T=60^{\circ}C$ , Т:Ж=1:2-5,  $t=4$  час и  $H_2O_2=5$  мл.

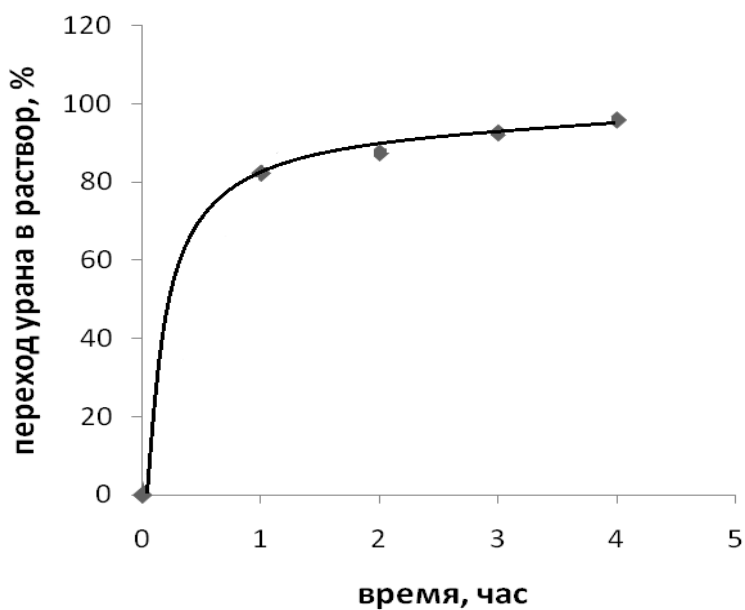


Рис.3. Зависимость процесса выщелачивания от времени при условиях:  $T=60^{\circ}C$ ,  $CH_2O_2=5$  мл;  $CH_2SO_4=15$  г/л, Т:Ж=1:2-5.

Результаты по агитационному выщелачиванию показывают возможность высокого извлечения урана (96%) из руды за 4 часа в сернокислом растворе с добавкой перекиси водорода. Затем процесс замедляется, после 5-6 часов продолжать выщелачивание нецелесообразно.

Таким образом, исследование показало эффективность сернокислотного выщелачивания урана из урансодержащих руд месторождения «Центральный Таджикистан». Из-за того что руда содержит 34.5% кварца, расход серной кислоты является минимальным. Установлено, что высокая степень выщелачивания (97% урана) достигается при условиях:  $T=60^{\circ}\text{C}$ ,  $t=4$  ч,  $\text{CH}_2\text{O}_2=5$  мл;  $\text{CH}_2\text{SO}_4=15$  г/л,  $T:\text{Ж}=1:2-5$ .

### ЛИТЕРАТУРА

1. Филиппов А.П., Нестеров Ю.В. Редокс-процессы и интенсификация выщелачивания металлов. – М.: Руда и Металлы, 2009, 543 с.
2. Мирсаидов И.У., Назаров Х.М., Рахматов Н.Н., Саломов Ф.Дж., Назаров Ш.Б. Физико-химическое состояние урана в шахтных дренажных водах и в супесчаных почвах. – ДАН РТ, 2013, т.56, №9, с.725-729.
3. Ходжиев С.К., Назаров Х.М., Хочиён М.М., Ахмедов М.З., Баротов Б.Б., Пулатов М.С., Мирсаидов И.У. Возможности переработки урансодержащих руд месторождения «Центральный Таджикистан». – ДАН РТ, 2017, т.60, №3-4, с.168-172.
4. Ходжиев С.К., Пулатов М.С., Муминов С.В., Бахронов С.М., Ахмедов М.З., Мирсаидов И.У. Физико-химические основы переработки урановых руд сернокислотным разложением. – ДАН РТ, 2017, т.60, №5-6, с.247-250.

С.Қ.ХОҶИЕВ, Х.М.НАЗАРОВ, Б.Б.БАРОТОВ, М.Д.БОБОЁРОВ,  
У.М.МИРСАИДОВ

### ИШҚОРОНИДАНИ КИСЛОТАГИИ УРАН АЗ МАЪДАНИ КОНИ “ТОЧИКИСТОНИ МАРКАЗӢ”

*Агентии амнияти ядрои ва радиатсионии Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Дар мақола имконияти ишқоронидани кислотагии уран аз маъдани кони “Тоҷикистони марказӣ” омӯхта шудааст. Таҳлили натиҷаҳо нишон доданд, ки маъдан ураносиликатӣ бо таркиби  $\text{SiO}_2$  зиёда аз 30% буда, коркарди маъдан бо усули ишқоронидани кислотагӣ фоидаовар мебошад.

**Калимаҳои калидӣ** уран, маъдан, чудо намудан, Тоҷикистони марказӣ, кислотаи сулфат.

S.K.KHOJIEV, KH.M.NAZAROV, B.B.BAROTOV, M.D.BOBOYOROV, U.M.MIRSAIDOV

**SULFURIC ACID LEACHING OF URANIUM FROM THE ORES  
OF «CENTRAL TAJIKISTAN» DEPOSIT**

*Nuclear and Radiation Safety Agency, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

The sulfuric acid leaching of uranium from the ores of “Central Tajikistan” Deposit is studied. It has been shown that the ore is a uranium silicate, containing more than 30 per cent of  $\text{SiO}_2$  and the acid methods of ore decomposition are effective for ore precessing.

**Key words:** uranium, ore, leaching, Central Tajikistan, sulfuric acid.

УДК 661.663-661.665

М.Ю.АКРАМОВ, Х.А.СУЛАЙМОНШОЕВ, Н.У.ХАКИМОВА, М.С.ПУЛАТОВ,  
К.М.НАЗАРОВ, У.М.МИРСАИДОВ

**ПРОГРАММИРОВАННЫЙ СИНТЕЗ ГИДРИДА АЛЮМИНИЯ И  
БОРОГИДРИДОВ РЕДКОЗЕМЕЛЬНЫХ МЕТАЛЛОВ**

*Агентство по ядерной и радиационной безопасности АН Республики Таджикистан  
Поступила в редакцию 11.07.2017 г.*

*Рассмотрен программированный процесс синтеза гидрида алюминия через бинарные гидриды щелочноземельных металлов с хлористым алюминием с аутоиницированием и модельный синтез борогидридов редкоземельных металлов –  $Ln(BH_4)_3$ .*

**Ключевые слова:** гидрид алюминия, программированный синтез, редкоземельные металлы, щелочноземельные металлы, хлористый алюминий.

Гидрид алюминия и борогидриды редкоземельных металлов (РЗМ- $Ln(BH_4)_3$ ) являются эффективными водородоносителями. Они используются в качестве источников водорода, восстановителей функциональных групп органических соединений и компонентов твёрдого ракетного топлива [1-4].

В работах [5, 6] описан программированный синтез некоторых комплексных гидридов бора и алюминия.

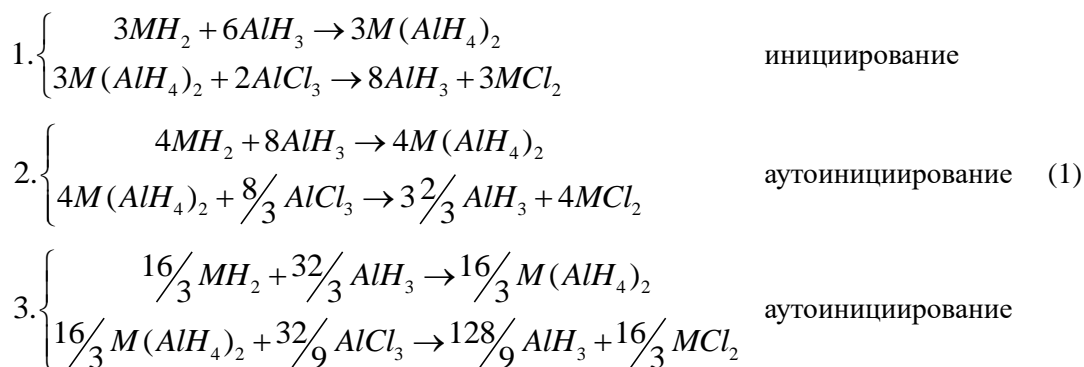
В настоящей работе изучен программированный синтез  $AlH_3$  взаимодействием бинарных гидридов щелочноземельных металлов (ЩЗМ) с хлористым алюминием с аутоиницированием и модельный синтез  $Ln(BH_4)_3$  для сравнительной оценки.

Принцип программированного способа синтеза водородных соединений алюминия через  $MH_2$  (где М – Ca, Sr, Ba) и  $AlCl_3$  состоит в инициировании процесса взаимодействия  $AlH_3$  с частью гидрида металла и последующем раздельном постадийном дозировании реагентов  $AlCl_3$  и  $MH_2$ .

---

**Адрес для корреспонденции:** Мирсаидов Улмас Мирсаидович. 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Х. Хакимзаде, 17а, Агентство по ядерной и радиационной безопасности АН РТ.  
E-mail: ulmas2005@mail.ru

Шаги:

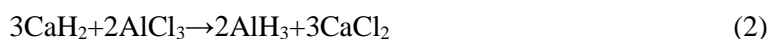


и т.д., вплоть до полного расходования  $MnH_2$  и  $AlH_3$  и получения заданного количества  $M(AlH_4)_2$  или  $AlH_3$ .

Процесс ведут с обеспечением на каждой стадии повышенной концентрации  $AlH_3$  (15-60 г/л) и его избытка ( $MnH_2 : AlH_3 = 1 : 1.05 \div 1.3$ ). Количество дозируемых реагентов подчиняется при этом обобщённой модели, включающей степенные полиномы (табл.1). На основе этой модели на языке «Fortran» (2003 г.) создана общая математическая программа, вычислены количества используемого в синтезе гидрида металла и  $AlCl_3$  для 16-18 стадий (шагов) процесса (табл.2). Ниже приведены примеры составления рабочей программы синтеза алюмогидридов кальция, стронция и бария и гидрида алюминия через  $MnH_2$  и  $AlCl_3$  на основании машинной программы (табл.2).

### Рабочая программа получения алюмогидридов ЩЗМ и гидрида алюминия через $MnH_2$ (M=Ca, Sr и Ba)

В табл.3 запрограммированы количества дозируемых  $CaH_2$  и  $AlCl_3$  на 8-ми шагах, 0.0145 доли от количества обобщённой машинной программы (табл.2). Общее количество реагентов составляет:



моль	0.52	0.35	0.40	0.16	(0.0145 доля 8-го шага, табл.2).
г	21.84	46.70	12	56.50	

При объёме реакционной массы 300 мл заданная концентрация  $AlH_3$   $12/0.3=40$  г/л. В табл.3 приведены также объёмы эфира  $AlCl_3$ , реакционного раствора при иницировании процесса, реакционного раствора после дозирования  $AlCl_3$ , а также концентрации  $AlH_3$  при иницировании – и после введения  $AlCl_3$ .

*Последовательность операций при синтезе*

*Приготовление эфира  $AlCl_3$ .* Растворяют  $46.7+1.57=48.27$  г в 280 мл  $Et_2O$ .

$$C_{AlCl_3} = \frac{48.27}{280} = 0.1723 \text{ г/мл.}$$

*Получение инициатора.* В колбу вносят 1.49 (0.039 моль)  $\text{LiAlH}_4$  (изб. 10%) в 20 мл  $\text{Et}_2\text{O}$  и дозируют 9.1 мл (1.57 г, 0.012 моль)  $\text{AlCl}_3$ , что составляет  $\frac{1.416 \cdot 100}{12} = 11.8\%$   $\text{AlH}_3$  от синтезируемого.

1-й шаг. К полученному инициатору вносят 0.9 (0.022 моль)  $\text{CaH}_2$  и смесь интенсивно перемешивают (инициирование процесса). Дозируют 11.3 мл (1.94 г, 0.015 моль) эфирата  $\text{AlCl}_3$ . Смесь перемешивают.

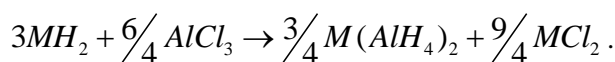
2-й шаг. В реакционную массу вносят 1.17 г (0.028 моль)  $\text{CaH}_2$ . Смесь интенсивно перемешивают (аутоинициирование процесса). Дозируют 14.6 мл (2.52 г, 0.019 моль) эфирата  $\text{AlCl}_3$  при перемешивании.

3-й шаг. В реакционную массу вносят 1.53 г (0.037 моль)  $\text{CaH}_2$ . Смесь перемешивают. Дозируют 19.1 мл (3.3 г, 0.025 моль) эфирата  $\text{AlCl}_3$  при перемешивании.

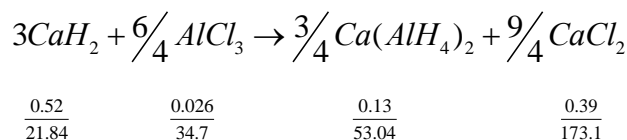
4-8-й шаги. В реакционную смесь поочерёдно добавляют  $\text{CaH}_2$  и  $\text{AlCl}_3$  в количествах, приведённых в табл.3. Осуществляют энергичное перемешивание. Критерием взаимодействия на каждом шаге является отсутствие хлора в растворе. Из полученной на 8-м шаге суспензии сольвата  $\text{AlH}_3 \cdot n\text{Et}_2\text{O}$  кристаллизуют несольватированный  $\text{AlH}_3$  кинетическим способом. В другом варианте на 8-м шаге одновременно с  $\text{AlCl}_3$  в реакционную массу дозируют  $\text{Et}_2\text{O}$  с достижением разбавления 4-8 г/л по  $\text{AlH}_3$ . Из полученного раствора кристаллизуют  $\text{AlH}_3$  в изотермическом или кинетическом режиме.

Особое внимание необходимо уделять разделному введению и точности дозирования реагентов  $\text{CaH}_2$  и  $\text{AlCl}_3$  (из бюретки) в соответствии с рабочей программой табл.3, а также сохранению в процессе синтеза высокой концентрации и избытка  $\text{AlH}_3$  на каждом шаге. Процесс ведётся в суспензии с повышенной концентрацией 40 г/л по  $\text{AlH}_3$  и около 220 г/л по сумме продуктов.

Из вышеизложенного ясно, что в ступенчатом процессе каждый шаг может быть прерван после введения бинарного гидрида металла (аутоинициирование), то есть на ступени образования алюмогидрида. Тогда, сравнительно с получением  $\text{AlH}_3$  (см. уравнение (2)), мы не додаём в процесс суммарно 25%  $\text{AlCl}_3$ :



Для 8-и шагов (табл.3) это составит:



Для сравнительной оценки в табл. 4 и 5 приведены полиномы для расчёта и результаты программированного синтеза борогидридов РЗМ с аутоинициированием.

Таблица 1

Полиномы для программирования синтеза  $\text{AlH}_3$  с аутоиницированием (обобщённая математическая модель синтеза)

Реагенты	№ шага					
	1	2	3	4	...	n
1-й реагент МН	$a$	$\frac{\left(\frac{4}{3} + \frac{b}{100}\right)}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)}$	$\frac{\left(\frac{4}{3} + \frac{b}{100}\right)^2}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)^2}$	$\frac{\left(\frac{4}{3} + \frac{b}{100}\right)^3}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)^3}$	...	$a \frac{\left(\frac{4}{3} + \frac{b}{100}\right)^{n-1}}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)^{n-1}}$
2-й реагент $\text{AlCl}_3$	$\frac{a}{3}$	$\frac{a}{3} \frac{\left(\frac{4}{3} + \frac{b}{100}\right)}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)}$	$\frac{a}{3} \frac{\left(\frac{4}{3} + \frac{b}{100}\right)^2}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)^2}$	$\frac{a}{3} \frac{\left(\frac{4}{3} + \frac{b}{100}\right)^3}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)^3}$	...	$\frac{a}{3} \frac{\left(\frac{4}{3} + \frac{b}{100}\right)^{n-1}}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)^{n-1}}$
Инициатор $\text{AlH}_3$	$a\left(1 + \frac{b}{100}\right)$	$a\left(\frac{4}{3} + \frac{b}{100}\right)$	$a \frac{\left(\frac{4}{3} + \frac{b}{100}\right)^2}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)^2}$	$a \frac{\left(\frac{4}{3} + \frac{b}{100}\right)^3}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)^3}$	...	$a \frac{\left(\frac{4}{3} + \frac{b}{100}\right)^{n-1}}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)^{n-2}}$
Продукт $\text{AlH}_3$	$a\left(\frac{4}{3} + \frac{b}{100}\right)$	$a \frac{\left(\frac{4}{3} + \frac{b}{100}\right)^2}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)}$	$a \frac{\left(\frac{4}{3} + \frac{b}{100}\right)^3}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)^2}$	$a \frac{\left(\frac{4}{3} + \frac{b}{100}\right)^4}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)^3}$	...	$a \frac{\left(\frac{4}{3} + \frac{b}{100}\right)^n}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)^{n-1}}$
$a$ – исходное количество МН (моль), $b$ – % избытка инициатора на каждом шаге (ступени).						

Таблица 2

Машинная программа синтеза  $\text{AlH}_3$  и алюмогидридов металлов через простые гидриды этих металлов  
(МН – эквивалент гидрида металла)

Номер шага	Процент превышения инициатора в % к МН	Первый реагент МН	Второй реагент $\text{AlCl}_3$	Суммарное количество 1-го реагента	Суммарное количество 1-го реагента	Готовый продукт за n шагов $\text{AlH}_3$
1	5	3.00	1.00	3.00	1.00	4.15
2	5	3.96	1.32	6.95	2.32	5.47
3	5	5.21	1.74	12.16	4.05	7.20
4	5	6.86	2.29	19.02	6.34	9.49
5	5	9.04	3.01	28.06	9.35	12.50
6	5	11.91	3.97	39.96	13.32	16.47
7	5	15.69	5.23	55.65	18.55	21.70
8	5	20.67	6.89	76.32	25.44	28.59
9	5	27.23	9.08	103.55	34.52	37.67
10	5	35.87	11.96	139.42	46.47	49.62
11	5	47.26	15.75	186.68	62.23	65.30
12	5	62.26	20.75	248.94	82.98	86.13
13	5	82.03	27.34	330.97	110.32	113.47
14	5	108.07	36.02	439.04	146.35	149.50
15	5	142.38	47.46	581.42	193.81	196.96
16	5	187.58	62.53	769.00	256.33	259.48
1	10	3.00	1.00	3.00	1.00	4.30
2	10	3.91	1.30	6.91	2.30	5.60
3	10	5.09	1.70	12.00	4.00	7.30
4	10	6.64	2.21	18.64	6.21	9.51
5	10	8.65	2.88	27.29	9.10	12.40
6	10	11.27	3.76	38.56	12.85	16.15
7	10	14.68	4.89	53.24	17.75	21.05
8	10	19.13	6.38	72.38	24.13	27.43
9	10	24.93	8.31	97.31	32.44	35.74
10	10	32.49	10.83	129.79	43.26	46.56
11	10	42.33	14.11	172.13	57.38	60.68
12	10	55.16	18.39	227.29	75.76	79.06
13	10	71.87	23.96	299.16	99.72	103.02
14	10	93.65	31.22	392.81	130.94	134.24
15	10	122.03	40.68	514.85	171.62	174.92
16	10	159.01	53.00	673.86	224.62	227.92



Таблица 3

Рабочая программа синтеза  $AlH_3$  и  $Ca(AlH_4)_2$  через  $CaH_2$   $v=10\%$  (0.0145 доля маш. таблицы)

№ шага	$CaH_2$ , моль/г	V мл рас- твора при взаимо- действии $CaH_2$ и $AlH_3$	$C_{AlH_3}$ при иници- ировании, (г/л)	$AlCl_3$ , моль/г	V эфира- та $AlCl_3$ , мл	$C_{AlH_3}$ по- сле введе- ния $AlCl_3$ , (г/л)	$\sum CaH_2$ , моль/г	$\sum AlCl_3$ , моль/г	V раствора после вве- дения $AlCl_3$ , мл	Продукт за n ша- гов, моль/г	$\Delta$ г
Получе- ние ини- ци-атора	ЛАГ (10% лаб) <u>0.039</u> 1.49	-	-	<u>0.0118</u> 1.57	9.1+20 мл $Et_2O$	49,00	-	<u>0.0118</u> 1.57	29.10	<u>0.0475</u> 1.42	
1	<u>0.0216</u> 0.90	29.10	490	<u>0.0145</u> 1.94	11.30	44.90	<u>0.0216</u> 0.90	<u>0.0145</u> 1.93	40.10	<u>0.0600</u> 1.80	0.38
2	<u>0.0280</u> 1.17	40.10	44.90	<u>0.0189</u> 2.52	14.60	43.90	<u>0.0497</u> 2.08	<u>0.0333</u> 4.44	54.70	<u>0.0800</u> 2.40	0.60
3	<u>0.0366</u> 1.53	54.70	43.90	<u>0.0247</u> 5.30	19.10	44.70	<u>0.0864</u> 3.61	<u>0.0580</u> 7.74	73.80	<u>0.1100</u> 3.17	0.90
4	<u>0.0478</u> 2.00	73.80	44.70	<u>0.0322</u> 4.30	24.96	42.50	<u>0.1342</u> 5.46	<u>0.0900</u> 12.01	98.80	<u>0.1400</u> 4.20	0.90
5	<u>0.0622</u> 2.61	98.80	42.50	<u>0.0419</u> 5.6	32.50	41.10	<u>0.1964</u> 8.27	<u>0.1319</u> 17.60	131.30	<u>0.1800</u> 5.40	1.20
6	<u>0.0811</u> 5.40	131.30	41.10	<u>0.0548</u> 7.30	42.40	39.70	<u>0.2800</u> 11.76	<u>0.1863</u> 24.87	173.70	<u>0.2300</u> 6.90	1.50
7	<u>0.1056</u> 4.45	175.30	39.70	<u>0.0712</u> 9.50	55.10	39.30	<u>0.3833</u> 15.96	<u>0.0257</u> 34.38	228.80	<u>0.3000</u> 9.00	2.10
8	<u>0.1379</u> 5.79	228.80	39.30	<u>0.0930</u> 9.50	72.00	39.90	<u>0.5211</u> 21.84	<u>0.3498</u> 46.70	300.80	<u>0.4000</u> 12.00	3.00
$\Sigma$	V	V	-	V	301.1	-	V	V	V	V	V

Таблица 4

Полиномы моделирования синтеза  $\text{Ln}(\text{BH}_4)_3$  с аутоиницированием

№ шага,	Реагенты			Инициатор $\text{Ln}(\text{BH}_4)_3$	Продукт
	I $\text{NaBH}_4$	II $\text{LnCl}_3$	III $\text{NaBH}_4$		
1	$a$			$a \left(1 + \frac{b}{100}\right)$	$a \left(2 + \frac{b}{100}\right)$
2	$a \frac{\left(2 + \frac{b}{100}\right)}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)}$			$a \left(2 + \frac{b}{100}\right)$	$a \frac{\left(2 + \frac{b}{100}\right)^2}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)}$
3	$a \frac{\left(2 + \frac{b}{100}\right)^2}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)^2}$			$a \frac{\left(2 + \frac{b}{100}\right)^2}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)}$	$a \frac{\left(2 + \frac{b}{100}\right)^3}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)^2}$
4	$a \frac{\left(2 + \frac{b}{100}\right)^3}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)^3}$			$a \frac{\left(2 + \frac{b}{100}\right)^3}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)^2}$	$a \frac{\left(2 + \frac{b}{100}\right)^4}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)^3}$
...	...			...	...
n	$a \frac{\left(2 + \frac{b}{100}\right)^{n-1}}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)^{n-1}}$			$a \frac{\left(2 + \frac{b}{100}\right)^{n-1}}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)^{n-2}}$	$a \frac{\left(2 + \frac{b}{100}\right)^n}{\left(1 + \frac{b}{100}\right)^{n-1}}$

Таблица 5

Программированный обобщенный расчёт количества реагентов в синтезе  $\text{Ln}(\text{BH}_4)_3$   
с аутоиницированием

№	$\text{NaBH}_4$ на шаге (моль)	Сумма $\text{NaBH}_4$ (моль)	$\text{LnCl}_3$ на шаге (моль)	Сумма $\text{LnCl}_3$ (моль)	Инициатор $\text{Ln}(\text{BH}_4)_3$ (моль)	Продукт $\text{Ln}(\text{BH}_4)_3$ (моль)	Заграты, %
1	3.00	9.00	3.00	3.00	3.30	6.30	52.38
2	5.73	26.18	5.73	8.73	6.30	12.03	27.44
3	10.93	58.98	10.93	19.66	12.03	22.96	14.37
4	20.87	79.86	20.87	40.54	22.96	43.84	7.53
5	39.85	199.41	39.85	80.39	43.84	83.69	3.94
6	76.08	275.48	76.08	156.46	83.69	159.76	2.07
7	145.24	711.20	145.24	301.70	159.76	305.00	1.08
8	277.27	1543.02	277.27	578.97	305.00	582.27	0.57
9	529.34	3131.04	529.34	1108.31	582.27	1111.61	0.30
10	1010.56	6162.71	1010.56	2118.87	1111.61	2122.17	0.16
11	1929.25	11950.44	1929.25	4048.11	2122.17	4051.41	0.08
12	3683.10	22999.75	3683.10	7731.22	4051.41	7734.52	0.04

Оценивая модельный синтез  $\text{AlH}_3$  и  $\text{Ln}(\text{BH}_4)_3$ , можно заметить, что в обоих случаях необходимо добавление инициатора. Осуществлённый синтез гидрида алюминия и борогидридов РЗМ позволяет осуществить аутоиницированием процесс получения гидридных соединений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Finholt A.E., Bond A.C.Jr, Schlesinger H.I. – Journal of the American Chemical Society, 1947, vol.69, №5, pp.1199-1203.
2. Мирсаидов У.М. Синтез и свойства гидрида алюминия. – Душанбе: Дониш, 2004, 105 с.
3. Булычев Б.М., Вербецкий В.Н., Сизов А.И., Звукова Т.М., Фомин В.Н. – Известия АН РФ. Серия химическая, 2007, №7, с.1259-1265.
4. Булычев Б.М., Вербецкий В.Н., Стороженко П.А. – Журнал неорганической химии, 2008, №52, с.1081.
5. Мирсаидов У.М., Бадалов А., Насруллоева Д.Х., Гафуров Б.А. – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн. н., 2011, №3(144), с.78-85.

М.Ю.АКРАМОВ, Х.А.СУЛАЙМОНШОЕВ, Н.У.ҲАКИМОВА, М.С.ПУЛАТОВ,  
Қ.М.НАЗАРОВ, У.М.МИРСАИДОВ

## СИНТЕЗИ БАРНОМАРЕЗИКАРДАШУДАИ ҲИДРИДИ АЛЮМИНИЙ ВА БОРОҲИДРИДҲОИ МЕТАЛЛҲОИ КАМЁБЗАМИНӢ

*Агентии амнияти ядрой ва радиатсионии Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Раванди барномарезикардашудаи ҳидриди алюминий тавассути ҳидридҳои бинарии металлҳои ишқорзаминӣ бо хлориди алюминий бо аутоинисированӣ ва сохти синтези бороҳидридҳои камёбзаминӣ -  $\text{Ln}(\text{BH}_4)_3$  дида баромада шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** ҳидриди алюминий, синтези барномарезикардашуда, металлҳои камёбзаминӣ, металлҳои ишқорзаминӣ, хлориди алюминий.

M.Yu.AKRAMOV, Kh.A.SULAIMONSHOEV, N.U.KHAKIMOVA, M.S.PULATOV,  
K.M.NAZAROV, U.M.MIRSAIDOV

## PROJECTED SYNTHESIS OF ALUMINUM HYDRIDE AND THE BOROHYDRIDES OF THE RARE EARTH METAL

*Nuclear and Radiation Safety Agency, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

The projected processes of synthesis of aluminum hydride via binary hydrides of alkaline earth metals and aluminum chloride with auto-initiate and model synthesis of rare-earth metal borohydrides  $\text{Ln}(\text{BH}_4)_3$  are studied in the article.

**Key words:** aluminum hydride, projected synthesis, rare earth metals, alkaline earth metals.

УДК 669.715:620.193

П.Р.ПУЛОТОВ, Б.Б.ЭШОВ, И.Н.ГАНИЕВ, М.Т.НОРОВА

**ОКИСЛЕНИЕ ПРОМЫШЛЕННОГО СПЛАВА АМГЗ С ДОБАВКАМИ  
РЕДКОЗЕМЕЛЬНЫХ МЕТАЛЛОВ**

*Центр исследований инновационных технологий при АН Республики Таджикистан  
Поступила в редакцию 12.11.2017 г.*

*Методом гравиметрии исследована окисляемость сплава АМгЗ, легированного скандием, лантаном, празеодимом и неодимом, в твердом состоянии. Установлена зависимость окисления сплавов от их состава и температуры. Определены составы продуктов окисления сплавов.*

**Ключевые слова:** сплав АМгЗ, редкоземельные металлы, окисление сплавов, энергия активации, скорость окисления, температура и состав сплавов.

Проблема коррозии металлов была и остается актуальной. Удовлетворение всё возрастающей потребности современного производства в алюминиевых сплавах, обладающих высокими антикоррозионными свойствами, – является одной из основных задач химиков, металлургов, машиностроителей и ученых многих других специальностей. Экологические и экономические потери от коррозии не поддаются точной оценке [1-3].

Вопросы окисления алюминиевых сплавов подробно рассмотрены в работах [4-7]. Однако сведений о влиянии редкоземельных металлов (РЗМ) на окисляемость сплава АМгЗ недостаточно.

Синтез алюминиевых сплавов при видимой легкости требует особого внимания. При использовании того или иного метода синтеза надо учитывать природу добавок, их растворимость в алюминии, образование различных соединений или растворов, атомные радиусы компонентов сплава, режим кристаллизации, температуру литья, метод введения легирующих добавок, температуру плавления чистых компонентов и многое другое.

В работе для приготовления сплавов использованы алюминий марки А7, магний марки Мг90 (ГОСТ 804-93), РЗМ - чистотой более 99.8%, титан чистотой 97.7% (ГОСТ

---

*Адрес для корреспонденции:* Эшов Бахтиёр Бадалович. 764063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/3, Центр исследований инновационных технологий при АН РТ. E-mail: [ishov1967@mail.ru](mailto:ishov1967@mail.ru)

19807-91). Редкоземельные металлы - скандий, лантан, празеодим и неодим, а также титан, использованы в виде лигатур с содержанием от 2 до 10% редкоземельного металла и титана.

Для получения сплавов проведен расчет шихтовых материалов, так как от правильного выполнения данной операции зависит количественное соответствие полученного и заданного составов сплавов. При приготовлении сплавов учитывались имеющиеся в алюминий примеси и содержание алюминия в лигатурах. В результате был получен сплав (табл. 1), состав которого соответствует среднему составу промышленного сплава АМгЗ согласно ГОСТ 4784-97.

Таблица 1

Химический состав сплава АМгЗ (мас.%)

Mg	Mn	Si	Ti	Fe	Zn	Cu	Al
3.2	0.3	0.6	0.1	0.2	0.15	0.01	Ост.

Полученный сплав легирован редкоземельными металлами, в частности скандием, лантаном, празеодимом и неодимом в количестве 0.05, 0.1, 0.3, и 0.5 мас.%. Сплавы были приготовлены в вакуумной печи сопротивления типа СНВЭ-1.3.1/16ИЗ в атмосфере гелия. Лигатуры вводили в сплав в шахтной печи. Состав сплавов определяли атомно-эмиссионным анализом и сканирующим электронным микроскопом.

Изучение кинетики процесса окисления металлов и сплавов в твердом состоянии проводилось методом термогравиметрии с использованием печи Таммана. Изменение веса фиксировали по растяжению пружины с помощью катетометра КМ-8. Опыты проводили в корундовых тиглях, прокаленных при температуре 1273 К до достижения постоянного веса. Состав сплавов, подвергнутых окислению, аналогичен составу сплавов для изучения электрохимической коррозии. Изучение продуктов окисления сплавов проведено методом ИК-спектроскопии.

Результаты обработки кривых окисления сплавов системы Al-Mg-Sc (табл. 2) свидетельствуют, что при добавке скандия в количестве до 0.05 мас.% наблюдается незначительное снижение скорости окисления исходного сплава. Дальнейшее повышение концентрации скандия в пределах исследованных составов также снижает скорости окисления. Если легированный 0.05 мас.% скандием сплав при температуре 773 К имеет скорость окисления  $4.6 \cdot 10^{-4}$  кг/м<sup>2</sup>·сек, то при этой же температуре и увеличении концентрации легирующей добавки в 2, 6 и 10 раз также отмечается снижение скорости окисления (табл. 2).

Приведенные в табл. 3 параметры окисления алюминиево-магниевого сплава АМгЗ, легированного лантаном, указывают на уменьшение скорости газовой коррозии основного сплава, что, по-видимому, связано с ролью лантана в формировании оксидной пленки с защитной способностью. Алюминий с РЗМ образует ряд интерметаллических соединений с высокой температурой плавления, хотя в структуре исследованных сплавов их доля незначительна, но они играют определенную роль.

Таблица 2

Параметры процесса окисления алюминиево-магниевого сплава АМгЗ, легированного скандием в твердом состоянии

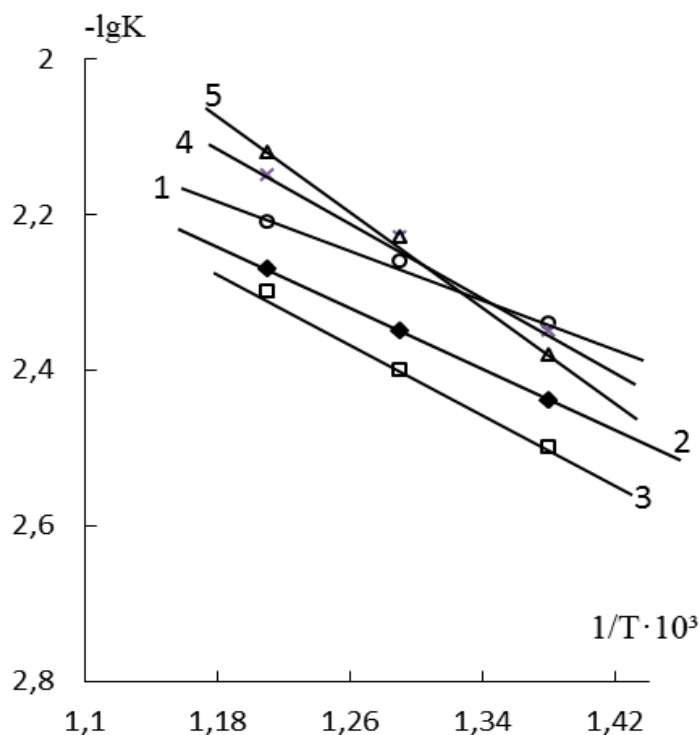
Содержание скандия в сплаве АМгЗ, мас.%	Температура окисления, К	Истинная скорость окисления, $K \cdot 10^{-4}$ кг/м <sup>2</sup> ·сек.	Кажущаяся энергия активации, кДж/моль
0.0	723	4.75	85.2
	773	4.96	
	823	5.11	
0.05	723	4.31	96.3
	773	4.59	
	823	4.87	
0.1	723	3.88	109.7
	773	4.12	
	823	4.63	
0.3	723	3.41	118.9
	773	3.81	
	823	4.29	
0.5	723	3.35	127.4
	773	3.67	
	823	4.08	

Таблица 3

Параметры процесса окисления алюминиево-магниевого сплава АМгЗ, легированного лантаном

Содержание лантана в сплаве АМгЗ, мас.%	Температура окисления, К	Истинная скорость окисления, $K \cdot 10^{-4}$ кг/м <sup>2</sup> ·сек.	Кажущаяся энергия активации, кДж/моль
0.0	723	4.75	85.2
	773	4.96	
	823	5.11	
0.05	723	4.38	88.2
	773	4.61	
	823	4.78	
0.1	723	4.19	97.1
	773	4.37	
	823	4.59	
0.3	723	3.83	112.6
	773	4.09	
	823	4.33	
0.5	723	3.38	126.1
	773	3.54	
	823	3.64	

Приведенная в качестве примера на рис. 1 зависимость  $\lg K$  от  $1/T$  для сплавов системы Al-Mg-Pr характеризуется прямыми линиями. Наибольший угол наклона, по которому рассчитана энергия активации окисления, приходится на сплав, содержащий 0.5 мас.% легирующего компонента, а наименьший - на сплав АМгЗ.



**Рис.1.** Зависимость  $\lg K$  от  $1/T$  для сплава АМгЗ (1), содержащего празеодима: 0.05(2), 0.1(3), 0.3(4) и 0.5(5) мас.%.

Из данных табл. 4 следует, что введение небольшого количества неодима (до 0.5 мас.%) к алюминиевым сплавам повышает их устойчивость к газовой коррозии.

Таблица 4

Параметры процесса окисления твердого алюминиево-магниевого сплава АМгЗ, легированного неодимом

Содержание Nd в сплаве АМгЗ, мас.%	Температура окисления, К	Истинная скорость окисления, $K \cdot 10^{-4}$ кг/м <sup>2</sup> ·сек.	Кажущаяся энергия активации, кДж/моль
0.0	723	4.75	85.2
	773	4.96	
	823	5.11	
0.05	723	3.79	95.32
	773	4.8	
	823	6.1	



0.1	723	3.2	103.9
	773	4.2	
	823	5.34	
0.3	723	2.9	116.6
	773	3.5	
	823	5.2	
0.5	723	1.9	136.7
	773	3.3	
	823	4.7	

Полученные результаты позволили выявить некоторые общие закономерности в процессе окисления сплавов (табл.5), заключающиеся в повышении скорости окисления с ростом температуры, в увеличении значения кажущейся энергии активации при переходе от лантана к неодиму, что соответствует изменению свойств РЗМ по порядковому номеру. При этом следует отметить, что суммарная скорость окисления сплавов зависит от индивидуальных свойств легирующих компонентов (кристаллическая решетка, теплота образования оксидов, родство к кислороду, потенциал ионизации и др.).

Таблица 5

Зависимость кажущейся энергии активации сплава АМгЗ с РЗМ от состава

Система	Концентрация РЗМ, мас.%				
	0.0	0.05	0.1	0.3	0.5
АМгЗ+Sc	85.2	96.3	109.7	118.9	127.4
АМгЗ+La	85.2	88.2	97.1	112.6	126.1
АМгЗ+Pr	85.2	91.4	104,6	108.7	129.9
АМгЗ+Nd	85.2	95.32	103.9	116.6	136.7

Качественную оценку влияния легирующих компонентов на окисляемость сплавов дает исследование продуктов окисления. Полосы поглощения в областях 470, 670, 680, 750, 760  $\text{см}^{-1}$  относятся к валентным колебаниям связи Al-O. Частоты в областях 600, 700-900  $\text{см}^{-1}$  свидетельствуют о наличии MgO. Также обнаружено образование шпинельной фазы в области частот 1150-1300  $\text{см}^{-1}$  с участием редкоземельных металлов. Широкие полосы поглощения в областях 2850-3000  $\text{см}^{-1}$ , по-видимому, относятся к группе OH<sup>-</sup>.

Проведенные исследования подтверждают перспективность применения изученных выше РЗМ в плане защиты алюминиевых сплавов от газовой коррозии. Этому свидетельствует целый ряд полученных составов сплавов, которые обладают повышенной устойчивостью к газовой коррозии. Это вдвойне эффективно, так как РЗМ также улучшают механические свойства алюминиевых сплавов, что является главным их недостатком при высоких температурах.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Семенова И.В. Коррозия и защита от коррозии. Под ред. И.В.Семеновой. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002, 336 с.
2. Фридляндер И.Н. - Машиностроение и инженерное образование, 2004, №1, с. 33-37.

3. Алиева С.Г. Промышленные алюминиевые сплавы: Справ. изд. 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Металлургия, 1984, 528 с.
4. Войтович Р.Ф. Высокотемпературное окисление металлов и сплавов -Наукова думка, 1980, 285 с.
5. Лепинский Б.М., Киташев А.А., Белоусов, А.А. Окисление жидких металлов и сплавов. - М.: Наука, 1979, 116 с.
6. Иброхимов С.Ж., Эшов Б.Б., Ганиев И.Н. - Известия Самарского научного центра РАН, 2014, т. 16, №4, с.256-259.
7. Иброхимов С.Ж., Ганиев И.Н., Эшов Б.Б. - ДАН РТ, 2013, т. 56, № 6, с.472-474.

П.Р.ПУЛОТОВ, Б.Б.ЭШОВ, И.Н.ГАНИЕВ, М.Т.НОРОВА

## ОКСИДШАВИИ ХҶЛАИ САНОАТИИ АМГЗ БО ИЛОВАҶОИ МЕ- ТАЛЛҶОИ НОДИРЗАМИНӢ

*Маркази таҳқиқоти технологияҳои инноватсионии назди Академияи илмҳои  
Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Бо усули термогравиметрӣ оксидшавии хӯлаи АМгЗ, ки бо скандий, лантан, празеодим ва неодим чавҳаронида шудааст дар ҳолати сахт омӯхта шудааст. Вобастагии оксидшавии хӯлаҳо аз ҳарорат ва таркиб муайян карда шудааст. Таркиби маҳсули оксидшавӣ низ муайян карда шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** хӯлаи АМгЗ, металлҳои нодирзаминӣ, оксидшавии хӯлаҳо, энергияи фаъолнокӣ, суръати оксидшавӣ, ҳарорат ва таркиби хӯлаҳо.

P.R.PULATOV, B.B.ESHOV, I.N.GANIEV, M.T.NOROVA

## OXIDATION OF INDUSTRIAL AMG3 ALLOY WITH ADDITIVES OF RARE EARTH METALS

*Center for research of innovative technologies at the  
Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

By gravimetric method oxidation of the alloy AMg3, alloyed with scandium, lanthanum, praseodymium and neodymium in the solid state has been investigated. The dependence of the oxidation of alloys on the composition and temperature is established. Compositions of the oxidation products of alloys are determined.

**Key words:** AMg3 alloy, rare earth metals, oxidation of alloys, activation energy, oxidation rate, temperature and composition of alloys.

УДК 546.273

М.М.ТАГОЕВ, А.М.БАРОТОВ, Ш.Б.НАЗАРОВ, А.С.КУРБОНОВ, У.М.МИРСАИДОВ

**ОЦЕНКА ПРОЦЕССА СПЕКАНИЯ БОРОСИЛИКАТНЫХ РУД  
С НАТРИЙСОДЕРЖАЩИМИ РЕАГЕНТАМИ**

*Институт химии им. В.И.Никитина АН Республики Таджикистан  
Поступила в редакцию 06.12.2017 г.*

*Представлены результаты исследований спекания концентрата борного сырья Ак-Архарского месторождения с натрийсодержащими реагентами. Определены оптимальные условия спекания концентрата боросиликатной руды с  $\text{NaNO}_3$ ,  $\text{Na}_2\text{CO}_3$ ,  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ .*

**Ключевые слова:** спекание, боросиликатная руда, натрийсодержащие реагенты, нитрат натрия, карбонат натрия, сульфат натрия.

В работах [1-4] изучен процесс спекания борного сырья с кальцийсодержащими реагентами. Показано, что  $\text{CaCl}_2$  является эффективным реагентом для разложения борного сырья с целью получения полезных компонентов. Спекание исходного борного сырья с  $\text{NaNO}_3$  изучено в работе [5].

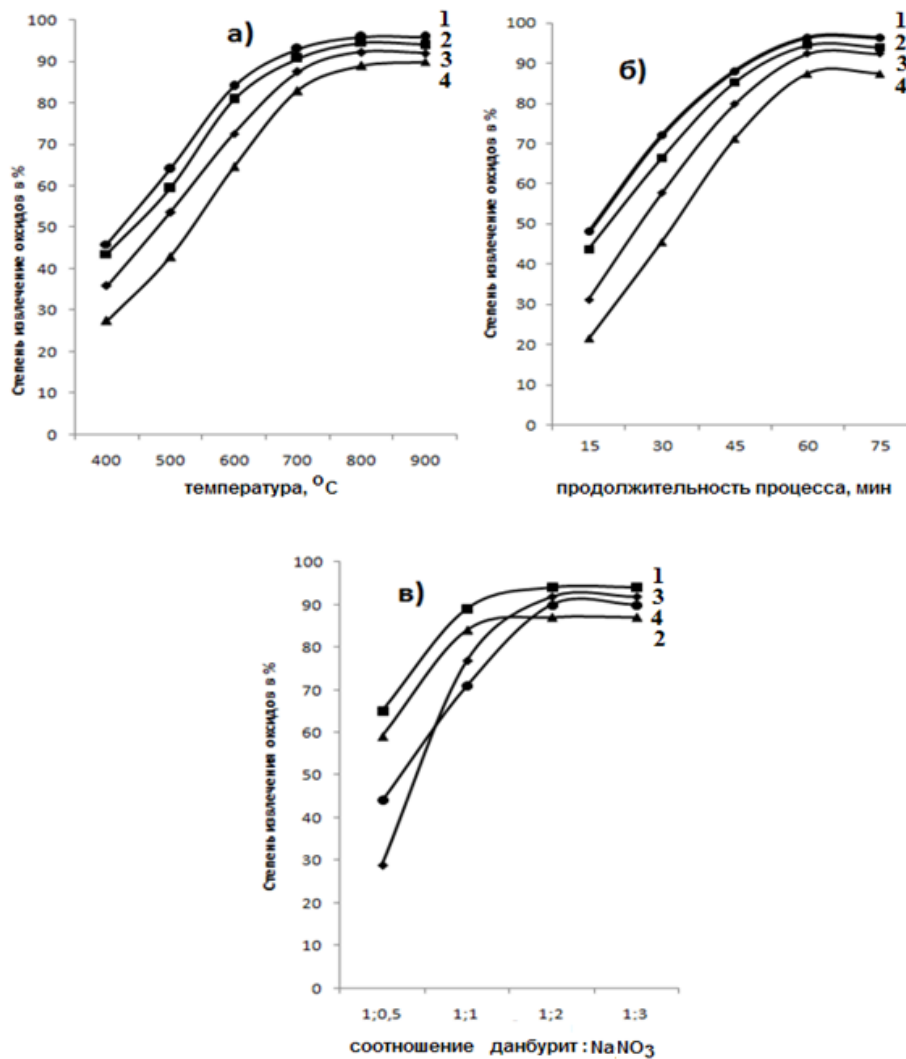
В настоящей работе исследован процесс спекания борного сырья с натрийсодержащими реагентами. Условия проведения процесса описаны в работе [5].

**Спекание борного сырья с  $\text{NaNO}_3$ .** С целью определения оптимальных условий спекания использовали обожжённый концентрат борной руды с содержанием  $\text{B}_2\text{O}_3$  17.4%.

Изучено влияние различных факторов на степень извлечения компонентов из сырья. Результаты исследований представлены на рис.1. Изучена степень извлечения в зависимости от температуры в интервале 400-900°C (рис.1а).

---

*Адрес для корреспонденции:* Курбанов Амиршо Сохибназарович. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2, Институт химии АН РТ, E-mail: amirsho\_77@mail.ru



**Рис.1.** Степень извлечения полезных компонентов из обожжённого концентрата борной руды спеканием с NaNO<sub>3</sub>: а) от температуры; б) продолжительности процесса; в) соотношения реагентов (1 – Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 2 – Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 3 – B<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, 4 – CaO).

На рис.1б приведены результаты извлечения полезных компонентов от продолжительности процесса и на рис.1в – от соотношения реагентов.

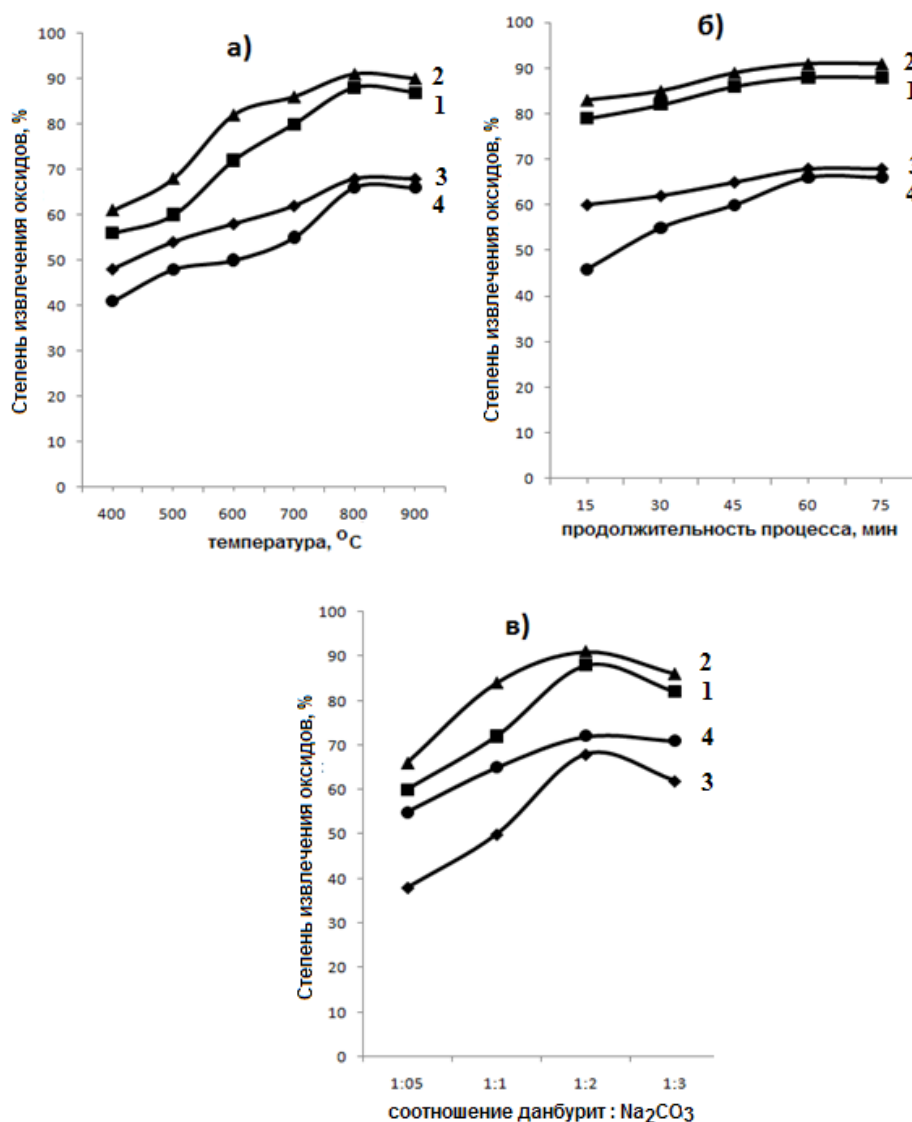
Исходя из полученных результатов, оптимальными условиями процесса спекания концентрата боросиликатной руды после обжига являются: температура спекания – 800°C, продолжительность процесса – 60 мин, соотношение реагентов – борная руда : NaNO<sub>3</sub> = 1:2. При этих условиях извлечение полезных веществ составляет (в %): Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> – 96.0; Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub> – 94.5; B<sub>2</sub>O<sub>3</sub> – 92.3.

**Спекание борного сырья с карбонатом натрия.** С целью установления оптимальных параметров спекания использован концентрат борного сырья с содержанием B<sub>2</sub>O<sub>3</sub> 17.4%. Исследовано влияние различных параметров на степень извлечения полезных компонентов из боросиликатного сырья. На рис.2а представлены результаты спека-

ния в интервале температур 400-900°C. Максимальное извлечение  $B_2O_3$  отмечается при температуре 800°C и составляет 88%.

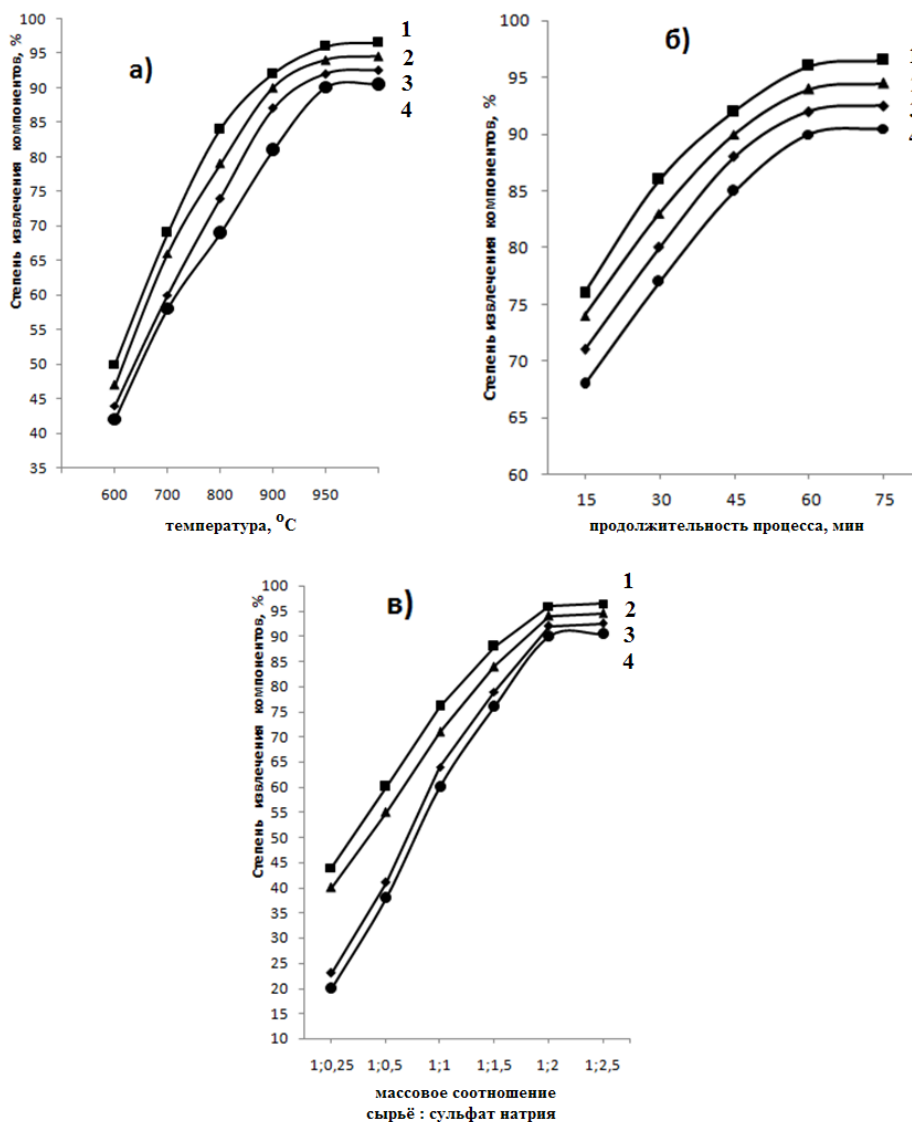
Из рис.2б видно, что степень извлечения компонентов мало зависит от продолжительности процесса.

На рис.2в приведены результаты извлечения полезных компонентов от соотношения реагентов. На основании анализа полученных результатов предлагаются следующие оптимальные параметры для спекания концентрата борного сырья с карбонатом натрия: температура спекания – 800°C, продолжительность процесса - 60 мин, соотношение реагентов – борное сырьё :  $Na_2CO_3$  = 1:2. При этих условиях извлечение компонентов составляет (в %):  $Al_2O_3$  – 88.0;  $Fe_2O_3$  – 91.0;  $B_2O_3$  – 68.0 и  $CaO$  – 72.0.



**Рис.2.** Степень извлечения полезных компонентов из обожжённого концентрата борной руды спеканием с  $Na_2CO_3$ : а) от температуры; б) продолжительности процесса; в) соотношения реагентов (1 –  $Al_2O_3$ , 2 –  $Fe_2O_3$ , 3 –  $B_2O_3$ , 4 –  $CaO$ ).

**Спекание борного сырья с сульфатом натрия.** Для установления оптимальных параметров спекания боросиликатного сырья с  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  использован концентрат боросиликатного сырья с содержанием  $\text{B}_2\text{O}_3$  17.4%. Изучено влияние температуры, продолжительности процесса и соотношения реагентов на степень извлечения компонентов ( $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ ,  $\text{B}_2\text{O}_3$ ,  $\text{CaO}$ ).



**Рис.3.** Степень извлечения полезных компонентов из обожжённого концентрата борной руды спеканием с  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ : а) от температуры; б) продолжительности процесса; в) соотношения реагентов (1 –  $\text{Al}_2\text{O}_3$ , 2 –  $\text{Fe}_2\text{O}_3$ , 3 –  $\text{B}_2\text{O}_3$ , 4 –  $\text{CaO}$ ).

Результаты спекания концентрата боросиликатного сырья с  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  (рис.3) показали, что в интервале температур 600-1000°C степень извлечения возрастает монотонно, например  $\text{B}_2\text{O}_3$  от 42 до 92% (рис.3а). Степень извлечения  $\text{Al}_2\text{O}_3$  составляет 95.1%,  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  – 95.6%,  $\text{CaO}$  – 92.7% при температуре 950°C.

Результаты извлечения полезных компонентов от продолжительности процесса приведены на рис.3б. Оптимальным временем для извлечения компонентов является 60 мин.

Для процесса спекания с  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  массовое соотношение сырья и сульфата натрия составляет 1:2 (рис.3в).

Исходя из полученных результатов, предложены следующие оптимальные условия процесса спекания концентрата боросиликатного сырья с  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ : температура –  $950^\circ\text{C}$ , время процесса – 60 мин, соотношение реагентов – сырьё:  $\text{Na}_2\text{SO}_4 = 1:2$ . При этих условиях степень извлечения компонентов составляет (в %):  $\text{Al}_2\text{O}_3$  – 95.8,  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  – 95.8,  $\text{B}_2\text{O}_3$  – 90.3,  $\text{CaO}$  – 89.7.

Таким образом, натрийсодержащие соединения являются эффективными реагентами при спекании с боросиликатным сырьём. Реагент нитрат натрия выбран для спекания с целью получения комплексных удобрений, содержащих наряду с азотом и борные продукты. Среди выбранных реагентов наиболее доступным является  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ . Как показали исследования, при использовании сульфата натрия извлечение полезных компонентов составляет более 90%.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Назаров Ш.Б., Баротов А.М., Курбонов А.С. и др. Изучение особенности разложения бор- и алюмосиликатных руд спеканием с  $\text{CaCl}_2$ . – Изв. АН РТ. Отд. физ.-мат., хим., геол. и техн.н., 2017, №1, с. с.52-56.
2. Малый патент № ТЖ 847. Способ переработки боросиликатного сырья / А.С.Курбонов, А.М.Баротов, Ф.А.Назаров и др. – 02.10.2017, бюл.131, 2017 г.
3. Малый патент № ТЖ 848. Способ переработки боросиликатного сырья / А.С.Курбонов, А.М.Баротов, Ф.А.Назаров и др. – 02.10.2017.
4. Курбонов А.С., Баротов А.М., Назаров Ф.А., Мирсаидов У.М. Разложение концентрата боросиликатной руды методом спекания с хлоридом кальция. – ДАН РТ, 2016, т.59, №1-2, с.52-56.
5. Маматов Э.Д., Тагоев М.М., Мирсаидов У.М. Спекание боросиликатной руды Ак-Архарского месторождения с нитратом натрия. – ДАН РТ, 2015, т.58, №3, с.232-234.

М.М.ТАҒОЕВ, А.М.БАРОТОВ, Ш.Б.НАЗАРОВ, А.С.ҚУРБОНОВ,  
У.М.МИРСАИДОВ

#### БАҲОИ РАВАНДИ ГУДОЗИШИ МАЪДАНҲОИ БОРОСИЛИКАТӢ БО РЕАГЕНТҲОИ НАТРИЙДОР

*Институти химияи ба номи В.И.Никитини Академия илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Натиҷаҳои таҳқиқоти гудохтани концентрати маъдани бори кони Ак-Архар бо реагентҳои натрийдор оварда шудааст. Шароитҳои муносиби гудохтани концентрати маъданҳои боросиликатӣ бо  $\text{NaNO}_3$ ,  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  ва  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  муайян карда шудаанд.

**Калимаҳои калидӣ:** гудохтан, маъданҳои боросиликатӣ, реагентҳои натрийдор, нитрати натрий, карбонати натрий, сульфати натрий.

M.M.TAGOEV, A.M.BAROTOV, SH.B.NAZAROV, A.S.KURBONOV, U.M.MIRSAIDOV

**ASSESSMENT OF THE SINTERING PROCESS OF BOROSILICATE ORES  
WITH SODIUM-CONTAINING REAGENTS**

*V.I.Nikitin Institute of Chemistry, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan*

The results of the sintering of boron raw concentrate of the Ak-Arkhar field with sodium-containing reagents are presented. Optimal conditions for sintering of borosilicate ore concentrate with  $\text{NaNO}_3$ ,  $\text{Na}_2\text{CO}_3$  and  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  are determined.

**Key words:** sintering, borosilicate ore, sodium-containing reagents, sodium nitrate, sodium carbonate, sodium sulfate.



УДК 615.9

У.Р.РАДЖАБОВ, Р.А.СУЛТОНОВ, И.Х.ЮСУПОВ\*, К.Х.ХАЙДАРОВ\*\*

**СИНТЕЗ И БИОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЦИНКАСА  
И ЕГО ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОМ СПИНОВЫХ МЕТОК**

*Таджикский государственный медицинский университет им. Абуали ибн Сино,*

*\*Физико-технический институт им. С.У.Умарова АН Республики Таджикистан,*

*\*\*Институт химии им. В.И.Никинина АН Республики Таджикистан*

*Поступила в редакцию 05.11.2017 г.*

*Синтезированы цинковые комплексы ацетилцистеина (цинкаса) высокой степени чистоты. Показано, что способ их получения отличается технологичностью и позволяет приготовить целевые продукты в количествах, необходимых для широкого исследования биологической активности. А также методом спиновой метки исследована концентрационная зависимость данного комплекса, когда при комнатной температуре с уменьшением концентрации комплекса в спектрах ЭПР наблюдается заторможенность, спектральные параметры вращательной диффузии подвижности спиновой метки уменьшаются, т.е. сужается сигнал и увеличивается подвижность нитроксильного фрагмента. Установлено, что соединение сульфата цинка при добавлении в раствор этанола в присутствии нитроксильного радикала полностью восстанавливается и влияет на химическую стабильность нитроксильного фрагмента, что свидетельствует о высоком свойстве антиоксидантов.*

**Ключевые слова:** координационные соединения, целевые продукты, цинкацетилцистеин, цинкаса, нитроксильный радикал, спектры ЭПР.

Ацетилцистеин является производным цистеина, ацетильной группы, которая присоединена к атому азота. Это соединение продается как пищевая добавка, которая действует как антиоксидант и защитник печени. Ацетилцистеин является также предшественником в образовании антиоксиданта глутатиона в организме и эффективно поглощает гидроксильные радикалы (ОН-) как напрямую, так и посредством выработки глутатиона. Тиольная (сульфгидрильная) группа ацетилцистеина обладает антиоксидантным дей-

---

*Адрес для корреспонденции: Раджабов Умарали. 734003, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул.Рудаки, 139, Таджикский государственный медицинский университет.  
E-mail: umarali55@mail.ru*

ствием и может уменьшать количество свободных радикалов. Комплексные соединения цинка с ацетилцистеином обладают мощными антиоксидными свойствами, они предотвращают образование свободных радикалов, их ликвидацию и защиту ткани от их атаки [1,2].

Целью данной работы явилось изучение физико-химических, физиологических и биологических свойств синтезированного координационного соединения цинка (II) с ацетилцистеином (Цинкас), изыскание новых более эффективных антиоксидантных средств, проведение лабораторных испытаний.

### **Материал и методы исследования**

Синтезированы координационные соединения цинка (II) с ацетилцистеином. При этом для нахождения оптимальных условий выделения комплексов с заранее заданными физико-химическими и биологическими свойствами были использованы результаты оксрeдметрических исследований комплексообразования металлов в водных растворах аминокислот [3]. Получены координационные соединения цинка (II) с ацетилцистеином (Цинкас), активными компонентами которых являются металл-комплексообразователь цинка (II) и координированный лиганд. Ацетилцистеин имеет следующий состав:  $\text{Na}_2[\text{ZnL}_2\text{SO}_4]$ , где L - ацетилцистеин. Состав синтезированных координационных соединений установлен методами элементного анализа, ИК-спектроскопией. Безвредность комплексов изучена и показана в соответствии с «Методическими указаниями по определению токсических свойств препаратов» [4].

Поставленная цель достигается тем, что применяется новое координационное соединение цинка (II) с ацетилцистеином, которое синтезируется взаимодействием сульфата цинка (II) с ацетилцистеином, в водной среде. Работа проводилась на кафедре фармацевтической и токсикологической химии, кафедре пульманологии, в ЦНИЛ Таджикского государственного медицинского университета им. Абуали ибн Сино и в лаборатории молекулярной спектроскопии физико-технического института им.С.У.Умарова АН РТ.

### **Результаты и их обсуждение**

В области  $\text{pH} = 3.0 - 7.0$  в растворах проводили оксрeдметрические исследования и показали, что в изученной системе доминируют в основном моноядерные, координационные соединения. По анализу зависимостей окислительного потенциала от концентрационных переменных, предположено, что в изученной системе в равновесии находятся аква-гидроксо-ацетилцистеиновые комплексы, а также протекают протеолитические процессы ацетилцистеина. Установление состава комплексных соединений цинка(II) в водном растворе ацетилцистеина в широкой области  $\text{pH}$  методом оксрeдметрии выполнено в области концентрации цинка(II)  $1 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^{-4}$  моль/л, ионной силы 0.1 моль/л и при температуре 308 К. Полученные результаты оксрeдметрических исследований были использованы при синтезе координационных соединений цинка(II) в водном растворе ацетилцистеина.

**Синтез цинковой соли ацетилцистеина.** К суспензии 5 г (0.034 моль) ацетилцистеина в 40 мл воды прибавляют 1.36 г (0.034 моль) гидроксида натрия, перемешивают 10 минут до полного растворения ацетилцистеина и нагревают до 60°C. К гомогенному раствору присыпают порциями 4.9 г (0.017 моль) сульфата цинка:  $ZnSO_4 \cdot 7H_2O$  перемешивают, выдерживают 30 минут при температуре 60°C. Реакционную смесь охлаждают до 7-10°C, выпавшие кристаллы фильтруют, промывают водой от сульфитов (качественный контроль), спиртом и сушат. Получают 5.96 г (93.2%) ацетилцистеинат цинка  $C_{10}H_{20}O_4N_2S_2Zn$ . Содержание азота (%): найдено – 6.91; вычислено – 7.02. Ацетилцистеинат цинка - кристаллическое вещество белого цвета, растворяется в воде, не растворяется в спирте.

С целью оценки безвредности цинкаса в ориентировочно-терапевтической дозе 0.03 г/кг массы тела с водой перорально (в виде 10% раствора) в объеме 0.5 мл его вводили белым мышам (массой 18-20 г,  $n=5$ ), 10 мл – кроликам породы шиншилла (массой 2.5-2.7 кг,  $n=5$ ) 2 раза в сутки в течение 7 дней.

За лабораторными животными наблюдали в течение 14 дней, учитывая общее состояние, внешний вид, поведенческие реакции, прием пищи и воды, ритм и частоту сердцебиения, количество дыхательных движений.

О безвредности ориентировочно-терапевтической дозы цинкаса свидетельствуют результаты наблюдений за животными в течение 14 дней: не было ни одного случая падежа животных.

Острую токсичность цинкаса изучали в опытах на кроликах (массой 1.5-2.0 кг,  $n=48$ ), из которых по принципу парных аналогов сформировали 8 групп.

Перед началом исследований за лабораторными животными, которых содержали в обычных условиях, наблюдали в течение 14 дней. Последний раз корм давали вечером накануне опыта, прием воды не ограничивали.

Кроликам вводили цинкас в виде 10% раствора однократно, перорально, контрольным животным вводили дистиллированную воду.

Через 6 ч после введения препарата производили очередную дачу корма кроликам, которых в дальнейшем переводили на обычный режим.

При наблюдении (14 дней) за лабораторными животными учитывали общее состояние, внешний вид, поведенческие реакции, прием пищи и воды, ритм и частоту сердцебиения, количество дыхательных движений.

Из животных 4-ой группы на 6-й день пало 1 животное, на 5-ый день 2 животных из 5-ой группы, на 10-й день пало 3 животных из 6-ой группы, на 12-ый день - 4 животных из 7-ой группы, на 14-й день пало 6 животных из 8-ой группы. При осмотре внутренних органов павших животных выявлено, что слизистая оболочка желудка была гиперемирована, желудок наполнен кормовой массой, печень без изменений, в кончиках легких отмечено точечное кровоизлияние [5].

Таблица 1

## Результаты испытаний острой токсичности препарата цинкаса

Группа	Доза цинкаса г/кг веса лаб. ж-х	Фактический эффект	LD (%)
1	0.25	0/6	00
2	0.5	0/6	00
3	2.5	0/6	00
4	3.5	1/6	16.6
5	4.5	2/6	33.3
6	5.5	3/6	50
7	6.5	4/6	66.6
8	7.5	6/6	100

Примечание: цифра в числителе – количество погибших животных; цифра в знаменателе – количество животных в группе.

Гибели остальных опытных животных не наблюдали, клиническое состояние 1, 2 и 3-ей опытных групп и контрольных животных не отличалось, патолого-анатомические изменения острого отравления у животных отсутствовали.

Таким образом, по результатам токсикологических исследований было определено, что цинкас в дозе 7.5 г/кг массы тела вызывает гибель всех опытных животных (ЛД<sub>100</sub> – 7.5 г/кг), а в дозе 5.5 г/кг вызывает гибель 50% животных).

Влияние на кожу и слизистые оболочки. Делали однократную аппликацию 10% раствора цинкаса на кожу мышей (массой 18-20 г, n=8). Изучение повторного местного раздражающего действия цинка проводили на мышах (самках, массой 18-20 г, n=8), которым ежедневно в течение 14 дней на выстриженный участок кожи в межлопаточной области наносили по 0.1мл 10% раствора цинкаса, а животным контрольной группы (n=8) - по 0.1мл подсолнечного масла. Наблюдение за животными обеих групп вели в течение 30 дней.

На кроликах (самках, массой 2.5-2.7 кг, n=8), которым ежедневно на кожу наносили по 2 капли 10% раствора цинкаса в течение 21 дня, изучали повторное местное действие цинкаса. Животным контрольной группы (n=8) по той же методике наносили по 2 капли подсолнечного масла. Наблюдение за кроликами обеих групп вели в течение 60 дней. В результате проведенных экспериментов установлено, что цинкас не вызывает даже незначительных явлений гиперемии, отека, расчесов на месте аппликации. У животных не выявлено признаков токсикоза при накожной аппликации препарата. Таким образом, у цинкаса не выявлено кожно-раздражающего и кожно-резорбтивного действия [6].

Хроническую токсичность изучали в опытах по скармливанию исследуемого соединения в течение 20 суток на трех группах белых мышей (массой 18-20 г) и трех группах кроликов породы шиншилла (массой 2.5-2.7 кг) в 2-, 5- и 10-кратной ориентировочно-терапевтической дозе (0,03 г/кг массы тела). Животные контрольных групп испытуемого соединения не получали. За лабораторными животными наблюдали в течение 30 дней.

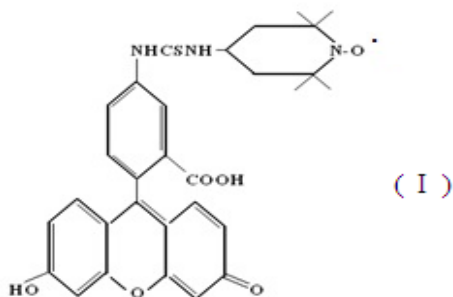
## Метод спиновых меток

Первые экспериментальные работы по применению метода спиновых меток в исследованиях биологических объектов и биополимеров были выполнены профессором Г.И.Лихтенштейном и его сотрудниками в Российской Федерации и в Лаборатории Х.Мак-Коннела в США. С тех пор этот метод [7-11] нашел широкое применение в различных областях молекулярной биологии, биохимии, медицины, физ-химии полимеров и т.д.

Особенность метода спиновых меток заключается в том, что в матрицу исследуемого образца вводят стабильный нитроксильный радикал, ЭПР-спектр которого чувствителен к конформационной подвижности макромолекулы, связанной с анизотропией  $g$  - фактора и сверхтонкого взаимодействия электронного спина с ядрами атома азота. Спектр ЭПР радикала зависит от его ориентации во внешнем магнитном поле. В научной литературе принято называть спиновыми метками нитроксильный радикал, который химически присоединяется к молекулам исследуемого объекта.

В настоящем разделе исследуется структура цинковой соли ацетилцистеина при различных концентрациях, влияющих на подвижность спиновых меток, введенных в структуру комплекса.

В качестве спиновых меток использовали нитроксильный радикал (I), имеющий следующую структурную формулу:



В пробирке набрано 0.2 мл комплекса (Zn+АЦЦ) и добавлено 0.1 мл, нитроксильного радикала в этаноловом растворе с концентрацией  $4 \cdot 10^{-3}$  м/л. Спектры ЭПР (первую гармонику сигнала поглощения) регистрировали на радиоспектрометре РЭ-1306 в стандартных молибденовых ампулах с внутренним диаметром 1.5 мм, в которые помещали по 0.3 мл, спин-меченого образца [9,10]. Спектры ЭПР образцов (рис. 1-2) записывали при следующих условиях: затухание СВЧ мощности 5 дБ; амплитуда развертки магнитного поля 200Э; скорость развертки магнитного поля 40 Э/мин; амплитуда ВЧ модуляции 0.3 Э; постоянная времени 0.3 с и частота модуляции 100 кГц.

Время корреляции вращения спиновых меток в исследуемых образцах определялось по формуле [9-11]:

$$\tau_c = \frac{\left(\sqrt{\frac{J_0}{J_{-1}}} - 1\right) \Delta H_0}{3.6 \times 10^{-1}} \text{ с,}$$

где:  $\Delta H_0$  – ширина центрального компонента и  $J_0/ J_{-1}$  – относительные параметры центрального и высокопольного компонентов спектра ЭПР.

Методом спиновой метки исследована концентрационная зависимость структуры цинковой соли ацетилцистеина, когда при комнатной температуре с уменьшением концентрации комплекса в спектрах ЭПР (рис.1 и 2) наблюдается заторможенность, спектральные параметры вращательной диффузии подвижности спиновой метки уменьшаются, то есть сужается сигнал и увеличивается подвижность нитроксильного фрагмента. Установлено, что при комнатной температуре с уменьшением концентрации комплекса в спектрах ЭПР (рис.1 и 2) наблюдается заторможенность и сужение, то есть уменьшение некоторых спектральных параметров  $\Delta H_0$ ,  $\Delta H_{+1}$ ,  $\Delta H_{-1}$  – ширина соответственно центральной, низкопольной и высокопольной компонентам спектра;  $J_0$ ,  $J_{+1}$ ,  $J_{-1}$  – интенсивность компонентов спектра с  $M=0$ ,  $+1$  и  $-1$ ,  $\nu = 1/\tau$  – величина, условно называемая “частотой вращения” радикала.

В табл.2 приведены спектральные параметры спектров ЭПР спин-меченого препарата цинковой соли в зависимости от концентрации среды.

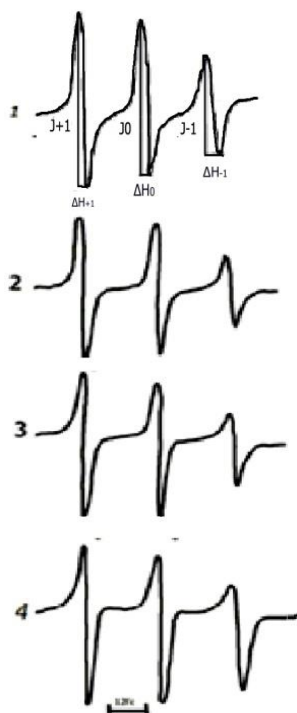
Таблица 2

Параметры ЭПР-спектра спин-меченых образцов цинковой соли ацетилцистеина (Zn+АЦЦ) при различных концентрациях

Наименование комплекса: Zn+АЦЦ+НР+конц.	Спектральные параметры								
	$J_{+1}$ , ММ	$J_{-1}$ , ММ	$J_0 / J_{-1}$	$J_0$ , ММ	$J_0/J_{+1}$	$\Delta H_{+1}$ , Гс	$\Delta H_{-1}$ , Гс	$\Delta H_0$ , Гс	$\tau_c$ сек.
Нитроксильный Радикал	185	113	1.5	175	0.9	0.7	0.8	0.8	$0.1 \cdot 10^{-8}$
АЦЦ+НР+0.1М/л	109	52	1.9	99	0.9	8.4	10.8	8.4	$0.86 \cdot 10^{-9}$
АЦЦ+НР+0.01 М/л	105	53	1.8	96	0.9	8.4	12.0	8.4	$0.79 \cdot 10^{-9}$
АЦЦ+НР+0.001 М/л	77	40	1.8	73	0.9	7.2	8.4	9.6	$0.93 \cdot 10^{-9}$
Zn+АЦЦ+НР+0.1 М/л	119	59	1.7	105	0.8	7.2	12.0	9.6	$0.88 \cdot 10^{-9}$
Zn+АЦЦ+НР+0.01 М/л	112	53	1.9	101	0.9	7.2	9.6	7.2	$0.74 \cdot 10^{-9}$
Zn+АЦЦ+НР+0.001М/л	90	43	1.9	83	0.9	7.2	9.6	6.0	$0.63 \cdot 10^{-9}$
Zn+НР+0.1 М/л	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Zn+НР+0.01 М/л	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Zn+НР+0.001 М/л	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Примечание: спектры ЭПР для комплекса сульфата цинка ( $ZnSO_4 \cdot 7H_2O$ ) сигнал погашается, поэтому имеет прямую линию.

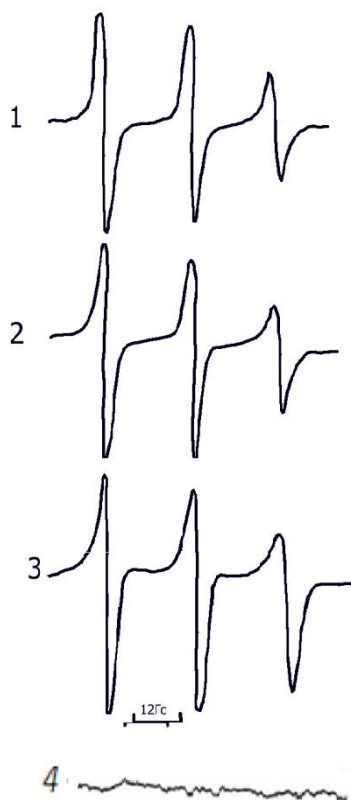
На рис.1 представлены ЭПР-спектры нитроксильного радикала (I) в этаноловом растворе и спин-меченые комплексы ацетилцистеина (АЦЦ) при различных концентрациях. По спектрам видно, что с уменьшением концентрации в образцах происходит сужение линии, то есть уменьшение спектральных параметров, что свидетельствует об увеличении времени корреляции ( $\tau_c$ ).



**Рис.1.** ЭПР-спектры нитроксильного радикала (I) в этаноловом растворе с концентрацией  $4 \cdot 10^{-3}$  М/л - 1; спектры спин-меченого ацетилцистеина (АЦЦ) при различных концентрациях комплекса: 2 – 0.1 М/л; 3 – 0.01 М/л и 4 – 0.001 М/л.

При сужении спектра ЭПР и уменьшении времени корреляции ( $\tau_c$ ), при различных концентрациях (табл. 2) можно полагать, что в комплексе повышаются свойства антиоксидантов.

В концентрационной зависимости при 0.001 М/л в комплексе ( $Zn+АЦЦ$ ) время корреляции ( $\tau_c$ ) увеличивается (табл.2), а подвижность спектральных параметров уменьшается, что свидетельствует о повышении свойств антиоксидантов, а для сульфата цинка ( $ZnSO_4 \cdot 7H_2O$ ) (рис.2(4) и табл.2) сигнал во всех концентрациях сильно поглощается (исчезает), влияет на химическую стабильность нитроксильного фрагмента и приводит к увеличению времени корреляции спиновой метки, что свидетельствует о высоком свойстве антиоксиданта [11].



**Рис. 2.** ЭПР-спектры спин-меченой цинковой соли ацетилцистеина ( $Zn+АЦЦ$ ) при различных концентрациях комплекса: 1 – 0.1M/л; 2 – 0.01M/л; 3 – 0.001M/л и 4 - сульфата цинка ( $ZnSO_4 \cdot 7H_2O$ ).

Таким образом, на основе полученных экспериментальных результатов можно заключить, что изменение параметров спектра ЭПР и вращательной подвижности спиновых меток при комнатной температуре зависит от концентрации изучаемых объектов, то есть при уменьшении концентрации сигнал начинает гаснуть, что говорит о антиоксидантных свойствах препарата. Установлено, что соединение сульфата цинка при добавлении в раствор этанола в присутствии нитроксильного радикала полностью восстанавливается и влияет на химическую стабильность нитроксильного фрагмента, что свидетельствует о высоком свойстве антиоксиданта.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Машковский М.Д. Лекарственные средства. В 2-х томах, т.1., т.2.- М.: ООО «Новая волна», 2004, с. 540 и 608.
2. Раджабов У.Р., Ёрмамадова С.Г., Рахимова Р.Н., Шухратзода М. Синтез и применение металло-содержащих биоактивных координационных соединений. – Душанбе: Ирфон, 2017, 151 с.
3. Раджабов У.Р., Рахимова Р.Н., Ёрмамадова С.Г. Азольные координационные соединения Fe и Zn, их биологические свойства. - Вестник ТНУ. – Душанбе: Сино, 2014, №1/4(153), с. 62-66.
4. Ветеринарные препараты. Справочник. /Сост. Л.П.Маланин и др. - М.: Агропромиздат, 1988, 319 с



5. Раджабов У.Р., Рахимова Р.Н., Ёрмамадова С.Г., Шарипов И.Х., Козихонов А.У. – Биологические свойства азольных координационных соединений Fe, Cu и Zn. - Вестник ТНУ. – Душанбе: Сино, 2013, №1/1(102), с.135-139.
6. Раджабов У.Р., Ёрмамадова С.Г., Ахмедов Х.Дж., Саидова Н.Р., Козихонов А.У. Координационные соединения цинка (II) с дибазолом. – ДАН РТ, 2016, т.59, №9, 10, с. 402-408.
7. Likhtenshtein G.I. - Mol. Biol. (Moscow), 1968, № 2, pp. 234-240.
8. Likhtenshtein G.I., Yamauchi J., Nakatsuji S., Smirnov A., Tamura R. 2008. Nitroxides: Application in Chemistry, Biomedicine, and Materials Science. WILEY-VCH, Weinheim.
9. Yusupov I.Kh., Likhtenshtein G.I. Study of Microstructure and Molecular Dynamics of Cotton and Cellulose Fibers by Methods of Physical Labels. International Research Journal of Pure and Applied Chemistry.5(1):XX-XX,2015.
10. Юсупов И.Х., Холова Ш.А., ДжураевХ.Ш., Азонов Д.А. Исследование молекулярной структуры холестерина методом спиновых меток при погружении в жизненно Важные органические кислоты. – Здравоохранение Таджикистана, 2012, №1, с. 57- 62.
11. Kholova Sh.A., Dzuraev Kh.Sh., Yusupov I.Kh., Likhtenshtein G. I. Interaction of chenodeoxycholic acid with cholesterol in a model system studied by spin label probe method. – International Journal Biomolecules and Biomedicine (IJBB), 2014, v.4, №1, pp.1-6.

У.Р.РАҶАБОВ, Р.А.СУЛТОНОВ, И.Х.ЮСУПОВ\*, К.Ҳ.ҲАЙДАРОВ\*\*

## СИНТЕЗ ҲОСИЯТИ БИОЛОГИИ СИНКАС ВА ТАҲҚИҚИ ОН ТАВАС- СУТИ ТАРИҚАИ НИШОНАҲОИ СПИНӢ

*Донишгоҳи давлатии тиббии Тоҷикистон ба номи Абӯалӣ ибни Сино,*

*\*Институти физикаю-техникаи ба номи С.У.Умарови*

*Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон,*

*\*\*Институти химияи ба номи В.И.Никитини*

*Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Пайвастагии комплекси тозаи руҳ бо атсетилсистеин (синкас) синтез карда шуд. Нишон дода шуд, ки тариқаи синтези пешниҳодшуда аз ҷиҳати технологӣ муфид буда, барои дар доираи васеъ дарёфт намудани маводҳои аз ҷиҳати биологӣ ғайри сифатан тоза имконият медиҳад. Инчунин, тавассути тариқаи нишонаи спинӣ вобастагии концентратсионии комплекси зикршуда дар ҳарорати ҳона таҳқиқ карда шуд. Маълум шуд, ки бо камшавии концентратсияи комплекс дар спектрҳои резонанси электронии парамагнитӣ (РЭП) таваққуфи ҳаҷми спектри мушоҳида мешавад ва омилҳои спектралӣ диффузияи мутаҳарриқи ҷарҳанандаи нишонаи спинӣ кам мешавад, яъне ҳати спектри ҳамвор шуда, мутаҳарриқи фрагменти нитроксилӣ зиёд мешавад. Таҳқиқ карда шуд, ки дар маҳлули этанол комплекси синкас дар иштироки радикали нитроксилӣ устувории химиявии фрагменти нитроксилро зиёд мекунад, ки ин аз ҳосияти антиоксидантӣ зоҳир намудани синкас гувоҳӣ медиҳад.

**Калимаҳои калидӣ:** пайвастагиҳои координатсионӣ, маводи қувватдиҳанда, тсинкасетилсистеин, синкас, радикали нитроксилӣ, спектрҳои резонанси электронии парамагнитӣ (РЭП).

U.R.RAGABOV, R.A.SULTONOV, I.KH.YUSUPOV\*,K.H.HAYDAROV\*\*

**SYNTHESIS AND BIOLOGICAL PROPERTIES OF ZINCAS AND  
IT'S INVESTIGATIONS BY SPIN LABEL METHOD**

*Avicenna Tajik State Medical University,*

*\*S.U.Umarov Physical-Technical Institute, Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan,*

*\*\*V.I.Nikitin Institute of Chemistry, Academy of Sciences of the Republik of Tajikistan*

Zinc complexes of acetylcysteine (Zincas) with high purity has been synthesized. It is shown that the producing process is technologically distinctive and allows preparing all desired products in quantities, which is necessary for abroad study of biological activity. The concentration dependence of this complex is also studied by the spin-label method, which is inhibited at room temperature with a decrease in the concentration of the complex in the EPR spectrum, the spectral parameters of the rotational diffusion of the mobility of the spin label decrease, i.e., the signal narrows and the mobility of the nitroxide fragment increases. It has been found that in the zinc sulfate compound, when ethanol is added in solution in the presence of a nitroxide radical, it completely restores and affects the chemical stability of the nitroxide fragment, which indicates a strong property of antioxidants.

**Key words:** coordination compound, target product, zincacetylcysteine, zincas, nitroxyl radical EPR spectra.

**ОСНОВНЫЕ РУБЕЖИ И ЭПОХИ ПОРОДООБРАЗОВАНИЯ  
В СЕДИМЕНТАЦИОННЫХ БАССЕЙНАХ ТАДЖИКСКОГО РЕГИОНА  
В СВЯЗИ С АСПЕКТОМ ОСАДОЧНОГО РУДОГЕНЕЗА**

*Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии*

*АН Республики Таджикистан*

*Поступила в редакцию 17.05.2017 г.*

*На основе детального изучения геологического строения Таджикского региона, литологического и минерального состава фанерозойских пород установлена возможность образования бокситовых руд и высокоглиноземистых отложений, связанных со среднекарбонowymi пограничными позднепермским и раннетриасовым интервалами палеозоя и мезозоя.*

**Ключевые слова:** фанерозой, палеогеография, литология, субстрат, туф, эффузив, пепел.

В пределах Таджикского региона\* по структурно-тектоническим особенностям выделяются Афгано-Таджикская межгорная впадина, Юго-Западный Дарваз, Памирская горная система и Зеравшано-Гиссарская горная область, характеризующиеся и отличающиеся друг от друга особенностями истории геологического развития в интервале всего фанерозойского времени. При неодинаковом проявлении и продолжительности прошлых геологических событий в разные периоды истории вышеуказанных территорий рубеж между палеозоем и мезозоем, несмотря на бесспорную естественность, до настоящего времени нередко являлся предметом дискуссии. Граница между ними, равно как и перм-триасовыми периодами, отвечает переломному рубежу как в изменении общего хода геологических процессов, так и эволюции органического мира Земли [1,2]. На разных этапах развития всей территории исследуемого региона внешний и внутренний его облик неоднократно менялся как по происшествию многообразных тектоно-магматических, геохимических, геодинамических и других процессов, так и в силу литофациальных, минера-

\* Примечание: Термин «Таджикский регион» предложен Г.Х.Салибаевым (1982) и равнозначен обозначению «территория Таджикистана», но указывающему на наличие в нем структурно-тектонических элементов.

логических, палеогеографических изменений, а также проявления вулканических воздействий на формирование осадочных отложений во время трансгрессивного осадконакопления в седиментационных бассейнах.

По имеющимся данным [2-5], каждый из рассматриваемых регионов Таджикистана в разные годы был достаточно хорошо исследован и изучен по многим аспектам геологии. На основе полученных материалов для каждой из этих территорий составлены тектонические карты и стратиграфические схемы, произведен литолого-фациальный анализ осадочных образований и выявлены палеогеографические условия осадконакопления и породообразования, характер и особенности вулканических процессов и их влияние на эпи- и дигенетические преобразования осадочных и вулканогенно-осадочных пород.

Анализ геологических карт, составленных в разные годы в пределах вышеуказанных территорий Таджикского региона, показывает, что почти по всем сравнительным показателям они не схожи друг с другом и имеют достаточно четкие характерные для каждого из них и присущие только к одной зоне или району особенности.

Рубеж между двумя периодами палеозоя и мезозоя-перми и триаса наиболее четко наблюдается в зонах Центрального Памира, где на стратиграфически нерасчлененных пермских отложениях, состоящих из карбонатных пород, залегает толща железистых аллитов (продукты коры выветривания, богатые гидроксидами алюминия) мощностью от 2 до 15 м, содержащих скопления бокситов пиррофиллит-диаспорового состава и с небольшими прослоями гематитовых руд. Субстратами коры выветривания изученной части территории Центрального Памира, по мнению [2], являлись вулканогенные образования, фрагментарно представленные в основании бокситоносными породами, сильно заметное распространение имеют также метаморфические комплексы неустановленного и раннепермского возраста. Из числа всех вышеперечисленных пород наиболее развитыми по площади являются докембрийские и метаморфические образования неустановленных по времени происхождения пород, большей частью развитых в районах и зонах Юго-Западного Памира. Пермско-триасовые отложения в пределах данной территории не выявлены, и вопрос об их формировании остается открытым.

К ряду зон и районов, где обращают на себя внимание характерные особенности геологического строения и минерало-породообразующие условия осадочного седиментогенеза, относится территория Центрального Памира. Вопрос о наличии здесь бокситов и бокситоносных пород был актуальным еще в 1962 г. Зеленовато-серые бокситовые глины мощностью 3-4 м в виде клина, зажатые в тектонической «чешуе» между известняками девона и нижнемеловыми красноцветниками, были установлены в районе восточного перевала Акбайтал, их возраст впоследствии уточнен как верхнетриасовый [9]. В результате петрографического и термического исследования этих пород было установлено, что в их составе содержится повышенное количество диаспора и высказано предположение о бокситовой природе выявленных глин. По данным химического и термического анализов выяснилось, что эти глины, ошибочно принятые ранее за эффузивное образование, оказа-

лись бокситовыми [9]. Пластообразно залегающие бокситовые глины, как удалось установить, генетически тесно связаны с вышележащими отложениями нижнего триаса и выходы их на дневную поверхность прослеживаются во многих пунктах восточной части Центрального Памира, в частности в районе озера Джилгакуль, ур. Калакташ, в долинах рек Акджилга и Акбайтал. Почти во всех вышеперечисленных обследованных и изученных пунктах имеются выходы бокситоносных пород, представленных кварцевыми песчаниками, глинистыми сланцами, оолитовыми известняками и измененными эффузивами и туфами среднего и основного состава. Триасовые же отложения выше по разрезу, с размывом перекрывают аллитовую толщу и в основании представлены терригенными породами.

Вопрос о границе перми и триаса наибольшее внимание привлекает в пределах крайне юго-восточной части Памира, где, по особенностям геологического строения тектоно-магматических событий и по взаимоотношению приграничных комплексов пород, эта территория безусловно имеет ключевое значение по отношению ко всему Памиру. Если сравнить степень изученности всей территории данного высокогорного региона, то его юго-восточная часть считается достаточно хорошо изученной областью, где относительно полно развиты отложения верхнего палеозоя и нижнего мезозоя, некогда неподдающиеся стратиграфическому расчленению и по составу пород относимые к типу «монофациальных» разрезов, в которых пограничные отложения сформированы в сходных морских условиях. Лишь в последние годы на основе накопленного фактического материала стало возможным более детально реконструировать геологические события конца поздней перми и начала раннего триаса на этой территории. Сравнительно поздние данные свидетельствуют, что фаунистически охарактеризованные верхнепалеозойские породы Юго-Восточного Памира представлены морскими глинисто-обломочными (нижняя пермь) и кремнисто-карбонатными (верхняя пермь) толщами и подчиненным количеством различных вулканогенно-осадочных образований. Зафиксировано, что вулканогенные продукты встречаются как в разрезе нижней перми, так и в верхнепермской его части. Перекрывающие триасовые отложения представлены карбонатными породами и, как правило, не содержат ощутимой примеси вулканогенного материала. По свидетельству [2], лишь в зоне Центрального Памира в составе предположительно ниже-среднетриасовых терригенных отложений отмечены прослойки эффузивов. Несмотря на собранный материал по Юго-Восточному Памиру, детальную реконструкцию условий осадконакопления воссоздать по этой причине представляется затруднительным. Однако дополнительно полученные материалы по северо-восточной части Юго-Востока Памира показывают, что в пределах этой территории в основании нижней перми мощностью 10-40 м залегают обломочные и органогенно-детритовые известняки с незначительной примесью пирокластического материала основного состава. С переходом в среднепермскую часть разреза появляются линзы и прослойки вулканогенно-терригенных пород и тефроидный материал, возникшие, по-видимому, за счет переотложения рыхлого или слабосцементированного вулканогенного материала.

кластического материала со свежими угловато-окатанными зернами вулканитов и с присутствием округлых выделений, похожих на бокситоподобное вещество. Вышеописанные вулканогенно-обломочные породы в Мургаб-Аксуйской части Юго-Востока Памира (крайне северо-восточная его окраина) занимают несколько преобладающее положение (мощность 100 м) по сравнению с другими осадочными накоплениями. В юго-западном направлении общее количество вулканогенного материала в разрезе уменьшается, но при этом появляются отложения туффитового ряда (туфоаргиллиты, туфоалевриты), глины и карбонатные породы.

По данным [3], разрез верхней перми сложен преимущественно известковыми туфоаргиллитами с прослоями мелкозернистых тефроидов, пелитоморфных известняков, мергелей, а иногда и доломитов. По-видимому, наличие известняков и аргиллитов, а также доломитов указывает на вторичный характер их происхождения как продукт эпигенетического изменения вулканогенно-осадочных пород. В кровле верхнепермских отложений залегают маломощные (1.5-2.0 м) сиаллитовые глины, состоящие из агрегатов гидрослюды, монтмориллонита с небольшой примесью каолинита и хлорита.

Перекрывающие триасовые отложения породы залегают на вышеуказанных сиаллитовых глинах с незначительным размывом. В целом, надо отметить, что характерной чертой изученной толщи верхнепермских пород северо-восточной части Юго-Восточного Памира следует считать общую их мощность (160-185 м), заметно уменьшающуюся к западу и юго-западу до 70-80 м. В этом же направлении преимущественно крупнозернистые вулканогенно-обломочные породы (тефроиды) последовательно и постоянно замещаются мелкообломочными образованиями смешанного состава (туффитами) и глинисто-карбонатными осадками. Кроме этого, трехчленное строение разреза перми становится менее четким и выразительным и его трехчленность полностью утрачивается.

Таким образом, анализ истории геологического развития Юго-Восточного Памира в позднепермскую эпоху обнаруживает отчетливую связь процессов вулканизма с периодичностью осадконакопления. В начальный этап, соответствующий зарождению вулканических центров, накопление вулканогенных продуктов на большей части территории еще подавлялось формированием преимущественно хемогенных и органогенных отложений. Дополнительным источником сноса невулканического материала в это время служила карбонатная рифовая гряда из фрагментов гидроидно-водорослевых организмов. В конце поздней перми на всей территории Юго-Восточного Памира происходит угасание вулканической деятельности, замедление темпов осадконакопления с одновременным сокращением площади распространения вулканогенно-осадочных отложений. Центры вулканических извержений в ту пору располагались в пределах Восточно-Пшартской зоны, где отлагались кремнистые образования за счет выноса кремнезема водами, изливающимися из жерла вулканов. Регрессивные тенденции в осадконакоплении усиливались и на большей части территории Юго-Восточного Памира взамен процесса осадкообразования начинают господствовать условия осушения в контурах бывших водных бассейнов. Вплоть

до начала триасовой трансгрессии по всей площади Юго-Восточного Памира происходит постепенное ее отступление и формирование тонкозернистых и оолитовых известняков, карбонатных глин и мергелей, а также доломитов, происхождение которых происходит в условиях жаркого климата и несколько повышенной солености морских вод. Просуществовавший на рубеже перми и триаса континентальный перерыв в осадконакоплении начинает проявляться также в пределах прилегающих территорий Центрального Памира. Здесь в кровле пермского разреза имеет место залегание толщи железистых аллитов (20-15 м) со скоплениями бокситов пиррофиллит-диаспорового состава, с которыми совместно находятся зерна гематита. Выше по разрезу, как и на Юго-Восточном Памире, они сменяются преимущественно карбонатными отложениями.

В целом, собранный и анализированный по территории Юго-Восточного Памира материал относительно геологического строения, интенсивность тектонических движений и частота их проявления на площади и во времени показывает, что к концу пермского периода повсеместно происходит постепенный переход к континентальному режиму в условиях благоприятного климата и слабо расчлененной суши формировались площадные коры выветривания. Слабые пульсационные эпейрогенические движения, проявляющиеся на фоне общей стабилизации, не способствовали накоплению мощных толщ элювия. Субстратом кор выветривания, в основном, являлись вулканогенно-осадочные образования, однако вулканическая деятельность проявлялась не обширно, а локально и ее влияние было ощутимо лишь в непосредственной близости к очагам извержений.

С начала триасового периода отмечается плавное нарастание трансгрессии с последующим постепенным ростом скорости накопления морских осадков и расширения площади седиментационного бассейна и в течение раннего и среднего триаса наблюдается сохранение основных особенностей позднепермской седиментации [5-8]. Действительно, при детальном рассмотрении приграничного разреза верхнепермских и нижне- (со средне-) триасовыми отложениями отчетливо наблюдается почти полное сходство между ними, отражающимися в составе толщ, представленных здесь в основном карбонатными образованиями с подчиненным количеством кремнистых и реже вулканогенно-обломочных пород. Что же касается образования бокситов или бокситоподобных минералов и руд, то их формирование непосредственно связано с процессом элювиального корообразования. Как свидетельствуют материалы по изучению и выявлению таких форм проявления минеральных образований, за исключением приграничных между верхней перми и нижнего триаса Юго-Восточного Памира, не имели место. Лишь в крайне северо-восточной (Мургаб-Аксуйской) и юго-западной зонах (Чакобайской) Центрального Памира на этом рубеже геологического времени в условиях слаборасчлененного рельефа суши происходило редкое фрагментарное формирование сиаллитовых кор выветривания, представленных плотными красно-коричневой окраски глинами гидрослюдисто-каолинит-монтмориллонитового (1.1-6.3 м) и гидрослюдисто-хлорит-монтмориллонитового состава (1.5-2.0 м).

Продолжая рассмотрение истории геологического развития Таджикского региона в целом на рубеже двух переломных и событийных периодов перми и триаса (в том числе среднего карбона), нельзя упустить характерные особенности, наиболее ярко и достаточно заметно проявившиеся в пределах Юго-Западного Памира. Однако раскрыть и отметить подлежащие быть отмеченными особые черты взаимоотношения между минеральными и породными ассоциациями на границе палеозоя и мезозоя в контуре данной территории не представляется возможным в связи с отсутствием каких-либо четких особенностей, позволяющих изложить в качестве материала для рассмотрения.

На геологической карте вся территория Юго-Западного Памира покрыта древними (от докембрия до позднего палеозоя) интрузивными гранитоидными породами. Помимо указанных породных образований яшмовидными породами, в которых в разной степени отмечено заметное распределение диаспор и реже габбсит мощностью от 2-3 до 3-4 м, а иногда и 4-5 м с количественным содержанием глинозема и глиноземистых минералов до 30-60%. Результаты химического и термического анализа проб, взятых у урочища Калакташ, озера Джилгакуль и реки Акджилга, по основным компонентам, имеющим непосредственное отношение к отнесению анализированных проб пород, выявили следующее их содержание:

Район и место отбора проб	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	SiO <sub>2</sub>	TiO <sub>2</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	FeO	MgO	CaO	Na <sub>2</sub> O	K <sub>2</sub> O	MnO	П.п.п.	Сумма
оз. Джилгакуль	54.28	21.49	4.60	3.86	1.21	0.58	0.20	0.40	0.85	0.00	10.84	98.67
р. Акджилга	52.66	20.30	5.49	3.81	4.35	0.17	0.43	0.57	7.70	0.07	2.90	99.20
р. Акджилга	44.24	33.67	5.05	1.50	2.55	0.25	2.82	1.75	1.57	0.00	3.87	99.36
р. Калакташ	27.50	23.15	3.07	34.25	1.08	0.18	0.52	0.13	0.20	0.00	9.01	99.81

Примечание: результаты анализов приведены по С.С.Карапетову [9].

Табличные результаты термохимического анализа изученных пород из нескольких пунктов Центрального Памира определили, что в них показателем отнесения той или иной породы к бокситовому типу по природе происхождения являются преобладающие по другим компонентам содержания глинозема (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>), оксида кремния (SiO<sub>2</sub>) и присутствие титанистых и железистых минералов. Как было отмечено выше, почти во всех исследованных породах верхнепермской и нижнетриасовой части разрезов в качестве породообразующего минерала, как правило, присутствует диаспор, относящийся к группе рудоформирующего высокоглиноземистого минерала. Сюда же можно отнести железистые, гидрослюдистые, каолинитовые и нонтронитовые модификации монтмориллонитовых глин алюмосиликатного состава.

В северном направлении с переходом в пределы Северного Памира, занимающего огромную территорию, вопрос о границе перми и триаса теряет свою актуальность по простой причине, что здесь породы двух указанных периодических систем палеозоя и мезозоя полностью отсутствуют для изучения и исследования. Анализируя это обстоятельство можно предположить, что как приграничные между пермью и триасом отложе-



ния, так и сам процесс породообразования на территории Северного Памира не имел места. Если допустить накопление осадочного или вулканогенного материала в эпохи ранне-среднепермского и средне-позднетриасового времени, то какие-либо небольшие сохранившиеся на дневной поверхности или какие-либо проявления, очевидно, можно было бы кое-где обнаружить. Наверное, будет правильным, если предположить, что почти вся территория Северного Памира после триасового цикла осадконакопления была превращена в засушливую зону в связи с регрессией моря и отсутствием процесса осадкообразования.

Рассматривая особенности геологических событий рубежа между двумя крупными историческими процессами развития земной коры Таджикского региона нельзя не коснуться характерных черт прошедших в то время явлений, связанных с минерало-породообразованием на территории Юго-Западного Дарваза и прилегающей к ней Заалайской зоны Северного Памира. Судя по имеющим материалам, в течение данного времени все ее огромное пространство, протягивающееся с юго-запада на северо-восток, было ареной накопления магматогенно-эффузивных и преимущественно осадочных образований, среди которых значительное место по распространению принадлежало среднедевонским по времени происхождения эффузивным породам, представленным главным образом туфами и туффитами, имеющими большое развитие по площади, особенно в северо-восточной части исследованной территории. Что же касается пермо-триасовых отложений, то последние узкими полосами прослеживаются почти по всей рассматриваемой территории и то по тектоническому контакту, то стратиграфически несогласно залегают на верхнепалеозойских и верхнеюрских нерасчлененных карбонатно-обломочных и тефрогенно-осадочных образованиях. Важно также отметить, что сопряженными между собой линиями многочисленных разрывных тектонических нарушений, вероятно, составляющих систему регионального Дарваз-Каракульского глубинного разлома, протягивающегося с юго-запада на северо-восток, повсюду прослеживаются зажатые разрывными нарушениями в большинстве своем палеозойские (от силура до девона и карбона) часто кислые эффузивные породы и их туфы, а также мезо-кайнозойские отложения нестратифицированного пермо-триасового и юрского возраста, лишенные бокситовых проявлений. Итоги полученных по всей территории Памира данных свидетельствуют, что позднепермско-раннетриасовый рубеж, считающийся во многих регионах земного шара, в том числе и Таджикистана, а также близкорасположенных горных территориях Малого Кавказского хребта, Малой Азии (Турция) и в ряде разрезов мезо-кайнозоя, юго-восточной части Азиатского материка бокситоносными зонами и районами [2], лишь в Юго-Западном, Юго-Восточном и Центральном Памире имеются бокситопроявления и бокситоносные мало-кондиционные по качеству породы, имеющие научное значение с позиции времени формирования их в истории геологического развития конкретных территорий.

Однако, следует отметить, что вышеуказанные структурно-тектонические образования с позиции осадочного рудогенеза, а именно существования условий бокситоформирования или высокоглиноземистых пород, почти не имело места. Пермские и триасовые

отложения, являющиеся бокситоносными в других местностях Таджикского региона, здесь в большинстве случаев размыты. Породы юрского возраста имеют распространение лишь в южных склонах Гиссарского хребта и представлены нижнеюрскими базальтными конгломератами и соответственно среднеюрскими целеносными и верхнеюрскими нефтегазоносными отложениями. В этой связи территория Центрального Таджикистана с горными сооружениями Гиссарского, Зеравшанского и Туркестанского хребтов как бесперспективная на поиски бокситового сырья в статье не рассматривается.

Таким образом, анализ истории геологического развития Таджикского региона и детальное исследование породо- и минералообразующих эпох в седиментационных бассейнах под углом зрения осадочного рудогенеза приводит к заключению, что в пределах изученных территорий перспективными на поиски бокситоносных пород могут быть зоны проявления высокоглиноземистых минеральных образований (бемит, диаспор, гиббсит и монтмориллонит), а также широкое развитие коры выветривания.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Захаров Ю.Д. К вопросу о типе границы перми и триаса. – БМОИП, отд. геол., 1985, т. 60, вып. 5, с. 71-77.
2. Новиков В.П. Осадконакопление и вулканизм на рубеже перми-триаса в пределах Юго-Восточного Памира. – Изв. вузов. Геол. и развед., 1987, № 10, с. 3-14.
3. Власов Н.Г. Схема тектоники Юго-Западного Дарваза. – ДАН СССР, 1964, № 6, т. 145, с. 164-169.
4. Григорьев В.Н. Генезис верхнебашкирских бокситовых пород Средней Азии. – Литол. и полезн. ископ., 1968, № 1, с. 44-55.
5. Левен Э.Я. К вопросу о характере залегания пермских и триасовых отложений в пределах Центрального Памира. – Докл. АН ТаджССР, 1962, т. 5, № 3, с. 9-14.
6. Левен Э.Я. Сравнительная характеристика пермских и триасовых отложений Южного Памира и Среднего Афганистана. – Изв. Вузов. Геол. и развед., 1983, № 12, с. 7-13.
7. Коннов Л.П. Основные черты палеогеографии Южного Узбекистана в конце триаса. – Ученые зап. САИГИМС, 1960, вып. 3, с. 17-22.
8. Григорьев В.Н. Палеогеографическая обстановка формирования палеозойских геосинклинальных бокситов Средней Азии и их формационное положение. – Тр. ГИН АН СССР, вып. 141. – М.: Наука, 1965, с. 107-139.
9. Карапетов С.С. Бокситоносные породы Центрального Памира. – Сов. геол., 1968, № 9, с. 99-103.
10. Шатский Н.С. Парагенезы осадочных и вулканогенных пород и формаций. – Изв. АН СССР, сер. геол., 1960, № 5, с. 3-23.
11. Коннов Л.П. Перспективы поисков и разведки бокситовых руд и высоко глиноземного сырья в районах Средней Азии. – Сов. геология, 1960, № 2, с. 115-124.

**A.P.ҚОРИЕВ**

**МАРҲИЛАҶО ВА ДАВРАҶОИ АСОСИИ ТАШАКУЛЁБИИ ЧИНСҶОИ  
ГЕОЛОГӢ ДАР ҶАВЗАҶОИ РУСУБИИ ТОҶИКИСТОН ДАР ИРТИБОТ  
БО ГЕНЕЗИСИ ТАҶШИНИИ МАЪДАН**

*Институти геология, сохтмони ба заминчунбӣ тобовар ва сейсмологияи*

*Академияи илмҳои Ҷумҳурии Тоҷикистон*

Дар асоси омӯзиш ва таҳқиқи сохти геологӣ ва таркиби литологӣ минералогии чинсҳои кӯҳии давраи фанерозойи минтақаи Тоҷикистон ва музофотҳои алоҳидаи он имконияти ҳосил шудани маъдани боксит ва чинсҳои бокситдор ҳаматарафа таҳқиқи таҳлил карда шуда, ба хулоса омада шудааст, ки дар таърихи садҳо миллион солаи инкишоф, Замин ва қабатҳои он танҳо дар ду марҳилаи геологӣ, ки ба даври миёнаи карбони палеозой ва марҳилаи охири даври перму ибтидои триас шароити мусоид барои ташаккули маъдани боксит ба вуҷуд омадааст.

**Калимаҳои калидӣ:** фанерозой, палеогеография, литология, субстрат, туф, эффузив, хокистар.

**A.R.KARIEV**

**THE MAIN MILESTONES AND EPOCHS OF ROCK FORMATION  
IN THE BASINS OF THE TAJIK REGION IN CONNECTION WITH  
THE ASPECT OF SEDIMENTARY ORE GENESIS**

*Institute of Geology, Earthquake Engineering and Seismology,*

*Academy of sciences of the Republic of Tajikistan*

Based in a detailed study of the geological structure of the Tajik region lithological and mineral composition of the Phanerozoic rocks the possibility of formation of bauxite ores and high – alumina deposits associated with medium – carbon Border late Permian and Early Triassic intervals of the Paleozoic and mesozoic is established.

**Key words:** Phanerozoic, paleogeography, lithology, substratum, Tuff, Effusive, ash.

ПАМЯТИ УЧЕНОГО

**АБДУРАХИМ РАСУЛОВИЧ КАРИЕВ**

**(03.08.1936 – 09.12.2017)**



9 декабря 2017 г. на 81 году жизни скончался наш товарищ и коллега, педагог, кандидат геолого-минералогических наук, лауреат премии Академии наук Республики Таджикистан имени академика С.У.Умарова в области естественных наук, член-корреспондент Инженерной Академии РТ Абдурахим Расулович Кариев.

А.Р.Кариев родился 3 августа 1936 г. в г. Худжанде Таджикской ССР.

В 1954 г. А.Р.Кариев заканчивает среднюю школу с серебряной медалью и поступает на геолого-разведочный факультет Московского ордена Трудового Красного Знамени нефтяного института им. акад. И.М.Губкина.

После окончания вуза А.Р.Кариев был направлен на работу в Институт геологии Академии наук Таджикской ССР, где с конца августа 1959 г. и началась его трудовая биография с должности старшего лаборанта лаборатории нефти и газа, руководителем которой был известный геолог-нефтяник К.В.Бабков.

За годы работы в Институте геологии АН РТ Кариев А.Р. прошел путь от старшего лаборанта до заместителя директора Института по науке. В процессе научных исследований А.Р.Кариевым была дана детальная литологическая характеристика меловых отложений Кулябской впадины, Хозретишинской и Обиниоуской зон Придарвазья, в пределах которых были установлены различные генетические типы одновозрастных отложений и среди них выделены благоприятные нефтегазопродуцирующие горизонты и породы-коллекторы, служащие вмещалищами для скопления углеводородных флюидов.

Результаты этих и других исследований легли в основу диссертации на соискание ученой степени кандидата геолого-минералогических наук, защищенной им в начале 1972 г. В 1975 г. ВАК СССР присвоил ему ученое звание “старший научный сотрудник”.

После создания в середине 1970-х годов в Институте геологии АН Таджикский ССР Специализированного диссертационного совета по защите кандидатских диссертаций А.Р.Кариев был избран первым ученым секретарем этого совета и проработал в этой должности 12 лет, одновременно выполняя также обязанности ученого секретаря Института геологии АН Таджикской ССР.

В конце 1988 г. А.Р.Кариеву было поручено выполнение задания ГКНТ при Совете Министров СССР на тему: «Изучить палеогеновые отложения северной части юго-западного Таджикистана с целью выявления бентонитовых глин и практического их использования». Для его выполнения в Институте геологии была организована исследовательская лаборатория “Бентонит”, которую возглавил А.Р.Кариев.

А.Р.Кариев, как страстный поборник практической реализации результатов научных исследований в народное хозяйство, совместно с сотрудниками лаборатории “Бентонит” за сравнительно короткое время внедрил в различных производствах – текстильной, литейной, винодельческой, масложировой, лакокрасочной и водохозяйственной отраслей промышленности, а также в животноводческой, птицеводческой, растениеводческой сферах сельского хозяйства и лечебно-стоматологической медицине способы практического использования выявленных на территории Таджикистана месторождений бентонитов.

За разработку способа лечения заболеваний пародонта абсцедированной формы местным бентонитом - истынтаунитом А.Р.Кариев совместно с врачами-стоматологами И.С.Соатовым и О.И.Арихбаевой в 2002 г. получили Патент Республики Таджикистан за № ТЖ 356.

В 1995 г. за многолетние научные исследования и полученные важные результаты, имеющие большое практическое значение, и внедрение их в производство А.Р.Кариев избирается членом-корреспондентом Инженерной Академии Республики Таджикистан.

В 2011 г. на основании Постановления Правительства Республики Таджикистан №34 «Об объединении Института геологии АН РТ с Институтом сейсмостойкого строительства и сейсмологии АН РТ» Президиум АН РТ своим решением за №11 от 04.02.2011г. назначает его временно исполняющим обязанности директора Института геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии Академии наук Республики Таджикистан. 28.03.2011г. Решением Комитета по языку и терминологии при Правительстве Республики Таджикистан А.Р.Кариев был включен в состав Совета по языку и терминологии Комитета.

В 2011 г. за большие достижения в исследовании бентонитов Таджикистана и внедрении их во многих отраслях промышленности, сельского хозяйства и практической медицины в лечении заболеваний пародонта коллективу авторов во главе с А.Р.Кариевым,

как руководителем работ, присуждается премия Академии наук Республики Таджикистан им. академика С.У.Умарова.

С 2003 г. он одновременно работал доцентом кафедры «Мелиорация, рекультивация и охрана земель» на гидромелиоративном факультете Таджикского аграрного университета им Ш.Шотемура. За годы работы в Таджикском аграрном университете А.Р.Кариев подготовил и издал ряд учебников, учебных пособий и методических указаний, в число которых входит «Гидрогеология с основами геологии», «Инженерно-геологические изыскания», «Основы геологии», «Геоэкология», «Практикум», «Курс лекций по гидрогеологии», а также методические указания «Рохнамо» (2014 г.) для студентов и молодых преподавателей, начинающих вести практические занятия (все на тадж.яз.).

А.Р.Кариев активно занимался спортом – баскетболом, настольным теннисом, лыжами. Навыки занятий спортом оказали ему впоследствии неоценимую помощь в длительных научно-исследовательских экспедициях.

Светлая память об Абдурахиме Расуловиче Кариеве навсегда сохранится в наших сердцах.

*Коллектив Института геологии,  
сейсмостойкого строительства и сейсмологии АН РТ*

Редакция и корректура – Н.Г.Сапожников

---

---

Сдано в набор 01.02.2018 г. Подписано в печать 15.02.2018 г.  
Печать офсетная. Формат 70×100 1/16. Гарнитура Times. Усл. печ. л.8. Заказ № \_\_\_\_.  
Тираж 300 экз.

---

---

*Адрес редколлегии: 734025, Душанбе, пр.Рудаки, 33, каб. 47.  
Тел.:2-21-62-64. E-mail: danrt@mail.ru  
Издательство «Дониш»: 734029, Душанбе, ул.Айни, 121, корп.2.*

---

---