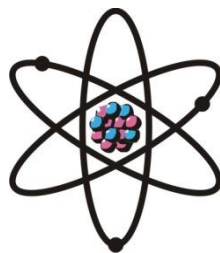


**ОТДЕЛЕНИЕ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ, ХИМИЧЕСКИХ,  
ГЕОЛОГИЧЕСКИХ И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК**

Журнал основан  
в январе 1952 г.



*№ 1 (194)*  
2024 г.

**РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ**

**Г.И.Кохирова** – главный редактор, член-корреспондент, доктор физико-математических наук; **С.А.Исхоков** – зам. главного редактора, член-корреспондент, доктор физико-математических наук, профессор; **С.Х.Абдулаева** – ответственный секретарь; **О.Амирзода** – доктор технических наук; **А.Бадалов** – член-корреспондент, доктор химических наук, профессор; **И.Н.Ганиев** – академик, доктор химических наук, профессор; **М.И.Илолов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **С.Р.Мавлони** – кандидат геолого-минералогических наук; **У.М.Мирсаидов** – академик, доктор химических наук, профессор; **С.Х.Негматуллаев** – академик, доктор технических наук; **Д.Н.Низомов** – член-корреспондент, доктор технических наук, профессор; **Н.Р.Раджабов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **Ф.Рахими** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **З.Х.Рахмонов** – академик, доктор физико-математических наук, профессор; **Т.Х.Салихов** – член-корреспондент, доктор физико-математических наук, профессор; **А.Р.Файзиев** – член-корреспондент, доктор геолого-минералогических наук, профессор; **Д.Х.Халиков** – академик, доктор химических наук, профессор.

**СОДЕРЖАНИЕ**

**МАТЕМАТИКА**

**С.А.Исхоков.** Об одном аналоге неравенства Эрлинга-Ниренберга для весовых пространств ..... 7  
**Р.Н.Одинаев, П.Л.Нарзуллоев.** Математическая модель задачи защиты растений в биологической системе типа «хищник-жертва» с трофической функцией Холлинга типа II..... 19

**АСТРОНОМИЯ**

**Г.И.Кохирова, С.Н.Сафаров, У.Х.Хамроев, А.М.Буризода.** Моделирование движения потенциально опасного астероида 1998 OR2 и прогноз условий его сближений с Землей..... 32

## **ФИЗИКА**

**С.Одинаев**, Д.М.Акдодов, С.Д.Баладжонзода. Частотная дисперсия вязкоупругих свойств полярных жидкостей в случае экспоненциального закона затухания релаксирующих потоков ..... **41**

## **НЕОРГАНИЧЕСКАЯ ХИМИЯ**

**Х.И.Холов, Ш.Р.Джуракулов, С.Курбон, Ш.Р.Самихов, Л.Р.Халикова.** Адсорбционное извлечение золота из золотосодержащей руды из месторождения Пакрут с использованием метода йодометрического анализа ..... **50**

**Т.Б.Холматов, С.К.Кодирзода, И.М.Рахимов, Ш.Р.Каримова, А.М.Мунавваров.** Коагулирующая способность смешанных хлор-сульфатных коагулянтов на основе алюминия и железа ..... **58**

**А.Шарифов, У.М.Мирсаидов, З.Х.Гайбуллаева, Т.Х.Гадов.** Энергоёмкие способы хранения водорода ..... **64**

## **ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ**

**Т.М.Умарова, И.И.Насруллоев.** Синтез сплавов алюмоматричной композиции Al-SiO<sub>2</sub> ..... **73**

**И.М.Рахимов, Д.Х.Мирзоев, Т.Б.Холматов, А.М.Исоев, М.М.Тагоев.** Термодинамическая оценка процессов разложения каолиновых глин месторождения Чашма-Санга Таджикистана минеральными кислотами и уксусной кислотой ..... **81**

**Н.М.Саидов, Ш.С.Джумаев, Дж.Р.Рузиев.** Восстановление схватывающего свойства фторогипса с применением разных добавок ..... **86**

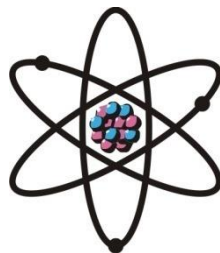
## **РАДИАЦИОННАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ**

**И.Мирсаидзода (И.У.Мирсаидов), Б.Б.Баротов, Ш.Р.Муродов, Ф.Мухидинова, У.М.Мирсаидов.** Радиоэкологический мониторинг на некоторых исторических и туристических объектах Таджикистана ..... **93**

**М.З.Ахмедов, И.Мирсаидзода (И.У.Мирсаидов), Х.И.Тиллобоев, М.М.Исмагдинов, Х.М.Назаров.** Исследование содержания радионуклидов в почвах на территории Дигмайского хвостохранилища ..... **100**

**ШҮЪБАИ**  
**ИLMҲОИ ФИЗИКАЮ МАТЕМАТИКА,**  
**ХИМИЯ, ГЕОЛОГИЯ ВА ТЕХНИКА**

Маҷалла аз моҳи  
январии соли 1952  
нашр мешавад



№ 1 (194)  
с. 2024

---

**ҲАЙАТИ ТАҲРИРИЯ:**

**Кохирова Г.И.** – сармуҳаррир, узви вобаста, доктори илмҳои физикаю математика; **С.А.Исҳоқов** – муовини сармуҳаррир, узви вобаста, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **С.Ҳ.Абдулоева** – котиби масъул; **О.Амирзода** – доктори илмҳои техника; **А.Бадалов** – узви вобаста, доктори илми химия, профессор; **И.Н.Ғаниев** – академик, доктори илми химия, профессор; **М.И.Илолов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **С.Р.Мавлони** – номзоди илмҳои геология ва минералогия; **Ҷ.М.Мирсаидов** – академик, доктори илми химия, профессор; **С.Х.Неъматуллоев** – академик, доктори илмҳои техника; **Д.Н.Низомов** – узви вобаста, доктори илмҳои техника, профессор; **Ф.Раҳимӣ** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **З.Ҳ.Раҳмонов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Н.Р.Рачабов** – академик, доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **Т.Х.Салихов** – доктори илмҳои физикаю математика, профессор; **А.Р.Ғафуров** – узви вобаста, доктори илмҳои геология ва минералогия, профессор; **Ҷ.Х.Ҳолиқов** – академик, доктори илми химия, профессор.

**МУНДАРИҶА**

**МАТЕМАТИКА**

**С.А.Исҳоқов.** Оид ба як аналогии нобаробарии Эрлинг-Ниренберг барои ҷузъҳои вазндор ..... 7  
**Р.Н.Одинаев, П.Л.Нарзуллоев.** Модели математикии масъалаи муҳофизати растаниҳо дар системаи биологии навъи "даранда-қурбонӣ" бо функсияи трофикии Холлинги навъи II..... 19

**АСТРОНОМИЯ**

**Г.И.Қохирова, С.Н.Сафаров, У.Ҳ.Ҳамроев, А.М.Буризода.** Моделсозии ҳаракати астероиди эҳтимолан хатарноки 1998 OR2 ва пешгӯии шароити наздикшавии он ба Замин ..... 32

## **ФИЗИКА**

**С.Одинаев**, Д.М.Ақдолов, С.Д.Балачонзода. Дисперсияи басомадии часпакӣ-чандирии моеъҳои кутбӣ ҳангоми бо қонуни экспоненсиалии хомӯшшавии селҳои релаксатсионӣ ..... **41**

## **ХИМИЯИ ҒАЙРИОРГАНИКӢ**

**Х.И.Холов, Ш.Р.Қурақулов, С.Қурбон, Ш.Р.Самихов, Л.Р.Холиқова.** Чудо кардани тилло бо усули адсорбсионӣ аз маъдани тиллодори кони Пакрут бо истифодаи усули таҳлили йодометрӣ .. **50**

**Т.Б.Холматов, С.Қ.Қодирзода, И.М.Раҳимов, Ш.Р.Каримова, А.М.Мунавваров.** Қобилияти коагулятсионии коагулянтҳои омехтаи сульфати хлор дар асоси алюминий ва оҳан ..... **58**

**А.Шарифов, Ҷ.М.Мирсаидов, З.Ҳ.Ғайбуллоева, Т.Ҳ.Ғадов.** Усулҳои серғунҷоиши нигоҳдори гидроген..... **64**

## **ХИМИЯИ ФИЗИКАВӢ**

**Т.М.Умарова, И.И.Насруллоев.** Синтези матритсаи алюминии ҳулаҳои Al-SiO<sub>2</sub> ..... **73**

**И.М.Раҳимов, Д.Х.Мирзоев, Т.Б.Холматов, А.М.Исоев, М.М.Тағоев.** Термодинамикаи муқоисавии баҳодиҳии раванди таҷзияи гилҳои каолинии кони Чашма-Санги Тоҷикистон бо кислотаҳои минералӣ ва кислотаи сирко ..... **81**

**Н.М.Саидов, Ш.С.Чумаев, Қ.Р.Рузиев.** Барқарор намудани хусусиятҳои часпакии фторогипс бо истифодаи иловаҳои гуногун ..... **86**

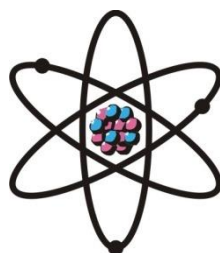
## **БЕХТАРИИ РАДИАТСИОНӢ**

**И.Мирсаидзода (И.У.Мирсаидов), Б.Б.Баротов, Ш.Р.Муродов, Ф.Муҳидинов, У.М.Мирсаидов.** Мониторинги радиоэкологӣ дар баъзе мавзӯҳои таърихӣ ва сайёҳии Тоҷикистон ..... **93**

**М.З.Аҳмедов, И.Мирсаидзода(И.У.Мирсаидов), Х.И.Тиллобоев, М.М.Исмадинов, Х.М.Назаров.** Таҳқиқоти мавҷудияти радионуклидҳо дар хокҳои ҳудуди маҳфузгоҳи Деҳмӯй..... **100**

**DEPARTMENT OF  
PHYSICAL, MATHEMATICAL, CHEMICAL,  
GEOLOGICAL AND TECHNICAL SCIENCES**

The journal was established  
in January 1952



*№ 1 (194)*  
2024

---

**EDITORIAL BOARD**

**G.I.Kokhirova** Doctor of Physical and Mathematical, Editor-in-Chief; Prof. **S.A.Iskhokov**, Doctor of Physical and Mathematical, Deputy Editor-in-Chief; **S.H.Abdulaeva**, Secretary; **O.Amirzoda**, Doctor of Engineering; Prof. **A.Badalov**, Doctor of Chemistry; Prof. **A.R.Faysiev**, Doctor of Geology and Mineralogy; Prof. **M.I.Ilolov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **I.N.Ganiev**, Doctor of Chemistry; Prof. **D.Kh.Khalikov**, Doctor of Chemistry; **S.R.Mavloni**, Doctor of Geology and Mineralogy; Prof. **U.M.Mirsaidov**, Doctor of Chemistry; **S.Kh.Negmatullaev**, Doctor of Engineering; Prof. **D.N.Nizomov**, Doctor of Engineering; Prof. **N.R.Rajabov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **F.Rakhimi**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **Z.Kh.Rakhmonov**, Doctor of Physical and Mathematical; Prof. **T.Kh.Salihov**, Doctor of Engineering.

**CONTENTS**

**MATHEMATICS**

- S.A.Iskhokov**. About one analogue of the Ehrling-Nirenberg inequality for weighted spaces..... 7  
**R.N.Odinaev, P.L.Narzulloev**. A mathematical model of the problem of plant protection in a biological predator-prey system with a type II trophic Holling function ..... 19

**ASTRONOMY**

- G.I.Kokhirova, S.N.Safarov, U.H.Khamroev, A.M.Burizoda**. Modelling of the motion of potentially hazardous asteroid 1998 OR2 and forecasting the conditions of its approaches to the Earth..... 32

**PHYSICS**

- S.Odinaev, D.M.Akdodov, S.D.Balajonzoda**. Frequency dispersion of viscoelastic properties of polar liquids in the case of an exponential law of decaying relaxing flows..... 41

## **INORGANIC CHEMISTRY**

<b>Kh.I.Kholov, Sh.R.Juraqulov, S.Kurbon, Sh.R.Samikhov, L.R.Kholiqova.</b> Adsorption extraction of gold from gold-containing ore from the Pakrut deposit using the iodometric method of analysis .....	<b>50</b>
<b>T.B.Kholmatov, S.K.Kodirzoda, I.M.Rakhimov, Sh.R.Karimova, A.M.Munavvarov.</b> Coagulating ability of mixed chlorine-sulfate coagulants based on aluminum and iron .....	<b>58</b>
<b>A.Sharifov, U.M.Mirsaidov, Z.H.Gaibullaeva, T.H.Gadoev.</b> Energy intensity methods for storing hydrogen.....	<b>64</b>

## **PHYSICAL CHEMISTRY**

<b>T.M.Umarova, I.I.Nasrulloev.</b> Synthesis of aluminum matrix composition Al-SiO <sub>2</sub> alloys .....	<b>73</b>
<b>I.M.Rakhimov, D.Kh.Mirzoev, T.B.Kholmatov, A.M.Isoev, M.M.Tagoev.</b> Comparative thermodynamic assessment of the processes of decomposition of kaolin clays of the Chashma-Sanga deposit of Tajikistan by mineral acids and acetic acid .....	<b>81</b>
<b>N.M.Saidov, Sh.S.Jumaev, J.R.Ruziev.</b> Restoring the setting properties of fluorogypsum using various additives .....	<b>86</b>

## **RADIATION SAFETY**

<b>I.Mirsaidzoda (I.U.Mirsaidov), B.B.Barotov, Sh.R.Murodov, F.Muhidinova, U.M.Mirsaidov.</b> Radioecological monitoring at some historical and tourist sites of Tajikistan.....	<b>93</b>
<b>M.Z.Akhmedov, I.Mirsaidzoda (I.U.Mirsaidov), H.I.Tilloboev, M.M.Ismatdinov, Kh.M.Nazarov.</b> Research of radionuclides content in soils on the territory of the Digmai tailing dump.....	<b>100</b>

УДК 517.957

Специальность: 1.1.1 – Вещественный, комплексный и функциональный анализ

С.А.ИСХОКОВ

ОБ ОДНОМ АНАЛОГЕ НЕРАВЕНСТВА ЭРЛИНГА-НИРЕНБЕРГА ДЛЯ  
ВЕСОВЫХ ПРОСТРАНСТВ

*Национальная академия наук Таджикистана,  
Институт математики им. А.Джураева НАН Таджикистана*

*Поступила в редакцию 14.03.2024 г.*

*Аналоги неравенства Эрлинга-Ниренберга в случае весовых функциональных пространств ранее были доказаны методом разбиения единицы и методом интегральных представлений. В отличие от этого, в работе с помощью вспомогательных интегральных неравенств доказывается новый аналог неравенства Эрлинга-Ниренберга в случае пространств дифференцируемых функций в ограниченной области со степенными весами.*

**Ключевые слова:** ограниченная область, весовое функциональное пространство, степенной вес, интегральное неравенство, неравенство Эрлинга-Ниренберга.

**1. Введение.** Пусть  $G$  – некоторая область в  $n$ -мерном евклидовом пространстве  $R^n$ ,  $r$  – некоторое натуральное число и  $p \geq 1$ . По определению пространство Соболева  $W_p^r(G)$  состоит из функций  $u(x)$ , имеющих в  $G$  все обобщённые производные (в смысле С.Л.Соболева)

$$u^{(k)}(x) = \frac{\partial^{|k|} u(x)}{\partial x_1^{k_1} \dots \partial x_n^{k_n}}, \quad k = (k_1, k_2, \dots, k_n), \quad |k| = k_1 + k_2 + \dots + k_n,$$

до порядка  $r$  включительно, для которых конечна следующая норма

$$\|u; W_p^r(G)\| = \left\{ \sum_{|k|=r} \|u^{(k)}; L_p(G)\|^p + \|u; L_p(G)\|^p \right\}^{1/p},$$

**Адрес для корреспонденции:** Исхоков Сулаймон Абунасович. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/1, Институт математики НАНТ, E-mail: sulaimon@mail.ru.

где  $\|\cdot\|_{L_p(G)}$  – норма пространства  $L_p(G)$ , то есть

$$\|f; L_p(G)\| = \left\{ \int_G |f(x)|^p dx \right\}^{1/p}.$$

В научной литературе (см., например, [1, стр. 33]) неравенство вида

$$\|u; W_p^s(G)\| \leq \varepsilon \|u; W_p^r(G)\| + K(\varepsilon) \|u; W_p^t(G)\|, \quad 0 \leq t \leq s < r, \quad 1 < p < \infty, \quad (1)$$

где  $\varepsilon$  – достаточно малое положительное число и  $K(\varepsilon)$  – некоторая постоянная, зависящая от  $\varepsilon$ , но независящая от функции  $u$ , называется неравенством типа Эрлинга-Ниренберга. Это неравенство сначала было доказано в работах G.Ehrling [2], L.Nirenberg [3] и затем в более общей форме оно было получено В.П.Ильиным [4] и В.П.Глушко и С.Г.Крейном [5, 6]. Позже было опубликовано большое количество работ по различным обобщениям этого неравенства и их приложения в теории уравнений с частными производными и спектральной теории дифференциальных операторов, среди которых мы отметим работы Н.В.Мирошина [7], Р.Ш.Мамедова [8], Х.Сао [9], F.Giannetti [10], В.Секис, G.Alisoy, Р.А.Машиев [11].

Весовые аналоги неравенства Эрлинга-Ниренберга получены в работах [7], [8], [11] и др. Отметим, что результаты работ [7], [11] получены методом разбиения единицы, и в работе [8] применён метод интегрального представления функций из пространств Соболева. В отличие от этих работ, здесь при доказательстве весового аналога неравенства Эрлинга-Ниренберга мы используем технику, разработанную в работе автора [12]. При этом, нам удалось снять некоторые ограничения на степени весовой функции, имеющиеся в работах [7], [11].

В отличие от большинства работ по этому направлению, здесь мы указываем зависимость величины  $K(\varepsilon)$  от параметра  $\varepsilon$  в явном виде.

**2. Формулировка результатов.** Пусть  $\Omega$  – ограниченная область в  $R^n$  с  $(n-1)$ -мерной границей  $\partial\Omega$ , удовлетворяющая условию конуса.

Обозначим через  $\rho(x)$  регуляризованное расстояние точки  $x \in \Omega$  до  $\partial\Omega$ , то есть функцию класса  $C^\infty(\Omega)$  со следующими свойствами

$$\frac{1}{\varkappa} \text{dist}\{x, \partial\Omega\} \leq \rho(x) \leq \varkappa \text{dist}\{x, \partial\Omega\} \quad \forall x \in \Omega, \quad (2)$$

$$|\rho^{(k)}(x)| \leq C_k \rho^{1-|k|}(x) \quad (x \in \Omega) \quad (3)$$

для любого мультииндекса  $k$ . Здесь  $\varkappa, C_k$  – некоторые положительные числа.

Далее, для удобства записи, вводим следующую полунорму



$$\|u; L_{2,\alpha}^r(\Omega)\| = \left\{ \sum_{|k|=r} \int_{\Omega} \rho^{2\alpha}(x) |u^{(k)}(x)|^2 dx \right\}^{1/2},$$

где  $r$  – натуральное и  $\alpha$  – вещественное числа.

Обозначим через  $W_{2,\alpha}^{2r}(\Omega)$  функциональное пространство со следующей нормой

$$\|u; W_{2,\alpha}^{2r}(\Omega)\| = \left\{ \|u; L_{2,\alpha}^r(\Omega)\|^2 + \|u; L_2(\Omega)\|^2 \right\}^{1/2},$$

где  $\|\cdot; L_2(\Omega)\|$  – норма в пространстве  $L_2(\Omega)$ .

Основными результатами работы являются следующие теоремы:

**Теорема 1.** Пусть  $\Omega$  – ограниченная область в  $R^n$  с  $(n-1)$ -мерной замкнутой границей  $\partial\Omega$ , удовлетворяющей условию конуса, и  $r$  – натуральное и  $\alpha, \beta$  – вещественные числа. Тогда существуют положительные числа  $\varepsilon_0, K_0$ , такие, что для любого  $\varepsilon \in (0, \varepsilon_0)$  неравенство

$$\|v; L_{2,\beta}^s(\Omega)\|^2 \leq \varepsilon \|v; L_{2,\alpha}^r(\Omega)\|^2 + K_0 \varepsilon^{-s/(r-s)} \|v; L_{2,\gamma}^0(\Omega)\|^2 \quad (4)$$

имеет место при выполнении условий

$$0 \leq s \leq r-1, \quad \gamma \leq \frac{r\beta - s\alpha}{r-s}$$

и ограниченности его правой части.

**Теорема 2.** Пусть  $\Omega$  – такая же область как в теореме 1 и целые числа  $r, s, t$  такие, что  $0 \leq t \leq s \leq r-1$ . Тогда неравенство

$$\|v; W_{2,\beta}^s(\Omega)\|^2 \leq \varepsilon \|v; W_{2,\alpha}^r(\Omega)\|^2 + K_1 \varepsilon^{-\theta} \|v; W_{2,\delta}^t(\Omega)\|^2, \quad (5)$$

где

$$\theta = \frac{s-t}{r-s}, \quad \delta \leq \frac{(r-t)\beta - (s-t)\alpha}{r-s}, \quad (6)$$

имеет место при ограниченности его правой части.

**3. Вспомогательные леммы.** Сначала докажем некоторые вспомогательные леммы.

**Лемма 1.** Пусть  $\varkappa$  – такое же число, как в (2) и пусть  $\chi(x, y)$  – характеристическая функция шара  $J(y) = \{x \in R^n : |x - y| < \rho(y) / (4\varkappa)\}$ . Тогда

$$5^{-n} \rho^n(x) \leq \varkappa^n \omega_n^{-1} \int_{\Omega} \chi(x, y) dy \leq 3^{-n} \rho^n(x), \quad (7)$$

$\omega_n$  – площадь единичной сферы в  $R^n$ .

**Доказательство.** Далее, неограничивая общности будем, считать, что (см. (3))

$$|\nabla \rho(x)| \leq \varkappa \quad \forall x \in \Omega. \quad (8)$$

Пусть точки  $y \in \Omega$  и  $x \in J(y)$ . Используя равенство

$$\rho(x) - \rho(y) = \int_0^1 \frac{d}{dt} \rho(y + t(x - y)) dt \quad (9)$$

с учётом неравенства (8), имеем  $|\rho(x) - \rho(y)| \leq \varkappa |x - y| < \rho(y) / 4$ . Отсюда следует, что

$$\frac{3}{4} \rho(y) < \rho(x) < \frac{5}{4} \rho(y) \quad \forall x \in J(y). \quad (10)$$

Пусть  $G_1(x) = \{y \in R^n : |x - y| < \rho(y) / (4\varkappa)\}$ . Тогда

$$\int_{\Omega} \chi(x, y) dy = \int_{G_1(x)} 1 \cdot dy = |G_1(x)|. \quad (11)$$

Используя (10) для всех  $y \in G_1(x)$ , имеем  $|x - y| < \rho(y) / (4\varkappa) < \rho(x) / (3\varkappa)$ .

Следовательно, множество  $G_1(x)$  содержится в шаре радиуса  $R = \rho(x) / (3\varkappa)$ . Поэтому

$|G_1(x)| \leq \omega_n (\rho(x) / (3\varkappa))^n$ , то есть

$$\varkappa^n \omega_n^{-1} |G_{2,m}(x)| \leq 3^{-n} \rho^n(x).$$

Отсюда и из (11) следует правое неравенство в (7).

Рассмотрим множество  $Q_1(x) = \{y \in R^n : |x - y| < \rho(x) / (5\varkappa)\}$ . Из равенства (9) с

учётом неравенства (8) для всех  $y \in Q_1(x)$  имеем  $|\rho(x) - \rho(y)| \leq \varkappa |x - y| < \rho(x) / 5$ .

Следовательно,

$$\frac{4}{5} \rho(x) \leq \rho(y) \leq \frac{6}{5} \rho(x), \quad y \in Q_1(x).$$

Далее, используя это неравенство для  $y \in Q_1(x)$ , имеем

$|x - y| < \rho(x) / (5\varkappa) \leq \rho(y) / (4\varkappa)$ , то есть  $y \in G_1(x)$ . Поэтому  $|Q_1(x)| \leq |G_1(x)|$ . Отсюда

в силу равенства  $|Q_1(x)| = \omega_n (5\varkappa)^{-n} \rho^n(x)$  имеем  $\omega_n (5\varkappa)^{-n} \rho^n(x) \leq |G_1(x)|$ , то есть

$$5^{-n} \rho^n(x) \leq \omega_n^{-1} \varkappa^n |G_1(x)|.$$

Отсюда, учитывая равенство (11), получим левое неравенство в (7).

Лемма 1 доказана.

**Лемма 2.** Для любого вещественного  $\lambda$  и всех функций  $f$ , таких, что

$$\int_{\Omega} \rho^{2\lambda}(x) |f(x)|^2 dx < \infty,$$

имеет место неравенство

$$\begin{aligned} & M_{1,\lambda} \int_{\Omega} \rho^{2\lambda}(x) |f(x)|^2 dx \leq \\ & \leq \int_{\Omega} \rho^{2\lambda-n}(y) \left( \int_{J(y)} |f(z)|^2 dz \right) dy \leq M_{2,\lambda} \int_{\Omega} \rho^{2\lambda}(x) |f(x)|^2 dx, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$M_{1,\lambda} = \omega_n \left( \frac{4}{25} \right)^n \left( 1 - \frac{1}{4} \operatorname{sgn} \lambda \right)^{2\lambda}, \quad (13)$$

$$M_{2,\lambda} = \omega_n \left( \frac{4}{9} \right)^n \left( 1 + \frac{1}{4} \operatorname{sgn} \lambda \right)^{2\lambda}. \quad (14)$$

**Доказательство.** Из неравенства (10) при  $\lambda > 0$  имеем

$$\left( \frac{3}{4} \right)^{\lambda} \rho^{\lambda}(y) < \rho^{\lambda}(x) < \left( \frac{5}{4} \right)^{\lambda} \rho^{\lambda}(y), \quad x \in J(y). \quad (15)$$

Если же  $\lambda < 0$ , то справедливо неравенство

$$\left( \frac{5}{4} \right)^{\lambda} \rho^{\lambda}(y) < \rho^{\lambda}(x) < \left( \frac{3}{4} \right)^{\lambda} \rho^{\lambda}(y), \quad x \in J(y). \quad (16)$$

Теперь неравенства (15) и (16) можно записать в виде

$$\left( 1 - \frac{1}{4} \operatorname{sgn} \lambda \right)^{\lambda} \rho^{\lambda}(y) < \rho^{\lambda}(x) < \left( 1 + \frac{1}{4} \operatorname{sgn} \lambda \right)^{\lambda} \rho^{\lambda}(y) \quad (17)$$

при всех вещественных значениях  $\lambda$ .

Далее находим

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega} \rho^{2\lambda-n}(y) \left( \int_{J(y)} |f(z)|^2 dz \right) dy = \int_{\Omega} \rho^{2\lambda-n}(y) \left( \int_{\Omega} \chi(z,y) |f(z)|^2 dz \right) dy \leq \\
& \leq \{ \text{используем неравенство (17)} \} \leq \\
& \leq \left( 1 - \frac{1}{4} \right)^{-n} \left( 1 + \frac{1}{4} \operatorname{sgn} \lambda \right)^{2\lambda} \int_{\Omega} \rho^{2\lambda-n}(z) \left( \int_{\Omega} \chi(z,y) dy \right) |f(z)|^2 dz \leq \\
& \leq \{ \text{используем лемму 2} \} \leq \\
& \leq \omega_n \left( 1 - \frac{1}{4} \right)^{-n} \left( 1 + \frac{1}{4} \operatorname{sgn} \lambda \right)^{2\lambda} 3^{-n} \int_{\Omega} \rho^{2\lambda}(z) |f(z)|^2 dz = \\
& = \omega_n \left( \frac{3}{4} \right)^{-n} \left( 1 + \frac{1}{4} \operatorname{sgn} \lambda \right)^{2\lambda} 3^{-n} \int_{\Omega} \rho^{2\lambda}(z) |f(z)|^2 dz = \\
& = \omega_n \left( \frac{4^n}{9^n} \right) \left( 1 + \frac{1}{4} \operatorname{sgn} \lambda \right)^{2\lambda} \int_{\Omega} \rho^{2\lambda}(z) |f(z)|^2 dz.
\end{aligned}$$

Следовательно,

$$\int_{\Omega} \rho^{2\lambda-n}(y) \left( \int_{J(y)} |f(z)|^2 dz \right) dy \leq M_{2,\lambda} \int_{\Omega} \rho^{2\lambda}(z) |f(z)|^2 dz, \quad (18)$$

где  $M_{2,\lambda}$  определяется равенством (14).

Аналогично имеем

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega} \rho^{2\lambda-n}(y) \left( \int_{J(y)} |f(z)|^2 dz \right) dy = \int_{\Omega} \rho^{2\lambda-n}(y) \left( \int_{\Omega} \chi(z,y) |f(z)|^2 dz \right) dy \geq \\
& \geq \{ \text{используем неравенство (17)} \} \geq \\
& \geq \left( 1 + \frac{1}{4} \right)^{-n} \left( 1 - \frac{1}{4} \operatorname{sgn} \lambda \right)^{2\lambda} \int_{\Omega} \rho^{2\lambda-n}(z) \left( \int_{\Omega} \chi(z,y) dy \right) |f(z)|^2 dz \geq \\
& \geq \{ \text{используем лемму 2} \} \geq \\
& \geq \omega_n \left( 1 + \frac{1}{4} \right)^{-n} \left( 1 - \frac{1}{4} \operatorname{sgn} \lambda \right)^{2\lambda} 5^{-n} \int_{\Omega} \rho^{2\lambda}(z) |f(z)|^2 dz =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \omega_n \left( \frac{5}{4} \right)^{-n} \left( 1 - \frac{1}{4} \operatorname{sgn} \lambda \right)^{2\lambda} 5^{-n} \int_{\Omega} \rho^{2\lambda}(z) |f(z)|^2 dz = \\
&= \omega_n \left( \frac{4^n}{25^n} \right) \left( 1 - \frac{1}{4} \operatorname{sgn} \lambda \right)^{2\lambda} \int_{\Omega} \rho^{2\lambda}(z) |f(z)|^2 dz.
\end{aligned}$$

Следовательно,

$$\int_{\Omega} \rho^{2\lambda-n}(y) \left( \int_{J(y)} |f(z)|^2 dz \right) dy \geq M_{1,\lambda} \int_{\Omega} \rho^{2\lambda}(z) |f(z)|^2 dz, \quad (19)$$

где  $M_{1,\lambda}$  определяется равенством (13). Из (18) и (19) следует (12).

Лемма 2 доказана.

Далее вводим полуформу

$$\|f; L_2^t(G)\| = \left\{ \sum_{|k|=t, \Omega} \int |f^{(k)}(x)|^2 dx \right\}^{1/2}. \quad (20)$$

**Лемма 3.** Пусть  $r$  – натуральное число,  $G$  – ограниченная область в  $R^n$  с  $(n-1)$ -мерной границей  $C^r$  и пусть целое число  $s$  такое, что  $0 < s < r$ .

Тогда существует положительная постоянная  $K_1$  такая, что при всех положительных значениях параметров  $\varepsilon$ ,  $h$  неравенство

$$\|f; L_2^s(G)\|^2 \leq \varepsilon h^{r/s} \|f; L_2^r(G)\|^2 + K_1 \varepsilon^{-s/(r-s)} h^{-r/(r-s)} \|f; L_2(G)\|^2. \quad (21)$$

справедливо для функций  $f$  с конечной правой частью.

**Доказательство.** Пусть  $0 < \sigma < 1$ . Используя неравенство  $(a^2)^{1-\sigma} (b^2)^\sigma \leq (1-\sigma)a^2 + \sigma b^2$ , имеем

$$\begin{aligned}
(a^2)^{1-\sigma} (b^2)^\sigma &= \left( \varepsilon^{1/(1-\sigma)} h^{1/(1-\sigma)} a^2 \right)^{1-\sigma} \left( b^2 \varepsilon^{-1/\sigma} h^{-1/\sigma} \right)^\sigma \leq \\
&\leq (1-\sigma) \varepsilon^{1/(1-\sigma)} h^{1/(1-\sigma)} a^2 + \sigma \varepsilon^{-1/\sigma} h^{-1/\sigma} b^2
\end{aligned}$$

Теперь в этом неравенстве заменим  $\varepsilon$  на  $\varepsilon^{(1-\sigma)}$

$$(a^2)^{1-\sigma} (b^2)^\sigma \leq (1-\sigma) \varepsilon h^{1/(1-\sigma)} a^2 + \sigma \varepsilon^{-(1-\sigma)/\sigma} h^{-1/\sigma} b^2. \quad (22)$$

Имеет место следующее интерполяционное неравенство (см. [13, гл.1])

$$\|f; W_2^s(G)\|^2 \leq C \|f; W_2^r(G)\|^{2s/r} \|f; L_2(G)\|^{2(r-s)/r}.$$

В силу этого неравенства и неравенства (22) при  $\sigma = (r-s)/r$  имеем (при этом выражение  $const \cdot \varepsilon$  заменим на  $\varepsilon$ )

$$\|f; W_2^s(G)\|^2 \leq \varepsilon h^{r/s} \|f; W_2^r(G)\|^2 + K_1 \varepsilon^{-s/(r-s)} h^{-r/(r-s)} \|f; L_2(G)\|^2.$$

Отсюда, с учётом равенства (20) следует

$$\|f; L_2^s(G)\|^2 \leq \varepsilon h^{r/s} \|f; L_2^r(G)\|^2 + K_1 \varepsilon^{-s/(r-s)} h^{-r/(r-s)} \|f; L_2(G)\|^2.$$

Неравенство (21) доказано, что и завершает доказательство леммы 3.

**4. Доказательство теоремы 1.** Ниже мы докажем неравенство (4) в случае  $\gamma = (r\beta - s\alpha)/(r-s)$ . В случае  $\gamma < (r\beta - s\alpha)/(r-s)$  оно следует в силу ограниченности функции  $\rho(x), x \in \Omega$ .

Пусть  $B(0)$  – открытый шар радиуса  $1/2$  с центром в начале координат. Неравенство (21) для случая  $G = B(0)$  примет вид

$$\|f; L_2^s(B(0))\|^2 \leq \varepsilon h^{r/s} \|f; L_2^r(B(0))\|^2 + K_1 \varepsilon^{-s/(r-s)} h^{-r/(r-s)} \|f; L_2(B(0))\|^2,$$

то есть

$$\begin{aligned} & \sum_{|k|=s} \int_{B(0)} |u^{(k)}(x)|^2 dx \leq \\ & \leq \varepsilon h^{r/s} \sum_{|k|=r} \int_{B(0)} |u^{(k)}(x)|^2 dx + K_1 \varepsilon^{-s/(r-s)} h^{-r/(r-s)} \int_{B(0)} |u(x)|^2 dx. \end{aligned} \quad (23)$$

Рассмотрим отображение  $z \rightarrow x$ , определённое с помощью равенства  $x = (z-y)2\mathcal{K} / \rho(y)$ , где  $\mathcal{K}$  – константа из условий (2) и  $y$  – любая фиксированная точка из области  $\Omega$ . Это отображение переводит множество  $J(y) = \{z \in R^n : |z-y| < \rho(y)/(4\mathcal{K})\}$  в шар  $B(0) = \{x \in R^n : |x| < 1/2\}$ .

Берём произвольную функцию  $v$  из класса  $C_0^\infty(\Omega)$ . Легко можно проверить, что  $J(y) \subset \Omega$  при всех  $y \in \Omega$ . Поэтому функция  $\hat{v}_y(x) = v(x\rho(y)/(2\mathcal{K}) + y)$  определена для всех  $x \in B(0)$  и принадлежит классу  $C^\infty(B(0))$ .

Заметим, что если  $u(x) = \hat{v}_y(x)$ , то

$$u^{(k)}(x) = (2\mathcal{K})^{-|k|} \rho^{|k|}(y) \hat{v}_y^{(k)}(x).$$

Учитывая эти равенства и применяя полученное выше неравенство (23) для функции  $u(x) = \hat{v}_y(x)$ , имеем

$$\begin{aligned}
& (2\mathcal{X})^{-2s} \rho^{2s}(y) \sum_{|k|=s} \int_{B(0)} |\hat{v}_y^{(k)}(x)|^2 dx \leq \\
& \leq \varepsilon h^{r/s} (2\mathcal{X})^{-2r} \rho^{2r}(y) \sum_{|k|=r} \int_{B(0)} |\hat{v}_y^{(k)}(x)|^2 dx + \\
& + K_1 \varepsilon^{-s/(r-s)} h^{-r/(r-s)} \int_{B(0)} |\hat{v}_y(x)|^2 dx.
\end{aligned}$$

В этом неравенстве заменим  $h$  на  $\rho^{2\mu}(y)$ , обе части полученного неравенства умножим на  $\rho^{2\nu}(y)$  и после несложных преобразований получим

$$\begin{aligned}
& (2\mathcal{X})^{-2s} \rho^{2s+2\nu}(y) \sum_{|k|=s} \int_{B(0)} |\hat{v}_y^{(k)}(x)|^2 dx \leq \\
& \leq \varepsilon (2\mathcal{X})^{-2r} \rho^{2r+2\nu+2r\mu/s}(y) \sum_{|k|=r} \int_{B(0)} |\hat{v}_y^{(k)}(x)|^2 dx + \\
& + K_1 \varepsilon^{-s/(r-s)} \rho^{2\nu-2r\mu/(r-s)}(y) \int_{B(0)} |\hat{v}_y(x)|^2 dx. \tag{24}
\end{aligned}$$

Теперь в интегралах этого неравенства проведём замену переменных интегрирования  $z = y + x\rho(y)/2\mathcal{X}$ :

$$x = (z - y)2\mathcal{X} / \rho(y), \quad dx = \left( \frac{2\mathcal{X}}{\rho(y)} \right)^n dz,$$

$$\hat{v}_y(x) = v(x\rho(y)/2\mathcal{X} + y) = v(z), \quad \hat{v}_y^{(k)}(x) = v^{(k)}(x\rho(y)/2\mathcal{X} + y) = v^{(k)}(z).$$

Интегралы меняются следующим образом:

$$\int_{B(0)} |\hat{v}_y(x)|^2 dx = \left( \frac{2\mathcal{X}}{\rho(y)} \right)^n \int_{J(y)} |v(z)|^2 dz, \tag{25}$$

$$\int_{B(0)} |\hat{v}_y^{(k)}(x)|^2 dx = \left( \frac{2\mathcal{X}}{\rho(y)} \right)^n \int_{J(y)} |v^{(k)}(z)|^2 dz. \tag{26}$$

Интегралы в неравенстве (24) заменяем через (25), (26) и приходим к следующему неравенству:

$$\begin{aligned}
& (2\mathcal{X})^{-2s+n} \rho^{2s+2\nu-n}(y) \sum_{|k|=s} \int_{J(y)} |v^{(k)}(z)|^2 dz \leq \\
& \leq \varepsilon (2\mathcal{X})^{-2r+n} \rho^{2r+2\nu-n+2r\mu/s}(y) \sum_{|k|=r} \int_{J(y)} |v^{(k)}(z)|^2 dz +
\end{aligned}$$

$$+K_1 \varepsilon^{-s/(r-s)} (2\mathcal{L})^n \rho^{2\nu-n-2\mu r/(r-s)}(y) \int_{J(y)} |v(z)|^2 dz.$$

Используем это неравенство при  $\mu = s[\alpha - \beta - (r-s)]/r$ ,  $\nu = \beta - s$  и результат интегрируем по  $y \in \Omega$ . В итоге приходим к неравенству

$$\begin{aligned} & (2\mathcal{L})^{-2s+n} \sum_{|k|=s\Omega} \int \rho^{2\beta-n}(y) \left( \int_{J(y)} |v^{(k)}(z)|^2 dz \right) dy \leq \\ & \leq \varepsilon (2\mathcal{L})^{-2r+n} \sum_{|k|=r\Omega} \int \rho^{2\alpha-n}(y) \left( \int_{J(y)} |v^{(k)}(z)|^2 dz \right) dy + \\ & + K_1 \varepsilon^{-s/(r-s)} (2\mathcal{L})^n \int_{\Omega} \rho^{2\gamma-n}(y) \left( \int_{J(y)} |v(z)|^2 dz \right) dy, \end{aligned} \quad (27)$$

где  $\gamma = (r\beta - s\alpha)/(r-s)$ .

Теперь, используя лемму 2, оценим интегралы этого неравенства. Сначала снизу оценим интеграл в левой части неравенства (27). Применяя лемму 2 при  $f(z) = v^{(k)}(z), \lambda = \beta$ , имеем

$$\begin{aligned} & M_{1,\beta} \sum_{|k|=s\Omega} \int \rho^{2\beta}(x) |v^{(k)}(x)|^2 dx \leq \\ & \leq \sum_{|k|=s\Omega} \int \rho^{2\beta-n}(y) \left( \int_{J(y)} |v^{(k)}(z)|^2 dz \right) dy. \end{aligned} \quad (28)$$

Для оценки интегралов правой части неравенства (27) сверху тоже применяем лемму 2. Из этой леммы при  $f(z) = v^{(k)}(z), \lambda = \alpha$  получим

$$\int_{\Omega} \rho^{2\alpha-n}(y) \left( \int_{J(y)} |v^{(k)}(z)|^2 dz \right) dy \leq M_{2,\alpha} \int_{\Omega} \rho^{2\alpha}(x) |v^{(k)}(x)|^2 dx. \quad (29)$$

Аналогично оценивается второй интеграл правой части неравенства (27):

$$\int_{\Omega} \rho^{2\gamma-n}(y) \left( \int_{J(y)} |v(z)|^2 dz \right) dy \leq M_{2,\gamma} \int_{\Omega} \rho^{2\gamma}(x) |v(x)|^2 dx. \quad (30)$$

Теперь, применяя неравенства (28) - (30), из (27) получим

$$\begin{aligned} & (2\mathcal{L})^{-2s+n} M_{1,\beta} \sum_{|k|=s\Omega} \int \rho^{2\beta}(x) |v^{(k)}(x)|^2 dx \leq \\ & \leq \varepsilon (2\mathcal{L})^{-2r+n} \sum_{|k|=r\Omega} M_{2,\alpha} \int_{\Omega} \rho^{2\alpha}(x) |v^{(k)}(x)|^2 dx + \end{aligned}$$



$$+K_1 \varepsilon^{-s/(r-s)} (2\kappa)^n M_{2,\gamma} \int_{\Omega} \rho^{2\gamma}(x) |v(x)|^2 dx.$$

Так как величины  $M_{1,\beta}, M_{2,\alpha}, M_{2,\gamma}$  с двух сторон ограничены положительными константами, то отсюда следует неравенство (4).

Теорема 1 доказана.

**5. Доказательство теоремы 2.** Пусть  $0 \leq t \leq s \leq r-1$ . Тогда  $0 \leq s-t \leq r-t-1$  и из неравенства (4) следует, что

$$\|v; L_{2;\beta}^{s-t}(\Omega)\|^2 \leq \varepsilon \|v; L_{2;\alpha}^{r-t}(\Omega)\|^2 + K_0 \varepsilon^{-\theta} \|v; L_{2;\delta}^0(\Omega)\|^2,$$

где  $\theta, \delta$  определяются формулами (6). Теперь, используя это неравенство для функции  $v(x) = u^{(l)}(x)$ , где  $l$  – произвольный мультииндекс длиной  $t$ , получим

$$\|u^{(l)}; L_{2;\beta}^{s-t}(\Omega)\|^2 \leq \varepsilon \|u^{(l)}; L_{2;\alpha}^{r-t}(\Omega)\|^2 + K_0 \varepsilon^{-\theta} \|u^{(l)}; L_{2;\delta}^0(\Omega)\|^2.$$

Далее суммируем это неравенство по мультииндексу  $l$  и при этом, заменяя выражение  $\text{const} \cdot \varepsilon$  снова через  $\varepsilon$ , приходим к неравенству

$$\|u; L_{2;\beta}^s(\Omega)\|^2 \leq \varepsilon \|u; L_{2;\alpha}^r(\Omega)\|^2 + K_0 \varepsilon^{-\theta} \|u; L_{2;\delta}^t(\Omega)\|^2.$$

Прибавляя с двух сторон этого неравенства норму  $\|u; L_2(\Omega)\|^2$ , получаем неравенство (5).

Теорема 2 доказана.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Березанский Ю.М. Разложение по собственным функциям самосопряженных операторов. – Киев: Наукова думка, 1965, 799 с.
2. Ehrling G. On a type of eigenvalue problem for certain differential operators. – Math. Scand., 1954, v. 2, № 2, с. 267-285.
3. Nirenberg L. Remarks on strongly elliptic partial differential equations. – Comm. Pure and Appl. Math., 1955, v. 8, № 4, с. 648-674.
4. Ильин В.П. Некоторые функциональные неравенства типа теорем вложения – ДАН СССР, 1958, т. 123, № 6, с. 967-970.
5. Глушко В.П., Крейн С.Г. Дробные степени дифференциальных операторов и теоремы вложений. – ДАН СССР, 1958, т. 122, № 6, с. 963-965.
6. Глушко В.П., Крейн С.Г. Неравенства для норм производных в пространствах с весом. – Сибирский мат. журнал, 1960, т. 1, № 3, с. 343-382.
7. Мирошин Н.В. Обобщенная задача Дирихле для одного класса эллиптических дифференциальных операторов, вырождающихся на границе области. Некоторые спектральные свойства. – Дифференц. уравнения, 1976, т. 12, № 6, с. 1099-1111.
8. Мамедов Р.Ш. Весовые неравенства типа неравенства Эрлинга-Ниренберга. – Докл. АН СССР, 1984, т. 275, № 2, с. 301-305.
9. Cao X. An interpolation inequality and its application in the Kiler-Segel model. – arXiv: 1707.09235v2[math.AP] 12 Jun 2018, 14 p.

10. Giannetti F. The modular interpolation inequality in Sobolev spaces with variable exponent attaining the value 1. – *Mathematical inequalities and Applications*, 2011, v. 14, № 3, p. 509-522.
11. Cekic B., Alisoy G., Mashiyev R.A. Interpolation inequality in power type weighted Lebesgue-Sobolev spaces. – *International Journal of Pure and Applied Mathematic*, 2011, v. 71, № 3, p. 375-382.
12. Исхоков С.А. Неравенство Гординга для эллиптических операторов с вырождением. – *Математические заметки*, 2010, т. 87, № 2, с. 201-216.
13. Лионс Ж.Л., Мадженес Э. Неоднородные граничные задачи и их приложения. – М.: Наука, 1971.

С.А.ИСХОҚОВ

## ОИД БА ЯК АНАЛОГИ НОБАРОБАРИИ ЭРЛИНГ-НИРЕНБЕРГ БАРОИ ФАЗОҶОИ ВАЗНДОР

*Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,*

*Институти математикаи ба номи А. Ҷӯраеви АМИ Тоҷикистон*

Аналогҳои нобаробарии Эрлинг-Ниренберг дар ҳолати фазоҳои функционалии вазндор пештар бо методҳои таксимкунии воҳид ва методи тасвири интегралӣ исбот карда шуда буданд. Ба фарқ аз ин, дар ин кор бо истифода аз нобаробариҳои интегралӣ ёрирасон аналоги нави нобаробарии Эрлинг-Ниренберг дар мавриди фазоҳои функсияҳои дифференсиронидашавандаи дар соҳаи маҳдуд додашуда бо вазнҳои дараҷагӣ исбот карда шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** соҳаи маҳдуд, фазоҳои вазндори функционалӣ, вазни дараҷагӣ, нобаробарии интегралӣ, нобаробарии Эрлинг-Ниренберг.

S.A.ISKHOKOV

## ABOUT ONE ANALOGUE OF THE EHRLING-NIRENBERG INEQUALITY FOR WEIGHTED SPACES

*National Academy of Sciences of Tajikistan,*

*A.Dzhuraev Institute of Mathematics of the National Academy of Sciences of Tajikistan*

Analogues of the Ehrling-Nirenberg inequality in the case of weighted function spaces were previously proven by the method of unit partitioning and the method of integral representations. In contrast, in this work, using auxiliary integral inequalities, a new analogue of the Ehrling-Nirenberg inequality is proved in the case of spaces of differentiable functions in a bounded domain with power weights.

**Ключевые слова:** bounded domain, weighted function space, power weights, integral inequality, Ehrling-Nirenberg inequality.

### Сведения об авторе:

**Исхоков Сулаймон Абунасович** – доктор физико-математических наук, профессор, Институт математики им. А.Джураева Национальной академии наук Таджикистана, заведующий отделом «Теория функций и функциональный анализ». E-mail: sulaimon@mail.ru.

УДК 519.87

Специальность: 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Р.Н.ОДИНАЕВ, П.Л.НАРЗУЛЛОЕВ

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДАЧИ ЗАЩИТЫ РАСТЕНИЙ  
В БИОЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ ТИПА «ХИЩНИК-ЖЕРТВА»  
С ТРОФИЧЕСКОЙ ФУНКЦИЕЙ ХОЛЛИНГА ТИПА II**

*Таджикский национальный университет*

*Поступила в редакцию 15.02.2024 г.*

*В статье представляется математическая модель задачи защиты растений в биологической системе типа "хищник-жертва" с использованием трофической функции Холлинга типа II, которая учитывает зависимость скорости потребления пищи хищниками от ее доступности. Эта модель не только позволяет оценить эффективность различных стратегий борьбы с вредителями, но и предоставляет структуру и устойчивость биологических систем в условиях воздействия антропогенных факторов.*

*Точечные модели с трофическими функциями представляют собой математические инструменты для моделирования взаимодействия между растениями, вредителями и их естественными врагами. Они позволяют учитывать разнообразные факторы, влияющие на динамику популяций и экосистем в сельскохозяйственных культурах. Также в работе в рамках точечных моделей получены необходимые и достаточные условия существования решения задачи защиты растений с трофической функцией Холлинга типа II.*

**Ключевые слова:** биологическая система, «хищник-жертва», трофическая функция Холлинга типа II, защита растений, точечная модель, динамика популяции, агроценоз, дифференциальные уравнения.

**1. Введение.** Защита растений от вредителей является одной из важнейших задач в сельском хозяйстве и в экологических системах. В борьбе за сохранение урожаев и биоразнообразия необходимо эффективно моделировать и анализировать взаимодействие между хищниками и их жертвами в биологических системах. Математические модели,

---

*Адрес для корреспонденции:* Одинаев Раим Назарович, 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 17. Таджикский национальный университет. E-mail: raim\_odinaev@mail.ru

основанные на принципах экологической динамики, представляют собой мощный инструмент для понимания динамики популяций и разработки стратегий контроля вредителей.

Исследование взаимодействия хищников и их жертв в биологических системах имеет долгую историю, начиная с работ Лотки-Вольтерры в 1920-х годах. Эти исследования вдохновили разработку математических моделей, таких как модель хищник-жертва, которая стала фундаментом для изучения динамики популяций в биосистемах. В 50-е годы XX века канадский ученый К.С.Холлинг разработал трофическую функцию, которая описывает взаимодействие между хищниками и жертвами в более реалистичных условиях, учитывая насыщение хищников от пищи и носит название трофической функции Холлинга. С течением времени и с развитием компьютерных технологий, математические модели стали неотъемлемой частью исследований в области защиты растений, позволяя ученым прогнозировать эффективность различных стратегий контроля вредителей и оптимизировать использование пестицидов. В настоящее время, с развитием методов численного моделирования и анализа данных, математические модели хищник-жертва с трофической функцией Холлинга типа II остаются важным инструментом для изучения и управления экосистемами в сельском хозяйстве и природных биосистемах.

В задачах защиты растений трофическая функция Холлинга типа II [1] может быть использована для моделирования взаимодействия между вредителями и их жертвами, а также для определения эффективности различных стратегий контроля вредителей.

Интересные аналитические результаты в математической экологии впервые были получены в классических работах А.Лотки [2] и В.Вольтерра [3]. Они предложили модель экосистем «хищник-жертва», что позволило продемонстрировать существование периодических колебаний численности популяций в стационарных средах, не зависящих от внешних факторов (прежде всего солнца, атмосферы и т. д.). Работа Вольтерра [2] заложила биологические основы теории сообществ, которая была построена как математическая теория. Система рассматривается совместно с задачей линейного программирования, в которой искомые величины являются коэффициентами уравнения, а сами коэффициенты – неизвестными функциями дифференциального уравнения.

Глубокое аналитическое исследование систем типа "хищник-жертва" было проведено А.Н.Колмогоровым [4]. Исследования Колмогорова ограничились некоторыми качественными предположениями о характере межвидовых взаимодействий и условиях, при которых система имеет устойчивое состояние или устойчивый предельный цикл. Однако необходимые и достаточные условия для существования устойчивых предельных циклов получены не были. Качественные свойства и устойчивость моделей экосистем изучались классическими методами, основанными на теории дифференциальных уравнений. Проблема устойчивости поведенческих механизмов математических моделей природных сообществ является очень важной. А.Д.Базыкин [5] провел детальное и всестороннее исследование разнообразия динамических механизмов моделей взаимодействия двух и трех популяций, связанных различными биологическими и природными отношениями.

В классической модели Лотки-Вольтерра трофическая функция также довольно проста: она не зависит от количества хищников и возрастает пропорционально количеству жертв –  $V(N) = \alpha N$ .

В работе Свирижева Ю.М и Логофет Д.О [6] одним из основных понятий в теории трофических систем является трофическая функция, характеризующая зависимость среднего рациона хищника от плотности взаимодействий популяций между хищниками и жертвами. Значение трофической функции  $V = V_i(N_i)$ ,  $i = 1, 2$  (или «functional response» – функциональный отклик) при заданных условиях определяет среднее количество жертв, которое потребляется хищником за единицу времени. В большинстве нелинейных или классических вольтерровских моделей представлено, что это величина рассчитывается количеством (плотность) жертв, то есть  $V = V(N)$ , и это гипотеза подтверждается при наблюдении за небольшой пространственно-однородной системой, в которой передвижение особей имеет наиболее случайных характер [1, 6-8].

Наиболее известной и распространенной моделью трофической функции является модель Холлинга II типа - монотонная зависимость, которая описывает насыщение рациона хищника увеличением числа доступных жертв с выпуклой вверх гиперболой [1]:

$$V(N) = \frac{\mu N}{1 + \mu h N}. \quad (1)$$

В этом выражении параметр  $\mu$  - это коэффициент эффективности поиска, определяющий среднее значение площади (или объема), исследуемой хищником для поиска жертв за единицу времени;  $h$  – время, за которое хищник «обрабатывает» одну жертву, то есть в общем случае то время, которое хищник тратит на поиск, поимку, поглощение и т.п. В трофической функции, определенной таким образом,  $N_2$  следует понимать и усреднять над определенной областью как плотность жертвы, а в точечной модели – по всему пространству. Конечно, это обстоятельство не мешает использовать формулу (1) для описания локальных взаимодействий видов в пространственной модели.

Время, за которое хищник обработает жертву определяет максимальное значение его индивидуального рациона. Согласно уравнению (1), значение питательной функции Холлинга типа II монотонно увеличивается с увеличением средней плотности популяции жертвы, достигая уровня насыщения  $\lim_{N_2 \rightarrow \infty} V(N_2) = \frac{1}{h}$  и одновременно увеличивая плотность популяции хищника.

## 2. Задача защиты растений для точечной модели с трофической функцией Холлинга типа II

Предположим, что состояние модельного агроценоза описывается при помощи следующих уравнений [9-14]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dN_0}{dt} = Q + F_0(N_0, N_1), \\ \frac{dN_1}{dt} = N_1 F_1(N_0, N_1, N_2), \\ \frac{dN_2}{dt} = N_2 F_2(N_1, N_2, N_3), \\ \frac{dN_3}{dt} = N_3 F_3(N_2, N_3), \end{array} \right. \quad (2)$$

где  $N_0 = N_0(t)$  – масса внешнего ресурса в момент времени  $t$ ,  $Q$  – скорость поступления внешнего ресурса,  $N_1 = N_1(t)$  – биомасса растений сельхоз культуры в момент времени  $t$ ,  $N_i = N_i(t)$  – численность вредных ( $i = 2$ ) и полезных ( $i = 3$ ) насекомых в момент времени  $t$ , где функции  $F_i = F_i(\cdot)$  – соответствующие удельные скорости роста биологических видов агроценоза, и, кроме того, из биологической сущности задачи вытекает, что:

$$\frac{\partial F_i}{\partial N_i} \leq 0, \quad \frac{\partial F_i}{\partial N_j} = \begin{cases} \leq 0, & i < j, \quad i = \overline{0,3} \\ \geq 0, & i > j, \quad j = \overline{0,3} \end{cases}.$$

Когда взаимодействие биологических видов происходит по закону Вольтерра, то используется следующая формула [13]:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_0(\cdot) = -\alpha_0 N_0 N_1, \\ F_1(\cdot) = k_0 \alpha_0 N_0 - \alpha_1 N_2 - m_1, \\ F_2(\cdot) = k_1 \alpha_1 N_1 - \alpha_2 N_3 - m_2, \\ F_3(\cdot) = k_2 \alpha_2 N_2 - \varepsilon N_3 - m_3. \end{array} \right. \quad (3)$$

которую можно считать справедливой в случае "напряженности" трофических связей. Это означает, что пища для вредителей имеется в изобилии, полезные насекомые питаются только вредителями. Прирост численности вредителей за малый промежуток времени пропорционален произведению биомассы сельхоз-культуры на количество вредителей, прирост полезных насекомых также пропорционален произведению количества полезных насекомых на количество вредителей, а естественная смертность насекомых пропорциональна их численности. В удельной скорости роста обозначены:  $m_i$  – усредненные коэффициенты естественной смертности,  $i = 1, 2, 3$ ;  $k_i$  – доли потребленных биомасс, идущие на репродуктивный обмен и рост;  $i = 1, 2, 3$ ;  $\alpha_i$  – коэффициенты трофических функций,  $i = 1, 2, 3$ ;  $\varepsilon$  – коэффициент самолимитирования популяции полезных насекомых [12-13].

**Определение.** Средней биомассой биологических видов в момент времени  $\tau$   $t_k$  назовем величину  $N_i^\tau = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau N_i(t) dt$ ,  $\tau > 0$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

Сформулируем задачу защиты растений в терминах точечного модельного агроценоза (2). Пусть  $N_1^p, N_1^p \in [N_1^{\min}, N_1^{\max}]$ , заданный уровень биомассы сельхоз культуры, не менее которого должна стать ее средняя биомасса, то есть

$$N_1^\tau \geq N_1^p, \quad N_1^p \in [N_1^{\min}, N_1^{\max}]. \quad (4)$$

Тогда, соответствующие задачи защиты растений состоят в определении  $N_2^p, N_3^p$  из (2).

$$N_2^\tau \leq N_2^p, \quad N_3^\tau \geq N_3^p, \quad (5)$$

где  $N_1^p$  – заданная величина планируемого урожая биомассы хлопчатника,  $N_2^p$  – порог вредоносности вредителей,  $N_3^p$  – уровень эффективности полезных насекомых (энтомофагов).

Рассмотрим теперь модельный агроценоз, в котором функции  $F_i(\cdot)$  определяются по следующим формулам [13]:

$$\begin{cases} F_0 = -\alpha_0 N_0 N_1, \\ F_1 = k_0 \alpha_0 N_0 - \frac{V_1(N_1)}{N_1} N_2 - m_1, \\ F_2 = k_1 V_2(N_2) - \frac{V_2(N_2)}{N_2} N_3 - m_2, \\ F_3 = k_2 V_2(N_2) - \varepsilon N_3 - m_3. \end{cases}, \quad (6)$$

где  $V_i(\cdot)$  – трофическая функция.

Пусть  $V = V_i(N_i)$ ,  $i = 1, 2$  – количество (или биомасса) жертв, потребляемых одним хищником за единицу времени, причем,  $k$ -я часть, полученная с этой биомассой, энергия расходуется хищником на воспроизводство, а остальное тратится на поддержание основного обмена и охотничьей активности.

Легко увидеть, что систему (2) в силу (6) можно записать в виде системы с отношением типа «хищник-жертва» [14]:

$$\begin{cases} \frac{dN_0}{dt} = Q - \alpha_0 N_0 N_1, \\ \frac{dN_1}{dt} = k_0 \alpha_0 N_0 N_1 - V_1(N_1) N_2 - m_1 N_1, \\ \frac{dN_2}{dt} = k_1 V_2(N_2) N_2 - V_2(N_2) N_3 - m_2 N_2, \\ \frac{dN_3}{dt} = k_2 V_2(N_2) N_3 - \varepsilon N_3^2 - m_3 N_3. \end{cases} \quad (7)$$

Пусть взаимодействие биологических видов в агроценозе происходит по смешанной вольтерровской и трофической функции Холлинга типа II, то есть воспользуемся трофической функцией  $V_i(N_i) = \frac{\mu N_i}{1 + \mu h N_i}$ ,  $i = 1, 2$ .

Тогда модельный агроценоз (7) будет иметь следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dN_0}{dt} = Q - \alpha_0 N_0 N_1 \\ \frac{dN_1}{dt} = k_0 \alpha_0 N_0 N_1 - \frac{\mu N_1}{1 + \mu h N_1} N_2 - m_1 N_1 \\ \frac{dN_2}{dt} = \frac{k_1 \mu N_2}{1 + \mu h N_2} N_2 - \frac{\mu N_2}{1 + \mu h N_2} N_3 - m_2 N_2 \\ \frac{dN_3}{dt} = \frac{k_2 \mu N_2}{1 + \mu h N_2} N_3 - \varepsilon N_3^2 - m_3 N_3 \end{cases} \quad (8)$$

Справедлива следующая теорема существования решения задачи защиты растений:

**Теорема.** Пусть взаимодействие между видами агроценоза происходит по закону Вольтерра, то есть по формулам (3) и с трофической функцией (1). Тогда для того, чтобы имело место условие  $N_1^\tau \geq N_1^p$ ,  $N_1^p \in [N_1^{\min}, N_1^{\max}]$ , необходимо и достаточно, чтобы выполнялись следующие неравенства:

$$\begin{cases} N_0(t) \leq \frac{Q}{\alpha N_1^p} \\ N_2^\tau \leq N_2^p, N_2^p = \frac{k_0 Q}{\mu N_1^p} + \frac{k_0 h Q}{N_1^p} N_1^p - \frac{m_1}{\mu} - m_1 h N_1^p - \frac{1}{\mu \tau} \ln \frac{N_1(\tau)}{N_1(0)} - \frac{h}{\tau} (N_1(\tau) - N_1(0)), \\ N_3^\tau \geq N_3^p, N_3^p = (k_1 - m_2 h) N_2^\tau - \frac{m_2}{\mu} - \frac{1}{\mu \tau} \ln \frac{N_2(\tau)}{N_2(0)} - \frac{h}{\tau} (N_2(\tau) - N_2(0)). \end{cases} \quad (9)$$

**Доказательство. Необходимость.** Пусть имеет место условие

$$N_1^\tau \geq N_1^p, \quad N_1^p \in [N_1^{\min}, N_1^{\max}],$$



В силу 1-го уравнения системы (8) имеем:

$$\frac{dN_0}{dt} = Q - \alpha_0 N_0 N_1$$

$$N_0(t) = N_0(0) \exp(-\alpha_0 \int_0^t N_1(\xi) d\xi) + Q \int_0^t \exp(-\alpha_0 \int_\tau^t N_1(\xi) d\xi) d\tau \leq$$

$$\leq \left[ N_0(0) - \frac{Q}{\alpha_0 N_0^p} \right] \exp(-\alpha_0 N_1^p t) + \frac{Q}{\alpha_0 N_0^p} \leq \frac{Q}{\alpha_0 N_0^p}.$$

Из 2-го уравнения (8) получим:

$$\frac{dN_1}{dt} = k_0 \alpha_0 N_0 N_1 - \frac{\mu N_1}{1 + \mu h N_1} N_2 - m_1 N_1$$

$$\frac{d}{dt} \ln N_1 = \frac{k_0 Q}{N_1^p} - \frac{\mu N_1}{(1 + \mu h N_1) N_1} N_2 - m_1$$

$$\frac{\mu N_2}{1 + \mu h N_1} = \frac{k_0 Q}{N_1^p} - m_1 - \frac{d}{dt} \ln N_1$$

$$N_2 = \frac{k_0 Q}{\mu N_1^p} (1 + \mu h N_1) - \frac{m_1}{\mu} (1 + \mu h N_1) - \frac{1}{\mu} \frac{d}{dt} \ln N_1 (1 + \mu h N_1)$$

$$N_2 = \frac{k_0 Q}{\mu N_1^p} + \frac{k_0 h Q}{N_1^p} N_1 - \frac{m_1}{\mu} - m_1 h N_1 - \frac{1}{\mu} \frac{d}{dt} \ln N_1 - h N_1 \frac{d}{dt} \ln N_1$$

$$N_2 = \frac{k_0 Q}{\mu N_1^p} + \frac{k_0 h Q}{N_1^p} N_1 - \frac{m_1}{\mu} - m_1 h N_1 - \frac{1}{\mu} \frac{d}{dt} \ln N_1 - h \frac{dN_1}{dt},$$

то, проинтегрировав по  $t$  от 0 до  $\tau$ , получим:

$$\frac{1}{\tau} \int_0^\tau N_2(t) dt = \frac{k_0 Q}{\mu N_1^p} + \frac{k_0 h Q}{N_1^p \tau} \int_0^\tau N_1(t) dt - \frac{m_1}{\mu} - \frac{m_1 h}{\tau} \int_0^\tau N_1(t) dt - \frac{1}{\mu \tau} \int_0^\tau \frac{d}{dt} \ln N_1(t) dt - \frac{h}{\tau} \int_0^\tau \frac{dN_1(t)}{dt} dt$$

$$N_2^\tau \leq \frac{k_0 Q}{\mu N_1^p} + \frac{k_0 h Q}{N_1^p} N_1^\tau - \frac{m_1}{\mu} - m_1 h N_1^\tau - \frac{1}{\mu \tau} \ln \frac{N_1(\tau)}{N_1(0)} - \frac{h}{\tau} (N_1(\tau) - N_1(0)) = N_2^p$$

$$N_2^\tau \leq N_2^p$$

Теперь рассмотрим 3-е уравнение системы (8):

$$\frac{dN_2}{dt} = \frac{k_1 \mu N_2}{1 + \mu h N_2} N_2 - \frac{\mu N_2}{1 + \mu h N_2} N_3 - m_2 N_2$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \ln N_2 &= \frac{k_1 \mu N_2}{1 + \mu h N_2} - \frac{\mu N_2}{(1 + \mu h N_2) N_2} N_3 - m_2 \\ \frac{\mu N_3}{1 + \mu h N_2} &= \frac{k_1 \mu N_2}{1 + \mu h N_2} - m_2 - \frac{d}{dt} \ln N_2 \\ N_3 &= \frac{k_1 N_2}{1 + \mu h N_2} (1 + \mu h N_2) - \frac{m_2}{\mu} (1 + \mu h N_2) - \frac{1}{\mu} \frac{d}{dt} \ln N_2 (1 + \mu h N_2) \\ N_3 &= k_1 N_2 - \frac{m_2}{\mu} - m_2 h N_2 - \frac{1}{\mu} \frac{d}{dt} \ln N_2 - h N_2 \frac{d}{dt} \ln N_2 \\ N_3 &= k_1 N_2 - \frac{m_2}{\mu} - m_2 h N_2 - \frac{1}{\mu} \frac{d}{dt} \ln N_2 - h \frac{dN_2}{dt}, \end{aligned}$$

то, проинтегрировав последнее уравнение по  $t$  от 0 до  $\tau$ , получим:

$$\frac{1}{\tau} \int_0^\tau N_3(t) dt = \frac{k_1}{\tau} \int_0^\tau N_2(t) dt - \frac{m_2}{\mu} - \frac{m_2 h}{\tau} \int_0^\tau N_2(t) dt - \frac{1}{\mu \tau} \int_0^\tau \frac{d}{dt} \ln N_2(t) dt - \frac{h}{\tau} \int_0^\tau \frac{dN_2(t)}{dt} dt,$$

отсюда

$$\begin{aligned} N_3^\tau &= k_1 N_2^\tau - \frac{m_2}{\mu} - m_2 h N_2^\tau - \frac{1}{\mu \tau} \ln \frac{N_2(\tau)}{N_2(0)} - \frac{h}{\tau} (N_2(\tau) - N_2(0)) \\ N_3^\tau &= (k_1 - m_2 h) N_2^\tau - \frac{m_2}{\mu} - \frac{1}{\mu \tau} \ln \frac{N_2(\tau)}{N_2(0)} - \frac{h}{\tau} (N_2(\tau) - N_2(0)) \\ N_3^\tau &\geq N_3^p. \end{aligned}$$

Теперь оценим  $\max N_3$ .

Из 4-го уравнения (8) имеем:

$$\begin{aligned} \frac{dN_3}{dt} &= \frac{k_2 \mu N_2}{1 + \mu h N_2} N_3 - \varepsilon N_3^2 - m_3 N_3 \\ \frac{dN_3}{dt} &= \left( \frac{k_2 \mu N_2}{1 + \mu h N_2} - \varepsilon N_3 - m_3 \right) N_3 \\ \frac{dN_3}{dt} &= (k_2 V_2(N_2) - \varepsilon N_3 - m_3) N_3. \end{aligned}$$

Введя  $A(t) = k_2 V_2(N_2) - m_3$ , получим

$$\max_t N_3 \leq \max_t \left[ \frac{N_3(0) \exp\left(\int_0^t A(\xi) d\xi\right)}{1 + \varepsilon N_3(0) \int_0^t \exp\left(\int_\tau^t A(\xi) d\xi\right) d\tau} \right] \leq N_{\max},$$

где  $N_{\max} = \text{const} < \infty$ .

Действительно, из четвёртого уравнения (8) получим

$$\frac{dN_3}{dt} = \frac{k_2 \mu N_2}{1 + \mu h N_2} N_3 - \varepsilon N_3^2 - m_3 N_3,$$

$$V_2(N_2) = \frac{\mu N_2}{1 + \mu h N_2}$$

$$\frac{dN_3}{dt} = k_2 V_2(N_2) N_3 - \varepsilon N_3^2 - m_3 N_3,$$

$$A(t) = k_2 V_2(N_2) - m_3.$$

$$\frac{dN_3(t)}{dt} = N_3(t) A(t) - \varepsilon N_3^2(t).$$

Разделяя обе стороны последнего уравнения на  $-N_3^2(t)$ , получим

$$-\frac{1}{N_3^2(t)} \cdot \frac{dN_3(t)}{dt} = -A(t) \cdot \frac{1}{N_3(t)} + \varepsilon.$$

Отсюда, введя обозначения

$$y = \frac{1}{N_3(t)}, \quad \frac{dy}{dt} = -\frac{1}{N_3^2(t)} \frac{dN_3(t)}{dt},$$

имеем

$$\frac{dy}{dt} = -A(t)y + \varepsilon. \quad (10)$$

Соответствующее однородное уравнение (10) запишем в виде

$$\frac{dy}{dt} \cdot \frac{1}{y} = -A(t); \quad \frac{d(\ln y)}{dt} = -A(t).$$

Интегрируя по  $t$ , получим

$$\ln y = -\int_0^t A(\xi) d\xi + y_1(0),$$

$$y(t) = \exp\left(-\int_0^t A(\xi) d\xi\right) \cdot y_1(0). \quad (11)$$

Дифференцируя (11) по  $t$ , имеем

$$\frac{dy}{dt} = \exp\left(-\int_0^t A(\xi) d\xi\right) (-A(t)) \cdot y_1(0) + \exp\left(-\int_0^t A(\xi) d\xi\right) y_1'(0).$$

Подставляя значение  $y$  и  $\frac{dy}{dt}$  в уравнение (10), получим

$$\begin{aligned} \exp\left(-\int_0^t A(\xi) d\xi\right) (-A(t)) y_1(0) + \exp\left(-\int_0^t A(\xi) d\xi\right) y_1'(0) = \\ = -A(t) \exp\left(-\int_0^t A(\xi) d\xi\right) \cdot y_1(0) + \varepsilon. \end{aligned}$$

Отсюда получим

$$y_1'(0) = \frac{\varepsilon}{\exp\left(-\int_0^t A(\xi) d\xi\right)} = \varepsilon \exp\left(\int_0^t A(\xi) d\xi\right).$$

Интегрируя по  $t$ , будем иметь

$$y_1(0) = \varepsilon \int_0^t \exp\left(\int_\tau^t A(\xi) d\xi\right) d\tau + y(0).$$

Подставляя найденное значение  $y_1(0)$  в (11), получим

$$\begin{aligned} y(t) = \exp\left(-\int_0^t A(\xi) d\xi\right) \left( \varepsilon \int_0^t \exp\left(-\int_\tau^t A(\xi) d\xi\right) d\tau + y(0) \right) = \\ = y(0) \exp\left(-\int_0^t A(\xi) d\xi\right) + \varepsilon \exp\left(-\int_0^t A(\xi) d\xi\right) \int_0^t \exp\left(-\int_\tau^t A(\xi) d\xi\right) d\tau. \end{aligned} \quad (12)$$

Учитывая  $y = \frac{1}{N_3(t)}$  и  $y(0) = \frac{1}{N_3(0)}$ , из равенства (12) получим

$$N_3(t) = \frac{N_3(0) \exp\left(\int_0^t A(\xi) d\xi\right)}{1 + \varepsilon N_3(0) \int_0^t \exp\left(\int_\tau^t A(\xi) d\xi\right) d\tau}.$$

**Достаточность.** Пусть неравенство (9) выполнится.

Докажем, что

$$N_1^\tau \geq N_1^p, \quad N_1^p \in [N_1^{\min}, N_1^{\max}].$$

Из первого уравнения (8) имеем

$$\frac{dN_0}{dt} = Q - \alpha_0 N_0 N_1 \geq Q - \alpha_0 N_0 \frac{Q}{\alpha_0 N_1^p}, \quad \frac{Q}{N_1^p} N_1 \geq Q - \frac{dN_0}{dt},$$

Интегрируя по  $t$  от 0 до  $\tau$ , имеем:

$$\frac{QN_1^\tau}{N_1^p} \geq Q + \frac{1}{\tau} [N_0(0) - N_0(\tau)] \geq Q + \frac{1}{\tau} \left[ N_0(0) - \frac{Q}{\alpha_0 N_1^p} \right] = Q,$$

$$N_1^\tau \geq N_1^p. \quad N_2^p, N_3^p - const > 0.$$

Отсюда имеет место  $N_1^p \in [N_1^{\min}, N_1^{\max}]$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. Holling C.S. The components of predation as revealed by a study of small mammal predation of the European pine sawfly. – Can. Entomol., 1959, v. 91, №5, pp. 293-320.
2. Lotka A.J. Elements of Physical Biology. Baltimore: Williams and Wilkins. 1925, 460 p.
3. Volterra V. Fluctuations in the abundance of species considered mathematically. – Nature, v.118, 1926, pp. 558-560.
4. Колмогоров А.Н. Качественное изучение математических моделей динамики популяций. – Проблемы кибернетики, 1972, № 5, с. 100-106
5. Базыкин А.Д. Математическая биофизика взаимодействующих популяций. – М.: Наука. 1985, 181 с.
6. Свирежев Ю.М., Логофет Д.О. Устойчивость биологических сообществ. – М.: Наука, 1978, 352 с.
7. Arditi R., Tyutyunov Yu., Morgulis A., Govorukhin V., Senina I. Directed movement of predators and the emergence of density-dependence in predator-prey models. – Theor. Popul. Biol., 2001, v. 59, №3, pp. 207-221.
8. Тютюнов Ю.В., Титова Л.И., Сурков Ф.А., Бакаева Е.Н. Трофическая функция коловраток-фитофагов (rotatoria), эксперимент и моделирование. – Журнал общей биологии, 2010, т. 71, №1, с. 52-62.
9. Одинаев Р.Н. Математическая модель задачи защиты растений в биосистеме типа "вредные насекомые – полезные насекомые" с произвольными трофическими функциями. – Системы и

- средства информатики, 2019, т.29, №1, с. 96-108. DOI 10.14357/08696527190109. – EDN BDQEJR.
10. Одинаев Р.Н., Гафоров А.Б. Математическое и компьютерное моделирование агроценоза хлопчатника с учетом возрастной структуры и с произвольными трофическими функциями. – Системы и средства информатики, 2021, т.31, №2, с. 173-183. DOI 10.14357/08696527210216. – EDN HQKZFI.
  11. Одинаев Р.Н., Назруллоев П.Л., Раимзода Ф. Оптимизационный процесс интегрированного метода защиты растений для точечных моделей. – Системы и средства информатики, 2021, т.32, №4, с. 134-144. DOI 10.14357/08696527220413. – EDN UBHFTL.
  12. Одинаев Р.Н., Юнуси М.К. Оптимизационные модели интегрированного метода борьбы с вредителями биосистем трех трофических уровней. – Вестник ТНУ 1/3(200), серия естественных наук, 2016, с. 46-52. DOI 10.14357/08696527365216. – EDN HHERJ.
  13. Одинаев Р.Н., Юнуси М.К. Исследование математической модели задачи защиты растений. – Душанбе: ООО «Сарманд-Компания», 2013, 96 с. DOI 10.14357/08696586710216. – EDN HMFJGJ.
  14. Одинаев Р.Н. Необходимое и достаточное условие существования решения задачи защиты растений. – Доклады АН РТ, 2015, т.58, №10, с. 879-886. – EDN: XTLGRV

Р.Н.ОДИНАЕВ, П.Л.НАРЗУЛЛОЕВ

## МОДЕЛИ МАТЕМАТИКИИ МАСЪАЛАИ МУҲОФИЗАТИ РАСТАНИҲО ДАР СИСТЕМАИ БИОЛОГИИ НАВЪИ "ДАРАНДА-ҚУРБОНӢ" БО ФУНКСИЯИ ТРОФИКИИ ХОЛЛИНГИ НАВЪИ II

*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Дар мақола модели математикии масъалаи муҳофизати растаниҳо дар системаи биологии навъи даранда-қурбонӣ бо истифода аз функцияи трофикии Холлинги навъи II пешниҳод карда мешавад, ки вобастагии суръати истеъмоли ғизои дарандаро аз дастрасии он ба назар мегирад. Ин модел на танҳо имкон медиҳад, ки самаранокии стратегияҳои гуногуни мубориза бо ҳашароти зараррасонро арзёбӣ кунад, балки сохтор ва устувории системаҳои биологиро дар шароити таъсири омилҳои антропогенӣ таъмин мекунад.

Моделҳои нуктагӣ бо функцияҳои трофикии воситаҳои математикии барои моделсозии боҳамтаъсиркунии байни растаниҳо, ҳашароти зараррасон ва ҳашаротҳои ғайризаҳарон мебошанд. Онҳо имкон медиҳанд, ки омилҳои гуногунро, ки ба динамикаи популятсияҳо ва экосистемаҳо дар растаниҳо таъсир мерасонанд, ба назар гирифта шаванд. Инчунин, дар доираи моделҳои нуктагӣ шартҳои зарурӣ ва кифоягӣ барои ҳалли масъалаи муҳофизати растаниҳо бо функцияи трофикии Холлинги навъи II ба даст оварда шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** системаи биологӣ, даранда-қурбонӣ, функцияи трофикии Холлинги навъи II, муҳофизати растаниҳо, модели нуктагӣ, динамикаи популятсия, агроценоз, муодилаҳои дифференциалӣ.

R.N.ODINAEV, P.L.NARZULLOEV

**A MATHEMATICAL MODEL OF THE PROBLEM OF PLANT PROTECTION  
IN A BIOLOGICAL PREDATOR-PREY SYSTEM WITH A TYPE II TROPHIC  
HOLLING FUNCTION**

*Tajik National University*

The article presents a mathematical model of the problem of plant protection in a biological system of the predator-prey type using the type II trophic Holling function, which takes into account the dependence of the rate of food consumption by predators on its availability. This model not only makes it possible to evaluate the effectiveness of various pest control strategies, but also provides the structure and stability of biological systems under the influence of anthropogenic factors.

Point models with trophic functions are mathematical tools for modeling the interaction between plants, pests and their natural enemies. They allow us to take into account a variety of factors affecting the dynamics of populations and ecosystems in agricultural crops. Also, in the work within the framework of point models, necessary and sufficient conditions for the existence of a solution to the problem of plant protection with a trophic Holling function of type II were obtained.

**Key words:** biological system, predator-prey, type II trophic Holling function, plant protection, point model, population dynamics, agrocenosis, differential equations.

**Сведения об авторах:**

**Одинаев Раим Назарович** – доктор физико-математических наук, Таджикский национальный университет, зав. кафедрой «Математическое и компьютерное моделирование». E-mail: raim\_odinaev@mail.ru;

**Нарзуллоев Парвиз** – соискатель Phd, Таджикский национальный университет, ассистент кафедры. E-mail: npl-93@mail.ru.

УДК 523.532

Специальность: 1.3.1 – Физика космоса, астрономия.

Г.И.КОХИРОВА, С.Н.САФАРОВ, У.Х.ХАМРОЕВ, А.М.БУРИЗОДА  
**МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНО ОПАСНОГО  
АСТЕРОИДА 1998 OR2 И ПРОГНОЗ УСЛОВИЙ ЕГО СБЛИЖЕНИЙ  
С ЗЕМЛЕЙ**

*Национальная академия наук Таджикистана,  
Институт астрофизики НАН Таджикистана*

*Поступила в редакцию 11.03.2024 г.*

*Исследована эволюция орбиты потенциально опасного астероида 1998 OR2 в период с 1900 по 2200 годы и выявлен ряд его сближений с Землей. Определены даты, время, минимальное расстояние сближений, а также теоретические параметры возможного входа объекта в земную атмосферу и последствий удара. Полученный прогноз указывает на малую вероятность столкновений до 2200 года.*

**Ключевые слова:** астероид, эволюция, метод Эверхарта, сближение, расстояние, радиант.

**Введение**

Настоящее исследование касается одной из актуальнейших задач современной околоземной астрономии, а именно астероидно-кометной опасности [1]. Некоторые из астероидов, сближающихся с Землей (АСЗ), представляют потенциальную угрозу для Земли из-за возможных вторжений в ее атмосферу. Они классифицируются как потенциально опасные астероиды (ПОА), число известных на текущий момент таких объектов составляет 2391 [2]. В эту группу включены АСЗ, имеющие размеры свыше 140 м и орбиты которых в настоящую эпоху сближаются с орбитой Земли до расстояний, меньших или равных 0.05 а.е. (около 7.5 млн. км). Возможные столкновения с ПОА могут иметь катастрофические последствия для Земли, в этой связи крайне важно изучение таких тел. Для выработки мер по предотвращению возможных угроз необходимы данные об их динамических и

---

*Адрес для корреспонденции:* Кохирова Гулчехра Исроиловна. 734042, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Айни, 299/5, Институт астрофизики НАНТ. E-mail: kokhirova2004@mail.ru.



физических свойствах, которые можно получить и наблюдательными, и теоретическими средствами.

В частности, ранее нами по наблюдениям ПОА (52768) 1998OR2 в ГисАО ИА НАНТ, определены/уточнены его некоторые динамические и физические свойства [3]. В данной работе мы представляем результаты моделирования его орбиты с целью выявления условий сближений с Землей в ближайшие 300 лет.

### Исследование эволюции астероида (52768) 1998 OR2

Околоземный астероид (52768) 1998 OR2 был открыт 24 июля 1998 года в рамках проекта по поиску околоземных объектов (NEAT) Лаборатории реактивного движения НАСА в обсерватории Haleakala на Гавайях. Оценка диаметра астероида составляет порядка 2 км и, как оказалось, объект может сближаться с Землей на расстоянии менее 0.05 а.е., что послужило основанием классифицировать его потенциально опасным объектом из группы Амуров [2,4].

Для выявления будущих тесных сближений ПОА 1998 OR2 с Землей и оценки условий возможных столкновений нами вычислена эволюция элементов его орбиты на период времени 300 лет, начиная с 1900 г. и по 2200 г. При вычислении эволюции, в качестве первоначальных, мы использовали элементы орбиты астероида из базы данных [4], которые были вычислены на основе 585 наблюдений. Первоначальные элементы орбиты в равноденствии 2000.0 даны в табл. 1, где  $M$  – средняя аномалия,  $q$  – расстояния перигелия,  $a$  – большая полуось,  $e$  – эксцентриситет,  $\omega$  – аргумент перигелия,  $\Omega$  – долгота восходящего узла,  $i$  – угол наклона орбиты. Эволюция орбиты ПОА вычислена методом Эверхарта RADAU19 [5,6] с учетом гравитационных возмущений от больших планет. Как отмечалось, временной интервал численного интегрирования составил 300 лет с выводом результатов с шагом один год.

Таблица 1

Первоначальные элементы орбиты астероида (52768) 1998 OR2 (J2000.0)

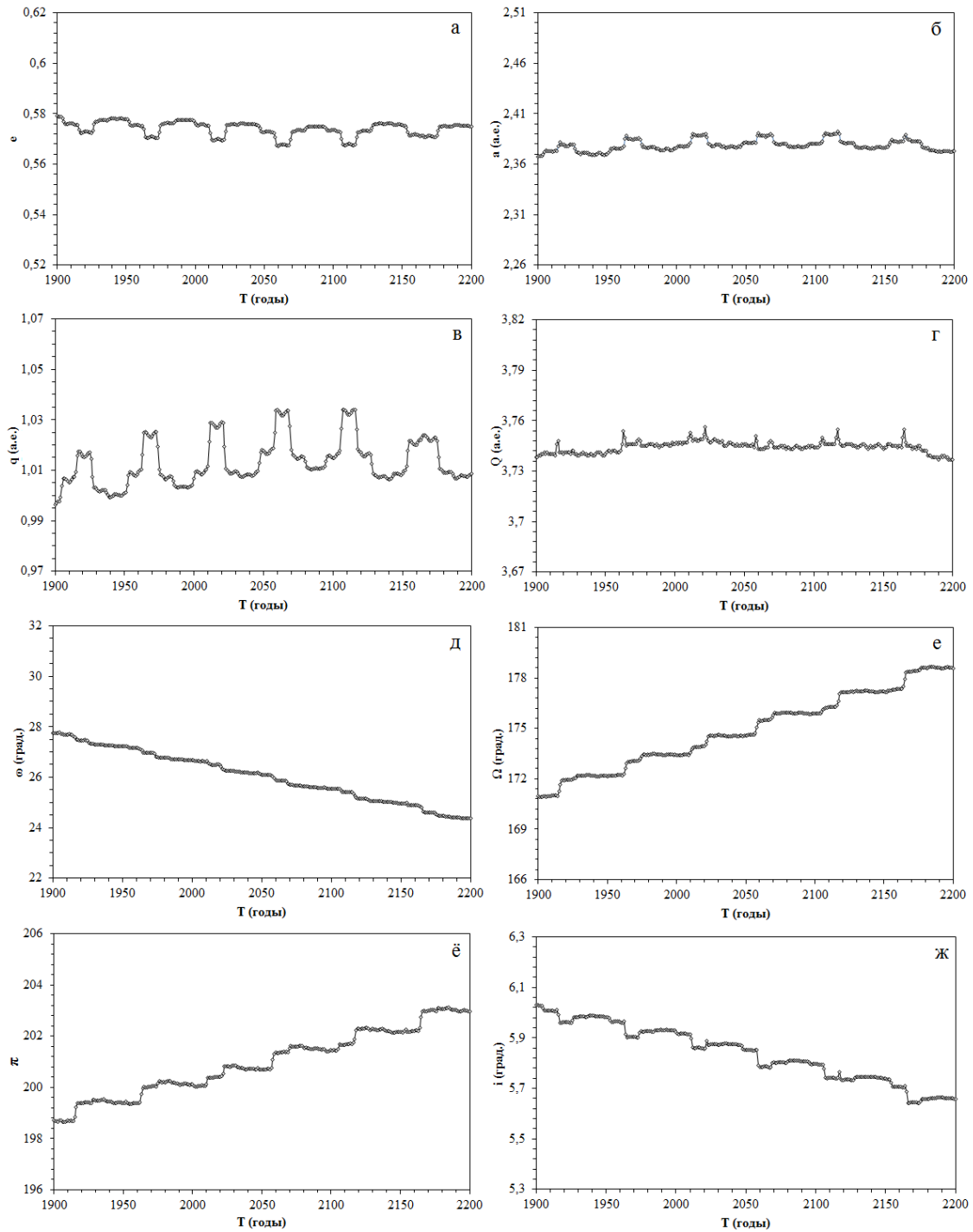
Epoch	$M^\circ$	$q, \text{a.e.}$	$a, \text{a.e.}$	$e$	$\omega^\circ$	$\Omega^\circ$	$i^\circ$
25.02.23	333.83	1.010	2.380	0.575	174.580	26.941	5.878

Вековые изменения элементов орбиты астероида: эксцентриситета, большой полуоси, перигелийного расстояния, афелийного расстояния, аргумента перигелия, долготы восходящего узла, долготы перицентра и наклона приведены на рисунке. Результаты вычисления эволюции орбиты с шагом 10 лет представлены в табл. 2. Как видно, за 300 лет наблюдаются весьма незначительные изменения всех элементов орбит, что указывает на стабильность и предсказуемость движения астероида в этот период.

Таблица 2

Эволюция элементов орбиты астероида 1998 OR2 за период 1900-2200 гг. (J2000.0)

Epoch	M°	a, a.e.	q, a.e.	e	$\pi^\circ$	$\omega^\circ$	$\Omega^\circ$	i°
1903 06 21	79.1198	2.394	1.029	0.569	198.5	170.571	27.897	5.960
1913 06 21	331.070	2.389	1.022	0.572	199.2	171.601	27.638	5.947
1923 06 21	228.890	2.383	1.009	0.576	199.3	171.769	27.497	5.969
1933 06 21	128.715	2.382	1.007	0.576	199.1	171.697	27.434	5.971
1943 06 21	27.7538	2.386	1.015	0.574	199.0	171.699	27.388	5.950
1953 06 21	282.511	2.397	1.035	0.568	199.5	172.266	27.274	5.895
1963 06 21	174.181	2.392	1.026	0.571	199.7	172.722	26.980	5.929
1973 06 20	71.7053	2.383	1.015	0.574	200.0	173.158	26.879	5.922
1983 06 21	332.301	2.380	1.008	0.576	199.9	173.177	26.814	5.933
1993 06 20	233.036	2.381	1.010	0.575	199.8	173.095	26.764	5.927
2003 06 21	130.888	2.389	1.025	0.571	199.9	173.267	26.677	5.888
2013 06 20	23.4125	2.387	1.022	0.571	200.8	174.378	26.408	5.854
2023 06 21	280.158	2.380	1.011	0.575	200.8	174.546	26.276	5.873
2033 06 22	178.110	2.383	1.008	0.577	200.8	174.697	26.154	5.857
2043 06 22	76.3679	2.384	1.007	0.577	200.8	174.694	26.112	5.857
2053 06 22	333.055	2.388	1.014	0.575	200.7	174.691	26.058	5.840
2063 06 22	224.413	2.398	1.033	0.569	201.1	175.207	25.901	5.776
2073 06 22	113.322	2.390	1.015	0.575	201.6	176.047	25.615	5.776
2083 06 22	8.13778	2.386	1.006	0.578	201.6	176.147	25.526	5.789
2093 06 21	265.567	2.384	1.004	0.578	201.6	176.124	25.480	5.791
2103 06 23	162.956	2.385	1.006	0.578	201.5	176.106	25.448	5.786
2113 06 22	57.8615	2.390	1.015	0.575	201.5	176.175	25.372	5.761
2123 06 23	306.230	2.401	1.031	0.570	202.2	177.087	25.128	5.682
2133 06 22	194.685	2.391	1.013	0.576	202.5	177.592	24.917	5.694
2143 06 23	88.9647	2.387	1.006	0.578	202.4	177.634	24.847	5.702
2153 06 22	345.563	2.386	1.006	0.578	202.4	177.622	24.798	5.701
2163 06 22	240.689	2.390	1.009	0.577	202.3	177.667	24.727	5.688
2173 06 22	131.579	2.397	1.020	0.574	202.4	177.815	24.636	5.657
2183 06 22	16.4095	2.406	1.032	0.571	203.2	178.908	24.313	5.568
2193 06 22	262.293	2.396	1.013	0.577	203.5	179.363	24.116	5.579
2203 06 23	153.391	2.393	1.008	0.578	203.4	179.387	24.044	5.586



**Рисунок.** Эволюция элементов орбиты ПОА 1998 OR2 за период 1900-2200 гг.: а) эксцентриситет, б) большая полуось, в) расстояния перигелия, г) расстояния афелия, д) аргумент перигелия, е) долгота восходящего узла, ё) долгота перицентра, ж) наклонение.

### Оценка условий возможных столкновений ПОА 1998 OR2 с Землёй

Вычисление эволюции орбиты методом Эверхарта позволяет также выявлять сближения астероида с планетами земной группы, Юпитером и Луной. Поскольку нас

интересуют сближения с Землей, то в двух левых столбцах табл. 3 представлены даты близких подходов астероида к Земле и их расстояния согласно нашему моделированию движения объекта. Как видно за рассматриваемый период произошло 2 и произойдет 17 сближений астероида с Землей, наиболее тесное сближение, согласно нашим вычислениям, предсказано на 16.04.2079 г., когда минимальное расстояние между астероидом и Землей составит около 1.8 млн. км. Для сравнения в двух правых столбцах табл. 3 приведены аналогичные данные согласно базе данных [4]. Как видно, оба набора данных находятся в удовлетворительном согласии между собой, некоторые незначительные расхождения связаны с различием в первоначальной орбите, использованной для вычисления эволюции.

Таблица 3

Сближения астероида (52768) 1998 OR2 с Землей за период 1900-2200 гг.

Расчеты моделирования		База данных [5]	
Дата ГГ ММ ДД, время ч.:мин. (UT)	Расстояние, а.е.	Дата ГГ ММ ДД, время ч.:мин. (UT)	Расстояние, а.е.
1906 06 04 07:51	0.33710	1906 06 03 08:13	0.37536
1917 05 07 23:40	0.41906	1917 06 07 23:36	0.42076
1928 05 28 05:47	0.27641	1928 05 28 05:40	0.25860
1939 05 17 02:07	0.12968	1939 05 17 01:57	0.13564
1950 05 30 00:05	0.29976	1950 05 30 00:03	0.30890
2009 03 12 01:50	0.14913	2009 03 12 01:47	0.17945
2020 04 29 07:30	0.04130	2020 04 29 09:56	0.04205
2031 05 18 05:51	0.12952	2031 05 18 06:56	0.12711
2042 05 30 22:58	0.28322	2042 05 30 22:47	0.26501
2068 05 03 07:38	0.43127	2068 02 28 15:25	0.33459
<b>2079 04 16 13:29</b>	<b>0.01203</b>	<b>2079 04 16 13:31</b>	<b>0.01185</b>
2090 05 17 11:59	0.13021	2090 05 17 12:08	0.11493
2101 06 10 22:47	0.39687	2101 06 10 21:26	0.40531
2127 04 16 14:39	0.01680	2127 04 16 14:48	0.01678
2138 05 20 21:48	0.11987	2138 05 20 21:44	0.12069
2149 06 05 08:38	0.28067	2149 06 05 08:20	0.28290
2175 03 09 15:42	0.24867	2175 03 09 15:46	0.25983
218 6 12 20 12:39	0.19032	2186 03 27 16:32	0.18137
2197 06 18 12:13	0.45876	2197 06 18 12:21	0.47203

Имея набор элементов орбит астероида в моменты сближений с Землей, мы можем по известным соотношениям [7] вычислить теоретические координаты геоцентрических радиантов, то есть точки на небесной сфере, откуда объект войдет в земную атмосферу, геоцентрическую скорость входа астероида в земную атмосферу, а также долготу Солнца или дату вероятного события. Весь набор упомянутых данных астероида 1998 OR2, вычисленных для моментов его сближений с Землей, приведен в табл. 4. Приведенные сведения позволяют теоретически оценить условия возможного столкновения. Например, рассмотрим самое тесное сближение в 13 ч.31 мин. (UT) 16 апреля 2079 г. Если в этот период в результате каких-либо непредвиденных воздействий, например, гравитационных резонансов с Юпитером, астероид вторгнется в земную атмосферу, то экваториальные координаты точки входа будут следующие: прямое восхождение 120.1°, склонение 48.0°; этим

координатам соответствуют следующие горизонтальные координаты: азимут  $51.2^\circ$  и зенитное расстояние  $58.5^\circ$ , вычисленные нами по известным формулам перехода от экваториальных к горизонтальным координатам [7]. Геоцентрическая скорость входа составит 13.9 км/с, долгота Солнца  $25.7^\circ$  при этом соответствует моменту 4 ч. 18 мин. и дате 15 апреля. Примечательно, что даты события, полученные из вычислений эволюции и теоретических радиантов, различаются всего на 33 часа, что свидетельствует о достоверности методик. Для снижения этой разности впредь необходимо определить и учитывать поправки времени. Имея такой прогноз, можно заранее выработать соответствующие превентивные меры для предотвращения столкновения или смягчения последствий возможного удара в случаях, когда вероятность события очень высока.

Таблица 4

Теоретические элементы орбиты, координаты радианта, скорость и долгота Солнца ПОА (52768) 1998 OR2 в моменты сближений с Землей

Дата	$a, a.e.$	$e$	$q, a.e.$	$i^\circ$	$\Omega^\circ$	$\omega^\circ$	$\alpha^\circ$	$\delta^\circ$	$Vg, \text{ км/с}$	$L\theta^\circ$
1906 06 04	2.374	0.576	1.007	6.0	27.7	170.9	110.9	49.6	8.5	27.7
1917 05 07	2.379	0.572	1.017	6.0	27.5	171.9	113.2	49.4	8.5	27.5
1928 05 28	2.372	0.577	1.004	6.0	27.3	172.2	113.3	49.4	8.5	27.3
1939 05 17	2.369	0.578	0.999	6.0	27.3	172.2	113.1	49.4	8.5	27.3
1950 05 30	2.370	0.578	1.001	6.0	27.2	172.1	113.0	49.4	8.5	27.2
2009 03 12	2.379	0.575	1.010	5.9	26.6	173.4	115.4	49.0	8.5	26.6
2020 04 29	2.389	0.569	1.029	5.9	26.5	173.9	116.8	48.7	8.5	26.5
2031 05 18	2.379	0.576	1.010	5.9	26.2	174.6	117.7	48.6	8.4	26.2
2042 05 30	2.377	0.576	1.008	5.9	26.2	174.6	117.5	48.6	8.4	26.2
2068 05 03	2.390	0.568	1.034	5.8	25.8	175.6	119.7	48.1	8.4	25.8
<b>2079 04 16</b>	<b>2.380</b>	<b>0.573</b>	<b>1.015</b>	<b>5.8</b>	<b>25.7</b>	<b>176.0</b>	<b>120.1</b>	<b>48.0</b>	<b>8.4</b>	<b>25.7</b>
2090 05 17	2.377	0.575	1.010	5.8	25.6	175.9	119.9	48.0	8.4	25.6
2101 06 10	2.380	0.574	1.015	5.8	25.5	175.9	119.8	48.0	8.4	25.5
2127 04 16	2.381	0.573	1.016	5.7	25.1	177.2	122.2	47.4	8.4	25.1
2138 05 20	2.376	0.576	1.007	5.7	25.0	177.2	122.1	47.4	8.4	25.0
2149 06 05	2.376	0.576	1.008	5.7	25.0	177.2	122.0	47.4	8.4	25.0
2175 03 09	2.389	0.571	1.024	5.7	24.8	177.9	123.5	47.0	8.4	24.8
2186 12 20	2.383	0.571	1.021	5.6	24.5	178.5	124.3	46.7	8.4	24.5
2197 06 18	2.373	0.575	1.009	5.7	24.4	178.7	124.5	46.7	8.3	24.4

Разумеется, в этом прогнозе крайне важно знать также точный размер и состав опасного астероида. Поскольку эти данные не для всех ПОА установлены надежно, то и здесь исследователи используют модели для теоретических расчетов последствий столкновений.

С помощью программы Impact Earth [8] мы оценили последствия возможного столкновения ПОА 1998 OR2 с Землей. Моделирование события основано на использовании начальной высоты 100 км и угла входа  $58^\circ$ , геоцентрической скорости 14 км/с, размера

2 км и плотности 3000 кг/м<sup>3</sup> (каменное тело). Смоделированные последствия возможного столкновения астероида 1998 OR2 с Землей представлены в табл. 5.

Таблица 5

Модель последствий столкновения ПОА 1998 OR2 с Землей

<b>Энергия до входа в атмосферу</b>	123 x 10 <sup>21</sup> Дж или 2.94 x 10 <sup>5</sup> мегатонн в тротиловом эквиваленте.
<b>Глобальные изменения в результате удара</b>	Земля теряет незначительную массу, заметного изменения наклона земной оси не произойдет (менее 5 сотых градуса), заметного смещения орбиты Земли не произойдет.
<b>Кратеры</b>	Диаметр и глубина переходного кратера: 17.1 км и 6.06 км. Диаметр и конечная глубина последнего кратера: 25.0 км и 779 м. Образовавшийся кратер имеет сложную форму. Объем кратера 9.2 км <sup>3</sup> .
<b>Термические эффекты</b>	При скорости удара 14 км/с происходит незначительное испарение и поэтому огненный шар не создается, следовательно, от теплового излучения повреждений нет.
<b>Сейсмические эффекты</b>	Основное сейсмическое сотрясение произойдет примерно через 20 секунд после удара. Магнитуда по шкале Рихтера: 8.3. Повреждения от сейсмического эффекта: имеется незначительный ущерб в зданиях хорошей конструкции и проектирования; значительные повреждения с частичным обрушением плохо построенных или плохо спроектированных сооружений. Наблюдается падение заводских труб, колонн, памятников, стен.
<b>Выброс</b>	Выброс мелкой пыли и более крупных фрагментов произойдет примерно через 2.40 минуты после удара.
<b>Воздушный поток</b>	Воздушная волна появится примерно через 5.05 минут после удара с параметрами: пиковое давление 290 000 Па = 2.9 бар, максимальная скорость ветра 366 м/с, интенсивность звука 109 дБ (может вызвать боль в ушах). Повреждения от воздушной волны: рухнут многоэтажные несущие стены, деревянные каркасные здания, шоссе мосты; разобьются стекла окон, повалено до 90 процентов деревьев.

### Заключение

Для оценки условий столкновений потенциально опасного астероида 1998 OR2 с Землей исследована эволюция его орбиты на временном интервале с 1900 по 2200 годы. В результате выявлено:

- за 300 лет прогнозируется 19 сближений с Землей, самый близкий подход на расстоянии 1.8 млн. км ожидается 16 апреля 2079 г.;
- за исследуемый период орбита астероида стабильна и значительных изменений в ее элементах не выявлено, что дает основания говорить о ее предсказуемости;
- получен прогноз условий сближений, определены геоцентрические и горизонтальные параметры и даты возможных столкновений;
- оценены последствия возможных столкновений астероида с Землей.

Полученный прогноз позволяет заключить, что в ближайшие 300 лет вероятность столкновения ПОА 1998 OR2 с Землей невысока. Модель последствий столкновения с

Землей свидетельствует о значительном ущербе инфраструктуры в результате удара с этим телом. Для улучшения прогноза необходим регулярный мониторинг динамических и физических характеристик астероида.

Работа поддержана грантом проекта Президентского Фонда фундаментальных исследований №КД0123ТУ/535.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шустов Б.М., Рыхлова Л.В. Астероидно-кометная опасность: вчера, сегодня, завтра. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010, с. 372.
2. The International Astronomical Union – Minor Planet Center. URL: <https://minorplanetcenter.net>. Дата обращения 15.01.2024.
3. Кохирова Г.И., Буриев А.М., Сафаров С.Н. Определение некоторых особенностей потенциально опасного астероида 1998 OR2 по наблюдениям в Таджикистане. – Доклады НАНТ, 2023, т. 66, № 9-10, с. 540-549.
4. JPL Small-Body Database Browser. URL: [https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb\\_lookup.html/#?sstr=52768](https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb_lookup.html/#?sstr=52768) Дата обращения 15.01.2024.
5. Everhart E. Implicit Single-Sequence Methods for Integrating Orbits. – Celestial Mechanics, 1974, v. 10, pp. 35-55.
6. Бабаджанов П.Б., Кохирова Г.И. Метеорные потоки, астероидов, пересекающих орбиту Земли, – Душанбе: Дониш, 2009, 185 с.
7. Бабаджанов П.Б., Крамер Е.Н. Методика и некоторые результаты фотографических исследований метеоров. – М.: изд-во АН СССР, 1963, 17 с.
8. Collins, G.S., Melosh, H.J., and Marcus, R.A., Earth impact effects program: a webbased computer program for calculating the regional environmental consequences of a meteoroid impact on Earth. – Meteorit. Planet. Sci., 2005, vol. 40, pp. 817-840.

Г.И.ҚОҲИРОВА, С.Н.САФАРОВ, У.Ҳ.ҲАМРОЕВ, А.М.БУРИЗОДА

#### МОДЕЛСОЗИИ ҲАРАКАТИ АСТЕРОИДИ ЭҲТИМОЛАН ХАТАРНОКИ 1998 OR2 ВА ПЕШГЀИИ ШАРОИТИ НАЗДИКШАВИИ ОН БА ЗАМИН

*Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,  
Институти астрофизикаи АМИ Тоҷикистон*

Таҳаввули мадори астероиди эҳтимолан хатарноки 1998 OR2 дар давраи солҳои аз 1900 то 2200 омӯхта шуда як қатор наздикшавии он ба Замин муайян карда шуд. Санаҳо, вақтҳо, масофаҳои минималии наздикшавӣ, инчунин параметрҳои назариявии ба атмосфераи Замин дохил шудани ҷирм ва оқибатҳои бархурд муайян карда шудаанд. Пешгӯии натиҷавӣ, эҳтимолияти ками бархӯрдро то соли 2200 нишон медиҳад.

**Калимаҳои калидӣ:** астероид, таҳаввул, усули Эверхарт, наздикшавӣ, масофа, радиант.

G.I.KOKHIROVA, S.N.SAFAROV, U.H.KHAMROEV, A.M.BURIZODA

**MODELLING OF THE MOTION OF POTENTIALLY HAZARDOUS ASTEROID 1998 OR2 AND FORECASTING THE CONDITIONS OF ITS APPROACHES TO THE EARTH**

*National Academy of Sciences of Tajikistan,  
Institute of Astrophysics of the National Academy of Sciences of Tajikistan*

The evolution of the orbit of potentially hazardous asteroid 1998 OR2 was studied during the period from 1900 to 2200 and a number of its approaches to the Earth were identified. Dates, times, minimum approach distances, as well as theoretical parameters of the possible entry of an object into the Earth's atmosphere and the consequences of an impact have been determined. The resulting forecast indicates a low probability of collisions till 2200.

**Key words:** asteroid, evolution, Everhart method, approach, distance, radiant.

**Сведения об авторах:**

**Кохирова Гулчехра Исроиловна** – член-корр. НАНТ, доктор физико-математических наук, Институт астрофизики НАНТ, заведующая Отделом межпланетных тел. E-mail: kokhirova2004@mail.ru;

**Сафаров Сангин Ниёзович** – докторант PhD, Институт астрофизики НАНТ, младший научный сотрудник Отдела физики комет и астероидов. E-mail: safarov.sangin@mail.ru;

**Хамроев Умеджон Ходжамкулович** – кандидат физико-математических наук, Институт астрофизики НАНТ, старший научный сотрудник Отдела межпланетных тел. E-mail: umed-1982@mail.ru;

**Буризода Анвар Махмад** – кандидат физико-математических наук, Институт астрофизики НАНТ, директор. E-mail: anvar10@mail.ru.



УДК 532.7+532.133

Специальность: 1.3.3 – Теоретическая физика

1.3.8 – Физика конденсированного состояния

С.ОДИНАЕВ, Д.М.АКДОДОВ\*, С.Д.БАЛАДЖОНЗОДА\*

**ЧАСТОТНАЯ ДИСПЕРСИЯ ВЯЗКОУПРУГИХ СВОЙСТВ ПОЛЯРНЫХ  
ЖИДКОСТЕЙ В СЛУЧАЕ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО ЗАКОНА  
ЗАТУХАНИЯ РЕЛАКСИРУЮЩИХ ПОТОКОВ**

*Национальная академия наук Таджикистана,  
Физико-технический институт им. С.У.Умарова НАН Таджикистана  
\*Таджикский национальный университет*

*Поступила в редакцию 05.01.2024*

*Исследованы частотная дисперсия и угловая зависимость коэффициентов сдвиговой  $\eta_S(\omega)$  и объемной  $\eta_V(\omega)$  вязкости модулей, объемной  $K(\omega)$  и сдвиговой  $\mu(\omega)$  упругостей полярных жидкостей в случае, когда восстановление равновесной структуры жидкостей происходит по экспоненциальному закону. При определенном выборе потенциала межмолекулярного взаимодействия  $\Phi_{ab}(|\vec{r}|)$  и равновесной радиальной функции распределения  $g_{ab}(|\vec{r}|)$ , проведены численные расчеты зависимости коэффициентов сдвиговой  $\eta_S(\omega)$  и объемной  $\eta_V(\omega)$  вязкости, модулей объемной  $K(\omega)$  и сдвиговой  $\mu(\omega)$  упругости для воды в зависимости от угла ориентации молекулы.*

**Ключевые слова:** трансляционная и структурная релаксация, коэффициент сдвиговой и объемной вязкости, модули объемной и сдвиговой упругостей, потенциал межмолекулярного взаимодействия, радиальная функция распределения.

Полярные жидкости состоят из двух и более атомных молекул, обладающих дипольным моментом. Это – наиболее распространенный класс жидкостей, включающий воду. Вопросы моделирования свойств воды постоянно рассматриваются на протяжении всего последнего периода времени, как только стали возможны молекулярно-

*Адрес для корреспонденции: Акдодов Донаёр Мавлобахшович. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр.Рудаки, 17, Таджикский национальный университет. E-mail: donaer.a@mail.ru.*

статистические расчеты всеми доступными методами термодинамических характеристик воды и полярных жидкостей [1].

Для расчета любых характеристик конденсированной фазы необходимо правильно учесть все типы взаимодействий, начиная от короткодействующих обменных и дисперсионных до дальнедействующих дипольных и кулоновских. При таких расчетах важен учет и поляризационные вклады в энергию, которые зависят от мгновенных распределений локальных электростатических полей. Если молекулы поляризуются, то сами поля формируются поляризуемыми молекулярными диполями среды. Это приводит к тому, что все компоненты системы оказываются взаимосвязанными, и в результате возникают их пространственно-временные корреляции на разных характерных временах. Указанные эффекты корреляции влияют на все локальные пространственные распределения молекул, а также на их ориентации и смещения (колебания).

Наличие межмолекулярных взаимодействий определяет множество явлений в конденсированных фазах, поэтому обсуждение равновесных и динамических характеристик молекул в любых фазах невозможно без привлечения представлений о потенциальных функциях взаимодействия частиц (атомов и молекул) друг с другом. В работе [2] указано большое число исследований, в которых данный предмет стал объектом исследования.

В [3] обсуждаются некоторые достижения и проблемы, касающиеся описания элементарных фотофизических процессов с участием избыточных электронов в полярных жидкостях в рамках дискретной модели вещества. Исследовался механизм переноса электрона в дискретной модели, то есть в каком состоянии избыточный электрон может находиться на атоме или молекуле, и с какой вероятностью происходят квантовые скачки электронов в веществе. Указывается на три вещи: а) недостаточная информация в литературе о нестационарных состояниях атомов и молекул с лишним электроном; б) возможность в рамках дискретной модели объяснять особенности электропроводности в металлах, неупорядоченных средах и нанокompозитах разного состава; в) безапелляционное использование в современной литературе “пузырьковой модели” для лишнего электрона в жидком гелии.

Методом спин-эхо на протонах измерены коэффициенты самодиффузии различных классов полярных растворителей в интервале температур 288-318К, этому посвящена работа [4]. В том же температурном интервале измерены или взяты из литературы значения вязкостей и времен диэлектрической релаксации исследуемых жидкостей и рассчитаны энергии активации процессов самодиффузии, вязкого течения и диэлектрической релаксации. Проведено сравнение полученных результатов с литературными данными по временам структурной релаксации в исследуемых растворителях и сделан вывод о роли пространственной сетки водородных связей в подвижности молекул, образующих эту сетку.

На основе замкнутой системы уравнений обобщенной (релаксационной) гидродинамики в работе [5] исследованы динамические вязкоупругие свойства многоатомных полярных жидкостей. Получены аналитические выражения и проведен анализ физических механизмов внутренних релаксационных процессов. Показано, что для многоатомных жидкостей определяющую роль играют обменные между вращательными и поступательными степенями свободы молекул релаксационные процессы. Проведен численный расчёт

зависимости динамических вязкоупругих параметров воды от температуры, плотности и частоты.

В серии работ [6–10] для описания термодинамических свойств полярных жидкостей была предложена модель заторможенного вращения молекул. В случае дипольных жидкостей основным структурным элементом в этой модели является бесконечный “ориентационный кластер” статистическая цепочка связанных друг с другом дипольными силами полярных молекул, находящихся в наиболее выгодной конфигурации “голова к хвосту”. Частицы фиксированы в своих положениях равновесия – в цепочке они могут совершать лишь заторможенные вращения (либрации) вблизи минимума потенциала. Помимо бесконечной цепочки имеется также небольшое число свободно вращающихся частиц и конечных кластеров, не принадлежащих в данный момент цепочке. Под влиянием тепловых флуктуаций частицы в цепочке могут преодолевать барьеры вращения, что приводит к разориентации моментов соседних частиц и разрыву цепи, однако, благодаря наличию свободных частиц, она тут же образуется вновь, так что конфигурация (траектория) цепочки постоянно меняется, проходя всякий раз по совершенно другим частицам жидкости. Таким образом, в модели заторможенного вращения молекул вращательная динамика молекул жидкости моделируется конформационной динамикой макромолекулы, а сама модель, в которой вместо вращений отдельных частиц рассматривается динамика макроскопического объекта (цепочки), вполне аналогична гармонической модели твердого тела, в которой колебательная динамика частиц эквивалентна динамике нормальных колебаний – макроскопических пространственных объектов (волн), образованных этими частицами.

Целью настоящего исследования является исследование области частотной дисперсии коэффициентов сдвиговой  $\eta_s(\omega)$  и объемной  $\eta_v(\omega)$  вязкости, модулей объемной  $K(\omega)$  и сдвиговой  $\mu(\omega)$  упругостей полярных жидкостей, которые были получены в [11, 12] на основе кинетических уравнений для одночастичной  $f_a(\vec{x}_a, t)$  и двухчастичной  $f_a(\vec{x}_a, \vec{x}_b, t)$  функций распределения в случае экспоненциального закона затухания релаксирующих потоков:

$$\eta_s(\omega) = \frac{nkT\tau}{1+(\omega\tau)^2} + \frac{2\pi}{15} \frac{n^2kT\sigma^3\tau_0}{1+(\omega\tau_0)^2} \int_0^\infty \frac{\partial \Phi(|\vec{r}|)}{\partial r} \frac{\partial g_0(|\vec{r}|)}{\partial r} r^4 dr, \quad (1)$$

$$\eta_v(\omega) = \frac{2\pi}{3} \frac{n^2kN\sigma^3\tau_0}{1+(\omega\tau_0)^2} \int_0^\infty \frac{\partial \Phi^*(|\vec{r}|)}{\partial r} \varphi_0(r) r^3 dr, \quad (2)$$

$$\mu(\omega) = \frac{nkT\omega^2}{1+\omega^2} - \frac{\omega^2(\tau_0/\tau)^2}{1+\omega^2(\tau_0/\tau)^2} \frac{2\pi}{15} n^2\sigma^3 kT \int_0^\infty \frac{\partial \Phi(r)}{\partial r} g'(r) r^4 dr, \quad (3)$$

$$K(\omega) = K_s + K_r(\omega), \quad (4)$$

$$\text{где: } \varphi_0(r_1) = \frac{r_1}{3} \frac{\partial g(r_1)}{\partial r_1} - \left[ n \left( \frac{\partial g(r_1)}{\partial n} \right)_T + \gamma T \left( \frac{\partial g(r_1)}{\partial T} \right)_n \right]; \quad \tau = \frac{m}{2\beta}; \quad \tau_0 = \frac{\beta \sigma^2}{2kT};$$

$$\alpha = (2\omega\tau_0)^{1/2}; \quad \omega = 2\pi\nu \quad - \quad \text{циклическая частота,} \quad \omega^* = \omega\tau = \omega m / 2\beta,$$

$$K_s = n \left( \frac{\partial P}{\partial n} \right)_T + \frac{T}{nc_v} \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_n^2 \quad - \quad \text{адиабатический объёмный модуль упругости жидкости,}$$

$$\Phi^*(r) = \Phi(r) / kT \quad - \quad \text{приведенный потенциал межмолекулярного взаимодействия,}$$

$$K_r(\omega) = \frac{\omega^2 (\tau_0 / \tau)^2}{1 + \omega^2 (\tau_0 / \tau)^2} \frac{2\pi}{3} n^2 \sigma^3 kT \int_0^\infty \frac{\partial \Phi^*(r)}{\partial r} \varphi_0(r) r^3 dr \quad - \quad \text{релаксационный модуль упру-$$

гости.

Для проведения численных расчетов коэффициентов сдвиговой  $\eta_s(\omega)$  и объёмной  $\eta_v(\omega)$  вязкости, модулей объёмной  $K(\omega)$  релаксационной  $K_r(\omega)$ , адиабатической  $K_s$  и сдвиговой  $\mu(\omega)$  упругостей согласно выражениям (1)-(4), необходим выбор потенциала межмолекулярного взаимодействия  $\Phi(r)$ , а также радиальная функция распределения  $g(r)$ .

В качестве исходной модели потенциала межмолекулярного взаимодействия  $\Phi(|\vec{r}|)$  для жидкостей с полярными молекулами принимаем потенциал Штокмайера [13], который представляет суперпозицию потенциала Леннарда-Джонса и потенциала взаимодействия двух диполей:

$$\Phi_{ab}(r, \theta_a, \theta_b, \xi_a - \xi_b) = 4\varepsilon \left[ \left( \frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left( \frac{\sigma}{r} \right)^6 \right] - \frac{d_a d_b}{r^3} G(\theta_a, \theta_b, \xi_a - \xi_b), \quad (5)$$

где

$$G(\theta_a, \theta_b, \xi_a - \xi_b) = 2 \cos \theta_a \cos \theta_b - \sin \theta_a \sin \theta_b \cos(\xi_a - \xi_b),$$

а для наипростейшего случая радиальная функция распределения  $g(|\vec{r}|)$  согласно [11,12] принимает следующий вид:

$$g(|\vec{r}|) = y(\rho^*) \exp(-\Phi(|\vec{r}|) / kT), \quad (6)$$

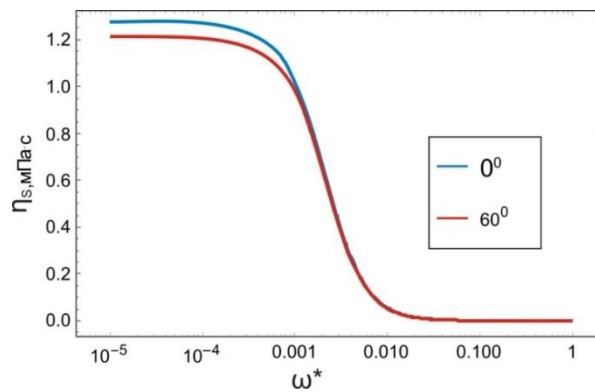
где  $y(\rho^*) = (2 - \rho^*) / 2(1 - \rho^*)^3$  – функция Карнахана-Старлинга,  $\rho^* = (\pi/6) N_0 \sigma^3 \rho / M$  – приведенная плотность,  $N_0$  – число Авогадро,  $M$  – молярная масса,  $\rho$  – плотность жидкости. Заметим, что угловую зависимость функции  $G(\theta_a, \theta_b, \xi_a - \xi_b)$  пока выбираем при определённых углах.

При проведении численных расчетов коэффициентов сдвиговой  $\eta_s(\omega)$  и объемной  $\eta_v(\omega)$  вязкости, модулей объемной  $K(\omega)$  и сдвиговой  $\mu(\omega)$  упругостей на основе (1)-(4), встречаются трудности относительно коэффициента трения  $\beta$  жидкостей. Для коэффициента трения  $\beta$  согласно [14] принимаем выражение в виде:

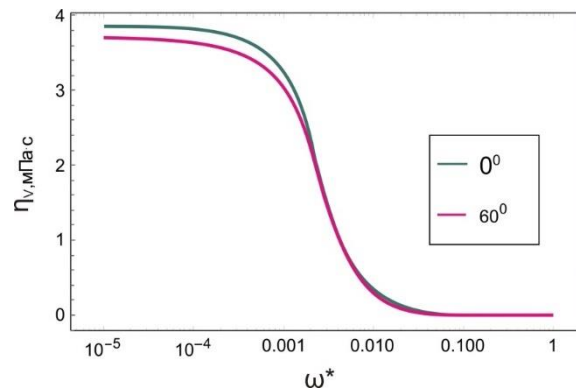
$$\beta^2 = (4\pi/3) \rho \sigma \int_0^\infty \nabla^2 \Phi(|\vec{r}|) g(|\vec{r}|) r^2 dr, \quad (7)$$

где  $\rho$  – плотность жидкости,  $\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right)$  – радиальная часть оператора Лапласа.

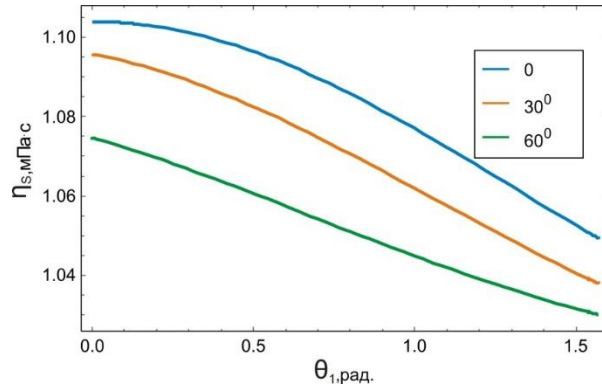
Учитывая формулы (5)-(7) в выражениях (1)-(4), проведен численный расчет коэффициентов сдвиговой  $\eta_s(\omega)$  и объемной  $\eta_v(\omega)$  вязкости, модулей объемной  $K(\omega)$  релаксационной  $K_r(\omega)$ , адиабатической  $K_s$  и сдвиговой  $\mu(\omega)$  упругостей в широком диапазоне частот. Результаты расчетов приведены на рис. 1-5.



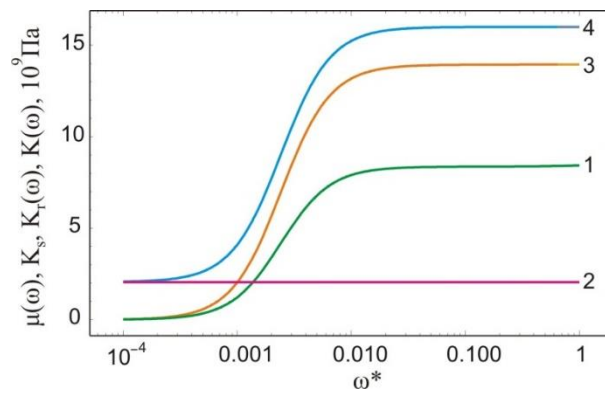
**Рис. 1.** Частотная зависимость коэффициента сдвиговой вязкости  $\eta_s(\omega)$  воды для двух углов  $\theta_1=0^\circ$  и  $\theta_1=60^\circ$ , при фиксированном значении  $\theta_2=0^\circ$ ,  $\xi_1-\xi_2=0^\circ$  и температуре  $t=15^\circ\text{C}$ .



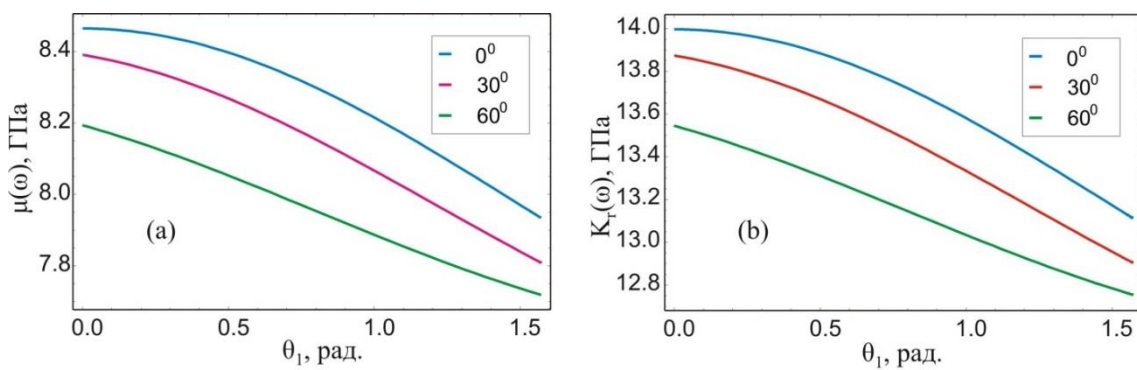
**Рис. 2.** Частотная зависимость коэффициента объемной вязкости  $\eta_v(\omega)$  воды для двух углов  $\theta_1=0^\circ$  и  $\theta_1=60^\circ$ , при фиксированном значении  $\theta_2=0^\circ$ ,  $\xi_1-\xi_2=0^\circ$  и температуре  $t=15^\circ\text{C}$ .



**Рис. 3.** Зависимость коэффициента объемной вязкости  $\eta_v(\omega)$  воды от угла  $\theta_1$ , при различных углах  $\theta_2=0^\circ$ ,  $\theta_2=30^\circ$ ,  $\theta_2=60^\circ$ , при фиксированном значении  $\xi_1-\xi_2=0^\circ$  и температуре  $t=15^\circ\text{C}$ .



**Рис. 4.** Зависимость изотермических динамических модулей упругости  $\mu(\nu) - 1$ ,  $K_s - 2$ ,  $K_r(\nu) - 3$ ,  $K(\nu) - 4$  от приведенной частоты  $\omega^*$ , при температуре  $t=15^\circ\text{C}$ .



**Рис. 5.** Зависимость сдвигового  $\mu(\omega)$  (а) и релаксационного объёмного  $K_r(\omega)$  (б) модулей упругости воды от угла  $\theta_1$ , при различных значениях углов  $\theta_2=0^\circ$ ,  $\theta_2=30^\circ$ ,  $\theta_2=60^\circ$ , при фиксированном значении  $\xi_1-\xi_2=0^\circ$  и температуре  $t=15^\circ\text{C}$ .

В выражениях (1)-(4) учитываем формулы (5)-(7), результаты расчетов для коэффициентов сдвиговой  $\eta_s(\omega)$  и объемной  $\eta_v(\omega)$  вязкости воды приведены на рис. 1-3. На рис. 4 приведена зависимость изотермических динамических модулей  $K(\omega)$ ,  $K_s$ ,  $K_r(\omega)$ , и  $\mu(\omega)$  упругости от приведенной частоты при  $t=15^\circ\text{C}$ . Видно, что с ростом частоты эти модули монотонно растут и при высоких частотах стремятся к постоянному значению. На рис. 5 представлена зависимость сдвигового  $\mu(\omega)$  и релаксационного объемного  $K_r(\omega)$  модулей упругости воды от угла  $\theta_1$ , при различных углах  $\theta_2=0^\circ$ ,  $\theta_2=30^\circ$ ,  $\theta_2=60^\circ$ , при фиксированном значении  $\xi_1-\xi_2=0^\circ$  и температуре  $t=15^\circ\text{C}$ .

Согласно результатам численных расчетов, области частотной дисперсии коэффициентов сдвиговой  $\eta_s(\omega)$  и объемной  $\eta_v(\omega)$  вязкости, модулей объемной  $K(\omega)$  релаксационной  $K_r(\omega)$  и сдвиговой  $\mu(\omega)$  упругостей воды являются узкими ( $\sim 10^2$  Гц) и обусловлены законом затухания релаксирующих потоков по экспоненциальному закону, что соответствует общей релаксационной теории [15,16].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кутепов А.М. Вода. Структура, состояние, сольватация. – М.:Наука, 2003, 404 с.
2. Товбин Ю.К. Учет наведенных диполей в дискретной модели полярной жидкости. – Журнал физической химии, 2014, т. 88, №11, с. 1752-1765.
3. Мисуркин И.А., Титов С. В. Электростатическая неоднородность полярной жидкости, теорема ирншоу и проблема избыточных электронов. – Химическая физика, 2009, т. 28, №3, с. 50-55.
4. Родникова М.Н., Самигуллин Ф.М., Солонина И.А., Сироткин Д.А. Подвижность молекул и структура полярных жидкостей. – Журнал структурной химии, 2014, т. 55, №2, с. 276-282.
5. Шоайдаров Н.Б. О вкладе перекрёстных релаксационных процессов в динамические вязкоупругие свойства полярных жидкостей. – Политехнический вестник. Серия Интеллект. Инновации. Инвестиции. 2021, №3 (55), с 22-25.
6. Литинский Г.Б. Статистическая термодинамика жидкости дипольных твердых сфер. Модель заторможенного вращения молекул. – Журнал структурной химии, 2004, т. 45, №1, с. 86-93.
7. Литинский Г.Б. Статистическая термодинамика и диэлектрические свойства жидкости диполь-квадрупольных твердых сфер. – Журнал структурной химии, 2006, т. 47, №1, с. 47-53.
8. Литинский Г.Б. Диэлектрические свойства жидкости дипольных твердых сфер. – Журнал структурной химии, 2008, т. 49, №5, с. 907-911.
9. Литинский Г.Б. Квазиодномерная структура полярных жидкостей. – Известия РАН. Серия физическая, 2009, т. 73, №7, с. 969-971.
10. Литинский Г.Б. Статистическая термодинамика модельных полярных жидкостей. – Теплофизика высоких температур, 2010, т. 48, №1, с. 32-37.
11. Odinaev S. Determination of the frequency dispersion region of the transport coefficients of classical liquids depending on the character of attenuation of relaxing flows. – Ukr. J. Phys. 2011, vol. 56, №8, pp.784-790.

12. Одинаев С., Акдодов Д., Мирзоаминов Х.М. Исследование частотной дисперсии динамических модулей упругости простых жидкостей в зависимости от природы затухания релаксирующих потоков. – Доклады АН РТ, 2011, т. 54, №1, с. 27-34.
13. Каплан И.Г. Межмолекулярные взаимодействия. Физическая интерпретация, компьютерные расчеты и модельные потенциалы. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012, 394 с.
14. Грэй П. Кинетическая теория явлений переноса в простых жидкостях. В кн. Физика простых жидкостей, том 1 Под ред. П.Темперли и др. – М.: Мир, 1971, с.136-192.
15. Михайлов И.Г., Соловьев В.А., Сырников Ю.П. Основы молекулярной акустики. – М.: Наука, 1964, 514 с.
16. Физическая акустика. Под ред. У.Мэзона. – М.: Мир, 1968, т.2, ч.А., Свойства газов, жидкостей и растворов. 487 с.

**С.ОДИНАЕВ**, Д.М.АҚДОДОВ\*, С.Д.БАЛАЧОНЗОДА\*

## ДИСПЕРСИЯИ БАСОМАДИИ ЧАСПАКӢ-ЧАНДИРИИ МОЕӢХОИ КУТӢИ ҲАНГОМИ БО ҚОНУНИ ЭКСПОНЕНСИАЛИИ ХОМУШШАВИИ СЕЛҲОИ РЕЛАКСАТСИОНӢ

*Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,  
Институти физикаву техникаи ба номи С.У.Умарови АМИ Тоҷикистон,  
\*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Дисперсияи басомадӣ ва вобастагии кунҷии коэффисиентҳои часпакии лағжишӣ  $\eta_s(\omega)$  ва ҳаҷмӣ  $\eta_v(\omega)$  ва модули чандирии ҳаҷмӣ  $K(\omega)$  ва лағжишии  $\mu(\omega)$  моеъҳои кутбӣ дар ҳолати барқароршавии сохтори мувозинати моеъ мувофиқи қонуни экспоненсиалии ба амал омада омӯхта шудааст. Бо интихоби муайяни потенциали мутақобилаи байни-молекулавӣ  $\Phi_{ab}(|\vec{r}|)$  ва функцияи тақсмоти радиалӣ  $g_{ab}(|\vec{r}|)$ , ҳисобҳои ададӣ вобастагии коэффисиентҳои часпакии лағжишӣ  $\eta_s(\omega)$  ва ҳаҷмӣ  $\eta_v(\omega)$  ва модули чандирии ҳаҷмӣ  $K(\omega)$  ва лағжишии  $\mu(\omega)$  барои об вобаста ба кунҷҳои ориентатсияи молекула гузаронида шуданд.

**Калимаҳои калидӣ:** релаксатсияи транслясионӣ ва сохторӣ, коэффисиентҳои часпакии лағжишӣ ва ҳаҷмӣ, модули чандирии лағжишӣ ва ҳаҷмӣ, потенциали мутақобилаи байнимолекулавӣ, функцияи тақсмоти радиалӣ.



S.ODINAEV, D.M.AKDODOV\*, S.D.BALAJONZODA\*

**FREQUENCY DISPERSION OF VISCOELASTIC PROPERTIES OF POLAR  
LIQUIDS IN THE CASE OF AN EXPONENTIAL LAW OF DECAYING  
RELAXING FLOWS**

*National Academy of Sciences of Tajikistan,  
S.U.Umarov Physical-Technical Institute of the National Academy of Sciences of Tajikistan,  
\*Tajik National University*

The frequency dispersion and angular dependence of the coefficients of shear  $\eta_s(\omega)$  and bulk  $\eta_v(\omega)$  viscosity, the bulk  $K(\omega)$  and shear elasticity moduli of polar liquids have been studied in the case when the restoration of the equilibrium structure of the liquids occurs according to an exponential law. With a certain choice of the intermolecular interaction potential  $\Phi_{ab}(|\vec{r}|)$  and the equilibrium radial distribution function  $g_{ab}(|\vec{r}|)$ , numerical calculations of the dependence of the coefficients of shear  $\eta_s(\omega)$  and bulk  $\eta_v(\omega)$  viscosity, bulk  $K(\omega)$  and shear  $\mu(\omega)$  moduli for water were carried out depending on the orientation angles of the molecule.

**Key words:** translational and structural relaxation, shear and bulk viscosity coefficients, bulk and shear elasticity moduli, intermolecular interaction potential, radial distribution function.

**Сведения об авторах:**

**Акдодов Донаёр Мавлобахшович** – доктор физико-математических наук, профессор, Таджикский национальный университет, заведующий кафедры общей физики. E-mail: donaer.a@mail.ru

**Баладжонзода Сулаймонджони Додардзон** – докторант PhD, Таджикский национальный университет. E-mail: sulaymonbalajonzoda@gmail.com

УДК 544.313.2

Специальность: 1.4.1 – Неорганическая химия

Х.И.ХОЛОВ, Ш.Р.ДЖУРАКУЛОВ\*, С.КУРБОН, Ш.Р.САМИХОВ, Л.Р.ХАЛИКОВА  
АДСОРБЦИОННОЕ ИЗВЛЕЧЕНИЕ ЗОЛОТА ИЗ ЗОЛОТОСОДЕРЖАЩЕЙ  
РУДЫ ИЗ МЕСТОРОЖДЕНИЯ ПАКРУТ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ  
МЕТОДА ЙОДОМЕТРИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

*Национальная академия наук Таджикистана,  
Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана,  
\*Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии  
НАН Таджикистана*

*Поступила в редакцию 09.02.2024 г.*

*В статье представлены результаты исследования процесса адсорбционного извлечения золота из выщелоченного рудного раствора активным углем. Исследования проводились на лабораторной установке с использованием золотосодержащей руды из месторождения Пакрут. В качестве исходного раствора для адсорбции использовали раствор, полученный путем растворения руды в царской водке. Адсорбцию проводили на активированном угле, производства Китая. Результаты исследования показали, что адсорбционное извлечение золота из выщелоченного рудного раствора активным углем составляет 80-85%.*

**Ключевые слова:** золото, руда, продукты обогащения, адсорбционное извлечение, активированный уголь, фильтрование, обеззоливание, прокаливание, титрование.

Способность активных углей адсорбировать золото из растворов царской водки известно давно. Активные угли – пористые углеродные адсорбенты. Активные угли получают из органического сырья: древесины, бурых и каменных углей, антрацита и т.д. [1,2].

Метод йодометрического анализа основан на окислительно-восстановительных реакциях, связанных с восстановлением  $I_2$  до  $I^-$ -ионов и с окислением  $I^-$ -ионов до  $I_2$ .

---

*Адрес для корреспонденции:* Холов Холмахмад Исроилович. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2, Институт химии им. В.И.Никитина НАНТ.  
E-mail: kholmahmad90@mail.ru

Кристаллический йод не растворяется хорошо в воде. В связи с этим обычно применяют раствор йода в KI [3-5].

Наиболее распространённым индикатором для определения конечной точки титрования служит крахмал, который образует с йодом ярко окрашенный аддукт темно-синего цвета. Конечную точку титрования определяют также при помощи физико-химических методов анализа - потенциометрический, амперометрический и др. [6,7]

Погрешности в определении конечной точки титрования связаны с летучестью йода, возможностью изменения концентрации йодида калия вследствие его окисления кислородом воздуха, разложения тиосульфата натрия в кислой среде или протекания реакции тиосульфата натрия с йодом в щелочной среде по иному механизму реакции.

Вещества, легко окисляемые элементарным йодом, титруют непосредственно стандартными растворами йода. Такие методы определения называют методами йодометрического титрования. К примеру, так определяют сульфиды, сульфиты, тиосульфаты и другие сильные восстановители. В качестве индикатора применяют чувствительный реактив на йод – раствор крахмала, образующий с йодом соединение интенсивного синего цвета. При титровании в присутствии крахмала конечную точку титрования определяют по появлению синей окраски, вызываемой одной лишней каплей йода. Окислители определяют методом косвенного йодометрического титрования, для этого растворы окислителей обрабатывают избытком йодида калия, а затем выделившийся в эквивалентном окислителю количестве элементарный йод оттитровывают стандартным раствором тиосульфата натрия  $\text{Na}_2\text{S}_2\text{O}_3$  [8-10,13,14].

### Экспериментальная часть

Изучен процесс адсорбционного извлечения золота из выщелоченного рудного раствора активным углем на лабораторной установке. В лабораторных условиях обогащаются золотосодержащая руда из месторождения Пакрута. В результате флотации получен концентрат, промежуточный продукт и хвосты [2].

Навеска руды для исследований – исходная руда и продукты обогащения (концентрат, промежуточный продукт и хвосты) [4]. Для взвешивания проб использовали чашечные весы с индуктированной величиной 0.01 г, получив пробы весом от 5 до 30 г., опускали их в 400 мл химический стакан [11,12].

**Растворение пробы.** Для смачивания используют водопроводную воду, потом в вытяжном шкафу добавляют кислоту, после этого, закрывая поверхностную посуду, производят растворение на электронагревательной плите.

Затем, для обработки низкопроцентной исходной руды, используют царскую водку "Лефорт" объемом 50 мл, пока без желтого дыма, добавляют царскую водку объемом 50 мл, чтобы отваривать в течение 30 минут, до тех пор, пока в остатке не будут отсутствовать чёрные частицы (рис. 1.).

В первую очередь используют густую  $\text{HNO}_3$  объёмом 50 мл для порционной низко-температурной обработки высокопроцентной обогащенной руды, при отсутствии желтого

дыма  $\text{NO}_2$ , добавляют густую  $\text{HNO}_3$  объемом 20 мл и  $\text{KClO}_3$  весом 2-4 г, после этого добавляют царскую водку в пропорции 1-1 объемом 50 мл, и нагревание продолжается в течение около 30 минут, при этом раствор должен быть прозрачным и светлым. После охлаждения пробы, которая прошла обработку, готовятся к фильтрованию (рис. 2.).



Рис. 1. Растворение и нагревание проб на электронагревательной плите.

**Фильтрование и адсорбция.** Предварительно устанавливают систему фильтрования с отсасыванием, потом, влив фильтробумажную пульпу в адсорбционную колонку, вытрамбовывают, чтобы толщина их составляла 5 мм, после этого добавляют смесь активированного угля и целлюлозы (пропорция угля и целлюлозы составляет 1:2) толщиной в 6 мм (при низкой золотонности уголь используется весом 0.5 г, при высокой золотонности уголь используется весом 0.8 г, при высотной золотонности уголь используется весом около 1 г), также воронку Бюхнера длиной 80 мм устанавливают на адсорбционной колонке, плотно прижимают к фильтровальной бумаге и готовят к фильтрованию.

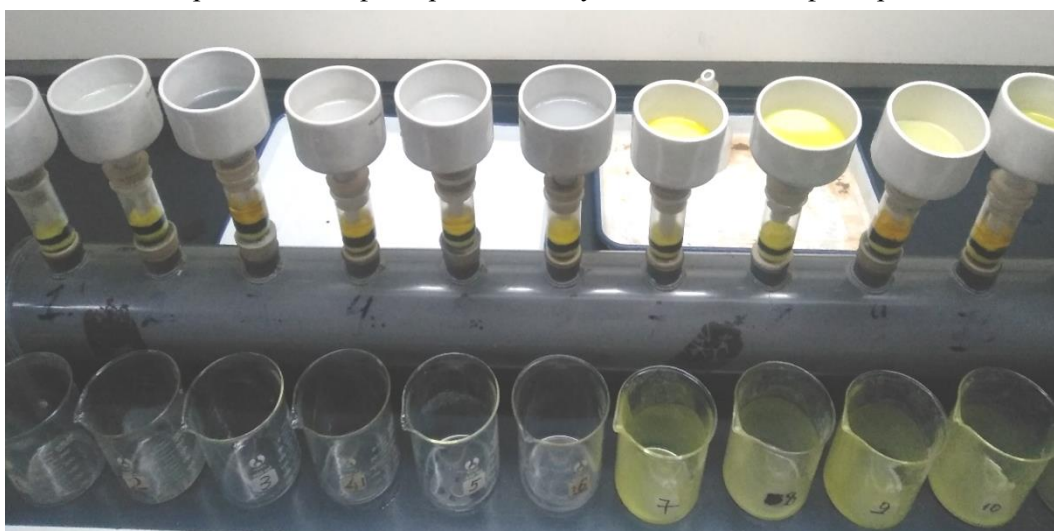
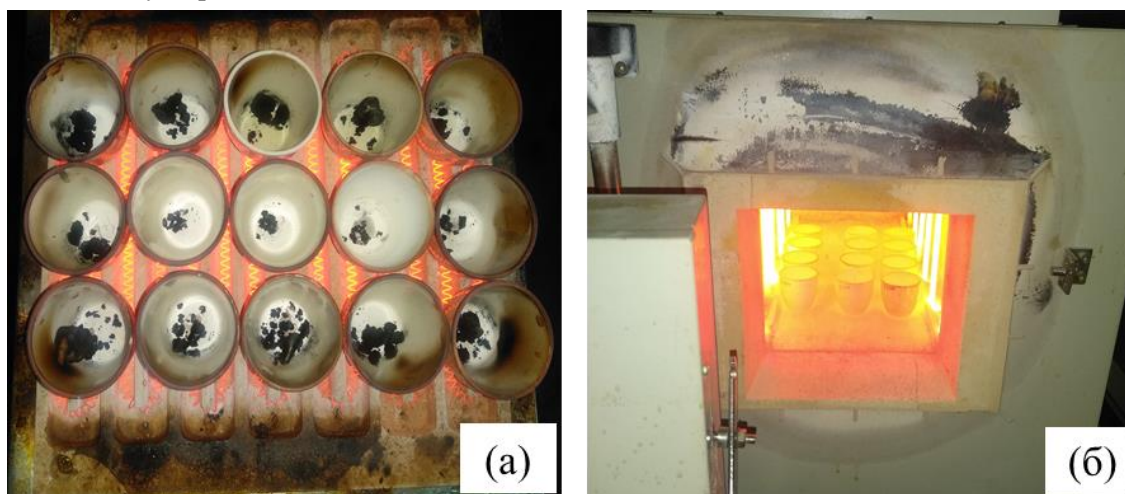


Рис. 2. Фильтрование и промывания активированного угля.

Для разбавления и охлаждения растворяемой пробы используют водопроводную воду объемом около 100 мл. При условии выкачивания воздуха, вливают опытный раствор в воронку Бюхнера, используя тёплую разведенную соляную кислоту (5%), три раза промывают химический стакан, 8 раз промывают осадок, после фильтрования, быстро отделяют фильтровальную бумагу, сняв воронку. Используется фильтровальная бумага (60°C) для промывания активированного угля 8 раз, потом используется тёплая разведенная соляная кислота (5%, 60°C) для промывания 8 раз, потом тёплая дистиллированная вода (около 60°C) для промывания 8 раз; прекращая выкачивание воздуха, снимают адсорбционную колонку и кладут угольный пласт и пласт целлюлозы в плавающий чан объемом 50 мм, после этого используют фильтровальную бумагу для вытирания углерода на адсорбционной колонке.

**Обеззоливание и прокаливание.** Поставив фарфоровый тигель на теплую электрическую печь (рис. 3а), медленно поднимают температуру при обеззоливании фильтровальной бумаги до степени, когда углерод большей частью окисляется. Затем углерод переходит в высокотемпературную печь (рис. 3б.) при 820°C для прокаливания, до полного окисления углерода и его охлаждения.



**Рис. 3.** Сжигание активированного угля в электрической печи (а) и муфельной печи (б).

Растворение золота в царской водке на водяной бане показано на рис. 4. Добавляем 5 капель насыщенного раствора  $\text{NaCl}$  в охлажденный фарфоровый тигель, и после высыхания добавляем свежеприготовленную царскую водку в объеме 2 мл. Далее нагреваем раствор на водяной бане до отсутствия запаха кислоты, снимаем с водяной бани, добавляем  $\text{HCl}$  объемом 2 мл и продолжаем выпаривание на водяной бане. После этого опять снимаем с водяной бани и добавляем разведенную уксусную кислоту (7%), объемом 5 мл и  $\text{NH}_4\text{HF}$  весом 20.1 г и равномерно взбалтываем.



**Рис. 4.** Растворение в царской водке на водяной бане.

**Титрование.** Добавим 6 капель ЭДТА в опытный раствор, после размешивания добавим йодистый калий весом 0.05 до 0.1 г, используется нормальный тиосульфат натрия для титрования до светло-желтого цвета, добавив 6 капель крахмала 0.5 %, при условии сильного перемешивания продолжается титрование до отсутствия цвета раствора.

#### Результаты и их обсуждение

После получения основных результатов (табл. 1), вычисляем количество золота по формуле:

$$Au(г/т) = \frac{T \times V}{G},$$

где T – титр нормального раствора тиосульфата натрия по отношению к золоту, г/мл; V – величина миллилитра потребления нормального раствора тиосульфата натрия при титровании; G – масса навески пробы, г.

Таблица 1

Результаты титрования проб руды месторождения Пакрут

№	Продукты	Масса навески, г	Концентрация стандартных растворов титрования, мг/мл	Расход, мл	Содержание золота, г/т
	Исходная руда	30	34.48	4.06	4.67
	Исходная руда	20		2.20	3.79
	Концентрат	10	108.70	2.99	32.50
	Концентрат	5		1.58	34.35
	Промежуточный продукт	30	34.48	8.97	10.31
	Промежуточный продукт	30		8.55	9.83
	Хвосты	30		0.80	0.92
	Хвосты	30		1.11	1.28
	Стандарт (ST- 432)*	10		1.94	6.69

\*Результат стандартной пробы – 6.70 г/т.

#### Выводы

В статье представлены результаты исследования процесса адсорбционного извлечения золота из выщелоченного рудного раствора активным углем на лабораторной установке.



Изучение результатов химического анализа показало, что руда Пакрутского месторождения является золотосодержащей рудой. Установлено, что содержание золота в исходной руде месторождения Пакрут составляет 4.67 г/т. При флотации получен концентрат с содержанием золота 32.50 г/т, промежуточный продукт с содержанием золота 10.31 г/т и хвосты с содержанием золота 0.92 г/т.

Исходя из полученных результатов, можно сделать следующие выводы:

1. Для повышения эффективности процесса адсорбции можно использовать активированный уголь с более высокой удельной поверхностью, а также оптимизировать следующие параметры: массу навески руды; время адсорбции; температуру адсорбции.

2. В качестве модифицирующих добавок к адсорбенту можно использовать: органические соединения, такие как амины, производные сульфокислот, а также неорганические соединения, такие как оксиды металлов, гидроксид алюминия и т.д.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кинле Х., Бадер Э. Активные угли и их промышленное применение, 1987, 216 с.
2. Холов Х.И., Ашуров А.И., Самихов Ш.Р., Сафаров С.Ш. Определение содержания золота из золото-сурьмяно-ртутных руд месторождения Джижикрут с адсорбцией активированным углем-йодометрическим методом. – Политехнический вестник. Серия: Инженерные исследования. Таджикский технический университет им. академика М.С. Осими, 2019, №1, с.116-120.
3. Жучков И.А., Скобеев И.К., Галюков В.А. Щелочная металлургия цветных металлов. Тез. докладов 2-й Республ. конференции, 21-23 апреля. – Алма-Ата: Наука, 1981, с.153-154.
4. Кубракова И.В., Мясоедова Г.В., Шумская Т.В., Кудинова Т.Ф., Захарченко Е.А., Моходоева О.Б. Определение следов благородных металлов в природных объектах комбинированными методами. – Журнал аналитической химии. Федеральное государственное бюджетное учреждение "Российская академия наук", 2005, т.60, № 5, с.536-536.
5. Langyan R., Khatkar S.P. New amperometric methods for the trace determination of Pd (II) and Pt (IV). – Asian Journal of Chemistry, 2013, v.25, №3, p.1376.
6. Маншилин В.И., Винокурова Е.К., Капелюшный С.А. Определение массовой доли Pt, Pd, Re в пробах отработанного катализатора методом атомно-эмиссионной спектроскопии с индукционной плазмой. - Методы и объекты химического анализа, 2009, т.4, №1, с.97-100.
7. Гринберг А.А., Орлова Б.З. О взаимодействии соединений двухвалентной платины с йодом. – Журн. прикл. химии, 1948, т.21, №11, с.1083-1094.
8. Каковский И.А., Поташников Ю.М. Кинетика процессов растворения. –Металлургия, 1975 с.
9. Гульмира Т., Кауметова Д.С., Койжанова А.К., Магомедов Д.Р., Атанова О.В., Абдылдаев Н.Н. Исследования обогатимости золотосодержащей руды. – Отечественная геология, 2022, №6, с.86-94.
10. Войлошников Г.И., Войлошникова Н.С., Григорьева И.И., Бывальцев А.В. Сорбция золота активными углями из нецианистых растворителей и десорбция золота из насыщенного угля. – iPolytech Journal, 2010, №7(47), с.138–143.
11. Самихов Ш.Р., Холов Х.И., Зинченко З.А. Технология обогащения руд нижних горизонтов Джижикрутского месторождения. – ДАН РТ, 2017, с.60, №10, с.533-538.
12. Войлошников Г.И., Чернов В.К., Васильева И.И., Кайгородова Н.С. Способ переработки продуктов флотационного обогащения, содержащих золото, 1995 с.

13. Хидеко Кошима. Адсорбция серебра, золота и платины из водных растворов углеродистыми сорбентами. – Bunseki kogaku, 1983, №5, с.149-156.
14. Иванова Л.И. Сорбция тяжелых металлов из цианистых растворов активированными углями. – «Адсорбция и адсорбенты», 1980, №6, с.65-68.

Х.И.ХОЛОВ, Ш.Р.ЧУРАҚУЛОВ\*, С.ҚУРБОН, Ш.Р.САМИХОВ, Л.Р.ХОЛИҚОВА

## ЧУДО КАРДАНИ ТИЛЛО БО УСУЛИ АДСОРБСИОНӢ АЗ МАЪДАНИ ТИЛЛОДОРИ КОНИ ПАКРУТ БО ИСТИФОДАИ УСУЛИ ТАҲЛИЛИ ЙОДОМЕТРӢ

*Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,  
Институти кимиёи ба номи В.И.Никитини АМИ Тоҷикистон,  
\*Институти геология, сохтмони ба заминчунбӣ тобовар ва сейсмологияи  
АМИ Тоҷикистон*

Дар мақола натиҷаҳои омӯзиши раванди адсорбсияи ҷудокунии тилло аз маъдан ва маҳсулотҳои ғанишуда бо ангишти фаъол оварда шудааст. Тадқиқотҳо дар дастгоҳи озмоишӣ бо истифода аз маъдани тиллодори кони Пакрут гузаронида шуданд. Маҳлуле, ки ба рои адсорбсия намудани маъдан ва маҳсулотҳои ғанишуда истифода шуд, шароби шох мебошад. Ба сифати адсорбент ангишти фаъоле, ки аз Чин оварда мешавад, истифода шуд. Натиҷаҳои тадқиқот нишон доданд, ки ҷудокунии адсорбсионии тилло аз маҳлул бо ангишти фаъол 80-85 фоизро ташкил медиҳад.

**Калимаҳои калидӣ:** тилло, маъдан, маҳсулоти ғанишуда, ҷудокунии адсорбсионӣ, ангишти фаъол, филтратсия, беҳокистаргардонӣ, тафсонииш, титркунӣ.

Kh.I.KHOLOV, Sh.R.JURAQULOV\*, S.KURBON, Sh.R.SAMIKHOV, L.R.KHOLIQOVA

## ADSORPTION EXTRACTION OF GOLD FROM GOLD-CONTAINING ORE FROM THE PAKRUT DEPOSIT USING THE IODOMETRIC METHOD OF ANALYSIS

*National Academy of Sciences of Tajikistan,  
V.I.Nikitin Institute of Chemistry, NAS of Tajikistan,  
\*Institute of geology, seismological construction and seismology, NAS of Tajikistan*

The article presents the results of a study on the process of gold extraction from leached ore solution by activated carbon. The studies were carried out on a laboratory unit using gold-bearing ore from the Pakrut deposit. As an initial solution for adsorption, a solution obtained by dissolving the ore in aqua regia was used. Adsorption was carried out on activated carbon produced in China.



The research results showed that the adsorption extraction of gold from leached ore solution by activated carbon is 80-85%.

**Key words:** gold, ore, beneficiation products, adsorption extraction, activated carbon, filtration, dezincing, roasting, titration.

**Сведения об авторах:**

**Холов Холмахмад Исроилович** – кандидат технических наук, Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана, старший научный сотрудник лаборатории обогащения руд. E-mail: kholmahmad90@mail.ru;

**Джуракулов Шерзод Рабимкулович** – Институт геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии НАН Таджикистана, старший научный сотрудник. E-mail: shaih8888@mail.ru;

**Санавбари Курбон** – магистр, Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана, лаборатория обогащения руд. E-mail: sanavbar\_q@mail.ru;

**Самихов Шонавруз Рахимович** – доктор технических наук, Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана, ведущий научный сотрудник лаборатории обогащения руд лаборатории обогащения руд. E-mail: samikhov72@mail.ru;

**Халикова Лутфия Разиковна** – кандидат химических наук, Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана, старший научный сотрудник. E-mail: lutfiya69@mail.ru.

УДК 546.6÷661.1

Специальность: 1.4.1 – Неорганическая химия

Т.Б.ХОЛМАТОВ, С.К.КОДИРЗОДА, И.М.РАХИМОВ, Ш.Р.КАРИМОВА,  
А.М.МУНАВВАРОВ

**КОАГУЛИРУЮЩАЯ СПОСОБНОСТЬ СМЕШАННЫХ  
ХЛОР-СУЛЬФАТНЫХ КОАГУЛЯНТОВ НА ОСНОВЕ  
АЛЮМИНИЯ И ЖЕЛЕЗА**

*Национальная академия наук Таджикистана,  
Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана*

*Поступила в редакцию 23.01.2024 г.*

*В статье приведены результаты получения смешанных коагулянтов из нефелиновых сиенитов разложением руды смесью соляной и серной кислот. Полученный смешанный коагулянт содержит одновременно хлор-сульфатный анион наряду с катионами алюминия и железа. Показана коагулирующая способность смешанного хлор-сульфатного коагулянта по сравнению с сульфатом алюминия.*

**Ключевые слова:** смешанный коагулянт, нефелиновые сиениты, соляная кислота, серная кислота, коагулирующая способность.

Как известно, для очистки природных вод, а также сточных вод многих производств, имеющих высокую мутность, цветность, а также высокое содержание коллоидных частиц, фосфатов и др. загрязнителей, применяются коагулирующие реагенты [1, 2].

На эффективность действия коагулянтов оказывает влияние большое количество факторов. В технологии коагулирования воды следует учитывать состав и свойства загрязнений сточных вод, дозу и состав коагулянта, температуру и рН воды, условия введения и перемешивания реагирующих веществ. Главным фактором, обеспечивающим эффективность использования коагулянтов при очистке сточных вод, является создание условий для проведения их гидролиза в нужном направлении путём изменения концентрации коагулянта в дисперсной системе, значения рН. Для сульфата алюминия установлено, что

---

*Адрес для корреспонденции:* Холматов Туйчи Бурixoнович. 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2, Институт химии им.В.И.Никитина НАНТ. E-mail: 988090937@mail.ru.

оптимальные значения рН от 5-7.5, при использовании хлорида железа – в интервале значений 3.5-6.5 [3, 4].

Традиционно для очистки воды распространение получили коагулянты на основе солей железа и алюминия [1, 2].

Используемый для цветных и мутных вод при рН=5-7.5 коагулянт – сульфат алюминия имеет достаточно высокую стоимость и неэффективен при температуре воды ниже +11°C, вследствие замедления процесса хлопьеобразования и осаждения гидроокиси алюминия. Один из главных его недостатков – значительное количество остаточного алюминия (III) в очищенной воде [5, 6].

Следует отметить, что аспект снижения содержания Al (III) в процессе очистки природной воды и предотвращение его попадания в питьевую воду весьма важен в связи с новейшими представлениями о токсичности соединений Al (III). Использование смешанного коагулянта приближает показатели очищенной воды к международным нормам, установленным для питьевой воды, в частности, к содержанию соединений Al (III) в воде [5, 6].

Соли железа (III), применяемые в качестве коагулянта, имеют преимущества по сравнению с солями алюминия – это улучшение коагуляции при низких температурах воды; на процесс коагуляции практически не оказывает влияние рН среды; наблюдается ускорение осаждения скоагулированных частиц и сокращение длительности отстаивания осадка.

Недостатком солей железа как коагулянтов является необходимость их тщательного дозирования, поскольку нарушение его приводит к проскакиванию ионов железа в очищенную воду. Эти недостатки в значительной мере можно устранить, добавив соли алюминия. Поэтому применение смешанных коагулянтов, представляющих собой смесь соединений алюминия и железа, дает больший эффект при очистке воды. Железоалюминиевые коагулянты обладают рядом преимуществ по сравнению с теми, которые содержат один ингредиент. Наблюдаемое при этом расширение зоны оптимальных значений рН объясняется большим разнообразием продуктов гидролиза, представляющих собой полигетероядерные комплексы со своими индивидуальными свойствами.

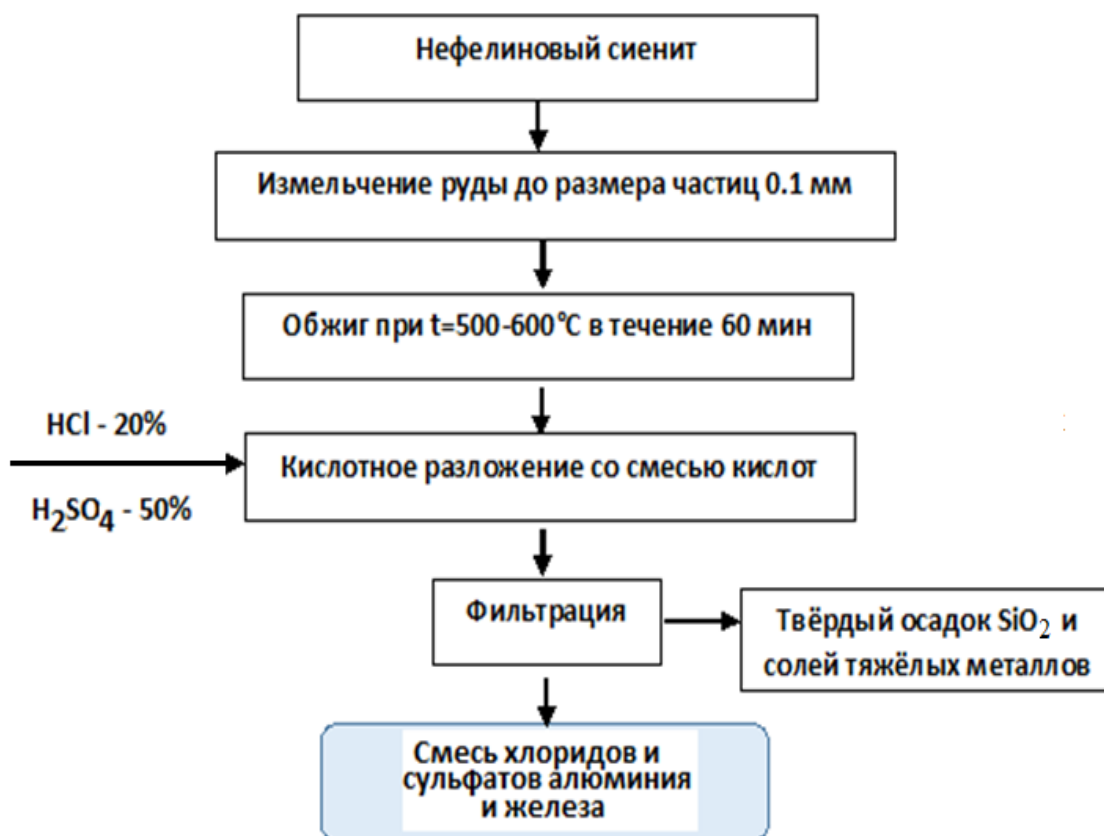
Ускоренное осаждение хлопьев также связано с изменением структуры коагулянта за счет более плотной упаковки частиц. При очистке воды смешанным коагулянтом даже при низкой температуре не наблюдается «отлежки» (осадков оксида железа), что обусловлено образованием и осаждением хлопьев до фильтров. Хлопья осаждаются равномернее, чем в случае применения коагулянтов порознь, и в отстойниках достигается более полное осветление, что позволяет значительно уменьшить нагрузку на фильтры. Эффект обработки воды при температуре 20°C смешанным коагулянтом близок к эффекту коагуляции сульфатом железа при 50°C и сульфатом алюминия при 80°C [7, 8].

В работах [9, 10] изучено получение алюминий- и железосодержащих коагулянтов для очистки вод. Показана эффективность смешанных коагулянтов, представляющих собой смесь хлоридных солей алюминия и железа.

В настоящей работе изучена коагулирующая способность смешанных коагулянтов, полученных разложением нефелиновых сиенитов смесью кислот  $\text{HCl}$  и  $\text{H}_2\text{SO}_4$  по разработанной нами методике.

На основе ранее проведённых работ [9, 10] по кислотному разложению алюмосиликатных руд разработана принципиальная технологическая схема получения смешанных коагулянтов на основе хлоридов и сульфатов алюминия и железа (рис. 1).

Как было выше отмечено, смешанный коагулянт даёт особенно высокий эффект при большой мутности воды. Он безопасен при очистке питьевой воды. Сравнительный анализ коагулирующей способности коагулянтов на основе  $\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$ ,  $\text{FeCl}_3 + \text{AlCl}_3$  с коагулянтами, полученными взаимодействием нефелиновых сиенитов со смесью кислот  $\text{HCl} + \text{H}_2\text{SO}_4$ , представлен в таблице.



**Рис. 1.** Принципиальная технологическая схема разложения нефелинового сиенита Турпи с использованием смеси кислот  $\text{HCl} + \text{H}_2\text{SO}_4$ .

Таблица

Сравнительный анализ коагулирующей способности  $Al_2(SO_4)_3$ ,  $AlCl_3+FeCl_3$  (10:1) и хлорсульфатного коагулянта

Доза коагулянта, мг/дм <sup>3</sup>			τ, мин	Остаточное содержание в воде взвешенных веществ, мг/дм <sup>3</sup>		
$Al_2(SO_4)_3$	$AlCl_3+FeCl_3$	хлорсульфатный коагулянт		$Al_2(SO_4)_3$	$AlCl_3+FeCl_3$	хлорсульфатный коагулянт
3	3	3	6	27.2	15.5	15.0
4	4	4	6	22.5	9.0	7.5
5	5	5	6	23.9	8.3	6.9
3	3	3	18	19.1	10.1	9.1
4	4	4	18	13.4	5.1	5.0
5	5	5	18	13.4	5.0	4.2
3	3	3	24	17.2	8.5	8.2
4	4	4	24	12.9	3.8	4.3
5	5	5	24	11.9	4.7	3.3
3	3	3	30	15.3	8.1	7.9
4	4	4	30	11.95	3.9	3.7
5	5	5	30	11.5	3.4	2.2

Таким образом, получен коагулянт для очистки вод разложением нефелиновых сиенитов смесью кислот  $HCl+H_2SO_4$ , который одновременно содержит ионы хлора и сульфата.

Как показывает сравнительный анализ коагулирующей способности сернокислого алюминия, хлоридного смешанного коагулянта и хлорсульфатного смешанного коагулянта (см. табл.), наиболее эффективным коагулянтом является хлорсульфатный коагулянт.

Смешанный хлорсульфатный коагулянт эффективен при высокой мутности, цветности, и процесс хлопьеобразования и осаждения коллоидных частиц протекает намного быстрее, чем при использовании обычного коагулянта  $Al_2(SO_4)_3$ .

Таким образом показано, что эффективный коагулянт является веществом, полученным из нефелиновых сиенитов путём разложения смесью кислот  $HCl+H_2SO_4$  при оптимальных условиях. Коагулирующая способность указанного коагулянта является более высокой по сравнению со стандартным коагулянтом на основе сульфата алюминия.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Запольский А.К., Баран А.А. Коагулянты и флокулянты в процессах очистки воды. – Л.: Химия, 1987.
2. Гетманцев С.В. – Водоснабжение и сан. техника, 2003, №2, с.5-10.
3. Гетманцев С.В., Гетманцев В.С. – Водоснабжение и сан. техника, 2001, №3, с.8-10.
4. Гетманцев С.В., Нечаев И.А., Гандурина Л.В. Очистка производственных сточных вод коагулянтами и флокулянтами. – М., 2008.
5. Драгинский В.Л., Алексеева Л.П. Методики проведения технологических изысканий и моделирования процессов очистки воды на водопроводных станциях. – М., 2001.
6. Гетманцев С.В., Гандурина Л.В., Сычев А.В. – Водоснабжение и сан. техника, 2012, №4, с. 44-46.

7. Беляк А.А., Жаворонкова В.И., Смирнов А.Д. – Водоснабжение и санитарная техника, 2013, №5, с. 32-36.
8. Ахмадов А.Ш. Физико-химические и технологические основы получения смешанных коагулянтов из алюмосиликатных руд Таджикистана: Дисс. ... к.т.н. – Душанбе, 2018.
9. Мирсаидов У.М., Сафиев Х.С. Комплексная переработка низкокачественного алюминийсодержащего сырья. – Душанбе, 1999, 238 с.
10. Мирсаидов У.М., Сафиев Х.С. Коагулянты для очистки воды из сырьевых материалов Таджикистана. – Душанбе: Дониш, 2003, 40 с.

Т.Б.ХОЛМАТОВ, С.Қ.ҚОДИРЗОДА, И.М.РАҶИМОВ, Ш.Р.КАРИМОВА,  
А.М.МУНАВВАРОВ

## ҚОБИЛИЯТИ КОАГУЛЯТСИОНИИ КОАГУЛЯНТҲОИ ОМЕХТАИ СУЛЬФАТИ ХЛОР ДАР АСОСИ АЛЮМИНИЙ ВА ОҶАН

*Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,  
Институти химияи ба номи В.И.Никитини АМИ Тоҷикистон*

Дар мақола натиҷаҳои ба даст овардани коагулянтҳои омехта аз сиенитҳои нефелинӣ бо таҷзияи маъдан бо омехтаи кислотаҳои хлорид ва сульфат оварда шудаанд. Коагулянти омехтаи ҳосилшуда ҳамзамон аниони сульфати хлорро дар баробари катионҳои алюминий ва оҳан дорад. Қобилияти коагулятсионии коагулянти омехтаи сульфати хлор дар муқоиса бо сульфати алюминий нишон дода шудааст.

**Калимаҳои калидӣ:** коагулянти омехта, сиенитҳои нефелинӣ, кислотаи хлорид, кислотаи сульфат, қобилияти коагулятсионӣ.

T.B.KHOLMATOV, S.K.KODIRZODA, I.M.RAKHIMOV, Sh.R.KARIMOVA,  
A.M.MUNAVVAROV

## COAGULATING ABILITY OF MIXED CHLORINE-SULFATE COAGULANTS BASED ON ALUMINUM AND IRON

*National Academy of Sciences of Tajikistan,  
V.I.Nikitin Institute of Chemistry of the NAS of Tajikistan*

The article presents the results of obtaining mixed coagulants from nepheline syenites by decomposing ore with a mixture of hydrochloric and sulfuric acids. The resulting mixed coagulant simultaneously contains chlorine sulfate anion along with aluminum and iron cations. The coagulating ability of a mixed chlorine-sulfate coagulant is shown in comparison with aluminum sulfate.

**Key words:** mixed coagulant, nepheline syenites, hydrochloric acid, sulfuric acid, coagulating ability.

**Сведения об авторах:**

**Холматов Туйчи Бурихонович** – докторант PhD, Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана, лаборатория комплексной переработки минерального сырья и промышленных отходов. E-mail: 988090937@mail.ru;

**Кодирзода Субхони Курбон** – докторант PhD, Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана, лаборатория комплексной переработки минерального сырья и промышленных отходов. E-mail: subhon.qurdon.98@mail.ru;

**Рахимов Илхомиддин Мирзоевич** – кандидат технических наук, Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана, заведующий лабораторией комплексной переработки минерального сырья и промышленных отходов. E-mail: rahimzod\_74@mail.ru;

**Каримова Шифо Рустамхоновна** – магистр, Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана, лаборатория комплексной переработки минерального сырья и промышленных отходов. E-mail: karimovasifo31@gmail.ru;

**Мунавваров Афзалшох Мунавварович** – магистр, Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана, лаборатория комплексной переработки минерального сырья и промышленных отходов. E-mail: avzalshomunavarov@gmail.ru;

УДК 621.355

Специальность: 1.4.1 – Неорганическая химия

А.ШАРИФОВ, У.М.МИРСАИДОВ, З.Х.ГАЙБУЛЛАЕВА\*, Т.Х.ГАДОЕВ\*

### ЭНЕРГОЁМКИЕ СПОСОБЫ ХРАНЕНИЯ ВОДОРОДА

*Национальная академия наук Таджикистана,  
Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана,  
\*Таджикский технический университет имени акад. М.С.Осими,  
\*\*ОАО «Азот»*

*Поступила в редакцию 1.09.2023 г*

*В статье проанализированы существующие способы хранения водорода для повышения его объёмной энергоёмкости и безопасного использования в качестве энергоносителя зеленой энергетики.*

**Ключевые слова:** водород, производство, хранение, энергоёмкость, давление, температура, гидриды, плотность, прочность, безопасность, эффективность.

#### Введение

Водородная энергетика основывается на использовании водорода и его энергоёмких соединений в качестве безуглеродного энергоносителя. Однако, высокая эффективность использования водорода и его соединений в качестве энергоносителя зависит не только от физико-химических свойств этих веществ, но и от состояния их нахождения, способов хранения, транспортировки и использования в конкретных производствах энергии. К настоящему времени методы производства водорода: 1) конверсионный из органического сырья; и 2) электролизом воды, стали классическими, и они осуществляются более 100 лет в промышленном масштабе. В то же время, хранение и использование водорода требуют совершенных способов, обеспечивающих безопасность их осуществления при минимизации энергетических и иных расходов. Такое требование возникает из-за свойства водорода и его существования в составах многочисленных веществ с разными свойствами и функциональным использованием.

---

*Адрес для корреспонденции: Шарифов Абдумумин, 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2, Институт химии им. В.И.Никитина НАНТ, E-mail: sharifov49@mail.ru.*



Свойства водорода: бесцветный газ без запаха с плотностью  $0.0898 \text{ кг/м}^3$ , в 14.5 раз легче воздуха, высоко летучий, горючий с теплотворностью  $120.6 \text{ мДж/кг}$  и взрывоопасный с концентрацией взрываемости с воздухом от 4 до 75%, а с кислородом от 4 до 94%, активный химический реагент, при температуре  $510^\circ\text{C}$  самовозгорается и при температуре минус  $252.882^\circ\text{C}$  ( $20.268 \text{ K}$ ) переходит в жидкость [1].

В зависимости от физического состояния способы хранения и использования водорода разделяются на физический, химический, криогенный, сорбционный в твердых поглотителях, абсорбционный в жидкостях и др. Каждый способ имеет свои особенности, от которых зависит эффективность и безопасность применения  $\text{H}_2$  в качестве энергоносителя или химического реагента. Кратко проанализируем их.

### Хранение водорода в газовом состоянии

Традиционным физическим способом является использование водорода в газовом состоянии, который широко применяется в стационарных производствах химической и металлургической отраслей промышленности. Обычно, при данном способе, производство и применение водорода осуществляют совмещённо в пределах единой технологической схемы. Классическим примером данного способа является получение водорода конверсией природного газа и его использование для синтеза аммиака в производстве карбамида, осуществляемого более 50 лет на ОАО «Азот» в г. Сарабанд Хатлонской области.

Использование водорода в газовом состоянии в производствах аммиака и других химических соединений, а также в металлургическом производстве для восстановления металлов из их соединений, является эффективным для продуктивного осуществления соответствующих химических реакций с его участием, однако из-за низкой плотности его хранение и транспортировка нуждаются в использовании больших давлений для уменьшения объёмов и материалоемкости хранилищ и трубопроводов. Так, в производстве аммиака водород совместно с азотом сжимается до давления от 10 до 100 МПа в зависимости от используемого способа синтеза  $\text{NH}_3$ , где повышенное давление азото-водородной смеси не только снижает объёмы и материалоемкость оборудования, но и способствует синтезу аммиака по реакции с уменьшением объёма



Хранение газообразного водорода под давлением является также эффективным для повышения его объёмной энергоёмкости, что важно при использовании  $\text{H}_2$  в качестве теплоносителя в транспортных средствах и других автономных объектах. В табл. 1 приведены рассчитанные нами данные, подтверждающие высказанное.

Таблица 1

Плотность и объёмная энергоёмкость водорода при разных давлениях

Свойства водорода	Давление, МПа						
	0.1	1.0	10.0	25.0	50.0	75.0	100.0
Плотность, $\text{кг/м}^3$	0.0898	0.898	8.98	22.45	44.9	67.35	89.8
Объёмная энергоёмкость, $\text{мДж/м}^3$	10.83	108.3	1083.0	2707.5	5415.0	8122.5	10830.0

При повышении плотности водорода, его масса в объёме сосуда возрастает пропорционально значению давления, что приводит к возрастанию энергоёмкости спрессованного объёма газа. При этом важным фактором является соотношение массы энергоносителя к массе сосуда. В настоящее время, при хранении водорода в стальных баллонах масса сжатого водорода составляет не более 3% общей массы сосуда с газом.

Снижение массы сосуда и увеличение массы хранимого в нём водорода является важнейшей задачей развития водородной энергетики, следовательно, сосуды и трубопроводы или иное оборудование, задействованные для хранения и транспортировки водорода, должны быть сделаны из легких, но высокопрочных материалов с высоким коэффициентом конструктивного качества

$$\text{к.к.к.} = R / \gamma, \quad (2)$$

где  $R$  – прочность, МПа;  $\gamma$  – плотность материала сосуда или трубопровода,  $\text{кг/м}^3$ .

Увеличение количества водорода в ёмкостях можно достичь повышением рабочего давления согласно данным табл. 1, однако надо учитывать, что для обеспечения безопасного использования водорода, прочность материала для устройства ёмкости или иного рабочего сосуда должна быть, как минимум, в два раза выше, чем давление газа в нём. Стальные сосуды имеют высокую прочность, но хранить водород в них, ввиду их высокой массы, неэффективно. Наиболее приемлемыми могут быть алюминиевые и магниевые сплавы типа Al-Mg-Si, Al-Zn-Mg, Al-Cu-Si-Mg, Al-Zn-Mg-Cu, Mg-Al-Zn, Mg-Zn-Zr, причём при сравнительно высокой прочности магниевые сплавы являются более лёгкими, чем алюминиевые. Также следует использовать композитные материалы на основе полимерных веществ, имеющих низкую плотность и высокий к.к.к. В работе [2] для хранения водорода при давлениях 35 и 70 МПа баллоны для автомобилей сделаны из углеродно-композитных материалов.

В определённых условиях, например, в авиационной и космической сфере, водород хранится в криогенном состоянии. Однако, из-за низкой температуры ожижения водорода ( $-252,882^\circ\text{C}$ ), данный способ является много энергозатратным, получаемый эффект от применения водорода не покрывает затраченные расходы, поэтому жидкий водород применяется в индивидуальных случаях, например, в качестве ракетного топлива [3].

### **Химический способ хранения и использования водорода**

Химический способ хранения водорода вытекает из его состояния быть связанным в составах аммиака, кислот, щелочей, полимеров, спиртов, углеводов и других водородсодержащих химических веществ и материалов. Эти вещества в основном используются как сырьё в химической промышленности, но аммиак, спирты и углеводороды, ввиду сравнительно их большой теплотворной способности, используются так же, как энергоносители. Использование других химически связанных водородсодержащих веществ в качестве энергоносителя, в определённых условиях, связанных с их свойствами, также являются продуктивными.

Использование аммиака, спиртов и углеводов в качестве энергоносителей более безопаснее, чем использование самого водорода. В составах спиртов и углеводов, помимо водорода входит и углерод, традиционно используемый энергоноситель. При сжигании этих веществ, массовая теплотворность топлива складывается из теплотворностей углерода и водорода.

Эффективность хранения водорода в связанном состоянии проанализируем на примерах использования аммиака  $\text{NH}_3$  и метанола  $\text{CH}_3\text{OH}$ . Содержание водорода в их составах соответственно 17.65% и 12.5%, их теплотворность при сжигании 14.2 мДж/м<sup>3</sup> и 27.7 мДж/кг (19.4 мДж/м<sup>3</sup> в газообразном состоянии). Результатом сжигания аммиака является азот и вода, то есть процесс является безуглеродным, следовательно, экологически чистым.

Поскольку в составе метанола энергоносителями являются углерод и водород, то при его сжигании образуются  $\text{H}_2\text{O}$  и  $\text{CO}_2$ , как при сжигании бензина. Однако, при сжигании метанола кислородом воздуха, например, в двигателях внутреннего сгорания (ДВС) автомобиля, воздухопотребность топливовоздушной смеси в 2.3 раза меньше, чем при образовании смеси бензина с воздухом, из-за чего вырабатываемая энергия на единицу количества используемого воздуха при сжигании метанола выше, чем при сжигании бензина [4]. Данное исследование также показало, что для охлаждения ДВС с метанолом вместо водяного радиатора достаточно использование воздушного вентилятора.

Объёмная энергоёмкость метанола выше, чем у всех широко применяемых энергоносителей, включая водород. Так, при сжатии водорода в сосуде до 80 МПа, его масса будет всего 5-7% общей массы сосуда с топливом, а в случае использования метанола – 13% [4]. Следовательно, и энергоёмкость топлива возрастает на указанную величину.

Физико-химические свойства аммиака позволяют быть ему также эффективным энергоносителем. Аммиак хорошо растворяется в воде: при 20°C до 700, а при 0°C - до 1200 м<sup>3</sup>  $\text{NH}_3$  в 1 м<sup>3</sup>  $\text{H}_2\text{O}$ , сжижается при температуре -33°C и превращается в твердое состояние при -78°C. Аммиак в 8.5 раз тяжелее водорода. Эти свойства позволяют для хранения и транспортировки аммиака использовать разные способы от его нахождения под давлением, до превращения его в жидкость растворением в воде или ожижением. Также имеется возможность хранения и транспортировки аммиака в твердом состоянии. Аммиак образует взрывоопасные смеси с воздухом при его содержаниях 15-33,6%, однако обеспечение его безопасного хранения и транспортировки осуществляется при меньших затратах, чем при использовании водорода [5].

Важным свойством аммиака является его способность образовывать много разных соединений. В этом свойстве аммиака заложен большой потенциал для получения более эффективного энергоносителя, чем он сам. Так, атомы водорода в молекуле аммиака могут замещаться на метиловую группу ( $-\text{CH}_3$ ) с образованием моно-, ди- и три метиламина:  $\text{CH}_3\text{NH}_2$ ,  $\text{CH}_3\text{-NH-CH}_3$  и  $\text{CH}_3\text{-N-(CH}_3)_2$ . В составах этих веществ содержание водорода 15.5-16.1%, а содержание углерода 38.7-61%, то есть имеются 55.4-76.5 % углеводорода с большой теплотворностью. Также аммиак с бором образует гидрид  $\text{BNH}_6$ , боран аммиака, который имеет высокую объёмную энергоёмкость среди всех гидридов [6].

Учитывая большой потенциал аммиака быть одним из эффективных и безуглеродных энергоносителей проводятся широкие исследования разных сфер его применения путём прямого сжигания или разложения с образованием  $H_2$  и  $N_2$  с последующим сжиганием газообразного водорода [7, 8]. Близким по свойствам к аммиаку является гидразин  $N_2H_4$ , в котором содержание водорода 12.5%. Гидразин имеет широкое применение, в частности используется как эффективный энергоноситель части ракетного топлива.

### Гидриды – эффективные хранители водорода

Разновидностью химически связанного водорода является его нахождение в составах гидридов. По сути все соединения водорода с другими химическими элементами являются гидридами. Но, поскольку согласно принятой методике в химии все водородсодержащие вещества классифицируются согласно их составу, свойствам и назначению, то в группу под названием «гидриды» объединены отдельные вещества, имеющие свойства, несколько отличающиеся от свойств других веществ [6, 9].

Гидриды – соединения водорода с металлами и с теми неметаллами, которые имеют меньшую электроотрицательность, чем водород. Гидриды щелочных и щелочноземельных металлов относятся к ионным, гидриды переходных металлов к металлическим и неметаллов к ковалентным. Не характеризуя другие свойства и области применения гидридов, отметим, что они являются важными энергоносителями водородной энергетики. В табл. 2 приведены рассчитанные нами оценочные данные по теплотворности отдельных гидридов по содержанию водорода их состава.

Таблица 2

Гидриды, их водородоёмкость и теплотворность

Гидриды	Содержание водорода, % мас.	Теплотворность по содержанию водорода, мДж/кг
$AlH_3$	10.0	12.6
$LiH$	12.6	15.2
$NaH$	4.17	5.03
$KH$	2.5	3.02
$CaH_2$	4.8	5.79
$MgH_2$	7.66	9.24
$TiH_2$	4.04	4.87
$LiAlH_4$	10.5	12.66
$LiNH_2$	8.72	10.52
$LiBH_4$	18.4	22.2
$NaBH_4$	15.5	18.69
$NaAlH_4$	5.6	6.75
$KAlH_4$	5.7	6.87
$LaNi_5H_6$	1.37	1.65
$TiFeH_2$	1.9	2.29
$B_2H_6$	19.44	23.45
$NH_3$	17.65	18.7
$C_2H_2$	7.7	66.04
Гидрид палладия $Pd - H_2$	до 700 объёма $H_2$ в одном объёме Pd	

Из данных табл. 2 следует, что гидриды имеют сравнительно высокую плотность накопления водорода, следовательно и высокую энергоёмкость, являются эффективными хранителями водорода, хотя их удельная теплотворность меньше, чем у углеводородов [10, 11]. Важным вопросом при использовании гидридов являются условия и способы получения их энергии. Использование энергии жидких гидридов возможно даже при обычных условиях, в то же время, металлические гидриды являются твердыми веществами, которые могут разлагаться при повышенных температурах.

Для оптимизации процесса использования энергии твердых гидридов их формируют в виде гранул, состоящих из наночастиц, которые в условиях разложения отдадут свою энергию последовательным разложением частиц [12]. На таком принципе основана технология изготовления топливных элементов для автомобилей в виде «картриджа» из боран аммиака ( $\text{BNH}_6$ ), которая показала свою эффективность при испытании беспилотных летательных аппаратов [13, 14].

### **Органические носители водорода**

Одним из наиболее приемлемых способов хранения водорода является его абсорбирование в составах некоторых ненасыщенных органических соединений [15-18]. Ненасыщенные органические соединения могут хранить в себе до 6-6.2 % мас.  $\text{H}_2$ . При абсорбции водорода они гидрируются, а затем при определённых условиях их можно дегидрировать и выделить водород. Для многих органических абсорбентов процессы гидрирования и дегидрирования являются каталитическими, катализаторы и условия протекания реакций для каждого вещества индивидуальные. В качестве органических хранителей водорода исследованы циклоалканы (циклогексан, метилциклогексан и декалин), N-гетероциклы, N-этилкарбазол, дибензилтолуол, муравьиная кислота и некоторые другие. Хорошим абсорбентом являются углеводы, содержащие карбонильные ( $-\text{CO}$ ) и гидроксильные ( $-\text{OH}$ ) группы. По сравнению с другими органическими хранителями  $\text{H}_2$  использование углеводов более выгодно из-за низкой стоимости возобновляемого сырья для их производства, генерируемого из их состава водород высокой чистоты и других производственных факторов.

### **Адсорбционное хранение водорода в пористых материалах**

Сущность адсорбционного способа хранения водорода заключается в том, что он проникает в поры твердых материалов и содержится в них в определённых условиях. Исследованы применение цеолитов, активированного угля, металлоорганических каркасов и некоторых других пористых материалов для хранения  $\text{H}_2$  [19-21]. Количество адсорбируемого водорода в таких материалах зависит от размера и количества пор, удельной поверхности материала ( $\text{см}^2/\text{г}$ ), давления и температуры процессов адсорбции и десорбции. Размер пор адсорбента должен быть больше кинетического диаметра молекулы  $\text{H}_2$ , то есть 0.28 нм. Поглощение водорода разными составами цеолитов при давлении до 0.1 МПа и температуры жидкого азота 77 К составило от 0.37 до 1.5 % масс. В наноструктурированном углероде при указанных условиях адсорбируется от 3 до 7% масс.  $\text{H}_2$ . Только при легировании углеродных материалов гидридом магния  $\text{MgH}_2$  содержание адсорбированного

водорода при обычных условиях достигает 6.2 масс. %, что считается оптимальным для производственного применения данного способа хранения водорода.

Каркасы представляют собой еще один класс синтетических пористых материалов, которые хранят водород и энергию на молекулярном уровне. Они имеют неорганно-органические гибридные структуры, которые содержат металлические кластеры или ионы (вторичные строительные единицы) в качестве узлов и органические лиганды в качестве линкеров. По сравнению с традиционными цеолитами и пористыми углеродными материалами, металлоорганические каркасы являются более пористыми с развитой поверхностью, что обеспечивает высокое объемное поглощение водорода. Исследование по выявлению оптимальных способов хранения абсорбированного водорода в пористых материалах продолжается во многих странах, и к настоящему времени достигнута разработка таких металлоорганических каркасов, способных хранить от 7.5 до 14.0 % мас.Н<sub>2</sub> [22].

### Заключение

Проанализированы основные энергоёмкие способы хранения водорода и водородсодержащих веществ. Ввиду важности обсуждаемой проблемы, исследования по вопросу хранения и безопасного применения водорода и его энергоёмких соединений в качестве энергоносителя в разных отраслях техники целенаправленно выполняются во многих странах мира, и научный мир интенсивно дополняется результатами этих исследований, что благоприятно влияет на становление водородной энергетики.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Семенов В.П., Дубовкин Н.Ф., Смирнова Р.П. Водород, свойства, получение, хранение, транспортирование, применение. Справочник под ред. Д.Ю.Гамбург и Н.Ф.Дубовкина. – М.: Химия, 1982, 672 с.
2. Eberle, Ulrich, Fuel cell electric vehicles and hydrogen infrastructure / Ulrich Eberle, Bernd Mueller, Rittmar von Helmolt. – Energy & Environmental Science, 2012, №5 (10), p.8780.
3. Flynn, Thomas, Liquid hydrogeh. Thomas Flynn. Cryogenic Engineering, Second Edirion, Revised and Expended,CRG Press, 2004, p.401.
4. Савицкий В.Д., Терновая Л.Н. Применение метанола в качестве топлива для двигателя внутреннего сгорания. Нетрадиционная энергетика:проблемы машиностроения. 2010, т.13, №6, с.71-76.
5. Справочник азотчика, коллектив авторов под ред. Е.Н.Мельникова. – М.: Химия, 1967, т. 1, 452 с., 1969, т. 2, 459 с.
6. Жигач А.Ф., Стасиневич Д.С. Химия гидридов. – Л.: Химия, 1969, 676 с.
7. Avery W. A role for ammonia in the hydrogen economy. W. Avery. International Journal of Hydrogen Energy, 1988, №13 (12), pp. 761-773.
8. Lamb, Krystina E. Ammonia for hydrogen storage; A review of catalytic ammonia decomposition and hydrogen separation and purification. Krystina E. Lamb, Michael D. Dolan, Danielle F. Kennedy. – International Journal of Hydrogen Energy, 2019, 44 (7), pp. 3580–3593.
9. Мирсаидов У.М. Синтез, свойства и химическое превращение боро- и алюмогидридов металлов. – Душанбе: Дониш, 2005, 295с.
10. Meganne Core–Shell Strategy Leading to High Reversible Hydrogen Storage Capacity for NaBH<sub>4</sub> / Meganne Christian , Zinsou Aguey, François Kondo // ACS Nano, 2012, №6 (9): pp. 7739-7751.

11. Graetz, J.; Reilly, J.; Sandrock, G.; Johnson, J.; Zhou, W. M.; Wegrzyn, J. (2006). "Aluminum Hydride, AlH<sub>3</sub>, As a Hydrogen Storage Compound". doi:10.2172/899889. Archived from the original on 2019-10-21.
12. Sunandana, C.S. Nanomaterials for hydrogen storage. Resonance, 2007, №12 (5): pp. 31–36.
13. Mike Millikin "Toyota FCV Mirai launches in LA; initial TFCS specs; leaning on Prius analogy". Green Car Congress, Archived from the original on 2014-11-21. Retrieved 2014-11-23.
14. DOE Technical Targets for Onboard Hydrogen Storage for Light-Duty Vehicles. U.S. Department of Energy. Archived from the original on 2018-11-03. Retrieved 2018-12-14.
15. Teng, He «Liquid organic hydrogen carriers» / Teng He, Qijun Pei, Ping Chen – Journal of Energy Chemistry, 2015, №24 (5), pp. 587-594.
16. Teichmann, Daniel; "A future energy supply based on Liquid Organic Hydrogen Carriers (LOHC)" Daniel Teichmann, Wolfgang Arlt, Peter Wasserscheid, Raymond Freymann || Energy & Environmental Science, 2011, №4 (8): pp. 2767-2773.
17. US patent 7351395, "Hydrogen storage by reversible hydrogenation of pi-conjugated substrates"
18. Grasemann, Martin; Laurenczy, Gábor "Formic acid as a hydrogen source – recent developments and future trends". Martin Grasemann, Gabor Laurenczy Energy & Environmental Science, 2012, №5 (8), pp. 8171-8181.
19. Li, Yingwei «Hydrogen Storage in Low Silica Type X Zeolites"/ Yingwei Li, Ralph T.Yang. – The Journal of Physical Chemistry B., 2006, №110 (34), pp. 17175-17181.
20. Vvilla Marta «Energy storage applications of activated carbons: supercapacitors and hydrogen storage» / Marta Vvilla, Robert Mokaya. – Energy Environ. Sci., 2014, №7 (4), pp.1250-1280.
21. Blankenship II « Oxygen-rich microporous carbons with exceptional hydrogen storage capacity» / II Blankenship, Scott Troy, Norah Balahmar, Robert Mokaya Nature Communications, 2017, №8 (1), p. 1545.
22. Rochat, Sébastien "Hydrogen storage in polymer-based processable microporous composites" /Sebastien Rochat, Katarzyna Krasna Polak, Tian Mi and ets. – Journal of Materials Chemistry A., 2017, №5 (35), pp.18752-18761.

А.ШАРИФОВ, Ў.М.МИРСАИДОВ, З.Х.ФАЙБУЛЛОЕВА\*, Т.Х.ГАДОЕВ\*\*

## УСУЛҲОИ СЕРҒУНҶОИШИ НИГОҲДОРИИ ГИДРОГЕН

*Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,*

*Институти химияи ба номи В.И.Никитини АМИ Тоҷикистон,*

*\*Донишгоҳи техникии Тоҷикистон ба номи академик М.С.Осими,*

*\*\*ҶСК «Азот»*

Дар мақола усулҳои нигоҳдории гидроген барои афзоиш додани энергиягунҷоиши ҳаҷмӣ ва истифодабарии беҳатари он ба сифати энергиябарандаи сабз таҳлил шудаанд.

**Калимаҳои калидӣ:** гидроген, истеҳсолот, нигоҳдорӣ, энергиягунҷоиш, фишор, ҳарорат, гидрид, зичӣ, мустаҳкамӣ, беҳатарӣ, фоиданокӣ.

A.SHARIFOV, U.M.MIRSAIDOV, Z.H.GAIBULLAEVA\*, T.H.GADDOEV\*\*

## ENERGY INTENSITY METHODS FOR STORING HYDROGEN

*National Academy of Sciences of Tajikistan,  
V.I.Nikitin Institute of Chemistry of the NAS Tajikistan,  
\*M.S.Osimy Tajik Technical University,  
\*\* OAO "Tajikazot"*

The article analyzes methods of hydrogen storage to increase its volumetric energy intensity and safe use as an energy carrier of green energy.

**Key words:** hydrogen, production, storage, energy intensity, pressure, temperature, hydrides, density, strength, safety, efficiency.

### **Сведения об авторах:**

**Шарифов Абдумумин** – доктор технических наук, профессор, Институт химии им.В.И.Никитина, главный научный сотрудник. E-mail: sharifov49@mail.ru;

**Мирсаидов Ульмас Мирсаидович** – доктор химических наук, профессор, академик НАНТ, Институт химии им.В.И.Никитина НАН Таджикистана, главный научный сотрудник. E-mail: ulmas2005@mail.ru;

**Гайбуллаева Зумрад Хабибовна** – доктор технических наук, Таджикский технический университет им. акад. М.С.Осими. E-mail: zumratihabib@rmbler.ru;

**Гадоев Тоджидин Хуснидинович** – ОАО «Таджиказот», главный инженер



УДК 669

Специальность: 1.4.4 – Физическая химия

Т.М.УМАРОВА, И.И.НАСРУЛЛОЕВ

## СИНТЕЗ СПЛАВОВ АЛЮМОМАТРИЧНОЙ КОМПОЗИЦИИ Al-SiO<sub>2</sub>

*Филиал МГУ имени М.В.Ломоносова в г.Душанбе*

*Поступила в редакцию 06.09 2023 г.*

*В статье представлены результаты синтеза сплава на основе технического алюминия и кремнийсодержащего материала взамен кристаллического кремния, что позволяет сэкономить металл. В работе также представлены результаты физико-химических методов анализа, измерения плотности и микротвёрдости синтезированных в лабораторных условиях сплавов.*

**Ключевые слова:** алюминий, кремнийсодержащий материал, синтез, силумины, рентгенофазовый анализ, плотность, микротвёрдость.

Благодаря высоким значениям физико-химических характеристик, высокой коррозионной стойкости, алюминиевые сплавы зарекомендовали себя как надёжный конструкционный материал, широко используемый в авиационной, автомобильной, приборостроительной, судостроительной и электротехнической промышленности. Сплавы на основе алюминия с кремнием (силумины) перспективны для производства изделий и конструкций с надёжным потенциалом в плане его применения за счёт возможности снижения веса и стоимости конструкции в сравнении со сплавами на основе других металлов.

В рамках концепции Lean Production, решается задача разработки и внедрения эффективных ресурсосберегающих технологий производства сплавов требуемого качества из недорогих материалов. В металлургической промышленности широко применяются изделия различного назначения из сплавов на основе алюминия, из которых особое место занимают силумины. Принимая во внимание высокую стоимость первичного металла, применяемого в производстве промышленных сплавов, актуальной представляется разработка ресурсосберегающего способа получения силумина из кремнийсодержащих материалов (КСМ) взамен кристаллического кремния. Проблема разработки новых

---

*Адрес для корреспонденции:* Умарова Татьяна Мухсиновна. 734003, Республика Таджикистан, ул. Бохтар 35/1. Филиал МГУ имени М.В. Ломоносова в г. Душанбе. E-mail: umarova04@mail.ru.

ресурсосберегающих способов получения литейных сплавов остаётся актуальной, включая как фундаментальные исследования, так и прикладные разработки [1, 2].

До изучения свойств промышленного сплава марки АК7, которому посвящено немалое количество работ, изначально необходимо изучить влияние добавки КСМ на технический алюминий, поскольку при получении промышленных сплавов не используется высокая степень чистоты металла-основы. По сути синтез промышленного сплава из чистых компонентов – задача сложная и в лабораторных условиях не представляется возможным из-за высокой температуры плавления кремния, поэтому *цель* нашей работы состоит в синтезе сплава на основе алюминия технической чистоты неклассическим способом, путём добавки кремния в виде кремнийсодержащего материала, изучение физико-химических свойств синтезированных сплавов. При таких условиях синтеза кремний распределяется в сплаве достаточно равномерно, процент кремния должен увеличиться, что позволит сэкономить металл.

Данная работа является продолжением исследований в области синтеза и изучения физико-химических свойств сплавов на основе алюминия [3-7].

### Экспериментальная часть

Сплав получали на основе алюминия марки А7 [8], далее алюминий легировали кремнийсодержащим материалом в количестве до 1.0 г к общему весу алюминия (50 г). Для синтеза и возможности проведения дальнейших физико-химических исследований использованы следующие приборы и материалы: печь муфельная ПМ-8 013/262, сканирующий электронный микроскоп JSM-35CF JEOL с Si(Li), дифрактометр ДРОН-3, микроскоп NIKON 2700, прибор ПМТ-3 (для измерения микротвёрдости), аналитические весы OHAUS AR-2140, пресс-форма стальная для литья, тигли корундовые (V=25 мг), абразивный материал различной дисперсности, реактивы для травления (HF, NaOH).

Расчёт шихты соответствовал составам, представленным в табл.1.

Таблица 1

Состав силумина с добавкой КСМ

№	вес Al, г	вес КСМ, г
1	50.0	-
2	49.5	0.5
3	49.0	1.0

В указанные выше составы шихт вводили алюминий с учётом угара.

Так как данный метод синтеза не является классическим, то был интересен каждый шаг в синтезе сплава с добавкой КСМ, тем более невозможно было ориентироваться на диаграмму состояния, поскольку кремний вводился не в чистом виде. Технически особых сложностей синтеза не возникало, важно было прореагирует ли до конца добавка КСМ с металлом-основой. Сплавы получали в муфельной печи, температура печи составляла 900°C, выдержка не менее 25 минут с периодическим перемешиванием расплава для достижения однородности состава и удаления оксидной пленки перед заливкой в пресс-

форму. Во избежание дефектов литья, пресс-форму прогревали до температуры 300-350<sup>0</sup>С. Из полученных таким образом сплавов, в стальной изложнице отливали цилиндрические образцы диаметром 10 мм и длиной 50-60 мм.

Необходимо отметить, что алюминий, взятый в качестве материала-основы, при добавке КСМ имеет хорошие литейные свойства, о чём свидетельствует отсутствие усадочной раковины, трещин и пористости. Для проведения дальнейших исследований была выполнена механическая обработка поверхности синтезированных сплавов, торец выровняли, после чего шлифовали на абразивном материале от грубой до мелкой дисперсности.

### Результаты эксперимента

Изучение морфологии и определение состава проводилось на сканирующем электронном микроскопе JSM-35CF JEOL с Si(Li) с энергодисперсионным спектрометром и системой анализа ISIS Link Oxford при ускоряющем напряжении 20 кВ и токе зонда 1 нА.

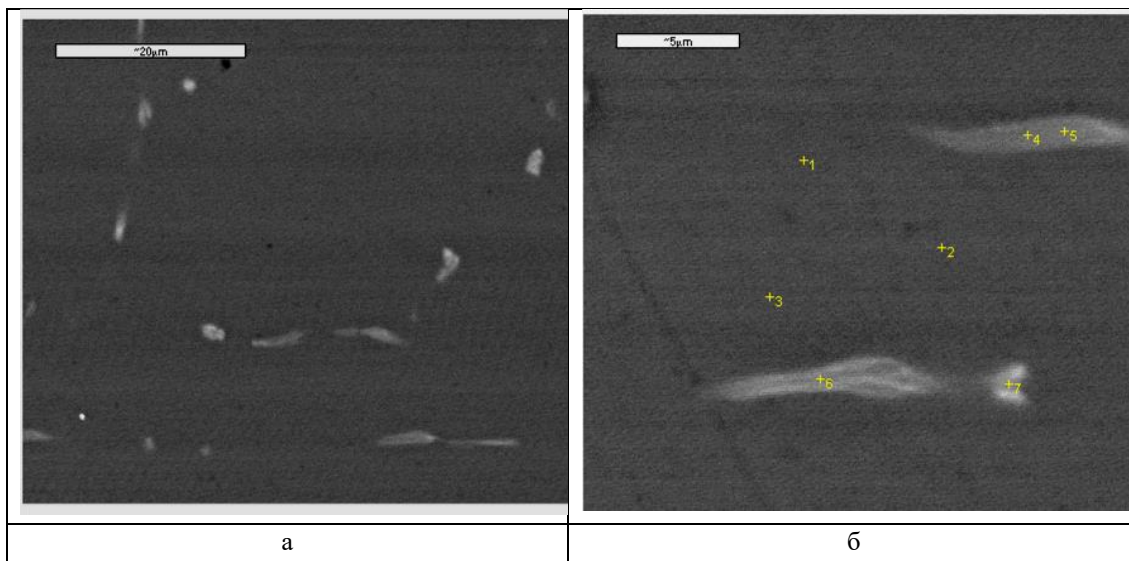
Рентгеновская порошковая диаграмма получена на дифрактометре ДРОН-3, Cu – анод, Ni – фильтр, скорость счетчика – 1 градус/мин. Рентгенофазовый анализ проведен в Институте геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии Национальной академии наук Таджикистана. Для этого сплавы доводили до нужных размеров (обрезка торцов, шлифовка боковой части образцов), получали металлический порошок одинаковой дисперсности. Затем готовую массу порошка со спиртом равномерно наносили на стеклянную кювету (d=20 мм) и высушили (рис. 1).



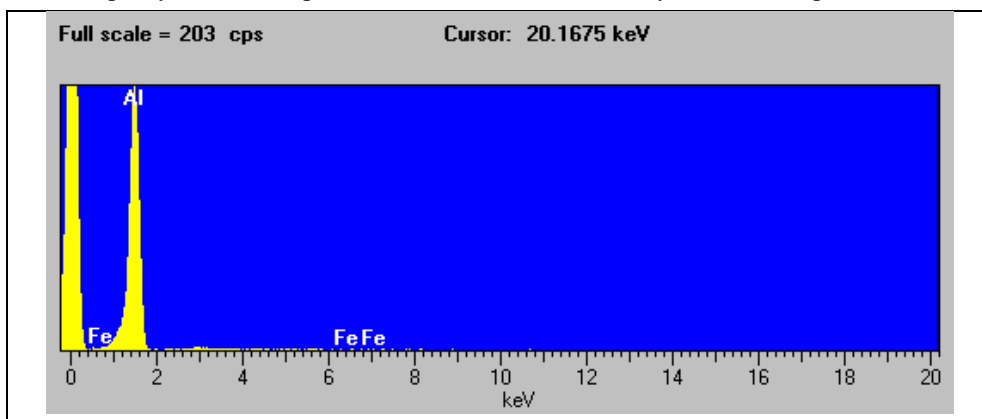
Рис. 1. Подготовка образцов сплавов к РФА.

Полированный образец (аншлиф) сплава Al+1г КСМ в отраженном свете под металлографическим микроскопом однородный и зональность в нём не обнаружена. Методом рентгенофазового анализа, в образце определен лишь алюминий, который соответствует базовым рентгенограммам. Чувствительность рентгенофазового метода не позволила определить содержание элемента в содержании менее 1% (линии на дифрактограмме имеют очень слабые отражения). На картинках распределения элементов видно, что серые участки в основном состоят из алюминия и в качестве примеси содержат лишь железо (рис. 2), в отдельных участках наблюдаются светлые участки, отличающиеся более высокими содержаниями железа (рис. 2 а, б. табл. 2, 3). Следует отметить, что кроме основных компонентов (Al и Fe) в составе данного образца, при чувствительности энергодисперсионного

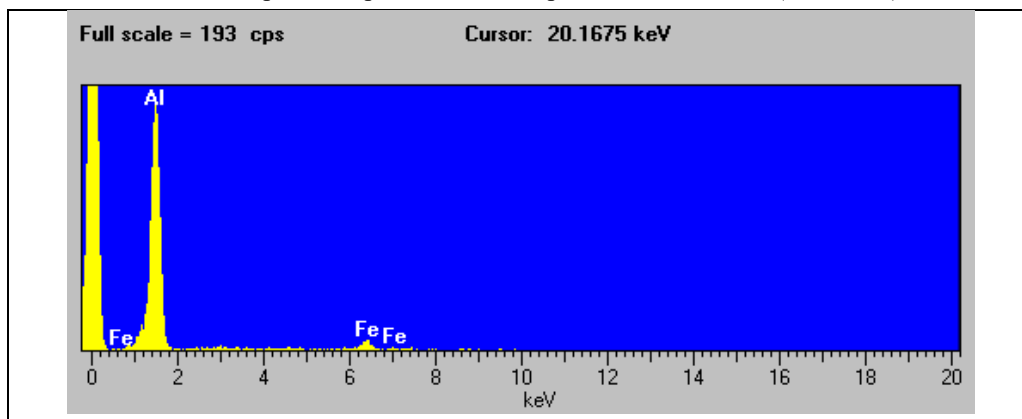
спектрометра (рис. 3, 4), других элементов с содержанием 1 и более процента не обнаружено (табл. 2, 3).



**Рис. 2.** Изображения с полированной поверхности образца Al+1г КСМ в отраженных электронах BSE, а - б – серые участки содержат до 0.85 % Fe, а в светлых участках содержание Fe до 6.58 %.



**Рис. 3.** Энергодисперсионный спектр сплава алюминий (точки 1-3).



**Рис. 4.** Энергодисперсионный спектр сплава алюминий (точки 4-7).

Таблица 2

Химический состав (мас. %) образца Al+1 г КСМ, номера соответствуют участкам анализа, показанным на рис 1б (серые участки)

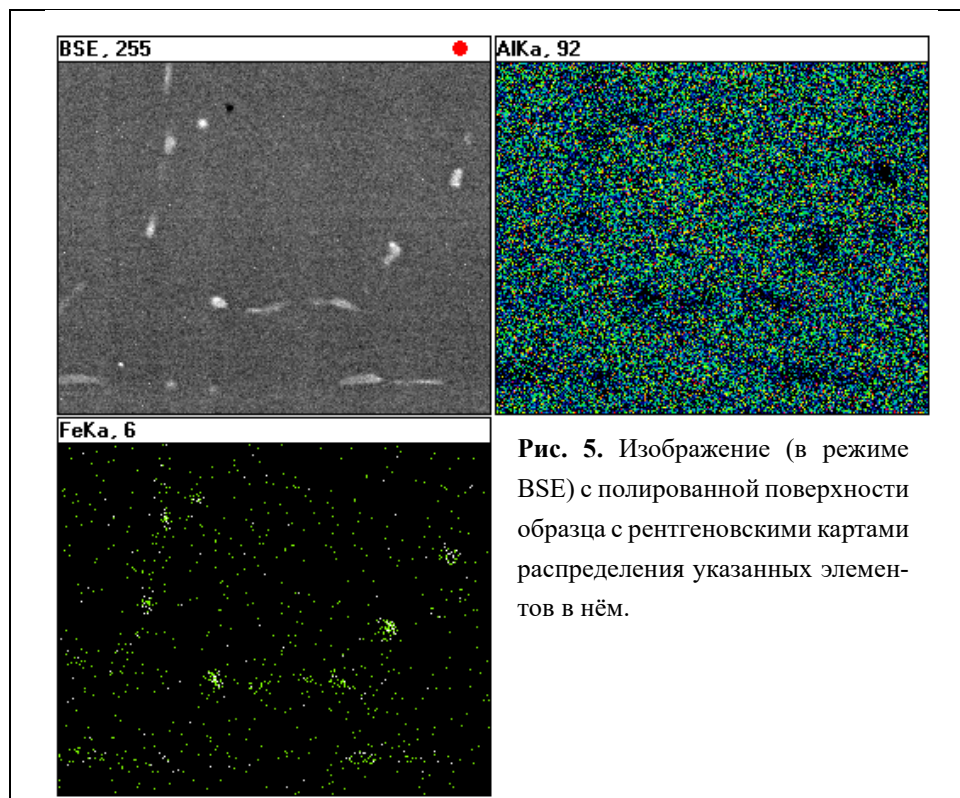
<b>1.</b>	Spect.	Element	Atomic	<b>3.</b>	Spect.	Element	Atomic
Elmt	Type	%	%	Elmt	Type	%	%
Al K	ED	99.27	99.59	Al K	ED	98.86	99.90
Fe K	ED	0.85	0.41	Fe K	ED	0.21	0.10
Total		100.12	100.00	Total		99.07	100.00
<b>2.</b>	Spect.	Element	Atomic				
Elmt	Type	%	%				
Al K	ED	99.63	99.88				
Fe K	ED	0.25	0.12				
Total		99.88	100.00				

Таблица 3

Химический состав (мас. %) образца Al+1г КСМ

<b>4.</b>	Spect.	Element%	Atomic%	<b>6.</b>	Spect.	Element%	Atomic%
Elmt	Type			Elmt	Type		
Al K	ED	93.70	96.99	Al K	ED	93.84	96.81
Fe K	ED	6.01	3.01	Fe K	ED	6.41	3.19
Total		99.72	100.00	Total		100.24	100.00
<b>5.</b>	Spect.	Element%	Atomic%	<b>7.</b>	Spect.	Element%	Atomic%
Elmt	Type			Elmt	Type		
Al K	ED	93.90	96.72	Al K	ED	93.60	96.82
Fe K	ED	6.58	3.28	Fe K	ED	6.37	3.18
Total		100.48	100.00	Total		99.97	100.00

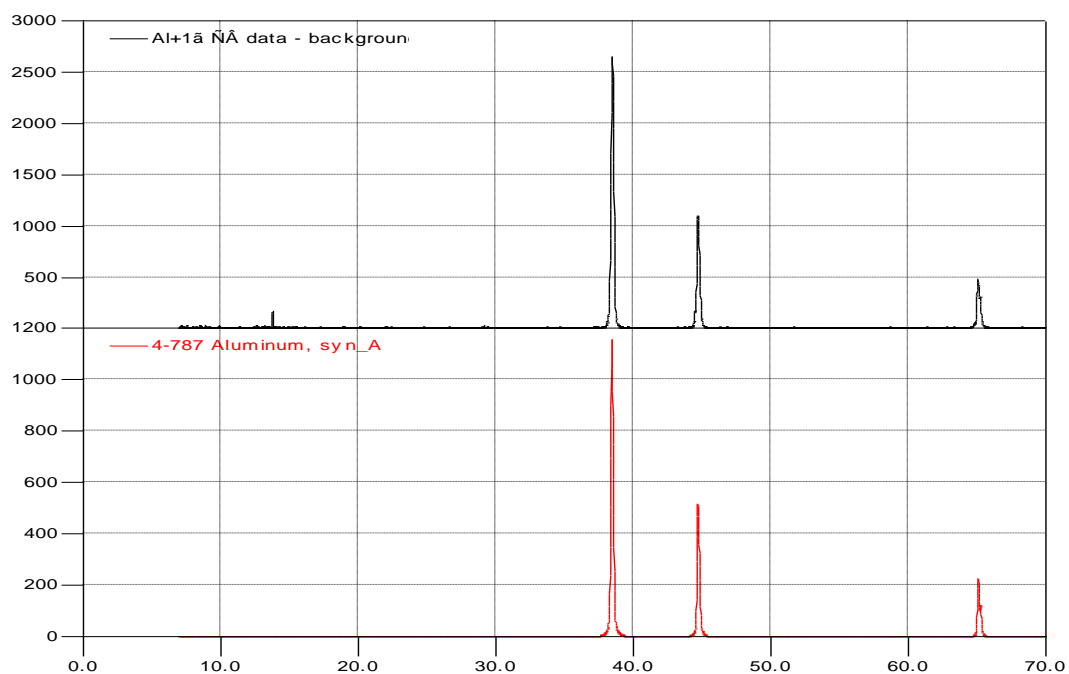
Примечание: Номера соответствуют участкам анализа, показанным на рис 1б (белые участки).



На рис. 5 представлено изображение (в режиме BSE) с полированной поверхности образца с рентгеновскими картами распределения указанных в нём элементов.

Вращение образца приводит к увеличению эффективного объёма, участвующего в формировании дифракционной картины и уменьшению влияния текстуры. РФА снимали на рентгеновском дифрактометре «ДРОН-3», угол от 7 до 70 град. со скоростью 4 град/мин, (излучение Cu K $\alpha$  с длиной волны  $\lambda = 1.5405 \text{ \AA}$ , Ni-фильтр). При нахождении кристаллических фаз использовалась программа Search-Match-DEMO (Физико-технического института имени С.Умарова и вторично в Институте геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии НАНТ).

На рис. 6 показана дифрактограмма образца синтезированного сплава Al+1г КСМ (рентгенограмма исследуемого образца (верхняя), рентгенограмма алюминия в качестве сравнения из рентгеновской базы (нижняя)).



**Рис. 6.** Дифрактограммы образца Al+1г КСМ.

Плотность исследуемого образца определяли методом гидростатического взвешивания. Микротвёрдость измерена на приборе ПМТ-3 тарированном по NaCl при нагрузке 20 г, среднее по 5 замерам при разбросе 27-33, результаты представлены в табл. 4.

Таблица 4

Значения плотности и микротвёрдости образцов алюминия с КСМ

Образец ИМС	Плотность, г/см <sup>3</sup>	Микротвёрдость, МПа
Al+1г КСМ	2.71	290
Al* (для сравнения)	2.69	135-153

### Выводы

В результате проведенных исследований выявлено следующее:

- введение кремния в виде КСМ в содержании до 1% в расплав алюминия не эффективно, следовательно, при дальнейшем изучении влияния кремния на физико-химические свойства алюминия (и его сплавы), необходимо увеличить концентрацию КСМ в 5 раз и более;

- добавка кремния в содержании 2% к общему весу технического алюминия не повлияла на изменение его плотности, тогда как микротвёрдость сплава увеличилась практически в два раза, что является важным фактором при создании конструкций с малым весом и высокими прочностными характеристиками.

В заключении, выражаем благодарность сотрудникам Института геологии, сейсмостойкого строительства и сейсмологии Национальной академии наук Таджикистана Мирасову М.А., Шодибекову М.А. и Сайидмудасири М. за помощь в проведении физико-химического анализа.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Марукович, Е.И. Технологии высокого уровня. – Наука и инновации: научно-практический журнал, 2007, № 11, с. 87–89.
2. Современные литейные технологии: Монография. Н.К.Тольчко [и др.]; под ред. Н.К.Толочко и А.С.Калиниченко. – Минск: БГАТУ, 2009, 359 с.
3. Умарова Т.М., Трубнякова Э.Д., Ганиев И.Н. Электрохимическое исследование медистых силуминов модифицированных стронцием. – ЖПХ (г. Санкт-Петербург), 1987, №9, с. 2111-2115.
4. Умарова Т.М., Семенова О.Н., Ганиев И.Н. Физико-химические свойства модифицированных стронцием цинковистых силуминов. – Передовой опыт (ДСП). 1987, №7.
5. Умарова Т.М., Ганиев И.Н., Семенова О.Н., Махмудов М. Механические и литейные свойства модифицированных стронцием медистых и цинковых силуминов. – Литейное производство. 1988, №6, с.10-12.
6. Умарова Т.М., Ганиев И.Н. Анодные сплавы алюминия с марганцем, железом и редкоземельными металлами. Монография. – Душанбе: изд-во Дониш, 2008, 273 с.
7. Umarova T.M. Influence of micro alloying (including REM) on the phase composition and properties of aluminum alloys. – «5th International Conference on Material Science and Engineering Technology (ICMSET 2016)». The University of Tokyo, Tokyo, Japan. OCTOBER 29-31, 2016. Materials Science Forum ISSN: 1662-9752. SBN-13: 978-3-0357-1028-1/Materials Science and Engineering Technology V. 2016, vol. 890, pp.331-338.
8. ГОСТ 1583-93 Сплавы алюминиевые литейные. Технические условия. Дата введения 1997-01-01.

Т.М.УМАРОВА, И.И.НАСРУЛЛОЕВ

## СИНТЕЗИ МАТРИЦАИ АЛЮМИНИИ ХУЛАҲОИ Al-SiO<sub>2</sub>

*Филиали ДДМ ба номи М.В.Ломоносов дар ш.Душанбе*

Дар мақола натиҷаҳои синтези хӯла дар асоси алюминийи техникӣ ва маводи кремнийдор барои иваз кардани кремнийи кристаллӣ оварда шудааст, ки барои сарфаи металл имкон медиҳад. Дар қор инчунин натиҷаҳои усулҳои таҳлили физикӣ ва химиявӣ, ҷенкунии зичӣ ва микросахтии хӯлаҳои дар шароити лабораторӣ синтезшуда оварда шудаанд.

**Калимаҳои калидӣ:** алюминий, маводи кремнийдор, синтез, силуминҳо, таҳлили марҳилаи рентгенӣ, зичӣ, микросахтӣ.

T.M.UMAROVA, I.I.NASRULLOEV

## SYNTHESIS OF ALUMINUM MATRIX COMPOSITION Al-SiO<sub>2</sub> ALLOYS

*Lomonosov Moscow State University in Dushanbe*

The article presents the results of the synthesis of an alloy based on technical aluminum and silicon-containing material to replace crystalline silicon, which allows saving metal. The work also presents the results of physical and chemical analysis methods, measurements of density and microhardness of alloys synthesized in laboratory conditions.

**Key words:** aluminum, silicon-containing material, synthesis, silumins, X-ray phase analysis, density, microhardness.

### **Сведения об авторах:**

**Умарова Татьяна Мухсиновна** – доктор технических наук, Филиал МГУ им.М.В.Ломоносова в г. Душанбе, главный специалист отдела E-mail: umarova04@mail.ru



УДК 544÷536

Специальность: 1.4.4 – Физическая химия

И.М.РАХИМОВ, Д.Х.МИРЗОЕВ, Т.Б.ХОЛМАТОВ, А.М.ИСОЕВ, М.М.ТАГОЕВ  
ТЕРМОДИНАМИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ПРОЦЕССОВ РАЗЛОЖЕНИЯ  
КАОЛИНОВЫХ ГЛИН МЕСТОРОЖДЕНИЯ ЧАШМА-САНГА  
ТАДЖИКИСТАНА МИНЕРАЛЬНЫМИ КИСЛОТАМИ И  
УКСУСНОЙ КИСЛОТОЙ

*Национальная академия наук Таджикистана,  
Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана*

*Поступила в редакцию 08.02.2024 г.*

*В работе приведён сравнительный термодинамический анализ возможности протекания ряда химических реакций при обработке алюмосиликатных руд Таджикистана ортофосфорной, соляной, азотной, серной и уксусной кислотами. Анализ показал, что вероятности протекающих реакций минералов алюмосиликатных руд с серной кислотой более предпочтительны по сравнению с другими кислотами.*

**Ключевые слова:** алюмосиликатная руда, разложение, термодинамический анализ, минеральные кислоты, уксусная кислота.

Как известно, самопроизвольное протекание изобарно-изотермического процесса определяется двумя факторами: энтальпийным, связанным с уменьшением энтальпии системы ( $\Delta H$ ), и энтропийным ( $T\Delta S$ ), обусловленным увеличением беспорядка в системе вследствие роста её энтропии. Разность этих термодинамических факторов является функцией состояния системы, называемой изобарно-изотермическим потенциалом или свободной энергией Гиббса ( $G$ , кДж).

Изменения энергии Гиббса позволяют решить, не прибегая к опыту, многие задачи, встречающиеся в химических реакциях.

---

*Адрес для корреспонденции:* Рахимов Илхомиддин Мирзоевич, 734063, Республика Таджикистан, г. Душанбе, ул. Айни, 299/2, Институт химии им. В.И.Никитина НАНТ.  
E-mail: rahimzod\_74@mail.ru.

Ранее в работах [1-5] были изучены процессы разложения алюмосиликатных руд с различными кислотами, в частности азотной, соляной, ортофосфорной и уксусной. Используя справочные данные [6, 7], были рассчитаны термодинамические характеристики протекающих реакций при разложении алюмосиликатных руд с указанными кислотами.

В данной работе с целью выбора наиболее подходящей кислоты для переработки алюмосиликатного сырья, а также условий проведения процесса проведена сравнительная термодинамическая оценка протекающих реакций при разложении алюмосиликатной руды с вышеуказанными кислотами.

Как было отмечено выше, важной термодинамической характеристикой реакций, непосредственно связанной с направлением их протекания и величиной константы равновесия, является изменение энергии Гиббса ( $\Delta G$ ) для реакций, протекающих при постоянном давлении и температуре.

В таблице приведены рассчитанные значения изменения энергии Гиббса при разложении каждого минерала алюмосиликатного сырья с различными кислотами при стандартных условиях и температуре 371°C.

Из таблицы видно, что значения энергии Гиббса при разложении алюмосиликатной руды указанными кислотами, для всех реакций отрицательны, кроме соляной и уксусной. Судя по значениям энергии Гиббса, имеется вероятность протекания всех реакций при разложении алюмосиликатной руды почти со всеми кислотами, кроме соляной и уксусной. При разложении алюмосиликатной руды с HCl реакции протекают, хотя значения ( $\Delta G$ ) являются положительными. В случае с HCl на разложение, возможно, влияют другие параметры процесса разложения.

На рис. 1 и 2 приведены значения энергии Гиббса разложения каждого минерала алюмосиликатной руды с различными кислотами при стандартных условиях и максимальной температуре (371°C) по отдельности.

Таблица

Значения изменения энергии Гиббса при разложении каждого минерала алюмосиликатного сырья с различными кислотами

	Минеральные кислоты									
	H <sub>3</sub> PO <sub>4</sub>		HCl		HNO <sub>3</sub>		H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub>		CH <sub>3</sub> COOH	
Алюмосиликатная руда	$\Delta G$ при 298°C	$\Delta G$ при 371°C	$\Delta G$ при 298°C	$\Delta G$ при 371°C	$\Delta G$ при 298°C	$\Delta G$ при 371°C	$\Delta G$ при 298°C	$\Delta G$ при 371°C	$\Delta G$ при 298°C	$\Delta G$ при 371°C
Каолинит	-111.23	-125.2	386.3	369.46	-289.18	-303.82	-152.36	-152.30	11.43	70.18
Гидрослюда	-438.54	-487.4	560.30	536.54	-175.38	-126.67	-3876.2	-3900.2	16.49	111.80
Иллит	-352.80	-390.13	631.21	615.40	-153.95	-109.33	-3811.9	-3888.8	48.64	142.48
Гётит	-64.09	-67.70	15.27	48.17	-105.51	-68.36	-157.01	-154.91	64.57	97.12
Гематит	-125.23	-129.75	18.24	53.82	-102.55	62.70	-154.05	-149.26	132.1	199.91
Гидраргилит	-29.3	-38.05	219.99	209.67	25.43	-11.79	-99.704	-103.20	32.04	59.63

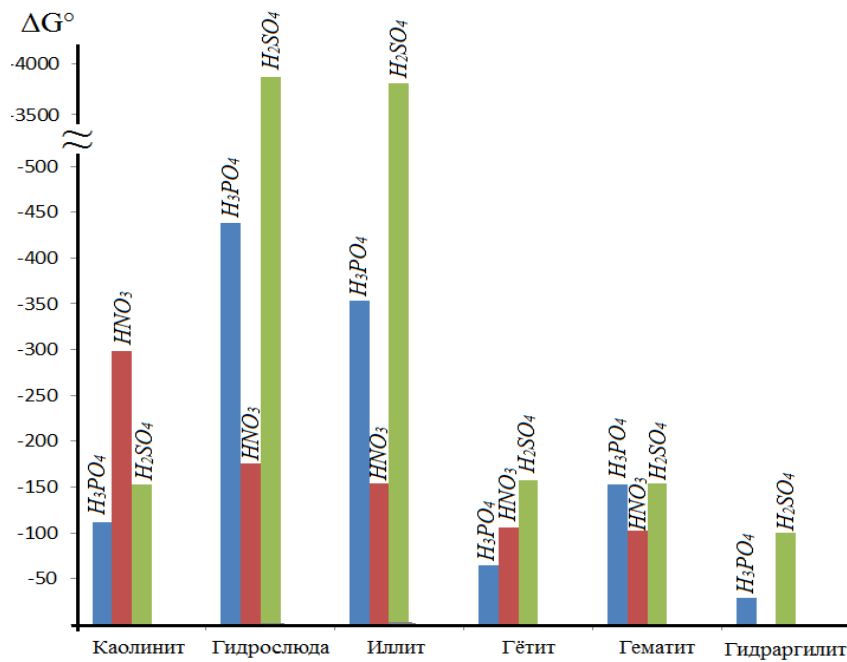


Рис. 1. Термодинамический анализ разложения минералов алюмосиликатной руды при стандартных условиях.

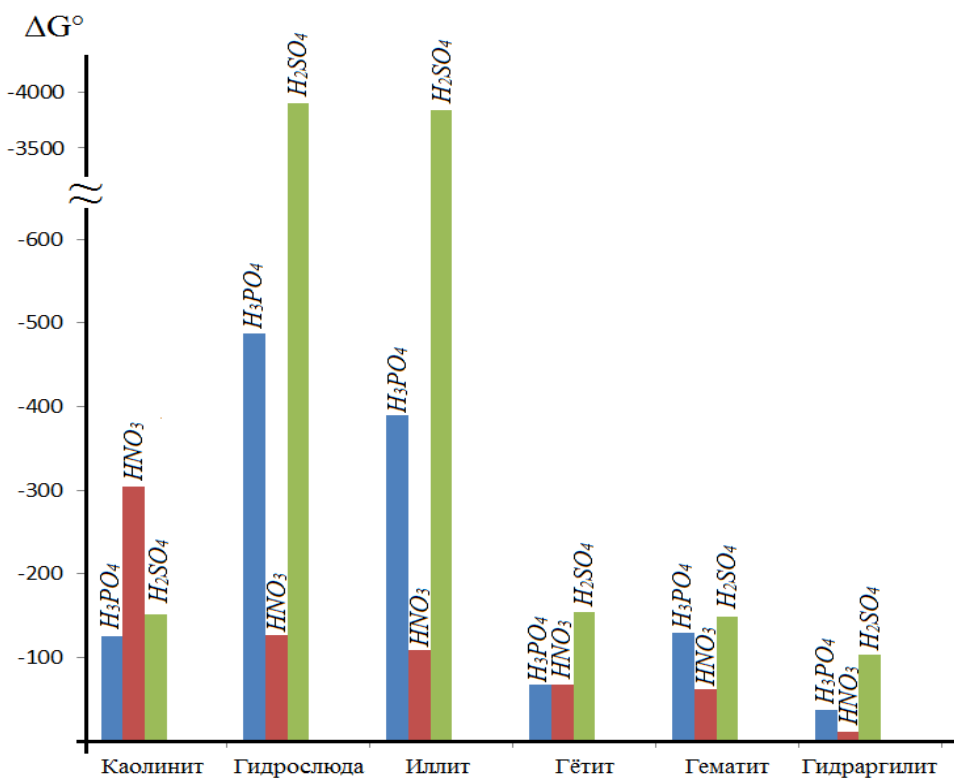


Рис. 2. Термодинамический анализ разложения минералов алюмосиликатной руды при температуре 371°C.

Как видно из рис. 1 и 2, наиболее предпочтительной для разложения является серная кислота, где значения  $\Delta G$  являются более отрицательными. Минералы гидрослюда, иллит также имеют большие отрицательные значения  $\Delta G$ . При более высоких температурах (371°C) при разложении ортофосфорной кислотой алюмосиликатной руды также отмечены наибольшие отрицательные значения  $\Delta G$ . Таким образом, для минералов каолинита, гидрослюда и иллита более подходящей является серная кислота.

Таким образом, сравнительный термодинамический анализ разложения алюмосиликатной руды с кислотами показывает вероятность протекания реакций с минералами сырья Чашма-Сангского месторождения Таджикистана. Наиболее перспективным реагентом для разложения является серная кислота, а при более высоких температурах – ортофосфорная кислота.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Отаев Ш.Д., Гафурзода С.М., Аъзамов Ш.О., Мирзоев Д.Х. Оценка процесса разложения аргиллитов месторождения Чашма-Санг минеральными кислотами. – Междунар. научно-практ. конф. «Перспективы использования материалов, устойчивых к коррозии, в промышленности Республики Таджикистан». – Душанбе, 2018, с.24.
2. Каюмов А.М., Мирзоев Д.Х., Отаев Ш.Д., Гафурзода С.М. Физико-химические основы разложения низкокачественных алюминийсодержащих руд минеральными кислотами. – Там же, с.26
3. Мирзоев Д.Х., Отаев Ш.Д., Гафурзода С.М., Аъзамов Ш.О. Оценка процесса разложения каолиновых глин минеральными кислотами и уксусной кислотой. – Там же, с.126.
4. Отаев Ш.Д., Мирзоев Д.Х., Каюмов А.М., Мирсаидов У.М. Термодинамическая оценка разложения каолиновых глин месторождения Чашма-Санг Таджикистана минеральными кислотами. – Изв. АН РТ, 2019, №4(177), с.98.
5. Отаев Ш.Д., Мирзоев Д.Х., Джамолов Н.Н. и др. Термодинамический анализ протекающих процессов при разложении каолиновых глин месторождения Чашма-Санг Таджикистана фосфорной кислотой. – ДАН РТ, 2019, т.62, №11-12.
6. Мирзоев Д.Х., Бобоев Х.Э., Пулатов М.С., Мирсаидов У.М. Сернокислотное разложение зелёных глин месторождения Чашма-Санг Таджикистана. – ДАН РТ, 2005, т. 48, № 7, с. 36-42.
7. Бобоев Х.Э., Сафиев Х., Рузиев Д.Р., Мирсаидов У.М. Термообработка и сернокислотное разложение каолинсодержащего сырья Зиддинского месторождения. – ДАН РТ, 1995, т.38, №3-4, с.41- 45.

И.М.РАҲИМОВ, Д.Х.МИРЗОЕВ, Т.Б.ХОЛМАТОВ, А.М.ИСОЕВ, М.М.ТАҒОЕВ

#### **ТЕРМОДИНАМИКАИ МУҚОИСАВИИ БАҲОДИҲИИ РАВАНДИ ТАҶЗИЯИ ГИЛҲОҚҲОИ КАОЛИНИИ КОНИ ЧАШМА-САНГИ ТОҶИКИСТОН БО КИСЛОТАҲОИ МИНЕРАЛӢ ВА КИСЛОТАИ СИРКО**

*Академияи миллии илҳои Тоҷикистон,  
Институти кимиёи ба номи В.И.Никитини АМИ Тоҷикистон*

Дар мақола таҳлили муқоисавии термодинамикии имконпазирии гузариши як қатор таомулҳои кимиёӣ ҳангоми коркарди маъданҳои алюмосиликати Тоҷикистон бо

кислотаҳои ортофосфор, хлорид, нитрат, сулфат ва сирко оварда шудааст. Таҳлилҳо нишон доданд, ки эҳтимолияти гузариши таомулҳои маъданҳои алюмосиликатӣ бо кислотаи сулфат нисбат ба дигар кислотаҳо бартарӣ доранд.

**Калимаҳои калидӣ:** маъданҳои алюмосиликатӣ, таҷзия, таҳлили термодинамикӣ, кислотаҳои маъданӣ, кислотаи сирко.

I.M.RAKHIMOV, D.KH.MIRZOEV, T.B.KHOLMATOV, A.M.ISOEV, M.M.TAGOEV  
**COMPARATIVE THERMODYNAMIC ASSESSMENT OF THE PROCESSES  
OF DECOMPOSITION OF KAOLIN CLAYS OF THE CHASHMA-SANGA  
DEPOSIT OF TAJIKISTAN BY MINERAL ACIDS AND ACETIC ACID**

*National Academy of Sciences of Tajikistan,  
V.I.Nikitin Institute of Chemistry of the NAS Tajikistan*

The work provides a comparative thermodynamic analysis of the possibility of a number of chemical reactions occurring during the processing of aluminosilicate ores of Tajikistan with orthophosphoric, hydrochloric, nitric, sulfuric, and acetic acid. The analysis showed that the probabilities of reactions of aluminosilicate ore minerals with sulfuric acid are more preferable compared to other acids.

**Key words:** aluminosilicate ores, decomposition, thermodynamic analysis, mineral acids, acetic acid.

**Сведения об авторах:**

**Рахимов Илхомиддин Мирзоевич** – кандидат технических наук, Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана, заведующий лабораторией «Комплексная переработка минерального сырья и промышленных отходов». E-mail: rahimzod\_74@mail.ru;

**Мирзоев Давлатмурод Хайруллоевич** – кандидат технических наук, Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана, ведущий научный сотрудник лаборатории «Комплексная переработка минерального сырья и промышленных отходов». E-mail: davlatmurod.mirzoev.71@mail.ru;

**Холматов Туйчи Бурихонович** – докторант PhD, Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана, лаборатория «Комплексная переработка минерального сырья и промышленных отходов». E-mail: 988090937@mail.ru;

**Исоев Акрам Мухибуллоевич** – докторант PhD, Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана, лаборатория «Комплексная переработка минерального сырья и промышленных отходов». E-mail: akramisoev32@gmail.ru;

**Тагоев Муродбек Махмадалиевич** – кандидат технических наук, Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана, ведущий научный сотрудник лаборатории «Комплексная переработка минерального сырья и промышленных отходов». E-mail: murodbek.tagoev@mail.ru;

УДК 669.054:669.071

Специальность: 1.4.4 – Физическая химия

Н.М.САИДОВ, Ш.С.ДЖУМАЕВ\*, ДЖ.Р.РУЗИЕВ\*\*

**ВОССТАНОВЛЕНИЕ СХВАТЫВАЮЩЕГО СВОЙСТВА ФТОРОГИПСА  
С ПРИМЕНЕНИЕМ РАЗНЫХ ДОБАВОК**

*Национальная академия наук Таджикистана,  
Институт химии им. В.И.Никитина НАН Таджикистана,  
\*Душанбинский филиал Национального  
исследовательского технологического университета «МИСИС»,  
\*\*Таджикский национальный университет*

*Поступила в редакцию 06.02.2024 г.*

*В работе приведены результаты исследования состава фторогипсовых отходов ООО «Талко-Кемикал» от производства фтористых солей и их переработка в виде товарной продукции, в том числе для строительных материалов. Проведен химический анализ состава отходов. Изучена степень помола. Проведен сравнительный анализ состава фторогипсовых отходов со строительным гипсом, и на их основе установлено, что для получения строительного материала фторогипсовые отходы должны обладать вяжущими свойствами.*

**Ключевые слова:** фторогипс, сульфат кальция, фракционный состав, химический анализ, рентгенофазовый анализ, срок схватывания, механическая прочность.

Промышленные отходы от переработки минерального сырья в основном являются неоднородными, сложными поликомпонентными системами, смесями различных веществ, обладающими различным химическим составом и физико-химическими свойствами. Они представляют серьезную экологическую, токсическую, химическую опасность для окружающей среды и здоровья человека [1, 2], что делает вопрос их утилизации весьма актуальным. Утилизация аналогичных отходов требует либо их переработки с целью получения из них безопасных продуктов народного потребления, в том числе в производстве строительных материалов, либо захоронение для уменьшения наносимого вреда окружающей

---

*Адрес для корреспонденции:* Саидов Насим Музаффарович 734063, - Душанбе, Республика Таджикистан, Институт химии им В.И.Никитина НАНТ, ул. Айни, 299/2, E-mail: [saimn\\_jns@mail.ru](mailto:saimn_jns@mail.ru).

среды. В мире, чаще всего отходы от переработки минерального сырья утилизируются путем применения в производстве строительных материалов.

Утилизация промышленных отходов и их использование в производстве строительных материалов позволяет покрыть до 40% потребностей в сырье. Применение отходов промышленности на 10-30% снижает затраты на изготовление строительных материалов по сравнению с производством их из природного сырья, а капитальные вложения при этом снижаются на 35-50% [3-4].

При взаимодействии серной кислоты с флюоритом образуется большое количество отходов в виде фторогипса, что составляет около 75000 тонн в год. В связи с этим была поставлена задача по изучению физико-химических свойств фторогипсовых отходов с целью определения способа их утилизации. Известно, что в мире фторогипсовые отходы перерабатывают с целью получения аналога строительного гипса для применения в производстве строительных материалов. В связи с этим, полученные результаты по изучению физико-химических свойств фторогипсовых отходов сравнивались со стандартным строительным гипсом (алебастр). Результаты проведенных исследований приведены в табл. 1.

Таблица 1

Сравнительные физико-химические показатели фторогипса ООО «Талко-Кемикал» со строительным гипсом

Физико-химические показатели	Фторогипс	Строительный гипс
Гигроскопическая влага (50-55°C), %	0.15-0.35	0.4-0.5
Кристаллизационная влага (400°C), %	0.4-0.8	5-6
CaSO <sub>4</sub> *2H <sub>2</sub> O, %	3.5	26.23
CaSO <sub>4</sub> *0,5H <sub>2</sub> O, %	0.9	16
Растворимый ангидрит, %	0.003	1.2
Оксид серы (VI), %	56-57	-
Сульфат кальция (расч.),	95-97	-
Оксид кремния и нерастворимый остаток, %	1-2	-
Кислотность, %	0.05	-

Как видно из результатов табл. 1 наблюдаются различия по содержанию кристаллизационной влаги, 2- и 0.5-водного сульфатов кальция и растворимого ангидрита, фторогипсовые отходы ООО «Талко-Кемикал» отличаются от традиционного строительного гипса.

Для определения степени помола фторогипсовые отходы ООО «Талко-Кемикал» были подвергнуты фракционному анализу (табл. 2).

Таблица 2

Степень помола фторогипсового отхода ООО «Талко-Кемикал»

Фракции, мм	+2.5	-2.5+1.6	-1.6+0.315	-0.315+0.1	-0.1
Содержание фракции, %	24.65	7.85	20.41	36.16	10.93

Из табл. 2 видно, что по степени помола фторогипсовые отходы сильно различаются даже от вида гипса грубого помола с индексом степени помола I, где надрешеточный продукт размером +0.2 мм не должен превышать 23 %.

Дальнейшие исследования были направлены на изучение состава фторогипсовых отходов для создания технологических основ его переработки в виде товарной продукции. Для этого партии проб с определённым фракционным составом, показанным в табл. 2 были подвергнуты исследованию по определению физико-химических показателей. Результаты представлены в табл. 3.

Таблица 3

Физико-химические показатели фракционного состава фторогипса  
ООО «Талко-Кемикал»

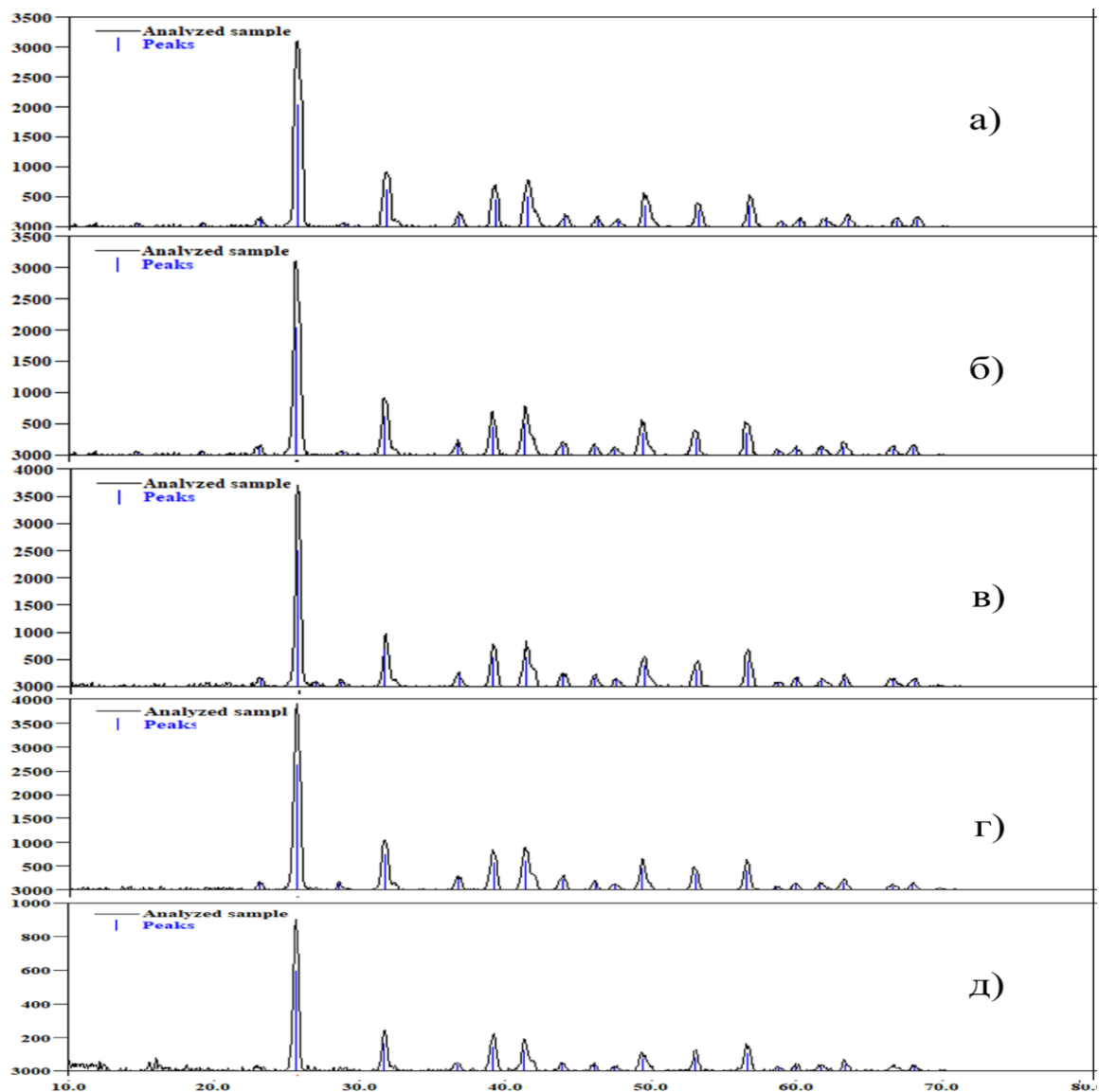
Физико-химические показатели	Показатели по фракциям				
	+2.5	-2.5+1.6	-1.6+0.315	-0.315+0.1	-0.1
Гигроскопическая влага (50-55°C), %	0.14	0.13	0.16	0.12	0.15
Кристаллизационная влага (400°C), %	0.58	0.50	0.57	0.64	0.52
CaSO <sub>4</sub> ×2H <sub>2</sub> O, %	2.77	2.39	2.72	3.06	2.48
CaSO <sub>4</sub> × 0,5H <sub>2</sub> O, %	0.40	0.20	0.40	0.30	0.20
Оксид серы (VI), %	67.90	67.92	68.85	67.90	68.89
Оксид кальция, %	28.32	28.54	28.89	28.45	28.32
Сульфат кальция, %	96.22	96.46	97.74	96.35	97.21
pH среда	2.48	2.18	2.03	2.06	2.52

Как видно из табл. 3, по физико-химическим показателям отдельные фракции практически не отличаются.

Для достоверности результатов количественного анализа пробы отдельно взятых фракций, был проведен качественный анализ с применением РФА, результаты которого представлены на рис. 1.

Результаты проведенного рентгенофазового анализа подтверждают наличие количественно установленных фаз, в том числе ангидрита. По всей видимости, ангидрид - сернокислый кальций безводный, обладающий недостаточной вяжущей способностью, образовался при производстве фтористого водорода под воздействием высоких температур не превышающих 500-600°C. Ангидрид с такими свойствами препятствует непосредственному его применению в качестве строительных вяжущих материалов. Поэтому, на первой стадии была поставлена задача по поиску возможностей улучшения вяжущей способности фторогипсового отхода.





**Рис. 1.** Рентгенограммы фторогипса в зависимости от фракционного состава:

- а) фракция более 2.5 мм; б) фракция больше 1.6 мм, но меньше 2.5 мм; в) фракция больше 0.315 мм, но меньше 1.6 мм; г) фракция больше 0.1 мм, но меньше 0.315 мм;
- д) фракция меньше 0.1 мм.

На основе анализа литературных данных, с целью улучшения вязкости, в состав фторогипсовых отходов были добавлены некоторые отходы различных производств, в том числе смесь солей хлоридов кальция и натрия, которые являлись отходами предприятия Таджикхимпром по выпуску гидроокиси натрия и жидкого хлора. Надо отметить, что Таджикхимпром находится рядом с предприятием по производству фтористых солей и поэтому в случае положительных результатов вопрос логистики не является проблемным.

Известно, что смесь хлоридов кальция и натрия имеет сорбционные свойства, а также ионы хлора, что улучшает вяжущую способность исследуемого продукта. Был

проведен анализ выбранной в качестве добавок смеси солей отходов Таджикхимпрома и установлено, что в них содержание хлоридов натрия доходит до 80% и хлоридов кальция до 20%, соответственно. Другой добавкой являлась зола местного угля действующей в городе Душанбе Теплоэлектростанции (ТЭЦ), которая в качестве топлива использует твердые местные углеродосодержащие минералы (уголь). Результаты проведенных анализов местного угля показали, что зольность в них составляет 25-30%. В составе золы в основном содержатся алюмосиликатные минералы.

Основные условия определения вяжущих свойств – это определение оптимального количества состава шихты, влияющей на сокращение срока схватывания и механической прочности на изгиб и сжатие. Поэтому различный заранее приготовленной шихты после смешивания с водой и проведение технологической цепочки подвергался исследованию. Результаты представлены в табл. 4.

Как видно из табл. 4 при добавлении 3 % (трех процентов) смеси солей хлоридов натрия и кальция в состав фторогипса, время начала схватывания составляло 14 часов, что по сравнению с исходным фторогипсом данный показатель уменьшился более, чем в два раза. При этом время конца схватывания составило 22 часа, что по сравнению к исходному фторогипсу уменьшилось более, чем в 3 раза. Присутствие смеси солей сильно влияет на механические свойства фторгипса. При увеличении концентрации смеси солей до 3% механическая прочность на изгиб увеличивается в 21 раз, а механическая прочность на сжатие увеличивается в 20 раз.

Таблица 4

Влияние количества добавок на срок схватывания фторогипса

№ пробы	Состав, мас. %			Стандартная консистенция, %	Время схватывания, часов		Механическая прочность МПа	
	фторогипс	Смесь CaCl <sub>2</sub> +NaCl	шлако – отходы ТЭЦ		Начало	Конец	На изгиб	На сжатие
1	100	0	0	21.83	31	43	0.50	0.72
2	99	1	0	21.71	26	37.5	0.8	3.20
3	98	2	0	21.68	15	21	10.7	10.4
4	97	3	0	21.52	14	22	10.8	10.4
5	95	5	0	21.20	18	26	10.8	10.4
6	99	0	1	21.61	25	38	1.12	0.89
7	98	0	2	21.59	18	28	2.56	0.96
8	97	0	3	21.35	17	26	2.58	0.97
9	96	0	4	21.24	18	30	2.57	0.97
10	95	0	5	21.14	17	29	2.58	0.96

Также в этой же таблице приведены результаты исследования влияния золы из отходов ТЭЦ на свойства фторгипса. Из приведенных результатов видно, что при добавлении 3 % золы начало схватывания примерно 1.8 раз, а конец схватывания примерно в 1.6 раза

уменьшается. Присутствие золы незначительно влияет на механическую прочность фторгипса (всего 5раз).

Приведенные лабораторные исследования показали, что добавление смеси солей хлоридов натрия и кальция - отходы предприятия (Таджикхимпром) и отходы ТЭЦ города Душанбе даёт принципиальные возможности выбора путей утилизации отходов фторгипса ООО «Талко-Кемикал» в виде продукта.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Технологические и санитарно-экологические проблемы утилизации и захоронения твердых и бытовых отходов, пути их решения в Белгородской области. Материалы областного семинара - совещания. – Губкин, 1998. с. 62-64.
2. Жмур Н.С. Государственный и производственный контроль токсичности методами биотестирования в России. – М.: Международный Дом сотрудничества, 1997, 114с.
3. Саидов Н.М., Джумаев Ш.С., Рузиев Дж.Р. Разработка технологии утилизации кальций сульфат-содержащих отходов производства фтористоводородной кислоты. Материалы международной научно-методической конференции на тему «Прогресс – наука химия, технология, посвященной 20-летию образования кафедры химической технологии и экологии и 20-летию изучения и развития естественно-математических и точных дисциплин в области науки и образования» – Душанбе, 2023, с. 53-54
4. Саидов Н.М., Джумаев Ш.С., Рузиев Дж.Р. Физико-химические аспекты изучения фракционного и химического состава отходов при производстве фтористого водорода ООО «ТАЛКО Кемикал». – Материалы международной научно-практической конференции на тему «XIII Ломоносовские чтения посвященной 115-летию академика Бободжона Гафурова». – Душанбе, 2023, с.219-223.

Н.М.САИДОВ, Ш.С.ЧУМАЕВ\*, Ч.Р.РУЗИЕВ\*\*

## BARQAROR NAMUDANI XUSUSIYATHOI CHASPAKII FTOROGIPS BO ISTIFODAI ILOVAHOI GUNOGUN

*Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,*

*Институти химияи ба номи В.И.Никитини АМИ Тоҷикистон,*

*\*Филиали Донишгоҳи миллии таҳқиқотии технологӣ «МИСиС» дар ш.Душанбе,*

*\*\*Донишгоҳи миллии Тоҷикистон*

Дар мақола натиҷаҳои омӯзиши таркиби партовҳои фторогипс аз ҚДММ «Талко-Химикал» аз истеҳсоли намаки фторид ва қорқарди он дар шакли маҳсулоти бо сифат, аз ҷумла масолеҳи сохтмонӣ оварда шудааст. Таҳлили химиявии таркиби партовҳои гузаронида шуд. Дарачаи суфтакунӣ омӯхта шудааст. Таҳлили муқоисавии таркиби партовҳои фторгипс ва гачи бинокори гузаронида, дар асоси он муқаррар карда шуд, ки барои ба даст овардани масолеҳи бинокорӣ партовҳои фторгипс бояд ҳосиятҳои часпаки дошта бошанд.

**Калимаҳои калидӣ:** фторгипс, сулфати калсий, таркиби қасрӣ, таҳлили кимиёвӣ, таҳлили марҳилаи рентгенӣ, вақти муқаррарӣ, мустаҳками механикӣ.

N.M.SAIDOV, SH.S.JUMAEV\*, J.R.RUZIEV\*\*

## RESTORING THE SETTING PROPERTIES OF FLUOROGYPSUM USING VARIOUS ADDITIVES

*National Academy of Sciences of Tajikistan,*

*V.I.Nikitin Institute of Chemistry, NAS of the Tajikistan,*

*\*Dushanbe branch of National Research Technological University "MISIS",*

*\*\*Tajik National University*

The paper presents the results of a study of the composition of fluorogypsum waste from Talco-Chemical LLC from the production of fluoride salts and its processing in the form of commercial products, including building materials. A chemical analysis of the waste composition was carried out. The degree of grinding has been studied. A comparative analysis of the composition of fluorogypsum waste and building gypsum was carried out, and on its basis it was established that in order to obtain a building material, fluorogypsum waste must have astringent properties.

**Key words:** fluorogypsum, calcium sulfate, fractional composition, chemical analysis, X-ray phase analysis, setting time, mechanical strength.

### **Сведения об авторах:**

**Саидов Насим Музаффарович** – Институт химии им В.И.Никитана НАН Таджикистана, соискатель лаборатории комплексной переработки минерального сырья и промышленных отходов  
E-mail: saimn\_jns@mail.ru.

**Джумаев Шамс Садикович** – кандидат химических наук, Душанбинский филиал Национального исследовательского технологического университета «МИСИС», старший преподаватель кафедры «Энергоэффективные и ресурсосберегающие технологии».  
E-mail: shams.d@mail.ru.

**Рузиев Джура Рахимназарович** – доктор технических наук, профессор, Таджикский национальный университет, профессор кафедры прикладной химии. E-mail: ruzievgura71@mail.ru

**ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК ТАДЖИКИСТАНА**  
**ОТДЕЛЕНИЕ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ, ХИМИЧЕСКИХ,**  
**ГЕОЛОГИЧЕСКИХ И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК**  
**№1 (194), 2024 г.**

---

**РАДИАЦИОННАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ**

УДК 623.454.862

Специальность: 2.4.9 – Ядерные энергетические установки, топливный цикл,  
радиационная безопасность

И.МИРСАИДЗОДА (И.У.МИРСАИДОВ), Б.Б.БАРОТОВ, Ш.Р.МУРОДОВ,  
Ф.МУХИДИНОВА, У.М.МИРСАИДОВ

**РАДИОЭКОЛОГИЧЕСКИЙ МОНИТОРИНГ НА НЕКОТОРЫХ ИСТОРИ-**  
**ЧЕСКИХ И ТУРИСТИЧЕСКИХ ОБЪЕКТАХ ТАДЖИКИСТАНА**

*Национальная академия наук Таджикистана,*  
*Агентство по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности*  
**НАН Таджикистана**

**Поступила в редакцию 06.02.2024 г.**

*Проведены измерения радиационного фона на историческом объекте крепость Хулбук и туристическом объекте Чилдухтарон. Изучено содержание естественных радионуклидов в почвах территорий, прилегающих к объектам. Определены суммарные альфа- и бета-активности в пробах вод из водных объектов рядом с объектами. При обследовании радиационно-аномальных точек не обнаружено, и эти объекты с радиационной точки зрения безопасны для населения и туристов.*

**Ключевые слова:** мониторинг, почва, удельная активность, естественная радиоактивность, радионуклиды, Хатлонская область, крепость Хулбук, Чилдухтарон.

Ежегодно тысячи туристов посещают различные исторические и туристические объекты Таджикистана. В древности для строительства крепостей и замков, а также для их укрепления использовали камни и гранитовые материалы. Некоторые из них могут содержать природные радионуклиды в больших концентрациях. Кроме того, туристические объекты в горных местностях также могут находиться вблизи пород и месторождений радиоактивных элементов уран-ториевого ряда. Такими объектами часто интересуются учёные и специалисты для изучения и оценки радиационной безопасности, так как излучения от этих объектов могут внести вклад в общую годовую дозу для населения.

Радиоэкологический мониторинг был проведён на историческом объекте крепость Хулбук и туристическом объекте Чилдухтарон, с целью измерения радиационного фона,

---

**Адрес для корреспонденции:** Баротов Бахтиёр Бурхонович. 734025, Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 33, Агентство по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности НАНТ, E-mail: b.barotov@cbrn.tj.

выявления радиационных аномалий и определения влияния объекта на облучение населения от природных источников. Из всех видов источников природные составляют 1/5 часть годовой дозы облучения [1]. Естественные радиоактивные изотопы тория, радий и калий наиболее распространены в горных породах, и их вклад в несколько раз значительнее, чем вклад от космических лучей. Ограничение облучения населения достигается путём установления и соблюдения принципов радиационной защиты от отдельных природных источников излучения [2].

### **Материалы и методы**

Хулбук – это крупный исторический комплекс в Таджикистане, который находится вблизи кишлака Курбан-Шаид Восейского района Хатлонской области. Комплекс включает в себя Дворец правителя, цитадель и уцелевшие части городища IX-XII вв. В конце прошлого века Хулбук был внесён организацией ЮНЕСКО в кандидаты на звание объекта Всемирной исторической ценности и наследия. Современный Хулбук занимает площадь порядка 70 га, из которого большую часть занимают современные постройки. Из древней истории городища сохранились лишь немногие фрагменты. После долгой реконструкции этот археологический комплекс был открыт для посетителей в 2006 году. Сегодня можно посетить исторический музей-заповедник «Хулбук», который занимает более 16 га. Ежегодно несколько тысяч туристов со всех уголков мира приезжают насладиться видом цитадели и дворца, побродить среди старинных стен и построек, а также оценить более пяти тысячи экспонатов музея [3].

Цитадель древнего Хулбука имеет прямоугольную форму и делится на две части. Южная часть обладает мощными защитными стенами высотой около 15 м. Площадь её составляет всего 50x50 м. Северная часть цитадели занимает гораздо большую площадь, однако её стены значительно ниже южных (10 м). Общая площадь цитадели составляет 50x150 м. Внутри крепости располагается Дворец правителя, который сохранился практически в идеальном состоянии.

Измерение радиационного фона осуществлялось откалиброванным дозиметрическим прибором Атомтех рюкзачного типа со сцинтиляционным гамма-детектором. Гамма-съёмка проводилась пешим ходом, как внутри крепости, так и на территории вокруг него. На данном приборе результаты измеренных мощностей доз от гамма-излучения с привязкой географических координат регистрируются автоматически. При обработке данных можно создать карты с указанием мест с фоновой радиацией и с повышенной мощностью дозы.

Исследовано 8 образцов почв внутри крепости и вокруг из пашенных земель для радионуклидного анализа. Отбор проб почвы проводили согласно ГОСТ 17.4.3.01-2017 [4] от поверхности земли до глубины 25 см. Из общей массы методом квартования отбирали образцы объёмом более 1 л. Почвы высушивали до воздушно-сухого состояния, измельчали на мельнице и просеивали через сито диаметром отверстий 2 мм.

Измерения радионуклидов в пробах почвы проводились на гамма-спектрометре с детектором из особо чистого германия (CANBERA, программное обеспечение Genie-2000) с неопределённостью измерения от 5 до 12%. Для гамма-спектрометрического измерения проб использовали стандартный сосуд «Маринелли» объёмом 1 л.

Кроме того, из водопровода возле музея Хулбука и из скважины неподалеку от этого места были взяты и проанализированы пробы воды согласно методике [5].

### Результаты обследований

На рис. 1 показаны точки, где проводились измерения мощности дозы гамма-излучения внутри и вокруг крепости. Измерения показали, что мощность дозы гамма-излучения на этом участке равна от 0.09 до 0.12 мкЗв/ч, что меньше среднего радиационного фона по Таджикистану.



Рис. 1. Точки измерения радиационного фона в крепости Хулбук.

Отобранные пробы почвы вокруг крепости и кирпичей её здания были проанализированы на содержание радионуклидов. Гамма-спектрометрический анализ проб показал, что они содержат природные радионуклиды в допустимых количествах (табл.1). В них доминируют изотопы К-40, Ra-226 и Ac-228. Пробы воды, взятые возле музея Хулбука и из скважины неподалеку от этого места, были проанализированы на суммарную альфа- и бета-активность. Радионуклидный анализ показал, что суммарная активность альфа- и бета-радионуклидов в этих пробах составляет 0.03 и 0.34 Бк/л, соответственно, и не превышает установленных норм.

Исследования в районе крепости Хулбук показали, что здесь нет радиационной аномалии и она безопасна для населения и посетителей с радиационной точки зрения.



Таблица 1

Среднее содержание радионуклидов в пробах почв вокруг крепости Хулбук

Нуклид	Средневзвешенная активность, Бк/кг	Погрешность, Бк/кг
Ka-40	540	22.00
Вl-212	12	1.10
PВ-212	11	1.10
Вl-214	22	0.74
PВ-214	18	1.20
RA-226	48	5.10
AC-228	25	0.71
U-238	2	2.53

*Туристический объект Чилдухтарон в Муминабадском районе*

Муминабадский район имеет богатые туристические ресурсы и приемлем для развития горного, спортивного, этнографического и экологического туризма. Достопримечательность Чилдухтарон весьма привлекательна для отечественных и иностранных туристов. Местность Чилдухтарон с её красивой природой, горами, лугами, лесами и чистыми родниками покорила сердца туристов. Тысячи отечественных и зарубежных туристов мечтают побывать в этой красивой местности.



**Рис. 2.** Точки измерения радиационного фона в районе Чилдухтарон.

На туристическом объекте Чилдухтарон измерение радиационного фона осуществлялось также дозиметрическим прибором Атомтех рюкзачного типа. Гора в



местности Чилдухтарон имеет высоту 2000 м над уровнем моря и расположена между двумя речками. Измерения проводились в основном вокруг горы, по которой гуляют посетители (рис. 2). Измерения показали, что мощность дозы гамма-излучения на этом участке составляет от 0.08 до 0.18 мкЗв/ч, что соответствует среднему радиационному фону Таджикистана. Радиационный фон на дорогах вокруг горы очень низкий по сравнению с подножием горы.

Также из пашенных и заброшенных земель вокруг горы были взяты пробы почвы для радионуклидного анализа. Гамма-спектрометрический анализ проб показал, что они содержат природные радионуклиды в допустимых количествах (табл. 2). В пробах почв у подножья горы обнаружено небольшое количество радионуклида цезия-137, что указывает на его атмосферное выпадение. Кроме того, была взята проба воды из родника вблизи этой местности, суммарная активность альфа- и бета-радионуклидов пробы составляет 0.02 и 0.28 Бк/л, соответственно, и не превышает установленные нормы. В местности Чилдухтарон также не обнаружено радиационной аномалии.

Таблица 2

Среднее содержание радионуклидов в пробах почв пашенных земель и в пробах почв у подножья горы в районе Чилдухтарон

Проба почвы	Пашенные земли		Подножье горы	
	Средневзвешенная активность, Бк/кг	Погрешность, Бк/кг	Средневзвешенная активность, Бк/кг	Погрешность, Бк/кг
К-40	487	20	418	18
Cs-137	-	-	7.3	0.5
PВ-210	16	3.5	-	-
ВI-212	21	2.0	23.3	2.1
PВ-212	22	1.5	18.6	1.5
ВI-214	27	0.8	18.0	1.0
PВ-214	25	1.5	23.7	1.5
RA-226	57	5.8	58.0	6.9
AC-228	34	0.9	29.0	1.1
U238+dau	11	2.4	-	-

### Заключение

При проведении измерения радиационного фона на историческом объекте крепость Хулбук и туристическом объекте Чилдухтарон аномальных точек не выявлено. Содержание естественных радионуклидов в почвах прилегаемых к объектам территорий, соответствует природному фону для данной местности. Суммарная альфа- и бета-активности в пробах вод не превышают установленных норм. Эти объекты с радиационной точки зрения безопасны для населения и туристов.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Старков В.Д., Мигунов В.И. Радиационная экология. – Тюмень: ФГУ ИПП «Тюмень», 2003.
2. Нормы радиационной безопасности (НРБ-06): Санитарные нормы и правила СанПин 2.6.1.001-06. Утверждены приказом Директора Агентства по ядерной и радиационной безопасности

- Академии наук Республики Таджикистан от 25.12.2006 г. №12. Зарегистрировано в Министерстве юстиции Республики Таджикистан 16 января 2007 года, регистрационный №237.
3. Хулбук (археологический комплекс) – Википедия (wikipedia.org).
  4. ГОСТ 17.4.3.01-2017. Охрана природы (ССОП). Почвы. Общие требования к отбору проб. Межгосударственный стандарт. – М.: Стандартинформ, 2018, 9 с.
  5. Суммарная альфа- и бета-активность водных проб. Методика измерений альфа-бета радиометром УМФ-2000.

И.МИРСАИДЗОДА (И.У.МИРСАИДОВ), Б.Б.БАРОТОВ, Ш.Р.МУРОДОВ,  
Ф.МУҲИДИНОВ, У.М.МИРСАИДОВ

## **МОНИТОРИНГИ РАДИОЭКОЛОГИЌ ДАР БАЪЗЕ МАВЗЕЪҲОИ ТАЪРИХИ ВА САЙЁҲИИ ТОҶИКИСТОН**

*Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,  
Агентии амнияти химиявӣ, биологӣ, радиатсионӣ ва ядроии АМИ Тоҷикистон*

Дар мавзеи таърихии қалъаи Хулбук ва мавзеи сайёҳии Чилдухтарон ченкунии фони радиатсионӣ гузаронида шуд. Микдори радионуклидҳои табиӣ дар хоки минтақаҳои назди объект омӯхта шуд. Фаъолнокии умумии алфа ва бета дар намунаҳои об аз манбаъҳои нӯшокии дар наздикии макон муайян карда шуд. Дар рафти муоина ягон нуқтаҳои аномалии радиатсионӣ ошкор карда нашуд ва объектҳо аз нуқтаи назари радиатсионӣ барои аҳоли ва сайёҳон бехатар аст.

**Калимаҳои калидӣ:** мониторинг, хок, фаъолнокии хос, радиоактивияти табиӣ, радионуклидҳо, вилояти Хатлон, қалъаи Хулбук, Чилдухтарон.

I.MIRSAIDZODA (I.U.MIRSAIDOV), B.B.BAROTOV, SH.R.MURODOV,  
F.MUHIDINOVA, U.M.MIRSAIDOV

## **RADIOECOLOGICAL MONITORING AT SOME HISTORICAL AND TOURIST SITES OF TAJIKISTAN**

*National Academy of Sciences of Tajikistan,  
Chemical, Biological, Radiological and Nuclear Safety and Security Agency  
of the NAS of Tajikistan*

Measurements of radiation background were conducted at the historical site of the Hulbuk fortress and the tourist site of Childukhtaron. The contents of natural radionuclides in the soils of areas around the site were studied. The total alpha and beta activities were determined in water samples from drinking sources near the sites. No radiation hot spots were detected and the objects from a radiation point of view is safe for the population and tourists.

**Key words:** monitoring, soil, specific activity, natural radioactivity, radionuclides, Khatlon region, Hulbuk fortress, Childukhtaron.

**Сведения об авторах:**

**Мирсаидзода Илхом** – доктор технических наук, Агентство по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности НАН Таджикистана, директор. E-mail: i.mirsaidzoda@cbrn.tj;

**Баротов Бахтиёр Бурхонович** – Агентство по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности НАН Таджикистана. E-mail: b.barotov@cbrn.tj;

**Муродов Шохин Рустамович** – Агентство по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности НАН Таджикистана, старший научный сотрудник научно-исследовательского отдела. E-mail: sh.murodov@cbrn.tj;

**Мухидинова Ф.** – Агентство по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности НАН Таджикистана, старший научный сотрудник научно-исследовательского отдела. E-mail: f.muhidinova@cbrn.tj;

**Мирсаидов Ульмас Мирсаидович** - академик НАНТ, доктор химических наук, профессор, Агентство по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности НАН Таджикистана, консультант. E-mail: ulmas2005@mail.ru.

УДК 623.454.862

Специальность: 2.4.9 – Ядерные энергетические установки, топливный цикл,  
радиационная безопасность

М.З.АХМЕДОВ, И.МИРСАИДЗОДА (И.У.МИРСАИДОВ), Х.И.ТИЛЛОБОЕВ,  
М.М.ИСМАТДИНОВ, Х.М.НАЗАРОВ

**ИССЛЕДОВАНИЕ СОДЕРЖАНИЯ РАДИОНУКЛИДОВ В ПОЧВАХ  
НА ТЕРРИТОРИИ ДИГМАЙСКОГО ХВОСТОХРАНИЛИЩА**

*Национальная академия наук Таджикистана,  
Агентство по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности  
НАН Таджикистана*

*Поступила в редакцию 27.11.2023 г.*

*В работе представлены данные о накоплении естественных ( $^{226}\text{Ra}$ ,  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{40}\text{K}$ ) и техногенных ( $^{137}\text{Cs}$ ) радионуклидов в почвах Дигмайского хвостохранилища на севере Таджикистана. При этом содержание естественных радионуклидов ( $^{226}\text{Ra}$ ,  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{40}\text{K}$ ) в почвах показало, что максимальное их количество обнаружено на территории хвостохранилища, а минимальное за пределами контролируемой зоны хвостохранилища. Максимальная активность техногенного  $^{137}\text{Cs}$  наблюдается на склонах юго-западной части хвостохранилища и составляет 10.7 Бк/кг, что в 2-5 раз больше по сравнению с другими исследуемыми территориями. Миграция и появление техногенного  $^{137}\text{Cs}$  связаны с аэрозольными осадками и пылевыми бурями, которые переносят пыль из дальних регионов и осаждают её в данной местности.*

**Ключевые слова:** мониторинг, радионуклид,  $^{137}\text{Cs}$ , миграция, мощность экспозиционной дозы, радиационный фон, почва, хвостохранилище.

В самых различных аспектах исследования миграции и перемещения естественных радионуклидов (ЕРН) и техногенных радионуклидов являются весьма актуальными. Начиная с середины прошлого столетия со стороны самых развитых стран мира было произведено около двух тысяч ядерных взрывов и испытаний в атмосфере, гидросфере и литосфере, которые привели к повышению глобального радиационного фона в несколько раз [1].

*Адрес для корреспонденции:* Ахмедов Матин Зафарджонович. 734025, Республика Таджикистан, г. Душанбе, пр. Рудаки, 33, Агентство по ХБРЯ безопасности НАНТ. E-mail: m.akhmedov@cbrn.tj.

Огромный вклад в радиационную ситуацию в целом внесла авария на Чернобыльской АЭС в апреле 1986 г. В результате этой аварии радиоактивному загрязнению подверглись обширные территории, покрытые лесами. Загрязнение почвенного покрова  $^{137}\text{Cs}$  после аварии с активностью 37 кБк/кг и выше охватывает 1.6% от европейской территории России [2].

Хотя Республика Таджикистан не оказалась под непосредственным влиянием этой катастрофы, но, однако, при проведении мониторинга на Дигмайском хвостохранилище были зафиксированы локальные выпадения  $^{137}\text{Cs}$ , которые в радиоэкологическом отношении мало учтены. Поэтому на современном этапе развития радиоэкологического мониторинга на техногенных объектах севера Таджикистана актуальность приобретает сбор радиоэкологической информации и её систематизация.

**Целью данной работы** являлось изучение содержания естественных и искусственных радионуклидов в почвах на территории вокруг Дигмайского хвостохранилища, расположенного на севере Таджикистана.

**В задачи исследования** входило определение концентрации естественных ( $^{226}\text{Ra}$ ,  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{40}\text{K}$ ) и техногенных ( $^{137}\text{Cs}$ ) радионуклидов в почвенных образцах урбоэкосистем Дигмайского хвостохранилища, а также природных экосистем: близлежащих населенных пунктов Б.Гафуровского района.

**Отбор проб** почвы осуществлялся по методу конверта, при этом было взято по 5 проб исследуемого материала из каждого выбранного района исследования. Определение содержания радионуклидов в почвенных образцах осуществлялось при помощи гамма-спектрометра, при этом был использован компьютеризированный  $\gamma$ -,  $\beta$ -спектрометрический комплекс (сцинтилляционный детектор NaI, активированный Tl) с программным обеспечением «Прогресс-2000» (CANBERA). Для радиологического измерения проб использовали стандартный сосуд «Маринелли» объёмом 1 л [3, 4]. Результаты обработаны статистически.

### Результаты исследования

Нами на протяжении двух лет проводилось изучение содержания радионуклидов в почвах, взятых в различных точках территории Дигмайского хвостохранилища, а также населённого пункта Гозиён.

Известно, что мощность экспозиционной дозы (МЭД) является показателем общего радиационного фона выбранной территории. Исследования проведены в 2023 году на территории и за пределами контролируемой зоны Дигмайского хвостохранилища, расположенного на северо-востоке, в 10 км от г. Худжанда и 1.5 км от крупного населённого пункта Гозиён Б.Гафуровского района, который имел низкий радиационный фон 0.15-0.2 мкЗв/ч (рис. 1).

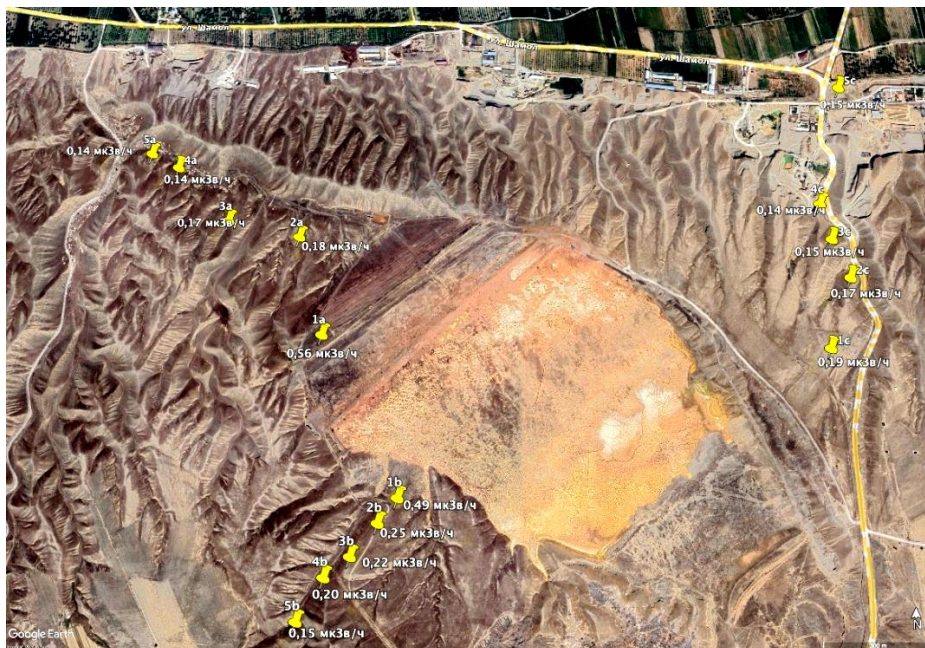


Рис. 1. Точки отбора проб и точки измерения МЭД гамма-излучения на территории вокруг Дигмайского хвостохранилища.

Таблица 1

Активность проб почв, отобранных на территории вокруг Дигмайского хвостохранилища (измерения проводились в 2023 году)

Точки измерения (см. рис. 1)	Координаты	Активность радионуклидов, Бк/кг				Удельная эффективная активность ЕРН, Бк/кг
		$^{226}\text{Ra}$	$^{232}\text{Th}$	$^{40}\text{K}$	$^{137}\text{Cs}$	
1b	40°13'27.6" с.ш. 69°37'20.6" в.д.	44.4	23.8	375	5.3	162
2b	40°13'25.2" с.ш. 69°37'18.1" в.д.	50.7	26.2	486	8.02	189
3b	40°13'22.1" с.ш. 69°37'14.7" в.д.	54.4	23.9	396	10.7	185
4b	40°13'20.2" с.ш. 69°37'11.5" в.д.	50.9	31.8	442	9.67	193
5b	40°13'16.2" с.ш. 69°37'8.2" в.д.	30.5	20.7	316	10.5	124
1c	40°13'42.1" с.ш. 69°38'17.3" в.д.	51.8	23.5	414	3.27	181
2c	40°13'49.5" с.ш. 69°38'21.1" в.д.	53.5	20.4	281	9.29	168
3c	40°13'53.6" с.ш. 69°38'19.1" в.д.	39.1	17.9	309	3.9	137
4c	40°13'57.6" с.ш. 69°38'18.2" в.д.	32.8	18.7	262	0.21	120
5c	40°14'11.2" с.ш. 69°38'22.9" в.д.	37.6	23.8	404	0.9	151
Содержание по Кларку		32.9	59.2	370	1.9	370

Мощность экспозиционной дозы на территории вокруг Дигмайского хвостохранилища была незначительно выше по сравнению с естественным радиационным фоном и составила 0.14-0.49 мкЗв/ч. Самый высокий уровень радиационного фона был обнаружен по периметру хвостохранилища, в точке 1а, который равнялся 0.56 мкЗв/ч. Содержащиеся в почве естественные радионуклиды ( $^{226}\text{Ra}$ ,  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{40}\text{K}$ ) вносят определенный вклад в общий радиационный фон (табл. 1).

Как видно из табл. 1, содержание  $^{226}\text{Ra}$  более завышено, чем содержание по Кларку в точках 1b-4b и 1с-5с, что связано с пылевым разносом радиоактивного материала за пределы хвостохранилища. В остальных точках содержание  $^{226}\text{Ra}$  близко к содержанию Кларка. Известно, что радий не входит в состав отдельных минералов, а широко распространён в виде включений во многие образования. Процессы миграции в почвах, поглощение и накопление растениями  $^{226}\text{Ra}$  существенно зависят от путей поступления радионуклида в окружающую среду и прочности закрепления в сложной многокомпонентной системе, какой и является почва [5].

Активность  $^{232}\text{Th}$  по всем точкам ниже содержания Кларка. Значительное количество  $^{232}\text{Th}$  обнаружено в почвенных образцах, взятых на территории вокруг Дигмайского хвостохранилища в точке 4b (31.8 Бк/кг), а минимальное содержание в точке 3с - в восточной части от хвостохранилища, которое составило 17.9 Бк/кг. Содержание данного радионуклида на двух других исследуемых территориях (в восточной и юго-западной части хвостохранилища) незначительно отличалось друг от друга, однако показатели  $^{232}\text{Th}$  являются ниже, чем по содержанию Кларка.

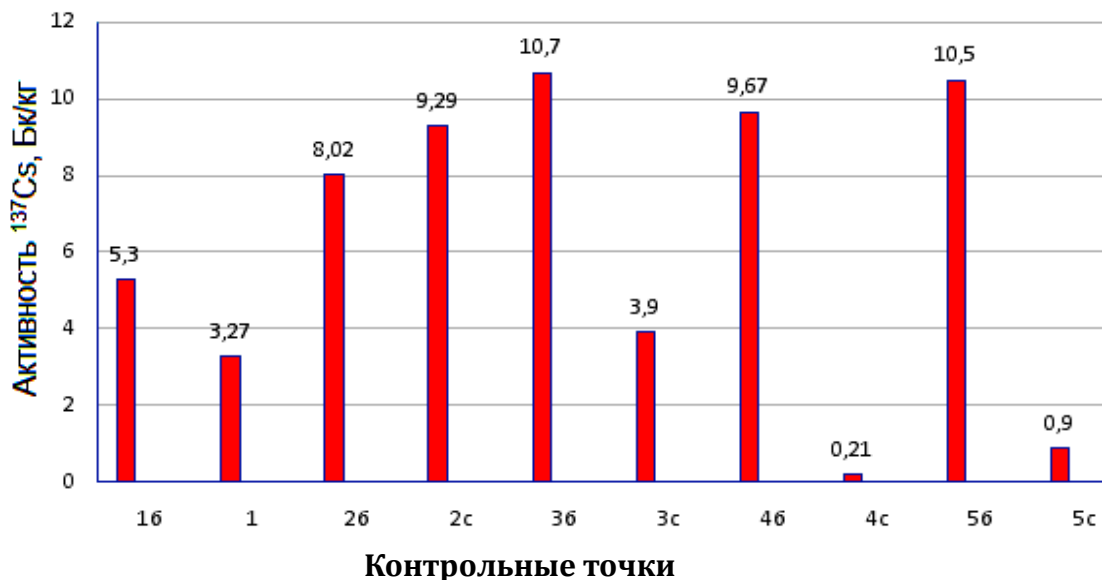
По  $^{40}\text{K}$  активность почвы равна 370 Бк/кг, однако в большинстве исследованных точек (1b-4b и 1с, 5с) наблюдается превышение.

Активность техногенного изотопа  $^{137}\text{Cs}$  почти по всем точкам (кроме 4с и 5с) превышает уровень Кларка, что обусловлено воздушным потоком, поступающим из дальнего зарубежья. Установлено, что  $^{137}\text{Cs}$ , попавший на поверхность почвы, вымывается дождём в самые низкие слои почвы. Следует заметить, что миграция радионуклидов протекает медленно, и их основная часть находится в слое 0-5 см [6].

Вертикальное распределение  $^{137}\text{Cs}$  в профиле песчаных почв характеризуется выраженным максимумом содержания в верхней органогенной части профиля с последующим резким падением в минеральной части. Следовательно, внутрипрофильное перераспределение этих радионуклидов по почвенному горизонту определяется одними и теми же ведущими процессами, а именно: диффузией, конвективным переносом и биогенной миграцией [7].

Рассматривая особенности вертикального перераспределения  $^{137}\text{Cs}$  в почвах, следует отметить, что специфика почв состоит в отсутствие в них глинистых минералов. Возможно, этим объясняется относительно высокая подвижность изотопа  $^{137}\text{Cs}$  [8].

В ходе исследований было установлено, что максимальная активность  $^{137}\text{Cs}$  была обнаружена в юго-западной части хвостохранилища и составила 10.7 Бк/кг, что в 2-5 раз больше по сравнению с другими исследуемыми территориями (рис. 2).



**Рис. 2.** Активность техногенного радионуклида  $^{137}\text{Cs}$  в почво-грунтах территории вокруг Дигмайского хвостохранилища, Бк/кг.

### Контрольные точки

Известно, что в разных типах почв с различным гранулометрическим составом процессы миграции радионуклидов будут различаться. Учёные отмечают, что большое влияние на миграцию радионуклидов оказывает содержание в почве илистой фракции. Содержание техногенных и природных радионуклидов в почвах исследуемых территорий было обусловлено, по-видимому, их составом. Известно, что почвы с преобладанием глинистых фракций по своим показателям являются более благоприятной средой для накопления техногенных радионуклидов, чем песчаные. При этом следует учитывать, что техногенный радиоизотоп  $^{137}\text{Cs}$  по своей экологической значимости не уступает другим изотопам, поскольку является долгоживущим радионуклидом и химическим аналогом кальция - одного из важнейших биогенных элементов [9].

Предполагается, что концентрация радионуклида  $^{137}\text{Cs}$  в данной местности связана с климатическими особенностями Дигмайской возвышенности, окружённой высокими луговыми и горными местностями. Эта возвышенность полностью замкнута, имеет протяжённость 5 км, выход из данного ущелья один – это узкий проход между двумя адырами и горными вершинами. В связи с чем радионуклиды, которые мигрируют в составе аэрозольных осадков и пылевых бурь, полностью осаждаются в данной местности, что характерно для всех горных массивов Таджикистана. Обычно в результате водной и ветровой эрозии



поверхностный слой покрова, смываясь, накапливается у подножья гор, в составе которого и концентрируются техногенные радионуклиды.

### Заключение

Результаты исследования показали, что удельную активность ЕРН и техногенных радионуклидов в почвах северо-восточной и юго-западной части Дигмайского хвостохранилища можно классифицировать как высокую по сравнению с северной и восточной частями. При этом содержание ЕРН ( $^{226}\text{Ra}$ ,  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{40}\text{K}$ ) в почвах показало, что максимальное их количество обнаружено на территории хвостохранилища, а минимальное - за пределами контролируемой зоны хвостохранилища. Максимальная активность техногенного изотопа  $^{137}\text{Cs}$  была обнаружена на склонах западной части хвостохранилища и составила 10.7 Бк/кг, что в 2-5 раз больше по сравнению с другими исследованными точками территории вокруг Дигмайского хвостохранилища.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Верховская И.Н. Радиэкологические исследования в природных биоценозах. Под ред. И.Н. Верховской. – М., 1972, с.301-320.
2. Алексахин Р.М. Радиологические аспекты влияния предприятий атомной энергетики на окружающую среду. – Биология: РЖ. ВИНТИ, 1992, с.185-189.
3. (НРБ-06): Санитарные нормы и правила СанПин 2.6.1.001-06. АЯРБ при АН РТ 25.12.2006 г. №12. Минюст РТ 16.01.2007 г., №237, с.18-22.
4. ГОСТ 17.4.3.01-2017. Охрана природы (ССОП). Почвы. Общие требования к отбору проб. Межгосударственный стандарт. – М.: Стандартинформ, 2018, 9 с.
5. Гулабянц Л.А., Заболотский Б.Ю. Мощность «активного» слоя грунта при диффузионном переносе радона в грунтовом основании здания. – АНРИ, 2001, №4, с.38-40.
6. Муминов С.В., Баротов Б.Б., Мирсаидов У.М., Муродов Ш.Р., Саломов Дж.А., Мирсаидзода И. Содержание цезия-137 в почвенном покрове Центрального и Южного Таджикистана. – Радиационная гигиена, 2021, т.14, №2, с.66-71.
7. Буриев Н.Н., Буриев Н.Т., Хасанов Т.А. Особенности осаждения техногенных радионуклидов в условиях высокогорья и их миграция в пищевые дикорастущие растения. – Символ науки, 2016, №8, с.9-11.
8. Зарубина Н.Е. Особенности сезонного накопления  $^{137}\text{Cs}$  грибами на территориях, загрязнённых в результате аварии на ЧАЭС. – Материалы VII Международной научной конференции «Сахаровские чтения 2007 года: экологические проблемы XXI века», Минск, 2007, с.158-159.
9. Рахимова Н.Н., Ефремов И.В., Горшенина Е.Л. Миграционные способности радионуклидов  $^{137}\text{Cs}$  и  $^{90}\text{Sr}$  в различных типах почв. – Вестник Оренбургского государственного университета, 2015, №10, с.412-415.

М.З.АХМЕДОВ, И.МИРСАИДЗОДА(И.У.МИРСАИДОВ), Х.И.ТИЛЛОБОВ,  
М.М.ИСМАТДИНОВ, Х.М.НАЗАРОВ

## ТАҲҚИҚОТИ МАВҶУДИЯТИ РАДИОНУКЛИДҲО ДАР ХОКҲОИ ҲУДУДИ МАҲФУЗГОҲИ ДЕҲМОЙ

*Академияи миллии илмҳои Тоҷикистон,*

*Агентии амнияти химиявӣ, биологӣ, радиатсионӣ ва ядроии АМИ Тоҷикистон*

Дар мақолаи мазкур чамъшавии радионуклидҳои табиӣ ( $^{226}\text{Ra}$ ,  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{40}\text{K}$ ) ва техногенӣ ( $^{137}\text{Cs}$ ) дар хокҳои пайдоиши табиӣ ва техногенӣ дар шимоли Тоҷикистон оварда шудааст. Дар баробари ин, микдори радионуклидҳои табиӣ ( $^{226}\text{Ra}$ ,  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{40}\text{K}$ ) дар хок нишон дод, ки ҳадди ниҳии онҳо дар ҳудуди партовгоҳ ва ҳадди ақал берун аз минтақаи назоратӣ шудааст. Фаълнокии максималии радионуклиди техногении  $^{137}\text{Cs}$  дар нишебҳои қисми чанубу ғарбии партовгоҳ мушоҳида шуда, 10.7 Бк/кг-ро ташкил дод, ки нисбат ба дигар минтақаҳои таҳқиқотӣ дар ҳок 2-5 маротиба зиёд аст. Мигратсия ва пайдоиши радионуклиди техногении  $^{137}\text{Cs}$  бо боришоти аэрозолӣ ва тӯфонҳои чангу ғубор, ки аз минтақаҳои дурдаст ба маҳалли мазкур интиқол ёфтаанд, алоқмандӣ дорад.

**Калимаҳои калидӣ:** мониторинг, изотоп, радионуклид, мигратсия, тавоноии дозаи экспозитсионӣ, фони радиатсионӣ, фаълнокиӣ.

M.Z.AKHMEDOV, I.MIRSAIDZODA (I.U.MIRSAIDOV), H.I.TILLOBOEV,  
M.M.ISMATDINOV, Kh.M.NAZAROV

## RESEARCH OF RADIONUCLIDES CONTENT IN SOILS ON THE TERRITORY OF THE DIGMAI TAILING DUMP

*National Academy of Sciences of Tajikistan,*

*Chemical, Biological, Radiological and Nuclear Safety and Security Agency  
of the National Academy of Sciences of Tajikistan*

This paper presents the accumulation of natural ( $^{226}\text{Ra}$ ,  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{40}\text{K}$ ) and technogenic ( $^{137}\text{Cs}$ ) radionuclides in soils of natural and technogenic origin in Northern Tajikistan. At the same time, the content of natural radionuclides ( $^{226}\text{Ra}$ ,  $^{232}\text{Th}$ ,  $^{40}\text{K}$ ) in the soils showed that their maximum amount was found in the territory of the tailings dump, and the minimum was found outside the sanitary protection zone of the tailings dump. The maximum activity of technogenic  $^{137}\text{Cs}$  was found in the slopes of the southwestern part of the tailings dump and amounted to 10.7 Bq/kg, which was 2 to 5 times more found in soils compared to other study areas. The migration and appearance of technogenic  $^{137}\text{Cs}$  is associated with aerosol precipitation and dust storms, which are transported from distant regions and deposited in a given area.

**Key words:** monitoring, isotope, radionuclide, migration, exposure dose rate, radiation background, activity.

**Сведения об авторах:**

**Ахмедов Матин Зафарджонович** – кандидат химических наук, Агентство по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности НАН Таджикистана, заместитель директора. E-mail: m.akhmedov@cbrn.tj;

**Мирсаидзода Илхом (Мирсаидов Илхом Улмасович)** – доктор технических наук, профессор, Агентство по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности НАН Таджикистана, директор. E-mail: i.mirsaidzoda@cbrn.tj;

**Тиллобоев Хакимджон Ибрагимович** – кандидат химических наук, Филиал Агентства по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности НАН Таджикистана в Согдийской области, старший научный сотрудник. E-mail: tilloboev-2006@mail.ru;

**Исмайтинов Муминжон Мухаматович** – Филиал Агентства по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности НАН Таджикистана в Согдийской области, научный сотрудник. E-mail: m.ismatdinov@cbrn.tj;

**Назаров Холмурод Марипович** – доктор технических наук, профессор, Филиал Агентства по химической, биологической, радиационной и ядерной безопасности НАН Таджикистана в Согдийской области, директор. E-mail: holmurod18@mail.ru